

تميز معنا في (رياضيات 4)



إعداد : نورة الحربي ، روية السلمي

بسم الله والحمد لله والصلاة
والسلام على رسول الله
اللهم علمنا ماينفعنا وانفعنا
بما علمتنا وزدنا علماً
يارب العالمين

تطوير - إنتاج - توثيق

السادة / نورة الحربي و روية السلمي

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم المرسوم بـ :

سلسلة عروض رفعة الرياضيات (تميزي في تلخيصي)

تحت رقم إيداع 5442 | 1443

تاريخ 1443/05/26

رقم الردمك 9-0280-04-603-978

تطوير - إنتاج - توزيع

شكر و عرفان

أتقدم بالشكر الجزيل لمجموعة رفعة التي تضم نخبة من المعلمين والمعلمات المبدعين والمبدعات شكراً لكم ، ولنا الفخر بأن نكون أحد أعضاء هذه المجموعة المبدعة .

جميع حسابات مجموعة رفعة



المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين،
أما بعد:

نبذة تعريفية لمجموعة رفعة

هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام.

وبهدف التسهيل والتيسير لمادة الرياضيات، نقدم لكم " سلسلة رفعة الرياضيات - تميز معنا في رياضيات 4 "

وأرجو من الله أن تجدو فيها الفائدة .

تنبيه :

كل الحقوق محفوظة ، نسخة إلكترونية مجانية لاتباع عند إزالة شعار المجموعة أو اسم المؤلف / ة
سوف يعرضك للمسائلة القانونية.

الفصل الثالث

(الاحتمالات)



تمثيل فضاء العينة

تعلمنا في الصف م٢ / م٣ أن :

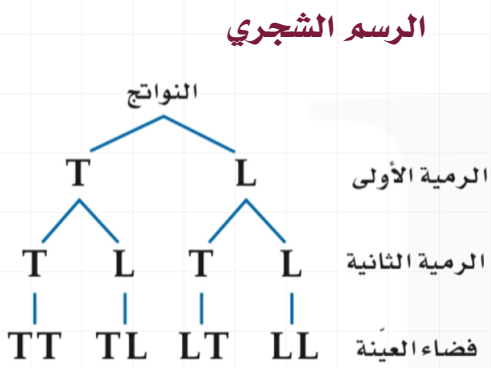
١. تعريف التجربة العشوائية .
٢. تعريف النواتج .
٣. تعريف الحادثة .

فضاء العينة : هو مجموعة جميع النواتج الممكنة ، ويمكن تمثيله باستعمال :
القائمة المنظمة ، الجدول ، الرسم الشجري .

تمثيل فضاء العينة

مثال : ألقيت قطعة نقد مرتين ، مثل فضاء العينة لهذه التجربة باستعمال القائمة المنظمة و الجدول و الرسم الشجري .

هناك ناتجان ممكنان لكل رمية لقطعة النقد هما : الشعار (L) والكتابة (T)



الجدول

الناتج	شعار (L)	كتابة (T)
(L) شعار	L, L	L, T
(T) كتابة	T, L	T, T

القائمة المنظمة

T, L	L, L
T, T	L, T

تجربة ذات مرحلتين : تمت على مرحلتين .

تجارب متعددة المراحل : تحتوي على أكثر من مرحلتين .

مبدأ العد الأساسي

مبدأ العد الأساسي لإيجاد عدد النواتج الممكنة .

مثال : يريد سعد شراء ثوب من بين البدائل المبينة في الجدول المجاور ، فما عدد الخيارات المتاحة أمامه ليختار ثوباً مناسباً ؟

عدد الخيارات	البديل
5	القماش
6	اللون
3	الأكمام
3	القبعة
2	الفتحة الأمامية
2	الأزرار

$$1080 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 6$$

الأزرار الفتحة الأمامية القبعة الأكمام اللون القماش

ملاحظة

قاعدة الضرب

يُسمى مبدأ العد الأساسي أحياناً قاعدة الضرب للعد .

اختر الإجابة الصحيحة :

١ / استعمل مبدأ العد الأساسي في إيجاد عدد النواتج الممكنة لتجربة رمي مكعب الأرقام 4 مرات

- A. 4! B. 1296
C. 6! D. 24

2 / إذا ألقيت قطعة نقود مرتين ، فما عدد النواتج الممكنة .

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 4

3 / أوجد عدد أطقم الملابس التي يمكن تشكيلها من 4 بناطيل و 3 قمصان و 5 أزواج من الأحذية

- A. 12 B. 4!
C. 60 D. 3!

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

تعلمنا في الصف ٣م أن :

١. مبدأ العد الأساسي .
٢. التوافيق .
٣. التباديل .

التباديل :

التوافيق :

تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيها مهماً .
اختيار مجموعة من العناصر يكون الترتيب فيها غير مهم .

المضروب :

$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$

التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل** n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_nP_r$ حيث ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

مثال : يتكون مجلس إدارة شركة كبرى من 10 أعضاء ، فإذا كان فيصل ومهند أعضاء في مجلس الإدارة ، فما احتمال أن يتم اختيار هؤلاء الثلاثة رئيساً ، ونائباً للرئيس ، وأميناً للسرة على الترتيب ، مع العلم أن الاختيار يتم عشوائياً .

$$\text{١. } {}_{10}P_3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7!}}{\cancel{7!}} = 720$$

$$\text{٢. } \text{احتمال اختيار فيصل رئيساً ، ومحمد نائباً ، ومهند أميناً للسرة يساوي } \frac{1}{720}$$

أنواع التباديل

التباديل الدائرية

- عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة يساوي: $\frac{n!}{n} = (n-1)!$
 - إذا رتبنا عناصر عددها n بالنسبة إلى نقطة مرجعية ثابتة سيكون عدد تباديلها $n!$
- مثال :** إذا رتبنا 6 نماذج لعب صغيرة في سوار عشوائياً ، فما احتمال ظهورها كما هو الشكل المجاور ؟
- بما أنه لا توجد نقطة مرجعية ثابتة فإن هذا تبديل دائري
- لذا يوجد $(6-1)!$ أو $5!$
- احتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل هو $\frac{1}{5!}$ يساوي $\frac{1}{120}$



التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

مثال : ما احتمال تكوين رقم الهاتف 2223357 من الأرقام : 2, 3, 2, 5, 2, 7, 3

$$n = 7$$

١. عدد التباديل

٢. احتمال تكوين رقم الهاتف يساوي $\frac{1}{420}$

$$\frac{7!}{3! \cdot 2!} = \frac{5040}{12} = 420$$

التوافيق

يرمز إلى عدد توافيق n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_nC_r$ ، حيث ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

مثال : يريد مدرب طائرة اختيار 6 لاعبين من بين 10 لاعبين هم أعضاء الفريق . ما احتمال اختيار اللاعبين محمد وعبدالله وعيسى وخالد وفيصل وطلال ؟

$$\text{٢. } \text{احتمال اختيار اللاعبين الستة هو } \frac{{}_6C_6}{{}_{10}C_6} = \frac{1}{210}$$

$$\text{١. } {}_{10}C_6 = \frac{10!}{6!(10-6)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 210$$

اختر الإجابة الصحيحة :

١ / وقف 5 من لاعبي كرة السلة في خط مستقيم لالتقاط صورة .
ما احتمال أن يصطفوا من الأقصر إلى الأطول ؟

$$\text{C. } \frac{1}{60}$$

$$\text{D. } 5!$$

$$\text{A. } \frac{1}{120}$$

$$\text{B. } 1.2$$

2 /

إذا اختير تبديل من الأحرف أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، ز عشوائياً
فما احتمال أن يكون هذا التبديل كلمة "العامر" ؟

$$\text{A. } \frac{1}{720}$$

$$\text{B. } \frac{1}{360}$$

$$\text{C. } \frac{1}{180}$$

$$\text{D. } \frac{1}{90}$$



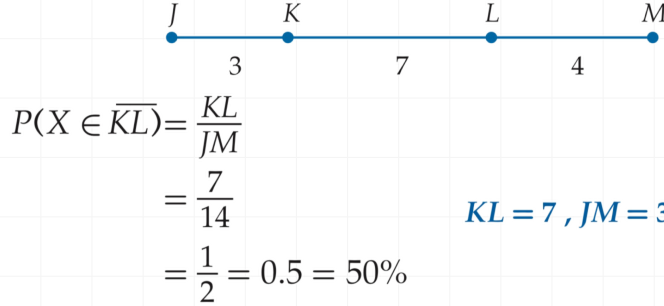
إثراء

الاحتمال الهندسي

الاحتمال الهندسي : هو الاحتمال الذي يتضمن قياساً هندسياً مثل الطول أو المساحة .

الاحتمال والطول

مثال : إذا اختيرت النقطة X عشوائياً على $\overline{JM}$ كما في الشكل أدناه ، فأوجد احتمال أن تقع X على $\overline{KL}$



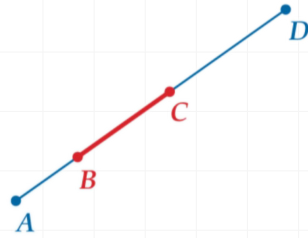
١. احتمال الأطوال

$$KL = 7, JM = 3 + 7 + 4 = 14$$

٢. بسط

إذا احتوت القطعة المستقيمة (1) قطعة مستقيمة أخرى (2)، واختيرت نقطة تقع على القطعة (1) عشوائياً، فإن احتمال أن تقع النقطة على القطعة (2) يساوي:

$$\frac{\text{طول القطعة المستقيمة (2)}}{\text{طول القطعة المستقيمة (1)}}$$



الاحتمال والمساحة

مثال : يهبط مظلي على هدف مكون من ثلاث دوائر متحدة المركز ، إذا كان قطر الدائرة الداخلية $2m$ ويزداد نصف قطر كل دائرة تالية بمقدار $1m$ ، فما احتمال أن يهبط المظلي في الدائرة الحمراء .



نصف قطر الدائرة الحمراء يساوي $1m$ نصف قطر الهدف الكلي يساوي $3m$.

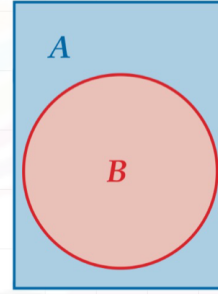
$$P(\text{أن يهبط المظلي في الدائرة الحمراء}) = \frac{\text{مساحة الدائرة الحمراء}}{\text{مساحة الهدف}}$$

$$= \frac{\pi(1)^2}{\pi(3)^2} = \frac{\pi}{9\pi} = \frac{1}{9}$$

احتمال أن يهبط المظلي في الدائرة الحمراء هو $\frac{1}{9}$ ، وهو 11% تقريبا

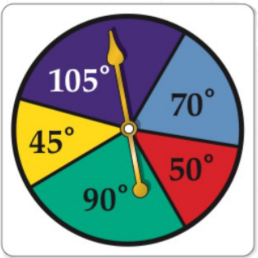
إذا احتوت المنطقة A منطقة أخرى B ، واختيرت النقطة E من المنطقة A عشوائياً، فاحتمال أن تقع النقطة E في المنطقة B يساوي:

$$\frac{\text{مساحة المنطقة B}}{\text{مساحة المنطقة A}}$$



استعمال قياسات الزوايا لإيجاد الاحتمال الهندسي

مثال : استعمال القرص ذا المؤشر الدوار في الشكل المجاور لإيجاد كل مما يأتي :



(a) (استقرار المؤشر على اللون الأصفر) P

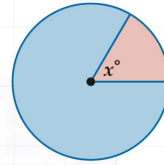
$$\frac{45}{360} \approx 12.5\%$$

(b) (عدم استقرار المؤشر على اللون الأحمر أو اللون الأزرق) P

$$\text{مجموع قياس زاويتي القطاع الأحمر والأزرق} = 50^\circ + 70^\circ = 120^\circ$$

$$\frac{360 - 120}{360} = \frac{240}{360} \approx 67\%$$

إذا اختيرت نقطة عشوائية داخل الدائرة فإن احتمال وقوعها داخل القطاع يساوي $\frac{x}{360}$



اختر الإجابة الصحيحة :

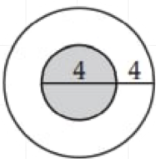
1 / أوجد احتمال استقرار المؤشر على اللون الأرجواني مستخدماً المؤشر والقرص الدوار المجاور



0.135 . C
0.10 . D

0.735 . A
0.25 . B

2 / إذا اختيرت نقطة عشوائية في الشكل المجاور ، فما احتمال أن تقع في المنطقة المظللة ؟



$\frac{1}{9}$. C

$\frac{1}{2}$. D

$\frac{4}{9}$. A

$\frac{1}{4}$. B

احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة



تعلمنا في الصف ٣م أن :
الحادثة البسيطة : هي الحادثة
تتكون من ناتج واحد .

الحادثة المركبة : تتكون من حادثتين بسيطتين أو أكثر .

الحوادث المركبة

الحوادث غير المستقلة

إذا كان احتمال حدوث A يؤثر في احتمال حدوث B .

مثال : حدد إذا كانت الحادثتان مستقلتين أو غير مستقلتين .

سحب بطاقة من كيس يحتوي بطاقات مرقمة من 1 إلى 20 دون إرجاع ،
ثم سحب بطاقة ثانية .

البطاقة الأولى لم تعد إلى الكيس ولا يمكن اختيارها مرة
أخرى مما يؤثر في احتمال سحب البطاقة الثانية إذا تكون
الحادثتان غير مستقلتين

احتمال حادثتين غير مستقلتين

إذا كانت الحادثتان A و B غير مستقلتين، فإن: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

يقرأ الرمز $P(B|A)$ احتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع الحادثة A أولاً، وهذا يُسمى **الاحتمال المشروط**،
ويمكنك استعمال الرسم الشجري مع الاحتمالات. وتُسمى **شجرة الاحتمال**.

مثال : يحتوي صندوق على 8 جوارب زرقاء و 6 سوداء سحب
جورب أزرق دون إرجاع ثم سحب جورب أزرق آخر ؟

الحادثتان غير مستقلتين

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$= \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} = \frac{56}{182} = \frac{4}{13}$$

الحوادث المستقلة

إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B .

مثال : حدد إذا كانت الحادثتان مستقلتين أو غير مستقلتين .

إلقاء قطعة نقد مرة واحدة ، ثم إلقاء قطعة نقد أخرى مرة واحدة أيضاً .
احتمال ناتج تجربة إلقاء النقد الأولى لا يؤثر على احتمال ناتج
التجربة الثانية إذا تكون الحادثتان مستقلتين

احتمال حادثتين مستقلتين

إذا كانت الحادثتان A و B مستقلتين فإن: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

مثال : إذا أُلقيت قطعة نقد و رمي مكعب مرقم مرة واحدة .
فما احتمال ظهور الشعار والعدد 6 ؟

الحادثتان مستقلتين

$$P(\text{ظهور الشعار}) = \frac{1}{2} , \quad P(\text{ظهور العدد 6}) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(6 \text{ و } l) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

الاحتمال المشروط

لايجاد احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين .

الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ حيث: $P(A) \neq 0$.

اختر الإجابة الصحيحة :

1 / ألقى كمال مكعباً مرقماً مرتين ، فما احتمال أن يحصل على
عدد زوجي في الرمية الأولى ، ثم عدد فردي في الرمية الثانية ؟

- A. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$
B. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

2 / عند إلقاء مكعبين مرقمين ، ما احتمال ظهور الرقم 6
على وجهي المكعبين العلويين ؟

- A. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$
B. $\frac{1}{36}$ D. $\frac{1}{18}$



إثراء

احتمالات الحوادث المتنافية

$$P(A \cap B)$$



يدل على تقاطع مجموعتين

$$P(A \cup B)$$



يدل على اتحاد مجموعتين

الحوادث غير المتنافية

توجد نواتج مشتركة بين الحادثتين .

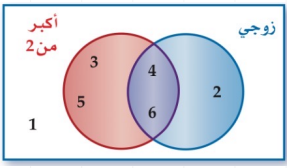
مثال : حدد إذا كانت الحادثتان مستقلتين أو غير مستقلتين .
المسؤول طالب من الصف الثاني ثانوي أو طالب يبدأ اسمه بحرف ب .
هناك نواتج مشتركة يمكن أن يكون الطالب مسؤول في الصف الثاني وفي الوقت نفسه يبدأ اسمه بحرف (ب) إذا تكون الحادثتان غير متنافيتين .

احتمال حادثتين غير متنافيتين

إذا كانت الحادثتان A, B غير متنافيتين فإن:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

مثال : عند رمي مكعب أرقام مرة واحدة ، ما احتمال الحصول



على عدد أكبر من 2 أو عدد زوجي ؟

$$P(\text{أكبر من 2}) = \frac{4}{6}$$

$$P(\text{زوجي}) = \frac{3}{6}$$

$$P(\text{عدد زوجي وأكبر من 2}) = P(\text{عدد زوجي}) + P(\text{عدد أكبر من 2}) - P(\text{عدد زوجي وأكبر من 2})$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

الحوادث المتنافية

لا توجد نواتج مشتركة بين الحادثتين .

مثال : حدد إذا كانت الحادثتان متنافيتين أو غير متنافيتين .
المسؤول من الصف الثاني ثانوي أو الثالث ثانوي .
ليس بينهما نواتج مشتركة إذا تكون الحادثتان متنافيتان .

احتمال الحادثتين المتنافيتين

إذا كانت الحادثتان A, B متنافيتين، فإن:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

مثال : اختار موسى كتاباً من الكتب الموجودة في مكتبة المبينة في الجدول بشكل عشوائي . ما احتمال أن يكون الكتاب دينياً أو فيزيائياً ؟

العدد	أنواع الكتب
10	دينية
12	فيزيائية
13	كيميائية

افتراض أن اختيار كتاب ديني هو A_1 .

افتراض أن اختيار كتاب فيزيائي هو A_2 .

احتمال الحادثتين المتنافيتين

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$$

$$P(A_1) = \frac{10}{35} \text{ و } P(A_2) = \frac{12}{35}$$

اجمع

$$= \frac{10}{35} + \frac{12}{35}$$

$$= \frac{22}{35}$$

الحادثة المتممة

مثال : إذا كان احتمال هطول المطر 70% ، فما احتمال عدم هطوله .

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

احتمال عدم هطول المطر هو 30%

$$= 1 - \frac{70}{100} = \frac{30}{100}$$

احتمال عدم وقوع حادثة يساوي 1 ناقص احتمال وقوع الحادثة .



يرمز إلى الحادثة المتممة للحادثة A بالرمز $(\bar{A})$.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \text{ ، لأي حادثة } A$$

اختر الإجابة الصحيحة :

1 / يقدم محل تجاري لزيائته في يوم الافتتاح الهدايا المبينة بالجدول ، ما احتمال أن يربح الأول إحدى أدوات المطبخ أو إحدى الساعات ؟

الهدية	العدد
أدوات مطبخ	10
أدوات كهرباء	6
ساعات	3
هواتف نقالة	1

0.075 . A

0.65 . D

0.5 . C

0.34 . B

2 / رمي مكعب مرقم من 1 إلى 6 ، ما احتمال ظهور عدد أقل من 3 أو عدد فردي على الوجه الظاهر ؟

$\frac{1}{2}$. C

$\frac{2}{3}$. D

$\frac{1}{3}$. A

$\frac{5}{6}$. B



الفصل الرابع

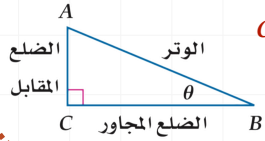
(حساب المثلثات)





تعلمنا في الصف ٢م أن :

نظرية فيثاغورس تنص على :
 $c^2 = a^2 + b^2$



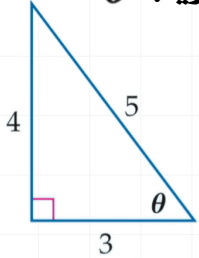
الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

هي دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه .

حساب المثلثات :

النسبة المثلثية : هي العلاقة بين طولي ضلعين في المثلث القائم الزاوية .

مثال : أوجد الدوال المثلثية الست للزاوية θ



$$\sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{4}{3}$$

$$\csc \theta = \frac{5}{4}$$

$$\sec \theta = \frac{5}{3}$$

$$\cot \theta = \frac{3}{4}$$

إذا كانت θ تمثل قياس زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية، فإن الدوال المثلثية الست تُعرف بدلالة الوتر والضلع المقابل والضلع المجاور.

$$\sin \theta (\text{جيب } \theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \quad \text{دالة المقلوب} \quad \csc \theta (\text{قاطع تمام } \theta) = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\cos \theta (\text{جيب تمام } \theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \quad \text{دالة المقلوب} \quad \sec \theta (\text{قاطع } \theta) = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

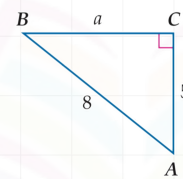
$$\tan \theta (\text{ظل } \theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \quad \text{دالة المقلوب} \quad \cot \theta (\text{ظل تمام } \theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

إيجاد النسب المثلثية

مثال : $\angle B$ زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية، إذا كان $\sin B = \frac{5}{8}$ ، فأوجد قيمة $\tan B$.

١. ارسم مثلثًا قائم الزاوية، وسمِّ إحدى زواياه الحادة B

٢. استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد a



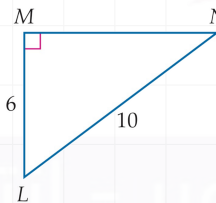
٣. أوجد قيمة $\tan B$

$$\tan B = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{5}{\sqrt{39}} = \frac{5\sqrt{39}}{39}$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ a^2 + 5^2 &= 8^2 \\ a^2 + 25 &= 64 \\ a^2 &= 39 \\ a &= \pm \sqrt{39} \\ a &= \sqrt{39} \end{aligned}$$

إيجاد قياس زاوية مجهولة

مثال : أوجد قياس زاوية مما يأتي، مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة .



بما أنك تعرف طول الضلع المقابل للزاوية N وطول الوتر. استعمل دالة الجيب

$$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \quad \sin N = \frac{6}{10}$$

$$\text{معكوس الجيب} \quad \sin^{-1} \frac{6}{10} = m\angle N$$

$$\text{استعمل الآلة الحاسبة} \quad 36.9^\circ \approx m\angle N$$

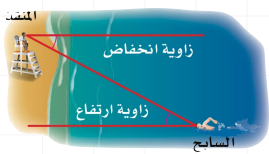
زاوية الارتفاع : هي الزاوية المحصورة بين خط نظر السابح إلى المنقذ

والخط الأفقي له .

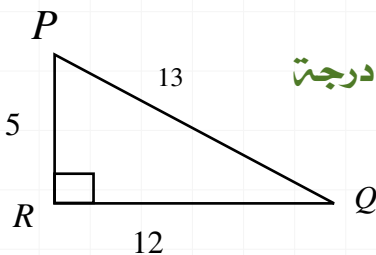
زاوية الانخفاض : هي الزاوية المحصورة بين

خط نظر المنقذ إلى السابح والخط الأفقي له .

زاويتي الارتفاع والانخفاض للحالة الواحدة متطابقتان .



٢ / أوجد قياس الزاوية P لأقرب درجة



$$23^\circ \quad \text{C}$$

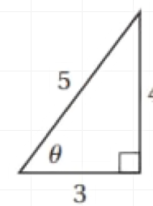
$$69^\circ \quad \text{D}$$

$$21^\circ \quad \text{A}$$

$$97^\circ \quad \text{B}$$

اختر الإجابة الصحيحة :

١ / أوجد قيمة $\tan \theta$



$$\frac{4}{5} \quad \text{C}$$

$$\frac{5}{3} \quad \text{D}$$

$$\frac{4}{3} \quad \text{A}$$

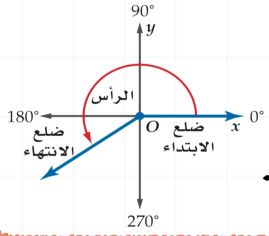
$$\frac{3}{4} \quad \text{B}$$

الزوايا وقياساتها

الوضع القياسي : تكون الزاوية المرسومة في المستوى الإحداثي في الوضع القياسي إذا كان

رأسها نقطة الأصل ، وأحد ضلعيها منطبقاً على الجزء الموجب من محور X .

يسمى الضلع المنطبق على المحور X ضلع الابتداء للزاوية ، ويسمى الضلع الذي يدور حول نقطة الأصل ضلع الانتهاء .



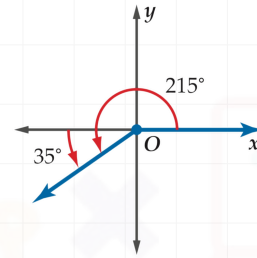
رسم زاوية في الوضع القياسي

يكون قياس الزاوية موجباً إذا دار ضلع الانتهاء عكس اتجاه عقارب الساعة ، ويكون قياس الزاوية سالباً إذا دار ضلع الانتهاء في اتجاه عقارب الساعة

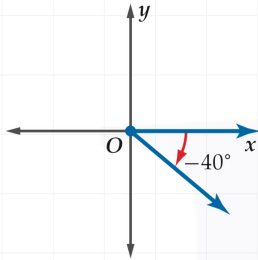
مثال : ارسم كلًا من الزاويتين المعطى قياسهما فيما يأتي في الوضع القياسي .

(a) 215°

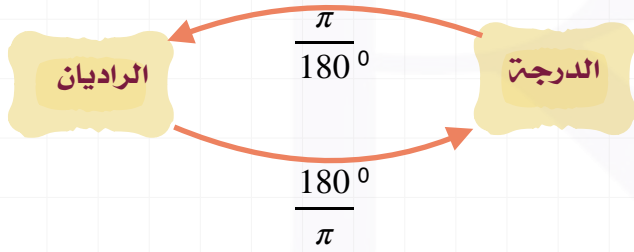
$$215^\circ = 180^\circ + 35^\circ$$



(b) -40°



التحويل من الدرجات إلى الراديان والعكس



مثال : حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان والعكس

(b) $\frac{5\pi}{2}$

$$\frac{5\pi}{2} = \frac{5\pi}{2} \text{ rad} \cdot \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$$

$$= \frac{900^\circ}{2} = 450^\circ$$

(a) -30°

$$-30^\circ = -30^\circ \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$$

$$= \frac{-30\pi}{180} = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

إيجاد الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء

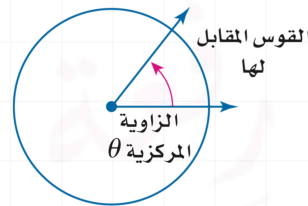
مثال : أوجد زاويتين إحداهما موجب ، والأخرى بقياس سالب ، مشتركين في ضلع الانتهاء مع كل زاوية معطاة .

130°

١. زاوية بقياس موجب : $130^\circ + 360^\circ = 490^\circ$

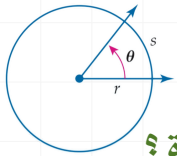
٢. زاوية بقياس سالب : $130^\circ - 360^\circ = -230^\circ$

الزاوية المركزية :



هي دائرة يقع رأسها على مركز الدائرة .

طول القوس



من الدائرة (s)، المقابل لزاوية مركزية قياسها (theta) بالراديان يساوي حاصل ضرب نصف القطر r في theta . $s = r\theta$

مثال : طول نصف قطر إطارات شاحنة 33 in ، ما المسافة التي يقطعها الإطار بعد أن تدور إطارات الشاحنة ثلاثاً أرباع الدورة ؟

١. $\theta = \frac{3}{4} \cdot 2\pi = \frac{3\pi}{2}$

٢. $s = r\theta$

$$= 33 \cdot \frac{3\pi}{2}$$

$\approx 155.5 \text{ in}$

$\approx 13.0 \text{ ft}$

استعمل الآلة الحاسبة للتبسيط

اقسم على 12 للتحويل إلى وحدة القدم



إثراء

2 / حول القياس $\frac{\pi}{6}$ إلى الدرجات :

. A $30\pi^\circ$. B 30° . C 120° . D 60°

3 / ما الزاوية المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية 90° المرسومة في الوضع القياسي :

. A 540° . B 450° . C -90° . D 270°

اختر الإجابة الصحيحة :

1 / حول القياس 90° إلى الراديان :

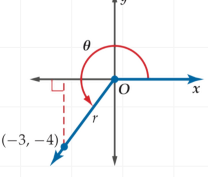
. A $\frac{\pi}{90}$. C $\frac{\pi}{4}$

. B $\frac{\pi}{2}$. D $\frac{2}{\pi}$

الدوال المثلثية للزوايا

الدوال المثلثية للزوايا

مثال: إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمرُّ بالنقطة $(-3, -4)$ ، فأوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ .

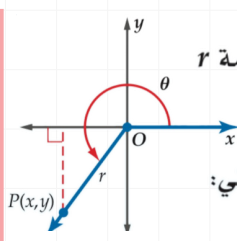


$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$r = 5, y = -4, x = -3$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5} \quad \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

$$\csc \theta = \frac{r}{y} = \frac{5}{-4} = -\frac{5}{4} \quad \sec \theta = \frac{r}{x} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3} \quad \cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$



لتكن θ زاوية مرسومة في الوضع القياسي ولتكن النقطة $P(x, y)$ تقع على ضلع الانتهاء لها. باستعمال نظرية فيثاغورس يمكن إيجاد قيمة r التي تمثل البعد بين نقطة الأصل والنقطة P . $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. فتكون الدوال المثلثية الست للزاوية θ معرفة كما يأتي:

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \quad \csc \theta = \frac{r}{y}, y \neq 0$$

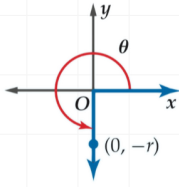
$$\cos \theta = \frac{x}{r} \quad \sec \theta = \frac{r}{x}, x \neq 0$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}, x \neq 0 \quad \cot \theta = \frac{x}{y}, y \neq 0$$

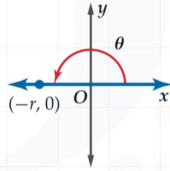
الزوايا الربعية

إذا وقع ضلع الانتهاء للزاوية المرسومة في الوضع القياسي على المحور x أو على المحور y ، فإن الزاوية تسمى زاوية ربعية.

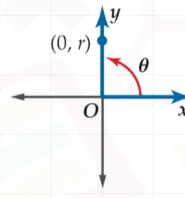
$$\theta = \frac{3\pi}{2} \text{ rad أو } \theta = 270^\circ$$



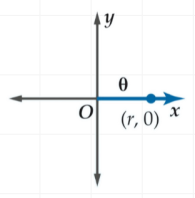
$$\theta = \pi \text{ rad أو } \theta = 180^\circ$$



$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad أو } \theta = 90^\circ$$



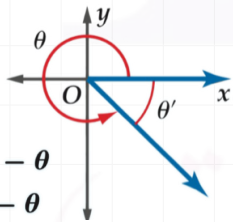
$$\theta = 0 \text{ rad أو } \theta = 0^\circ$$



الزوايا المرجعية

هي زاوية غير ربعية، وهي الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء الزاوية والمحور x .

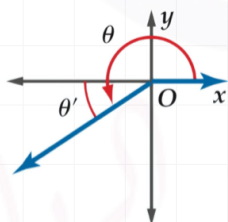
الربع الرابع



$$\theta' = 360^\circ - \theta$$

$$\theta' = 2\pi - \theta$$

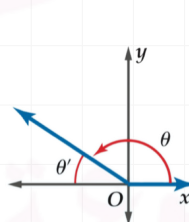
الربع الثالث



$$\theta' = \theta - 180^\circ$$

$$\theta' = \theta - \pi$$

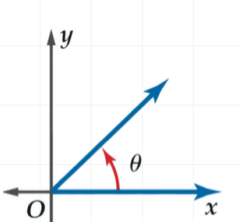
الربع الثاني



$$\theta' = 180^\circ - \theta$$

$$\theta' = \pi - \theta$$

الربع الأول



$$\theta' = \theta$$

مثال: أوجد القيمة الدقيقة للدالة المثلثية $\csc \frac{5\pi}{6}$ ؟
ضلع الانتهاء للزاوية $\frac{5\pi}{6}$ يقع في الربع الثاني.

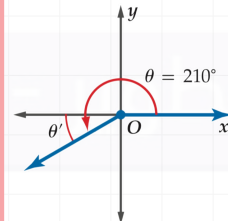
$$\csc \frac{5\pi}{6} = \csc \frac{\pi}{6}$$

$$= \csc 30^\circ = 2$$

$$\theta' = \pi - \theta$$

$$= \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

مثال: ارسم الزاوية 210° في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لها.



ضلع الانتهاء للزاوية 210° يقع في الربع الثالث.

$$\theta' = \theta - 180^\circ$$

$$= 210^\circ - 180^\circ = 30^\circ$$

2 / أي الزوايا تشترك مع 590° في ضلع الانتهاء

A. 130 B. 50 C. 230 D. -140

3 / أي الدوال المثلثية قيمتها 0 ؟

A. $\tan \frac{\pi}{2}$ B. $\sin 180$ C. $\cos \pi$ D. $\cot 0$

اختر الإجابة الصحيحة :

1 / أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 240$

A. $-\sqrt{3}$ C. $-\frac{1}{2}$

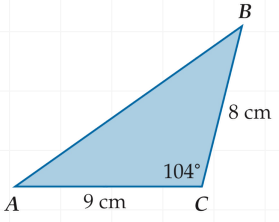
B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$



قانون الجيوب

مساحة المثلث

مثال : أوجد مساحة المثلث ABC الموضح في الشكل المجاور مقربة إلى أقرب جزء من عشرة ؟



في $\triangle ABC$ فيه: $a = 8, b = 9, C = 104^\circ$

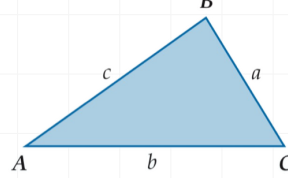
$$k = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$= \frac{1}{2} (8)(9) \sin 104^\circ$$

$$\approx 34.9$$

إذن المساحة تساوي 34.9 cm^2 تقريباً .

مساحة المثلث (K) تساوي نصف حاصل ضرب طولي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما .



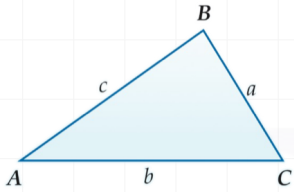
$$k = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$k = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$k = \frac{1}{2} bc \sin A$$

قانون الجيوب

إذا كانت أضلاع $\triangle ABC$ التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

حالات حل المثلث باستخدام قانون الجيوب

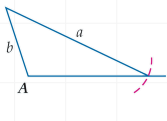
بمعلومية طول ضلعين وزاوية (SSA)

المثلثات الممكنة في حالة (SSA)

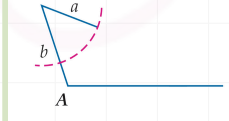
إذا كانت $\angle A$ منفرجة أو قائمة

إذا كانت $\angle A$ حادة

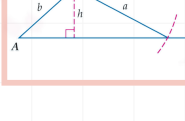
$a > b$
(حل واحد)



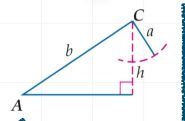
$a \leq b$
(لا يوجد حل)



$a \geq b$
(حل واحد)



$a < b$
(تعتمد على h)



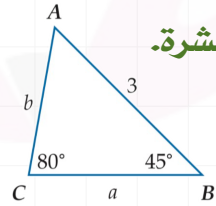
$a < h$ (لا يوجد حل)

$a = h$ (حل واحد)

$a > h$ (حلان)

بمعلومية قياسي زاويتين فيه وطول أحد أضلاعه (SAA , ASA)

مثال : حل المثلث ABC الموضح في الشكل المجاور، مقرباً أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة.



١. أوجد قياس الزاوية الثالثة :

$$m\angle A = 180^\circ - (80^\circ + 45^\circ) = 55^\circ$$

٢. استعمل قانون الجيوب لإيجاد أطوال الأضلاع المجهولة :

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\frac{\sin 45^\circ}{b} = \frac{\sin 80^\circ}{3}$$

$$b = \frac{3 \sin 45^\circ}{\sin 80^\circ}$$

$$b \approx 2.2$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\frac{\sin 55^\circ}{a} = \frac{\sin 80^\circ}{3}$$

$$a = \frac{3 \sin 55^\circ}{\sin 80^\circ}$$

$$a \approx 2.5$$

إذن، $A = 55^\circ, a \approx 2.5, b \approx 2.2$

اختر الإجابة الصحيحة :

١ / أي صيغة يمكن أن تستخدم في إيجاد مساحة المثلث ABC ؟

.C $A = \frac{1}{2} bcsinB$

.D $A = \frac{1}{2} bcsinA$

.A $A = \frac{1}{2} absinA$

.B $A = \frac{1}{2} bcsinC$

٢ / أوجد c في المثلث ABC إذا كانت: $A = 42^\circ, C = 56^\circ, a = 12$

.A 9.7 **.B** 21.6 **.C** 16.0 **.D** 14.9

٣ / إذا كان: $a = 12, b = 19, A = 139^\circ$ ، فحدد عدد الحلول للمثلث

.C حلان

.A لا يوجد حل

.D ثلاثة حلول

.B حل واحد

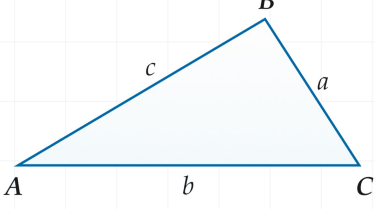


إثراء

قانون جيب التمام

قانون جيب التمام

إذا كانت أضلاع $\triangle ABC$ التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$$

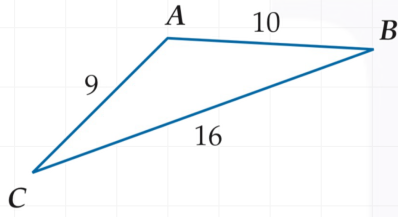
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2accosB$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcosC$$

حالات حل المثلث باستخدام قانون جيب التمام

بمعلومية ثلاث أطوال (SSS)

مثال : حل المثلث ABC الموضح في الشكل المجاور ، مقرباً قياسات الزوايا إلى أقرب درجة .



١. احدد الزاوية الكبرى (المقابلة لأطول ضلع) .

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$16^2 = 9^2 + 10^2 - 2(9)(10) \cos A$$

$$16^2 - 9^2 - 10^2 = -2(9)(10) \cos A$$

$$\frac{16^2 - 9^2 - 10^2}{-2(9)(10)} = \cos A$$

$$-0.4167 \approx \cos A$$

$$115^\circ \approx A$$

٢. استخدم قانون جيب التمام لإيجاد الزاوية الصغرى ويمكن استخدام قانون الجيوب .

$$\frac{\sin B}{9} \approx \frac{\sin 115^\circ}{16}$$

$$\sin B \approx \frac{9 \sin 115^\circ}{16}$$

$$\sin B \approx 0.5098$$

$$B \approx 31^\circ$$

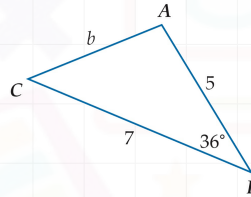
٣. استخدم قانون مجموع زوايا المثلث لإيجاد الزاوية الثالثة .

$$m\angle C \approx 180^\circ - (115^\circ + 31^\circ) \approx 34^\circ$$

إذن: $A \approx 115^\circ, B \approx 31^\circ, C \approx 34^\circ$

بمعلومية طول ضلعين وزاوية محصورة بينهما (SAS)

مثال : حل المثلث ABC الموضح في الشكل المجاور ، مقرباً طول الضلع إلى أقرب جزء من عشرة ، وقياسي الزاويتين إلى أقرب درجة .



١. استخدم قانون جيب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث .

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$b^2 = 7^2 + 5^2 - 2(7)(5) \cos 36^\circ$$

$$b^2 \approx 17.4$$

$$b \approx 4.2$$

٢. استخدم قانون جيب التمام لإيجاد إحدى الزاويتين .

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$7^2 = (4.2)^2 + 5^2 - 2(4.2)(5) \cos A$$

$$7^2 - (4.2)^2 - 5^2 = -2(4.2)(5) \cos A$$

$$\frac{7^2 - (4.2)^2 - 5^2}{-2(4.2)(5)} = \cos A$$

$$-0.1514 \approx \cos A$$

$$99^\circ \approx A$$

٣. استخدم قانون مجموع زوايا المثلث لإيجاد الزاوية الثالثة .

$$m\angle C \approx 180^\circ - (36^\circ + 99^\circ) \approx 45^\circ$$

إذن: $b \approx 4.2, A \approx 99^\circ, C \approx 45^\circ$



إثراء

٢ / أي مثلث مما يأتي يمكن أن يبدأ حله بقانون جيب التمام ؟

A. $A = 20^\circ, C = 50^\circ, b = 3$. C. $a = 13, b = 24, c = 24$

B. $A = 30^\circ, a = 5, b = 7$. D. $B = 45^\circ, C = 25^\circ, c = 10$

اختر الإجابة الصحيحة :

١ / أوجد a في المثلث ABC ، إذا كانت

$$b = 2, c = 6, A = 35^\circ$$

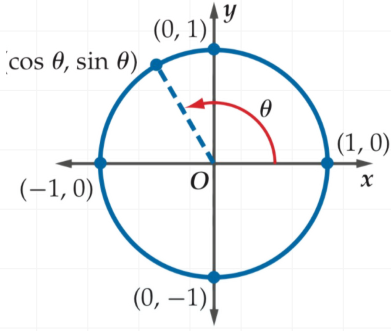
A. 20.3 . C. 7.7

B. 5.5 . D. 4.5

الدوال الدائرية

دائرة الوحدة : هي دائرة مرسومة في المستوى الإحداثي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدة واحدة .

دوال في دائرة الوحدة



إذا قطع ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة $P(x, y)$

فإن: $\cos \theta = x, \sin \theta = y$

$$P(x, y) = P(\cos \theta, \sin \theta)$$

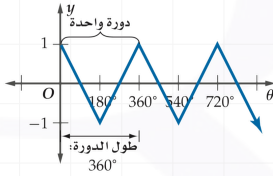
كل من $\cos \theta = x, \sin \theta = y$ دالة بالنسبة إلى θ . وتُسمى كل منهما **دالة دائرية**؛ لأن تعريف كل منهما اعتمد على دائرة الوحدة.

الدوال الدورية

يكون شكل الدالة (y) عبارة عن تكرار لنمط على فترات منتظمة متتالية، ويسمى النمط الواحد الكامل منها دورة .

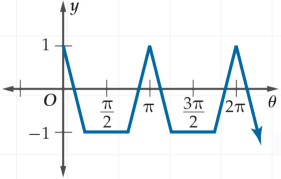
طول الدورة : هي المسافة الأفقية في الدورة .

θ	y
0°	1
180°	-1
360°	1
540°	-1
720°	1



تكرر الدورة كل 360°

مثال : أوجد طول الدورة للدالة الممثلة بيانياً في الشكل المجاور .



يبدأ تكرار النمط عند $\pi, 2\pi, \dots$

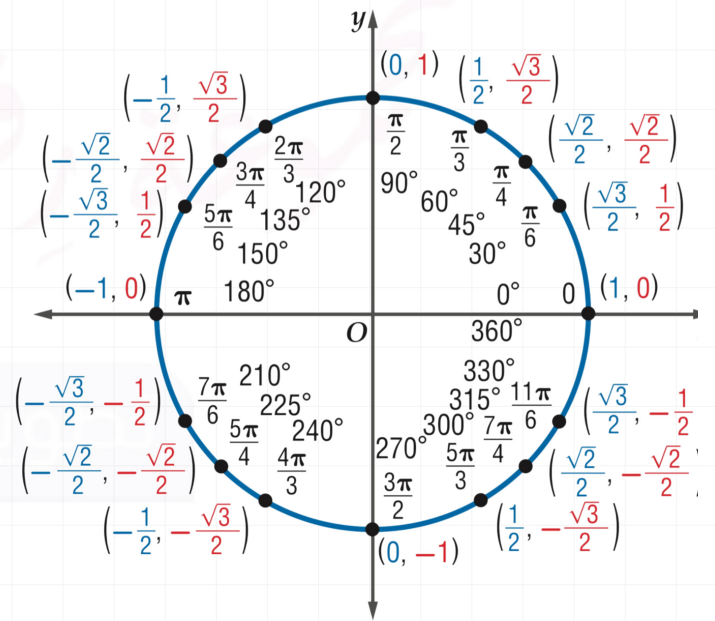
ولذلك طول الدورة هو π

إيجاد قيمة الجيب وجيب التمام لزاوية بمعلومية نقطة على دائرة الوحدة

مثال : إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $P(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ، فأوجد كلًا من $\cos \theta, \sin \theta$.

$$P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = P(\cos \theta, \sin \theta)$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \quad \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



حساب قيم الدوال المثلثية

مثال : أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية مما يأتي :

$$\begin{aligned} & \text{a. } \cos 480^\circ \\ & \text{b. } \sin \frac{11\pi}{4} \\ & = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{8\pi}{4}\right) \\ & = \sin \frac{3\pi}{4} \\ & = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{a. } \cos 480^\circ \\ & = \cos (120^\circ + 360^\circ) \\ & = \cos 120^\circ \\ & = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

اختر الإجابة الصحيحة :

1 / أوجد طول دورة الدالة $y = 4\cos \frac{5}{2}\theta$

- A. 900° B. 144°
C. 450° D. 72°

2 /

إذا كانت النقطة $P(-\frac{9}{41}, \frac{40}{41})$ تقع على دائرة الوحدة فأوجد $\sin \theta$

- A. $\frac{40}{41}$ B. $-\frac{9}{41}$
C. $-\frac{9}{40}$ D. $-\frac{40}{9}$



إثراء

تمثيل الدوال المثلثية بيانياً

السعة : سعة منحنى دالة الجيب أو دالة جيب التمام تساوي نصف الفرق بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى.

دالة الجيب وجيب التمام

مثال : أوجد السعة وطول الدورة للدالة :

$$y = 4 \cos 3\theta$$

السعة :

$$|a| = |4| = 4$$

طول الدورة :

$$\frac{360^\circ}{|b|} = \frac{360^\circ}{|3|} = 120^\circ$$

الدالة المولدة (الأم)	$y = \sin \theta$	$y = \cos \theta$
التمثيل البياني		
المجال	مجموعة الأعداد الحقيقية	مجموعة الأعداد الحقيقية
المدى	$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$	$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$
السعة	1	1
طول الدورة	360°	360°

$$\frac{360^\circ}{|b|} : \text{طول الدورة}$$

$$|a| : \text{السعة}$$

تمثيل دالتي الجيب وجيب التمام بيانياً

خطوات تمثيل دالتي الجيب وجيب التمام بيانياً

إذا كانت دورة كل من الدالتين $y = a \sin b\theta$ و $y = a \cos b\theta$ تبدأ عند $\theta = 0$ ، فإن نقاط تقاطع كل منهما مع المحور θ هي كما في الجدول الآتي :

$y = a \sin b\theta$	$y = a \cos b\theta$
$(0, 0), \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right), \left(\frac{360^\circ}{b}, 0\right)$	$\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right), \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right)$



ملاحظة

نقاط التقاطع مع المحور θ يمكن إيجاد نقاط تقاطع منحنى الدالة مع المحور θ بوضع $y = 0$ وحل المعادلة أو إيجاد قيم θ التي تحققها.

١. أوجد السعة .

٢. أوجد طول الدورة .

٣. أوجد نقاط التقاطع مع المحور

دوال قاطع التمام والقاطع وظل التمام

الدالة المولدة (الأم)	$y = \csc \theta$	$y = \sec \theta$	$y = \cot \theta$
التمثيل البياني			
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 180n, n \in \mathbb{Z}\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n, n \in \mathbb{Z}\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 180n, n \in \mathbb{Z}\}$
المدى	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	مجموعة الأعداد الحقيقية
السعة	غير معرفة	غير معرفة	غير معرفة
طول الدورة	360°	360°	180°

دالة الظل

تعد دالة الظل من الدوال المثلثية التي لها خطوط تقارب .

الدالة المولدة (الأم)	$y = \tan \theta$
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 90^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}\}$
المدى	مجموعة الأعداد الحقيقية
السعة	غير معرفة
طول الدورة	180°

$$\frac{180^\circ}{|b|} : \text{طول الدورة}$$

السعة : لا يوجد

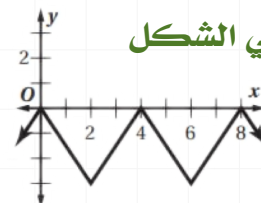
أوجد طول دورة الدالة $y = 2 \tan \frac{2}{3} \theta$ / 2

C . 240°
D . 120°

A . 540°
B . 270°

اختر الإجابة الصحيحة :

١ / أوجد طول دورة الدالة الممثلة في الشكل المجاور



C . 8
D . 4

A . 2
B . 3

الدوال المثلثية العكسية



تعلمنا في الصف رياضيات ٣ أن :

الدوال العكسية
كل من f و f^{-1} دالة
عكسية للأخرى تعني:
إذا $f(a) = b$ فقط إذا
كان $f^{-1}(b) = a$.

المعادلة المثلثية : هي معادلة تحتوي على دوال مثلثية بزوايا مجهولة القياس .



ملاحظة

رموز الدوال العكسية

يُرمز للدوال العكسية
أحياناً ببعض الرموز
الأخرى مثل:
دالة الجيب العكسية
 $y = \text{Arcsin } x$
دالة جيب التمام العكسية
 $y = \text{Arccos } x$
دالة الظل العكسية
 $y = \text{Arctan } x$

الدوال المثلثية العكسية

الدالة العكسية	الرموز	المجال	المدى	نموذج
دالة الجيب العكسية	$y = \text{Sin}^{-1} x$	$-1 \leq x \leq 1$	$-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ $-90^\circ \leq y \leq 90^\circ$	
دالة جيب التمام العكسية	$y = \text{Cos}^{-1} x$	$-1 \leq x \leq 1$	$0 \leq y \leq \pi$ $0^\circ \leq y \leq 180^\circ$	
دالة الظل العكسية	$y = \text{Tan}^{-1} x$	مجموعة الأعداد الحقيقية	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ $-90^\circ < y < 90^\circ$	

حل المعادلات المثلثية

مثال : إذا كان $\text{Sin } \theta = -0.35$ ، فإن قياس الزاوية θ بالدرجات تقريباً يساوي:

20.5° D 0.6° C -0.6° B -20.5° A

١. $\text{Sin}^{-1}(-0.35) = \theta$

٢. استعمال الآلة الحاسبة

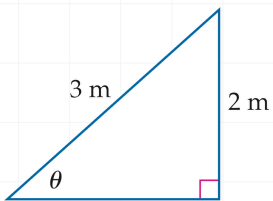
المفاتيح: $\text{SHIFT} \sin (-0.35) = -20.48731511$

إذن $\theta \approx -20.5^\circ$

الإجابة الصحيحة هي A .

استعمال الدوال المثلثية العكسية

مثال : لعبة تزلج للأطفال، ارتفاعها 2m ، وطولها 3m ،
كما في الشكل المجاور . اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن
استعمالها لإيجاد قياس الزاوية التي تصنعها لعبة التزلج مع
الأرض . ثم أوجد قياس هذه الزاوية بالدرجات إلى أقرب جزء من
عشرة.



دالة الجيب

$$\text{Sin } \theta = \frac{2}{3}$$

دالة معكوس الجيب

$$\theta = \text{Sin}^{-1} \frac{2}{3}$$

استعمل الآلة الحاسبة

$$\theta \approx 41.8^\circ$$

إذن قياس الزاوية يساوي 41.8° تقريباً.

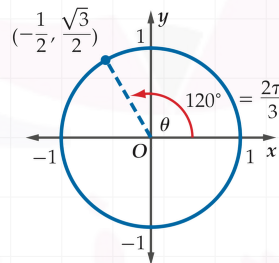
إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية

مثال : أوجد قيمة مما يلي بالدرجات والراديان :

$$\text{Cos}^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right)$$

المطلوب إيجاد الزاوية θ ، حيث $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ والتي قيمة جيب التمام لها $-\frac{1}{2}$

١. استعمال دائرة الوحدة



أوجد نقطة على دائرة الوحدة إحداثيها x هو $-\frac{1}{2}$.

نلاحظ أن: $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ ، عندما $\theta = 120^\circ$

$$\text{Cos}^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

٢. استعمال الزاوية المرجعية

بما أن المطلوب $\text{Cos}^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right)$ ، حيث $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

فإن زاوية تقع في الربع الثاني .

أوجد الزاوية الحادة (المرجعية θ')

$$\text{بما أن } \cos \theta' = \frac{1}{2} \text{ ، فإن } \theta' = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

٣. استعمال الآلة الحاسبة

المفاتيح: $\text{SHIFT} \cos (-1 \div 2) = 120$

$$\text{Cos}^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$



ملاحظة

قياس الزاوية
تذكر أنه عند حسابك
قيمة معكوس الدالة
المتثلثية، فإن الناتج هو
قياس زاوية.

اختر الإجابة الصحيحة :

١ / اكتب المعادلة $\text{siny} = x$ على صورة دالة عكسية

A . $y = \text{sin}^{-1} x$
B . $x = \text{siny}$
C . $x = \text{sin}^{-1} y$
D . $y = \text{sin} x$

٢ / حل المعادلة $y = \text{Arcsin} \frac{1}{2}$

A . $-\frac{5\pi}{6}$
B . $\frac{5\pi}{6}$
C . $-\frac{\pi}{6}$
D . $\frac{\pi}{6}$
٣ / أوجد قيمة $\tan(\text{Tan}^{-1} \frac{1}{2})$
A . 1
B . $-\frac{1}{2}$
C . $\frac{1}{2}$
D . -1

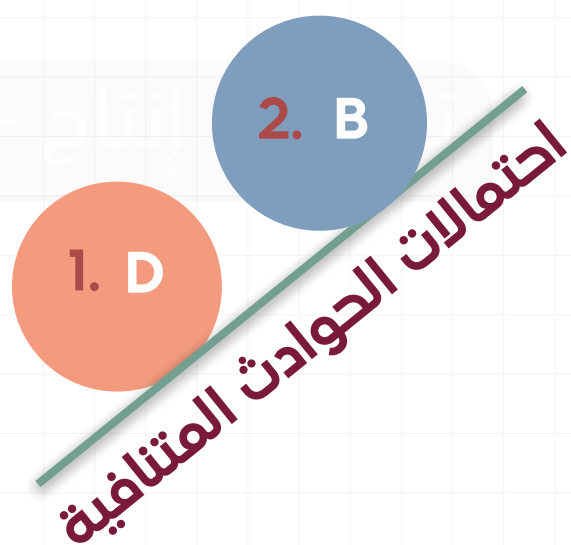
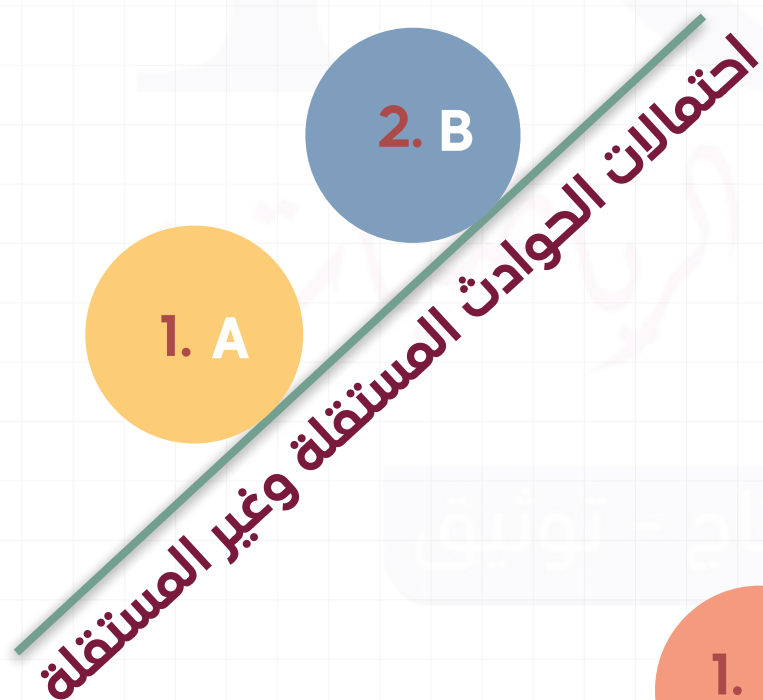
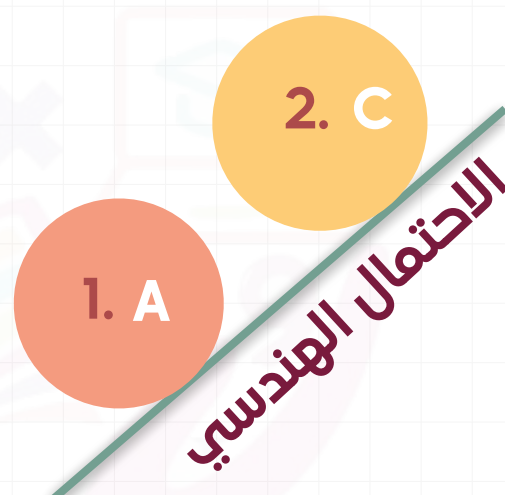
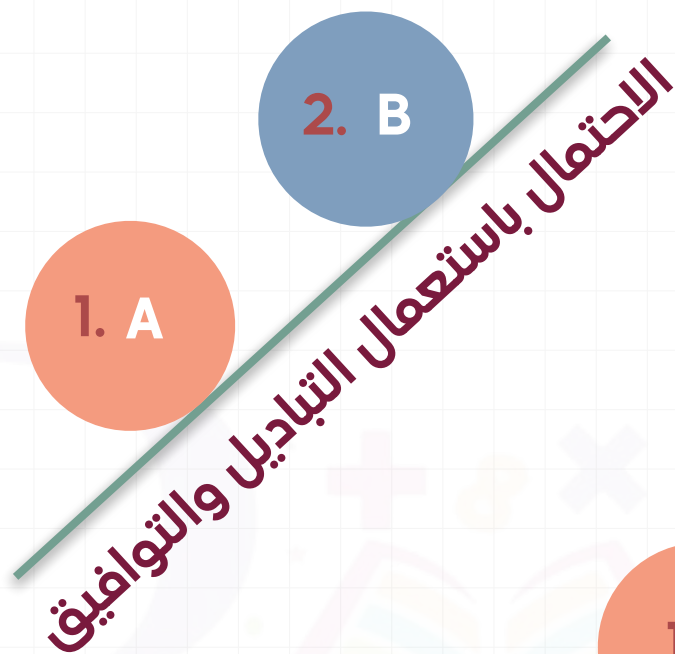
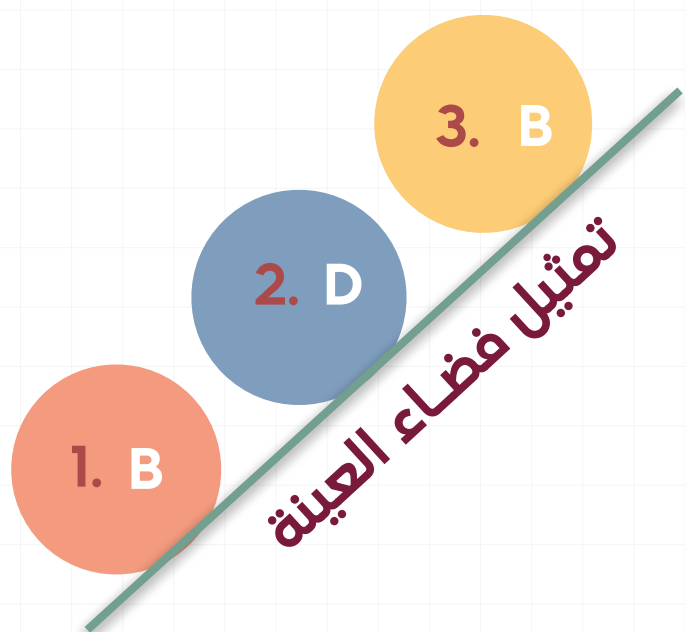


إثراء

حساب المثلثات

ملحق الإجابات





الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

1. A

2. B

الزوايا و قياساتها

1. B

2. B

3. A

الدوال المثلثية للزوايا

1. B

2. C

3. B

قانون الجيوب

1. D

2. D

3. A

قانون جيب التمام

1. B

2. C

الدوال الدائرية

1. B

2. A

تمثيل الدوال المثلثية بيانيا

1. D

2. B

الدوال المثلثية العكسية

1. A

2. D

3. C

المراجع

- ماجروهيل رياضيات ثاني ثانوي (رياضيات 4) الفصل
الدراسي الأول ، وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان
للاستثمار .

- الرياضيات للصف الثاني الثانوي - دليل التقويم - الفصل
الدراسي الثاني .

الخاتمة

نسأل الله قبول هذا العمل ،
وأن يكون هذا الإنجاز قد نال شيئاً من إعجابكم .

تم بحمد الله وتوفيقه