



ساسة رفعة

عرض رياضيات

ثالث متوسط

الفصل الدراسي الثاني

أ / ابتسام الطاهري

عروض رياضيات ثالث متوسط الفصل الدراسي الثاني

هـ، ورقم ردمك 5-1236-04-603-978

1443/09/09

وتاريخ

1443/9354

تحت رقم إيداع

تهيئة فصل • انظمة المعادلات الخطية

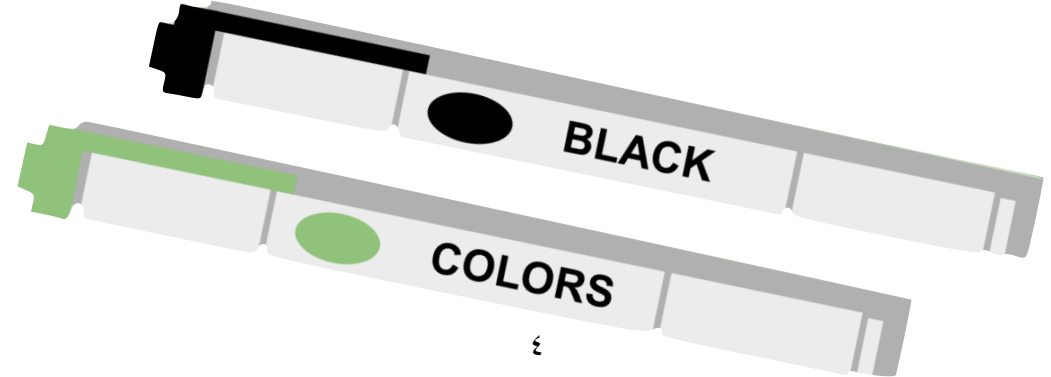


والآن

- ١ / احل نظام معادلتيه خطيتيه
بيانيا
- ٢ / احل نظام معادلتيه خطيتيه
بالتعويض
- ٣ / احل نظام معادلتيه خطيتيه
بالحذف
- ٤ / احل مسائل لفظية مه واقع
الحياة

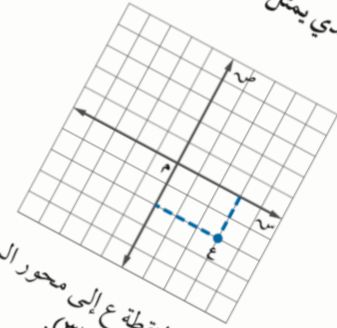
فيما سبق

درست حل المعادلات
الخطية في متغير
واحد



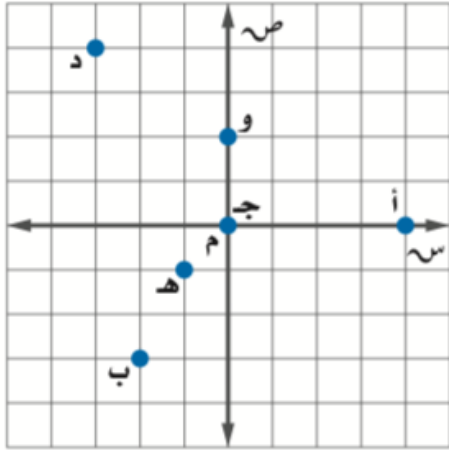
مراجعة سريعة

سم الزوج المرتب الذي يمثل النقطة ع في المستوى الإحداثي



ارسم خطاً رأسياً من النقطة ع إلى محور السينات، لتحديد الإحداثي السيني للنقطة وهو (٣).
ارسم خطاً أفقياً من النقطة إلى محور الصادات، لتحديد الإحداثي الصادي للنقطة وهو (٢).
إذن الزوج المرتب للنقطة ع هو (٣، ٢).

سم الزوج المرتب الممثل لكل نقطة فيما يأتي:



(٢) د

(٤) ج

(٦) و

(١) أ

(٣) ب

(٥) هـ

اختبار سريع

حلّ كل معادلة فيما يأتي: (الدروس: ١-٢، ١-٣، ١-٤)

$$٧(٢س + ٤ = ١٢.$$

$$٨(٣س = -٩.$$

اختبار سريع

مراجعة سريعة

المعادلة الأصلية

$$٣٦ = ٣ + ١٢$$

أضف ١٢ إلى كل من الطرفين

$$٣٦ = ٣ + ١٢$$

$$١٢ + ٣٦ = ١٢ + ٣ + ١٢$$

بسط

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$٤٨ = ٣$$

$$\frac{٤٨}{٣} = \frac{٣}{٣}$$

$$١٦ = ١$$

COLORS

BLACK

حل كل معادلة فيما يأتي: (الدروس: ١-٢، ١-٣، ١-٤)

$$٩) م + ٢ = ٦.$$

$$١٠) ٢ = م + م + م، م، ب ثابتان.$$

اختبار سريع

مراجعة سريعة

المعادلة الأصلية

$$٣٦ = ٣ + ١٢$$

أضف ١٢ إلى كل من الطرفين

$$٣٦ = ٣ + ١٢$$

بسط

$$١٢ + ٣٦ = ١٢ + ٣ + ١٢$$

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$٤٨ = ٣ + ١٢$$

بسط

$$\frac{٤٨}{٣} = \frac{٣ + ١٢}{٣}$$

$$١٦ = ٣$$

COLORS

BLACK

حل كل معادلة فيما يأتي: (الدروس: ١-٢، ١-٣، ١-٤)

(١١) ب $2L + (-4) =$ ب ثابت.

(١٢) $20 - 10 =$ ص 40 .

اختبار سريع

مراجعة سريعة

المعادلة الأصلية

أضف ١٢ إلى كل من الطرفين

بسط

اقسم كلا الطرفين على ٣

بسط

$36 =$ ص

حل المعادلة $12 - 3 = 36$

$12 + 36 = 12 + 36$

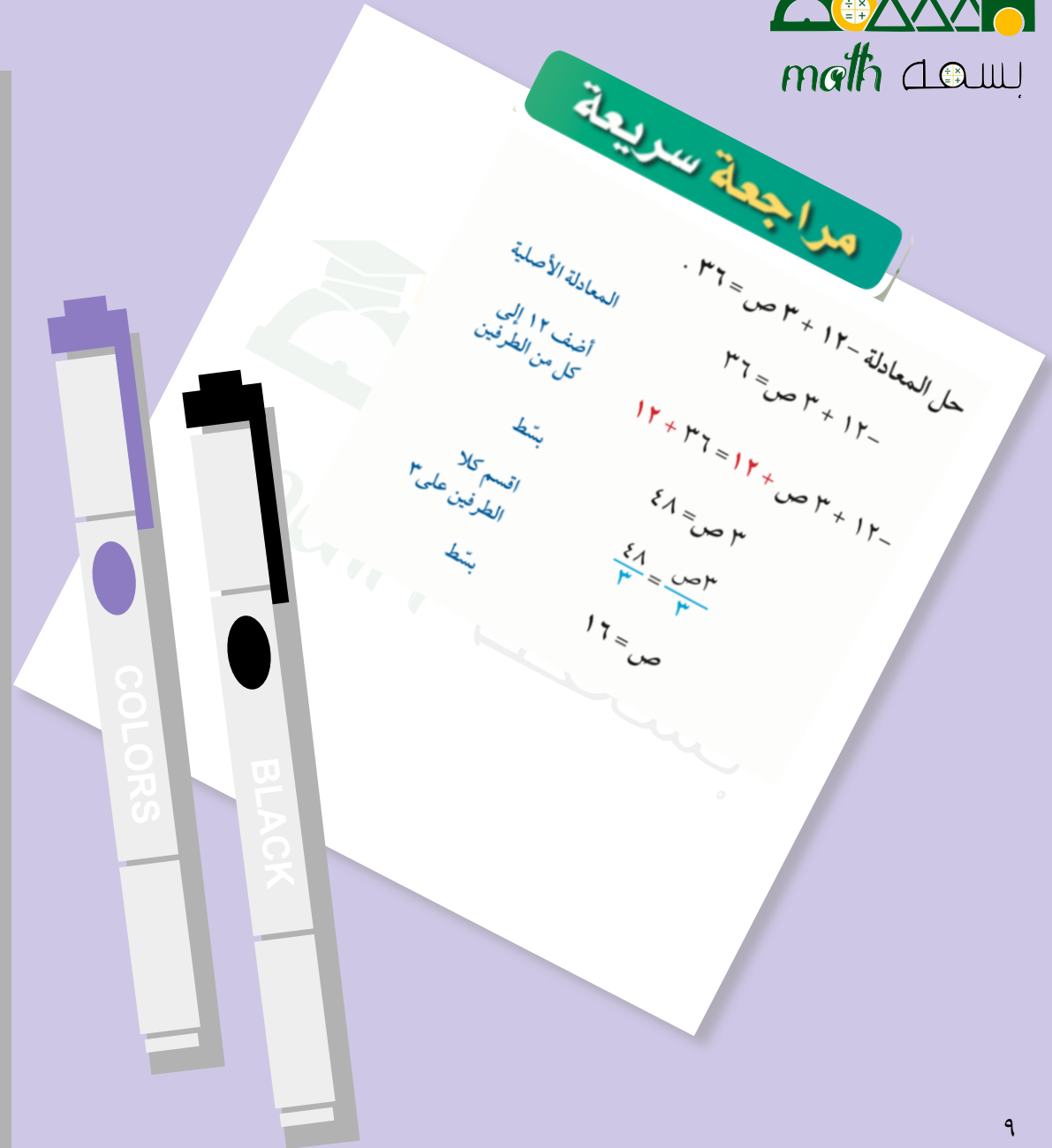
$48 = 3$ ص

$\frac{48}{3} = \frac{3}{3}$

$16 =$ ص

(١٣) هندسة: إذا كانت $m = \frac{1}{4}q \times e$ ، تمثل صيغة مساحة المثلث، حيث m المساحة، q قاعدة المثلث، e ارتفاعه. فأوجد مساحة المثلث الذي طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٥ سم.

اختبار سريع



الواجب المنزلي



حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا

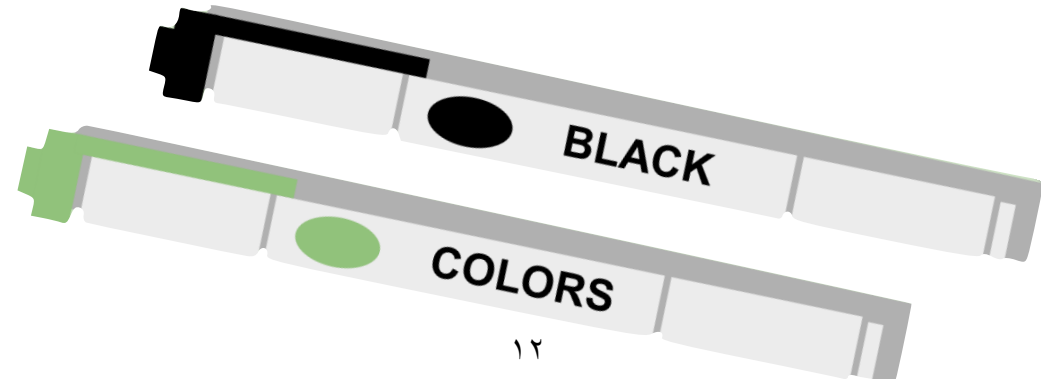


والآن

١ / اتعرف عدد حلول النظام
المكون من معادلتين خطيتين
٢ / احل نظاما مكونا من
معادلتين خطيتين

فيما سبق

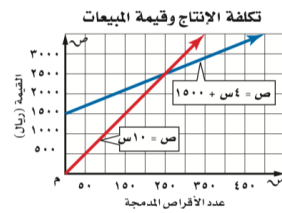
درست التمثيل البياني
للمعادلات الخطية



المادة

بلغت تكاليف إعداد مادة أقراص مدمجة علمية ١٥٠٠ ريال، وكان تسجيل القرص الواحد يكلف ٤ ريالات ويباع بـ ١٠ ريالات، ويرغب مدير الإنتاج في معرفة عدد الأقراص المدمجة التي عليه بيعها حتى يحقق ربحاً.

إن التمثيل البياني لنظام المعادلات يساعد على معرفة الوضع الذي يحقق ربحاً، ويمكن التعبير عن تكاليف الإنتاج الكلية بالمعادلة $ص = ٤س + ١٥٠٠$ ؛ حيث $ص$ تمثل تكلفة الإنتاج، $س$ عدد الأقراص المدمجة المنتجة.

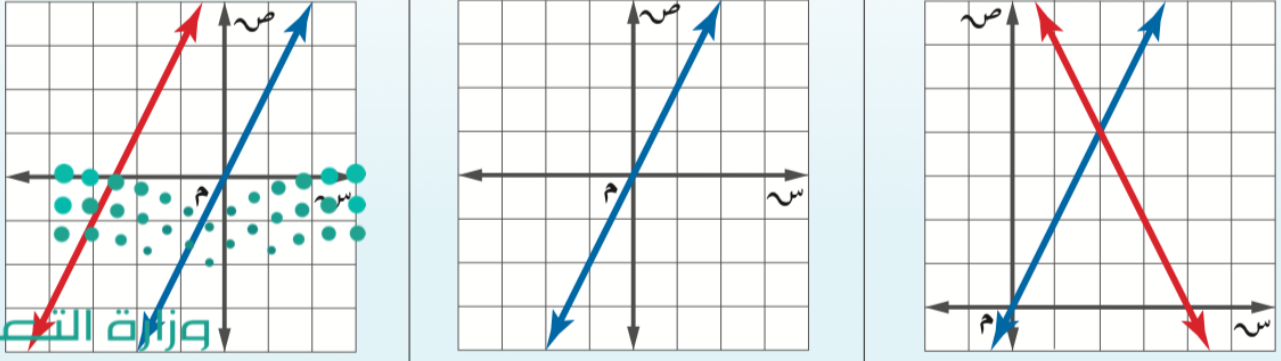


يمكن تمثيل القيمة الكلية للمبيعات بالمعادلة $ص = ١٠س$ ، حيث $ص$ تمثل القيمة الكلية للمبيعات، $س$ عدد الأقراص المدمجة المباعة.

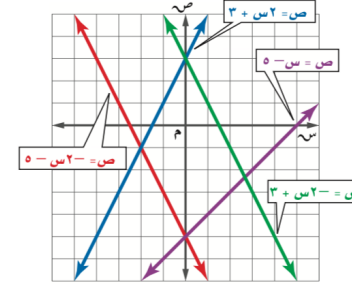
يمكننا تمثيل هاتين المعادلتين بيانياً من معرفة متى يبدأ تحقيق الربح. وذلك بتحديد النقطة التي يتقاطع فيها المستقيمان، وهو ما يحدث عند بيع ٣٧٥ قرصاً مدمجاً؛ أي أن تحقيق الربح يبدأ عند بيع أكثر من ٣٧٥ قرصاً مدمجاً.

عدد الحلول الممكنة: تشكل المعادلتان $ص = ٤س + ١٥٠٠$ ، $ص = ١٠س$ **نظاماً من معادلتين**، ويسمى الزوج المرتب الذي يمثل حلاً لكلتا المعادلتين حلاً للنظام.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يسمى **نظاماً متسقاً**، وتتقاطع تمثيلاته البيانية في نقطة واحدة، أو تشكل مستقيماً واحداً.
- إذا كان للنظام حل واحد فقط، يسمى **نظاماً مستقلاً**، وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول يسمى **نظاماً غير مستقل**؛ وهذا يعني وجود عدد غير محدود من الحلول تحقق كلتا المعادلتين.
- إذا لم يكن للنظام أي حل، يسمى **نظاماً غير متسق**، وتشكل تمثيلاته البيانية مستقيمتان متوازيتان.

مفهوم أساسي			
الحلول الممكنة			
عدد الحلول	واحد فقط	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلح	متسق ومستقل	متسق وغير مستقل	غير متسق
التمثيل البياني			
			

مثال ١ : عدد الحلول



استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان النظام الآتي متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل.

(أ) $ص = ٢ - ٣$

$ص = ٥ - ٣$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة، فهناك حل واحد للنظام، ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

(ب) $ص = ٢ - ٣$

$ص = ٢ - ٣$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام، ويكون النظام غير متسق.

تحقق من فهمك

(أ) $ص = ٢ - ٣$

$ص = ٢ - ٣$

(ب) $ص = ٥ - ٣$

$ص = ٢ - ٣$

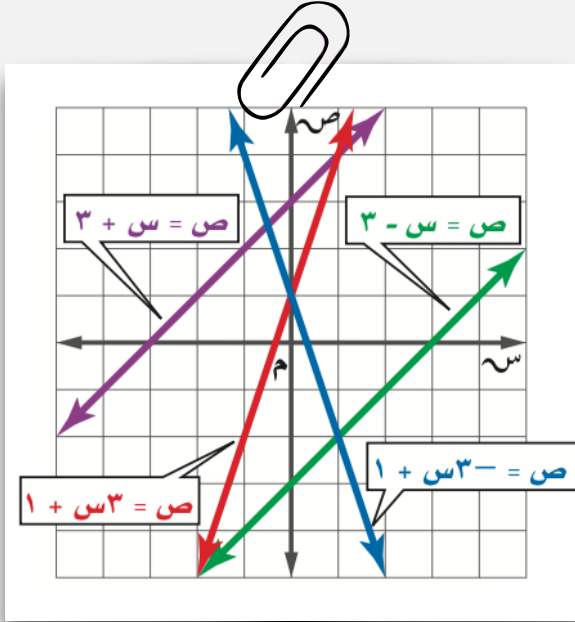
استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل:

$$(2) \quad \begin{cases} 3s + 1 = v \\ 3s - v = 3 \end{cases}$$

$$(1) \quad \begin{cases} 3s - 1 = v \\ 3s + 1 = v \end{cases}$$

$$3s - v = 3$$

$$3s + 1 = v$$



$$(4) \quad \begin{cases} 3 + s = v \\ 3 - s = v \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} 3 - s = v \\ 3 + s = v \end{cases}$$

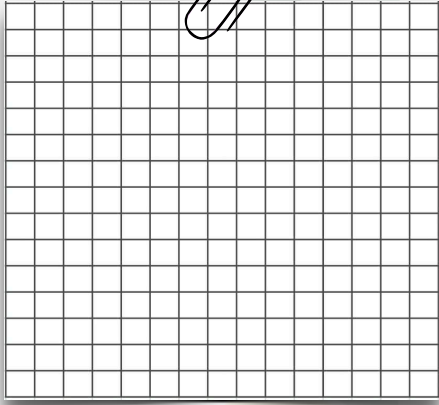
$$3 - s = v$$

$$3 + s = v$$

تحقق من فهمك

مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

$$\begin{aligned} \text{أ) } & \text{س} - \text{ص} = 2 \\ & 3\text{ص} + 2\text{س} = 9 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{ب) } & \text{ص} - 2\text{س} = 3 \\ & 6\text{س} + 3\text{ص} = 9 \end{aligned}$$

الحل بالتمثيل البياني: من الطرائق المستعملة في حل نظام من معادلتين تمثيلهما بيانيًا في المستوى البياني نفسه، وإيجاد النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان التي تمثل حل النظام.

مثال ٢: الحل بالتمثيل البياني

مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

$$\text{أ) } \text{ص} - 3\text{س} = 10$$

$$\text{ص} = \text{س} + 2$$

يظهر من التمثيل البياني أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٣، ١)، ويمكن التحقق من ذلك بالتعويض عن س بـ ٣، وعن ص بـ ١.

تحقق $\text{ص} - 3\text{س} = 10$ المعادلة الأصلية

$$10 - 3(3) = \text{ص}$$

$$10 - 9 = \text{ص}$$

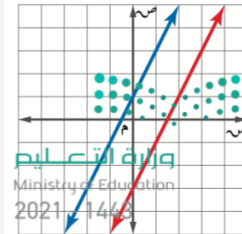
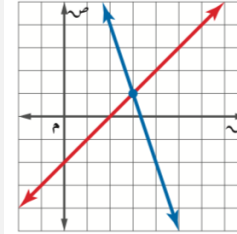
$$1 = \text{ص}$$

ص = س + 2 المعادلة الأصلية

$$1 = 3 + 2$$

$$1 = 5$$

إذن للنظام حل واحد، هو (٣، ١).



$$\text{ب) } 2\text{س} - \text{ص} = 1$$

$$4\text{س} - 2\text{ص} = 6$$

بما أن للمعادلتين الميل نفسه، ومقطعاهما الصاديان مختلفان، فالمستقيمان الممثلان للمعادلتين متوازيان، وبما أنهما لا يتقاطعان في أي نقطة فلا يوجد حل لهذا النظام.

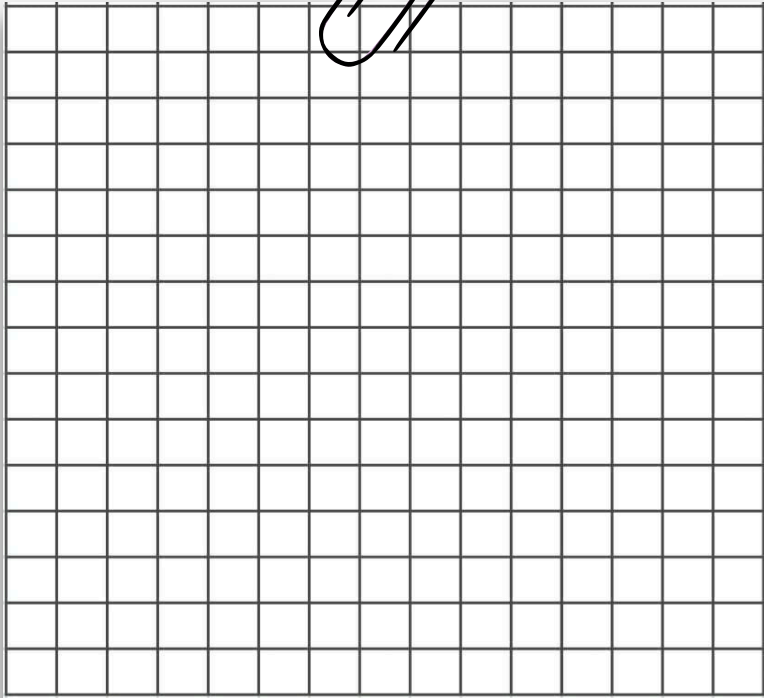
مثّل كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(٦) \text{ ص} = \text{س} + ٣$$

$$(٥) \text{ ص} = \text{س} + ٤$$

$$\text{ص} = ٢\text{س} + ٤$$

$$\text{ص} - \text{س} = ٤$$



تحقق من فهمك

(٣) ساعات: يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ٤٤ ريالاً ويوفر ١٠ ريالاً في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالاً ويوفر ٧ ريالاً في الأسبوع، فبعد كم أسبوعاً يصبح معهما المبلغ نفسه؟

وزارة التعليم
Ministry of Education

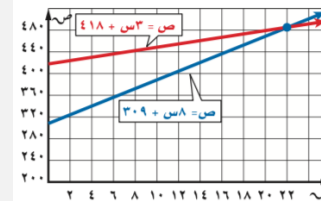
مثال ٣: من واقع الحياة

تُمر: يزداد إنتاج مزرعتي نخيل من التمور بانتظام تقريباً عبر عدد من السنين. استعمل المعلومات الواردة في الجدول أدناه للتنبؤ بالسنة التي يصبح فيها إنتاج المزرعتين متساوياً على اعتبار أن معدل الزيادة يبقى ثابتاً خلال السنوات القادمة في كلتا المزرعتين.

المزرعة	كمية الإنتاج عام ١٤٢٩هـ (طن)	معدل الزيادة السنوية (طن)
الأولى	٣٠٩	٨
الثانية	٤١٨	٣

التعبير اللفظي	كمية الإنتاج الكلية	تساوي	معدل الزيادة	ضرب	عدد السنوات	زائد	كمية الإنتاج
المتغيرات	ص	=	كمية الإنتاج الكلية	ص	=	عدد السنوات بعد ١٤٢٩هـ	ص
المعادلات	ص	=	٨	×	ص	+	٣٠٩
ص	=	٣	×	ص	+	٤١٨	ص

بتمثيل الدالتين: $ص = ٨س + ٣٠٩$ ، $ص = ٣س + ٤١٨$ بيانياً نجد أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٢٢، ٤٨٥) تقريباً.



تحقق استعمل التعويض للتحقق من صحة الإجابة.

$$\begin{aligned} \text{ص} &= ٨س + ٣٠٩ & \text{ص} &= ٣س + ٤١٨ \\ ٤٨٥ &\stackrel{?}{=} ٣٠٩ + (٢٢)٨ & ٤٨٥ &\stackrel{?}{=} ٤١٨ + (٢٢)٣ \\ ٤٨٥ &= ٤٨٥ & ٤٨٤ &\approx ٤٨٥ \end{aligned}$$

إذن سيكون إنتاج المزرعتين متساوياً بعد ٢٢ سنة من عام ١٤٢٩هـ؛ أي في عام ١٤٥١هـ، إذا بقي معدل الزيادة ثابتاً في كلتا المزرعتين.

(٧) **قراءة:** يقرأ كلٌّ من صالح وعبدالله قصة طويلة كما في الشكل المقابل.



(أ) اكتب معادلة تعبر عن عدد الصفحات التي يقرأونها كلٌّ منهما.

(ب) مثل كل معادلة بيانياً.

(ج) بعد كم يوم يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبدالله؟ تحقق من إجابتك وفسرها.

مهارات تفكير عليا

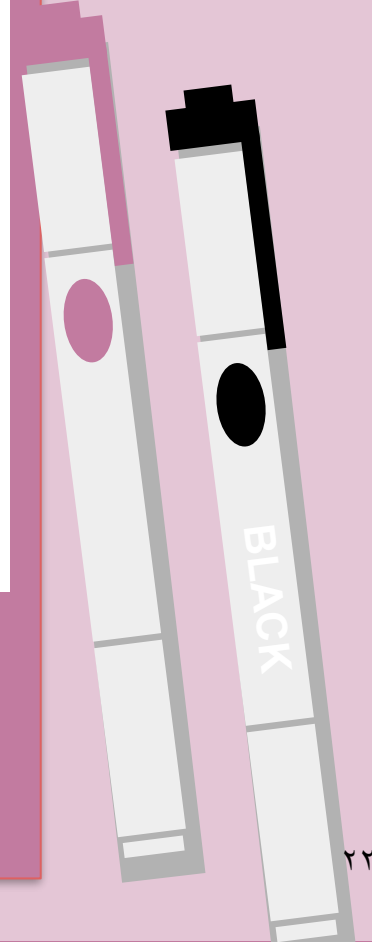
(٣٣) أيُّ من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسّر إجابتك:

$$\begin{aligned} 4س + 2ص &= 14 \\ 12س + 6ص &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3س - 2ص &= 1 \\ 2س + 3ص &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4س - ص &= 5 \\ -2س + ص &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -س + 4ص &= 8 \\ 3س - 6ص &= 6 \end{aligned}$$



الواجب المنزلي



حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

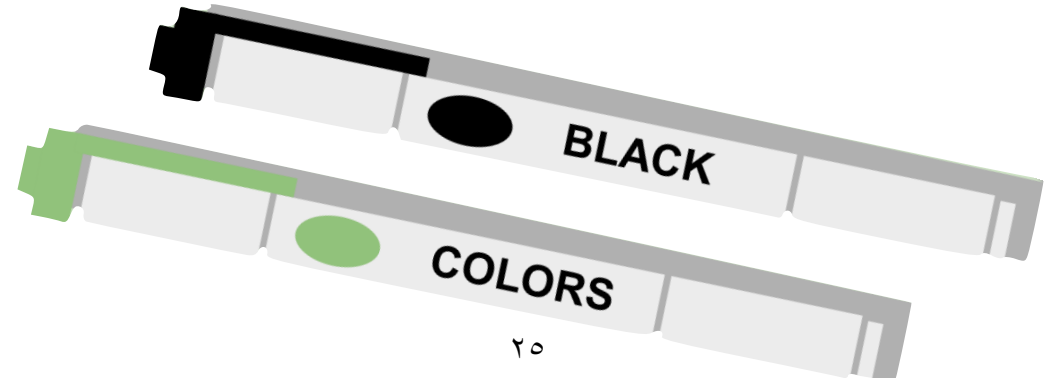


والآن

- ١ / أحل نظاما مكونا من معادلتين بالتعويض
- ٢ / أحل مسائل من واقع الحياة (تتضمن نظاما من معادلتين) باستعمال التعويض

فيما سبق

درست حل نظام
مكون من معادلتين
خطيته بياتيا



www.ien.edu.sa



الملاحظة: في إحدى السنوات أنتجت مزرعة ناصر ١٦ طنًا من التمور، بينما أنتجت مزرعة محمد ٢٠ طنًا. ثم بدأ إنتاج المزرعتين يتناقص سنويًا، فبلغ في السنة التالية ١٣ طنًا لمزرعة ناصر و ١٦ طنًا لمزرعة محمد.

فإذا استمر تناقص إنتاج كل من المزرعتين وفق المعدل نفسه، فمتى يتساوى الإنتاج السنوي للمزرعتين؟

الحل بالتعويض: يمكنك استعمال نظام مكوّن من معادلتين لإيجاد متى يتساوى إنتاج المزرعتين، وإحدى طرائق إيجاد الحل الدقيق لنظام المعادلات **التعويض**.

مطوياتك	الحل بالتعويض	مفهوم أساسي
	الخطوة ١:	حل إحدى المعادلتين على الأقل باستعمال أحد المتغيرين إذا كان ذلك ضروريًا.
	الخطوة ٢:	عوّض المقدار الناتج من الخطوة (١) في المعادلة الثانية، ثم حلها.
	الخطوة ٣:	عوّض القيمة الناتجة من الخطوة (٢) في أي من المعادلتين وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال ١ : حل النظام بالتعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

خطوة ١: $\rightarrow$ إحدى المعادلتين مكتوبة أساساً بالنسبة إلى ص.

$$\begin{aligned} 2س + 1 &= 9 \\ 3س + ص &= 9 \end{aligned}$$

خطوة ٢: عوض $2س + 1$ بدلاً من ص في المعادلة الثانية.

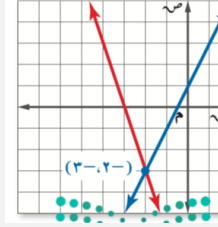
المعادلة الثانية

$$\begin{aligned} 3س + 2س + 1 &= 9 \\ 5س + 1 &= 9 \\ 5س &= 9 - 1 \\ 5س &= 8 \\ س &= \frac{8}{5} \end{aligned}$$

خطوة ٣: عوض $\frac{8}{5}$ بدلاً من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

المعادلة الأولى

$$\begin{aligned} 2س + 1 &= 9 \\ 2\left(\frac{8}{5}\right) + 1 &= 9 \\ \frac{16}{5} + 1 &= 9 \\ \frac{16}{5} + \frac{5}{5} &= 9 \\ \frac{21}{5} &= 9 \\ 21 &= 45 \\ س &= 3 \end{aligned}$$



تحقق من فهمك

١)
$$\begin{aligned} 4س - 6 &= 1 \\ 5س + 3ص &= 1 \end{aligned}$$

١)
$$\begin{aligned} 2س + 5ص &= 1 \\ 3س + 10 &= 1 \end{aligned}$$

مثال ٢ : الحل ثم التعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

$$\text{س} + ٢\text{ص} = ٦$$

$$\text{س} - ٤\text{ص} = ٢٨$$

الخطوة ١ : حلّ المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير س لأن معامل س = ١ .

$$\text{س} + ٢\text{ص} = ٦$$

المعادلة الأولى

$$\text{س} + ٢\text{ص} - ٢\text{ص} = ٦ - ٢\text{ص}$$

اطرح ٢ص من كلا الطرفين.

$$\text{س} = ٦ - ٢\text{ص}$$

بسّط

الخطوة ٢ : عوّض عن س بـ (٦ - ٢ص) في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة ص.

$$٣ (٦ - ٢\text{ص}) - ٤\text{ص} = ٢٨$$

عوض عن س بـ (٦ - ٢ص)

$$١٨ - ٦\text{ص} - ٤\text{ص} = ٢٨$$

خاصية التوزيع

$$١٨ - ١٠\text{ص} = ٢٨$$

اجمع الحدود المتشابهة

$$١٨ - ٢٨ = ١٠\text{ص} - ٢٨$$

اطرح ١٨ من كلا الطرفين

$$-١٠ = ١٠\text{ص}$$

بسّط

$$\text{ص} = -١$$

اقسم كلا الطرفين على -١٠

الخطوة ٣ : أوجد قيمة س بالتعويض في المعادلة الأولى.

$$\text{س} + ٢\text{ص} = ٦$$

المعادلة الأولى

$$\text{س} + ٢(-١) = ٦$$

عوض عن ص بـ (-١)

$$\text{س} - ٢ = ٦$$

بسّط

$$\text{س} = ٨$$

أضف ٢ إلى كلا الطرفين

الحل هو (٨، -١)

تحقق من فهمك

$$(أ) ١١ = ٥\text{ص} + ٤\text{س}$$

$$\text{ص} - ٣\text{س} = -١٣$$

$$(ب) ٩ = ٣\text{ص} - \text{س}$$

$$٧ = ٥\text{ص} - ٢\text{س}$$

مثال ٣ : عدد لانهائي من الحلول ، لا يوجد حل

حل النظام الآتي مستعملًا التعويض:

$$\text{ص} = ٢ - ٤$$

$$١٢ - = ٣ + \text{ص}$$

عوض عن ص بـ (٢ - ٤) في المعادلة الثانية.

$$١٢ - = ٣ + \text{ص}$$

$$١٢ - = (٢ - ٤) + ٣$$

$$١٢ - = ١٢ -$$

$$١٢ - = ١٢ -$$

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة، لذا يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

المعادلة الثانية

عوض عن ص بـ (٢ - ٤)

خاصية التوزيع

اجمع الحدود المتشابهة

تحقق من فهمك

$$(١٣) \text{ ص} - ٢ = ٨$$

$$\text{ص} = ٢ - ٣$$

$$(٣) \text{ ص} - ٤ = ١$$

$$\text{ص} = ٤ - ١$$

النظام غير المستقل

هناك عدد لا نهائي

من الحلول للنظام في

المثال ٣؛ لأنه عند

كتابة المعادلتين بصيغة

الميل والمقطع تكونان

متكافئتين، ولهما التمثيل

البياني نفسه.

حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(1) \text{ س} = \text{ص} - 2$$

$$4\text{س} + \text{ص} = 2$$

$$(2) 2\text{س} + 3\text{ص} = 4$$

$$4\text{س} + 6\text{ص} = 9$$

$$(3) \text{س} - \text{ص} = 1$$

$$3\text{س} = 3\text{ص} + 3$$

تحقق من فهمك

٤) **رياضة:** مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عدد نقاط الفريق الأول يساوي ٥,٢ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟
وزارة التعلّم

مثال ٤ : من واقع الحياة

حل مسائل من واقع الحياة: يمكنك استعمال التعويض لحل مسألة من واقع الحياة تتضمن نظامًا من معادلتين.

أجهزة: باع متجر أجهزة تسجيل وسماعات عددها ١٢٥ جهازًا، بسعر ١٠٤,٩٥ ريالًا لجهاز التسجيل الواحد، و ١٨,٩٥ ريالًا للسماعة الواحدة، فإذا كان ثمن مبيعاته من هذه الأجهزة ٦٩٢٦,٧٥ ريالًا، فكم جهازًا باع من كل نوع؟

لتكن ج = عدد أجهزة التسجيل، ت = عدد السماعات.

عدد الوحدات المباعة	ج	ت	١٢٥
السعر	١٠٤,٩٥ ج	١٨,٩٥ ت	٦٩٢٦,٧٥

فتكون المعادلتان هما: ج + ت = ١٢٥، ١٠٤,٩٥ ج + ١٨,٩٥ ت = ٦٩٢٦,٧٥.

الخطوة ١: حل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير ج.

$$\begin{aligned} \text{ج} + \text{ت} &= ١٢٥ \\ \text{ج} + \text{ت} - \text{ت} &= ١٢٥ - \text{ت} \quad \text{اطرح ت من كلا الطرفين} \\ \text{ج} &= ١٢٥ - \text{ت} \quad \text{بسط} \end{aligned}$$

الخطوة ٢: عوض عن ج بـ (١٢٥ - ت) في المعادلة الثانية.

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الثانية} \quad ١٠٤,٩٥ \text{ ج} + ١٨,٩٥ \text{ ت} &= ٦٩٢٦,٧٥ \\ ١٠٤,٩٥ (١٢٥ - \text{ت}) + ١٨,٩٥ \text{ ت} &= ٦٩٢٦,٧٥ \\ ١٣١١٨,٧٥ - ١٠٤,٩٥ \text{ ت} + ١٨,٩٥ \text{ ت} &= ٦٩٢٦,٧٥ \\ ١٣١١٨,٧٥ - ٨٦ \text{ ت} &= ٦٩٢٦,٧٥ \\ ٨٦ - ٨٦ \text{ ت} &= ٦٩٢٦,٧٥ - ١٣١١٨,٧٥ \\ ٨٦ - ٨٦ \text{ ت} &= -٦١٩٢ \\ \text{ت} &= ٧٢ \end{aligned}$$

الخطوة ٣: عوض عن ت بـ (٧٢) في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ج.

$$\begin{aligned} \text{ج} + \text{ت} &= ١٢٥ \quad \text{المعادلة الأولى} \\ \text{ج} + ٧٢ &= ١٢٥ \quad \text{عوض عن ت بـ (٧٢)} \\ \text{ج} &= ٥٣ \quad \text{اطرح ٧٢ من كلا الطرفين} \end{aligned}$$

إذن باع المتجر ٥٣ جهاز تسجيل، ٧٢ سماعة.

(٤) **هندسة:** إذا كان مجموع قياسي الزاويتين S ، V يساوي 180° ، وقياس الزاوية S يزيد بمقدار 24° على قياس الزاوية V ، فأجب عما يأتي:

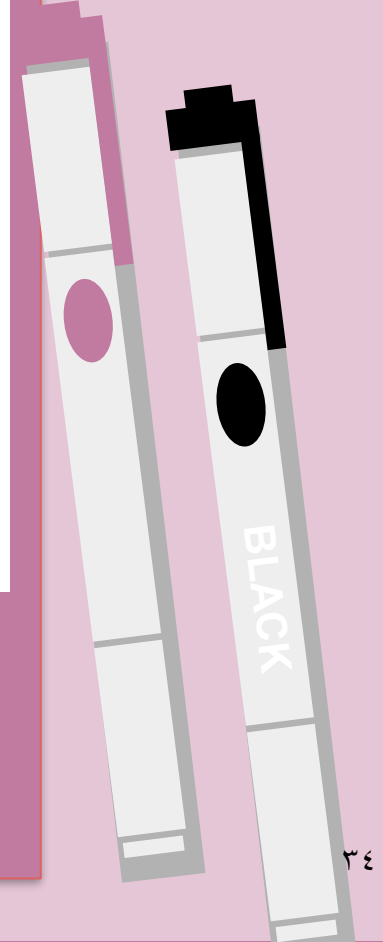
(أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

(ب) أوجد قياس كل زاوية.

مهارات تفكير عليا

(٢٣) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟

(أ) $ص - ٣س = ٤$	(ج) $ص = ٥س + ١$
(ب) $٨ = ٢ص - ٣س$	(د) $١ = ٣س + ص$
$٨ - ٢ص = ٣س$	$١٠ = ٤س + ص$
$٩ + ٤ص = ٢س$	$٣ - ص = ٣س$



الواجب المنزلي



حل نظام من معادلتين
خطيتين باستعمال
الحذف بالجمع أو
بالطرح

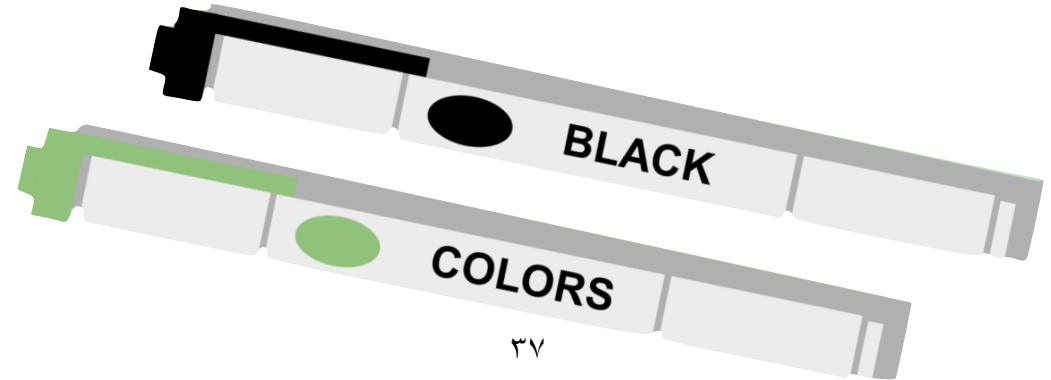


والآن

- ١ / أحل نظاما منه معادلتيه باستعمال طريقة الحذف بالجمعة
- ٢ / أحل نظاما منه معادلتيه باستعمال طريقة الحذف بالطرح

فيما سبق

درست حل نظام منه
معادلتيه بالتعويض





لماذا؟

يزيد عدد الأشهر (أ) التي ترتفع فيها درجة الحرارة العظمى في مدينة الرياض على 30°C بمقدار شهرين على عدد الأشهر (ب) التي تنخفض فيها عن 30°C . ويمثل النظام الآتي هذا الموقف:

$$A + B = 12$$

$$A - B = 2$$

الحذف باستعمال الجمع: إذا جمعت هاتين المعادلتين فسوف يتم حذف المتغير (ب)، وتسمى طريقة الجمع أو الطرح في حل النظام **الحذف**.

مفهوم أساسي	الحل بالحذف
أضف إلى مطويتك	
الخطوة ١:	اكتب النظام على أن يكون الحدان المتشابهان اللذان معامل أحدهما معكوس للآخر أو مساوٍ له بعضهما فوق بعض.
الخطوة ٢:	اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.
الخطوة ٣:	عوض القيمة الناتجة في الخطوة ٢ في إحدى المعادلتين وحلها لإيجاد المتغير الثاني، واكتب الحل كزوج مرتب.

مثال ١: الحذف باستعمال الجمع

استعمل الحذف لحل النظام:

$$٤س + ٦ص = ٣٢$$

$$٣س - ٦ص = ٣ \quad \leftarrow \text{الخطوة ١: كلا معاملي ٦ ص، -٦ ص معكوس للآخر}$$

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين.

$$٣٢ = ٤س + ٦ص$$

$$٣س - ٦ص = ٣ (+)$$

$$٣٥ = ٧س$$

$$\frac{٣٥}{٧} = \frac{٧س}{٧}$$

$$٥ = س$$

الخطوة ٣: عوّض عن س بـ ٥ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

المعادلة الأولى

$$٣٢ = ٤س + ٦ص$$

عوض عن س بـ ٥

$$٣٢ = ٤(٥) + ٦ص$$

اضرب

$$٣٢ = ٢٠ + ٦ص$$

اطرح ٢٠ من كلا الطرفين

$$٢٠ - ٣٢ = ٢٠ - ٢٠ - ٦ص$$

بسّط

$$١٢ = ٦ص$$

اقسم كلا الطرفين على ٦

$$\frac{١٢}{٦} = \frac{٦ص}{٦}$$

بسّط

$$٢ = ص$$

إذن الحل هو (٢، ٥).

تحقق من فهمك

$$(أ) \quad ٤س - ٣ص = ٣$$

$$٥س - ٥ص = ٥$$

$$(ب) \quad ٢٢ = ٣س + ٤ص$$

$$١٤ = ٣س - ٤ص$$

تحقق من فهمك

٢) أوجد العددين اللذين مجموعهما يساوي -١٠، وسالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي ٢.

مثال ٢: كتابة نظام من معادلتين

عدنان، سالب ثلاثة أمثال الأول مضافاً إليه خمسة أمثال الثاني يساوي -١١، وثلاثة أمثال الأول مضافاً إليه سبعة أمثال الثاني يساوي ١. فما العددين؟

سالب ثلاثة أمثال العدد الأول زائد خمسة أمثال العدد الثاني يساوي -١١.

$$-3س + 5ص = -11$$

ثلاثة أمثال العدد الأول زائد سبعة أمثال العدد الثاني يساوي ١.

$$3س + 7ص = 1$$

الخطوات ١، ٢: اكتب المعادلتين رأسياً، ثم اجمعهما.

$$-3س + 5ص = -11$$

$$+ 3س + 7ص = 1$$

$$12ص = 12$$

$$\frac{12ص}{12} = \frac{12}{12}$$

$$ص = 1$$

حذف المتغير الأول س.

اقسم كلا الطرفين على ١٢

بسط.

الخطوة ٣: عوض عن ص بـ ١ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة س.

$$-3س + 7ص = -11$$

$$-3س + 7(1) = -11$$

$$-3س + (7-) = -11$$

$$3س + (7-) + 1- = 7 + 1- = 7 + (-1) = 6$$

$$3س = 6$$

$$\frac{3س}{3} = \frac{6}{3}$$

$$س = 2$$

العددين هما ٢، ١.

تحقق:

$$-3س + 5ص = -11$$

$$-3(-2) + 5(1) = 6 + 5 = 11$$

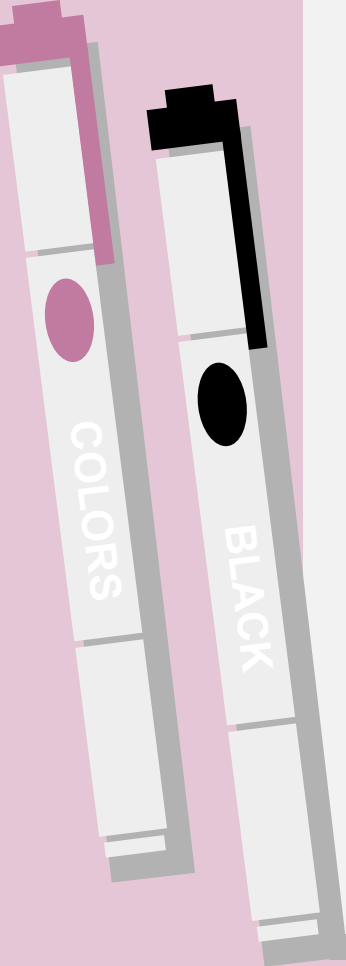
$$11 = 11$$

$$-3س + 7ص = 1$$

$$-3(-2) + 7(1) = 6 + 7 = 13$$

$$13 = 13$$

٤) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٤، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢؟



مثال ٣ : من اختبار

حل النظام:

$$٦ = ٢ + ر٥$$

$$٢٢ = ٢ + ر٩$$

(أ) $(١٥, -٧)$ (ب) $(٧, \frac{٨}{٩})$ (ج) $(٤, -٧)$ (د) $(٤, -\frac{٢}{٥})$

اقرأ الفقرة:

بما أن كلتا المعادلتين تشتمل على ٢ ت، فيمكن حل النظام بالحذف باستعمال الطرح.

حل الفقرة:

الخطوة ١: اطرح المعادلتين.

$$٦ = ٢ + ر٥$$

$$٢٢ = ٢ + ر٩ (-)$$

$$١٦ = -٤ر$$

$$٤ = ر$$

الخطوة ٢: عوّض عن ر بـ ٤ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ت.

$$٦ = ٢ + ر٥$$

$$٦ = ٢ + (٤)٥$$

$$٦ = ٢ + ٢٠$$

$$٢٠ - ٦ = ٢٠ - ٢$$

$$١٤ = ٢ت$$

$$٧ = ت$$

فيكون الحل $(٤, -٧)$ ، والإجابة الصحيحة هي ج.

تحقق من فهمك

٣) حل النظام:

$$١١ = ٣ + ج٨$$

$$٧ = ٧ + ج٨$$

(أ) $(١, -١)$ (ب) $(٧٥, -١)$ (ج) $(٧٥, ١)$ (د) $(٥, ١, ١)$

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$\begin{array}{lll} (1) & 5m - b = 7 & (2) \quad 8s + 5v = 38 \\ & & (3) \quad 7f + 3j = -6 \\ & 7m - b = 11 & 8s + 2v = 4 \\ & & 7f - 2j = -31 \end{array}$$

مثال ٤ : من واقع الحياة

وضائف: يعمل كل من عبدالعزيز وعبدالرحمن في متجر، فيحصل عبدالعزيز على ٨,٥ ريالاً في الساعة، وعبدالرحمن على ٧,٥ ريالاً في الساعة، وبلغ مجموع ما حصلوا عليه خلال يومين ٢٩٩,٥ ريالاً، وفي اليومين التاليين ضاعف عبدالرحمن عدد ساعات عمله فحصل على ٤١٢ ريالاً، فما عدد الساعات التي عملها كل منهما في اليومين الأولين؟



وزارة التعليم
Ministry of Education
٢٠٢١ - ١٤٤٣

افهم: أنت تعلم مقدار ما يحصل عليه كل منهما في الساعة ومجموع ما حصلوا عليه معاً.

نريد معرفة عدد الساعات التي عملها كل منهما في اليومين الأولين.

خطط: افترض أن جـ = عدد ساعات عمل عبدالعزيز ، د = عدد ساعات عمل عبدالرحمن.

أجرة عبدالعزيز	زائد	أجرة عبدالرحمن	تساوي	أجرة عبدالعزيز
٨,٥ جـ	+	٧,٥ د	=	٢٩٩,٥ ريالاً
أجرة عبدالعزيز	زائد	أجرة عبدالرحمن	تساوي	أجرة عبدالعزيز
٨,٥ جـ	+	١٤ د	=	٤١٢ ريالاً

حل: اطرح المعادلتين للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة الناتجة في المتغير الآخر.

$$\begin{array}{r} ٨,٥ جـ + ٧,٥ د = ٢٩٩,٥ \\ ٨,٥ جـ + ١٤ د = ٤١٢ \\ \hline ٨,٥ جـ + ٧,٥ د = ٢٩٩,٥ \\ ٨,٥ جـ + ١٤ د = ٤١٢ \\ \hline (-) \quad ٨,٥ جـ + ١٥ د = ١١٢ \end{array}$$

بسط.

اطرح لحذف المتغير جـ.

اقسم كلا الطرفين على -٧,٥.

بسط.

والآن عوض عن د بـ ١٥ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة جـ.

$$٨,٥ جـ + ٧,٥ د = ٢٩٩,٥$$

$$٨,٥ جـ + ١٠٥ = ٢٩٩,٥$$

$$٨,٥ جـ = ١١٢,٥$$

$$٨,٥ جـ = ١٨٧$$

$$جـ = ٢٢$$

تحقق: عوض كلا المتغيرين في المعادلة الأخرى للتأكد من صحة الحل.

$$٨,٥ جـ + ١٤ د = ٤١٢ \quad \text{فإن } ٨,٥ (٢٢) + ١٤ (١٥) = ٤١٢$$

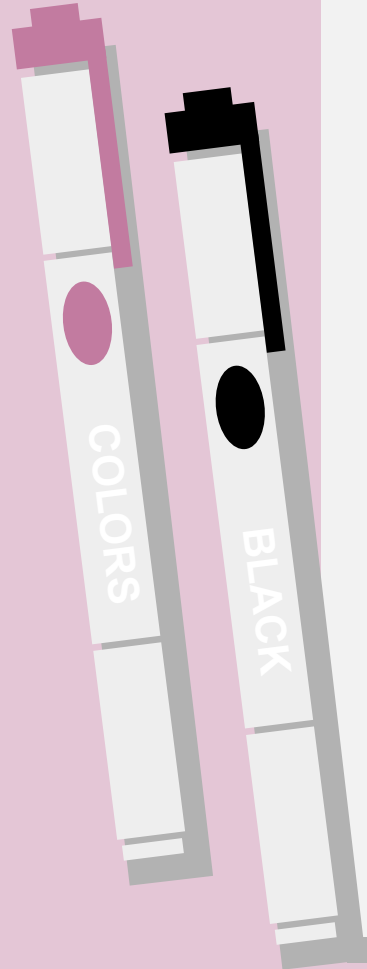
وعليه ففي اليومين الأولين عمل عبدالعزيز ٢٢ ساعة، وعبدالرحمن ١٥ ساعة.

تحقق من فهمك

(٤) **حفلات:** أقام مسفر ومحمود حفلاً بمناسبة نجاحهما، فإذا كان عدد الأصدقاء الذين دعاهم مسفر يقل بـ ٥ عن الذين دعاهم محمود، وكان مجموع الأصدقاء المدعوين ٤٧، فكم شخصاً دعا كل منهما؟

(٥) **طلاب:** يزيد عدد طلاب المرحلة الابتدائية في مدينة ما على عدد طلاب المرحلة المتوسطة بـ ١٨ ألف طالب. فإذا علمت أن عدد الطلاب في المرحلتين ٤٤ ألف طالب، فما عدد الطلاب في كل مرحلة؟

ru of Education



مهارات تفكير عليا

(٢٤) **اكتب:** بين متى يكون من المفيد استعمال الحذف لحل نظام من معادلتين.

(٢٦) ما حل نظام المعادلتين الآتيتين؟

$$س + ٤ص = ١$$

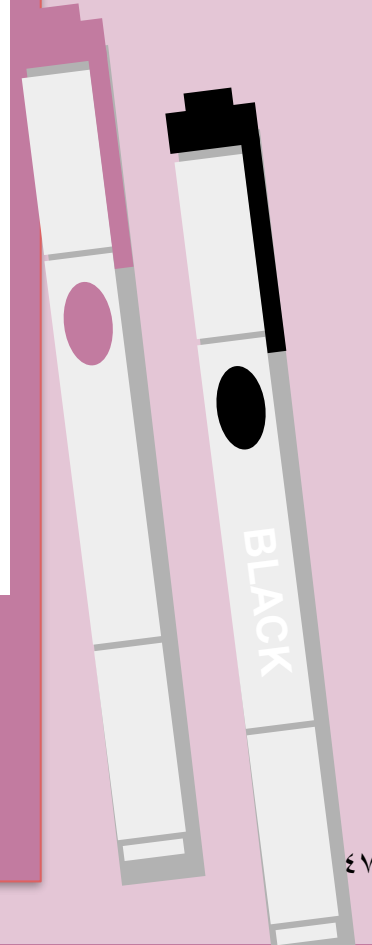
$$٢س - ٣ص = ٩$$

(ج) ليس له حل

(أ) (٠، ١)

(د) يوجد عدد لانتهائي من الحلول

(ب) (١، ٣-)



الواجب المنزلي



حل نظام من معادلتين خطيتين باستعمال الحذف بالضرب

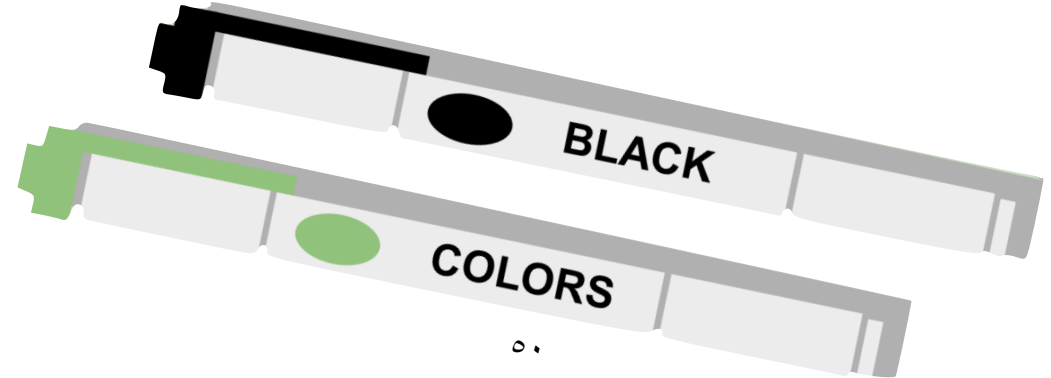


والآن

- ١/ أحل نظاماً من معادلتين بالحدف باستعمال الضرب
- ٢/ أحل مسائل من واقع الحياة تتضمن أنظمة من معادلتين

فيما سبق

درست حل نظام من
معادلتين بالحدف باستعمال
الجمع أو الطرح





الملاحظة:
 باعت مكتبة ٧٠ قلمًا بمبلغ ٢٦٠ ريالاً. وبناءً على القائمة أدناه
 يمكن كتابة المعادلتين الآتيتين لإيجاد عدد الأقلام المباعة من
 كل نوع:

قلم حبر	٤ ريالات
قلم رصاص	٢ ريالان

$٧٠ = \text{س} + \text{ص}$
 $٢٦٠ = ٤\text{ص} + ٢\text{س}$

الحذف باستعمال الضرب: لا يمكن حذف أي من المتغيرين
 بالجمع أو الطرح في النظام أعلاه، إلا أنه يمكن حذف أحد
 المتغيرين باستعمال الضرب في مثل هذه الحالة.

مفهوم أساسي

الحل بالحذف

الخطوة ١: اضرب إحدى المعادلتين على الأقل في عدد ثابت للحصول على معادلتين فيهما
 حدان أحدهما معكوس للآخر.

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

الخطوة ٣: عوّض عن قيمة المتغير الناتجة في الخطوة (٢) في إحدى المعادلتين، وحلها لإيجاد
 قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال ١: ضرب معادله لحذف أحد المتغيرين

استعمل الحذف لحل النظام:

$$٥س + ٦ص = ٨$$

$$٢س + ٣ص = ٥$$

الخطوات ١ و ٢: $٥س + ٦ص = ٨$

$$٥س + ٣ص = ٥$$

اضرب كل حد في (٢-)

$$٥س + ٦ص = ٨$$

$$١٠س - ٤ص = ١٠$$

اجمع
حذف ص

$$٢ =$$

المعادلة الثانية

عوض عن س بـ ٢

بسط

اطرح ٤ من كلا الطرفين

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$٥س + ٣ص = ٥$$

$$٥س + ٦ص = ٨$$

$$٥س + ٣ص = ٥$$

$$٩ص = ٣$$

$$٣ص = ٣$$

الحل هو (٢، ٣).

تحقق من فهمك

$$١٠س - ٢ص = ١٠$$

$$٣س - ٧ص = ١٩$$

$$١٣ = ٩ر + ك$$

$$٤- = ٣ر + ٢ك$$

تحقق من فهمك

$$\begin{aligned} (أ) \quad 5س - 3ص &= 6 \\ 2س + 5ص &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ب) \quad 6أ + 2ب &= 2 \\ 4أ + 3ب &= 8 \end{aligned}$$

مثال ٢: ضرب كلتا المعادلتين لحذف أحد المتغيرين

حل النظام الآتي مستعملًا الحذف:

$$\begin{aligned} 4س + 2ص &= 8 \\ 3س + 3ص &= 9 \end{aligned}$$

الطريقة ١: حذف المتغير س.

$$\begin{aligned} 4س + 2ص &= 8 \\ 3س + 3ص &= 9 \end{aligned}$$

اجمع

$$\begin{aligned} 4س + 2ص &= 8 \\ 3س + 3ص &= 9 \\ \hline 1س - ص &= -1 \end{aligned}$$

تم حذف المتغير س

اقسم كلا الطرفين على -١

$$\frac{1س - ص}{-1} = \frac{-1}{-1}$$

بسط

$$ص = 1$$

الآن عوض عن ص بد في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة س.

$$\begin{aligned} 4س + 2ص &= 8 \\ 3س + 3ص &= 9 \\ 4س + 2(1) &= 8 \\ 4س + 2 &= 8 \\ 4س &= 8 - 2 \\ 4س &= 6 \\ س &= \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

المعادلة الثانية

عوض عن ص بد

بسط

اطرح ٢ من كلا الطرفين

اقسم كل طرف على ٤

الحل (٣/٢، ١)

الطريقة ٢: حذف المتغير ص.

$$\begin{aligned} 4س + 2ص &= 8 \\ 3س + 3ص &= 9 \end{aligned}$$

اجمع

$$\begin{aligned} 4س + 2ص &= 8 \\ 3س + 3ص &= 9 \\ \hline 1س - ص &= -1 \end{aligned}$$

تم حذف المتغير ص

اقسم كلا الطرفين على -١

$$\frac{1س - ص}{-1} = \frac{-1}{-1}$$

بسط

$$ص = 1$$

والآن عوض عن س بد في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

$$\begin{aligned} 4س + 2ص &= 8 \\ 3س + 3ص &= 9 \\ 4س + 2(1) &= 8 \\ 4س + 2 &= 8 \\ 4س &= 8 - 2 \\ 4س &= 6 \\ س &= \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

المعادلة الثانية

عوض عن س بد

بسط

اطرح ٢ من كلا الطرفين، ثم بسط

اقسم كلا الطرفين على ٤

بسط

الحل هو (٣/٢، ١) ويتطابق مع الحل الذي حصلنا عليه بالطريقة الأولى.

تحقق: عوض عن س بد (١)، وعن ص بد ٢ في المعادلة الأولى

$$\begin{aligned} 4س + 2ص &= 8 \\ 3س + 3ص &= 9 \\ 4(1) + 2(2) &= 8 \\ 4 + 4 &= 8 \\ 8 &= 8 \end{aligned}$$

المعادلة الأصلية

عوض عن (س، ص) بد (١، ٢).

اضرب

اجمع

حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا الحذف:

$$(3) \quad 4s + 2v = 14$$

$$(2) \quad 2s + 7v = 1$$

$$(1) \quad 2s - v = 4$$

$$5s + 3v = 17$$

$$s + 5v = 2$$

$$7s + 3v = 27$$



مثال ٣: من واقع الحياة

طيران: تطير طائرة في اتجاه الرياح بمعدل ٥٢٠ ميلاً في ٤ ساعات، وفي رحلة العودة تستغرق ٥ ساعات لتقطع المسافة نفسها، أوجد سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.

ليكن أ = معدل سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.
و = معدل سرعة الرياح.

السرعة	الزمن	المسافة ف	السرعة × الزمن = ف
أ + و	٤	٥٢٠	$٥٢٠ = ٤ \times (أ + و)$
أ - و	٥	٥٢٠	$٥٢٠ = ٥ \times (أ - و)$

فتكون المعادلتان هما: $٤ + أ = ٥٢٠$ و $٥ - أ = ٥٢٠$.

$$\begin{array}{rcl}
 ٤ + أ = ٥٢٠ & \text{اضرب في ٥} & ٤٠ + ٥أ = ٢٦٠٠ \\
 ٥ - أ = ٥٢٠ & \text{اضرب في ٤} & ٢٠ - ٤أ = ٢٠٨٠ \\
 \hline
 ٤٠ & & ٤٦٨٠ \\
 \hline
 ٤٠ & & ٤٦٨٠ \\
 \hline
 ١١٧ = أ & &
 \end{array}$$

اجمع
حذف المتغير و
اقسم كلا الطرفين على ٤٠
بسط

وبذلك يكون معدل سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة ١١٧ ميلاً في الساعة.

تحقق من فهمك

٣) زورق: يقطع زورق ٤ أميال في الساعة في اتجاه التيار، ويستغرق في رحلة العودة ١,٥ ساعة، أوجد معدل سرعة القارب في المياه الساكنة.

(٤) **صيد:** يقطع قارب صيد مسافة ١٠ أميال في ٣٠ دقيقة في اتجاه مجرى النهر، إلا أنه يقطع المسافة نفسها في رحلة العودة في ٤٠ دقيقة، أوجد معدل سرعته في المياه الساكنة بوحدة ميل/ساعة.

وزارة التعلّم
Ministry of Education

مهارات تفكير عليا

(٢٠) **اكتشف الخطأ:** حُل كل من سعيد وحسين نظامًا من معادلتين، فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

حسين

$$١١ = ٧ + ٢ر$$

$$٧ - = ٩ - ٢ر$$

$$١٨ = ر$$

$$١١ = ٧ + ٢ر$$

$$١١ = ٧ + (١٨)٢$$

$$١١ = ٧ + ٣٦$$

$$٢٥ - = ٧$$

$$\frac{٢٥}{٧} - = \frac{٧}{٧}$$

$$٣,٦ - = ٧$$

الحل (٣,٦-، ١٨).

السعيد

$$١١ = ٧ + ٢ر$$

$$٧ - = ٩ - ر$$

$$١١ = ٧ + ٢ر$$

$$١٤ - = ١٨ - ٢ر$$

$$٢٥ = ٢٥$$

$$١ = ٧$$

$$١١ = ٧ + ٢ر$$

$$١١ = (١)٧ + ٢ر$$

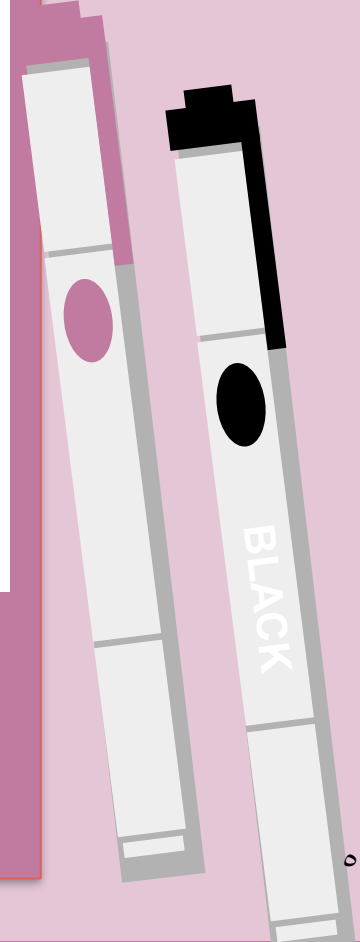
$$١١ = ٧ + ٢ر$$

$$٤ = ٢ر$$

$$\frac{٤}{٢} = \frac{٢ر}{٢}$$

$$٢ = ر$$

الحل (١,٢)



الواجب المنزلي



تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

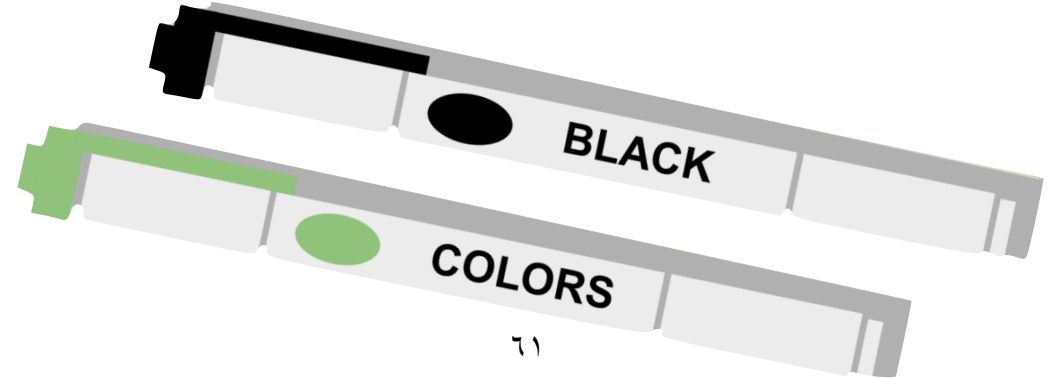


والآن

- ١/ احدد أفضل الطرق لحل نظام مع معادلتين
- ٢/ احل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية

فيما سبق

درست حل نظام مع
معادلتين بالتعويض أو
بالحذف



www.ien.edu.sa



المادة ٩

قطع أحمد في طوافه حول الكعبة وسعيه بين الصفا والمروة أثناء أدائه العمرة مسافة ٣١٠٠ مترًا تقريبًا، وكانت مسافة طوافه كاملة مساوية لمسافة أحد أشواط السعي.

يعبر عن المسافة التي قطعها أحمد في طوافه وسعيه بالمعادلة: $s + ص = ٣١٠٠$ ، ويعبر عن العلاقة بين مسافة الطواف ومسافة السعي بالمعادلة $ص = \frac{1}{٧} s$ حيث s تمثل مسافة السعي، $ص$ مسافة الطواف.

يمكنك حل هذا النظام لإيجاد المسافة التي قطعها في كل من السعي، والطواف.

تحديد أفضل طريقة: تعلمت سابقًا خمس طرائق لحل أنظمة المعادلات الخطية، والجدول أدناه يبين أفضل حالة لاستعمال كل منها.

مطوياتك	حل نظام مكون من معادلتين خطيتين	مفهوم أساسي
أفضل حالة لاستعمالها	الطريقة	
لتنظيم الحلول؛ فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلاً دقيقاً.	التمثيل البياني	
إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو -١.	التعويض	
إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوساً جمعياً للآخر.	الحذف باستعمال الجمع	
إذا كان معامل أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين.	الحذف باستعمال الطرح	
إذا لم يكن أي من المعاملات (١) أو (-١)، وليس من السهل التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما.	الحذف باستعمال الضرب	

مثال ١: اختيار افضل طريقة

حدّد أفضل طريقة لحل النظام الآتي، ثم حله:

$$\begin{aligned} 4س - 4ص &= 8 \\ 8س + 19ص &= 19 \end{aligned}$$

افهم: لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، انظر إلى معاملي كل حد.

خطط: بما أن معاملي كل من المتغيرين س، ص في المعادلتين ليسا متساويين أو متعاكسين، إذن لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين، وبما أن معامل ص في المعادلة الثانية هو (١) إذن يمكنك استعمال التعويض.

حل: حل المعادلة الثانية بالنسبة إلى ص أولاً.

$$8س + 19ص = 19 \quad \text{المعادلة الثانية}$$

$$8س + 19ص = 19 \quad \text{أضف ٨ س إلى كلا الطرفين.}$$

$$ص = \frac{19 - 8س}{19} \quad \text{بسط.}$$

والآن، عوض عن المتغير ص في المعادلة الأولى بـ $\frac{19 - 8س}{19}$.

$$4س - 4ص = 8 \quad \text{المعادلة الأولى}$$

$$4س - 4\left(\frac{19 - 8س}{19}\right) = 8 \quad \text{عوض}$$

$$4س - \frac{76 - 32س}{19} = 8 \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$8س - 28 = 76 - 32س \quad \text{بسط.}$$

$$8س - 28 = 76 - 32س \quad \text{أضف ٣٢ س إلى كلا الطرفين}$$

$$40س - 28 = 76 \quad \text{بسط}$$

$$40س = 104 \quad \text{اقسم كلا الطرفين على ٢٨}$$

$$س = 3 \quad \text{بسط}$$

والآن عوض عن المتغير س في المعادلة الثانية بـ ٣.

$$8س + 19ص = 19 \quad \text{المعادلة الثانية}$$

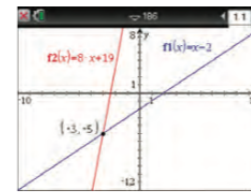
$$8(3) + 19ص = 19 \quad \text{س = ٣}$$

$$24 + 19ص = 19 \quad \text{بسط}$$

$$19ص = -5 \quad \text{س = ٣}$$

$$ص = -\frac{5}{19} \quad \text{س = ٣}$$

تحقق: استعمل الحاسبة البيانية TI-nspire للتحقق من صحة الحل، وإن كانت طريقتك الجبرية في الحل صحيحة، فإن التمثيل البياني للمعادلتين سيتقاطع في النقطة $(3, -\frac{5}{19})$.



تحقق من فهمك

$$(١) \quad 5س + 7ص = 2$$

$$2س - 7ص = 9$$

$$(١ب) \quad 3س - 4ص = 10$$

$$5س + 8ص = 2$$

$$(١ج) \quad س - 3ص = 9$$

$$7س + 3ص = 7$$

$$(١د) \quad 5س - 7ص = 17$$

$$3س + 2ص = 5$$

حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثمّ حلّه:

$$(1) \begin{cases} 2س + 3ص = 11 \\ 3س + 4ص = 11 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3س - 4ص = 5 \\ 4س - 5ص = 4 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 3س + 7ص = 4 \\ 5س - 7ص = 12 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8س - 5ص &= 9 & 2س + 3ص &= 1 \\ 3س - 2ص &= 3 & 5س - 7ص &= 12 \end{aligned}$$



مثال ٢: من واقع الحياة

بطاريق: هناك ١٧ نوعًا من البطاريق في العالم، أكبرها البطريق الإمبراطور، وأصغرها بطريق جالاباجوس، ويبلغ مجموع طولي هذين النوعين ١٦٩ سنتيمترًا، ويزيد طول بطريق الإمبراطور على مثلي طول بطريق جالاباجوس بمقدار ٢٢ سنتيمترًا. أوجد طول كل منهما.

يعبر عن الطول الكلي للنوعين بالمعادلة $ج + ق = ١٦٩$ ؛ حيث $ج$ طول البطريق الإمبراطور، $ق$ طول بطريق جالاباجوس، والآن اكتب معادلة تمثل طول البطريق الإمبراطور.

التعبير اللفظي	طول بطريق الإمبراطور	=	٢٢ سم	زيادة على	مثلي طول جالاباجوس
المتغيرات	ليكن $ج$ = طول الإمبراطور، $ق$ = طول جالاباجوس				
المعادلة	$ج$	=	٢٢	+	٢ ق

أولاً: أعد كتابة المعادلة الثانية:

$$\begin{aligned}
 &ج + ٢٢ = ٢ ق \\
 &ج - ٢ ق = -٢٢ \\
 &\text{والآن، يمكنك استعمال الحذف بالطرح لحل نظام المعادلتين.} \\
 &\begin{array}{r}
 \text{المعادلة الثانية} \quad ج + ٢ ق = ١٦٩ \\
 \text{المعادلة الأولى} \quad ج - ٢ ق = -٢٢ \\
 \hline
 \text{احذف ج.} \quad ٤ ق = ١٩١ \\
 \text{اقسم كلا الطرفين على ٤} \quad ق = ٤٧.٥
 \end{array}
 \end{aligned}$$

والآن، عوض عن $ق$ بـ ٤٧.٥ في إحدى المعادلتين.

$$\begin{aligned}
 &ج + ٢٢ = ٢ ق \\
 &ج + ٢٢ = ٢(٤٧.٥) \\
 &ج + ٢٢ = ١٩١ \\
 &ج = ١٦٩
 \end{aligned}$$

وبذلك يكون طول البطريق الإمبراطور ١٦٩ سم، وطول البطريق جالاباجوس ٤٧.٥ سم.

هل هذا الحل منطقي في سياق المسألة؟

تحقق من ذلك وفق المعطيات، مجموع طولي النوعين $١٦٩ = ٤٧.٥ + ١٢١.٥$ سم، $١٦٩ = ٢(٤٧.٥) + ٢٢$ سم.

تحقق من فهمك

٢) تطوع: تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع. اكتب نظامًا من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوع يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساويًا.

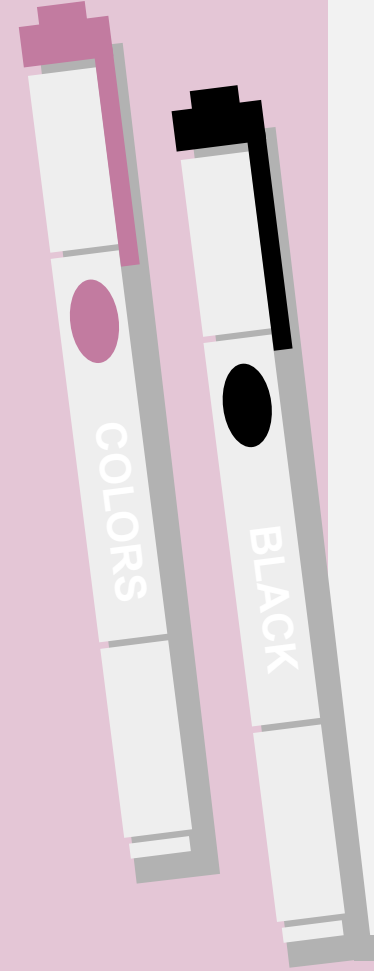
وزارة التعليم
Ministry of Education

(٥) **تسوق:** اشترى عبدالله ٤ كراسات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالاً، واشترى عبدالرحمن كراسة وحقيبتين بمبلغ ٩٤ ريالاً.

(أ) اكتب نظاماً من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

(ب) حدّد أفضل طريقة لحل هذا النظام.

(ج) حل النظام.



مهارات تفكير عليا

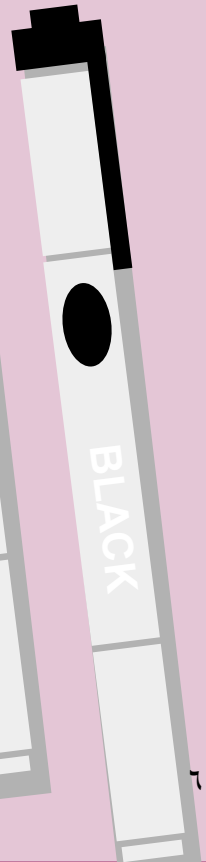
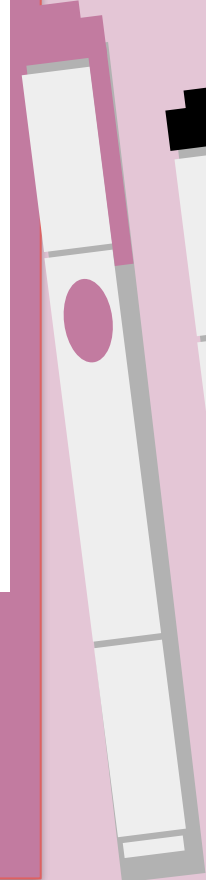
(١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \text{س} - ٤ \\ \frac{\text{ص}}{\text{س}} &= \text{ص} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \text{س} + ١ \\ \text{ص} &= ٣\text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{س} - \text{ص} &= ٣ \\ \text{س} + \frac{١}{٣}\text{ص} &= ١ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\text{س} + \text{ص} &= ٠ \\ ٥\text{س} = ٢\text{ص} \end{aligned}$$



الواجب المنزلي



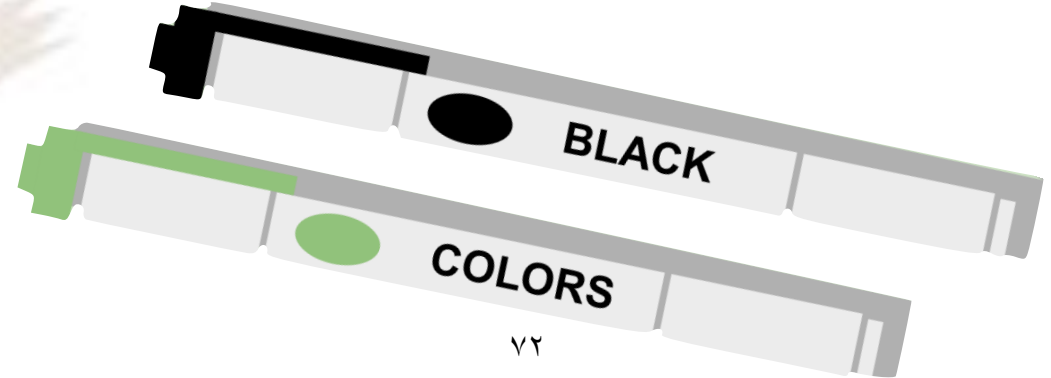
تهيئة فصل كثيرات الحدود

فِيمَا سَبَقَ

درست اجراء العمليات
على العبارات الأسية

والآن

١ / أبسط عبارات تتضمنه
وحيدات الحد
٢ / اجد درجة كثيرة حدود
واكتب كثيرة حدود بالصورة
القياسية



مراجعة سريعة

اكتب العبارة الآتية بالصيغة الأسية:

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 + 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

العدد 5 أساس واستعمل كعامل 4 مرات.

5 أساس واستعمل كعامل 3 مرات.

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 + 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 + 5^3$$

بسمه

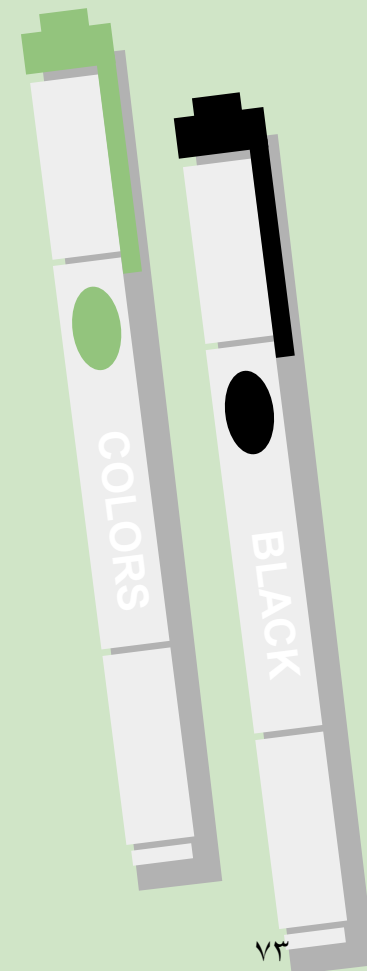
اكتب كل عبارة فيما يأتي بالصيغة الأسية: (مهارة سابقة)

$$(1) 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$(2) 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$$

$$(3) 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

اختبار سريع



مراجعة سريعة

اكتب العبارة الآتية بالصيغة الأسية:

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 + 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

العدد 5 أساس واستعمل كعامل 4 مرات.

5 أساس واستعمل كعامل 3 مرات.

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 + 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 + 5^3$$

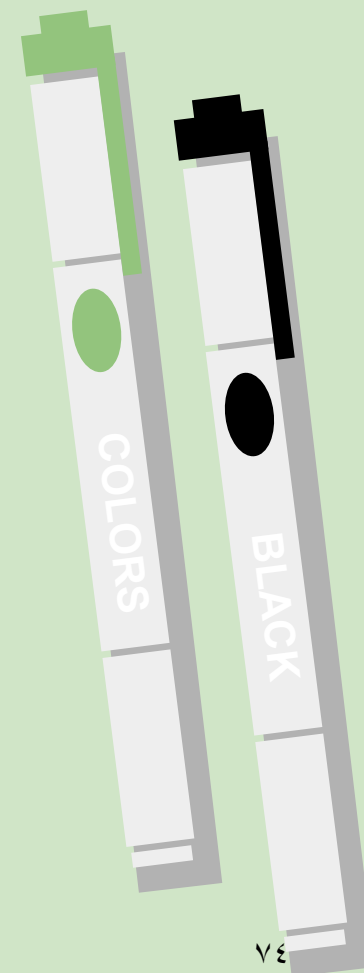
بسمة math

اكتب كل عبارة فيما يأتي بالصيغة الأسية: (مهارة سابقة)

$$(4) \quad \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$(5) \quad \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8}$$

اختبار سريع



مراجعة سريعة

أوجد قيمة $\frac{2}{7} \left(\frac{5}{7} \right)$

$$\frac{2}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{2}{7} \left(\frac{5}{7} \right)$$

$$\frac{20}{49} =$$

اكتب القوى في صورة حاصل ضرب
اضرب

math بسمة

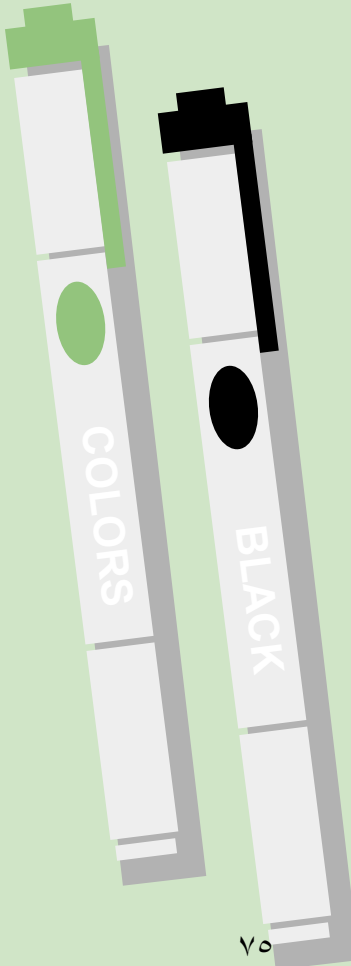
أوجد قيمة كل عبارة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

$$22 (6)$$

$$2(5-) (7)$$

$$23 (8)$$

اختبار سريع



مراجعة سريعة

أوجد قيمة $2\left(\frac{5}{7}\right)$

$$\frac{5}{7} \times \frac{2}{1} = 2\left(\frac{5}{7}\right)$$

$$\frac{10}{7} =$$

اكتب القوى في صورة حاصل ضرب
اضرب

math بسمة

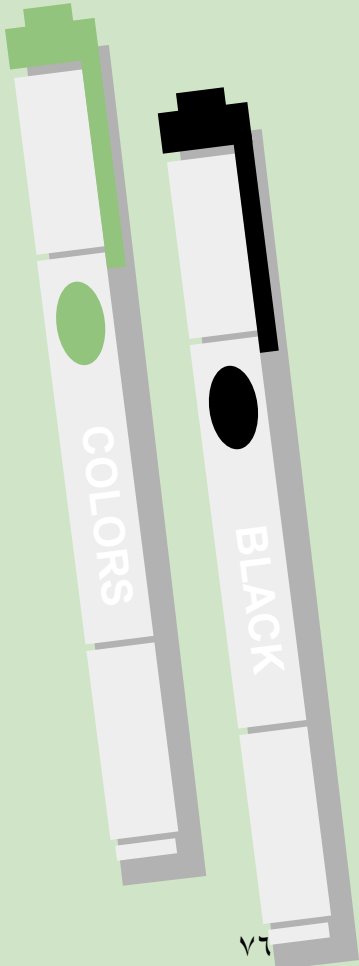
أوجد قيمة كل عبارة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

$$9(4-)^3$$

$$10\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

اختبار سريع



مراجعة سريعة

أوجد قيمة $2\left(\frac{5}{7}\right)$.

$$\frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = 2\left(\frac{5}{7}\right)$$

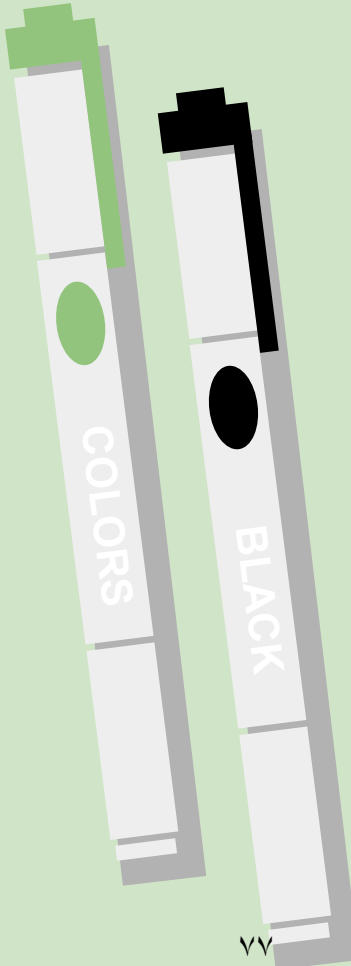
$$\frac{25}{49} =$$

اكتب القوى في صورة حاصل ضرب
اضرب

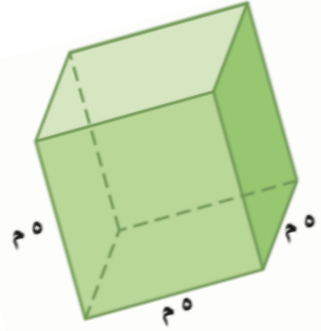
math

(١٢) **مدرسة:** إذا كان احتمال تخمين الإجابة الصحيحة عن ٥ أسئلة من نوع الصواب والخطأ هو $\left(\frac{1}{4}\right)$ ، فعبر عن هذا الاحتمال في صورة كسر اعتيادي دون استعمال الأسس.

اختبار سريع



مراجعة سريعة



أوجد حجم الشكل المجاور.

حجم متوازي المستطيلات

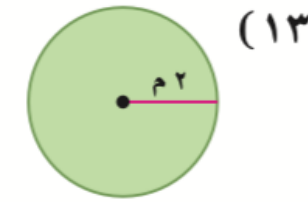
ل = 5، ض = 5، ع = 5

$$ح = ل \times ض \times ع$$

$$125 = 5 \times 5 \times 5 =$$

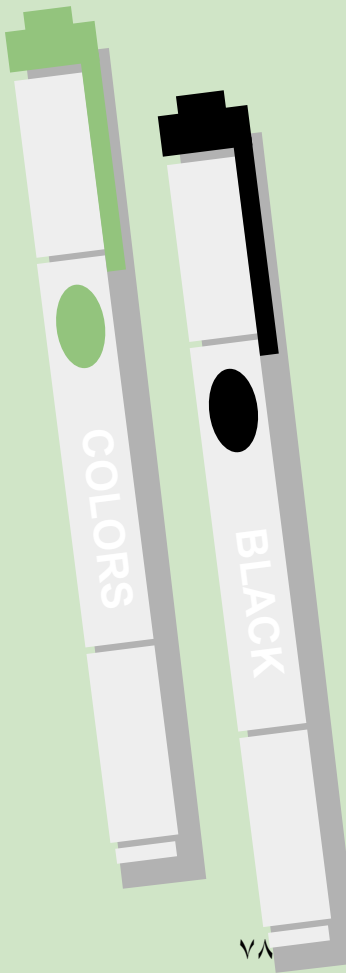
الحجم 125 م³.

أوجد مساحة كل من الشكلين الآتيين: (مهارة سابقة)

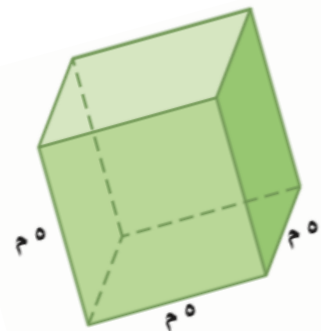


(13)

اختبار سريع



مراجعة سريعة



أوجد حجم الشكل المجاور.

حجم متوازي المستطيلات

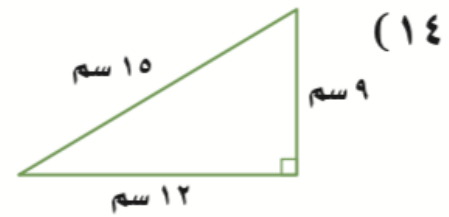
ل = ٥، ض = ٥، ع = ٥

$$ح = ل \times ض \times ع$$

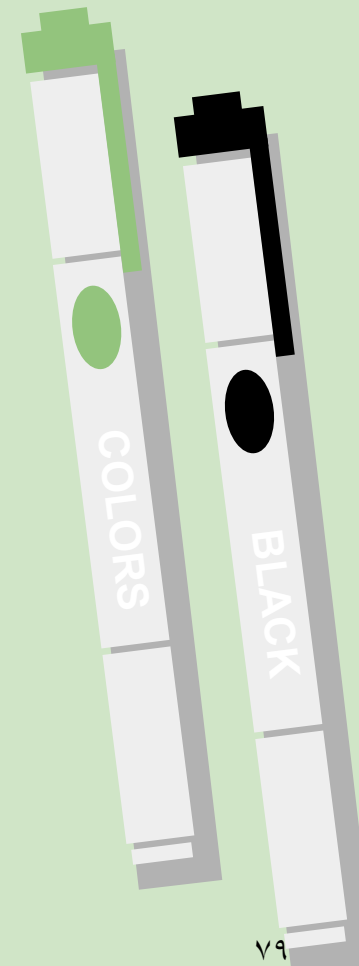
$$١٢٥ = ٥ \times ٥ \times ٥ =$$

الحجم ١٢٥ م^٣.

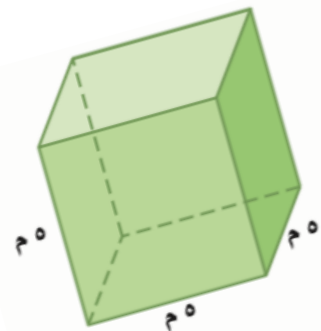
أوجد مساحة كل من الشكلين الآتيين: (مهارة سابقة)



اختبار سريع



مراجعة سريعة



أوجد حجم الشكل المجاور.

حجم متوازي المستطيلات

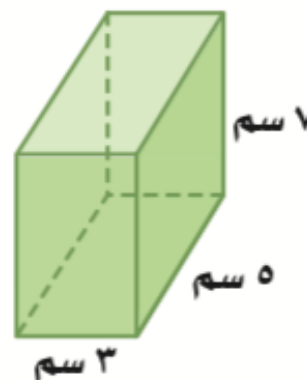
ل = 5، ض = 5، ع = 5

$$ح = ل \times ض \times ع$$

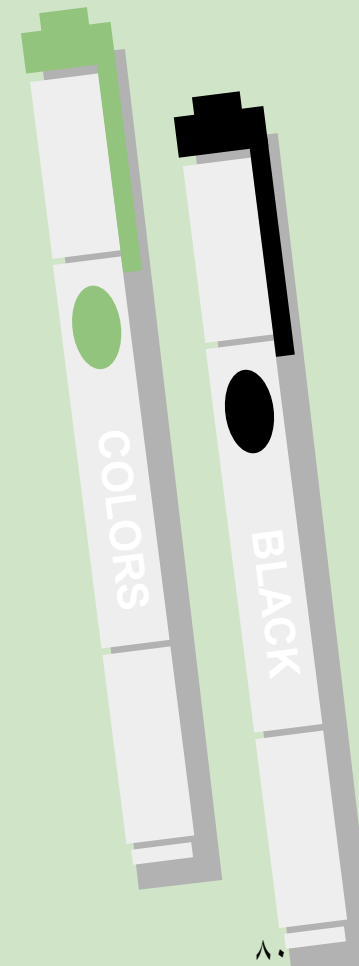
$$125 = 5 \times 5 \times 5 =$$

الحجم 125 م³.

(١٥) أوجد حجم الشكل المجاور.



اختبار سريع



الواجب المنزلي



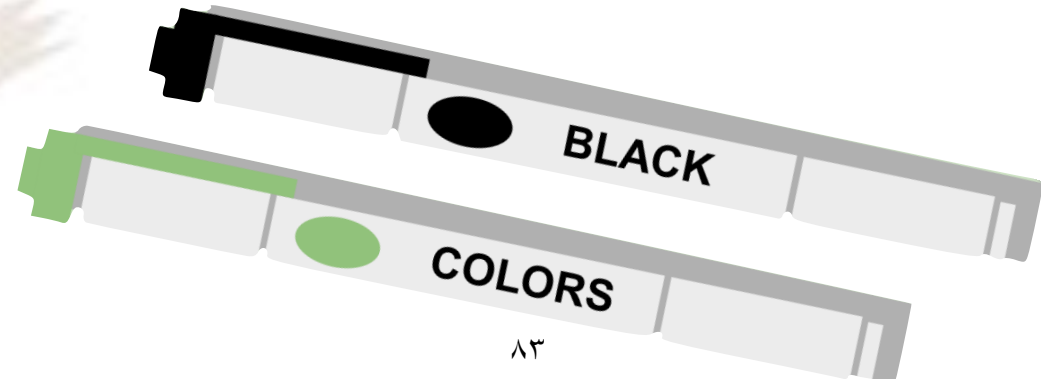
ضرب وحيدات الحد

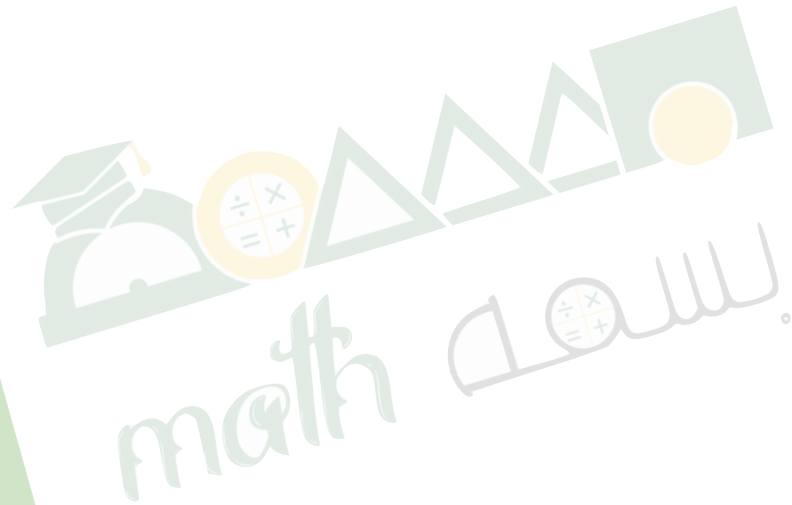
فِيمَا سَبَقَ

درست اجراء العمليات
على العبارات الأسية

والآن

١ / اضرب وحيدات الحد
٢ / ابسط عبارات تتضمنه
وحيدات الحد





www.ien.edu.sa

التمرين ١

تحتوي كثير من الصيغ على وحدات حد، فمثلاً صيغة قوة محرك السيارة بالحصان هي $Q = \left(\frac{C}{334}\right)^3$ ؛ حيث تمثل: Q قوة المحرك بالحصان، C كتلة السيارة بركابها، C سرعتها بعد مسيرها مسافة ربع ميل. من الواضح أن قوة المحرك بالحصان تزداد كلما ازدادت السرعة.

وحدات الحد: تكون **وحدة الحد** عددًا أو متغيرًا أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة. وتتكون من حد واحد فقط.

فمثلاً الحد: $C = \left(\frac{C}{334}\right)^3$ في صيغة حساب قوة محرك السيارة، هو وحدة حد.

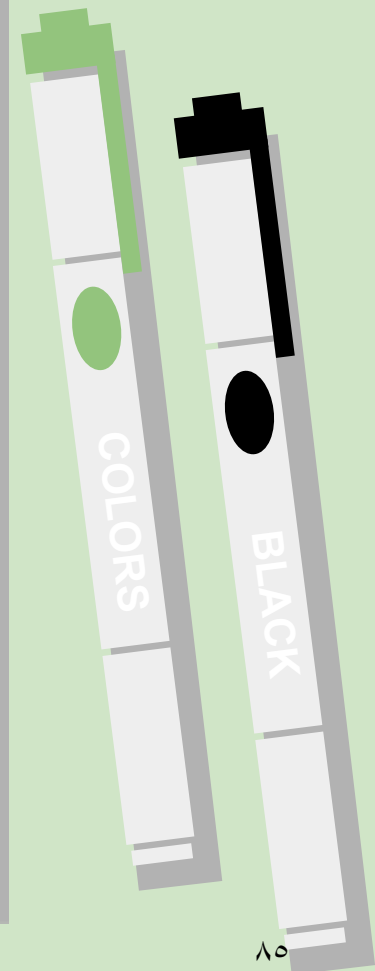
أما العبارة التي تتضمن القسمة على متغير مثل: $\frac{A}{B}$ ، فليست وحدة حد.

الثابت: هو وحدة حد تمثل عددًا حقيقيًا. ووحدة الحد C هي مثال على عبارة خطية؛ لأن أس المتغير C فيها ١، أما وحدة الحد C^2 فليست عبارة خطية؛ لأن الأس عدد موجب أكبر من ١.

مثال ١ : تمييز وحيدات الحد

حدّد إذا كانت العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا"، وفسّر إجابتك:

- | | |
|--------------|--|
| (أ) ١٠ | نعم؛ العدد ١٠ ثابت، لذا فهو وحيدة حد. |
| (ب) $24 + f$ | لا؛ تتضمن هذه العبارة عملية جمع، لذا فهي تحتوي على أكثر من حد. |
| (ج) h^2 | نعم؛ تمثل هذه العبارة حاصل ضرب المتغير في نفسه. |
| (د) l | نعم؛ المتغيرات المنفردة وحيدات حد. |



تحقق من فهمك

١١) $-س + ٥$

١٢) $٣أ - ٢ب + د٢$

١٣) $\frac{س ص ع٢}{٢}$

١٤) $\frac{م ف}{ن}$

تأكد

حدد إذا كانت كل من العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا"، وفسر إجابتك:

$$\frac{5}{3} \text{ جـ}$$

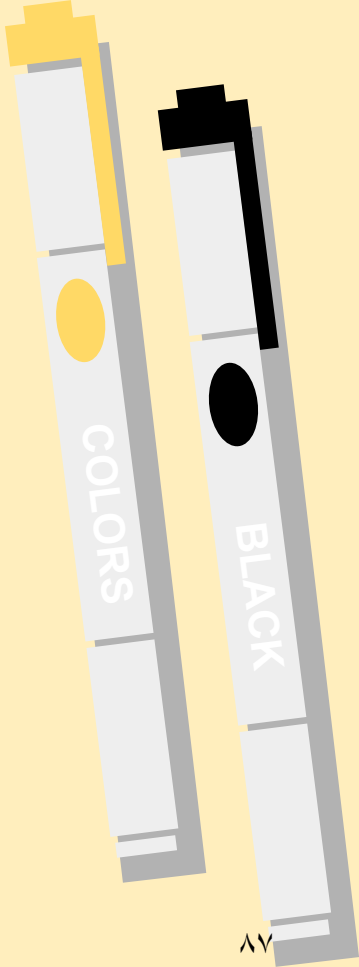
$$(2) 3 - 2 \text{ أ}$$

$$(1) 15$$

$$(6) 9 + 7 \text{ ب}$$

$$(5) \frac{3}{2}$$

$$(4) 15 - 2 \text{ جـ}$$



$$81 = \overbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}^{4 \text{ عوامل}} = \overset{\text{أس}}{\underset{\text{أساس}}{3^4}}$$

ويمكنك إيجاد حاصل ضرب القوى في المثالين الآتين بتطبيق تعريف القوة، انظر نمط الأسس في المثالين الآتين:

$$\overbrace{4 \times 4 \times 4}^{3 \text{ عوامل}} \times \overbrace{4 \times 4}^{2 \text{ عاملان}} = 4^3 \times 4^2$$

$5 = 3 + 2$ عوامل

$$\overbrace{2 \times 2 \times 2}^{3 \text{ عاملان}} \times \overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}^{4 \text{ عوامل}} = 2^3 \times 2^4$$

$7 = 3 + 4$ عوامل

يوضح المثالان السابقان خاصية ضرب القوى.

أضف إلى
مطويتك

مفهوم أساسي
ضرب القوى

التعبير اللفظي: لضرب قوتين لهما الأساس نفسه، اجمع أُسَّيهما.

الرموز: لأي عدد حقيقي أ؛ وأي عددين صحيحين م، ن فإن: $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

أمثلة: $b^3 \times b^5 = b^{3+5} = b^8$ $b^4 \times b^6 = b^{4+6} = b^{10}$

مثال ٢ : ضرب القوى

بسّط كل عبارة مما يأتي:

(أ) $(٦ن^٣)(٢ن^٧)$

$$(٦ن^٣)(٢ن^٧) = (٢ \times ٦)(ن^٣ \times ن^٧)$$

$$= (٢ \times ٦)(ن^{٣+٧})$$

$$= ١٢ن^{١٠}$$

(ب) $(٣هـ^٣)(٤هـ^٣)$

$$(٣هـ^٣)(٤هـ^٣) = (٣ \times ٤)(هـ^٣ \times هـ^٣)$$

$$= (٣ \times ٤)(هـ^{٣+٣})$$

$$= ١٢هـ^٦$$

جَمْعُ المعاملات والمتغيرات

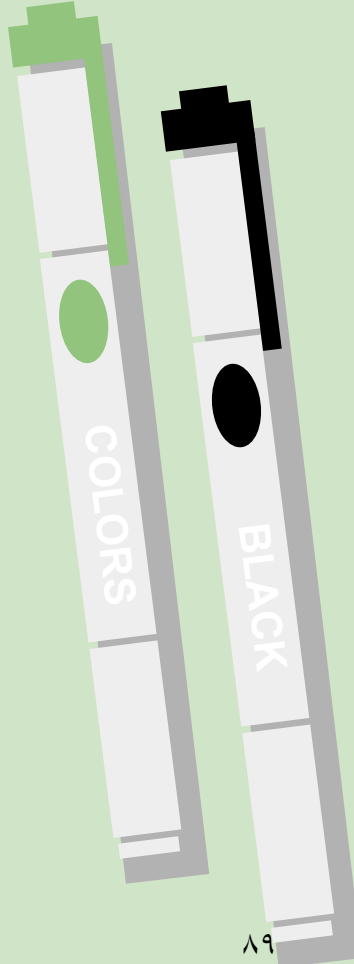
اضرب القوى

بسّط

جَمْعُ المعاملات والمتغيرات

اضرب القوى

بسّط



تحقق من فهمك

١٢) (٣ ص ٤) (٧ ص ٥)

٢ب) (٤ رس ٢ ن ٣) (٦ رس ٥ ن ٢)

تأكد

بسّط كل عبارة مما يأتي:

(٧) $k(k^3)$

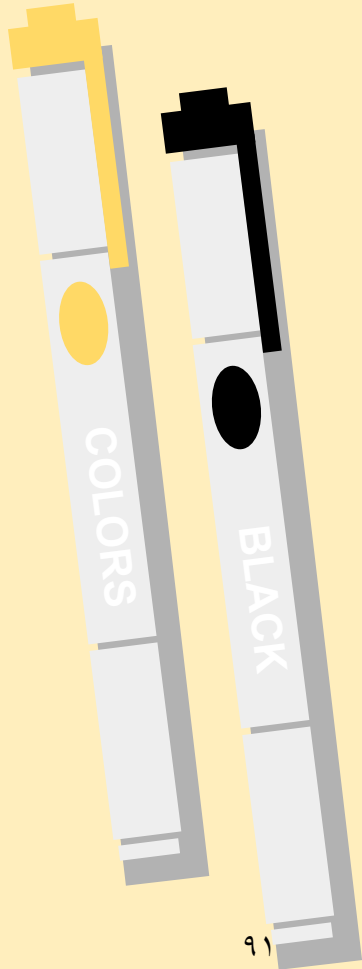
(٨) $m^4(m^2)$

(٩) $2k^2(k^4)^2$

(١٠) $(5m^4f^3)(7m^4f^3)$

(١١) $2[(2^2)^3]^2$

(١٢) $(6s^4)^6$



يمكنك استعمال خاصية ضرب القوى لإيجاد قوة القوة، انظر نمط الأسس في المثالين الآتين:

$$\overbrace{(\textcolor{red}{r}^{\textcolor{blue}{4}})(\textcolor{red}{r}^{\textcolor{blue}{4}})(\textcolor{red}{r}^{\textcolor{blue}{4}})}^{\text{٣ عوامل}} = \textcolor{red}{r}^{\textcolor{blue}{3}}(\textcolor{red}{r}^{\textcolor{blue}{4}})$$

$${}_{\textcolor{red}{r}}^{12} = \textcolor{blue}{4} + \textcolor{blue}{4} + \textcolor{blue}{4} =$$

$$\overbrace{(\textcolor{red}{2}^{\textcolor{blue}{3}})(\textcolor{red}{2}^{\textcolor{blue}{3}})(\textcolor{red}{2}^{\textcolor{blue}{3}})(\textcolor{red}{2}^{\textcolor{blue}{3}})}^{\text{٤ عوامل}} = \textcolor{red}{2}^{\textcolor{blue}{4}}(\textcolor{red}{2}^{\textcolor{blue}{3}})$$

$${}_{\textcolor{red}{2}}^8 = \textcolor{blue}{3} + \textcolor{blue}{3} + \textcolor{blue}{3} + \textcolor{blue}{3} =$$

يوضح المثالان السابقان خاصية قوة القوة.

أضف إلى مطويتك	قوة القوة	مفهوم أساسي
	التعبير اللفظي: لإيجاد قوة القوة، اضرب الأسس. الرموز: لأي عدد حقيقي أ؛ وأي عددين صحيحين م، ن فإن $(\textcolor{blue}{a}^{\textcolor{red}{m}})^{\textcolor{red}{n}} = \textcolor{red}{a}^{\textcolor{blue}{m} \times \textcolor{red}{n}}$ أمثلة: $(\textcolor{red}{3}^{\textcolor{blue}{5}})^{\textcolor{red}{2}} = \textcolor{red}{3}^{\textcolor{blue}{5} \times \textcolor{red}{2}} = \textcolor{red}{3}^{10}$	وزارة التعليم Ministry of Education 2021 - 1443

مثال ٣ : قوة القوة

بسّط العبارة : ${}^4[{}^2({}^3{}_2)]$.

$${}^4({}^2 \times {}^3{}_2) = {}^4[{}^2({}^3{}_2)]$$

$${}^4({}^6{}_2) =$$

$${}^4 \times {}^6{}_2 =$$

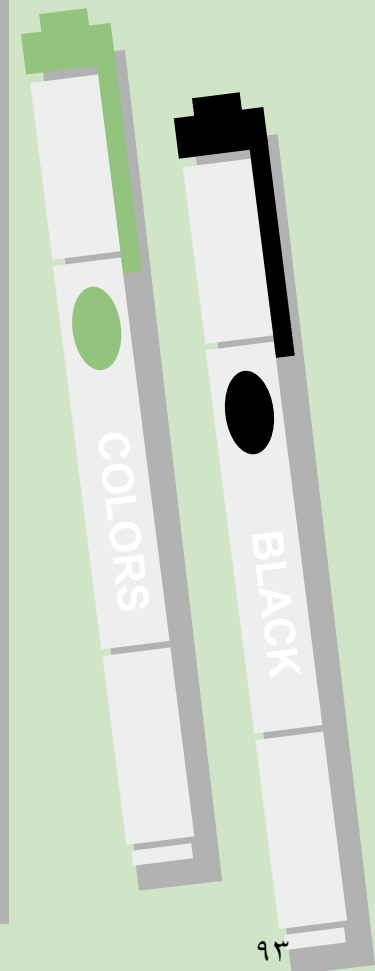
$${}^2{}^4{}_2 = {}^2{}^4{}_2 = 16777216$$

قوة القوة

بسّط

قوة القوة

بسّط



تحقق من فهمك

$${}^4[{}^2({}^2{}_2)]({}^1{}_3)$$

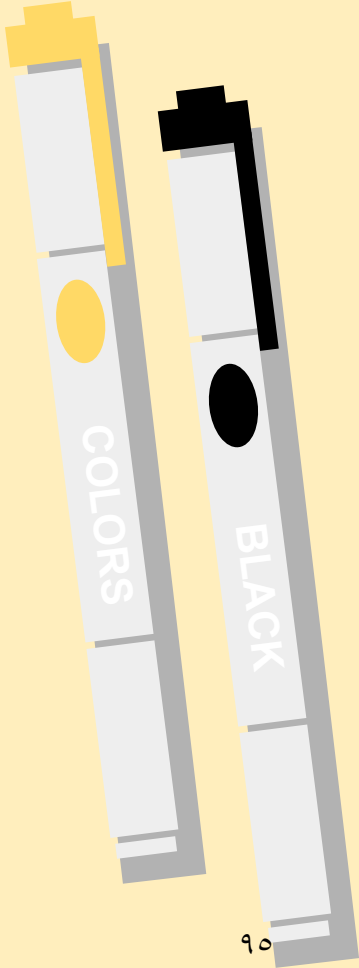
$${}^2[{}^3({}^2{}_3)]({}^3{}_3)$$

تأكد

(١٥) (٤أ٤ب٩ج)٢

(١٤) (٣ب٥ن٦)٤

(١٣) (٢ف٢ج٣هـ)٣



ويمكنك استعمال خاصيتي ضرب القوى، وقوة القوة لإيجاد قوة حاصل الضرب. انظر نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$\begin{array}{l}
 \text{٣ عوامل} \\
 \overbrace{(٢ \text{ ص } ٢)(٢ \text{ ص } ٢)(٢ \text{ ص } ٢)}^{\text{٣ عوامل}} = (٢ \text{ ص } ٢)^٣ \\
 (٢ \times ٢ \times ٢)(٢ \times ٢ \times ٢)(٢ \times ٢ \times ٢) = (٢ \times ٢ \times ٢)^٣ \\
 ٨ \text{ ص } ٢٦ = ٢٦ \text{ ص } ٨
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{٣ عوامل} \\
 \overbrace{(٢ \text{ و } ٢)(٢ \text{ و } ٢)(٢ \text{ و } ٢)}^{\text{٣ عوامل}} = (٢ \text{ و } ٢)^٣ \\
 (٢ \times ٢ \times ٢)(٢ \times ٢ \times ٢)(٢ \times ٢ \times ٢) = (٢ \times ٢ \times ٢)^٣ \\
 ٨ \text{ و } ٢٦ = ٢٦ \text{ و } ٨
 \end{array}$$

ويبين المثالان السابقان خاصية قوة حاصل الضرب.

مفهوم أساسي	قوة حاصل الضرب
التعبير اللفظي:	لإيجاد قوة حاصل الضرب، أوجد قوة كل عامل.
الرموز:	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد صحيح ن، فإن: $(أب)^ن = أ^ن ب^ن$.
مثال:	$(٢-٣ \text{ ص } ٢)^٥ = (٢-٣)^٥ (٢-٣)^٥ = ٣٢ \text{ ص } ٥$.

مثال ٤ : قوة حاصل الضرب



هندسة : عبّر عن مساحة الدائرة على صورة وحيدة حد.

مساحة الدائرة

المساحة = ط نق^٢

عوّض عن نق بـ ٢ ص

$$= ط (٢ ص)^٢$$

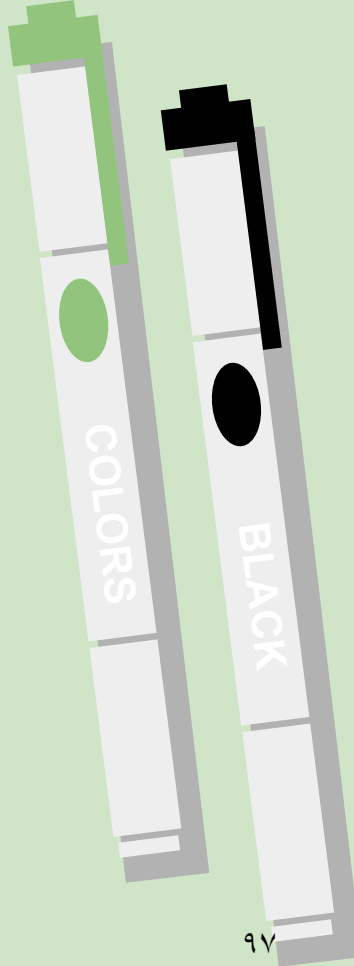
قوة حاصل الضرب

$$= ط (٢٢ ص^٢ ص^٢)$$

بسّط

$$= ٤ ص^٢ ص^٢ ط$$

إذن، مساحة الدائرة تساوي ٤ ص^٢ ص^٢ ط وحدة مربعة.



تحقق من فهمك

١٤) عبّر عن مساحة المربع الذي طول ضلعه ٣ سم ^٢ على صورة وحيدة حد.

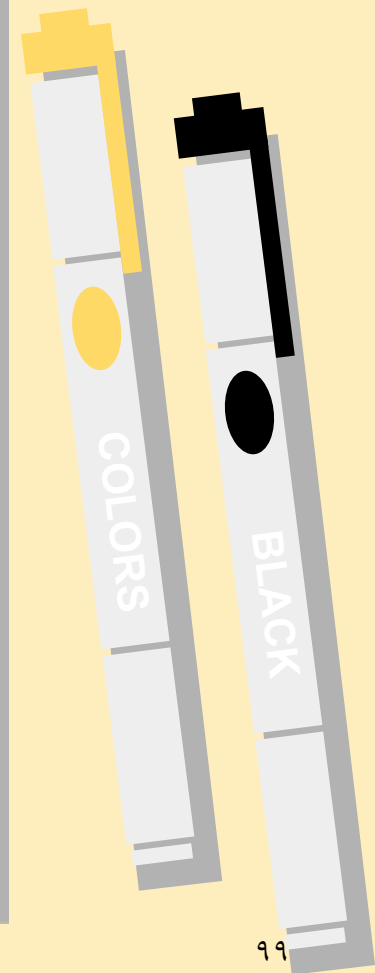
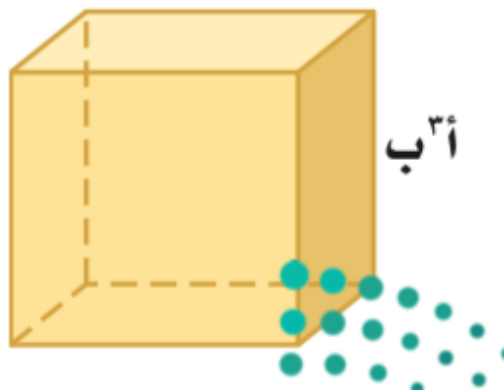
٤ب) عبّر عن مساحة المثلث الذي ارتفاعه ٤ أ وطول قاعدته ٥ ب ^٢ على صورة وحيدة حد.

تأكد

(١٦) **هندسة:** مساحة سطح المكعب هي 6×2 ، حيث 6 مساحة سطحه، 2 طول

أ) عبّر عن مساحة سطح المكعب المجاور على صورة وحيدة حد.

ب) ما مساحة سطح المكعب إذا كان $3 = 2$ ، $4 = 2$



تبسيط العبارات: يمكنك دمج الخصائص واستعمالها في تبسيط عبارات تتضمن وحيدات حد.

أضف إلى
مطويتك

تبسيط العبارات

مفهوم أساسي

لتبسيط عبارة تتضمن وحيدات حد، اكتب عبارة مكافئة لها على أن:

- يظهر كل متغير على صورة أساس مرة واحدة فقط.
- لا تتضمن العبارة قوة قوة.
- تكون جميع الكسور في أبسط صورة.

إرشادات للدراسة

تبسيط العبارات

عند تبسيط عبارات تتضمن أقواساً متداخلة، ابدأ أولاً بالعبارات من الداخل ثم انتقل إلى الخارج.

مثال ٥ : تبسيط العبارات

بسط العبارة : $(3س ص٤)^2 [٢ ص٢ -]^3$.

$$(3س ص٤)^2 [٢ ص٢ -]^3 = (3س ص٤)^2 (٢ ص٢ -)^3$$

قوة القوة

قوة حاصل الضرب

$$(3س ص٤)^2 (٢ ص٢ -)^3 = (3س ص٤)^2 (٢ ص٢ -)^3$$

قوة القوة

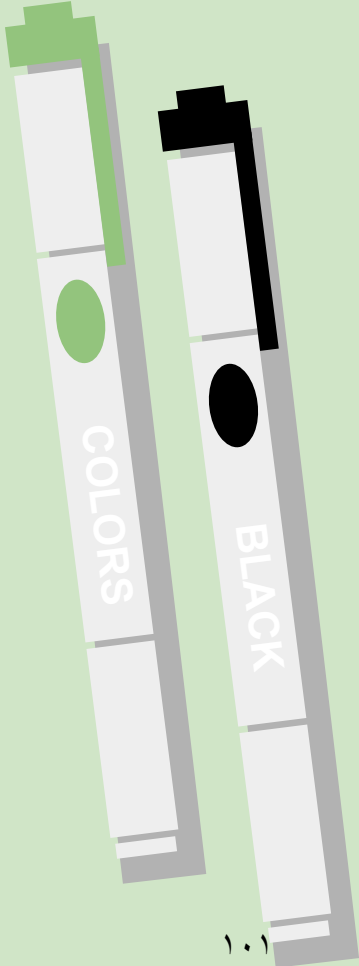
$$= 9س^٢ ص٨ (٦٤) ص٦$$

خاصية الإبدال

$$= 9 (٦٤) س^٢ ص٨ ص٦$$

ضرب القوى

$$= 5٧٦س^٢ ص١٤$$



تحقق من فهمك

٥) بسّط العبارة : $\left(\frac{1}{4}a^2b^2\right)^3(-4b)^2$.

بسمه math

تأكد

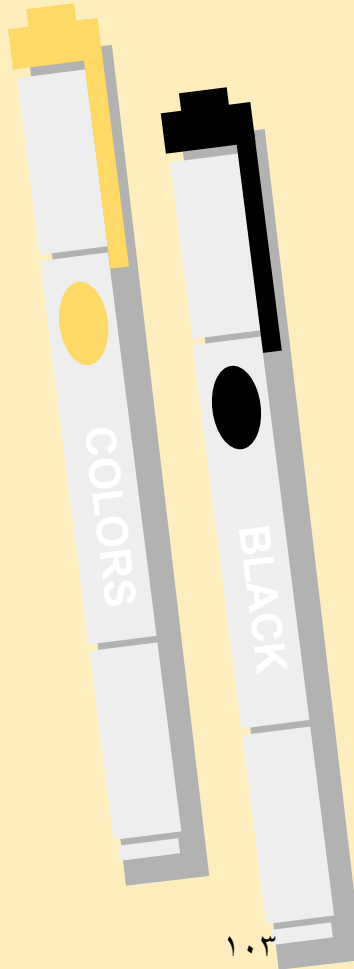
بسّط كل عبارة مما يأتي:



(١٧) $(٥س^٢ص)^٢(٢سص^٣ع)^٣(٤سصع)^٣(١٨ - (٣د٣ن - ج)^٢)$

(١٩) $(٢ج^٣هـ)(٣جل^٤)(-جهل)^٢$

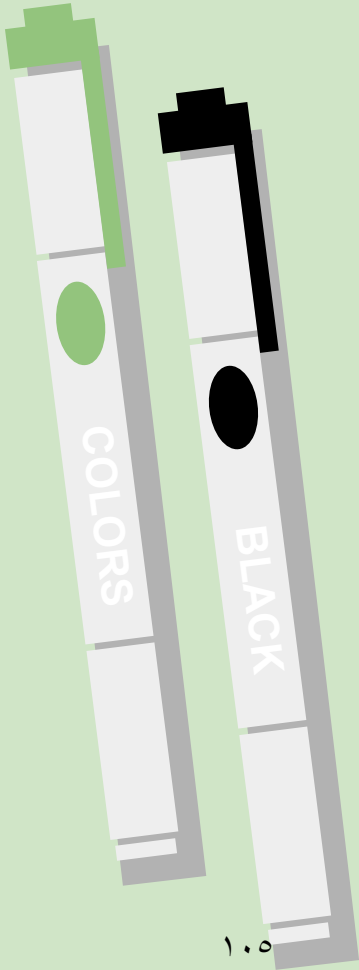
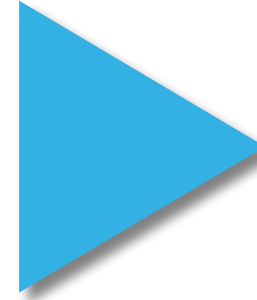
(٢٠) $(٧أب^٤ج - (٢أ٢ج)^٢)^٣$



مهارة تفكير عليا

(٥١) **تحديد:** بسط العبارة $\left(\frac{a}{b} - \frac{a}{b}\right)^2$ موضحة كل خطوة، علماً بأن: أ، ب عدنان حقيقيان غير صفريين، م، ن عدنان صحيحان.

 **Wordwall**



الواجب المنزلي



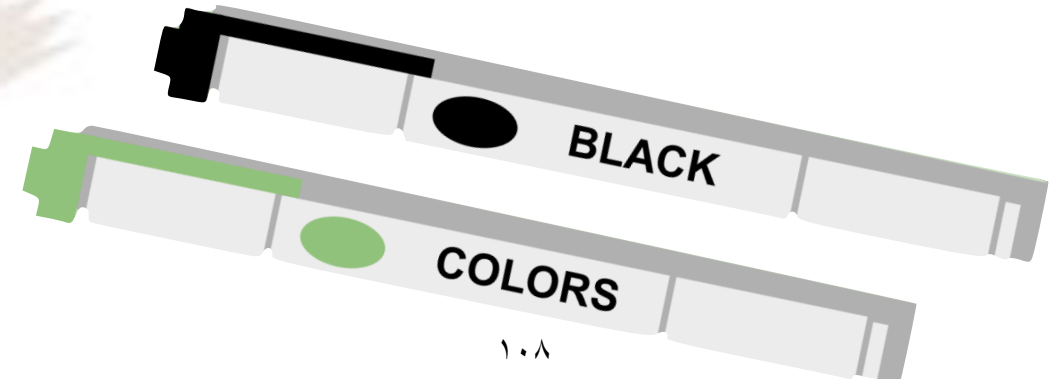
قسمة وحيدات الحد

فيما سبق

درست ضرب وحيدان
الحد

والآن

١ / أجد ناتج قسمة وحيدتي
الحد
٢ / أبسط عبارات تحتوي
أسساً سالبة أو صفرية





لماذا؟

بلغ عدد سكان منطقة مكة المكرمة في عام ١٤٣٨ هـ ٨٣٢٥٣٠٤ نسمة أي عشرة مليون نسمة تقريباً أو ٧١٠، وبلغ عدد سكان منطقة القصيم في العام نفسه ١٣٨٧٩٩٦ نسمة أي مليون نسمة تقريباً أو ٦١٠ فتكون نسبة عدد سكان منطقة مكة المكرمة إلى عدد سكان منطقة القصيم في تلك السنة هي:

وهذا يعني أن عدد سكان منطقة مكة المكرمة يساوي ١٠ أمثال عدد سكان منطقة القصيم.

قسمة وحيدات الحد: يمكنك استعمال مبادئ اختصار الكسور الاعتيادية؛ لإيجاد ناتج قسمة وحيدتي حد مثل $\frac{6}{10}$ ، انظر إلى نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$\begin{aligned}
 \text{ن} &= \frac{\overbrace{\text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن}}^{\text{عوامل ٤}}}{\underbrace{\text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن}}_{\text{عوامل ٣}}} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}} \\
 \text{٣ ن} &= \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} = \frac{\overbrace{\text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن}}^{\text{عوامل ٧}}}{\underbrace{\text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن}}_{\text{عوامل ٤}}} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}}
 \end{aligned}$$

وبين المثالان السابقان خاصية قسمة القوى.

مفهوم أساسي

قسمة القوى

التعبير اللفظي: عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه اطرح أُسَيَّهُما (أس البسط - أس المقام).

الرموز: لأي عدد حقيقي $a \neq 0$ ؛ وأي عددين صحيحين m, n ، فإن: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

$$r_j = r - \frac{0}{r} \quad r_{\text{ج}} = \frac{11}{8}$$

مثال ١: قسمة القوى

بسّط العبارة $\frac{ج^٣ه^٥}{ج^٢ه^٢}$ مفترضاً أن المقام لا يساوي صفراً .

جمّع القوى ذات الأساس نفسه

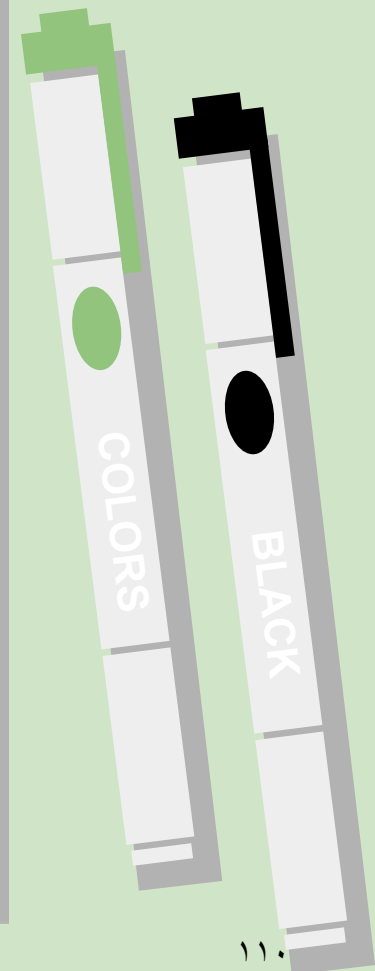
$$\left(\frac{ج^٣}{ج^٢}\right) \left(\frac{ه^٥}{ه^٢}\right) = \frac{ج^٣ه^٥}{ج^٢ه^٢}$$

اقسام القوى

$$(ج^{٣-٢}) (ه^{٥-٢}) =$$

بسّط

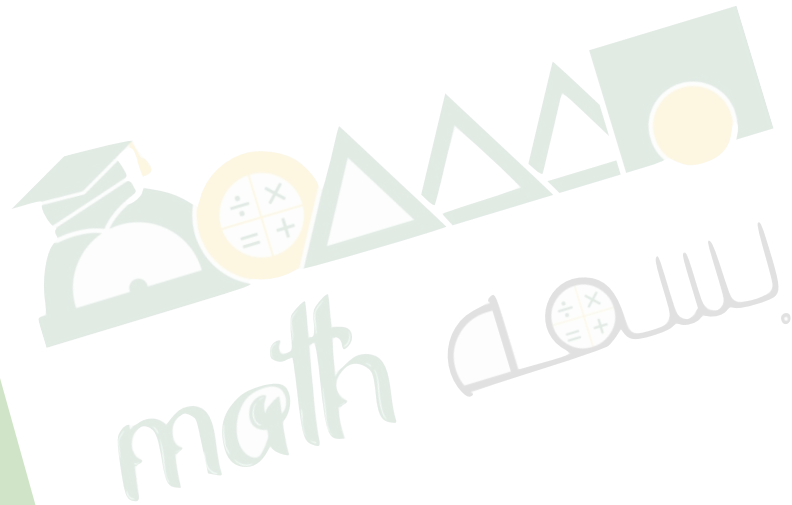
$$ج^١ه^٣ =$$



تحقق من فهمك

(أ) $\frac{\text{س}^3 \text{ص}^4}{\text{س}^2 \text{ص}}$

(ب) $\frac{\text{ك}^7 \text{م}^{10} \text{أ} \text{ب}}{\text{ك}^5 \text{م}^3 \text{أ} \text{ب}}$



يمكنك استعمال تعريف القوى لإيجاد ناتج قوى قسمة وحيدات الحد، انظر نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$\frac{3^3}{3^4} = \frac{\overbrace{3 \times 3 \times 3}^{3 \text{ عوامل}}}{\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{3 \text{ عوامل}}} = \left(\frac{3}{3}\right)\left(\frac{3}{3}\right)\left(\frac{3}{3}\right) = \frac{3}{3}$$

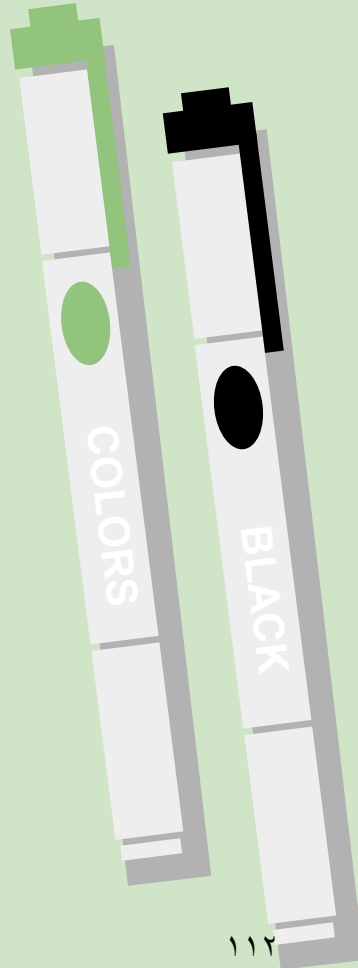
$$\frac{2^3}{2^5} = \frac{\overbrace{2 \times 2 \times 2}^{3 \text{ عوامل}}}{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{5 \text{ عوامل}}} = \left(\frac{2}{2}\right)\left(\frac{2}{2}\right)\left(\frac{2}{2}\right) = \frac{2}{2}$$

أضف إلى
مكتبتك
قوى القسمة
مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: لإيجاد قوة ناتج قسمة، أوجد كلاً من قوة البسط وقوة المقام.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب ≠ صفر؛ وأي عدد صحيح م فإن: $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

أمثلة: $\frac{4^3}{5^3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3$ $\frac{2^0}{3^0} = \left(\frac{2}{3}\right)^0$



مثال ٢: قوى القسمة

قوى القسمة

قوة حاصل الضرب

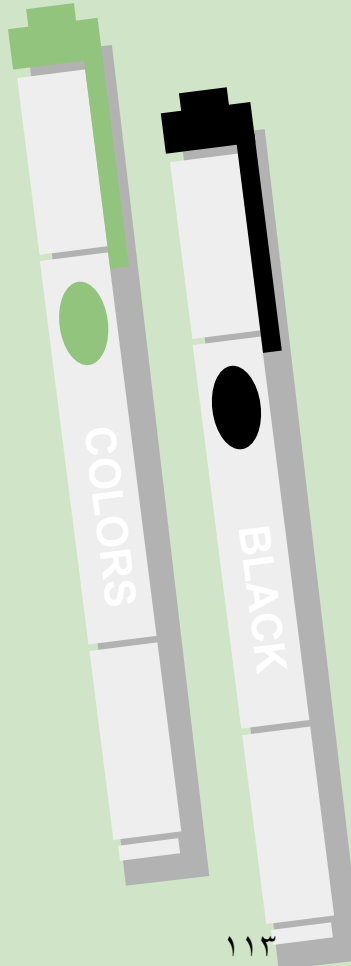
قوة القوة

بسط العبارة: $\left(\frac{{}^2({}^3m^3)}{v}\right)$

$$\frac{{}^2({}^3m^3)}{{}^2v} = \left(\frac{{}^2m^3}{v}\right)$$

$$\frac{{}^2({}^3m)^2 \cdot 3}{{}^2v} =$$

$$\frac{{}^6m^9}{49} =$$

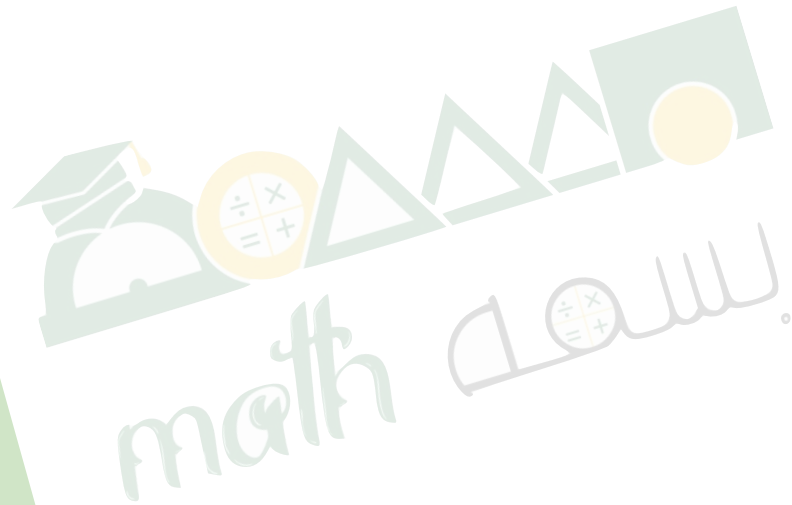


تحقق من فهمك

$$(٢١) \left(\frac{{}^4\text{س}^3}{{}_4^4} \right)^3$$

$$(٢ب) \left(\frac{{}_2^2\text{ص}^2}{{}_3^3\text{ع}^3} \right)^2$$

$$(٢ج) \left(\frac{{}_3^3\text{س}^4}{{}_4^4\text{ص}^5} \right)^3$$



يمكن استعمال الآلة الحاسبة لاستكشاف عبارات مرفوعة للأس الصفري مثل: 3^0 ، 5^0 ، ... ويوجد طريقتان لتفسير لماذا تعطي الآلة الحاسبة $3^0 = 1$

الطريقة ١

$$3^0 - 3^0 = \frac{3^0}{3^0} = \frac{3^0}{3^0}$$

ناتج قسمة القوى

$$3^0 = 1$$

بسط

وبما أن للعبارة $\frac{3^0}{3^0}$ قيمة واحدة فقط، لذا نستنتج أن $3^0 = 1$

أي أن الأس الصفري لأي عدد لا يساوي الصفر هو الواحد.

الطريقة ٢

$$\frac{3^3 \times 3^3 \times 3^3 \times 3^3 \times 3^3}{3^3 \times 3^3 \times 3^3 \times 3^3 \times 3^3} = \frac{3^3}{3^3}$$

تعريف القوى



$$1 =$$

وزارة التعليم
 Ministry of Education
 2021 - 1443

مفهوم أساسي

خاصية الأس الصفري

التعبير اللفظي: أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوي ١

الرموز: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي صفراً فإن: $a^0 = 1$

أمثلة: $10^0 = 1$ $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$ $\left(\frac{7}{9}\right)^0 = 1$

مثال ٣: الأس الصفري

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفراً:

$$(أ) \left(\frac{٤ن٢ك٥ر}{٩ن٣ك٢ر} - \right)$$

$$١ = \left(\frac{٤ن٢ك٥ر}{٩ن٣ك٢ر} - \right)$$

$$١ = ١$$

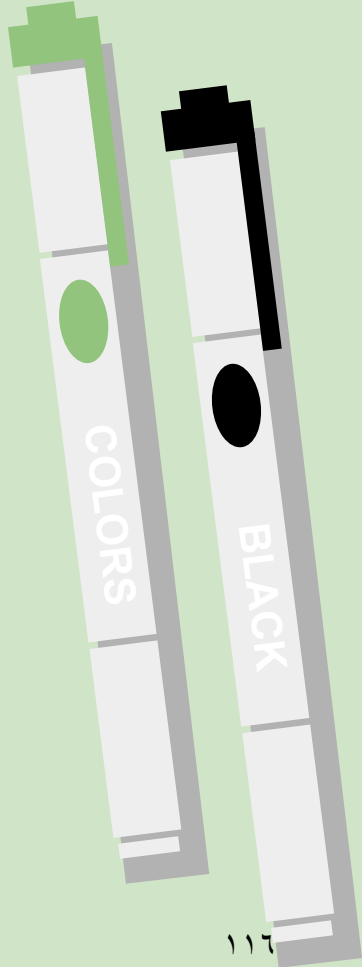
$$(ب) \frac{٥ص١س}{٣س}$$

$$\frac{٥ص١س}{٣س} = \frac{٥ص١س}{٣س}$$

$$٢س =$$

$$١ = ١$$

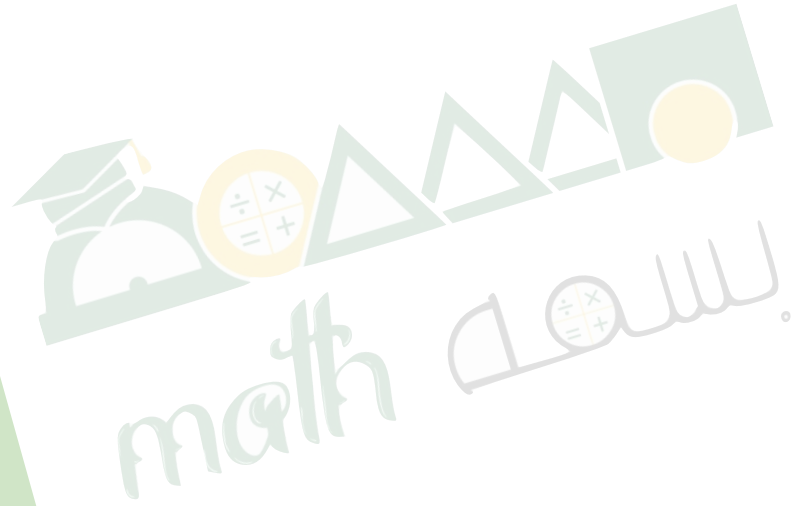
اقسم القوى



تحقق من فهمك

$$(١٣) \frac{ب^٤ ج^٢ د^٠}{ب^٢ ج}$$

$$(ب٣) \left(\frac{٢ن^٤ ج^٧ هـ^٣}{١٥ن^٣ ج^٩ هـ^٦} \right)$$



الأسس السالبة: قد تكون **الأسس سالبة** مثل: 3^{-2} ، 5^{-3} ، ... ، ولاستقصاء معناها يمكنك تبسيط عبارات مثل $\frac{5^2}{5^5}$ باستعمال الطريقتين الآتيتين:

الطريقة ١ **الطريقة ٢**

ناتج قسمة القوى **تعريف القوى**

$$\frac{5^2}{5^5} = 5^{-3} \quad \frac{5^2}{5^5} = \frac{5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^3}$$

بسط **بسط**

بما أن للعبارة $\frac{5^2}{5^5}$ قيمة واحدة فقط، لذا نستنتج أن $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$

مفهوم أساسي	خاصية الأسس السالبة	أضف إلى محتوياتك
التعبير اللفظي: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي الصفر، ولأي عدد صحيح ن، فإن مقلوب أن هو أن، ومقلوب أن هو أن.		
الرموز: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي الصفر، وأي عدد صحيح ن، فإن: $ا^{-ن} = \frac{1}{ا^ن}$ ، $\frac{1}{ا^{-ن}} = ا^ن$.		
أمثلة: $٤^{-٢} = \frac{١}{٤^٢} = \frac{١}{١٦}$	$\frac{١}{٤^{-٢}} = ٤^٢$	

تُعد العبارة في أبسط صورة لها إذا احتوت على أسس موجبة فقط، وظهر كل أساس **مرة واحدة فقط** ولا تتضمن قوى القوى، وأن تكون جميع الكسور الاعتيادية فيها في أبسط صورة.

مثال ٤: الأسس السالبة

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفراً:

$$(i) \frac{n^{-5} f^4}{r^{-2}}$$

$$\text{اكتب العبارة على صورة حاصل ضرب كسور اعتيادية} \quad \left(\frac{1}{r^{-2}}\right) \left(\frac{f^4}{1}\right) \left(\frac{n^{-5}}{1}\right) = \frac{n^{-5} f^4}{r^{-2}}$$

$$\frac{1}{n^{-5}} = \frac{1}{n^{-1}} = n^5, \quad \frac{1}{r^{-2}} = r^2$$

$$\text{اضرب} \quad \frac{f^4 r^2}{n^5} =$$

$$(b) \frac{2^2 d^3 b^{-5}}{10^{-4} b^{-1} d^{-3} a^{-5}}$$

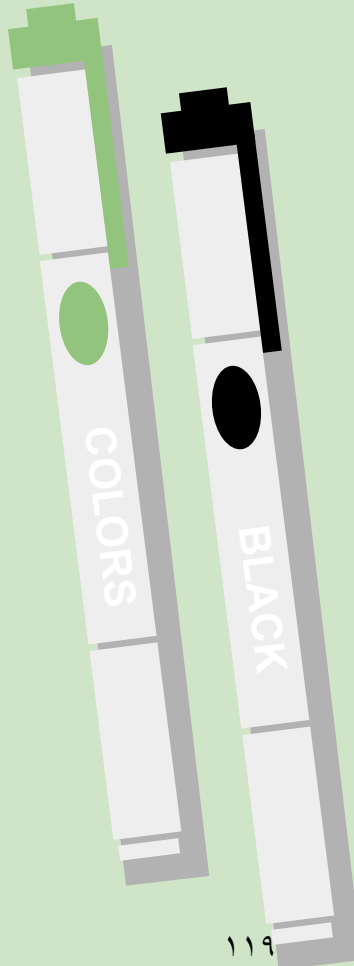
$$\text{جمع القوى للأساس نفسه} \quad \left(\frac{2^2 d^3 b^{-5}}{10^{-4} b^{-1} d^{-3} a^{-5}}\right) \left(\frac{1}{1}\right) \left(\frac{1}{1}\right) \left(\frac{1}{1}\right) = \frac{2^2 d^3 b^{-5}}{10^{-4} b^{-1} d^{-3} a^{-5}}$$

$$\text{اقسم القوى، خاصية الأسس السالبة} \quad \left(\frac{1}{10}\right) \left(\frac{d^3}{d^{-3}}\right) \left(\frac{b^{-5}}{b^{-1}}\right) \left(\frac{1}{a^{-5}}\right) =$$

$$\frac{1}{10} d^6 b^{-4} a^5 =$$

$$\text{بسّط} \quad \left(\frac{1}{10}\right) \left(\frac{d^6}{1}\right) \left(\frac{b^{-4}}{1}\right) \left(\frac{1}{a^{-5}}\right) =$$

$$\text{اضرب} \quad \frac{d^6 b^{-4}}{10 a^{-5}} =$$



تحقق من فهمك

١٤) $\frac{\text{ف}^{-3} \text{ و س}^2}{\text{و ص}^{-6}}$

٤ب) $\frac{\text{د}^{32} \text{ ب}^{18} \text{ ج}^{-4}}{\text{د}^4 \text{ ب}^3 \text{ ج}^{-2}}$

٤ج) $\frac{\text{هـ}^{-5} \text{ ك}^3 \text{ م}^{-2}}{\text{ك}^{25} \text{ م}^{-4}}$

تأكد

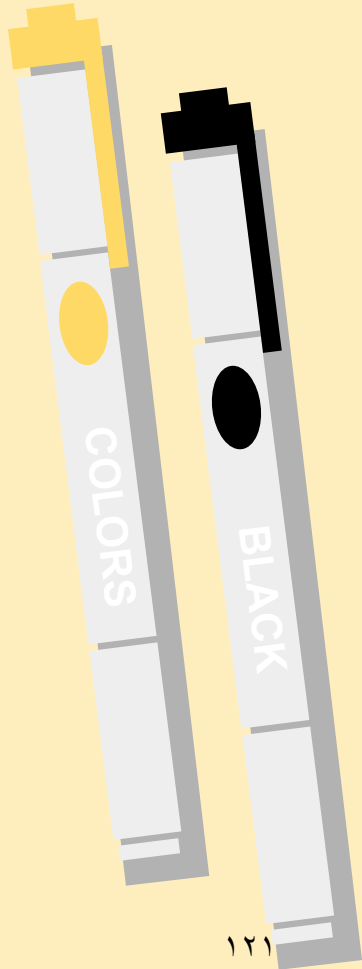
بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفراً.

$$(٤) \frac{ج^٨ هـ^٢ م}{هـ ج^٧}$$

$$(٣) \frac{ب^٤ ج^٦ ن^٨}{ب^٤ ج^٣ ن^٥}$$

$$(٢) \frac{م^٦ ر^٥ ب^٣}{م^٥ ر^٢ ب^٣}$$

$$(١) \frac{هـ^٥ ل^٤}{هـ^٢ ل}$$



تأكد

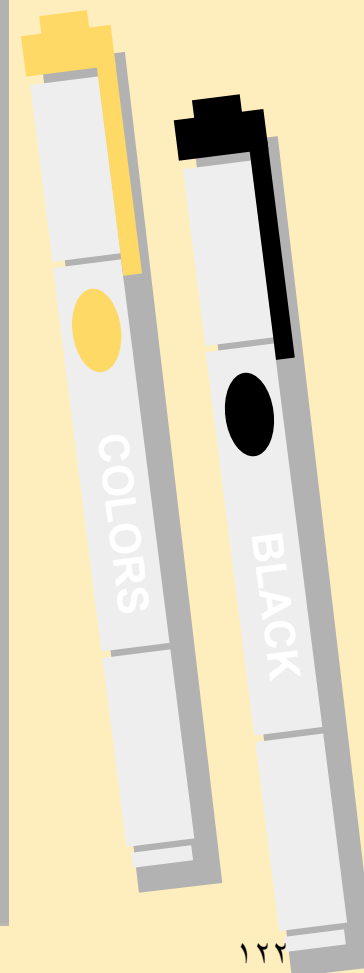
بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفراً.

$$(٨) \frac{ر^٣ ف^{-٢}}{ن^{-٧}}$$

$$(٧) \frac{ن^٤ ك^٤ و^٦}{ك^٢ ن^٣ و}$$

$$(٦) \frac{س^٣ ص^٢ ع^٦}{ع^٥ س^٢ ص}$$

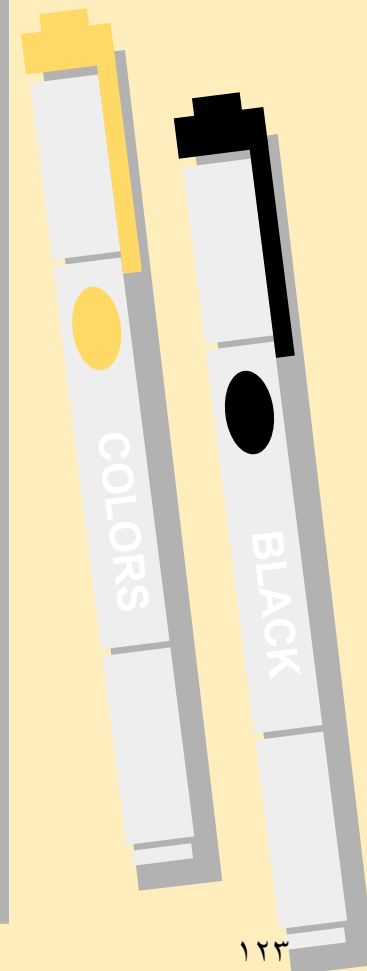
$$(٥) \frac{ر^٤ ن^٧ ف^٢}{ن^٧ ف^٢}$$



تأكد

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفراً.

$$\begin{array}{lll}
 (9) \quad \left(\frac{2 \text{ ج}^3 \text{ د}^5}{5 \text{ هـ}^2} \right)^0 & (10) \quad \left(\frac{3 \text{ س}^3 \text{ ص}^4 \text{ ع}^2}{3 \text{ س}^3 \text{ ص}^3 \text{ ع}^4} - \right)^0 & (11) \quad \frac{4 \text{ ر}^2 \text{ ف}^0 \text{ هـ}^5}{2 \text{ ر هـ}^3} \\
 & & (12) \quad \frac{3 \text{ ج}^2}{4 \text{ هـ}}
 \end{array}$$



مثال ٥ : من واقع الحياة

طول: افترض أن معدل طول الرجل ١,٧ متر، ومعدل طول النملة هو ٠,٠٠٠٨ متر. فكم مرة تقريباً يساوي طول الرجل بالنسبة لطول النملة؟

افهم: علينا إيجاد رتبة طول كل من الرجل والنملة، ثم إيجاد النسبة بينهما.

خطّط: قَرِّب كل طول إلى أقرب قوة للعدد ١٠، ثم أوجد نسبة طول الرجل إلى طول النملة.

حل: بما أن معدل طول الرجل قريب من ١ متر؛ لذا تكون رتبة طوله هي ١٠٠ أمتار. وبما أن معدل طول النملة يساوي ٠,٠٠١ متر تقريباً؛ لذا فرتبة طول النملة هي ٣-١٠ أمتار.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

نسبة طول الرجل إلى طول النملة يساوي تقريباً $\frac{10}{3-10}$

$$\frac{10}{3-10} = \frac{10}{3-}$$

اقسم القوى

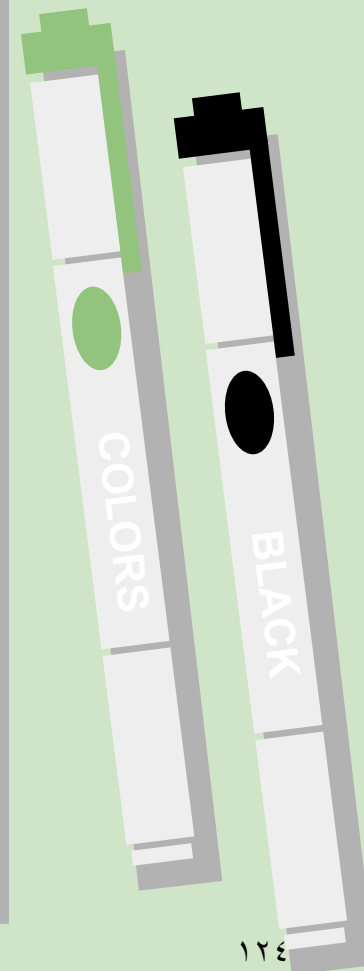
$$3 = 3 + 0 = (3-) - 0$$

بسط

$$1000 =$$

لذا فطول الرجل يساوي ١٠٠٠ مرة من طول النملة تقريباً. أو نسبة طول الرجل إلى طول النملة تساوي تقريباً القوة الثالثة للعشرة.

تحقق: نسبة طول الرجل إلى طول النملة هي $\frac{1,7}{0,0008} = 2125$ وأقرب قوى العشرة للعدد ٢١٢٥ هي ٣١٠ ✓

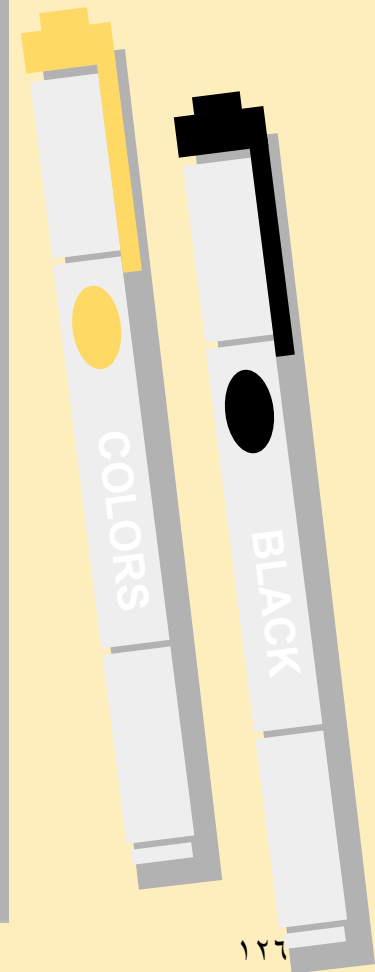


تحقق من فهمك

٥) علم الفلك: رتبة مقدار كل من كتلة الأرض ودرب التبانة لأقرب قوى العشرة هي:
١٠^{٢٧}، ١٠^{٤٤} على الترتيب. فكم مرة تساوي رتبة مقدار كتلة درب التبانة رتبة مقدار
كتلة الأرض؟

تأكد

(١٣) **إنترنت:** ارتفع عدد مستخدمي الإنترنت في المملكة من ١١٠٠٠٠٠٠ شخص عام ١٤٣١ هـ إلى ٢٤٠٠٠٠٠٠ شخص عام ١٤٣٨ هـ. حدّد نسبة عدد مستخدمي الإنترنت عام ١٤٣٨ هـ إلى مستعمليه عام ١٤٣١ هـ باستعمال رتبة المقدار للعامين.



مهارة تفكير عليا

(٢٨) **تبرير:** هل المعادلة "س ص × س ع = س ص ع" صحيحة أحياناً أم صحيحة دائماً أم غير صحيحة أبداً؟ فسر إجابتك.

(٣٣) بسّط العبارة: $(4^2 \times 5 \times 64)^3$

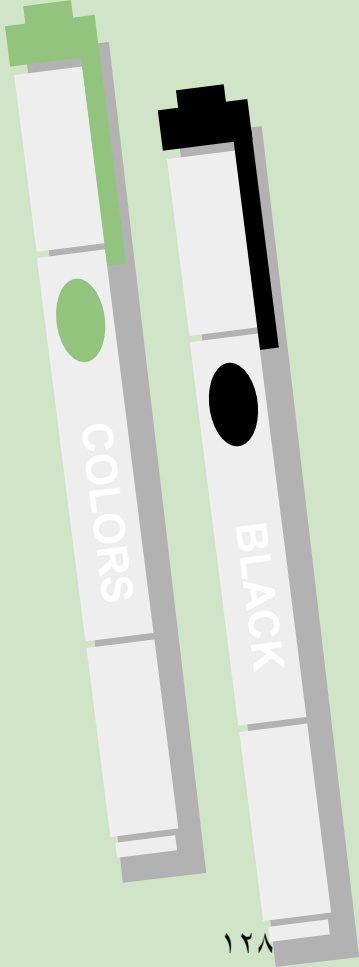
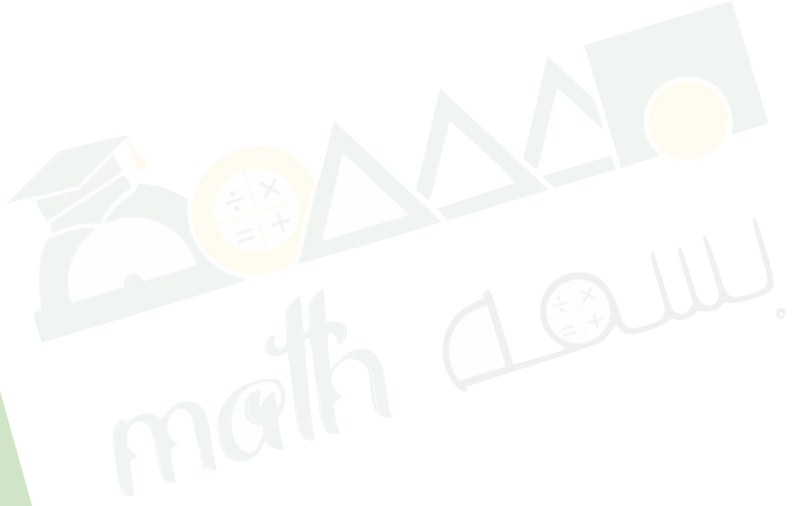
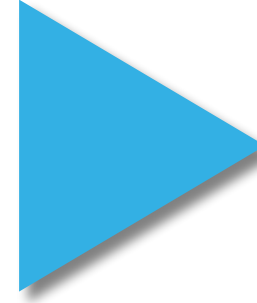
(أ) $\frac{1}{64}$

(ب) 64

(ج) 320

(د) 1024

 **Wordwall**



الواجب المنزلي



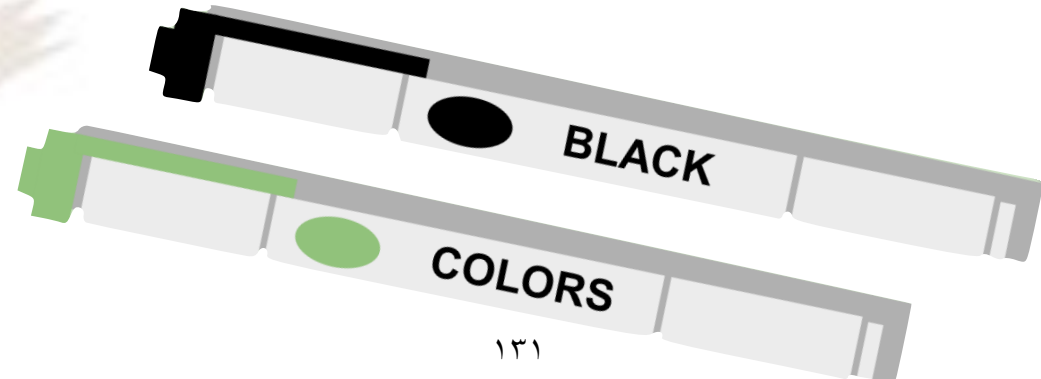
كثيرات الحدود

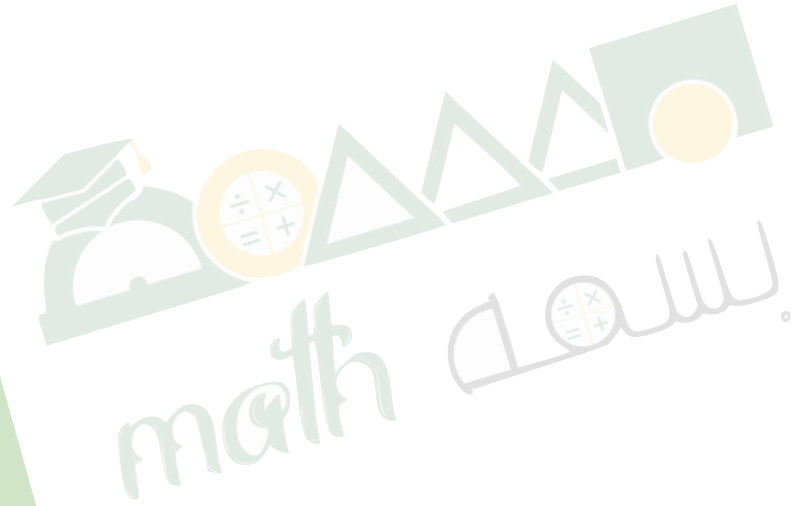
والآن

١/ أجد درجة كثيرة الحدود
٢/ أكتب كثيرة حدود
بالصورة القياسية

فيما سبق

درست تمييز وحيدات
الحد وخصائصها





نماذج

سُجِّلَت مبيعات الأجهزة الذكية عالمياً أرقاماً قياسية في المبيعات عام ٢٠١٧ م. ويمكن تمثيل عدد المبيعات بالمعادلة:

$$ع = -٢,٧ ن + ٤٩,٤ ن + ١٢٨,٧$$

علماً بأن ع تمثل عدد الأجهزة التي يتم بيعها بالملايين، ن تمثل عدد السنوات منذ عام ٢٠٠٥ م.

تمثل العبارة $-٢,٧ ن + ٤٩,٤ ن + ١٢٨,٧$ مثلاً على كثيرة حدود. ويمكن استعمال كثيرات الحدود لتمثيل بعض المواقف.

درجة كثيرة الحدود: كثيرة الحدود هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد. تُسمى كل وحيدة حد منها حداً في كثيرة الحدود. وبعض كثيرات الحدود تحمل أسماء خاصة. **ثنائية الحد** هي مجموع وحيدتي حد في أبسط شكل، و**ثلاثية الحدود** هي مجموع ثلاث وحيدات حد في أبسط شكل.

مثال ١ : تمييز كثيرات الحدود

حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنفها إلى وحيدة حدّ، أو ثنائية حدّ، أو ثلاثية حدود:

العبارة	هل هي كثيرة حدود؟	وحيدة حد / ثنائية حد / ثلاثية حدود
(أ) $٤ص - ٥س ع$	نعم؛ $٤ص - ٥س ع$ هي مجموع وحيدتي حد هما: $٤ص$ ، $-٥س ع$.	ثنائية حد
(ب) $٦, ٥ -$	نعم؛ $٦, ٥ -$ عدد حقيقي.	وحيدة حد
(ج) $٧أ - ٣ + ٩ب$	لا؛ $٧أ - ٣ = \frac{٧}{٣}أ$ ، وهي ليست وحيدة حد.	—
(د) $٦س + ٣ + ٤س + ٣ + ٥س + ٣$	نعم؛ $٦س + ٣ + ٤س + ٣ + ٥س + ٣ = ١٦س + ٩$ مجموع ثلاثة حدود.	ثلاثية حدود

تحقق من فهمك

١١) س

١١) (ب) $3ص^2 - 2ص + 4ص - 1$

١٢) (ج) $5ر + 7ن + ف ك$

١٣) (د) $10س - 4 - 8س أ$

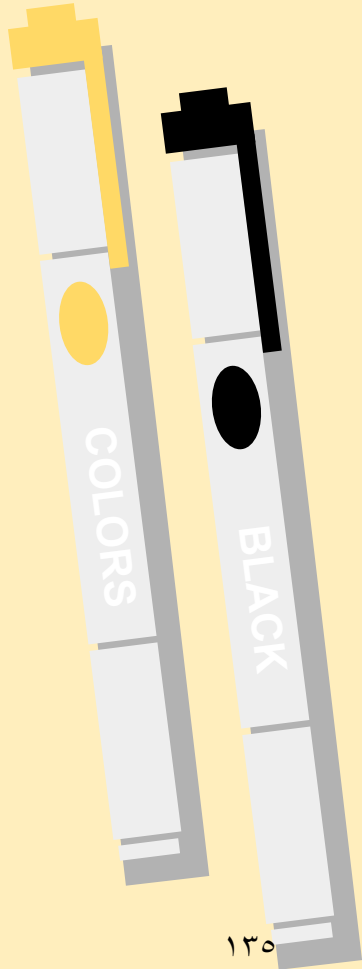
تأكد

حدّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك، فصنّفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثية حدود:

(٤) $5k - k^4 + 6k$

(٣) $5m^2n^3 + 6$

(١) $2ص - ٥ + ٣ص^2$ (٢) $٣س^2$



مثال ٢ : درجة كثيرات الحدود

درجة وحيدة الحد هي مجموع أسس كل متغيراتها. ودرجة الثابت غير الصفر تساوي صفرًا. وليس للصفر درجة. أما **درجة كثيرة الحدود** فهي أكبر درجة لأي حد من حدودها. ولإيجاد درجة كثيرة حدود، ينبغي عليك أولاً إيجاد درجة كل حد فيها. ويمكن تسمية بعض كثيرات الحدود اعتمادًا على درجتها، فتسمى ذات الدرجة صفر: ثابتة، وذات الدرجة ١: خطية، وذات الدرجة ٢: تربيعية، وذات الدرجة ٣: تكعيبية.

وزارة التعليم
Ministry of Education
1443 - 121

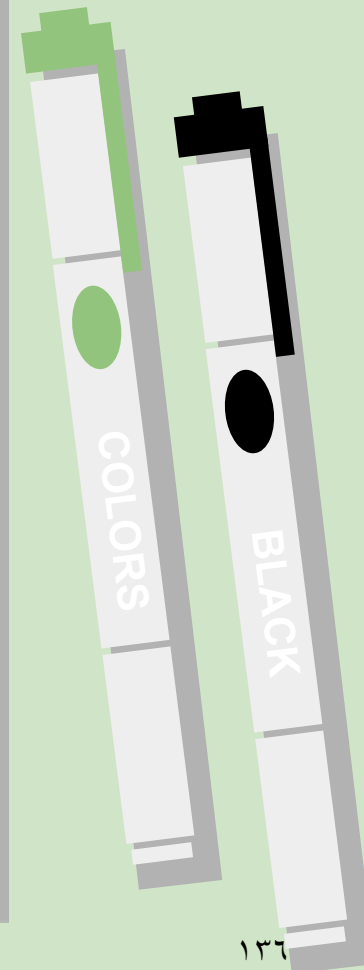
أوجد درجة كثيرة الحدود $9x^2 - 3x - 7$

الخطوة ١ : أوجد درجة كل حد.

درجة الحد $9x^2 = 3$ ، درجة الحد $-3x = 1$ ، درجة الحد $-7 = 0$

درجة الحد -7 هي صفر.

الخطوة ٢ : درجة كثيرة الحدود هي أكبر درجة لأي حد من حدودها، وتساوي ٣



تحقق من فهمك

١٢) ٧س ص^٥ ع

٢ب) ٢م ن - ٣م ن^٢ - ٧م^٢ ن^٢ - ١٣

تأكد

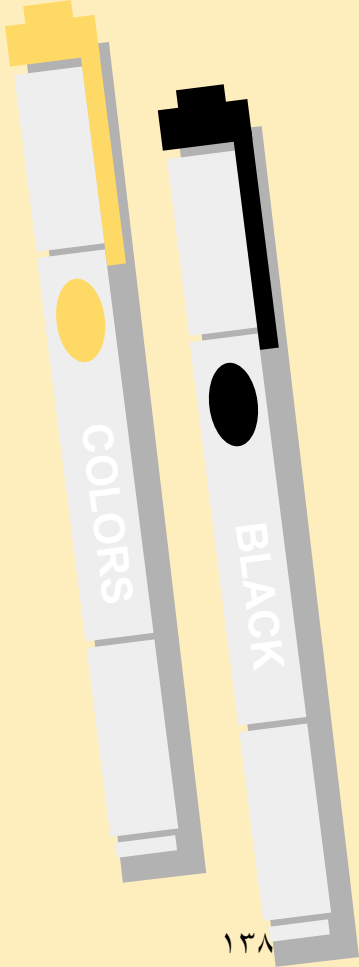
أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

(٨) $\frac{3}{4}$

(٧) $٧-٤$

(٦) $٦٣-٤$

(٥) $٣-$



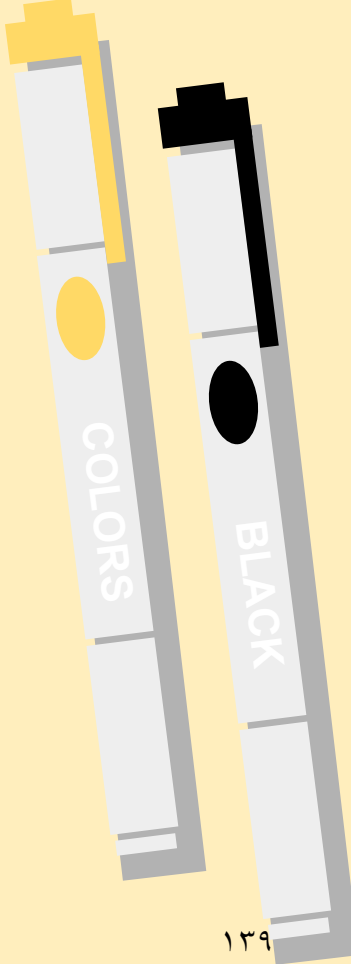
تأكد

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

(١١) $١ + د٢ + ٢د٣ + ٣د٤$

(١٠) $٢أ٢ + ب٥ + ٥ - أب$

(٩) $١٢ - ٧ك٢ + ٨ن$



كثيرات الحدود بالصورة القياسية : يمكنك كتابة كثيرة الحدود بأي ترتيب. ولاستخدام **الصورة القياسية** لكثيرة الحدود بمتغير واحد، اكتب الحدود بترتيب تنازلي بحسب درجتها. وعندما تكتب كثيرة الحدود بالصورة القياسية، فإن معامل أول حد فيها يُسمى **المعامل الرئيس**.

المعامل الرئيس أكبر درجة

الصورة القياسية: $4س^3 - 5س^2 + 2س + 7$

مثال ٣ : الصورة القياسية

اكتب كثيرة الحدود $5ص - 9 - 2ص^4 - 6ص^3$ بالصورة القياسية، وحدد المعامل الرئيس فيها.

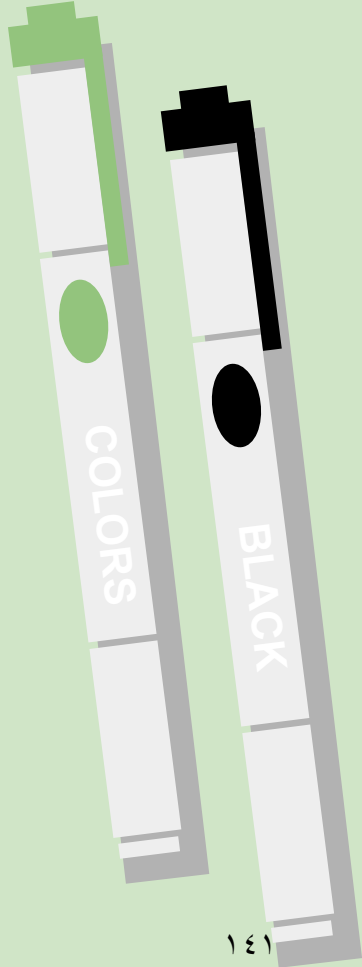
الخطوة ١ : أوجد درجة كل حد .

الدرجة:

$$\begin{array}{cccc}
 3 & 4 & 0 & 1 \\
 \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\
 6ص^3 & 2ص^4 & 9 & 5ص
 \end{array}$$

كثيرة الحدود: $5ص - 9 - 2ص^4 - 6ص^3$

الخطوة ٢ : اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجاتها: $5ص - 9 - 2ص^4 - 6ص^3$ فيكون المعامل الرئيس هو -2



تحقق من فهمك

$$(أ٣) ٨ - ٢س٢ + ٤س٤ - ٣س٣$$

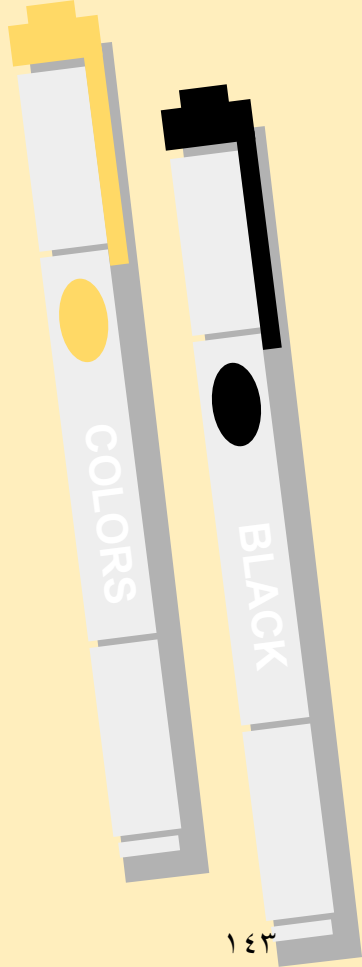
$$(ب٣) ص + ٥ص٣ - ٢ص٢ - ٧ص٦ + ١٠$$

تأكد

اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدد المعامل الرئيس فيها:

$$(١٤) \quad ١ - ٢أ٥ - ٣أ٤ + أ٢$$

$$(١٢) \quad -ص٣ + ٣ص - ٢ص٣ + ٢ + ١٣ع٤ - ٢ع٢ - ٤ع٥$$



مثال ٤ : من واقع الحياة

مصانع: تمثّل المعادلة $ع = ٣ن^٢ - ٢ن + ١٠$ عدد أطنان الأسمنت بمئات الألوف التي أنتجها أحد المصانع من عام ١٤٣٣ هـ إلى ١٤٣٨ هـ، حيث ن عدد السنوات منذ عام ١٤٣٣ هـ، فما عدد أطنان الأسمنت المنتجة حتى بداية عام ١٤٣٥ هـ؟

أوجد قيمة ن وعوض بها في المعادلة لإيجاد عدد أطنان الأسمنت.

بما أن ن تمثّل عدد السنوات منذ عام ١٤٣٣ هـ، فإن: $ن = ١٤٣٣ - ١٤٣٥ = ٢$

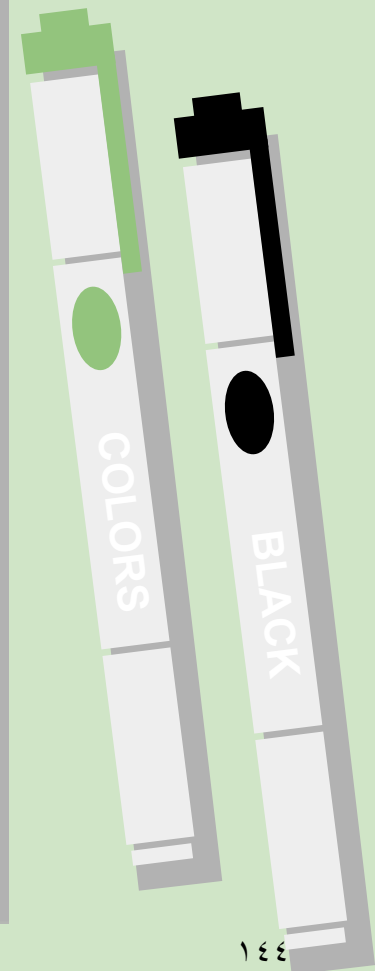
$$ع = ٣ن^٢ - ٢ن + ١٠ \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$= ٣(٢)^٢ - ٢(٢) + ١٠ \quad \text{ن = ٢}$$

$$= ٣ - ٤ + ١٠ \quad \text{بسط}$$

$$= ١٢ - ٤ + ١٠ \quad \text{اضرب وبسط}$$

بما أن ع بمئات الألوف، فإن عدد الأطنان المنتجة كان ١٨ مئة ألف، أو ١٨٠٠٠٠٠٠.



تحقق من فهمك

١٤) كم طنًّا أُنتج عام ١٤٣٨ هـ؟

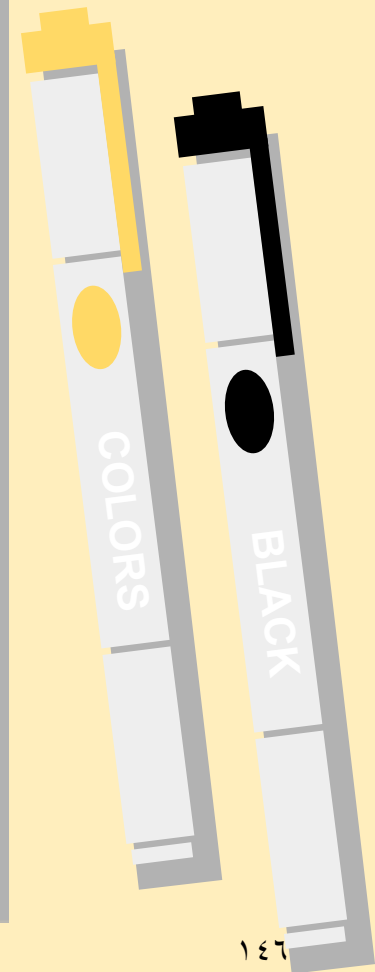
١٤ب) إذا استمر هذا النمط، فكم طنًّا سيتم إنتاجه عام ١٤٤٨ هـ؟

تأكد

(١٥) **جامعات:** افترض أنه يمكن تمثيل عدد الطلاب المسجلين في جامعة من عام ١٤٣٠ هـ إلى ١٤٣٩ هـ بالمئات بالمعادلة $n = 5 + 1s$, حيث s عدد السنوات منذ عام ١٤٣٠ هـ.

(أ) ما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في الجامعة في عام ١٤٣٥ هـ؟

(ب) ما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في الجامعة في عام ١٤٣٧ هـ؟

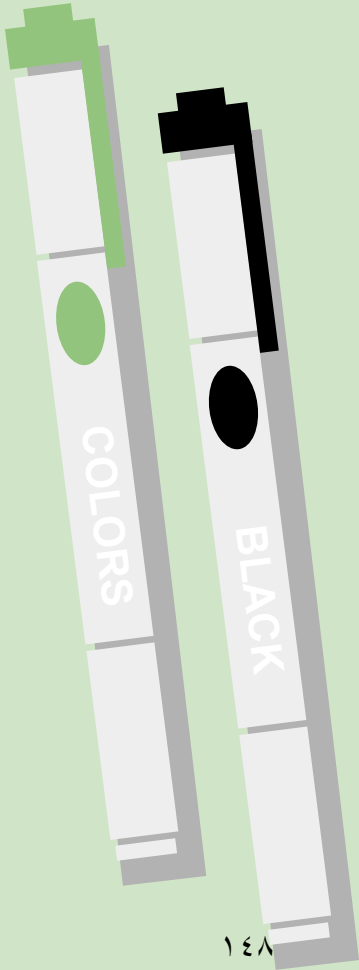
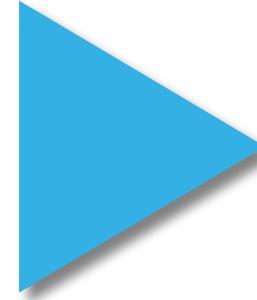


مهارة تفكير عليا

(٣٦) **تحديد:** إذا كان س عددًا صحيحًا، فاكتب كثيرة حدود تمثل العدد الصحيح الفردي، وفسّر ذلك.

(٣٧) **تبرير:** وضح إذا كانت العبارة: "يمكن أن تكون درجة ثنائية الحد صفرًا" صحيحة دائمًا، أم صحيحة أحيانًا، أم غير صحيحة أبدًا؟ وفسّر إجابتك.

 **Wordwall**



الواجب المنزلي



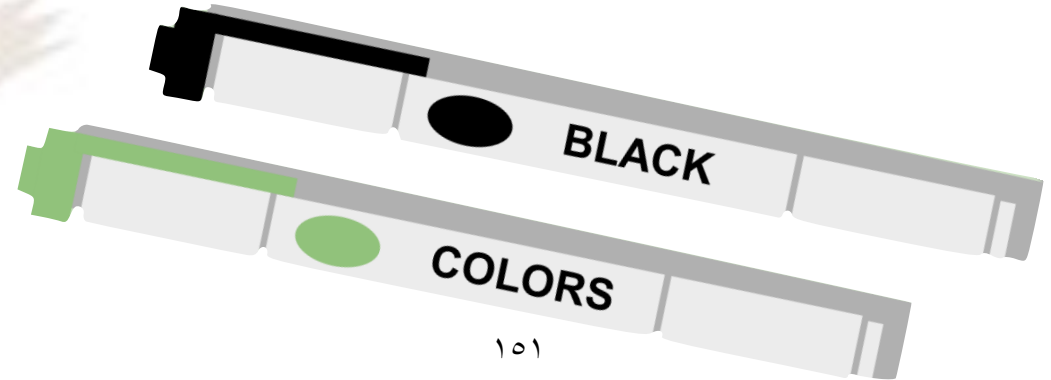
جمع كثيرات الحدود وطرحها

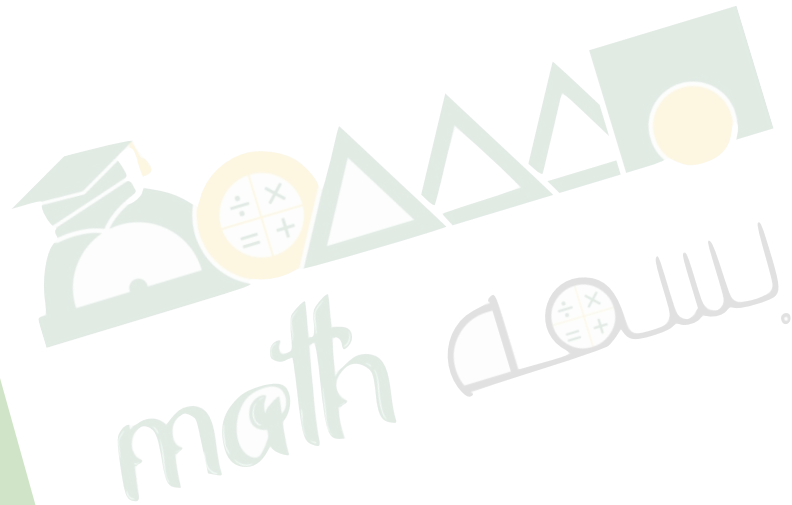
والآن

١ / اجمع كتيبات حدود
٢ / اظهر كتيبات الحدود

فيما سبق

درست كتابة كتيبات
الحدود بالصورة
القياسية





www.ien.edu.sa

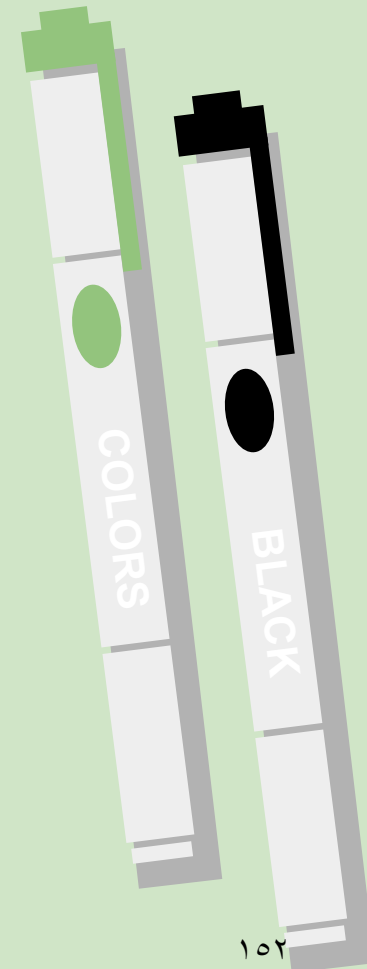
لماذا؟

يمكن تمثيل العدد التقريبي لحجاج الداخل (١ع) وحجاج الخارج (٢ع) بمئات الألوف من عام ١٤٣٥هـ إلى ١٤٣٨هـ بالمعادلتين:

$$١ع = ١٩٣١س٠ - ٢٨٤١س٠ + ١٨٠٨س٠ + ٦,٧$$

$$٢ع = ٢٦٧٥س٠ - ٣٠٢س١ + ٩٧س٢ + ١٧,٠٨س٣$$
 حيث س عدد السنوات منذ عام ١٤٣٥هـ.
 إن إجمالي عدد الحجاج تقريباً يمثل بع + ١ع.

جمع كثيرات الحدود: يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة، ويمكن جمع كثيرتي حدود باستعمال الطريقة الأفقية أو الرأسية.



مثال ١ : جمع كثيرات الحدود

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(i) (2s^2 + 5s - 7) + (-3s^2 + 4s + 6)$$

الطريقة الأفقية

$$(2s^2 + 5s - 7) + (-3s^2 + 4s + 6)$$

$$= [2s^2 + (-3s^2)] + [5s + 4s] + [-7 + 6]$$

$$= -s^2 + 9s - 1$$

الطريقة الرأسية

$$2s^2 + 5s - 7$$

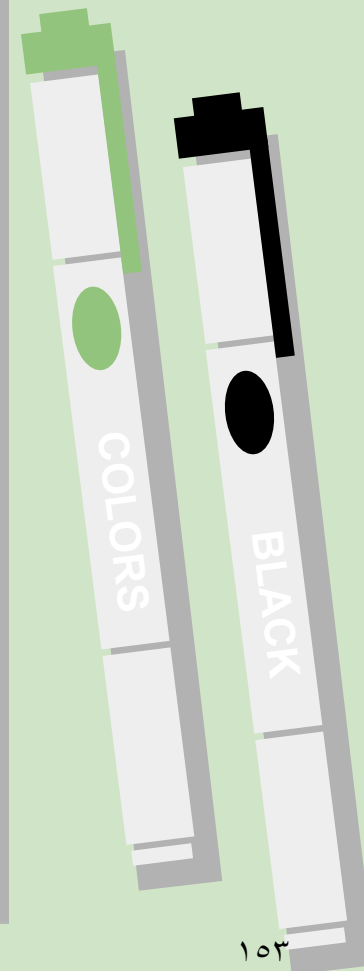
$$-3s^2 + 4s + 6$$

$$-s^2 + 9s - 1$$

جمع الحدود المتشابهة

اجمع الحدود المتشابهة

رتب الحدود المتشابهة عمودياً واجمع



مثال ١ : جمع كثيرات الحدود

$$(ب) \quad (٨ + ٣ص٢ + ٤ص - ٤ص٢) + (٥ - ٣ص + ٣ص)$$

الطريقة الأفقية

$$(٨ + ٣ص٢ + ٤ص - ٤ص٢) + (٥ - ٣ص + ٣ص)$$

$$[٨ + (٥-)] + [(٤ص-) + ٣ص] + ٤ص٢ + [٣ص٢ + ٣ص] =$$

اجمع الحدود المتشابهة

$$٣ + ص - ٤ص٢ + ٣ص٢ =$$

الطريقة الرأسية

$$٥ - ٣ص + ٣ص٢ + ٤ص - ٤ص٢ + ٨$$

$$(+)$$

$$٣ + ص - ٤ص٢ + ٣ص٢$$

أضف الحد ٥ص٢ للمساعدة على ترتيب الحدود المتشابهة تحت بعضها

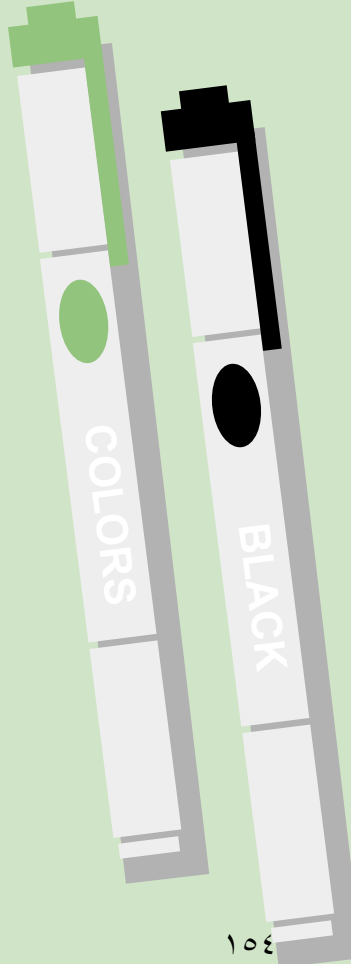


رتب الحدود المتشابهة عمودياً واجمعها

وزارة التعليم

Ministry of Education

٢٠٢١ / ١٤٤٢



تحقق من فهمك

$$(أ) (5س^2 - 3س + 4) + (6س - 3س^2 - 3)$$

$$(ب) (ص^4 - 3ص + 7) + (2ص^3 + 2ص - 2ص^4 - 11)$$

طرح كثيرات الحدود: تذكر أنه يمكنك طرح عدد صحيح بإضافة معكوسه أو نظيره الجمعي. وبالمثل، يمكنك طرح كثيرة حدود بإضافة نظيرها الجمعي. لإيجاد النظير الجمعي لكثيرة حدود، اكتب معكوس كل حد من حدودها.

$$-(3س^3 + 2س^2 - 6س + 6) = \underbrace{-3س^3 - 2س^2 + 6س - 6}_{\text{نظير جمعي}}$$

إرشادات للدراسة

النظير الجمعي

عند إيجاد النظير الجمعي
أو المعكوس لكثيرة حدود،
اضرب كل حد فيها في
العدد -١.

مثال ٢ : طرح كثيرات الحدود

أوجد ناتج: $(7k + k^3 - 8) - (3k^2 + 2 - 9k)$

الطريقة الأفقية

اطرح $3k^2 + 2 - 9k$ بإضافة نظيرها الجمعي

$$(7k + k^3 - 8) - (3k^2 + 2 - 9k)$$

$$= (7k + k^3 - 8) + (-3k^2 - 2 + 9k)$$

النظير الجمعي لـ $(3k^2 + 2 - 9k)$ هو $(-3k^2 - 2 + 9k)$

$$= [7k + k^3 - 8] + [-3k^2 - 2 + 9k]$$

جمع الحدود المتشابهة.

$$= k^3 - 3k^2 + 16k - 10$$

اجمع الحدود المتشابهة ورتب.

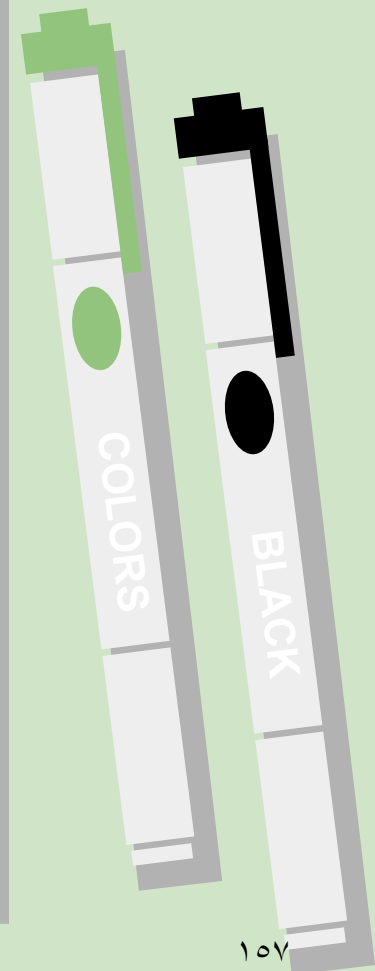
الطريقة الرأسية

رتب الحدود المتشابهة عمودياً واطرح بإضافة النظير الجمعي.

$\begin{array}{r} 8 - 7k + k^3 \\ - (2 - 9k + 3k^2) \\ \hline 10 - 16k + k^3 - 3k^2 \end{array}$	← جمع النظير	$\begin{array}{r} 8 - 7k + k^3 \\ + (-2 + 9k - 3k^2) \\ \hline 10 - 16k + k^3 - 3k^2 \end{array}$
--	---------------------	---

$$10 - 16k + k^3 - 3k^2 = (7k + k^3 - 8) - (3k^2 + 2 - 9k)$$

إذن: $(7k + k^3 - 8) - (3k^2 + 2 - 9k) = 10 - 16k + k^3 - 3k^2$



تحقق من فهمك

$$(١٢) (٤س٣ - ٣س٣ + ٢س٦ - ٤) - (-٢س٣ + ٢س٢ - ٢)$$

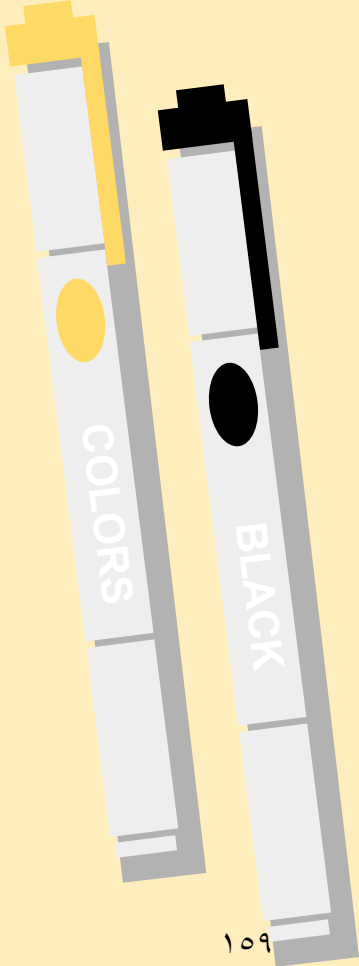
$$(٢) (٨ص - ١٠ + ٥ص٢) - (٧ - ٣ص + ١٢ص)$$

تأكد

أوجد ناتج كل مما يأتي:

(١) $(6س^٣ - ٤) + (-٢س^٣ + ٩)$

(٢) $(ج^٣ - ٢ج^٢ + ٥ج + ٦) - (ج^٢ + ٢ج)$

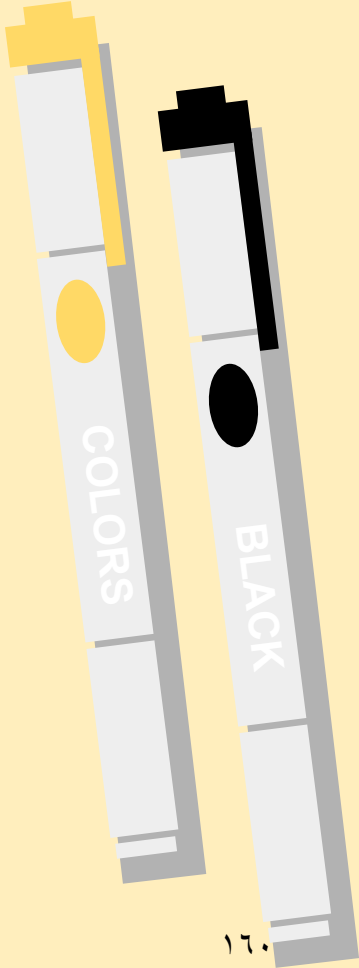


تأكد

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(3) \quad (8ص - 4ص^2) + (3ص - 9ص^2)$$

$$(4) \quad (-4ع^3 - 2ع + 8) - (4ع^3 + 3ع^2 - 5)$$

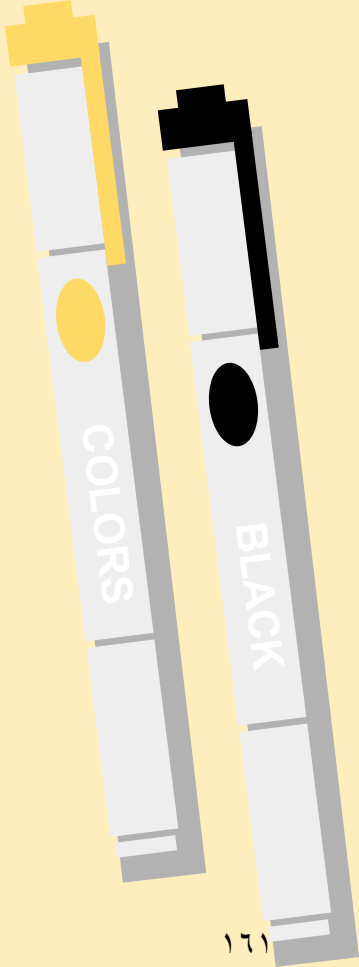


تأكد

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(6) \quad (3n^3 + 2n^2 - 8n) - (3n^3 + 5n + 2n^2)$$

$$(5) \quad (-3d^2 + 8 + 2d) + (-4d + 12 + d^2)$$



مثال ٣ : من واقع الحياة



الربط مع الحياة

مع تطوّر التقنيات السريعة،
تشهد السوق ارتفاعاً كبيراً في
مبيعات آلات التصوير الرقمية
والهواتف المحمولة.

متجر إلكترونيات: تمثّل المعادلتان أدناه عدد الهواتف المحمولة هـ، وعدد آلات التصوير الرقمية ك التي بيعت في ش شهر لمتجر بيع إلكترونيات: هـ = ٧ ش + ١٣٧، ك = ٤ ش + ٧٨

(أ) اكتب معادلة تمثّل المبيعات الكلية (ن) من الهواتف وآلات التصوير شهرياً.

اجمع كثيرتي الحدود هـ، ك.

المبيعات الكلية = مبيعات الهواتف المحمولة + مبيعات آلات التصوير الرقمية

$$٧٨ + ٤ ش + ١٣٧ + ٧ ش = ن$$

عوض

$$٢١٥ + ١١ ش =$$

اجمع الحدود المتشابهة.

$$المعادلة هي: ن = ١١ ش + ٢١٥$$

(ب) استعمل المعادلة للتنبؤ بعدد الهواتف المحمولة وآلات التصوير الرقمية التي ستباع في ١٠ أشهر.

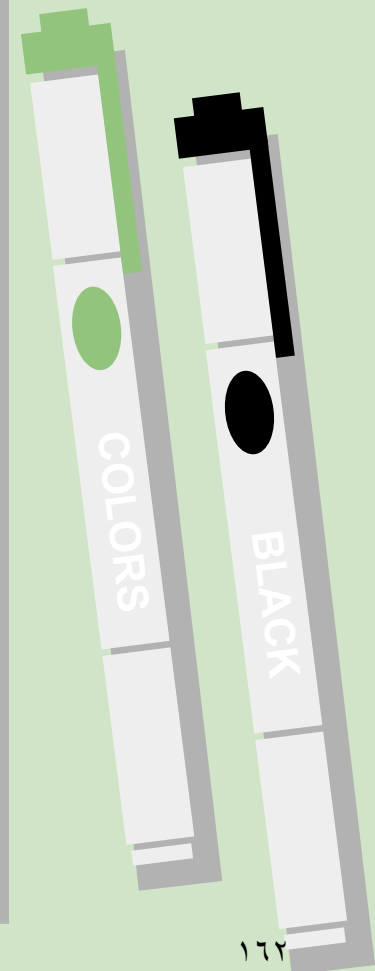
$$ن = ١١(١٠) + ٢١٥$$

عوض عن ش بـ ١٠

$$٣٢٥ = ٢١٥ + ١١٠ =$$

بسط

لذا فإنه سيتم بيع ٣٢٥ هاتفاً محمولاً وآلة تصوير رقمية في ١٠ أشهر.



تحقق من فهمك

٣) استعمل المعلومات السابقة لكتابة معادلة تمثل الفرق (ف) بين مبيعات الهواتف المحمولة وآلات التصوير شهرياً ثم استعمل المعادلة للتنبؤ بالفرق في المبيعات الشهرية في ٢٤ شهراً.

تأكد

(٧) **إجازة:** يتوزع العدد الكلي للطلاب (ك) الذين يسافرون خلال الإجازة إلى مجموعتين: مجموعة تسافر إلى المنطقة (ف) بالطائرة، والمجموعة الأخرى تسافر إلى المنطقة (د) بالسيارة، ويمكن تمثيل العدد الكلي بالآلاف للطلاب (ك) الذين سافروا خلال الإجازة، وعدد الطلاب (ع) الذين سافروا للمنطقة (ف) بالمعادلتين: $ك = ١٤ن + ٢١$ ، $ع = ٨ن + ٧$ ، حيث (ن) عدد السنوات منذ عام ١٤٢٥ هـ.

(أ) اكتب المعادلة التي تمثل عدد الطلاب (ل) الذين توجهوا إلى المنطقة د في هذه الفترة:

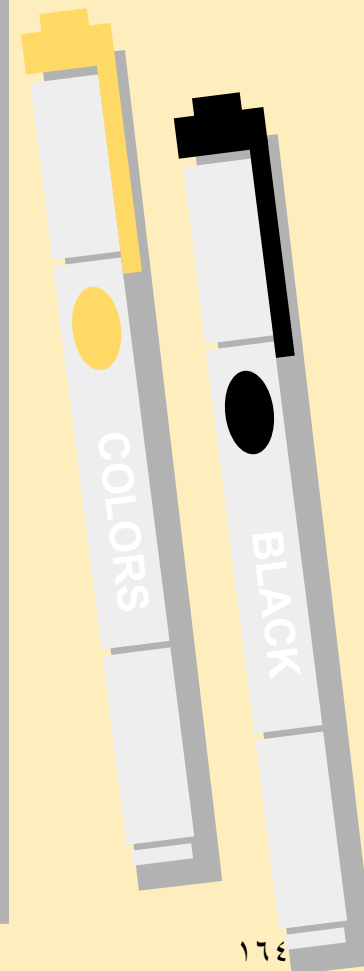
(ب) كم طالباً يُتوقع أن يتوجهوا إلى المنطقة د في عام ١٤٤٢ هـ؟

(ج) كم طالباً يُتوقع أن يسافروا في عام ١٤٤٥ هـ؟

وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443



مهارة تفكير عليا

٢٠) **اكتشف الخطأ:** يجد كل من ثامر وسلطان ناتج: $(2س^2 - س) - (3س^3 + 3س^2 - 2)$. فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

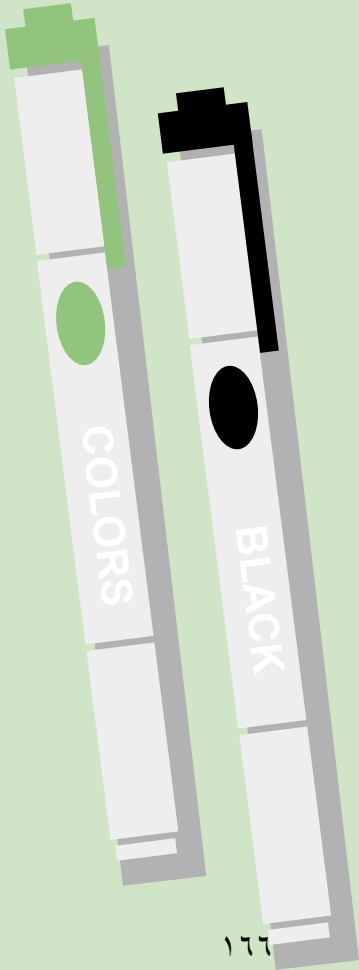
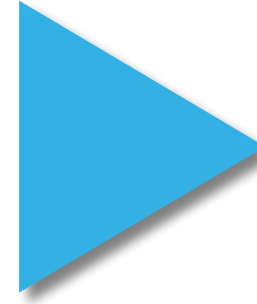
سلطان

$$\begin{aligned} & (2س^2 - س) - (3س^3 + 3س^2 - 2) \\ & (2س^2 - س) + (-3س^3 - 3س^2 + 2) = \\ & = -3س^3 - س^2 - 4س + 2 \end{aligned}$$

ثامر

$$\begin{aligned} & (2س^2 - س) - (3س^3 + 3س^2 - 2) \\ & (2س^2 - س) + (-3س^3 + 3س^2 - 2) = \\ & = 5س^2 - 4س - 2 \end{aligned}$$

 **Wordwall**



الواجب المنزلي



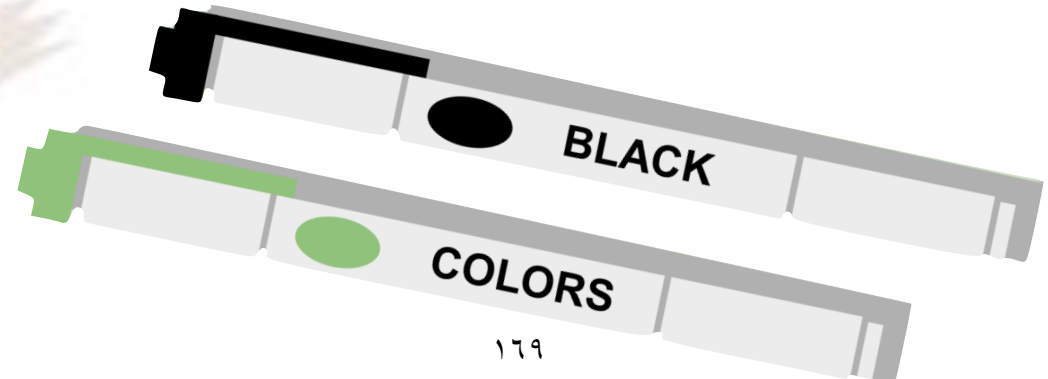
ضرب وحيدة حد في كثيرة الحدود

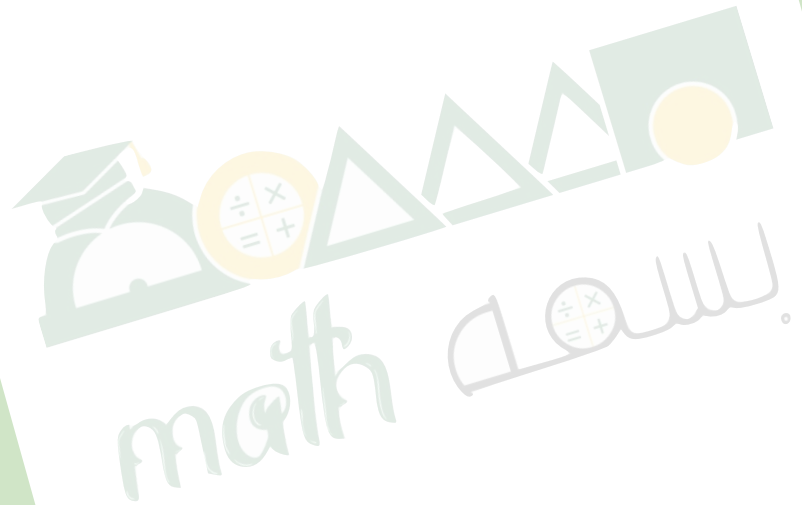
فيما سبق

درست ضرب وحيدات
الحد

والآن

١ / اضرب وحيدة حد في كثيرة حدود
٢ / احل معادلات تتضمن حاصل
ضرب وحيدات حد في كثيرات حدود

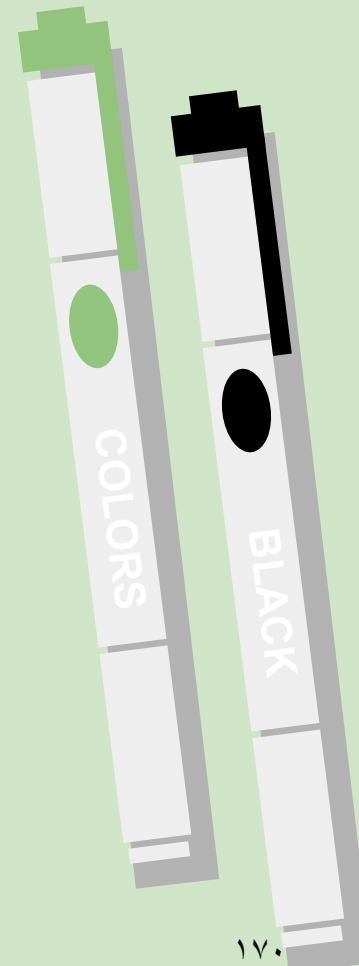




لماذا؟

يريد نادٍ رياضي بناء قاعة خاصة بالتمارين الرياضية،
على أن يزيد طولها على ثلاثة أمثال عرضها بـ ٣ أمتار.
ولمعرفة مساحة أرض القاعة لتغطيتها بسجاد خاص
بالتمارين الرياضية نضرب عرض القاعة في طولها؛ أي أن
مساحة أرض القاعة تعطى بالعلاقة $ض (٣ + ٣)$.

ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود: يمكنك استعمال
خاصية التوزيع لإيجاد ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة
حدود.



مثال ١ : ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

أوجد ناتج: $-3س^2(7س^2 - س + 4)$.

الطريقة الأفقية:

العبرة الأصلية

خاصية التوزيع

اضرب

بسّط

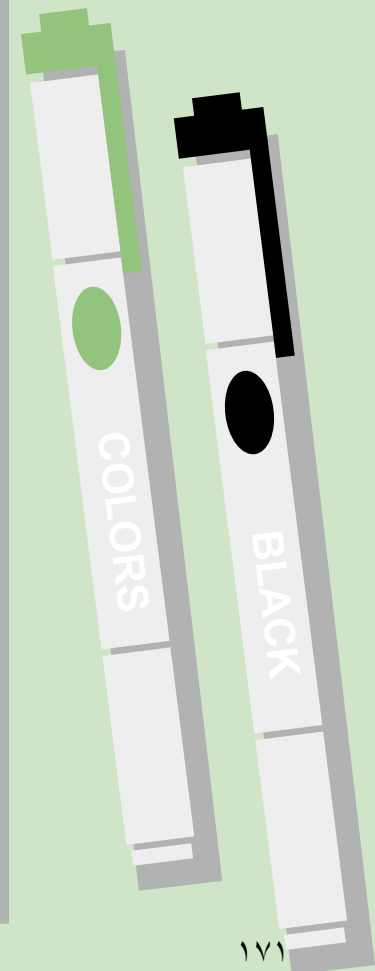
$$\begin{aligned} & -3س^2(7س^2 - س + 4) \\ & = -3س^2(7س^2) + (-3س^2)(-س) + (-3س^2)(4) \\ & = -21س^4 + 3س^3 - 12س^2 \end{aligned}$$

الطريقة الرأسية:

خاصية التوزيع

اضرب

$$\begin{array}{r} 7س^2 - س + 4 \\ \times -3س^2 \\ \hline -21س^4 + 3س^3 - 12س^2 \end{array}$$



تحقق من فهمك

$$(أ) \quad (٧ - ١٢ + ٢٤ - ١٥)$$

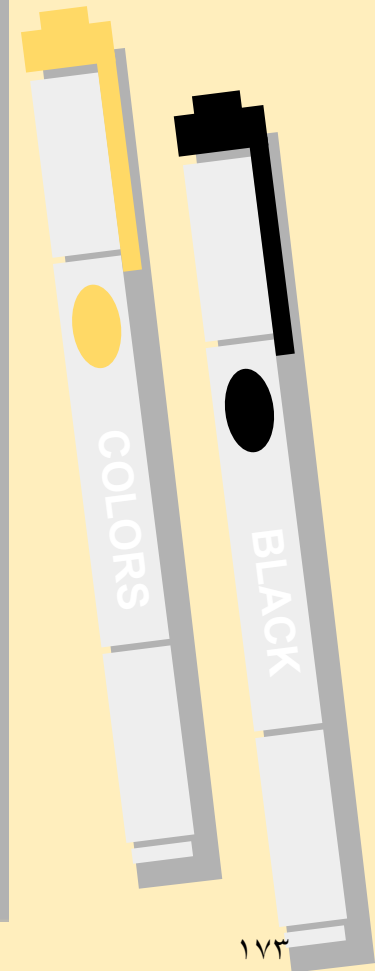
$$(ب) \quad (٩ + د - ٣د٢ - ٤د٣)$$

تأكد

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

(١) $5n(-3n^2 + 2n - 4)$

(٢) $6ج^2(3ج^3 + 4ج^2 + 10ج - 1)$

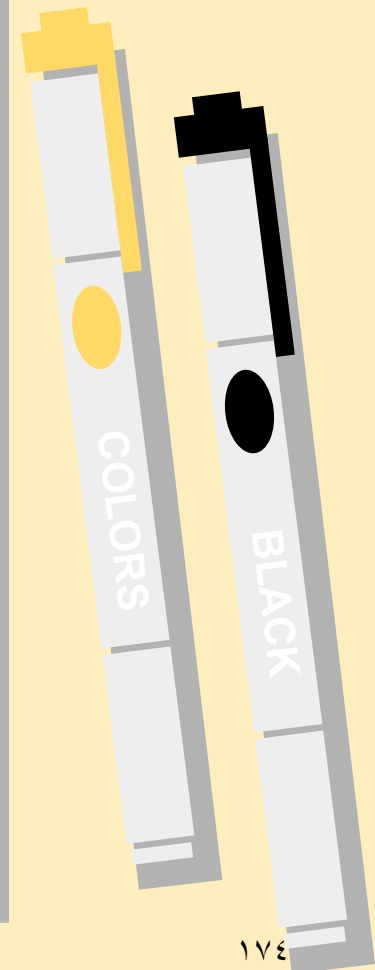


تأكد

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(3) \quad -3r^4(2r^2 - 6r^6 - 5)$$

$$(4) \quad 2a^2(7a^4b^2 + a^5b - 2a^2)$$



مثال ٢ : تبسيط العبارات

$$\text{بسّط } ٢٢(-٤ + ٥) - (٢٠ + ٢٢)٥$$

$$٢٢(-٤ + ٥) - (٢٠ + ٢٢)٥$$

$$= (٢٢)(٥) + (٢٢)(-٤) + (٢٠)(٥) + (٢٢)(٥)$$

$$= ١١٠ - ٨٨ + ١٠٠ + ١١٠$$

$$= ١٠٠ - (٨٨ - ١١٠) + ١١٠$$

$$= ١٠٠ - ٢٢ + ١١٠$$

العبرة الأصلية

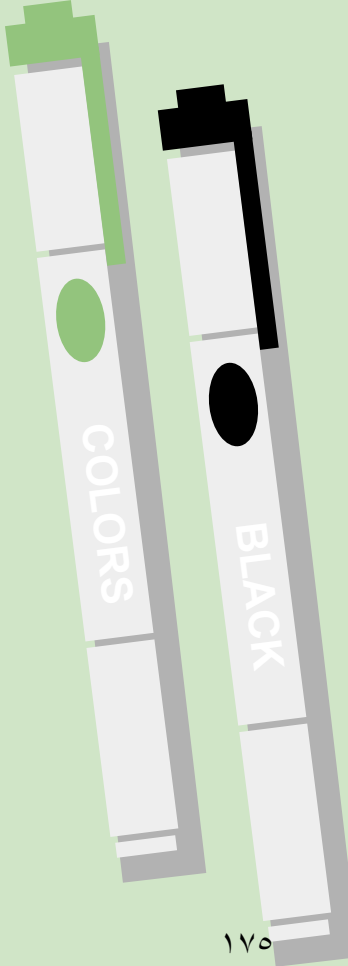
خاصية التوزيع



وزارة التعليم

اجمع الحدود المتشابهة

1 - 1/1/2



تحقق من فهمك

$$١٢) ٣(٥س٢ + ٢س٤ - ٤) - س(٧س٢ + ٢س٣ - ٣)$$

$$٢) (١٥ن(١٠ص٣ن٥ + ٥ص٢ن) - ٢ص(٤ص٢ + ٢ص٤))$$

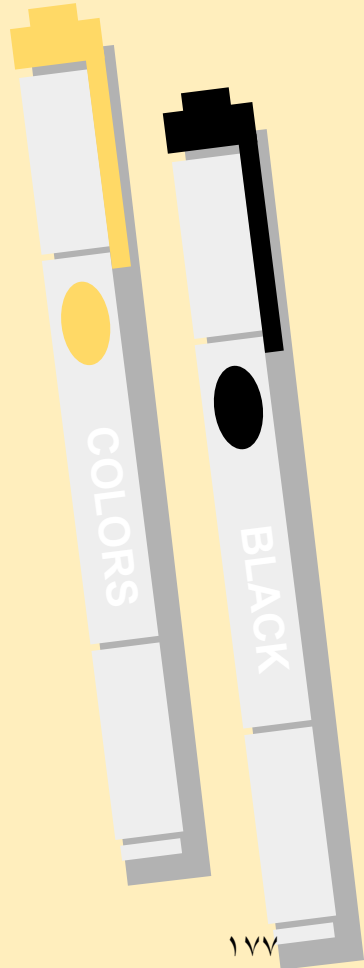
تأكد

بسّط كل عبارة فيما يأتي :

٦) $س(٣س^٢ + ٤) + ٢(٧س - ٣)$

٥) $ن(٤ن^٢ + ١٥ن + ٤) - ٤(٣ن - ١)$

٧) $د^٢ - (د^٣ج - ٤دج^٢ + ٢د^٢ج) + ج^٢(دج^٢ - ٣د^٤)$



A diagram of a trapezoid with a dashed vertical line from the top-left corner to the bottom base. The top base is labeled $1 + \epsilon$, the height is labeled ϵ , and the bottom base is labeled $\epsilon + \epsilon^2$.

اقرأ الفقرة:

حل الفقرة:

لتكن $ق_1 = ع + 1$ ، $ق_2 = ع^2 + 4$ ، $ع =$ ارتفاع شبه المنحرف.

$$م = \frac{1}{2}ع (ق_1 + ق_2)$$

مساحة شبه المنحرف

$$[(\varepsilon + \varepsilon^2) + (1 + \varepsilon)] \varepsilon^{\frac{1}{2}} =$$

$$ق١ + ع = ١, ق٢ + ع٢ = ٢$$

اجمع ثم بسّط

$$(0 + \varepsilon^3) \varepsilon^{\frac{1}{2}} =$$

خاصية التوزيع

$$C \frac{0}{2} + {}^2 C \frac{3}{2} =$$

$$(\xi\xi)\frac{0}{\gamma} + {}^2(\xi\xi)\frac{\gamma}{\gamma} =$$

$$\xi\xi = \xi$$

بہ

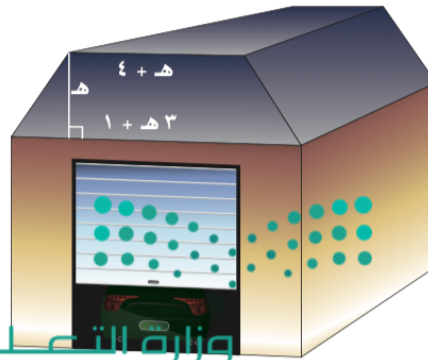
$$3.14 =$$

إذن نحتاج إلى ٣٠١٤ سم^٢ من الورق الذهبي.

[illegible]

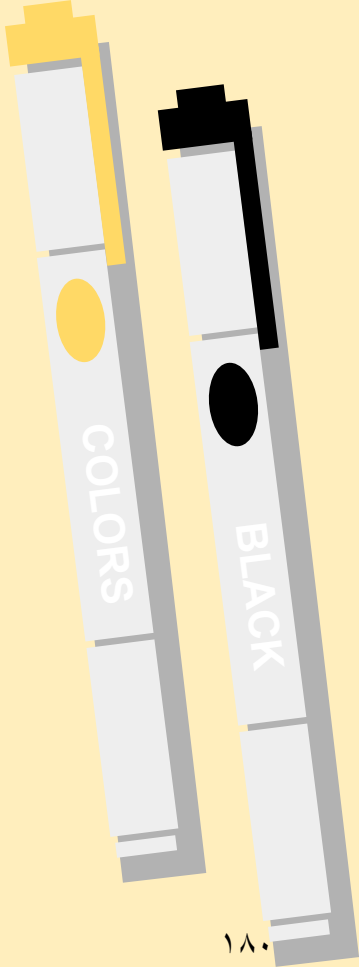
تحقق من فهمك

(٣) **مرآب:** يمثل الجزء العلوي من الواجهة الأمامية للمرآب المجاور شكل شبه منحرف. إذا كان ارتفاع شبه المنحرف ١,٧٥ متر، فأوجد مساحة الجزء العلوي من الواجهة الأمامية للمرآب.



تأكد

٨) **تلفاز:** اشترى أحمد تلفازًا جديدًا. ارتفاع شاشته يساوي نصف عرضها، بالإضافة إلى ٥ بوصات، وعرضها ٣٠ بوصة. أوجد ارتفاع الشاشة بالبوصات.

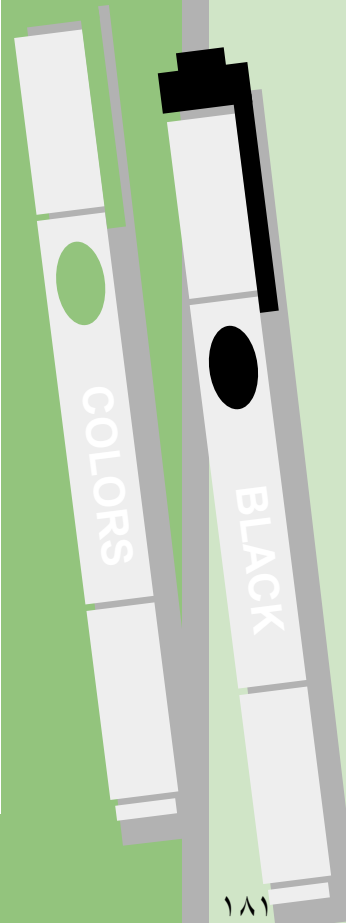


حل معادلات تتضمن كثيرة حدود : تستطيع استعمال خاصية التوزيع لحل معادلات تتضمن حاصل ضرب وحيدة حد بكثيرة حدود.

إرشادات للدراسة

جمع الحدود المتشابهة

إذا أردت تبسيط عبارة
تحتوي الكثير من الحدود،
فقد يساعدك على ذلك
وضع دوائر حول أحد
مجموعات الحدود المتشابهة
ومستطيلات حول عناصر
مجموعة أخرى، ومثلثات
حول عناصر مجموعة ثالثة،
وهكذا.



مثال ٤ : معادلات تتضمن كثيرات حدود في طرفيها

حل المعادلة: $٥٠ + (٤ - أ٦)أ٢ + (١ + أ٤)أ = ٨ + (٦ + أ٢)أ٣ + (٢ - أ٥)أ٢$

المعادلة الأصلية

$$٥٠ + (٤ - أ٦)أ٢ + (١ + أ٤)أ = ٨ + (٦ + أ٢)أ٣ + (٢ - أ٥)أ٢$$

خاصية التوزيع

$$٥٠ + أ٨ - أ١٢ + أ + أ٤ = ٨ + أ١٨ + أ٦ + أ٤ - أ١٠$$

اجمع الحدود المتشابهة

$$٥٠ + أ٧ - أ١٦ = ٨ + أ١٤ + أ١٦$$

اطرح أ١٦ من كلا الطرفين

$$٥٠ + أ٧ - = ٨ + أ١٤$$

أضف أ٧ إلى كلا الطرفين

$$٥٠ = ٨ + أ٢١$$

اطرح ٨ من كلا الطرفين

$$٤٢ = أ٢١$$

اقسم كلا الطرفين على ٢١

$$٢ = أ$$

تحقق :

$$٥٠ + (٤ - أ٦)أ٢ + (١ + أ٤)أ = ٨ + (٦ + أ٢)أ٣ + (٢ - أ٥)أ٢$$

$$٥٠ + [٤ - (٢)٦](٢)٢ + [١ + (٢)٤]٢ \stackrel{?}{=} ٨ + [٦ + (٢)٢](٢)٣ + [٢ - (٢)٥](٢)٢$$

بسّط

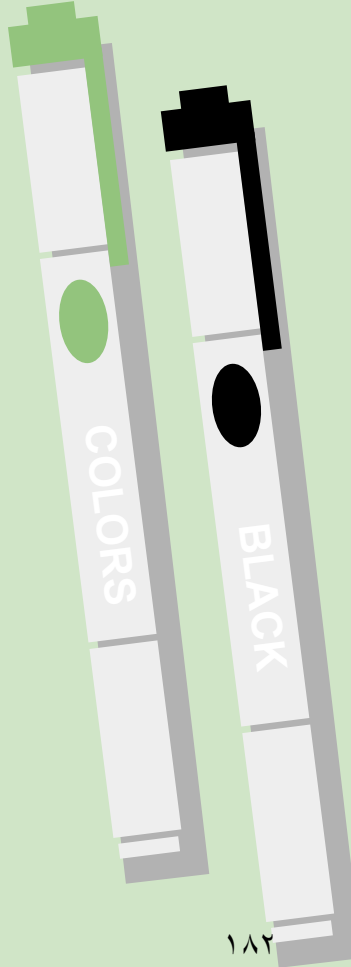
$$٥٠ + (٨)٤ + (٩)٢ \stackrel{?}{=} ٨ + (١٠)٦ + (٨)٤$$

اضرب

$$٥٠ + ٣٢ + ١٨ \stackrel{?}{=} ٨ + ٦٠ + ٣٢$$

اجمع

$$\checkmark ١٠٠ = ١٠٠$$



تحقق من فهمك

$$١٤) ٢س(٤ + س) + ٧ = ٢س(٨ + س) + ٢س(١ + س) + ١٢$$

تحقق من فهمك

٤ب) $د(د + ٣) - د(د - ٤) = ٩د - ١٦$

تأكد

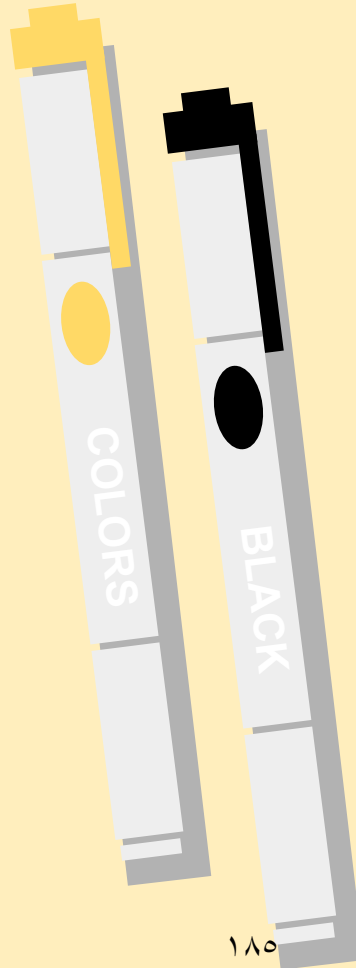
حلّ كلّاً من المعادلات الآتية:

$$(9) \quad 6 - (11 - 2 - 2) = 7 - (2 - 2 - 2)$$



$$(10) \quad 2n(2n + 3) + 20 = 2n(2n + 3)$$

$$(11) \quad 7 + (1 + 7) + (5 - 1) = 35 + (6 - 1) + (3 + 1)$$



مهارة تفكير عليا

(٣٤) اكتب: صف خطوات ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.

(٣٦) إذا كانت $أ = ٥س + ٧ص$ ، $ب = ٢ص - ٣س$ ، فأوجد $أ + ب$

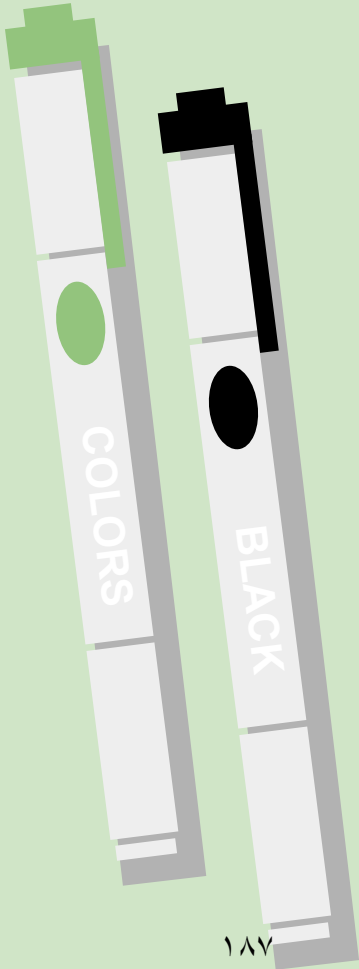
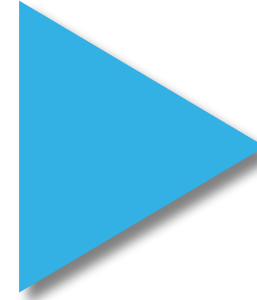
(ج) $٢س + ٩ص$

(أ) $٢س - ٩ص$

(د) $٢س - ٥ص$

(ب) $٣ص + ٤س$

 **Wordwall**



الواجب المنزلي



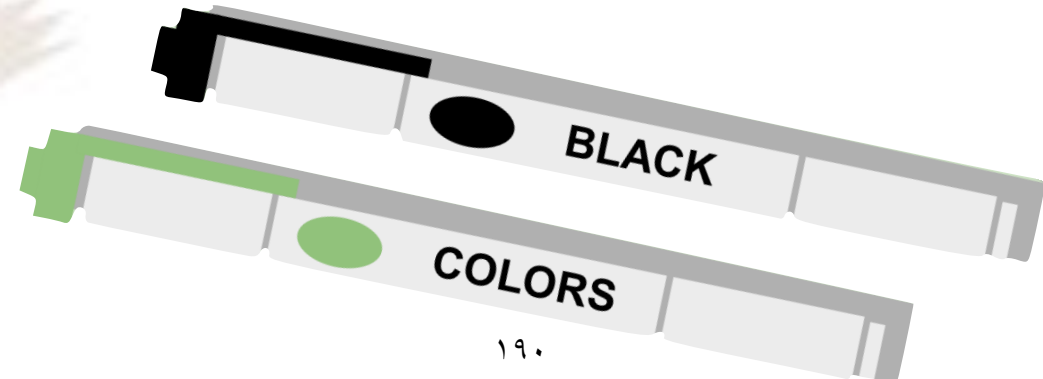
ضرب كثيرات الحدود

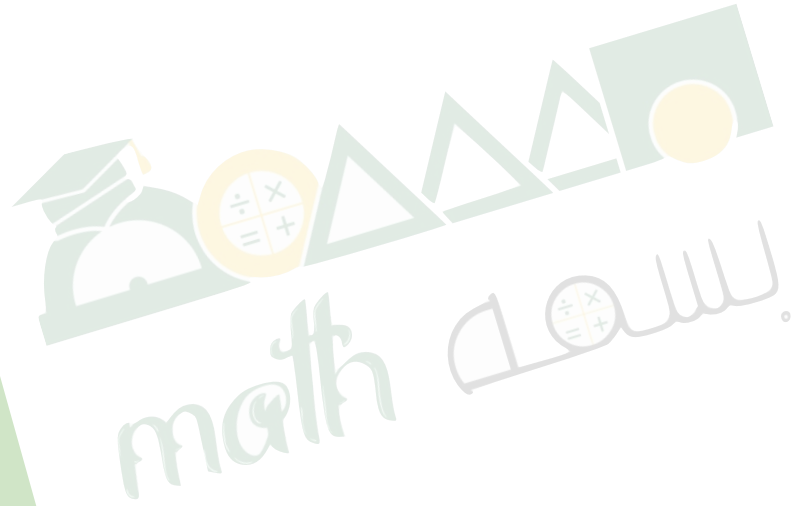
والآن

- ١ / اخذب كتيبات الحدود باستعمال خاصية التوزيع
- ٢ / اخذب ثنائيتي حد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب

فيما سبق

درست اخذب وحيدة
حد في كتيبة حدود





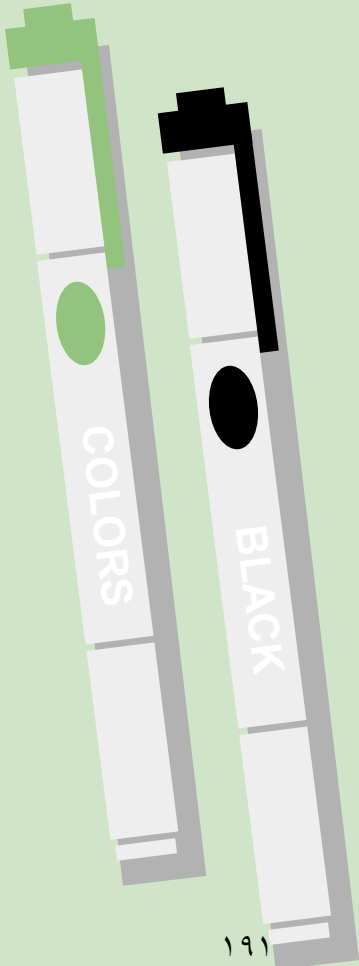
www.ien.edu.sa



المثال ٩:

لخياطة ثوب نستعمل قطعة من القماش مستطيلة الشكل. ويُحدّد بعدها بناءً على طول صاحب الثوب وعرضه. فإذا كان طول قطعة القماش المراد تفصيلها كثوب لأيمن يساوي طول أيمن ع زائد ١٨٠ سم، أو ع + ١٨٠ عرض القطعة يساوي نصف طول أيمن مضافاً إليه ٢٧ سم، أو $\frac{1}{3}ع + ٢٧$. ولإيجاد المساحة التقريبية لقطعة القماش، فإنك تحتاج لإيجاد ناتج $(ع + ١٨٠)(\frac{1}{3}ع + ٢٧)$.

ضرب ثنائيّتي حد: تستعمل خاصية التوزيع لضرب ثنائيّتي حد مثل ع + ١٨٠، $\frac{1}{3}ع + ٢٧$. ويمكن ضرب ثنائيّتي الحد أفقيّاً أو رأسياً.



مثال ١ : خاصية التوزيع

أوجد ناتج الضرب في كلِّ مما يأتي :

(أ) $(٢س + ٣)(٥ + س)$

الطريقة الرأسية

اضرب في س

$$٢س + ٣$$

$$(٢س + ٣)(٥ + س)$$

$$٢س٢ + ٣س$$

اضرب في ٥

$$٢س + ٣$$

$$(٢س + ٣)(٥ + س)$$

$$٢س٢ + ٣س$$

اجمع الحدود المتشابهة

$$٢س + ٣$$

$$(٢س + ٣)(٥ + س)$$

$$٢س٢ + ٣س$$

$$١٥ + ١٠س$$

$$١٥ + ١٠س$$

$$١٥ + ١٣س + ٢س٢$$

$$١٥ + ١٠س + ٥(٢س + ٣) = ١٥ + ١٣س + ٢س٢$$

الطريقة الأفقية :

$$(٢س + ٣)(٥ + س) = (٥ + س)٢س + (٥ + س)٣$$

$$= ٢س٢ + ٣س + ١٠س + ١٥$$

$$= ١٥ + ١٣س + ٢س٢$$

اكتبها كمجموع ناتجي ضرب

خاصية التوزيع

اجمع الحدود المتشابهة

مثال ١ : خاصية التوزيع

(ب) $(٢ - س)(٤ + س٣)$

الطريقة الرأسية :

اضرب في $س٣$

$س٣ - ٢$

$(٤ + س٣)(\times)$

$س٣ - ٢$

اضرب في ٤

$س٣ - ٢$

$(٤ + س٣)(\times)$

$س٣ - ٢$

$٨ - س٤$

اجمع الحدود المتشابهة

$س٣ - ٢$

$(٤ + س٣)(\times)$

$س٣ - ٢$

وزارة التعليم

Ministry of Education

٨ - ٢٠٢١ - ١٤٤٣

$٨ - س٤ = (٢ - س)٤$ $س٣ - ٢ = (٢ - س)س٣$

الطريقة الأفقية :

اكتبها كفرق بين حاصل ضرب

$(٢ - س)(٤ + س٣) = س٣(٤ + س٣) - ٢(٤ + س٣)$

خاصية التوزيع

$س٣ - ٢ + س٣ - ٨$

اجمع الحدود المتشابهة

$س٣ - ٢ - ٨$

تحقق من فهمك

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(١١) (٣م + ٤)(٥ + م)$$

$$(١ب) (٥ص - ٢)(٨ + ص)$$

وتُسمى الصيغة المختصرة لخاصية التوزيع في ضرب ثنائي حد **بطريقة التوزيع بالترتيب**.

أضف إلى مطويتك
مفهوم أساسي

طريقة التوزيع بالترتيب

التعبير اللفظي

لضرب ثنائي حد، أوجد ناتج جمع كل من: ضرب الحدين الأولين، وضرب الحدين في الطرفين، وضرب الحدين الأوسطين، وضرب الحدين الآخرين بالترتيب.

ناتج ضرب
الحدين الآخرين

↓

$(2-)(4)$

ناتج ضرب
الحدين الأوسطين

↓

$(4)(س)$

ناتج ضرب الحدين
في الطرفين

↓

$(2-)(س)$

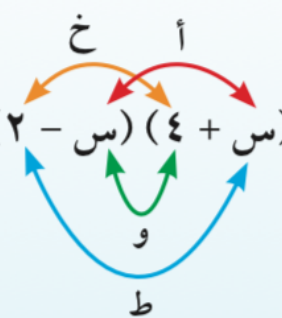
ناتج ضرب
الحدين الأولين

↓

$(س)(س)$

مثال

$$(س + ٤)(٢ - س) = (س)(س) + (س)(٢) + (٤)(س) + (٤)(٢) = س^٢ + ٢س + ٤س + ٨ = س^٢ + ٦س + ٨$$



قراءة الرياضيات

كثيرات الحدود كعوامل:
تُقرأ العبارة $(س + ٤)(٢ - س)$
على الصورة $س$ زائد ٤
مضروباً في $س$ ناقص ٢

مثال ٢ : طريقة التوزيع بالترتيب

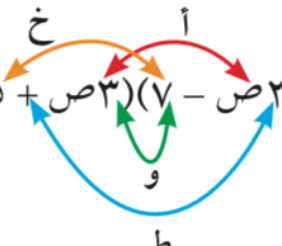
أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

(أ) $(٥ + ٣ص)(٧ - ٢ص)$

طريقة التوزيع بالترتيب

اضرب

اجمع الحدود المتشابهة

$$\begin{aligned}
 (٥ + ٣ص)(٧ - ٢ص) &= (٥)(٧ -) + (٣ص)(٧ -) + (٥)(٢ص) + (٣ص)(٢ص) \\
 &= ٣٥ - ٢١ص - ١٠ص + ٦ص^٢ \\
 &= ٣٥ - ١١ص - ٦ص^٢
 \end{aligned}$$


(ب) $(٩ - ٢أ)(٥ - ٤أ)$

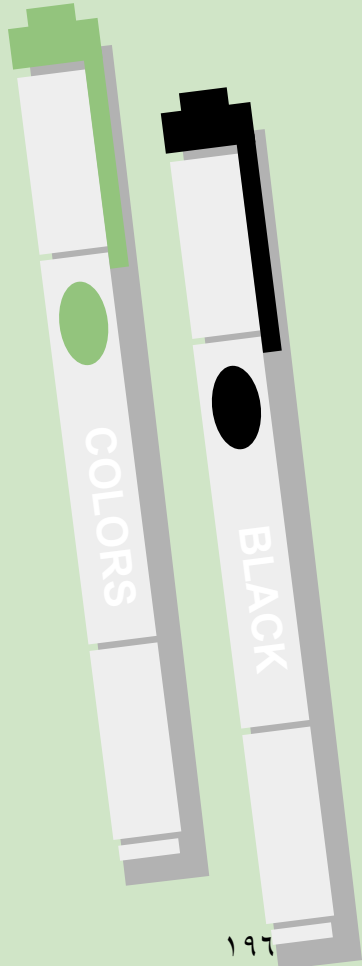
$(٩ - ٢أ)(٥ - ٤أ)$

طريقة التوزيع بالترتيب

اضرب

اجمع الحدود المتشابهة

$$\begin{aligned}
 (٩ - ٢أ)(٥ - ٤أ) &= (٩)(٥ -) + (٢أ)(٥ -) + (٩)(٤أ) + (٢أ)(٤أ) \\
 &= ٤٥ + ١٠أ - ٣٦أ - ٨أ^٢ \\
 &= ٤٥ + ٤٦أ - ٨أ^٢
 \end{aligned}$$



تحقق من فهمك

$$(١٢) (٤ب - ٥) (٣ب + ٢)$$

$$(٢ب) (٢ص - ٥) (ص - ٦)$$

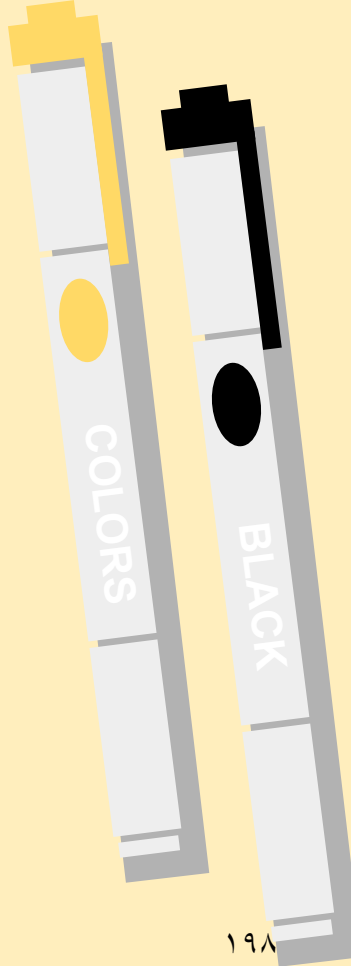
تأكد

أوجد ناتج الضرب في كلِّ مما يأتي:

(٣) (ب - ٧)(ب + ٣)

(٢) (ص - ٢)(ص + ٤)

(١) (س + ٥)(س + ٢)



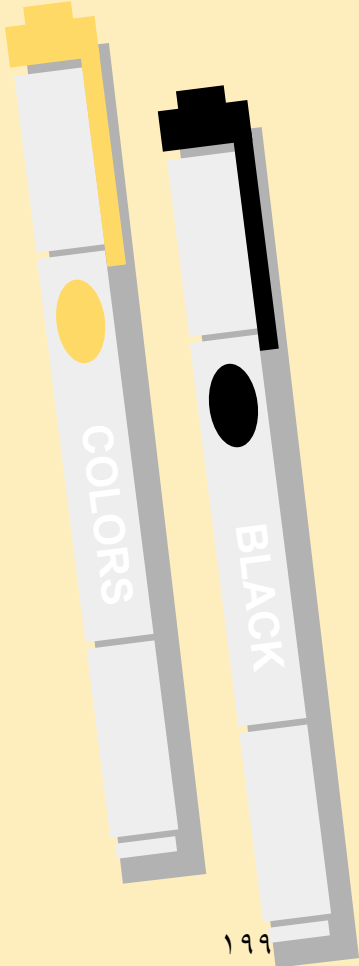
تأكد

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

٦ (٦ - أ٥)(٩ + أ٢)

٥ (٥ - ه٢)(١ - ه٨)

٤ (٤ - ن٣)(٩ + ن)

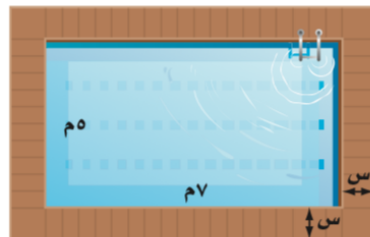


مثال ٣ : من واقع الحياة



الربط مع الحياة

تعتمد تكلفة بركة السباحة على
عدة عوامل. منها: كون البركة
فوق مستوى سطح الأرض،
أو دون مستوى سطحها، ونوع
المادة المستعملة في تبليطها.



بركة سباحة: يحيط ممر ببركة سباحة مستطيلة الشكل. إذا كان عرض الممر هو ٥ متر. فاكتب عبارة تمثل مساحة سطح البركة والممر معاً.

افهم: المطلوب كتابة عبارة لمساحة سطح البركة والممر حولها.

خطّط: استعمل صيغة مساحة المستطيل بعد تحديد طول البركة وعرضها بالإضافة إلى عرض الممر.

حل: بما أن الممر منتظم من جميع جهات البركة، فإن طول المستطيل الممثل للبركة والممر يزيد على طول البركة بمقدار ٢س، وكذلك العرض؛ لذا يمكن تمثيل الطول بـ $٧ + ٢س$ والعرض بـ $٥ + ٢س$

المساحة = الطول × العرض

$$= (٧ + ٢س)(٥ + ٢س)$$

$$= ٢س(٧ + ٢س) + ٥(٧ + ٢س)$$

$$= ١٤س + ١٠س + ٣٥$$

$$= ٢٤س + ٣٥$$

لذا تكون المساحة الكلية للممر والبركة معاً هي $٢٤س + ٣٥$

تحقق: اختر قيمة لـ س وعوّضها في العبارتين $(٧ + ٢س)(٥ + ٢س)$ ، $٢٤س + ٣٥$. ستجد أن النتيجة هي نفسها لكنتا العبارتين.

مساحة المستطيل

بالتعويض

طريقة التوزيع بالترتيب

اضرب

اجمع الحدود المتشابهة

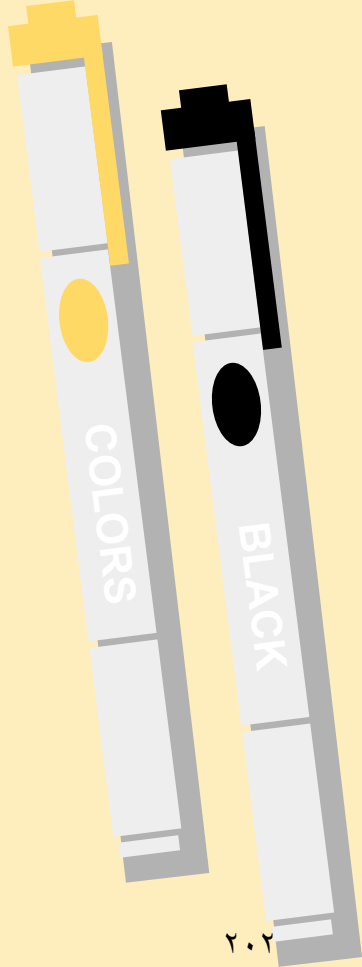
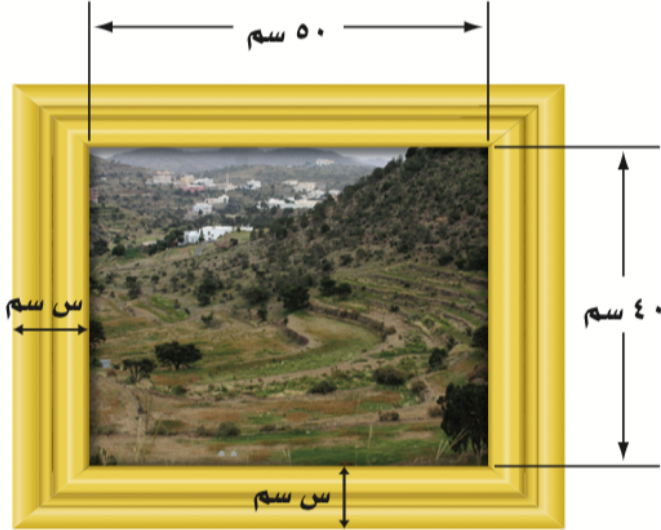
تحقق من فهمك

(٣) إذا كان طول البركة ٩ م وعرضها ٧ م. فأوجد مساحة سطح البركة والممر معًا.

math بسمة

تأكد

(٧) **إطار صورة:** صمّم خالد إطارًا لصورة كما في الشكل المجاور. فإذا كان الإطار منتظمًا من جميع جهاته، فاكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للصورة والإطار معًا.



مثال ٤ : خاصية التوزيع

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

(أ) $(5 + 6س)(5س^2 - 3س - 5)$

$(5 + 6س)(5س^2 - 3س - 5)$

$= 6س(5س^2 - 3س - 5) + 5(5س^2 - 3س - 5)$

$= 30س^3 - 18س^2 - 30س + 25س^2 - 15س - 25$

$= 30س^3 - 8س^2 - 45س - 25$

(ب) $(2ص^2 + 3ص - 1)(3ص^2 - 5ص + 2)$

$(2ص^2 + 3ص - 1)(3ص^2 - 5ص + 2)$

$= 2ص^2(3ص^2 - 5ص + 2) + 3ص(3ص^2 - 5ص + 2) - 1(3ص^2 - 5ص + 2)$

$= 6ص^4 - 10ص^3 + 4ص^2 + 9ص^3 - 15ص^2 + 6ص - 3ص^2 + 5ص - 2$

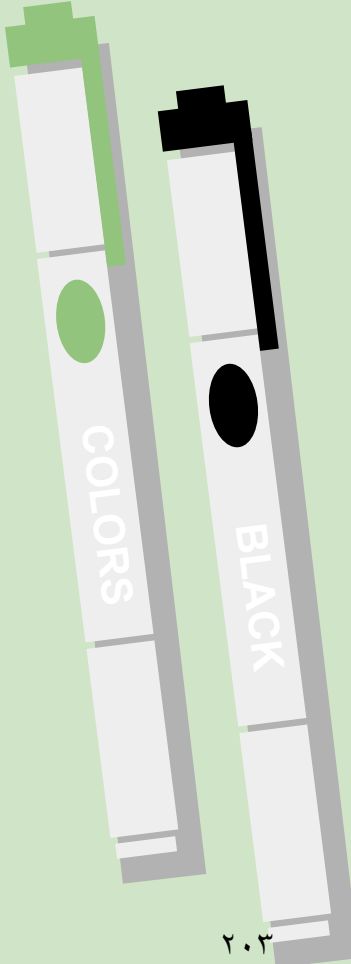
$= 6ص^4 - 3ص^3 - 11ص^2 + 11ص - 2$

خاصية التوزيع

اضرب.

اجمع الحدود المتشابهة

اجمع الحدود المتشابهة



تحقق من فهمك

$$(١٤) (٣س - ٥) (٢س^٢ + ٧س - ٨)$$

تحقق من فهمك

باربار

Education

443

٤ب) $(3 - m^2 + m^2)(5 + m^7 - m^4)$



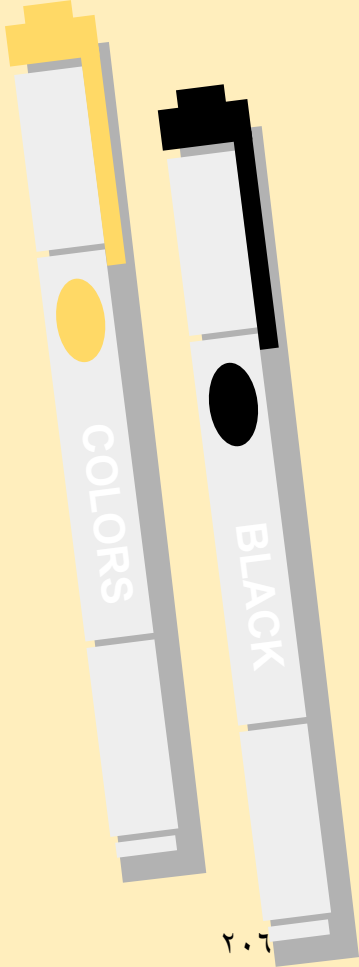
 بسمة math

تأكد

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

٨) $(4ص^2 - 3)(4ص^2 + 7ص + 2)$

٩) $(5س^2 + 3س - 4)(5س^2 - 4س + 5)$



مهارة تفكير عليا

٢٩) تحدّ: أوجد ناتج: $(س^٢ + س^١)(س^١ - س^١ - س^١ + س^١)$.

مهارة تفكير عليا

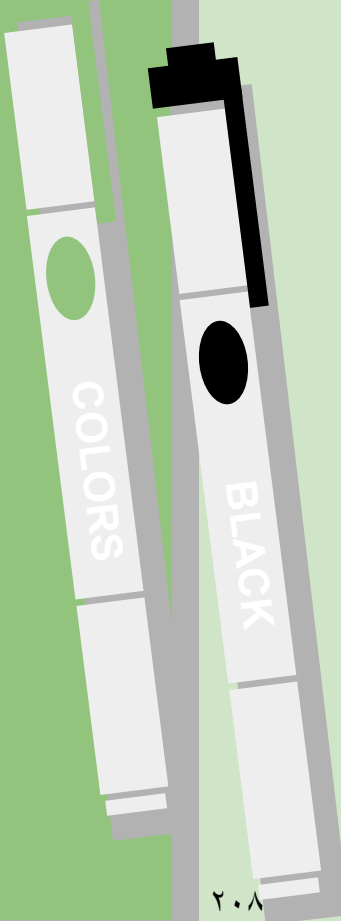
٣٢) ما ناتج ضرب عبارتین: ٢س - ٥، ٣س + ٤؟

ج) ٦س^٢ - ٢٠

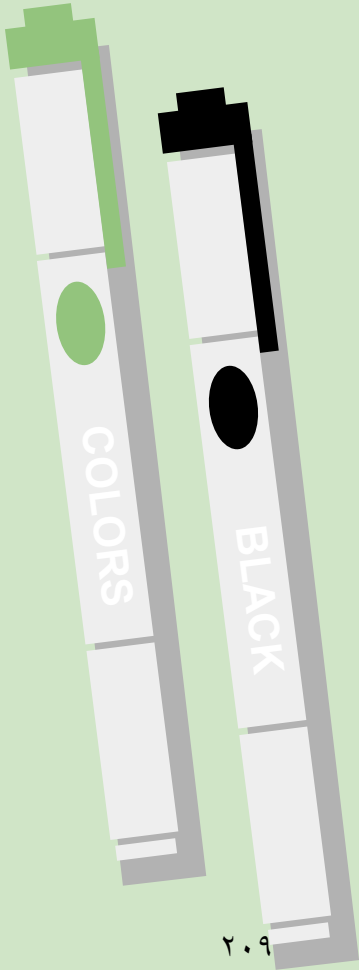
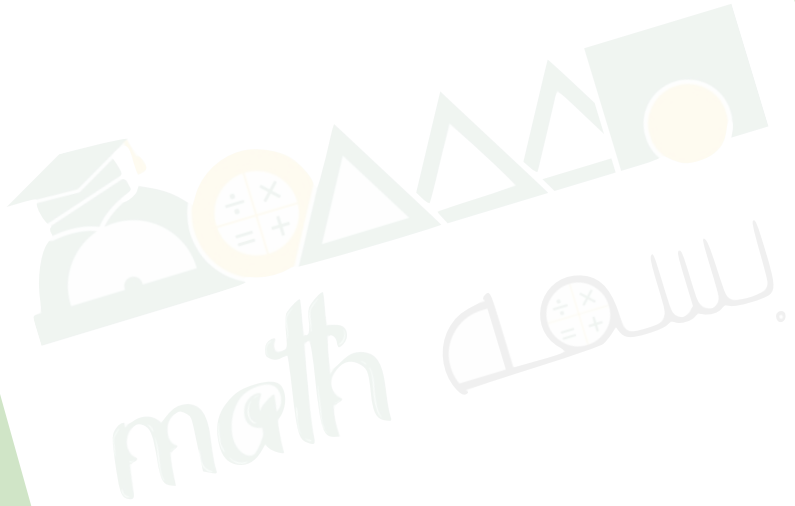
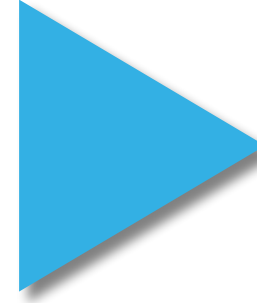
أ) ٥س - ١

د) ٦س^٢ + ٧س - ٢٠

ب) ٦س^٢ - ٧س - ٢٠



 **Wordwall**



الواجب المنزلي



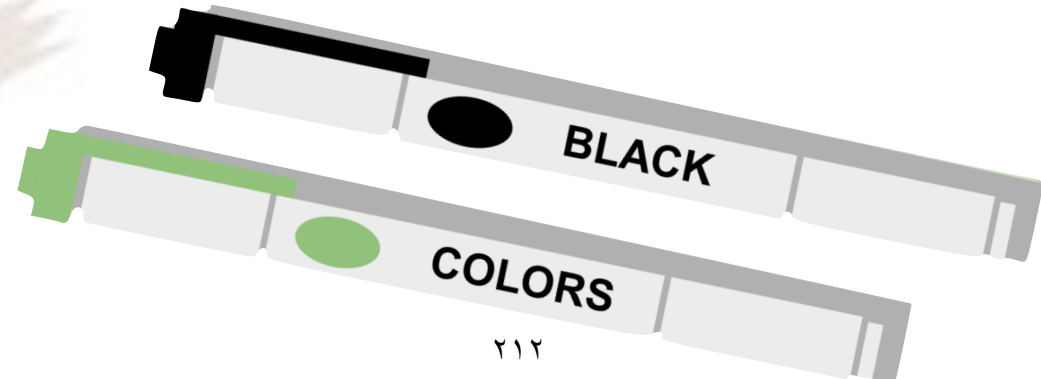
حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

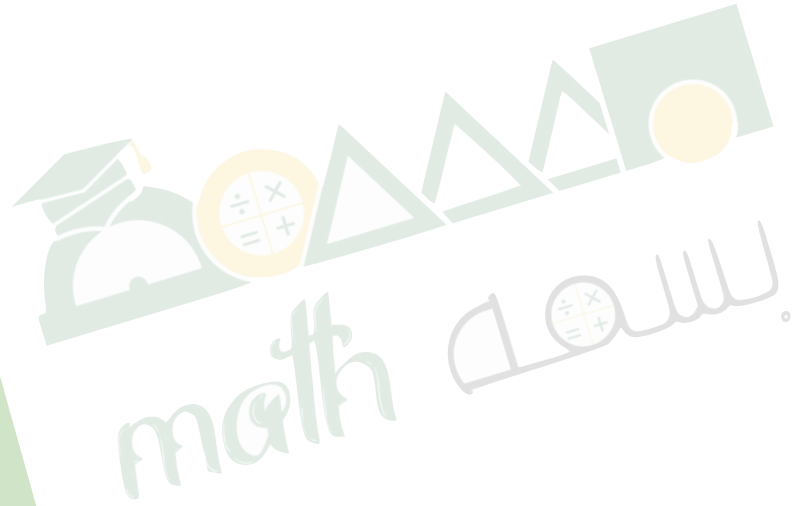
والآن

- ١ / اجد مربع مجموع حدين ومربع الفرق بينهما
- ٢ / اجد ناتج ضرب مجموع حدين الفرق بينهما

فيما سبق

درست ضرب ثنائيتي
حد باستعمال طريقة
التوزيع بالترتيب







 www.ien.edu.sa



لماذا؟

يريد محمد تثبيت لوحة الرمي بالسهم إلى لوح خشبي مربع الشكل. فإذا كان نصف قطر لوحة السهم هو (نق + ١٢)، فما مساحة لوح الخشب الذي يحتاج إليه؟
 يعرف محمد أن قطر لوحة السهم هو ٢ (نق + ١٢) = ٢٤ + نق. فيكون طول كل ضلع من أضلاع المربع يساوي ٢٤ + نق. ولإيجاد مساحة لوح الخشب الذي يحتاج إليه، فإن عليه إيجاد مساحة المربع. $M = (24 + n)^2$

مربع مجموع حدين ومربع الفرق بينهما: بعض أزواج ثنائيات الحد، كالمربعات مثل $(24 + n)^2$ لها ناتج ضرب يتبع قاعدة معينة. واستعمال هذه القاعدة يسهل من عملية إيجاد ناتج الضرب. فمربع المجموع $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ هو أحد نواتج الضرب تلك.

$$\begin{array}{c}
 \text{ب} \\
 \text{ب} + \text{ب} + \text{ب} + \text{ب} = \text{ب}^2 + 2\text{ب} + \text{ب}^2 \\
 \text{ب} + \text{ب} + \text{ب} + \text{ب} = \text{ب}^2 + 2\text{ب} + \text{ب}^2
 \end{array}$$

أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

مربع مجموع حدين

التعبير اللفظي: مربع (أ + ب) هو مربع أ زائد مثلي حاصل ضرب أ في ب مضافاً إليه مربع ب.

الرموز: $(أ + ب)^2 = (أ + ب)(أ + ب) = أ^2 + ٢أب + ب^2$

مثال: $(٤ + س)^2 = (٤ + س)(٤ + س) = ١٦ + ٨س + س^2$

مثال ١: مربع مجموع حدين

أوجد ناتج: $٢(٥ + ٣س)$.

$$٢(أ + ب) = ٢أ + ٢ب$$

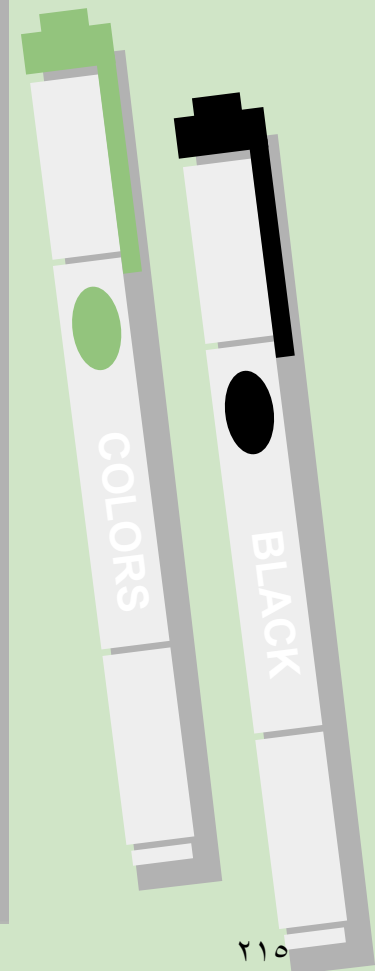
$$٢(٥ + ٣س) = ٢(٥) + ٢(٣س)$$

$$= ١٠ + ٦س$$

مربع المجموع

$$أ = ٣س، ب = ٥$$

بسّط. باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب، وتحقق من حلك



تحقق من فهمك

١١) $(٨ج + ٣د)^2$

١ب) $(٣س + ٤ص)^2$

ولإيجاد قاعدة مربع الفرق بين حدين، اكتب $A - B$ على صورة $A + (-B)$ ، وربّع الناتج باستعمال قاعدة مربع مجموع حدين.

$$\begin{aligned} \text{مربع مجموع حدين} \quad (A - B)^2 &= [A + (-B)]^2 = A^2 + 2A(-B) + (-B)^2 \\ &= A^2 - 2AB + B^2 \end{aligned}$$

بسّط

مفهوم أساسي	مربع الفرق بين حدين	أضف إلى مطويتك
التعبير اللفظي:	مربع $(A - B)$ هو مربع ناقص مثلي حاصل ضرب A في B مضافاً إليه مربع B .	
الرموز:	$(A - B)^2 = (A - B)(A - B) = A^2 - 2AB + B^2$	
مثال:	$(3 - 2s)^2 = (3 - 2s)(3 - 2s) = 9 - 12s + 4s^2$	

مثال ٢: مربع الفرق بين حدين

أوجد ناتج: $(٢س - ٥ص)^٢$.

$$(أ - ب)^٢ = أ^٢ - ٢أب + ب^٢$$

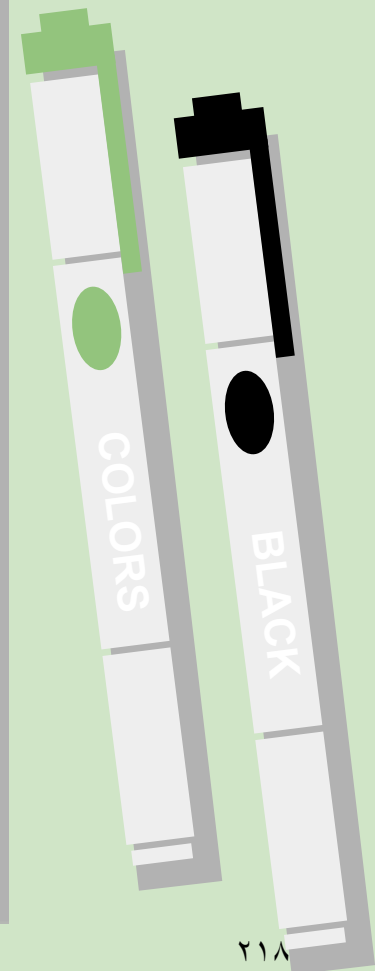
$$(٢س - ٥ص)^٢ = (٢س)^٢ - ٢(٢س)(٥ص) + (٥ص)^٢$$

$$= ٤س^٢ - ٢٠سص + ٢٥ص^٢$$

مربع الفرق

$$أ = ٢س، ب = ٥ص$$

بسّط



تحقق من فهمك

$$١٢ (١٢ - ٦) (١ - ٢)$$

$$٢ (٢ - ١) (٢ - ٢)$$

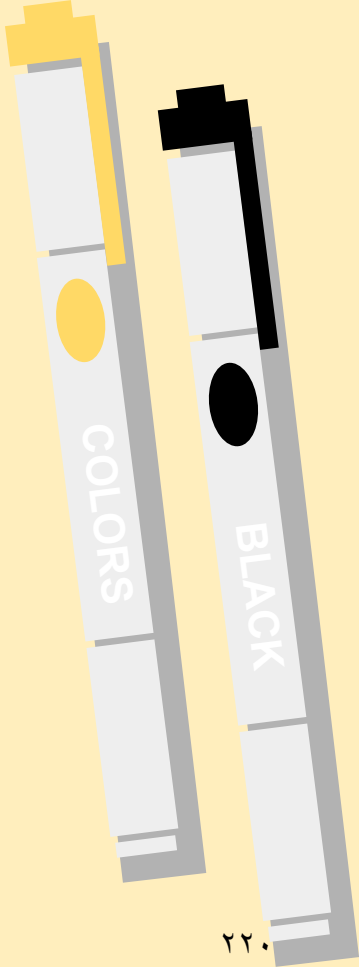
تأكد

أوجد ناتج كل مما يأتي:

(١) $(س + ٥)^2$

(٢) $(١١ - أ)^2$

(٣) $(٢س + ٧ص)^2$

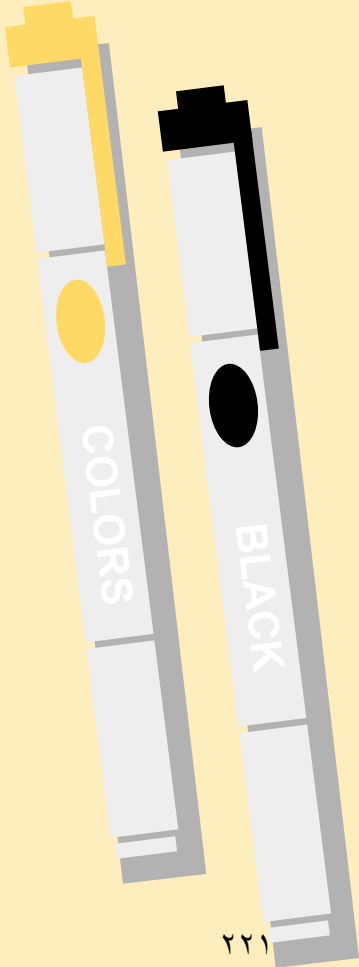


تأكد

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(4 - 3m)(4 - 3m)$$

$$(5 - (j - 4h)(j - 4h) \quad (6 - (3j + 6d)^2$$



مثال ٣ : من واقع الحياة

فيزياء: طول ضلع مكعب ألومنيوم أقل من طول ضلع مكعب نحاس بـ ٤ سم. اكتب معادلة تمثل مساحة سطح مكعب الألومنيوم بدلالة طول ضلع مكعب النحاس.

ليكن جـ طول ضلع مكعب النحاس، إذن طول ضلع مكعب الألومنيوم جـ - ٤

مساحة السطح = $6ل^2$

مساحة السطح = $6(ج - ٤)^2$

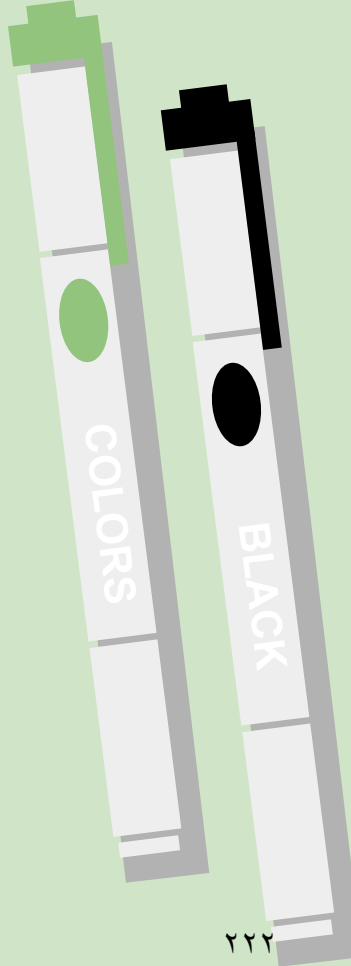
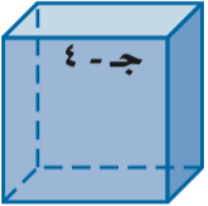
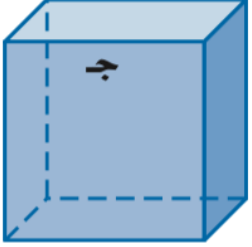
عوّض عن ل بـ (ج - ٤)

مساحة السطح = $6[ج^2 - ٨ج + ١٦]$

مربع الفرق

مساحة السطح = $6(ج^2 - ٨ج + ١٦)$

بسّط



تحقق من فهمك

(٣) **حديقة:** لدى عماد حديقة، طولها وعرضها ٣ أمتار إلى كل من الطول والعرض.

(أ) بيّن كيف يمكن التعبير عن مساحة الحديقة الجديدة بمربع ثنائية حد.

(ب) أوجد مربع ثنائية الحد السابقة.

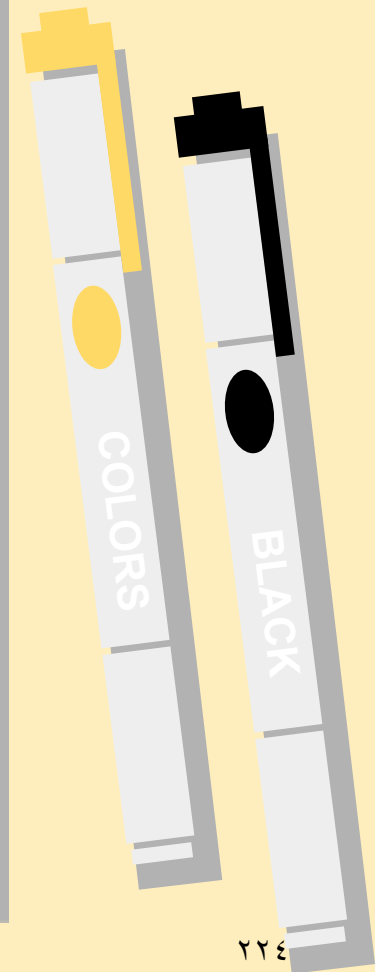
وزارة التـ

تأكد

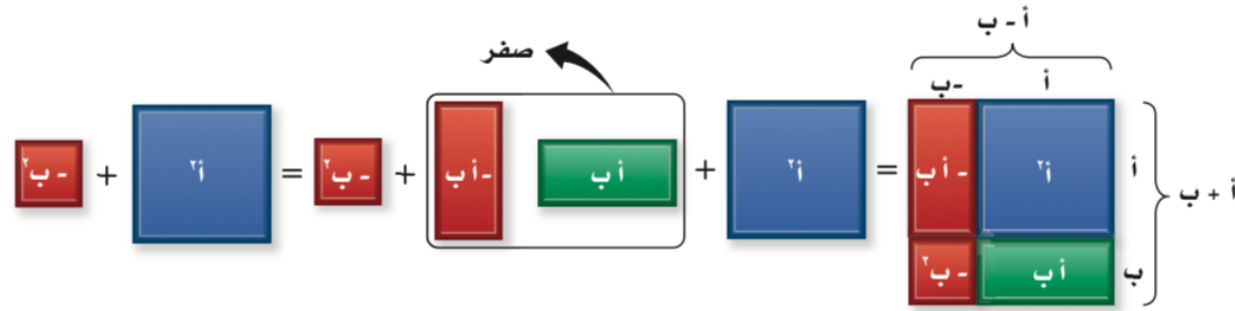
٧) **ألعاب:** تحوي لعبة القرص الطائر قرصًا على شكل دائرة نصف قطرها (س + ٤) سم.

أ) اكتب عبارة تمثل مساحة القرص الطائر.

ب) إذا كان قطر القرص الطائر ٢٤ سم، فما مساحته؟ (ط ≈ ١٤ , ٣).



ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما: سنرى الآن ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما،
(أ + ب) (أ - ب). تذكر أنه يمكن كتابة أ - ب على الصورة أ + (- ب).



لاحظ أن كلاً من الحدين الأوسطين هو معكوس جمعي للآخر، ومجموعهما صفر.
لذا فإن (أ + ب) (أ - ب) = أ² - أب + أب - ب² = أ² - ب².

أضف إلى

مطويتك

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: ناتج ضرب (أ + ب)، (أ - ب) هو مربع ناقص مربع ب.

الرموز: (أ + ب) (أ - ب) = (أ² - أب + أب - ب²) = أ² - ب²

مثال ٤ : ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق
 بينهما

أوجد ناتج: $(٣ + ٢س٢)(٣ - ٢س٢)$.

$$(أ + ب)(أ - ب) = أ^٢ - ب^٢$$

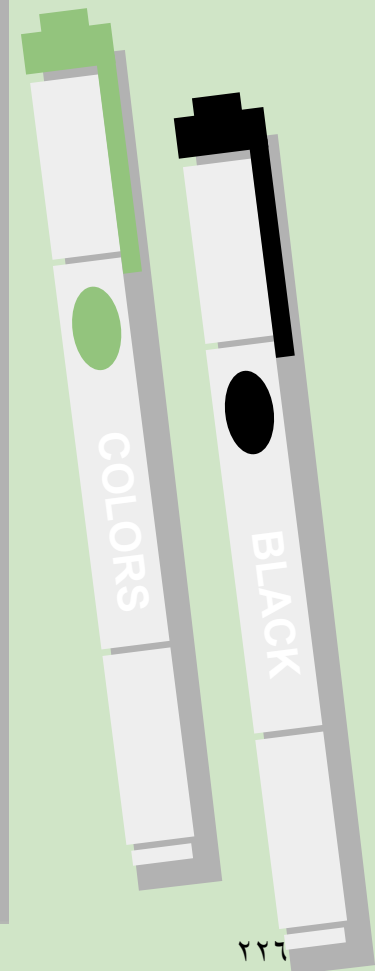
$$(٣ + ٢س٢)(٣ - ٢س٢) = ٣^٢ - (٢س٢)^٢$$

$$= ٩ - ٤س٤$$

حاصل ضرب المجموع في الفرق

$$أ = ٢س٢ ، ب = ٣$$

بسّط



تحقق من فهمك

$$(١٤) (٢ + ٣ن)(٢ - ٣ن)$$

$$(٤ب) (٤ج - ٧د)(٤ج + ٧د)$$

تأكد

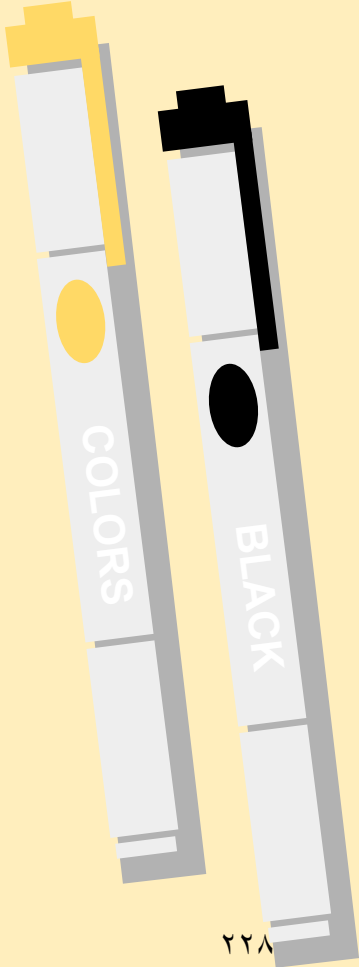
أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(٨) (٣ - أ)(٣ + أ)$$

$$(٩) (٥ + س)(٥ - س)$$

$$(١٠) (٦ ص - ٧)(٦ ص + ٧)$$

وزارة التعليم
Ministry of Education



مهارة تفكير عليا

(٤٧) حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي:

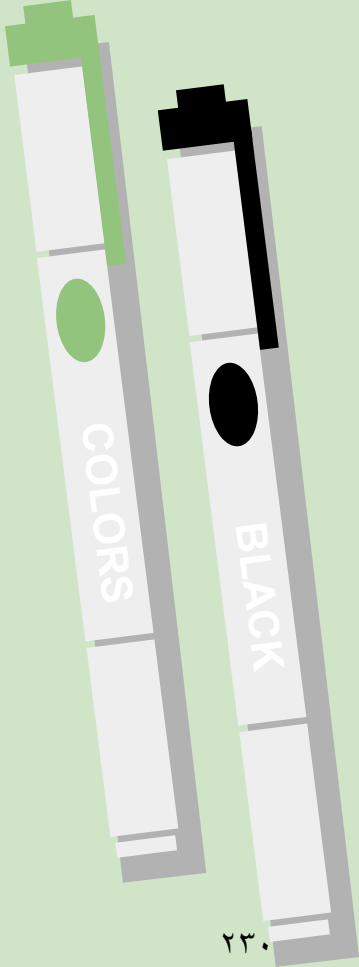
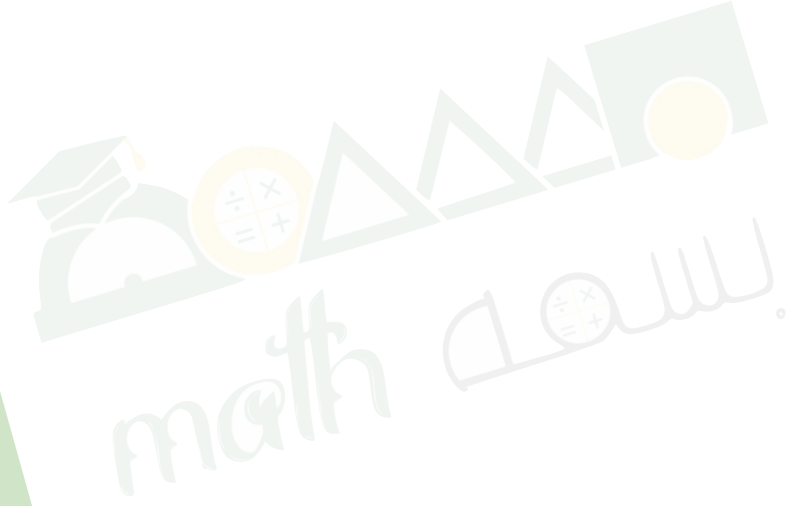
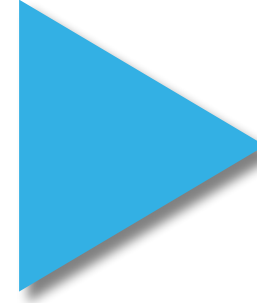
$$(ج + د)(ج + د)$$

$$(ج + د)(ج + د)$$

$$(ج + د)(ج - د)$$

$$(ج - د)(ج - د)$$

 **Wordwall**



الواجب المنزلي



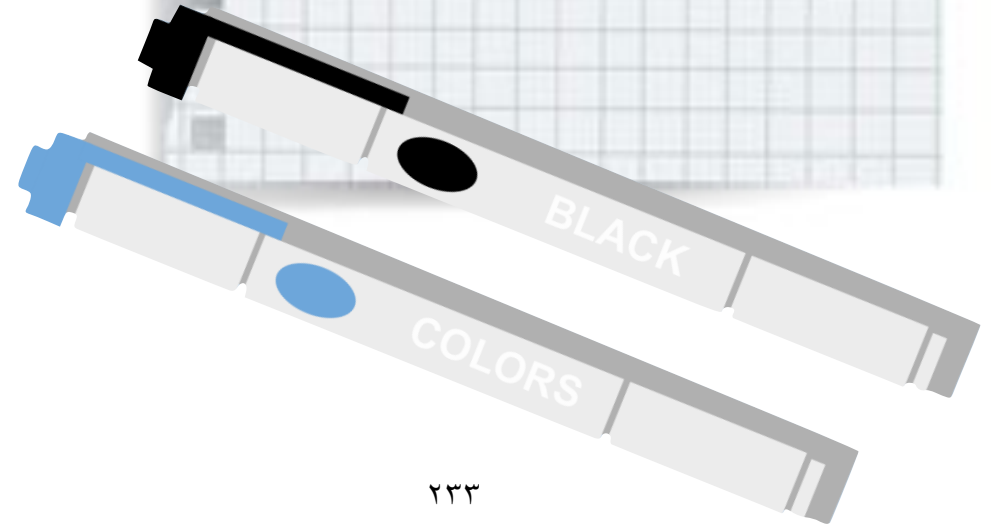
تهيئة فصل التحليل والمعادلات التربيعية

والآن

- ١ / احلك وحيدات الحد
- ٢ / احلك ثلاثيات الحدود
- ٣ / احلك الفرق بين مربعين
- ٤ / احلك معادلات تربيعية

فيما سبق

درست ضرب وحيدات
الحد وكثيرات الحدود



مراجعة سريعة

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة العبارة:

٦س - ٣س - ٥س - ٥س + ٢س + ٣س، ثم بسّطها.

٦س - ٣س - ٥س - ٥س + ٢س + ٣س =
٦س - ٣س + ٦س - ٥س - ٥س + ٢س + ٣س =
٦س - ٣س - ٢س - ٢س + ٢س + ٣س =
٦س - ٣س - ٢س - ٢س + ٢س + ٣س =

اختبار سريع

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة فيما يأتي: (الدرس ٦ - ٥)

(١) أ) $(٥ + أ)$

(٢) $٢(٣ + س)$

اختبار سریع

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة العبارة:

[illegible]

$$18 - 2 = 16 \text{ اس } 18 - 2 \text{ اس } 16$$

$$= 14s^2 - 30s + 15$$

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة فيما يأتي: (الدرس ٦ - ٥)

$$(4) \quad 6 - (5 - 2) = 6 + 2 - 5 = 3$$

اختبار سریع

(٥) مال: ذهب خمسة أصدقاء إلى متنزه ترفيهي،
فاشترى كل منهم بطاقة دخول بـ ٩ ريالات، وعلبة
عصير بـ ٣ ريالات، وشطيرة بـ ٦ ريالات. فاكتب عبارة
تمثل المبلغ الإجمالي الذي دفعوه جميعًا.

مراجعة سريعة

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة العبارة:

توزيع لإعادة كتابة العبارة:

٦س - ٥س - ٣س - ٥س - ٥س - ٢س + ٣س، ثم بسّطها.

٦س - ٣س - ٥س - ٥س - ٢س + ٣س

١٨س - ٢س - ٥س - ٥س - ٢س + ٣س

١- ٥س + ٢س = كتابة العبارة:
٦س - ٥س - ٣س، ثم بسطها.
٦س - ٣س + ٥س - ٢س
٨س - ٣س - ٢س
٤س - ٣س + ٦س

$$= 48 \text{ مہینے} - 30 \text{ مہینے} - 30 \text{ مہینے} + 6 \text{ مہینے} + 6 \text{ مہینے}$$
$$= 48 \text{ s} - 2 \times 30 \text{ s} + 3 \times 6 \text{ s} = 18 \text{ s}$$

مراجعة سريعة

أوجد ناتج الضرب: (س + ٣)(٢س - ١).
(س + ٣)(٢س - ١)
= س(٢س) + س(١ -) + (٣ -)٢س

العبارة الأصلية
طريقة التوزيع بالترتيب

٣س + (١ -)٢س

٢س - ٢س + ٣س - ٣

٢س + ٥س - ٣

اختبار سريع

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي: (الدرس ٦ - ٦)

$$(٦) (س + ٢)(س - ٥)$$

$$(٧) (س + ٤)(س - ١)$$

مراجعة سريعة

أوجد ناتج الضرب: (س + ٣)(٢س - ١).
(س + ٣)(٢س - ١) =

العبارة الأصلية

طريقة التوزيع بالترتيب

= س(٢س) + س(١-) + (٣)٢

= ٢س + س - ١ + ٦

= ٢س + ٥س - ١

= ٧س - ١

اختبار سريع

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي: (الدرس ٦ - ٦)

$$(٨) (٣ - ١٢)(٤ + ١٥)$$

$$(٩) (٣س - ٤)(٥ + س)$$

مراجعة سريعة

أوجد ناتج الضرب: (س + ٣)(٢س - ١).
(س + ٣)(٢س - ١) =

العبارة الأصلية

طريقة التوزيع بالترتيب

= س(٢س) + س(١-) + (٣)٢

= ٢س + س - ١ + ٦

= ٢س + ٥س - ١

= ٧س - ١

اختبار سريع

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي: (الدرس ٦ - ٦)

$$(١٠) (س + ٤)(س + ٧)$$

$$(١١) (٢أ - ٦ب)(٩أ + ب)$$

مراجعة سريعة

أوجد ناتج الضرب: $(س + ٣)(٢س - ١)$.

العبارة الأصلية

طريقة التوزيع بالترتيب

$$= س(٢س) + س(١-) + (٣)٢س$$

$$= ٢س^٢ + س - ٣$$

$$= ٢س^٢ - ٣س + ٣$$

$$= ٢س^٢ - ٥س + ٣$$

اختبار سريع

(١٢) **مفرش مائدة:** مفرش مائدة مستطيل الشكل إذا كان طوله $(٢س + ٣)$ ، وعرضه $(س + ١)$ ، فاكتب عبارة تمثل مساحته.

مراجعة سريعة

أوجد ناتج: (ص + ٨) ٢

$$(أ + ب) ٢ = ٢ أ + ٢ ب + ٢$$

$$(ص + ٨) ٢ = ٢(ص) + ٢(٨) + ٢$$

$$= ٢ ص + ١٦ + ٢$$

اختبار سريع

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي: (الدرس ٦ - ٧)

$$(١٣) (أ - ٣) ٢$$

$$(١٤) (س + ٥) ٢$$

مراجعة سريعة

أوجد ناتج: (ص + ٨)²
 (أ + ب)² = ²أ + ²ب + ٢أب
 (ص + ٨)² = ²(ص) + ²(٨) + ٢(ص)(٨)
 = ²ص + ١٦ص + ٦٤

اختبار سريع

أوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي: (الدرس ٦ - ٧)
 (١٥) (٣س - ٢ص)²

(١٦) (٢س + ٥ص)(٢س - ٥ص)

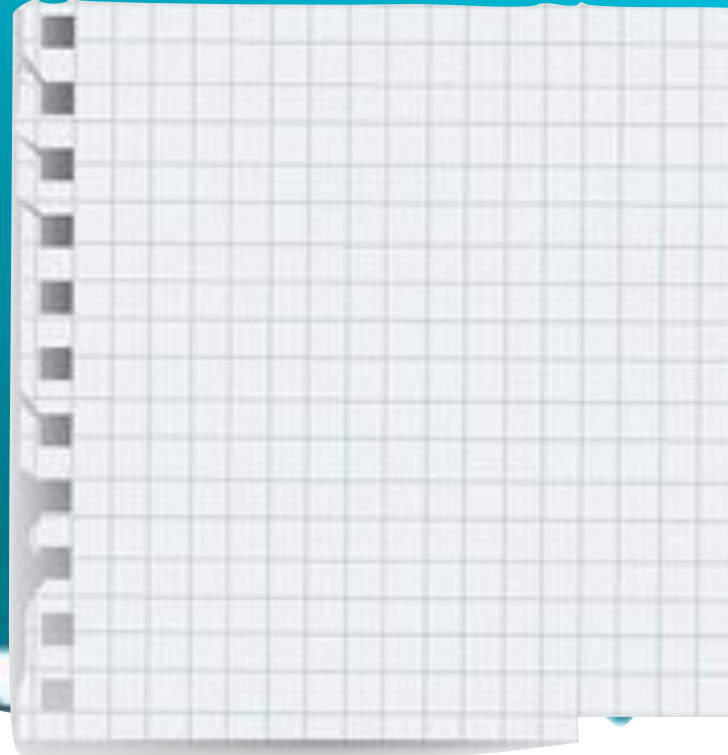
مراجعة سريعة

أوجد ناتج: $(ص + ٨) \cdot ٢$
 $(أ + ب) \cdot ٢ = ٢ \cdot أ + ٢ \cdot ب$
 $(ص + ٨) \cdot ٢ = ٢(ص) + ٢(٨)$
 $٢ص + ١٦ = ٢٨$

اختبار سريع

١٧) تصوير: صورة بُعِداها: $(س + ٦)$ سم،
 $(س - ٦)$ سم. فما مساحتها؟

الواجب المنزلي



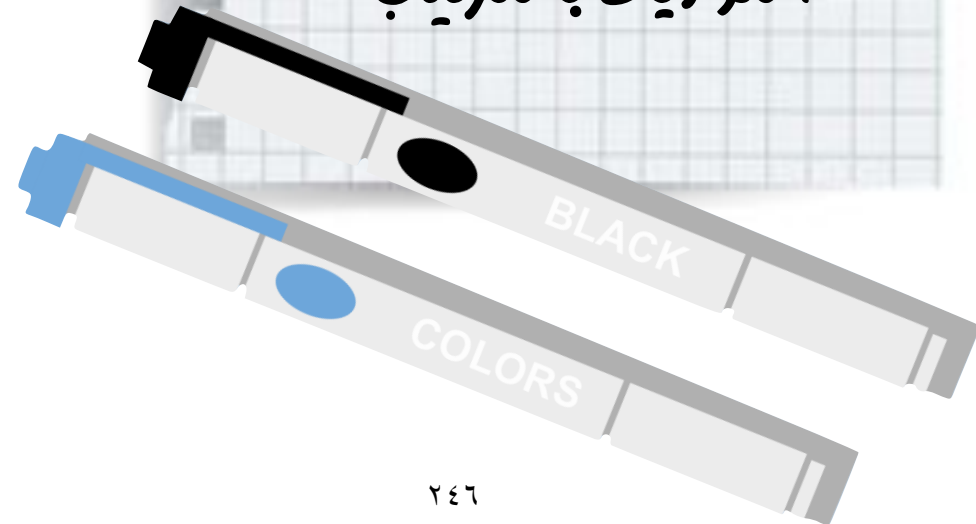
تحليل وحيدات الحد

والآن

- ١/ اجد مربع مجموعتي ومربع الفرق بينهما
- ٢/ اجد ناتج ضرب مجموعتي ومربع الفرق بينهما

فيما سبق

درست ضرب ثنائيتي
حد باستعمال طريقة
التوزيع بالترتيب



لماذا؟

تعمل هند قلائد خرز، فإذا كان لديها ٦٠ خرزة فضية اللون، و ١٥ خرزة ذهبية اللون، وترغب في أن تحتوي القلادة الواحدة على نوع واحد من الخرز، وفي كل منها العدد نفسه، وتحوي كل منها أكبر عدد من الخرز، فستحتاج هند إلى تحديد القاسم المشترك الأكبر للعددين ٦٠ و ١٥

تحليل وحيدات الحد: تحليل وحيدات الحد يشبه تحليل الأعداد الكلية. وتكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلية إذا عُبِّرَ عنها بحاصل ضرب أعداد أولية ومتغيرات بأس ١



مثال ١ : تحليل وحيدة الحد

حلّ: - ٢٠ ص^٣ ص^٢ تحليلًا تامًا.

$$- ٢٠ ص^٣ ص^٢ = - ٢٠ \times ١ ص^٣ ص^٢$$

$$= - ١٠ \times ٢ \times ١ ص \times ص \times ص \times ص \times ص \times ص$$

$$= - ١ \times ٢ \times ٢ \times ٥ ص \times ص \times ص \times ص \times ص \times ص$$

لذا، فإن التحليل للعوامل لوحيدة الحد - ٢٠ ص^٣ ص^٢ هو: - ١ \times ٢ \times ٢ \times ٥ ص \times ص \times ص \times ص \times ص \times ص.

$$- ٢٠ \times ١ = - ٢٠$$

$$٢٠ = ١٠ \times ٢، ص^٣ = ص \times ص \times ص،$$

$$ص^٢ = ص \times ص$$

$$١٠ = ٥ \times ٢$$

تحقق من فهمك

حلّل كل وحيدة حدّ فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

(أ) $3x^4 - 3$

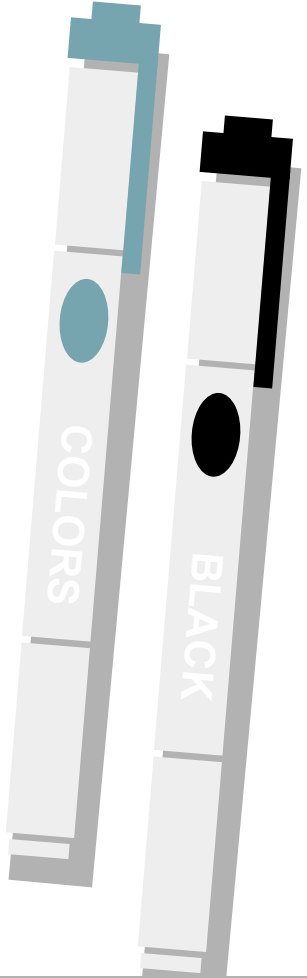
(ب) $2x^5 - 2$

تأكد

حلّ كلّ وحيدة حد فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

(١) $12x^2 - 4x^4$

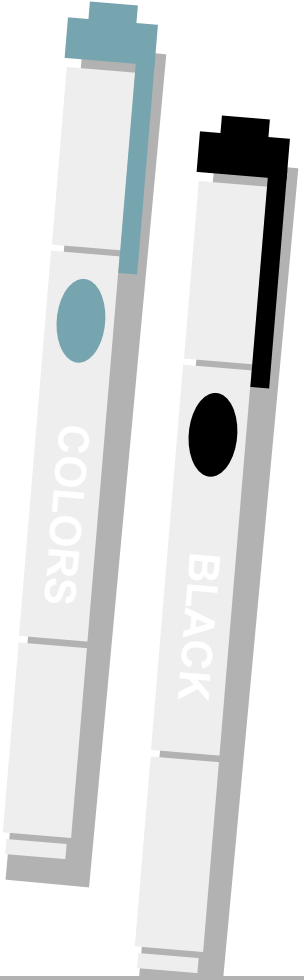
(٢) $38x^2 - 2x^2$



تأكد

حلّ كلّ وحيدة حد فيما يأتي تحليلًا تامًّا:
(٣) ١٧-٣ ص ٢ ع

(٤) ٢٣ أ ب ٣



القاسم المشترك الأكبر: قد يكون لعددین کلیین أو أكثر بعضُ العوامل الأولية المشتركة. ويُسمَّى حاصل ضرب العوامل الأولية المشتركة القاسمَ (العامل) المشتركَ الأكبرَ لها.

القاسم المشترك الأكبر (ق.م.أ) لعددین أو أكثر هو أكبر عدد يكون عاملاً لكلٍّ من هذه الأعداد، ويمكن إيجاد القاسم المشترك الأكبر لوحیدتی حدٍّ أو أكثر بطريقة مشابهة.

مثال ٢ : القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحيدات الحد

أوجد (ق.م.أ) لوحيتي الحد $١٢أ^٢ب^٢ج$ ، $١٨أب^٣$.

حلّل كلّ وحيدة حد تحليلًا تامًّا

ضع دائرة حول العوامل الأولية المشتركة

$$\begin{aligned} ١٢أ^٢ب^٢ج &= ٢ \times ٢ \times ٣ \times أ \times أ \times ب \times ب \times ج \\ ١٨أب^٣ &= ٢ \times ٣ \times ٣ \times أ \times ب \times ب \times ب \end{aligned}$$



إذن، (ق.م.أ) لوحيتي الحد $١٢أ^٢ب^٢ج$ ، $١٨أب^٣$ هو $٢ \times ٣ \times أ \times ب \times ب = ٦أب^٢$.



تحقق من فهمك

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحيدات الحد الآتية:

(١٢) ٦س ص ٣، ١٨ ص ع

تحقق من فهمك

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحيدات الحد الآتية:

٢ب) ١١أ، ٢١أ

تحقق من فهمك

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحيدات الحد الآتية:

٢ج) $30x^3$ ، $50x^2$ ، $20x$

مثال ٣ : ايجاد (ق.م.أ)

زهور: لدى نورة ٢٠ وردة و ٣٠ زنبقةً لعمل باقات زهور. فما أكبر عدد من الباقات المتماثلة يمكن عملها دون ترك أي زهرة؟ وما عدد زهور كل نوع في كل باقة؟

أوجد (ق.م.أ) للعددين ٢٠ و ٣٠

$20 = 2 \times 2 \times 5$ اكتب تحليل كل عدد إلى عوامله الأولية

$30 = 2 \times 3 \times 5$ العاملان الأوليان المشتركان هما: ٢، ٥

(ق.م.أ) للعددين ٢٠ و ٣٠ هو $2 \times 5 = 10$ ؛ لذا يمكن لنورة عمل ١٠ باقات.

بما أن $20 = 10 \times 2$ ، $30 = 10 \times 3$ ؛ لذا فستحتوي كل باقة على وردتين و ٣ زنابق.

تحقق من فهمك

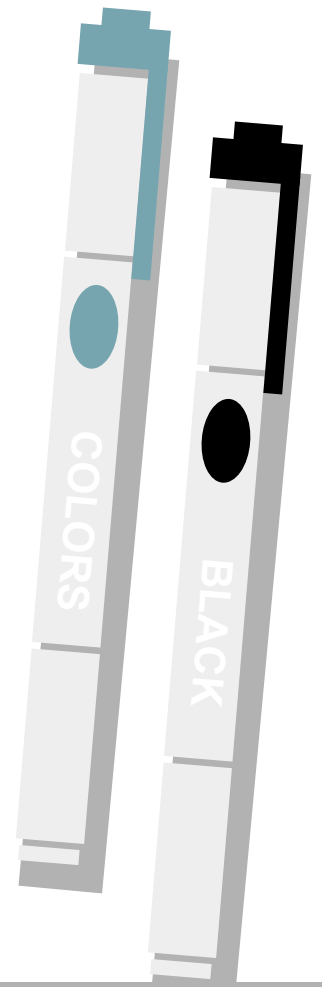
٣) ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل الطول المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما ٨٤ سم^٢، ٧٠ سم^٢، علماً بأن بُعدي كل منهما عدنان كليان؟

تأكد

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحيدات الحد الآتية:

(٥) $24x^2d^3$ ، $48x^2d$

(٦) $7x^7h$ ، $11m^2b$

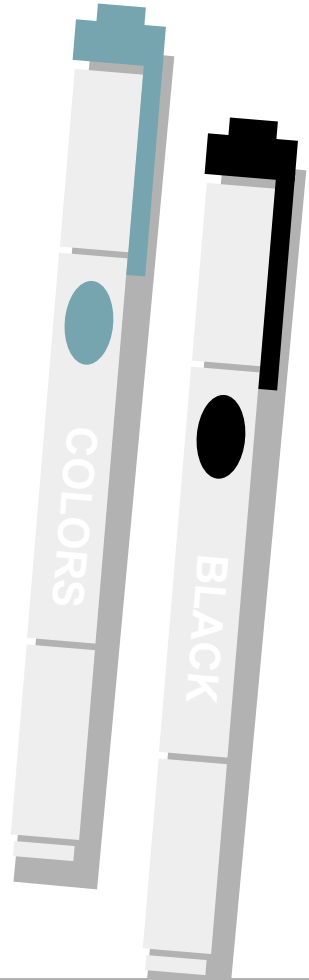


تأكد

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحيدات الحد الآتية:

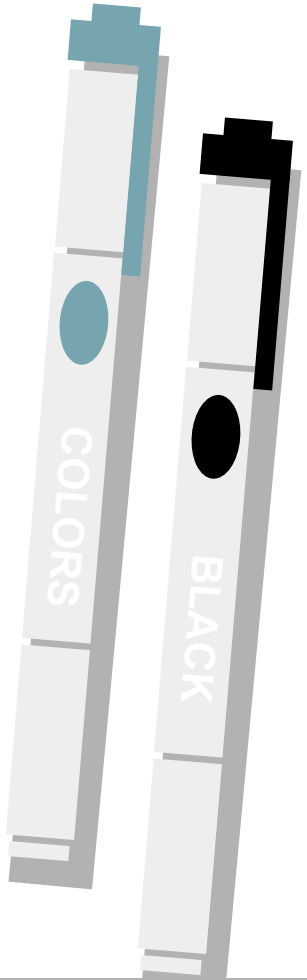
(٧) $8س^٢ص^٥$ ، $٣١س ص^٣$

(٨) $١٠أب$ ، $٢٥أ$



تأكد

(٩) **هندسة:** ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما ١٥ سم^٢، ١٦ سم^٢، علمًا بأن بُعدي كلٍّ منهما عدداً كليان.



مهارات عليا

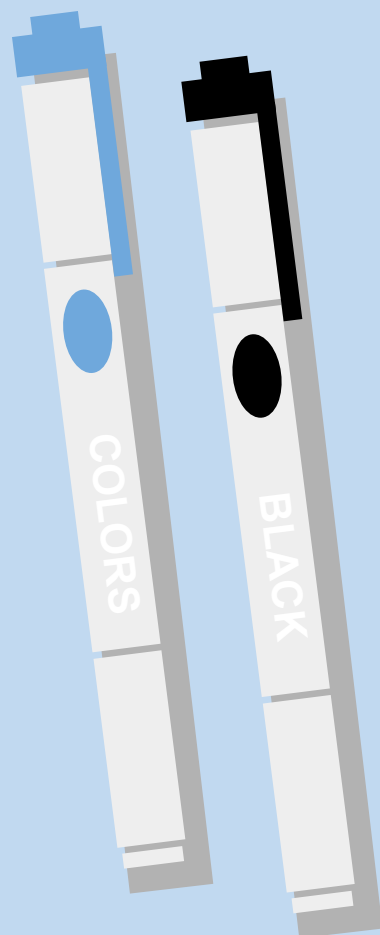
٣٥) ما قيمة هـ في المعادلة $٢٧ - ٤هـ = ١٩ + ٢هـ$ ؟

جـ) ٢٣

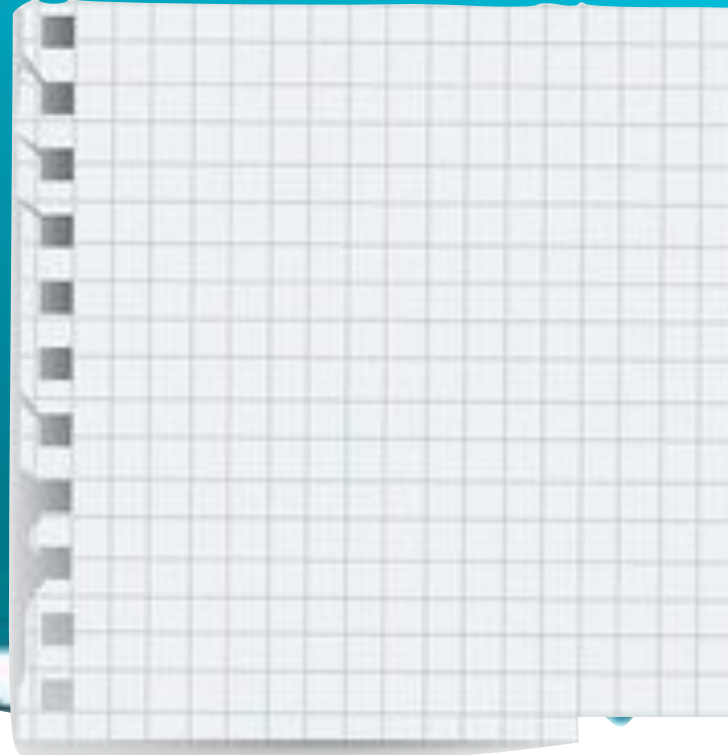
أ) ٤ -

د) ٤٦

ب) ٤



الواجب المنزلي



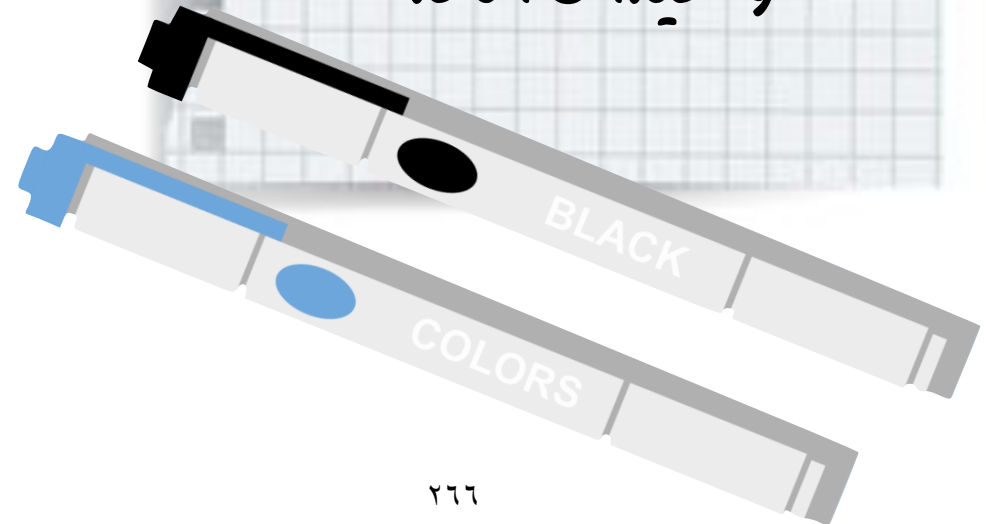
استعمال خاصية التوزيع

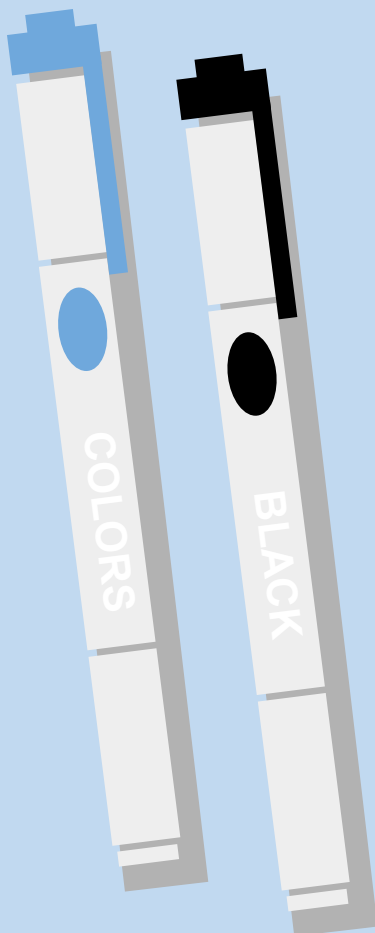
والآن

- ١ / استعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة حدود .
- ٢ / أوجد معادلات تربيعية على الصورة $ax^2 + bx + c = 0$

فيما سبق

درست ايجاد (ق.م.أ.)
لمجموعة من
وحدات الحد





www.ien.edu.sa



تلماذرا

تُحدّد أجرة متجر حسب مساحته. ويمكن تمثيل مساحة المتجر بالمعادلة $م = ٦, ١ ض + ٢ ض$ ، حيث تمثل $ض$ عرض المتجر بالأمتار، ويمكننا استعمال التحليل إلى العوامل وخاصة الضرب الصفري لإيجاد أبعاد المتجر الممكنة.

استعمال خاصيّة التوزيع في التحليل: استعملت خاصيّة التوزيع في الفصل السابق لضرب وحيدة حدّ في كثيرة حدود كما في المثال الآتي:

$$ع٥ (٧ + ع٤) = ع٥ (٧) + ع٥ (ع٤)$$

$$= ع٢٠ + ع٣٥$$

ويمكنك الاستفادة من ذلك في العمل عكسياً للتعبير عن كثيرة الحدود بصورة حاصل ضرب عاملين: وحيدة الحد، وكثيرة الحدود.

$$٦, ١ ض + ٢ ض = ٦ (ض) + ٢ (ض) = (ض) (٦ + ٢)$$

كذلك $ع٥ (٧ + ع٤)$ يمثل تحليل ثنائية الحدّ $ع٢٠ + ع٣٥$. ويشتمل **تحليل كثيرة الحدود** تحليلها إلى عواملها الأولية.

مثال ١ : استعمال خاصية التوزيع في التحليل

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

$$(أ) \quad ٢٧ص^٢ + ١٨ص$$

أوجد (ق.م.أ) لجميع الحدود.

حلّ كل حد.

ضع دائرة حول العوامل المشتركة.

$$٢٧ص^٢ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ص$$

$$١٨ص = ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ص$$

$$(ق.م.أ) = ٩ص = ٣ \times ٣ \times ص$$

اكتب كل حدّ على صورة حاصل ضرب (ق.م.أ) في باقي العوامل. واستعمل خاصية التوزيع لإخراج (ق.م.أ).

أعد كتابة كل حدّ باستعمال (ق.م.أ).

خاصية التوزيع.

$$٢٧ص^٢ + ١٨ص = ٩ص(٣ + ٢)$$

$$= ٩ص(٣ + ٢)$$



مثال ١ : استعمال خاصية التوزيع في التحليل

$$(ب) \quad -4أب^2 - 8أب^2 + 2أب$$

حلل كل حد.

ضع دائرة حول العوامل المشتركة .



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

خاصية التوزيع

$$\begin{aligned} -4أب^2 &= -1 \times 2 \times 2 \times 1 \times أ \times ب \times ب \\ -8أب^2 &= -1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times أ \times ب \times ب \\ 2أب &= 1 \times 2 \times 1 \times أ \times ب \end{aligned}$$

$$(ق. م. أ) = 2 \times 1 \times أ \times ب = 2أب$$

$$-4أب^2 - 8أب^2 + 2أب = -2أب(2أ + 4أ - 1)$$

$$= -2أب(-1 + 4 + 1)$$

تحقق من فهمك

(أ) ١٥ و ٣ - ف

تحقق من فهمك

١ب) $7n^2 + 21n^2 - n^2$

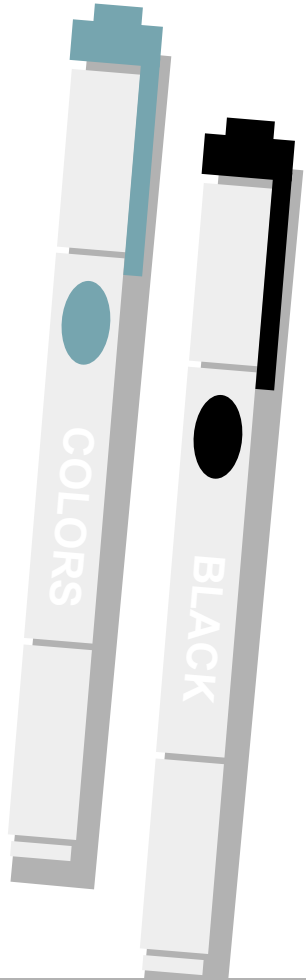
تأكد

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

(١) ٢١ب - ١٥أ

(٢) ١٤ج^٢ + ٢ج

(٣) ١٢ك^٢ + ٦ل^٢ك + ٢ل^٢ك^٢



تُسمّى الطريقة التي تُستعمل فيها خاصية التوزيع لتحليل كثيرة حدود تتكوّن من أربعة حدود أو أكثر **التحليل بتجميع الحدود**؛ لأن الحدود تُجمع بطريقة معينة، ثم يحلّل كل تجميع، ثم تطبق خاصية التوزيع لإخراج عامل مشترك.

أضف إلى

مطويتك

التحليل بتجميع الحدود

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: يمكن تحليل كثيرة الحدود بتجميع الحدود، إذا توافرت جميع الشروط الآتية:

- تتكوّن كثيرة الحدود من أربعة حدود أو أكثر.
- يوجد للحدود التي يمكن تجميعها معًا عوامل مشتركة.
- يوجد عاملان مشتركان متساويان أو أن أحدهما نظير جمعيّ للآخر.

الرموز: $أس + ب س + أص + ب ص = (أس + ب س) + (أص + ب ص)$

$$= س(أ + ب) + ص(أ + ب)$$

$$= (س + ص)(أ + ب)$$

مثال ٢ : التحليل بتجميع الحدود

حلّ: $٦ + ك٣ + ر٨ + ر٤ ك٤$

$$٦ + ك٣ + ر٨ + ر٤ ك٤$$

$$(٦ + ك٣) + (ر٨ + ر٤ ك٤) =$$

$$(٢ + ك٣) + (٢ + ك٤) ر٤ =$$

$$(٢ + ك٣) (٣ + ر٤) =$$

العبارة الأصلية

جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة

حلّ كل تجميع بإخراج (ق.م.أ.)

خاصية التوزيع

لاحظ أنّ $(٢ + ك٣)$ عامل مشترك لـ $٣ + ر٤$ و $(٢ + ك٤)$.

تحقق من فهمك

حلّ كلاً من كثيرات الحدود الآتية :

$$(١٢) \text{ رن} + ٥\text{ن} - \text{ر} - ٥$$

تحقق من فهمك

٢ب) $3ن ك + ١٥ ك - ٤ ن - ٢٠$

مثال ٣ : التحليل بتجميع الحدود

حلّ: $٢م - ك - ١٢ + م - ٤٢ + ٧ - ك$

$٢م - ك - ١٢ + م - ٤٢ + ٧ - ك$

$$= (٢م - ك - ١٢) + (م - ٤٢ + ٧ - ك)$$

$$= ٢م(١ - ٦) + ٧(١ - ك)$$

$$= ٢م(١ - ٦) + ٧(١ - ك)$$

$$= ٢م(١ - ٦) - ٧(٦ - ك)$$

$$= (١ - ٦)(٢م - ٧)$$

العبارة الأصلية

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة.

حلّ كلّ تجميع بإخراج (ق. م. أ).



$$١ - ٦ = (١ - ك)$$

خاصية التجميع

خاصية التوزيع

وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

تحقق من فهمك

حلّ كلّاً من كثيرات الحدود الآتية :

$$(١٣) \text{ جـ} - ٢ \text{ جـ د} + ٨ \text{ د} - ٤$$

تحقق من فهمك

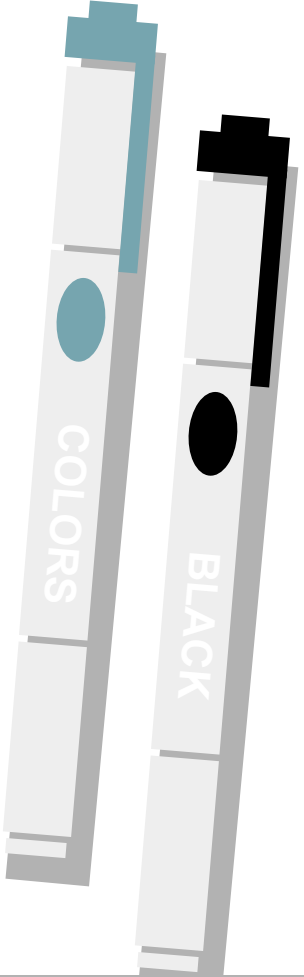
٣ب) $3ف - 2ف^2 - 18ف + 27$

تأكد

حلّ كلًّا من كثيرات الحدود الآتية:

(٤) $n^2 + 8n + 16$

(٥) $s^2 - 7s + 7s - 49$ (٦) $3b^2 - 2b - 10 + 15b$



حلّ المعادلات بالتحليل: يمكنك حلّ بعض المعادلات بالتحليل .

انظر إلى الجمل الآتية: $0 = (0)3$ $0 = (2 - 2)0$ $0 = (0)312 -$ $0 = (0, 25)0$

لاحظ أن أحد العاملين على الأقل في كلّ حالة يساوي صفرًا. وتبيّن هذه الأمثلة **خاصية الضرب الصفري**.

أضف إلى

مطويتك

خاصية الضرب الصفري

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا كان حاصل ضرب عاملين يساوي صفرًا، فيجب أن يكون أحدهما على الأقل صفرًا.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب، إذا كان $أب = 0$ ، فإن $أ = 0$ ، أو $ب = 0$ ، أو أن كليهما يساوي صفرًا.

سبق أن تعلمت أن حلّ المعادلة أو جذرها هو أيّ قيمة للمتغير تجعلها صحيحة.

مثال ٤ : حل المعادلات

حلّ كلاً من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

$$٠ = (١٥ - د٣)(٦ + د٢) \quad (أ)$$

$$٠ = (١٥ - د٣)(٦ + د٢)$$

$$٠ = ١٥ - د٣ \quad \text{أو} \quad ٠ = ٦ + د٢$$

$$١٥ = د٣ \quad ٦ - = د٢$$

$$٥ = د \quad ٣ - = د$$

الجزران هما -٣ ، ٥

تحقق: عوّض عن د بكلٍّ من -٣ ، ٥ في المعادلة الأصلية.

$$٠ = (١٥ - د٣)(٦ + د٢)$$

$$٠ = (١٥ - د٣)(٦ + د٢)$$

$$٠ \stackrel{؟}{=} [١٥ - (٥)٣][٦ + (٥)٢]$$

$$٠ \stackrel{؟}{=} [١٥ - (٣-)٣][٦ + (٣-)٢]$$

$$٠ \stackrel{؟}{=} (١٥ - ١٥)(٦ + ١٠)$$

$$٠ \stackrel{؟}{=} (١٥ - ٩-)(٦ + ٦-)$$

$$٠ \stackrel{؟}{=} (٠)١٦$$

$$٠ \stackrel{؟}{=} (٢٤-)(٠)$$

$$٠ = ٠$$

$$٠ = ٠$$

مثال ٤ : حل المعادلات

$$(ب) \quad ج٢ = ج٣$$

$$ج٢ = ج٣$$

$$ج٢ - ج٣ = ٠$$

$$ج(ج - ٣) = ٠$$

$$ج = ٠ \quad \text{أو} \quad ج - ٣ = ٠$$

$$ج = ٣$$

الجذران هما ٠ ، ٣

المعادلة الأصلية

اطرح ٣ ج من كل طرف للحصول على صفر في أحد طرفي المعادلة.

حلّ باستعمال (ق.م.أ) للحصول على الصورة أ ب = ٠

خاصية الضرب الصفري

حلّ كل معادلة

تحقق بتعويض كل من صفر، ٣ بدلاً من ج



وزارة التعليم

Ministry of Education

تحقق من فهمك

$$١٤) ٠ = ٣ن(٢ + ن)$$

تحقق من فهمك

$$(٤ب) ٨ب^٢ - ٤٠ب = ٠$$

تحقق من فهمك

٤ ج) $س^2 = -١٠ س$

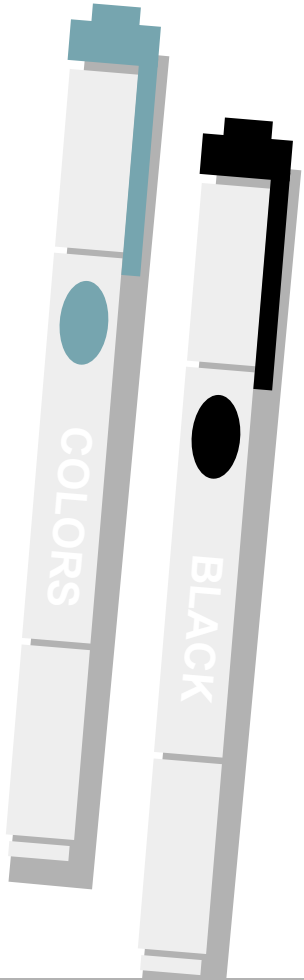
تأكد

حُلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

(٩) $١٤ = ٢ر$

(٨) $٠ = (٩ - م٣)(٢ + م٤)$

(٧) $٠ = (١٠ + ك)٣ك$



مثال ٥ : من واقع الحياة

رامي السهم : يمكن تمثيل ارتفاع سهم بالمعادلة $ع = -٥ن + ٢٠$ ، حيث (ع) الارتفاع بالأمتار، (ن) الزمن بالثواني. إذا أهمل ارتفاع رامي السهم، بعد كم ثانية يصل السهم إلى الأرض بعد إطلاقه؟

عندما يصل السهم إلى الأرض $ع = ٠$

المعادلة الأصلية

$$ع = -٥ن + ٢٠$$

عوّض عن ع بـ ٠

$$٠ = -٥ن + ٢٠$$

حلّل بإخراج (ق.م.أ.)

$$٠ = ٥(-ن + ٤)$$

خاصية الضرب الصفري

$$٥ = -٥ن + ٢٠$$

حلّ كلّ معادلة

$$٠ = -٥ن + ٢٠ \quad \text{أو} \quad -٤ = -ن$$

اقسم كل حد على -١

$$٤ = ن$$

يصل السهم إلى الأرض بعد إطلاقه بـ ٤ ثوانٍ.

تحقق من فهمك

٥) **قفز الأرنب:** يمكن تمثيل قفزة الأرنب بالمعادلة $x = 5 - 2n$ ؛ حيث تمثل (ع) ارتفاع القفزة بالمتر، و(ن) الزمن بالثواني. أوجد قيمة ن عندما $x = 0$ صفراً.

تأكد

(١٠) **صواريخ:** أطلق صاروخ إلى أعلى بشكل مستقيم بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٢ م / ثانية. وتمثل المعادلة $٤٢ - ٥٠ = ٢$ ارتفاع الصاروخ (ع) بالأمتار فوق مستوى سطح الأرض بعد ٢ ثانية.

(أ) ما ارتفاع الصاروخ عند عودته إلى الأرض؟

(ب) حلّ المعادلة $٤٢ - ٥٠ = ٢$

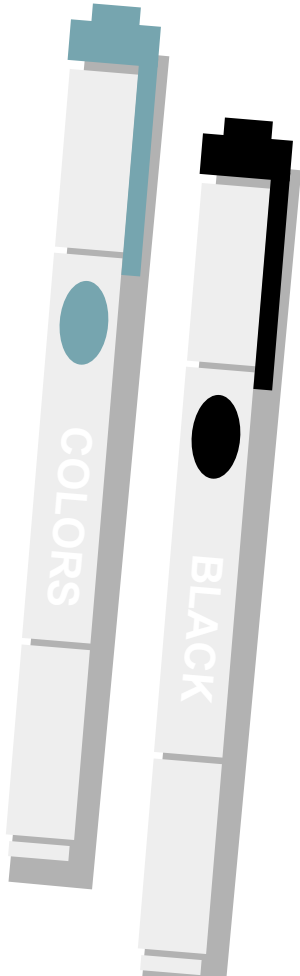
(ج) كم ثانية يحتاج إليها الصاروخ كي يعود إلى الأرض؟



وزارة التعليم

Ministry of Education

٢٠٢١ - ١٤٤٢



مهارات عليا

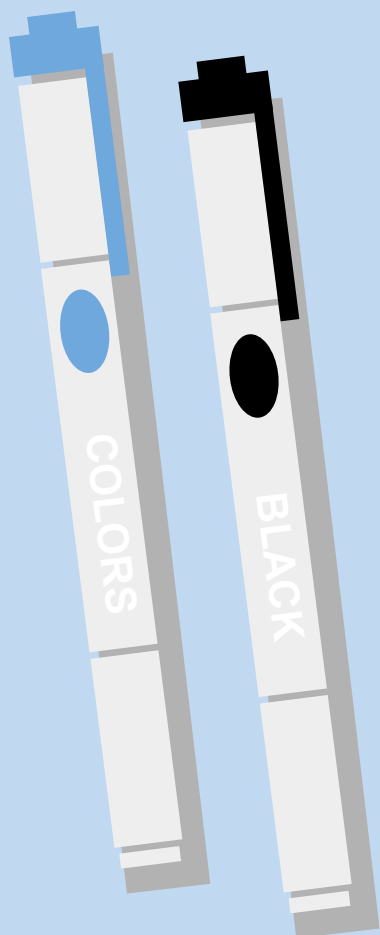
٤٠ (اكتشف الخطأ: يحل كل من حمد وراشد المعادلة $٢م = ٤$ م. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

حمد

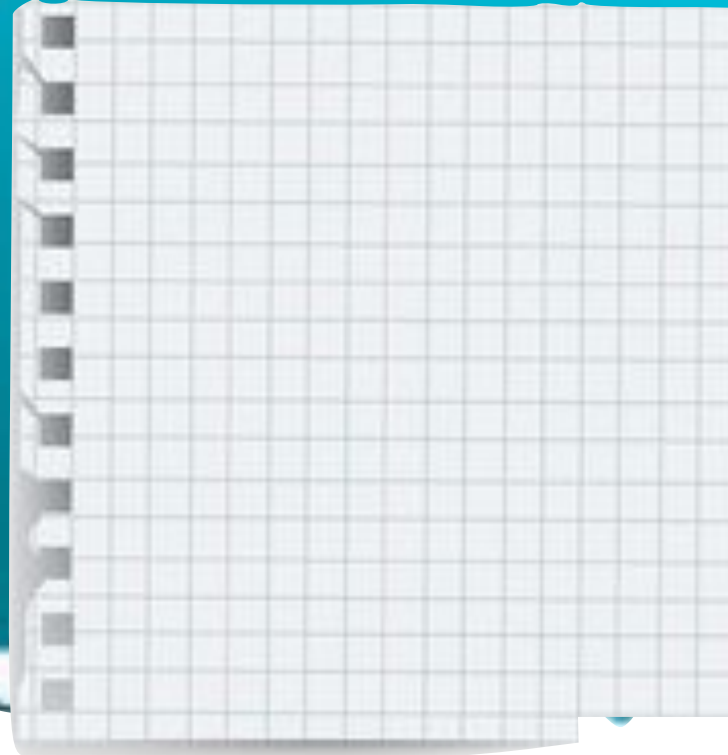
$$\begin{aligned} ٢م &= ٤ \\ \frac{٢م}{٢} &= \frac{٤}{٢} \\ م &= ٢ \end{aligned}$$

راشد

$$\begin{aligned} ٢م &= ٤ \\ ٢م - ٢م &= ٤ - ٢م \\ ٠ &= (٢ - م)م \\ ٠ &= ٢ - م \text{ أو } م = ٢ \\ م &= ٠ \text{ أو } م = ٢ \end{aligned}$$



الواجب المنزلي



المعادلات التربيعية

$$س^2 + ١٥س + ٥٠ = ٠$$

والآن

■ أحلّ ثلاثية حدود على الصورة:

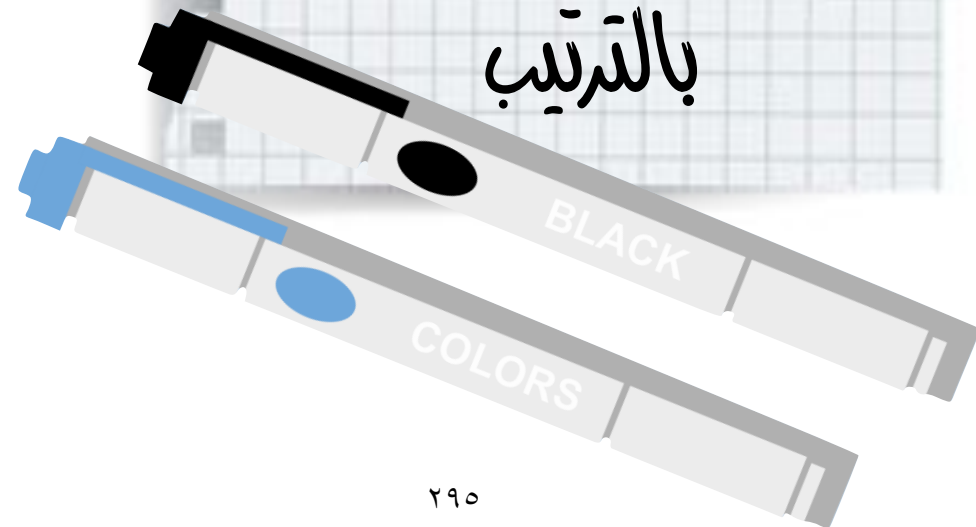
س^٢ + ب س + جـ.

■ أحلّ المعادلات على الصورة:

س^٢ + ب س + جـ = ٠

فيما سبق

درست ضرب ثنائيات
الحد باستعمال
طريقة التوزيع
بالترتيب





www.ien.edu.sa



لماذا؟

بركة سباحة سطحها مستطيل الشكل، يُراد وضع سياج حولها طوله ٢٤ م. إذا كانت مساحة سطح البركة ٣٦ م^٢، فما بعدها؟

لحل هذه المسألة يجب إيجاد عددين حاصل ضربهما ٣٦ ومجموعهما يساوي ١٢ (نصف محيط البركة).

تحليل س^٢ + ب س + جـ: تعلمت كيف تضرب ثنائيّتي حدّ باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب، على أن تكون كل ثنائية حدّ منهما عاملاً لنتائج الضرب. ويمكن استعمال نمط ضرب ثنائيّتي الحدّ لتحليل أنواع معينة من ثلاثيات الحدود.

$$(س + ٣)(س + ٤) = س^٢ + ٤س + ٣س + ١٢ \quad \text{طريقة التوزيع بالترتيب}$$

$$= س^٢ + (٣ + ٤)س + ١٢ \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$= س^٢ + ٧س + ١٢ \quad \text{بسط.}$$

لاحظ أن معامل الحدّ الأوسط ٧ هو مجموع العددين ٣ و ٤، والحد الأخير ١٢ هو ناتج ضربهما.

لاحظ القاعدة الآتية في الضرب:

$$(س + ٣)(س + ٤) = س^٢ + (٣ + ٤)س + ١٢ \quad (٤ \times ٣)$$

أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

تحليل $س^2 + ب س + ج$

التعبير اللفظي: لتحليل ثلاثية حدود على الصورة $س^2 + ب س + ج$ ، أوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما ب، وناتج ضربهما ج، ثم اكتب $س^2 + ب س + ج$ على الصورة $(س + م)(س + ن)$.

الرموز: $س^2 + ب س + ج = (س + م)(س + ن)$ ، حيث $م + ن = ب$ ، $م ن = ج$

مثال: $س^2 + 6س + 8 = (س + 2)(س + 4)$. لأن $2 + 4 = 6$ ، $2 \times 4 = 8$

مثال ١: تحليل المعادلة عندما ب ، ج موجبين

حلّ : $س^2 + ٩س + ٢٠$.

بما أن ج ، ب موجبان في ثلاثية الحدود، $ب = ٩$ ، $ج = ٢٠$. لذا يجب إيجاد عاملين موجبين مجموعهما ٩، وناتج ضربهما ٢٠. كوّن قائمة عوامل العدد ٢٠، و أوجد العاملين اللذين مجموعهما ٩.

عوامل العدد ٢٠	مجموع العاملين
٢٠، ١	٢١
١٠، ٢	١٢
٥، ٤	٩

العاملان الصحيحان هما ٤، ٥

اكتب القاعدة

$$م = ٤، ن = ٥$$

$$س^2 + ٩س + ٢٠ = (س + م)(س + ن)$$

$$= (س + ٤)(س + ٥)$$

تحقق: يمكنك التحقق من هذه النتيجة بضرب العاملين لتحصل على العبارة الأصلية.

طريقة التوزيع بالترتيب

بسّط.

$$(س + ٤)(س + ٥) = س^2 + ٥س + ٤س + ٢٠$$

$$= س^2 + ٩س + ٢٠ ✓$$

تحقق من فهمك

$$(أ) د^2 + 11د + 24$$

تحقق من فهمك

١ب) $9 + 10n + n^2$

مثال ٢: تحليل المعادلة عندما ب سالبه و ج موجب

حلل: $س^2 - ٨س + ١٢$

بما أن ج موجبة، و ب سالبة في ثلاثية الحدود ، $ب = -٨$ ، $ج = ١٢$ لذا يجب إيجاد عاملين سالبين مجموعها -٨ وحاصل ضربهما ١٢

عوامل العدد ١٢	مجموع العاملين
$١٢-، ١-$	$١٣-$
$٦-، ٢-$	$٨-$
$٤-، ٣-$	$٧-$

العاملان الصحيحان هما $-٢، -٦$

اكتب القاعدة

$$م = -٢، ن = -٦$$

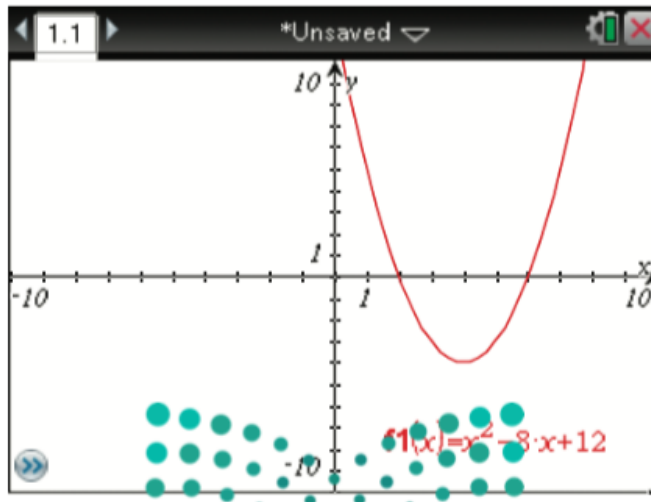
$$س^2 - ٨س + ١٢ = (س + م)(س + ن)$$

$$= (س - ٢)(س - ٦)$$

تحقق: مثل المعادلتين: $ص = س^2 - ٨س + ١٢$ ، $ص = (س - ٢)(س - ٦)$

بياناً على الشاشة نفسها. بما أن التمثيلين متطابقان، فإن ثلاثية

الحدود حُللت بصورة صحيحة. ✓



تحقق من فهمك

$$(١٢) ٢١ - ٢٢م + ٢م$$

تحقق من فهمك

٢ب) و^٢- ١١ و + ٢٨

مثال ٣ : تحليل المعادلة عندما ج سالبه

حلّ كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$(i) \text{ س}^2 + 2\text{س} - 15$$

في ثلاثية الحدود هذه ب = ٢، ج = -١٥ وبما أن ج سالبة. فإن م وَ ن عددان مختلفان في الإشارة. وبما أن ب موجبة، فالعامل الذي قيمته المطلقة أكبر يكون موجبًا.

اكتب أزواجًا من عوامل العدد -١٥، على أن يكون أحد العاملين في كل زوج سالبًا والآخر موجبًا، ثم انظر إلى العاملين اللذين مجموعهما ٢.

عوامل العدد -١٥	مجموع العاملين
١٥، ١-	١٤
٥، ٣-	٢

العاملان الصحيحان هما -٣، ٥

اكتب القاعدة

$$م = -٣، ن = ٥$$

طريقة التوزيع بالترتيب

بسط

$$\text{س}^2 + 2\text{س} - 15 = (\text{س} + م)(\text{س} + ن)$$

$$= (\text{س} - 3)(\text{س} + 5)$$

$$\text{تحقق: } (\text{س} - 3)(\text{س} + 5) = \text{س}^2 + 5\text{س} - 3\text{س} - 15 = \text{س}^2 + 2\text{س} - 15$$

$$= \text{س}^2 + 2\text{س} - 15 \quad \checkmark$$

مثال ٣: تحليل المعادلة عندما ج سالبه

(ب) س^٢ - ٧س - ١٨

في ثلاثية الحدود هذه ب = -٧، ج = -١٨. ، إذن م أو ن سالبة، وليس كلاهما. وبما أن ب سالبة، فالعامل ذو القيمة المطلقة الكبرى يكون سالبًا.

اكتب أزواجًا من عوامل -١٨، على أن يكون أحد العاملين في كل زوج سالبًا والآخر موجبًا، ثم انظر إلى العاملين اللذين مجموعهما -٧.

عوامل العدد -١٨	مجموع العاملين
١٨- ، ١	١٧-
٩- ، ٢	٧-
٣+ ، ٦-	٣-

العاملان الصحيحان هما ٢- ، ٩-

اكتب القاعدة

$$م = ٢، ن = ٩-$$

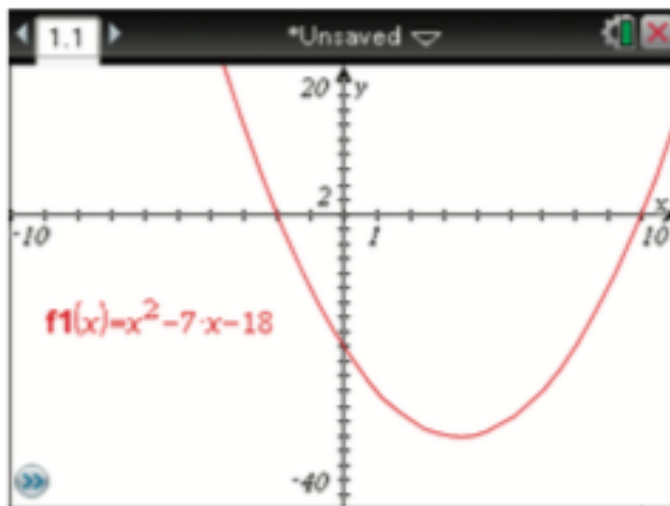
$$س^٢ - ٧س - ١٨ = (س + م)(س + ن)$$

$$= (س + ٢)(س - ٩)$$

تحقق: مثل المعادلتين ص = س^٢ - ٧س - ١٨ ،

ص = (س + ٢)(س - ٩) بيانيًا على الشاشة نفسها،

بما أن التمثيلين متطابقان، فإن ثلاثية الحدود حُلَّت بصورة صحيحة. ✓



تحقق من فهمك

١٣ (ص ٢ + ١٣ ص ٤٨)

تحقق من فهمك

٣(ب) ر^٢ - ٢ - ر - ٢٤

تأكد

$$(٤) \text{ م}^٢ - ١٥\text{ م} + ٥٠$$

$$(٣) \text{ ن}^٢ + ٤\text{ ن} - ٢١$$

حل المعادلات بالتحليل: يمكن كتابة **المعادلات التربيعية** على الصورة القياسية:

$أس^2 + ب س + ج = ٠$ ، $أ \neq ٠$ ويمكن حل بعض المعادلات على هذه الصورة بالتحليل، ثم استعمال خاصية الضرب الصفري

إرشادات للدراسة

إيجاد العوامل

عندما تجد العوامل الصحيحة فليس هناك ضرورة لاختبار العوامل الأخرى. فمثلاً، العاملان الصحيحان في المثال ٢ هما:
٢- و ٦-، لذا فلا داعي لاختبار العاملين:
٣- و ٤-

إرشادات لحل المسألة

خمن وتحقق

عند تحليل ثلاثية حدود،
اعمل تخميناً مدروساً،
وتحقق من المعقولية، ثم
عدّل التخمين حتى تصل
إلى الإجابة الصحيحة.

مراجعة المفردات

القيمة المطلقة

تمثل القيمة المطلقة للعدد
ن المسافة بين العدد
والصفر على خط الأعداد.
وتُكتب على الصورة $|ن|$.

مثال ٤: حل المعادلة بالتدليل

حل المعادلة: $س^2 + ٦س = ٢٧$ ، وتحقق من صحة الحل.

المعادلة الأصلية

اطرح ٢٧ من كلا الطرفين

حلل إلى العوامل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$س^2 + ٦س = ٢٧$$

$$٢٧ \leq (٩-)٦ + ٢(٩-)$$

$$✓ ٢٧ = ٥٤ - ٨١$$

$$س^2 + ٦س = ٢٧$$

$$س^2 + ٦س - ٢٧ = ٠$$

$$٠ = (٩ + س)(٣ - س)$$

$$س - ٣ = ٠ \text{ أو } س + ٩ = ٠$$

$$س = ٣ \quad س = -٩$$

تحقق: عوض عن س بكل من ٣، -٩ في المعادلة الأصلية.

$$س^2 + ٦س = ٢٧$$

$$٢٧ \leq (٣)٦ + ٢(٣)$$

$$✓ ٢٧ = ١٨ + ٩$$

تحقق من فهمك

$$(١٤) \text{ ع}^2 - \text{ع}^3 = ٧٠$$

تحقق من فهمك

٤ب) $١٨ - س^٣ + س^٢ = ٠$

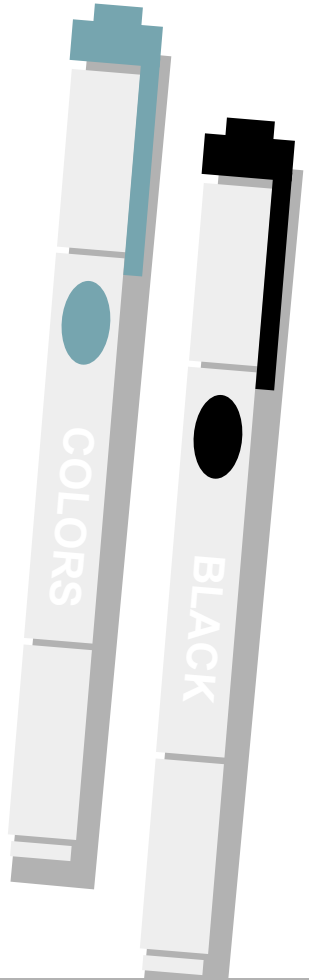
تأكد

حُلّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

(٧) $٥٤ + س = ١٥ - س^٢$

(٦) $٢ + ن = ٣ - ن^٢$

(٥) $٢١ - س = ٤ - س^٢$

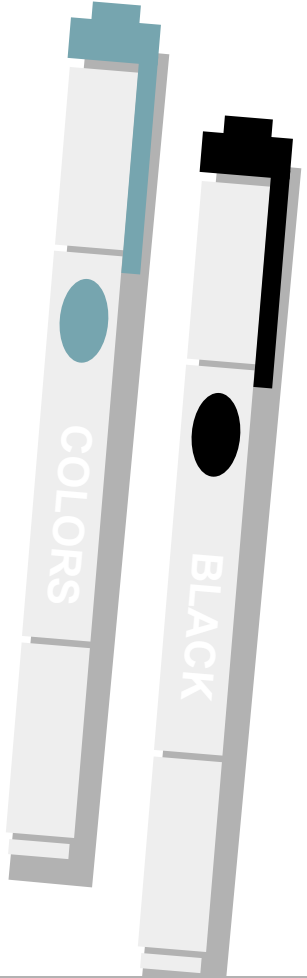


تأكد

(١٠) $١٠ - ٢ = ٢٤ -$

(٩) $٧٢ - ٢ = ٠$

(٨) $١٢ + ٢ = ٣٢ -$



مثال ٥ : من واقع الحياة



تصميم: يصمّم سعيد لوحة إعلان لبيع أقراص مدمجة لتعلم الرياضيات. إذا كان ارتفاع الجزء العلوي من اللوحة ٤ بوصات، ويزيد طول باقي اللوحة عن عرضها بـ ٢ بوصة. ومساحة اللوحة ٦١٦ بوصة مربعة، فأوجد عرض اللوحة.

افهم: يجب إيجاد عرض اللوحة.

خطّط: بما أن اللوحة على شكل مستطيل فالمساحة = العرض × الطول

حل: بما أن عرض = عرض اللوحة، فيكون طول اللوحة = عرض + ٢ = ٤ + عرض = ٦ + عرض

اكتب المعادلة	$ض(ض + ٦) = ٦١٦$
اضرب	$ض^2 + ٦ض = ٦١٦$
اطرح ٦١٦ من كل طرف	$ض^2 + ٦ض - ٦١٦ = ٠$
حل	$(ض + ٢٨)(ض - ٢٢) = ٠$
خاصية الضرب الصفري	$ض + ٢٨ = ٠$ أو $ض - ٢٢ = ٠$
حل كل معادلة	$ض = -٢٨$ أو $ض = ٢٢$

بما أن الأبعاد لا يمكن أن تكون سالبة، فإن العرض = ٢٢ بوصة.

تحقق: إذا كان العرض ٢٢ بوصة فإن المساحة = $٢٢(٦ + ٢٢) = ٦١٦$ بوصة مربعة، وهي مساحة اللوحة. ✓



الربط مع الحياة

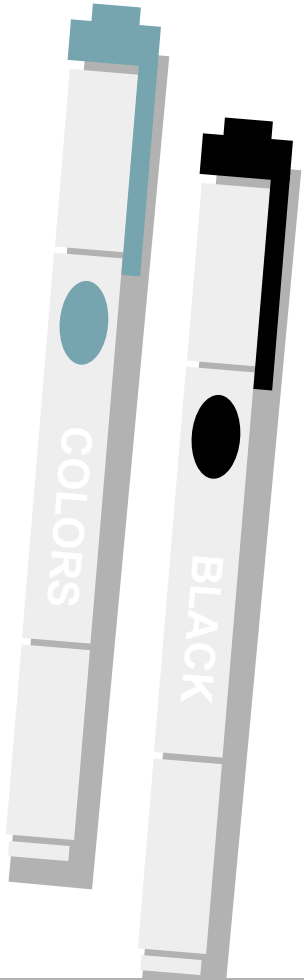
تُصمّم بعض اللوحات الإعلانية لاستخدامها مرة واحدة لمناسبة معينة، وإن كان الغرض من اللوحة الاستخدام لفترة طويلة، فيجب مراعاة المواد المصنوعة منها لتقاوم عوامل الجو.

تحقق من فهمك

(٥) هندسة: متوازي أضلاع ارتفاعه أقل من قاعدته بـ ١٨ سم، ومساحته ١٧٥ سم^٢ فما ارتفاعه؟

تأكد

(١١) **إطار صورة:** اشترت لطيفة إطارًا للصورة، إلا أن الصورة كانت أكبر من الإطار، لذا فإنها بحاجة إلى تصغير طول الصورة وعرضها بالمقدار نفسه، على أن تصبح مساحتها نصف مساحتها الأصلية. فإذا كان بُعد الصورة الأصلية ١٢، ١٦ سم. فما بُعد الصورة المصغرة؟



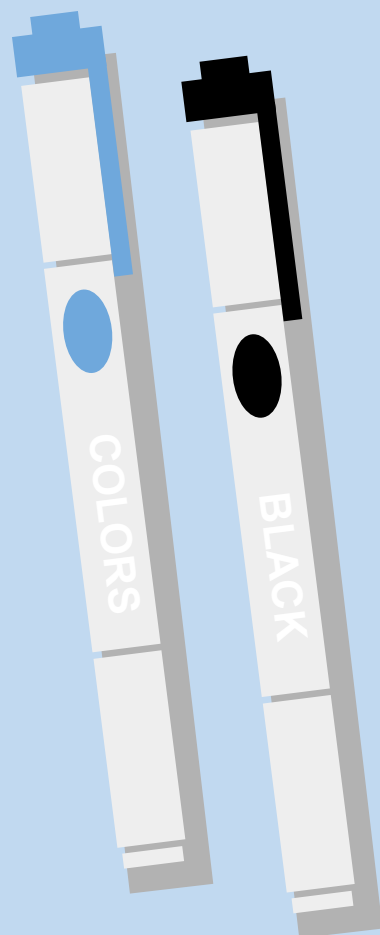
مهارات عليا

(٣٢) **اكتشف الخطأ:** حلّل كلٌّ من خليل وماجد العبارة: $س^٢ + ٦س - ١٦$. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

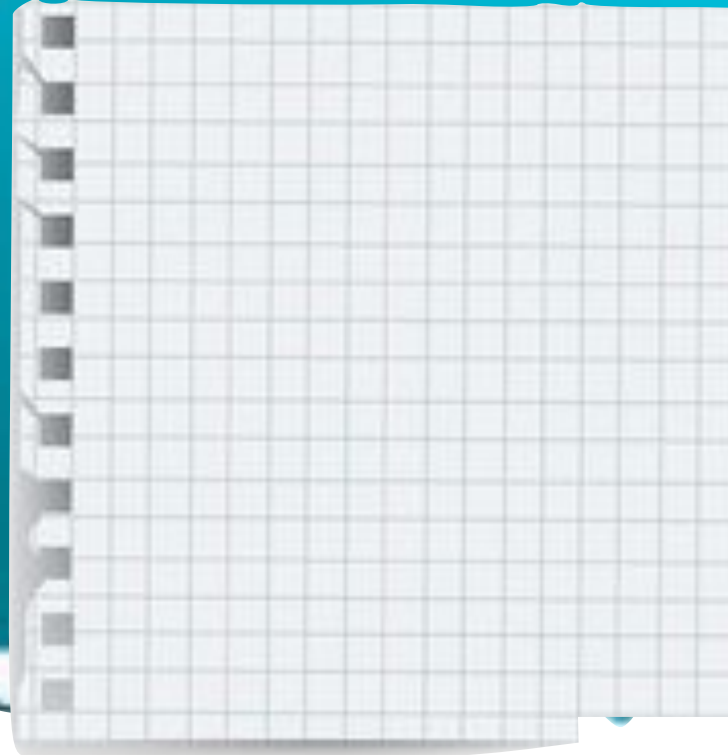
خليل
 $س^٢ + ٦س - ١٦ = (س - ٢)(س + ٨)$

ماجد
 $س^٢ + ٦س - ١٦ = (س + ٢)(س - ٨)$

(٣٦) **تحّد:** حلّل العبارة: $(٤ص - ٥)٢ + ٣(٤ص - ٥) - ٧٠$.



الواجب المنزلي



المعادلات التربيعية

$$أس + ب س + ج = د$$

والآن

■ أحلّ ثلاثية حدود على الصورة:

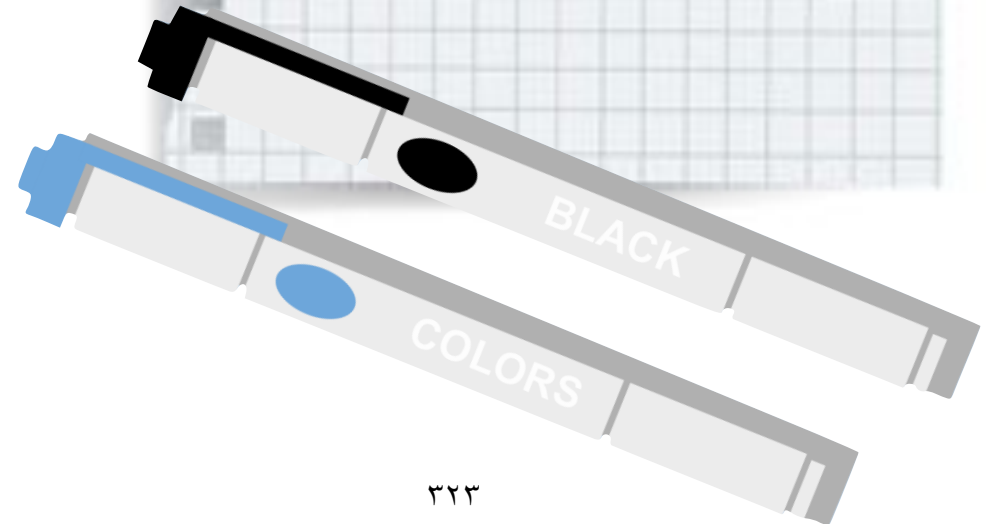
$$\text{أس}^2 + \text{ب س} + \text{ج} = 0$$

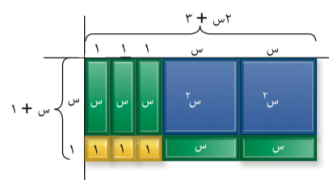
■ أحلّ معادلات على الصورة:

$$\text{أس}^2 + \text{ب س} + \text{ج} = 0$$

فيما سبق

درست تحليل ثلاثية حدود على الصورة
 $\text{س}^2 + \text{ب س} + \text{ج}$





يمكن تمثيل مسار الأرجوحة في مدينة الألعاب بالعبارة
 $س^٢ - ٢س + ٣٠$ ؛ حيث (ن) زمن الحركة. وتحليل هذه العبارة
إلى عواملها يساعد المسؤول عن التشغيل على معرفة الوقت
الذي تستغرقه أرجحتها في المرة الأولى.

تحليل أس^٢ + ب س + ج : حللت في الدرس السابق
عبارات تربيعية على الصورة: أس^٢ + ب س + ج، أ = ١.
ستطبق في هذا الدرس طرق تحليل عبارات تربيعية فيها أ ≠ ١.
في الشكل المجاور بعدا المستطيل المكوّن من بطاقات الجبر هما
(س + ١)، (س + ٣)، وهما عاملا ٢س^٢ + ٥س + ٣.
يمكنك استعمال طريقة التحليل بتجميع الحدود لتحليل هذه
العبارة.

الخطوة ١ : طبّق القاعدة:

$$٢س^٢ + ٥س + ٣ = ٣ + ٢س^٢ + م س + ن س + ٣.$$

الخطوة ٢ : أوجد عددين ناتج ضربهما $٣ \times ٢ = ٦$ ومجموعهما ٥.

عوامل العدد ٦	مجموع العاملين
٦، ١	٧
٣، ٢	٥

الخطوة ٣ : استعمل التجميع لإيجاد العوامل.

$$٢س^٢ + ٥س + ٣ = ٣ + ٢س^٢ + م س + ن س + ٣$$

$$= ٢س^٢ + ٢س + ٣س + ٣$$

$$= (٢س^٢ + ٢س) + (٣س + ٣)$$

$$= ٢س(س + ١) + ٣(س + ١)$$

$$= (س + ١)(٢س + ٣)$$

$$\text{إذن: } ٢س^٢ + ٥س + ٣ = (س + ١)(٢س + ٣).$$

اكتب القاعدة

$$م = ٢، ن = ٣$$

جَمِّع الحدود ذات العوامل المشتركة

حلّل كل تجمّع بإخراج (ق. م. أ.)

(س+١) عامل مشترك

أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

تحليل أس^٢ + ب س + جـ

التعبير اللفظي: لتحليل ثلاثية حدود على الصورة أس^٢ + ب س + جـ، أوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما يساوي ب، وناتج ضربهما أ جـ، ثم اكتب أس^٢ + ب س + جـ على الصورة أس^٢ + م س + ن س + جـ، ثم حلل بتجميع الحدود.



$$\text{مثال: } 5س^2 - 13س + 6 = 5س^2 - 10س + 3س + 6$$

$$= 5س(س - 2) + (3س - 6)$$

$$= 5س(س - 2) + 3(س - 2)$$

وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

مثال 1: تحليل المعادلة

حلّ كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

$$(أ) \quad ٧س^٢ + ٢٩س + ٤$$

في ثلاثية الحدود أعلاه، $٧ = أ$ ، $٢٩ = ب$ ، $٤ = ج$. أوجد عددين ناتج ضربهما $٤ \times ٧ = ٢٨$ ، ومجموعهما ٢٩ . كوّن قائمة بأزواج من عوامل العدد ٢٨ ، وابحث عن العاملين اللذين مجموعهما ٢٩ .

عوامل العدد ٢٨	مجموع العوامل
٢٨، ١	٢٩

العوامل الصحيحة ١، ٢٨

استخدم القاعدة.

$$١ = م، ٢٨ = ن$$

جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة

حلّ بإخراج (ق. م. أ.)

(٧س + ١) عامل مشترك

$$٧س^٢ + ٢٩س + ٤ = ٧س^٢ + م + ن + ٤$$

$$٧س^٢ + ١س + ٢٨س + ٤ =$$

$$= (٧س^٢ + ١س) + (٢٨س + ٤)$$

$$= س(٧س + ١) + ٤(٧س + ١)$$

$$= (٧س + ١)(٤ + س)$$

مثال 1: تحليل المعادلة

$$\text{ب) } 3س^2 + 15س + 18$$

(ق.م.أ) للحدود $3س^2$ ، $15س$ ، 18 ، هو 3 . حلّ بإخراج العامل 3 .

خاصية التوزيع

أوجد عاملين للعدد 6 مجموعهما 5

$$3س^2 + 15س + 18 = 3(س^2 + 5س + 6)$$

$$= 3(س + 3)(س + 2)$$



تحقق من فهمك

(أ) ٥س^٢ + ١٣س + ٦

تحقق من فهمك

١) ٦س^٢ + ٢٢س - ٨

مثال ٢: تحليل المعادلة

حلل كثيرة الحدود $٣س - ٢ - ١٧س + ٢٠$.
 في ثلاثية الحدود أعلاه $٣ = أ$ ، $١٧ - = ب$ ، $٢٠ = ج$. وبما أن $ب$ سالبة، فإن $م + ن$ ستكون سالبة أيضًا،
 وبما أن $ج$ موجبة، فإن $م ن$ ستكون موجبة.
 لتحديد $م$ ، نكوّن قائمة بالعوامل السالبة لـ $٢٠ = ج$ وابحث عن العاملين اللذين مجموعهما $١٧ -$

عوامل العدد ٢٠	مجموع العاملين
٣٠ - ، ٢ -	٣٢ -
٢٠ - ، ٣ -	٢٣ -
١٥ - ، ٤ -	١٩ -
١٢ - ، ٥ -	١٧ -

العاملان الصحيحان هما $١٢ -$ ، $٥ -$

$$م = ١٢ - ، ن = ٥ -$$

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

حلل كل تجمّع بإخراج (ق. م. أ.)

خاصية التوزيع

$$\begin{aligned} ٣س - ٢ - ١٧س + ٢٠ &= ٣س - ٢ - ١٢س - ٥س + ٢٠ \\ &= (٣س - ٢ - ١٢س) + (-٥س + ٢٠) \\ &= ٣س(١ - ٤) + (٥ - ٤س) \\ &= ٣س(١ - ٤) + (٥ - ٤س) \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

١٢ (٢ ن ٢ - ن - ١

تحقق من فهمك

٢ب) ١٠ ص ٢ - ٣٥ ص ٣٠ +

مثال ٣ : تحليل كثيرة الحدود الأولية

تُسمّى كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة
كثيرة حدود أولية.

حلّ العبارة: $٤س^٢ - ٣س + ٥$ إن أمكن باستعمال الأعداد الصحيحة، وإن لم يكن ذلك ممكناً فاكتب "أولية".

في ثلاثية الحدود السابقة $أ = ٤$ ، $ب = -٣$ ، $ج = ٥$

وبما أن $ب$ سالبة، فإن $م + ن$ سالبة. وبما أن $ج$ موجبة

فإن $م ن$ موجبة، لذا يكون كل من $م$ و $ن$ سالباً. كوّن قائمة

بأزواج عوامل العدد ٢٠. وابحث عن العاملين اللذين

مجموعهما -٣ .

لا يوجد عاملان مجموعهما -٣ . لذا لا يمكن تحليل العبارة التربيعية باستعمال الأعداد الصحيحة. لذا

فالعبارة التربيعية $٤س^٢ - ٣س + ٥$ أولية.

عوامل العدد ٢٠	مجموع العاملين
١-، ٢٠-	٢١-
٥-، ٤-	٩-
٢-، ١٠-	١٢-

تحقق من فهمك

$$٧ + ر - ٢ = ٤ (١٣)$$

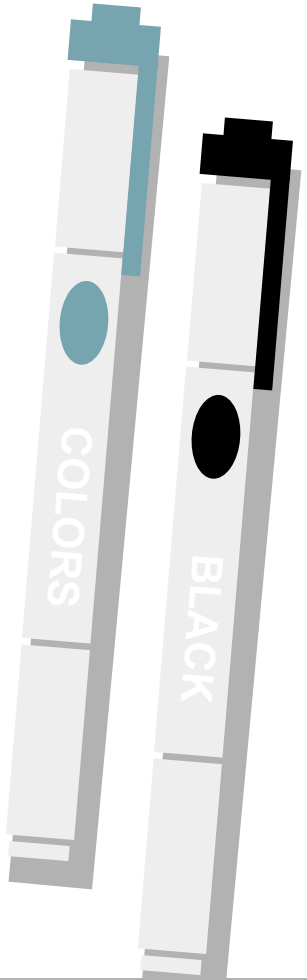
تحقق من فهمك

٣ب) $٢س^٢ + ٣س - ٥$

تأكد

حلّ كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

(١) $٥٦ + ٢س٢ + ٢س٢٢$ (٢) $٤ + ٥س٢ - ٣س٣$ (٣) $٢٠ - ١١س١ - ٣س٣$



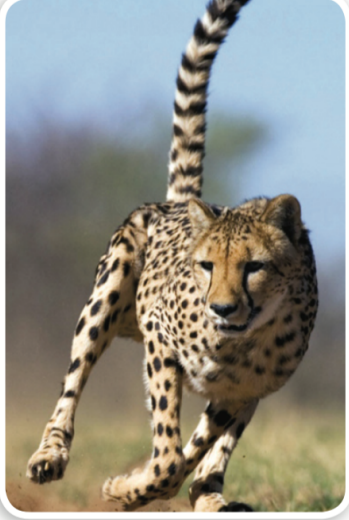
حل معادلات بالتحليل: تمثّل المعادلة $5n^2 + e + n + l$ ارتفاع جسم مقذوف لأعلى، حيث تمثل (ل) الارتفاع بالمتر، و (ن) الزمن بالثواني، و (ع) السرعة الابتدائية م/ ثانية، و (ل) الارتفاع الابتدائي بالمتر. ويمكن حل هذه المعادلة بعد كتابتها على الصورة $أس^2 + ب س + ج = ٠$ بالتحليل واستعمال خاصية الضرب الصفري.

إرشادات للدراسة

القاسم المشترك الأكبر

ابحث عن القاسم
المشترك الأكبر لحدود
كثيرة الحدود قبل
تحليلها.

مثال ٤ : من واقع الحياة



الربط مع الحياة

الفهد هو أسرع حيوان في العالم؛ حيث تبلغ سرعته ١١٢ كلم / ساعة، ويمكن أن تصل سرعته من صفر إلى ٦٤ كلم / ساعة في ٣ خطوات واسعة خلال ثوانٍ فقط.

حياة برية : افترض أن فهدًا يقفز نحو فريسته بسرعة ابتدائية رأسية مقدارها ١١ مترًا/ ثانية. فكم يبقى الفهد في الهواء قبل وصوله إلى فريسته التي ترتفع عن الأرض ٢ متر؟

معادلة الارتفاع

$$عوض ل = ٢، ع = ١١، ل = ٠ =$$

اطرح ٢ من كلا الطرفين

اضرب كلا الطرفين في -١

حلل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$ل = ٥ - ٢ + ع + ل$$

$$٢ = ٥ - ٢ + ١١ + ل$$

$$٠ = ٥ - ٢ + ١١ - ل$$

$$٠ = ٥ - ٢ + ١١ - ل$$

$$٠ = (٥ - ٢) (١ - ل)$$

$$٥ - ١ = ٠ \text{ أو } ٢ = ل$$

$$٥ = ١$$

$$٥ = ١$$

الإجابتان $\frac{1}{5}$ و ٢ ثانية، يحتاج الفهد إلى $\frac{1}{5}$ ثانية للوصول إلى ارتفاع ٢ م في أثناء صعوده، وإلى ثانيتين في الهواء للوصول إلى الفريسة.

تحقق من فهمك

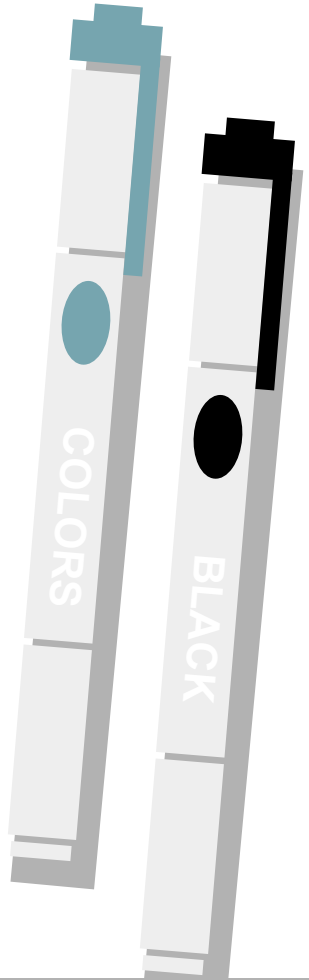
٤) **فيزياء:** قذف شخص كرة إلى الأعلى من سطح بناية ارتفاعها ٢٠ م. والرمية معادلة: $٥٠ - ٥٠ + ١٦ + ٢٠ = ع$ تمثل ارتفاع الكرة (ع) بالأمتار بعد (ن) ثانية. فإذا سقطت الكرة على شرفة ارتفاعها ٤ م عن الأرض، فكم ثانية بقيت الكرة في الهواء؟

وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

(٤) $2س^2 + 9س + 9 = ٠$ (٥) $3س^2 - 1٠س + ٨ = ٠$ (٦) $2س^2 - ١٧س + ٣٠ = ٠$

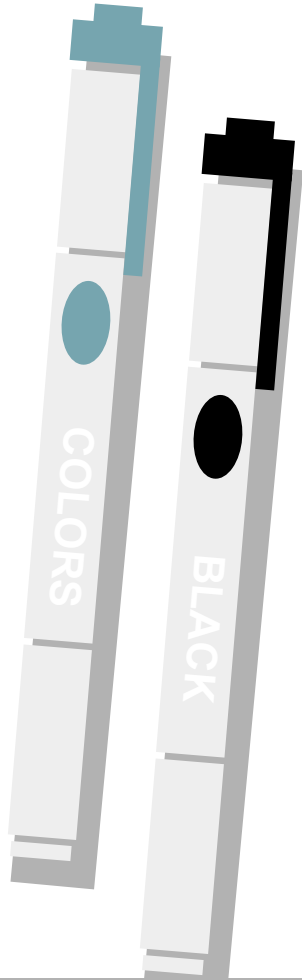
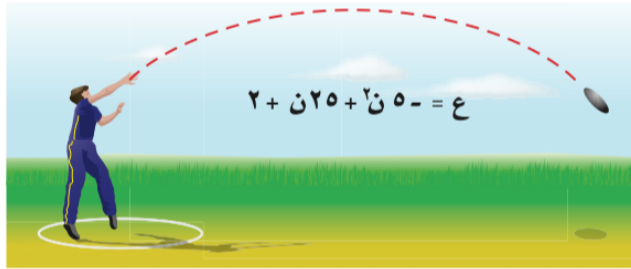


تأكد

(٧) **رمي القرص:** يرمي خالد القرص المعدني كما في الشكل المجاور.

(أ) ما الارتفاع الابتدائي للقرص؟

(ب) بعد كم ثانية يصل القرص إلى الارتفاع نفسه الذي قذف منه؟



مهارات عليا

(٣٣) **اكتشف الخطأ:** حلّ كلّ من زكريا وسامي المعادلة $6س - ٢ = ١٢$. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

سامي

$$١٢ = ٦س - ٢$$

$$١٢ = (٦س - ١)$$

$$١٢ = ١ - ٦س \text{ أو } ١٢ = ١ - ٦س$$

$$١٣ = ٦س \text{ أو } ١٣ = ٦س$$

زكريا

$$١٢ = ٦س - ٢$$

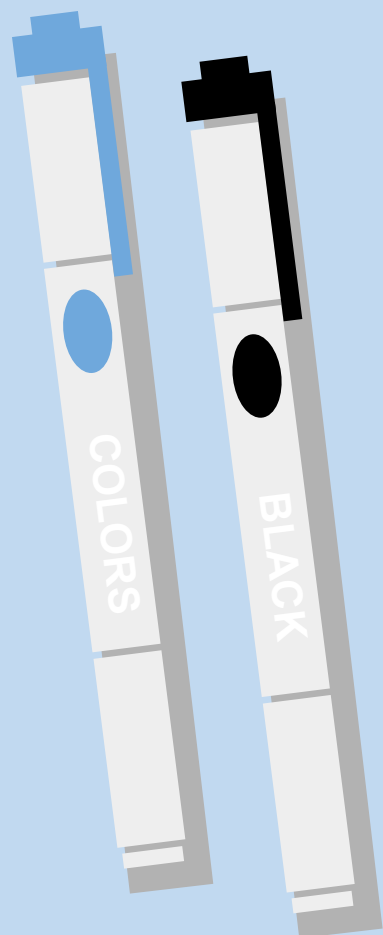
$$٠ = ١٢ - ٦س - ٢$$

$$٠ = (٣ - ٦س)(٤ + ٣س)$$

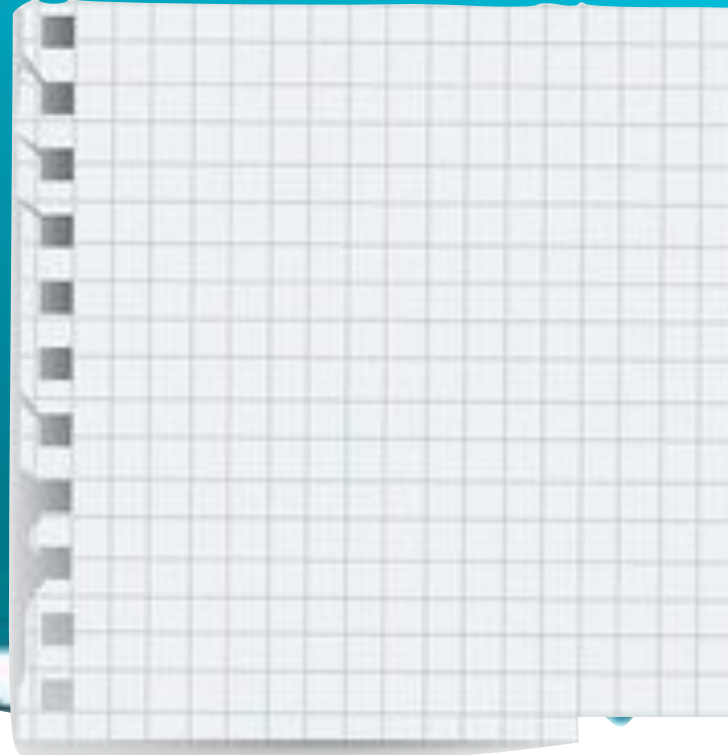
$$٠ = ٣ - ٦س \text{ أو } ٠ = ٤ + ٣س$$

$$٣ = ٦س \text{ أو } ٣ = ٦س$$

(٣٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تربيعية معاملات حدودها أعداد صحيحة على أن يكون: $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{١}{٣}$ حلين لها. فسّر ذلك.



الواجب المنزلي



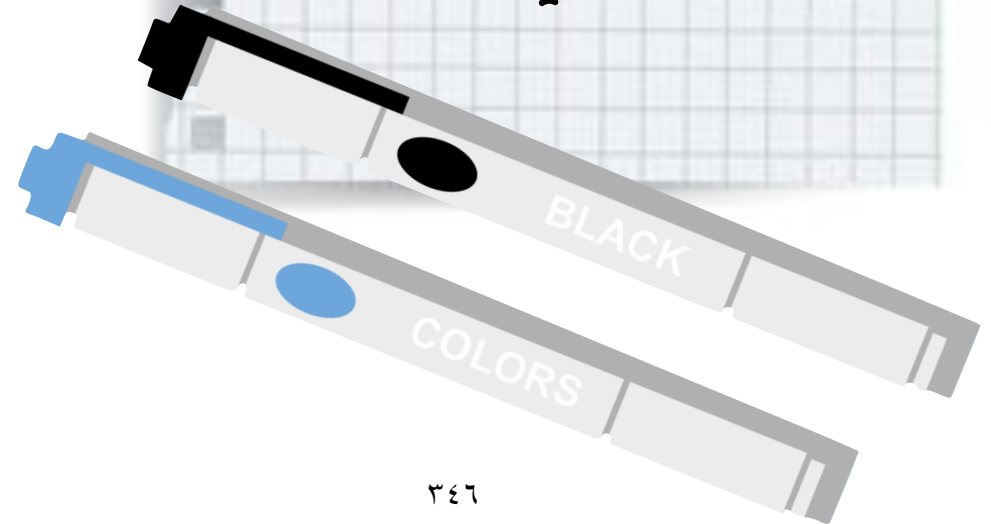
المعادلات التربيعية الفرق بين مربعين

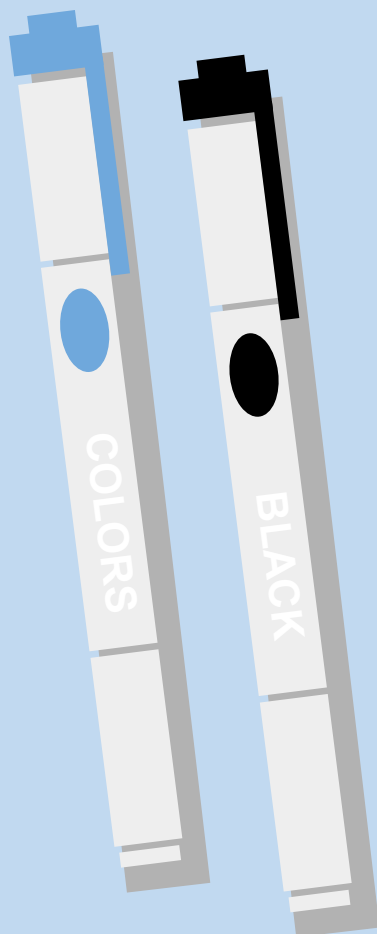
والآن

- ١ / احل ثنائية حد على صورة
فرق بين مربعيه .
- ٢ / احل معادلة باستعمال
الفرق بين مربعيه

فيما سبق

درست تحليل ثنائية
حدود
الى ثنائيتي حد .





لماذا؟

يستعمل مصممو الجرافيك الفن والرياضيات لتصميم صور وأشرطة فيديو. ويستعملون المعادلات لتكوين أشكال وخطوط على الحاسوب. ويساعد التحليل إلى العوامل على تحديد أبعاد الأشكال وطريقة ظهورها.



تحليل الفرق بين مربعين: تذكر أنك تعلمت ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما، ويشير ناتج الضرب هذا إلى **الفرق بين المربعين**. لذا فالصورة المحللة للفرق بين مربعين تسمى ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما.

أضف إلى مطويتك	مفهوم أساسي	الفرق بين مربعين
	الرموز:	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ أو $(b - a)(b + a)$
	أمثلة:	$25 - 9 = (5 + 3)(5 - 3)$ أو $(3 - 5)(3 + 5)$
		$64 - 9 = (8 + 3)(8 - 3)$ أو $(3 - 8)(3 + 8)$

مثال ١ : تحليل الفرق بين مربعي

حلّ كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(أ) \quad ١٦هـ - ٩أ^٢$$

$$١٦هـ - ٩أ^٢ = (٤هـ)^٢ - (٣أ)^٢$$

$$= (٤هـ + ٣أ)(٤هـ - ٣أ)$$

$$(ب) \quad ١٢١ - ٤ب^٢$$

$$١٢١ - ٤ب^٢ = (١١)^٢ - (٢ب)^٢$$

$$= (١١ + ٢ب)(١١ - ٢ب)$$

اكتب العبارة على صورة أ^٢ - ب^٢

تحليل الفرق بين مربعين

اكتب العبارة على صورة أ^٢ - ب^٢

تحليل الفرق بين مربعين

مثال ١ : تحليل الفرق بين مربعي

$$(ج) \quad 27ج^3 - 3ج^3$$

بما أنه يوجد عامل مشترك بين الحدود، لذا حلّل بإخراج (ق. م. أ.) أولاً، ثم أكمل بطرق التحليل الأخرى.

حلّل بإخراج (ق. م. أ.)
اكتب على الصورة أ^٢ - ب^٢
تحليل الفرق بين مربعين.

$$\begin{aligned} 27ج^3 - 3ج^3 &= 3ج^3(9ج^2 - 1) \\ &= 3ج^3[(3ج)^2 - (1)^2] \\ &= 3ج^3(3ج + 1)(3ج - 1) \end{aligned}$$



تحقق من فهمك

(أ) ٨١ - ج^٢

(ب) ٦٤ ج^٢ - ه^٢

تحقق من فهمك

١ ج) ٩ س^٣ - ٤ س

١ د) ٤ ص^٣ + ٩ ص

مثال ٢ :تطبيق التحليل اكثر من مرة

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$\text{أ) } ١٦ - ب^٤$$

$$١٦ - ب^٤ = ٢(٤) - ٢(ب^٢) = ٢(٤ - ب^٢)$$

$$= (٤ + ب^٢)(٤ - ب^٢)$$

لاحظ أن العامل $٤ - ب^٢$ هو فرق بين مربعين أيضًا.

$$= (٢٢ - ب^٢)(٤ + ب^٢)$$

$$= (٢ - ب)(٢ + ب)(٤ + ب^٢)$$

اكتب $١٦ - ب^٤$ على صورة $أ^٢ - ب^٢$.

تحليل الفرق بين مربعين

اكتب $٤ - ب^٢$ على صورة $أ^٢ - ب^٢$.

تحليل الفرق بين مربعين



مثال ٢ :تطبيق التحليل اكثر من مرة

(ب) $٦٢٥ - س^٤$

$$٦٢٥ - س^٤ = ٢(٢٥) - ٢(س^٢) = ٢(٢٥ - س^٢)$$

$$= (٢٥ + س^٢)(٢٥ - س^٢) =$$

$$= (٢٥ + س^٢)(٢٥ - س^٢) =$$

$$= (٢٥ + س^٢)(٥ - س)(٥ + س)$$

اكتب $٦٢٥ - س^٤$ على صورة أ^٢ - ب^٢.

تحليل الفرق بين مربعين

اكتب $٢٥ - س^٢$ على صورة أ^٢ - ب^٢.

تحليل الفرق بين مربعين

تحقق من فهمك

١٢ (أ) ص ٤ - ١

٢٢ (ب) ٤ أ - ٤ ب

تحقق من فهمك

٢٠ (ج) ٨١ - س^٤

مثال ٣ :تطبيق طرق مختلفة

حلّ كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(أ) \quad ٥س^٥ - ٤٥س$$

$$٥س^٥ - ٤٥س = ٥س(س^٤ - ٩)$$

$$= ٥س[٢(٣) - ٢(٣)]$$

$$= ٥س(س^٢ - ٣)(س^٢ + ٣)$$

لاحظ أن $س^٢ - ٣$ ليس فرقاً بين مربعين؛ لأن ٣ ليس مربعاً كاملاً.

حلل بإخراج (ق. م. أ.)

اكتب $س^٤ - ٩$ على صورة $أ^٢ - ب^٢$.

تحليل الفرق بين مربعين

مثال ٣ :تطبيق طرق مختلفة

$$(ب) \quad ٧س^٣ + ٢١س^٢ - ٧س - ٢١$$

$$٧س^٣ + ٢١س^٢ - ٧س - ٢١$$

$$= ٧(س^٣ + ٣س^٢ - س - ٣)$$

$$= ٧[(س^٣ + ٣س^٢) - (س + ٣)]$$

$$= ٧[س^٢(س + ٣) - (س + ٣)]$$

$$= ٧(س + ٣)(س^٢ - ١)$$

$$= ٧(س + ٣)(س + ١)(س - ١)$$

العبارة الأصلية

التحليل بإخراج (ق.م.أ)

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

حل كل تجمع



س+٣ عامل مشترك

تحليل الفرق بين مربعين وزارة التعليم

تحقق من فهمك

١٣ (أ) ٢ ص ٤ - ٥٠

٣ (ب) ٦ ص ٤ - ٩٦

تحقق من فهمك

$$٣ج) ٢م^٣ + م^٢ - ٥٠م - ٢٥$$

$$٣د) ٦٦ + ١١ر + ٦ر^٢ + ٣ر^٣$$

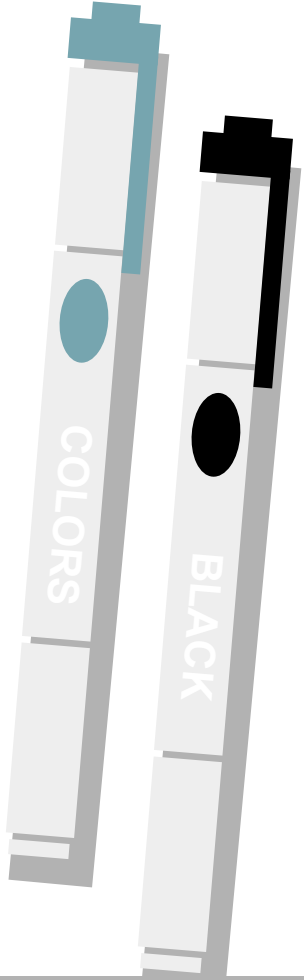
تأكد

حلّ كل كثيرة حدود مما يأتي:

(١) $x^2 - 9$

(٢) $x^4 - 25$

(٣) $x^3 - 16x$



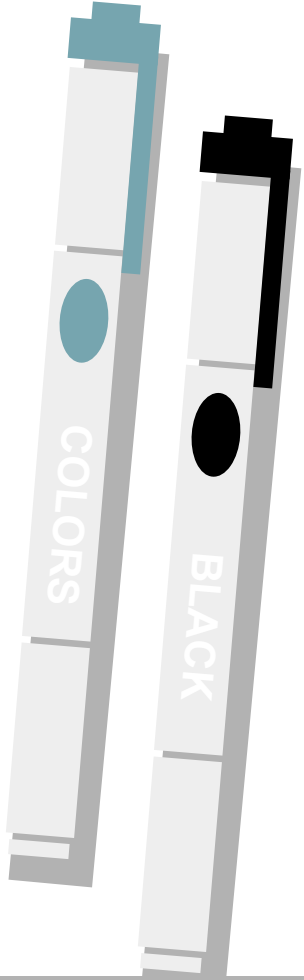
تأكد

حلّ كل كثيرة حدود مما يأتي:

(٤) $x^2 - 81$

(٥) $2x^2 - 32$

(٦) $20x^2 - 45$



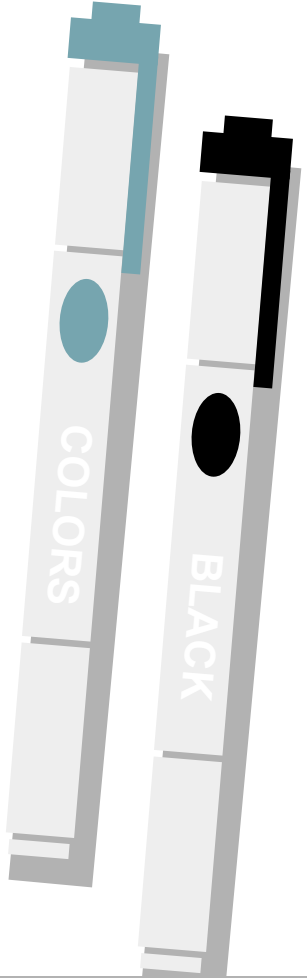
تأكد

حلّ كل كثيرة حدود مما يأتي:

(٧) $٢٥٦٤ - ج٤$

(٨) $٢ج٣ + ٣ج٢ - ٢ج - ٣$

(٩) $٣٢٤ - ٤٨٢ + ٣٢ - ٣$



مثال ٣ :تطبيق طرق مختلفة

ما القيمة الموجبة لـ s التي تحقق المعادلة $s^2 - \frac{9}{16} = 0$ ، إذا كانت $s = 0$ ؟
(أ) $\frac{9}{4}$ (ب) صفر (ج) $\frac{3}{4}$ (د) $\frac{9}{4}$

اقرأ الفقرة :

عوّض عن s بـ صفر، ثم حل المعادلة.

حل الفقرة :

$$\begin{aligned} \text{ص} = s^2 - \frac{9}{16} \\ \text{ص} = s^2 - \frac{9}{16} \\ \text{ص} = s^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 \\ (s + \frac{3}{4})(s - \frac{3}{4}) = 0 \\ s + \frac{3}{4} = 0 \quad \text{أو} \quad s - \frac{3}{4} = 0 \\ s = -\frac{3}{4} \quad \text{أو} \quad s = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

المعادلة الأصلية

عوّض عن s بـ صفر

اكتب على صورة $a^2 - b^2$

تحليل الفرق بين مربعين

خاصية الضرب الصفري

الإجابة الصحيحة جـ

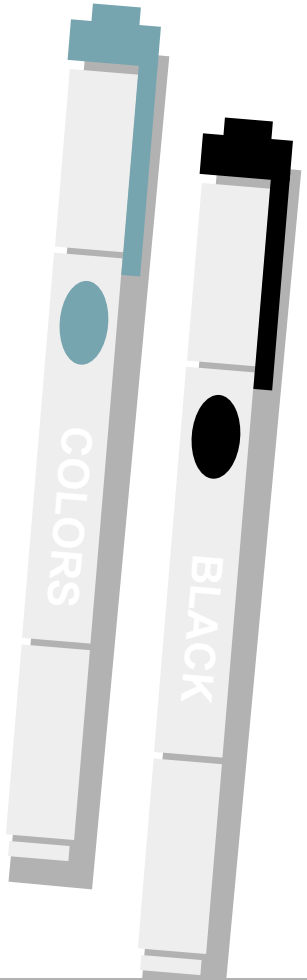
تحقق من فهمك

٤) حُلّ المعادلة: $١٨س = ٣ = ٥٠س$ ؟

- (i) $\frac{٥}{٣}, ٠$ (ب) $\frac{٥}{٣}, \frac{٥}{٣}$ (ج) $\frac{٥}{٣}, \frac{٥}{٣}, ٠$ (د) $\frac{٥}{٣}, \frac{٥}{٣}, ١$

تأكد

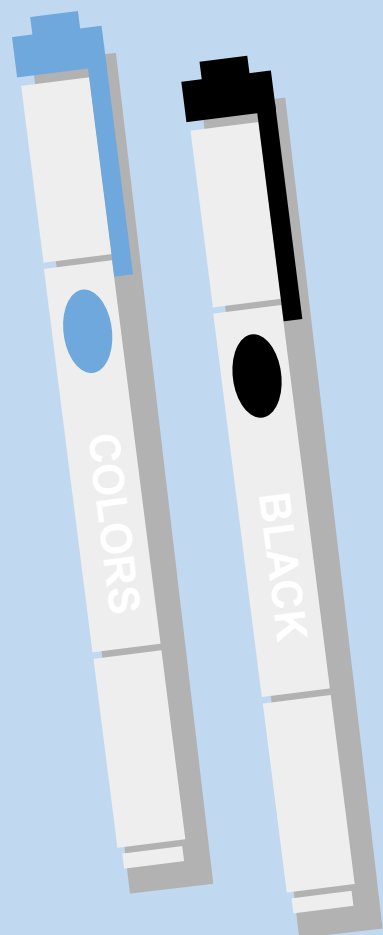
(١٠) **سيارات:** قد يكون الأثر الذي تتركه عجلات السيارة ناجماً عن وقوفها المفاجيء. والمعادلة $\frac{1}{4}ع^2 = ف$ تعبر عن سرعة السيارة التقريبية (ع) بالميل / ساعة، علماً بأن (ف) هو طول الأثر الذي تتركه العجلات بالقدم على سطح جاف. إذا كان طول أثر العجلات ٥٤ قدماً، فكم كانت سرعة السيارة؟



مهارات عليا

(٤٦) تحدُّ: بسِّط العبارة: $9 - (3 + ك)^2$ بتحليلها بالفرق بين مربعين.

(٤٧) تحدُّ: حلِّل: $٨١ - ١٦$



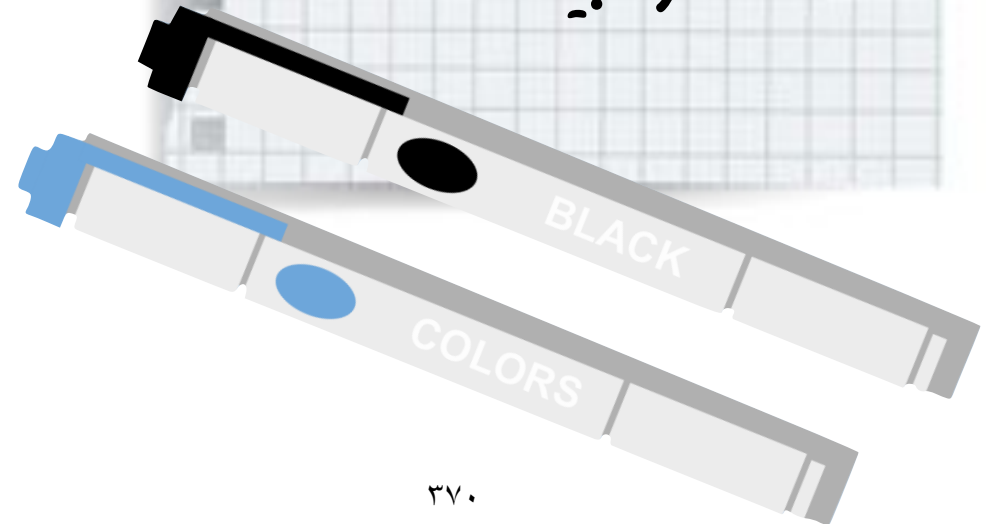
المعادلات التربيعية المربعات الكاملة

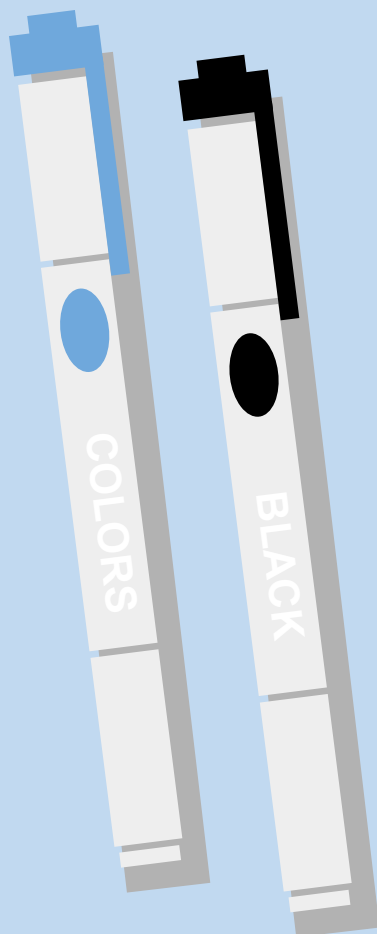
والآن

- ١ / احل ثلاثية الحدود التي
على صورة مربع كامل
- ٢ / احل معادلات تتضمن
مربعات كاملة

فيما سبق

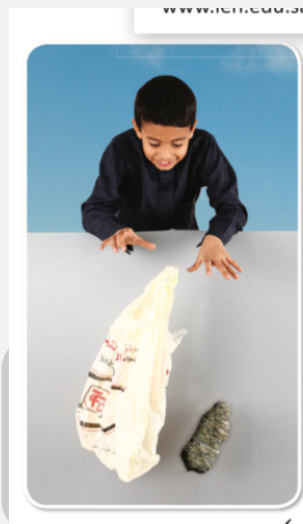
درست ايجاد ناتج ضرب
مجموع وحيدتي حد في
الفرق بينهما





ماذا؟

يسقط الحجر والكيس بالسرعة نفسها؛ لذا ستحتاج إلى حل المعادلة $5 - 2 = 0$ ، لمعرفة الزمن الذي يحتاج إليه الجسم كي يصل إلى الأرض إذا سقط من ارتفاع ابتدائي (ل)، مترًا فوق الأرض، حيث (ن) تمثل الزمن بالثواني بعد سقوط الجسم.



تحليل ثلاثية حدود على صورة مربع كامل: تعلمت قاعدة مفكوك ثنائي الحد
(أ + ب)²، (أ - ب)². تذكر بأن تلك نواتج ضرب خاصة تتبع قاعدة معينة.

$$\begin{aligned}(أ - ب)(أ - ب) &= (أ - ب)² \\ أ² - أب - أب + ب² &= \\ أ² - ٢أب + ب² &= \end{aligned}$$

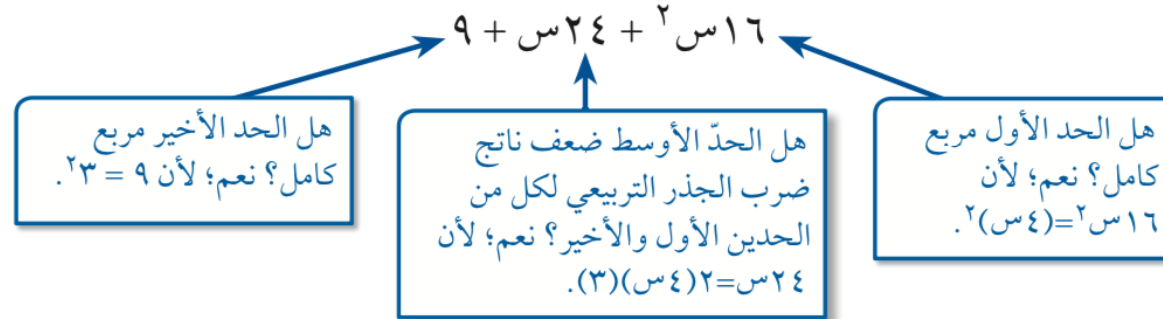
$$\begin{aligned}(أ + ب)(أ + ب) &= (أ + ب)² \\ أ² + أب + أب + ب² &= \\ أ² + ٢أب + ب² &= \end{aligned}$$

تكون نواتج الضرب هذه على صورة **مربع كامل لثلاثية الحدود**؛ لأنها مربعات ثنائيات حد. وتساعدك القواعد أعلاه على تحليل ثلاثية الحدود التي تشكّل مربعًا كاملاً.

تكون نواتج الضرب هذه على صورة **مربع كامل لثلاثية الحدود**؛ لأنها مربعات ثنائيات حد. وتساعدك القواعد أعلاه على تحليل ثلاثية الحدود التي تشكّل مربعاً كاملاً.

ولتكون ثلاثية حدود قابلة للتحليل على صورة مربع كامل، يجب أن يكون الحدان الأول والأخير مربعين كاملين، وأن يكون الحد الأوسط ضعف ناتج ضرب الجذر التربيعي للحدين الأول والأخير بإشارة موجبة أو سالبة.

فمثلاً ثلاثية الحدود $16س^2 + 24س + 9$ تشكّل مربعاً كاملاً، كما هو موضح أدناه.



أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

تحليل ثلاثية الحدود التي تشكل مربعاً كاملاً

الرموز:

$$أ^2 + ٢أب + ب^2 = (أ + ب)(أ + ب) = ٢ب + ب^2 + أ^2$$

$$أ^2 - ٢أب + ب^2 = (أ - ب)(أ - ب) = ٢ب + ب^2 - أ^2$$

أمثلة:

$$س^2 + ٨س + ١٦ = (س + ٤)(س + ٤) = ٢(٤ + س)$$

$$س^2 - ٦س + ٩ = (س - ٣)(س - ٣) = ٢(٣ - س)$$



مثال ١: تمييز ثلاثية الحدود التي تشكل مربعاً كاملاً

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّلها.

(أ) $٤ص^٢ + ١٢ص + ٩$

١ هل الحد الأول مربع كامل؟ نعم، $٤ص^٢ = (٢ص)^٢$.

٢ هل الحد الأخير مربع كامل؟ نعم، $٩ = ٣^٢$.

٣ هل الحد الأوسط يساوي $٢(٢ص)(٣)$ ؟ نعم، $١٢ص = ٢(٢ص)(٣)$.

بما أن الشروط الثلاثة متوفرة، فإن العبارة $٤ص^٢ + ١٢ص + ٩$ ثلاثية حدود تشكّل مربعاً كاملاً.

$٤ص^٢ + ١٢ص + ٩ = (٢ص)^٢ + ٢(٢ص)(٣) + ٣^٢$ اكتب العبارة على صورة $أ^٢ + ٢أب + ب^٢$

$= (٢ص + ٣)^٢$ حلّل باستعمال القاعدة

مثال ١: تمييز ثلاثية الحدود التي تشكل مربعاً كاملاً

ب) $9س^٢ - ٦س + ٤$

- ١ هل الحد الأول مربع كامل؟
نعم، $9س^٢ = (٣س)^٢$.
 - ٢ هل الحد الأخير مربع كامل؟
نعم، $٤ = ٢^٢$.
 - ٣ هل الحد الأوسط يساوي $٢(٣س)(٢)$ ؟ لا، $٦س \neq ٢(٣س)(٢)$.
- بما أن الحد الأوسط لا يحقق الشرط، لذا فإن ثلاثية الحدود $9س^٢ - ٦س + ٤$ لا تشكل مربعاً كاملاً.

تحقق من فهمك

(١١) ٩ ص ٢ + ٢٤ ص ١٦

تحقق من فهمك

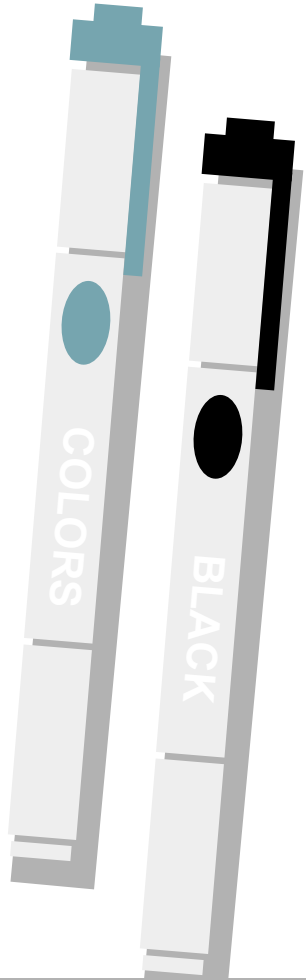
٢٥ + ١١٠ + ٢٢ (ب)

تأكد

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّها:

(١) $٢٥س^٢ + ٦٠س + ٣٦$

(٢) $٦س^٢ + ٣٠س + ٣٦$



الخطوات	عدد الحدود	أمثلة
الخطوة ١: حلّ بإخراج (ق . م . أ)	أي عدد	$٤س^٣ + ٢س^٢ - ٦س = ٢س(٢س^٢ + س - ٣)$
الخطوة ٢: تحقق هل كثيرة الحدود تشكل فرقاً بين مربعين أم أنها ثلاثية حدود على صورة مربع كامل.	٢ أو ٣	$٩س^٢ - ١٦ = (٣س - ٤)(٣س + ٤)$ $١٦س^٢ + ٢٤س + ٩ = (٤س + ٣)^٢$
الخطوة ٣: طبّق أنماط التحليل لـ $س^٢ + ب س + ج$ أو $أس^٢ + ب س + ج$ أو حلّ بتجميع الحدود.	٣ أو ٤	$س^٢ - ٨س + ١٢ = (س - ٢)(س - ٦)$ $١٢ص^٢ + ٩ص + ٦ =$ $= (١٢ص^٢ + ٩ص) + (٦ص + ٦) =$ $= ٣ص(٤ص + ٣) + ٦(ص + ١) =$ $= (٣ص + ٦)(٤ص + ٣)$

وزارة التعليم

Ministry of Education

١٤٤٢ - ١٤٤١

مثال ٢ : التحليل التام

حلّل كلّاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب "أولية":

$$(أ) \quad ٨٠ - ٥س^٢$$

الخطوة ١ : (ق. م. أ) للحددين $٥س^٢$ ، ٨٠ هو ٥ ، حلّل بإخراج (ق. م. أ).

الخطوة ٢ : بما أن عدد الحدود اثنان، لذا تحقق من أن كثيرة الحدود تشكّل فرقاً بين مربعين.

$$٥س^٢ - ٨٠ = ٥(س^٢ - ١٦) \quad (ق. م. أ) \text{ للحددين } ٥$$

$$٥(س^٢ - ١٦) = ٥(س \times س - ١٦) \quad ٤ \times ٤ = ١٦$$

$$٥(س - ٤)(س + ٤) = \text{تحليل الفرق بين مربعين}$$

مثال ٢ : التحليل التام

$$\text{ب) } ٩س^٢ - ٦س - ٣٥$$

الخطوة ١ : (ق.م.أ) للحدود: ٩س^٢، -٦س، -٣٥ هو ١.

الخطوة ٢ : بما أن ٣٥ ليس مربعاً كاملاً، فثلاثية الحدود لا تشكّل مربعاً كاملاً.

الخطوة ٣ : حلّل باستعمال النمط أ س^٢ + ب س + ج . هل يوجد عدنان ناتج ضربهما ٩(-٣٥)،
أو -٣١٥ ومجموعهما -٦؟ نعم، -٢١ و ١٥ ناتج ضربهما -٣١٥. ومجموعهما -٦ .

$$٩س^٢ - ٦س - ٣٥ = ٩س^٢ + م س + ن س - ٣٥ \quad \text{استخدم القاعدة}$$

$$٩س^٢ + ١٥س - ٢١س - ٣٥ = \quad م = ١٥، ن = -٢١$$

$$= (٩س^٢ + ١٥س) + (-٢١س - ٣٥) \quad \text{جَمْع الحدود ذات} \\ \text{العوامل المشتركة}$$

$$= ٣س(٣س + ٥) - ٧(٣س + ٥) \quad \text{حلّل كل تجمّع بإخراج} \\ \text{(ق.م.أ)}$$

$$= (٣س + ٥)(٣س - ٧) \quad \text{(٣س+٥) عامل مشترك}$$

تحقق من فهمك

١٢ (٢س ٢ - ٣٢)

تحقق من فهمك

٢٥ (ب) ١٢ س + ٥ س - ٢٥

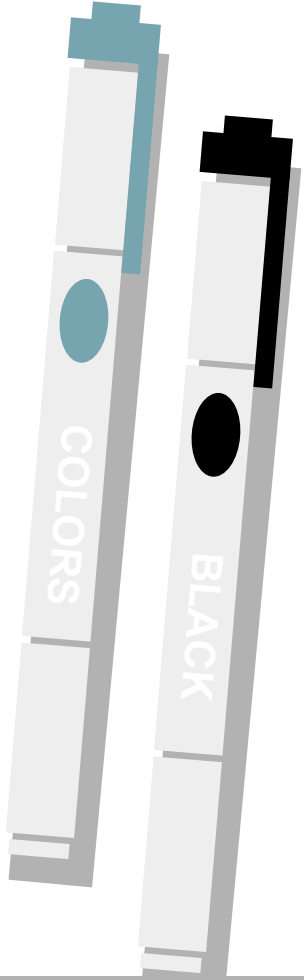
تأكد

حلّ كلاً من كثيرات الحدود الآتية ، وإذا لم يكن ذلك ممكناً فاكتب "أولية" :

(٥) $٤س^٢ + ٩س - ١٦$

(٤) $٤س^٢ + ٦٤$

(٣) $٢س^٢ - س - ٢٨$



مثال ٣ : حل معادلات تتضمن عوامل متكرره

حل المعادلة: $9س^2 - 48س = -64$.

$$9س^2 - 48س = -64$$

$$9س^2 - 48س + 64 = 0$$

$$= (3س)^2 - 2(3س)(8) + (8)^2$$

$$= (3س - 8)^2$$

$$= (3س - 8)(3س - 8)$$

$$3س - 8 = 0$$

$$3س = 8$$

$$س = \frac{8}{3}$$

المعادلة الأصلية

أضف ٦٤ إلى الطرفين

تحقق إن كانت ثلاثية الحدود $9س^2 - 48س + 64$ تمثل مربعاً كاملاً
حلّ ثلاثية الحدود على صورة مربع كامل.

اكتب $(3س - 8)^2$ كحاصل ضرب عاملين

ضع أحد العوامل المتكررة = ٠

أضف ٨ إلى كلا الطرفين

اقسم كلا الطرفين على ٣

وزارة التعليم
Ministry of Education

تحقق من فهمك

$$١٣) ١ = ٣٦ + ١١٢ + ٢$$

تحقق من فهمك

٣ب) ص^٢ - $\frac{4}{3}$ ص + $\frac{4}{9}$ = ٠

سبق أن حللت معادلات مثل $s^2 - 16 = 0$ بالتحليل إلى العوامل. ويمكنك أيضًا استعمال الجذر التربيعي لحل المعادلة.

المعادلة الأصلية

$$s^2 - 16 = 0$$

أضف 16 إلى كلا الطرفين

$$s^2 = 16$$

خاصية الجذر التربيعي

$$s = \pm \sqrt{16}$$

تذكر أنه يوجد جذران تربيعيان لـ 16، هما 4 و -4. لذا فإن مجموعة الحل هي $\{4, -4\}$. ويمكنك التعبير عن ذلك بـ $\{\pm 4\}$.

قراءة الرياضيات

الجذر التربيعي

يقرأ $\pm \sqrt{16}$ موجب أو سالب الجذر التربيعي لـ 16

أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

خاصية الجذر التربيعي

التعبير اللفظي: لحل المعادلة التربيعية على الصورة $s = x^2$ ، نأخذ الجذر التربيعي لكل طرف.

الرموز: لأي عدد حقيقي $n \geq 0$ ، إذا كان $s = x^2$ فإن $s = \pm \sqrt{n}$.

مثال: $s = x^2$ $25 = x^2$

$$s = x^2 \quad 25 = x^2 \quad s = \pm \sqrt{25} = \pm 5$$

مثال ٤ : استعمال خاصية الجذر التربيعي

حُلَّ كلاً من المعادلات الآتية:

$$(أ) \quad 81 = (ص - ٦)^2$$

$$81 = (ص - ٦)^2$$

$$\sqrt{81} \pm = ٦ - ص$$

$$٩ \pm = ٦ - ص$$

$$٩ \pm ٦ = ص$$

$$٩ + ٦ = ص \quad \text{أو} \quad ٩ - ٦ = ص$$

$$٣ = -$$

$$١٥ =$$

الجذران هما ١٥ و ٣-

المعادلة الأصلية

خاصية الجذر التربيعي

$$٩ \times ٩ = ٨١$$

أضف ٦ إلى كلا الطرفين

افصل المعادلة إلى معادلتين

بسّط



وزارة التعليم

Ministry of Education

تحقق بالتعويض في المعادلة الأصلية

مثال ٤ : استعمال خاصية الجذر التربيعي

$$(ب) \quad ١٢ = ٦(٦ + س)$$

$$١٢ = ٦(٦ + س)$$

$$١٢ \sqrt{} \pm ٦ = س$$

$$س = ١٢ \sqrt{} \pm ٦ -$$

الجذران هما $١٢ \sqrt{} + ٦ -$ ، $١٢ \sqrt{} - ٦ -$.

باستعمال الآلة الحاسبة، $١٢ \sqrt{} + ٦ - \approx ٢,٥٤$ ، $١٢ \sqrt{} - ٦ - \approx ٩,٤٦$ ،

المعادلة الأصلية

خاصية الجذر التربيعي

اطرح ٦ من كلا الطرفين

تحقق من فهمك

$$١٢١ = (أ - ١٠)^٢$$

تحقق من فهمك

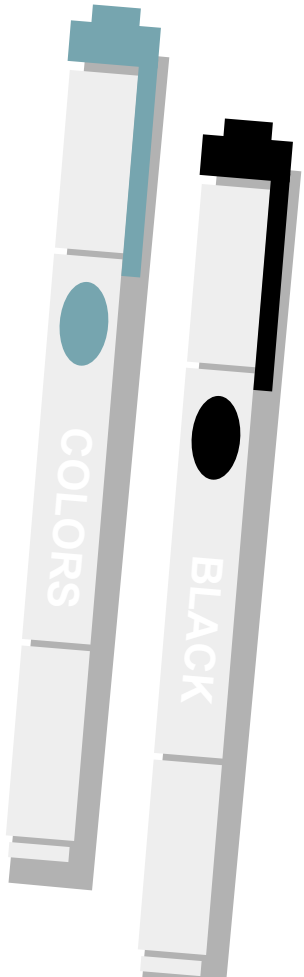
$$٢٦ = ٢(٣ + ع) \text{ (ب ٤)}$$

تأكد

حل كلاً من المعادلات الآتية ، وتحقق من صحة الحل :

$$(7) \quad 64 \text{ ص}^2 - 48 \text{ ص} + 18 = 9 \quad (8) \quad 47 = 2(5 + ع)$$

$$(6) \quad 36 = 2 \text{ س}^2$$



مثال ٥ : من واقع الحياة



تاريخ الرياضيات

جاليليو جاليلي

(١٥٦٤م - ١٦٤٢م)

كان جاليليو أول من أثبت أن
الأجسام المختلفة الكتل تسقط
بالسرعة نفسها، وذلك بإسقاط
جسمين مختلفي الكتلة من قمة
برج بيزا المائل في إيطاليا عام
١٥٨٩ ميلادية.

فيزياء: أسقطت كرة من ارتفاع ٦٨ مترًا. إذا كانت المعادلة $-5n^2 + c$ تُستعمل لإيجاد عدد الثواني (ن) التي تحتاج إليها الكرة للوصول إلى الارتفاع (ع) من الارتفاع الابتدائي (ع) بالمتري، فأوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض.

عند مستوى الأرض، $c = 0$ والارتفاع الابتدائي ٦٨، إذن $c = 68$

$$c = -5n^2 + c \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

عوض عن ع بـ صفر، وعن ع بـ ٦٨

$$0 = -5n^2 + 68$$

اطرح ٦٨ من كلا الطرفين

$$-68 = -5n^2$$

اقسم على -٥

$$13.6 = n^2$$

خاصية الجذر التربيعي

$$\pm 3.7 \approx n$$

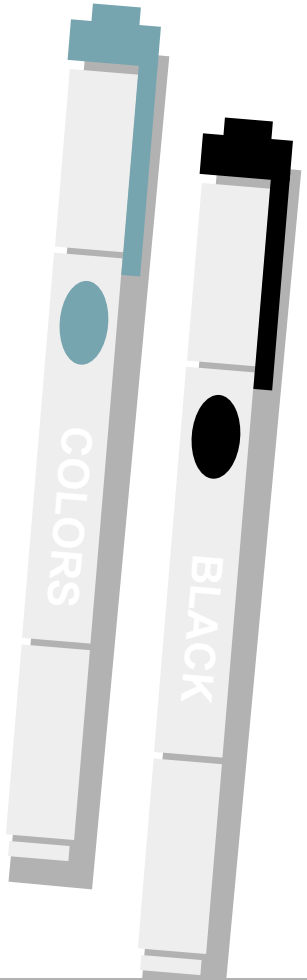
بما أن العدد السالب هنا ليس منطقيًا، لذا تستغرق الكرة ٣,٧ ثوانٍ تقريبًا للوصول إلى الأرض.

تحقق من فهمك

٥) أوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض إذا أسقطت من سطح مبنى ارتفاعه نصف الارتفاع المذكور أعلاه.

تأكد

(٩) **طلاء:** سقطت فرشاة الدهان من نايف أثناء قيامه بطلاء غرفة نومه، من ارتفاع ٢ م. استعمل المعادلة $ع - ٥ = ٢ + ع$ لإيجاد العدد التقريبي للثواني التي تستغرقها الفرشاة للوصول إلى الأرض.



مهارات عليا

٤٥) حدّد ثلاثية الحدود التي تختلف عن كثيرات الحدود الأخرى فيما يأتي، وفسّر إجابتك:

$$٤س٢ + ١٠س + ٤$$

$$٩س٢ - ٢٤س + ١٦$$

$$٤س٢ - ٣٦س + ٨١$$

$$٢٥س٢ + ١٠س + ١$$

تم بحمد الله وتوفيقه

المراجع

- كتاب ماكروهيل مادة رياضيات للصف ثالث متوسط
الفصل الدراسي الأول

- كتاب ماكروهيل مادة رياضيات للصف ثالث متوسط
الفصل الدراسي الثاني

حساباتي الالكترونية

