



نظرية القيمة المتوسطة

إذا كانت $f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، فإن لها قيمة عظمى وصغرى على الفترة $[a, b]$ وذلك إما عند أحد طرفي الفترة أو عند إحدى النقاط الحرجة.

مثال

الدالة $h(t) = 20t^2 - 160t + 330$ تمثل ارتفاع سعد بالأقدام في أثناء مشاركته في قفزة البنجي، حيث t الزمن بالثواني في الفترة $[0, 6]$. أوجد أقصى وأدنى ارتفاع يبلغه سعد في هذه الفترة الزمنية.

1 ← نشتق الدالة: $h'(t) = 40t - 160$

2 → نساوي المشتقة بالصفر ونحلها

$$40t - 160 = 0$$

$$40t = 160$$

$$t = 4$$

3 ← 4 تقع في الفترة $[0, 6]$

للدالة نقطة حرجة واحدة عند $t = 4$

4 → نحسب قيم $h(t)$ عندما $t = 0, 4, 6$

$$h(0) = 20(0)^2 - 160(0) + 330 = 330$$

$$h(4) = 20(4)^2 - 160(4) + 330 = 10$$

$$h(6) = 20(6)^2 - 160(6) + 330 = 90$$

5 ← أقصى ارتفاع 330 ft عند 0 s وأدنى ارتفاع 10 ft عند 4 s

$$f(x) = \text{cow} \quad f'(x) = \text{milk} \quad f''(x) = \text{cheese}$$

لتكن $f'(x)$ مشتقة $f(x)$ ، إذا كانت مشتقة $f'(x)$ موجودة، فإنها تسمى المشتقة الثانية للدالة، ويرمز لها بالرمز $f''(x)$ ، وكذلك إذا كانت مشتقة $f''(x)$ موجودة، فإنها تسمى المشتقة الثالثة، ورمزها $f'''(x)$ وهكذا.