السرعة المتوسطة المتجهة

إذا أعطي موقع جسم متحرك بوصفة دالة في الزمن $f(t)$ ، فإن السرعة المتوسطة المتجهة للجسم v_{avg} في الفترة الزمنية من a إلى b تعطى بالصيغة :

$$v_{avg} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$f(b) - f(a)$ ← التغير في المسافة
$b - a$ ← التغير في الزمن

مثال

تمثل $h(t) = 5 + 65t - 16t^2$ الارتفاع بالأقدام بعد t ثانية لبالون يصعد رأسيًا ، ما السرعة المتوسطة المتجهة للبالون $t = 1\ s$, $t = 2\ s$

$$v_{avg} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$
$$= \frac{h(2) - h(1)}{2 - 1}$$
$$\frac{71 - 54}{2 - 1} = 17\ \text{ft/s}$$

$$a = 1 , b = 2$$
$$h(2) = 5 + 65(2) - 16(2)^2$$
$$h(2) = 71$$
$$h(1) = 5 + 65(1) - 16(1)^2$$
$$h(1) = 54$$

السرعة المتجهة اللحظية

إذا أعطي موقع جسم متحرك بوصفة دالة في الزمن $f(t)$ ، فإن السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ لذلك الجسم عند الزمن t تعطى بالصيغة :

$$v(t) = \lim_{h \to 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

شرط أن تكون النهاية موجودة.

مثال

تمثل الدالة $s(t) = 5t + 8$ المسافة التي يقطعها جسم متحرك .
أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم عند أي زمن .

$$v(t) = \lim_{h \to 0} \frac{s(t+h) - s(t)}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0} \frac{5(t+h) + 8 - (5t + 8)}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0} \frac{5t + 5h + 8 - 5t - 8}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0} \frac{5h}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0} 5$$
$$= 5$$

إذا طلب عند لحظة زمنية محددة
نعوض عن الـ t
ونكمل الخطوات