

الأقواس والأوتار

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

المفردات

الآن

فيما سبق

- اميز العلاقات بين الاقواس والاووتار واستعملها
- اميز العلاقات بين الاقواس والاووتار والاقطار واستعملها

درست استعمال
العلاقات بين الاقواس
والزوايا لايجاد
قياسات مختلفة

ماذا تعلمت

ماذا أريد أن أعرف

ماذا أعرف



رابطہ الدرس الرقمی



www.icn.edu.sa



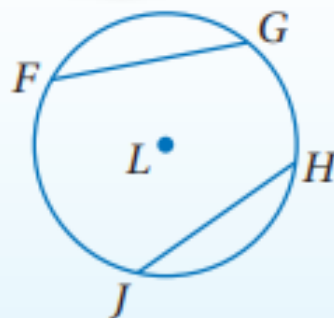
لماذا؟

يستعمل الخياطون إطارًا دائريًا لشد الأقمشة ثم تطريز الزخارف عليها. ويظهر الشكل المجاور إطارًا دائريًا، مثبتًا عليه تطريز على شكل نجمة، ويمثل كل رأسين متجاورين من رؤوس النجمة نهايتي قوس في الدائرة، أو نهايتي وتر يكون أحد أضلاع شكل سداسي رؤوسه على الدائرة.

الأقواس والأوتار: لقد تعلمت في الدرس 1-8 أن الوتر هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة، وإذا لم يكن الوتر قطرًا للدائرة، فإن طرفيه يقسمانها إلى قوسين؛ أحدهما قوس أكبر والآخر أصغر.

نظرية 8.2

أضف إلى
مطوبتك



التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان الأصغران متطابقين، إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين.

مثال: $\overline{FG} \cong \overline{HJ}$ ، إذا وفقط إذا كان $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$.

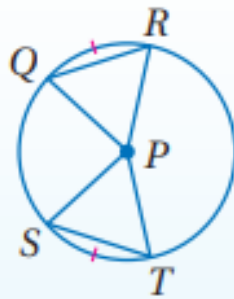
برهان

نظرية 8.2 (الجزء 1: دائرة واحدة)

المعطيات: $\widehat{QR} \cong \widehat{ST}$ في $\odot P$.

المطلوب: $\overline{QR} \cong \overline{ST}$

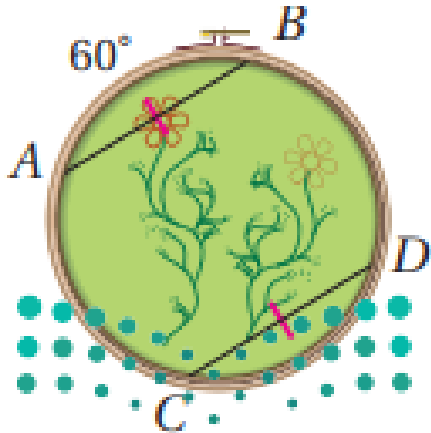
البرهان:



المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\widehat{QR} \cong \widehat{ST}$ في $\odot P$
(2) إذا تطابقت الأقواس، فإن الزوايا المركزية المقابلة لها تكون متطابقة.	(2) $\angle QPR \cong \angle SPT$
(3) أنصاف أقطار الدائرة جميعها متطابقة.	(3) $\overline{QP} \cong \overline{PR} \cong \overline{SP} \cong \overline{PT}$
(4) SAS	(4) $\triangle PQR \cong \triangle PST$
(5) العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة.	(5) $\overline{QR} \cong \overline{ST}$

مثال 1 : استعمال الاوتار المتطابقة لإيجاد قياس القوس

حرف يدوية : إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $m\widehat{AB} = 60^\circ$ في الشكل المجاور، فأوجد $m\widehat{CD}$
 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ وتران متطابقان؛ إذن القوسان المقابلان لهما $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$ متطابقان
أي أن: $m\widehat{AB} = m\widehat{CD} = 60^\circ$

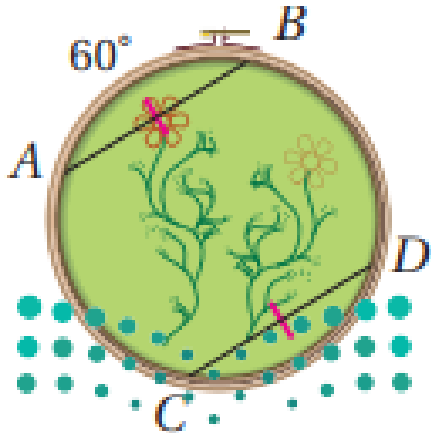


تحقق من فهمك

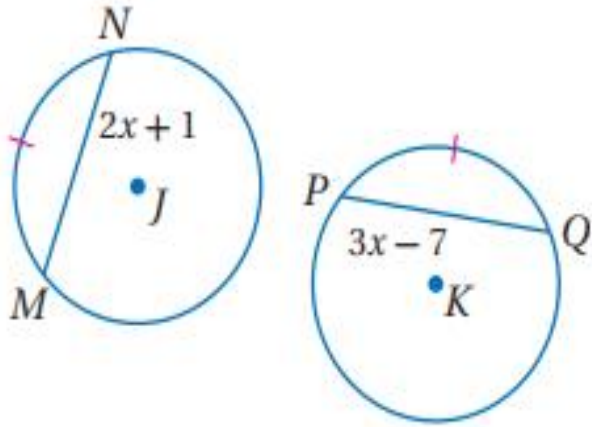


استراتيجية
الدقيقة
الواحدة

1) إذا كان $m\widehat{AB} = 78^\circ$ في الشكل أعلاه، فأوجد $m\widehat{CD}$.



مثال 2 : استعمال الاقواس المتطابقة ليجاد طول الوتر



جبر: إذا كان: $\odot J \cong \odot K, \widehat{MN} \cong \widehat{PQ}$ ، فأوجد PQ .

$\widehat{MN}, \widehat{PQ}$ قوسان متطابقان في دائرتين متطابقتين؛
لذا فإن الوترين $\overline{MN}, \overline{PQ}$ متطابقان.

تعريف القطع المتطابقة

$$MN = PQ$$

بالتعويض

$$2x + 1 = 3x - 7$$

بالتبسيط

$$8 = x$$

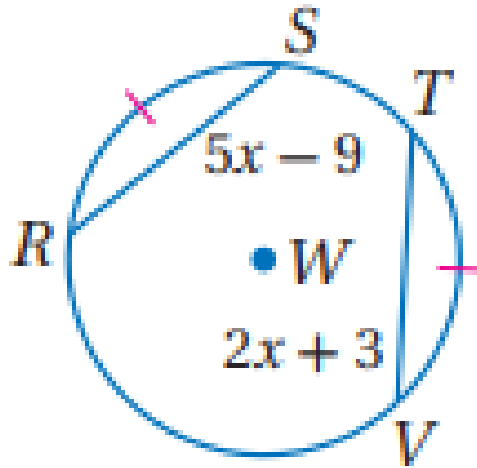
$$\text{إذن: } PQ = 3(8) - 7 = 17.$$

تحقق من فهمك



استراتيجية
الدقيقة
الواحدة

(2) في $\odot W$ ، إذا كان $\widehat{RS} \cong \widehat{TV}$ ، فأوجد RS .



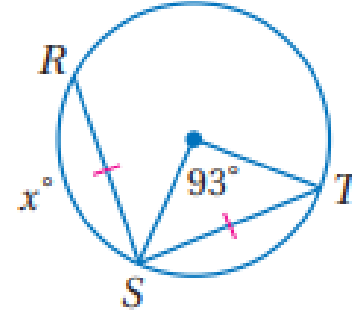
تأكد



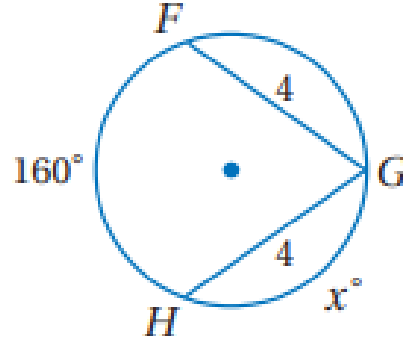
استراتيجية
التمايز

جبر: أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

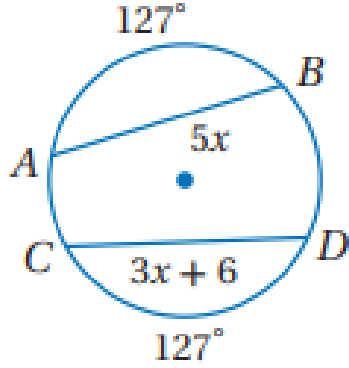
(1)



(2)



(3)



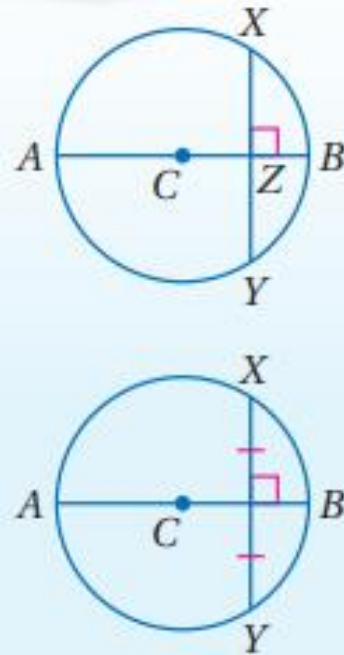
نظريات

أضف إلى

مطوبتك

8.3 إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عمودياً على وتر فيها، فإنه يُنصف ذلك الوتر، ويُنصف قوسه.

مثال: إذا كان القطر $\overline{AB}$ عمودياً على $\overline{XY}$ في النقطة Z ، فإن: $\overline{XZ} \cong \overline{ZY}$, $\widehat{XB} \cong \widehat{BY}$.



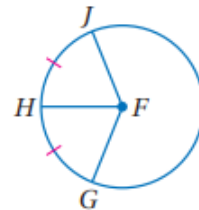
8.4 العمود المنصف لوتر في الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.

مثال: إذا كان $\overline{AB}$ عموداً منصفاً للوتر $\overline{XY}$ ، فإن $\overline{AB}$ قطر في $\odot C$.

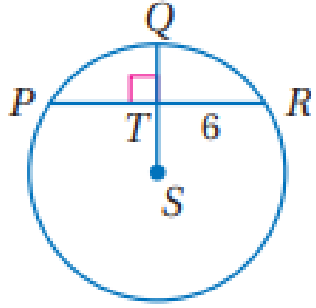
إرشادات للدراسة

منصف القوس:

في الشكل الآتي $\overline{FH}$ منصف للقوس $\widehat{JHG}$.



مثال 3 : استعمال نصف القطر العمودي على الوتر



في $\odot S$ ، إذا كان $m\widehat{PR} = 98^\circ$ ، فأوجد $m\widehat{PQ}$.

نصف القطر SQ يعامد الوتر $\overline{PR}$ ؛ لذا وبحسب النظرية 8.3 فإن

SQ يُنصّف $\widehat{PR}$ ؛ إذن $m\widehat{PQ} = m\widehat{QR}$

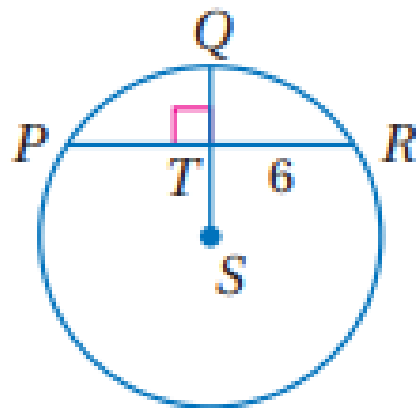
$$m\widehat{PQ} = \frac{m\widehat{PR}}{2} = \frac{98^\circ}{2} = 49^\circ$$

تحقق من فهمك

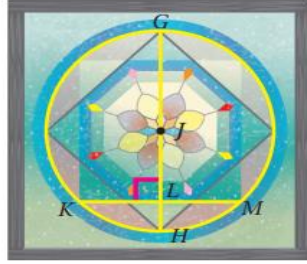


استراتيجية
الدقيقة
الواحدة

3) أوجد PR في $\odot S$.

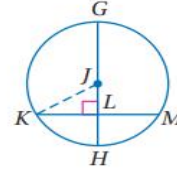


مثال 4 : من واقع الحياة



زجاج ملون: يبين الشكل المجاور تصميمًا على نافذة ذات زجاج ملون، إذا كان $\overline{GH}$ قطرًا طوله 30 in، و $\overline{KM}$ وترًا طوله 22 in، فأوجد JL .

الخطوة 1: ارسم نصف القطر $\overline{JK}$.



فيكون $\triangle JKL$ القائم الزاوية.

الخطوة 2: أوجد JK ، KL .

بما أن $GH = 30$ in، فإن $JH = 15$ in، وبما أن أنصاف أقطار الدائرة جميعها متطابقة، فإن $JK = 15$ in.

بما أن القطر $\overline{GH}$ عمودي على $\overline{KM}$ ، فإن $\overline{GH}$ ينصف الوتر $\overline{KM}$ وفق النظرية 8.3. إذن: $KL = \frac{1}{2}(22) = 11$ in.

الخطوة 3: أوجد JL باستعمال نظرية فيثاغورس.

$$KL^2 + JL^2 = JK^2 \quad \text{نظرية فيثاغورس}$$

$$11^2 + JL^2 = 15^2 \quad \text{بالتعويض}$$

$$121 + JL^2 = 225 \quad \text{بالتبسيط}$$

$$JL^2 = 104 \quad \text{ب طرح 121 من كلا الطرفين}$$

$$JL = \sqrt{104} \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي الموجب لكلا الطرفين}$$

$$JL = \sqrt{104} \approx 10.20 \text{ in} \quad \text{إذن:}$$



الربط مع الحياة

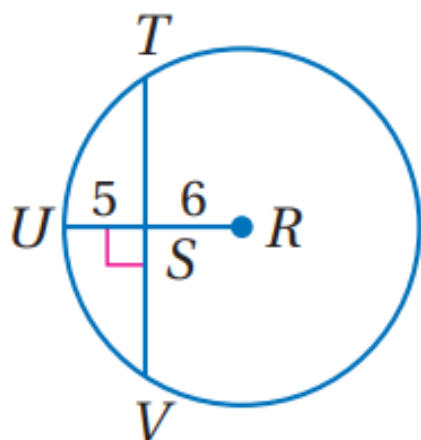
عند صناعة الزجاج الملون، يتم تسخينه حتى درجة حرارة 2000° ، حتى يصبح لزجًا، ثم تضاف أكاسيد بعض المعادن فتكسبه لونًا.

تحقق من فهمك



استراتيجية
الدقيقة
الواحدة

(4) أوجد TV في $\odot R$ مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



تأكد

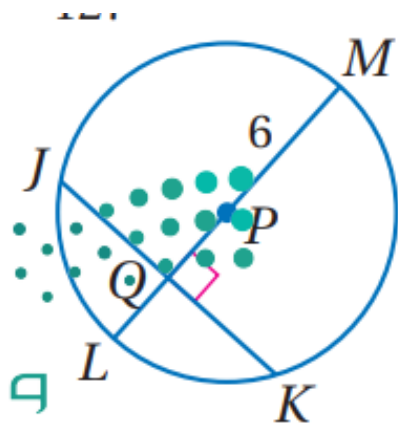


استراتيجية
التمايز

في $\odot P$ ، إذا كان: $JK = 10$, $m\widehat{JLK} = 134^\circ$ ، فأوجد القياسات الآتية،
مقرَّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.

(4) $m\widehat{JL}$

(5) PQ



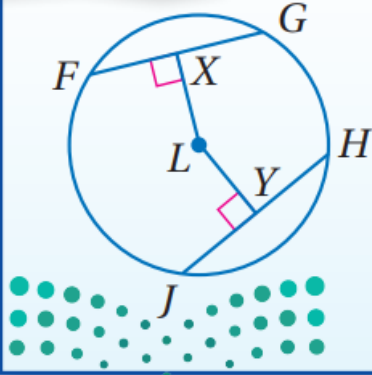
أضف إلى

مطوبتك

نظرية 8.5

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بُعدهما عن مركز الدائرة متساويين.

مثال: $LX = LY$ إذا وفقط إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{JH}$.



مثال 5 : الأوتار المتساوية البعد عن المركز

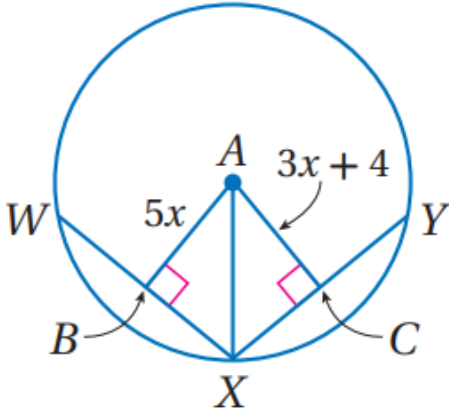
جبر: في $\odot A$ إذا كان $WX = XY = 22$ ، فأوجد AB .
بما أن الوترين $\overline{WX}$, $\overline{XY}$ متطابقان. فإن بعديهما عن A متساويان.
إذن:

$$AB = AC$$

$$\text{بالتعويض} \quad 5x = 3x + 4$$

$$\text{بالتبسيط} \quad x = 2$$

$$\text{إذن} \quad AB = 5(2) = 10$$

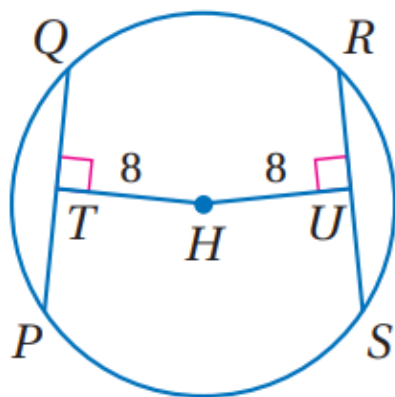


تحقق من فهمك



استراتيجية
الدقيقة
الواحدة

5) في $\odot H$ إذا كان: $PQ = 3x - 4$, $RS = 14$ ، فأوجد قيمة x



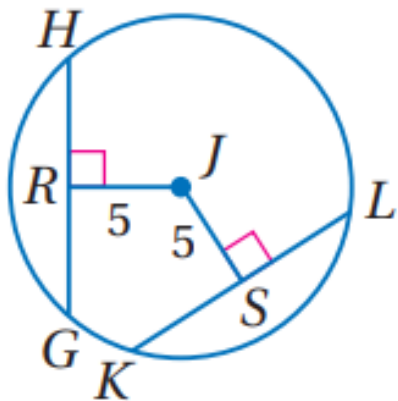
تأكد



استراتيجية
الدقيقة
الواحدة

6) في $\odot J$ ، إذا كان: $GH = 9$, $KL = 4x + 1$ ،

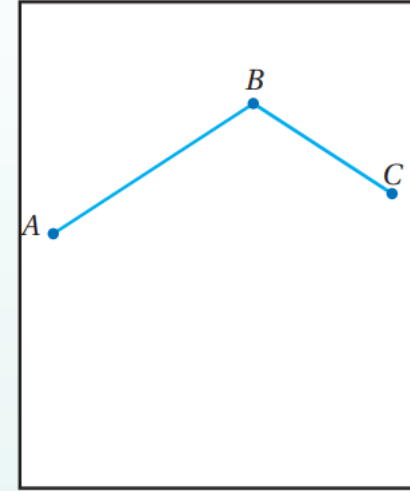
فأوجد قيمة x .



إنشاءات هندسية

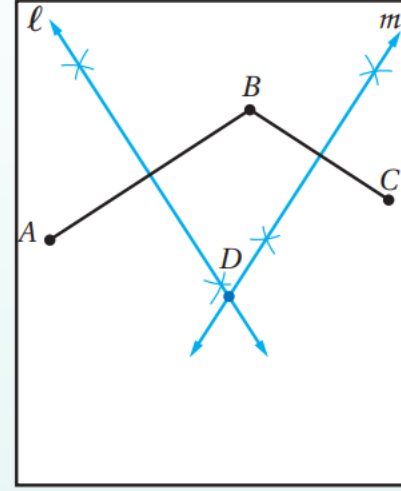
رسم الدائرة التي تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

الخطوة 1:



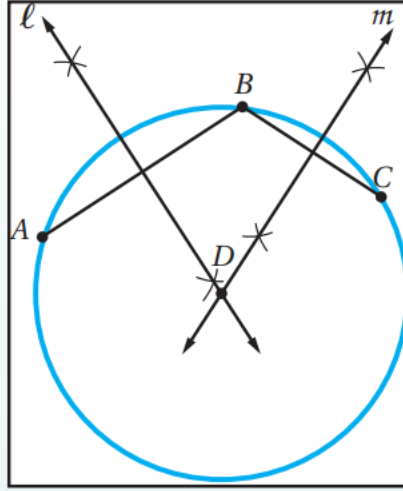
ارسم ثلاث نقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة، ثم ارسم القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}, \overline{BC}$.

الخطوة 2:



أنشئ العمودين m, ℓ المنصفين للقطعتين $\overline{AB}, \overline{BC}$. وسم نقطة تقاطعهما D .

الخطوة 3:



المستقيمان m, ℓ يحويان قطرين في الدائرة المارة بالنقاط الثلاث بحسب النظرية 8.4، ونقطة تقاطعهما هي مركز الدائرة. ضع رأس الفرجار عند النقطة D ، وارسم دائرة تمرُّ بالنقاط A, B, C .

تدرب



استراتيجية
التفكير
الناقد

(27) **تبرير:** $\overline{AB}$ قطر في الدائرة و $\overline{HG}$ وتر يتقاطع مع $\overline{AB}$ في النقطة X ، فهل العبارة $HX = GX$ صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة أبداً؟

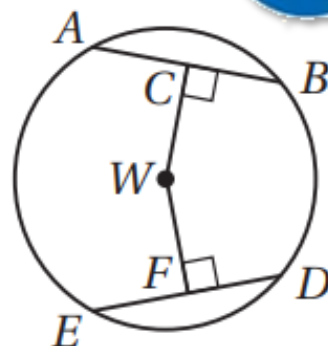
تدرب



استراتيجية
التفكير
الناقد

(30) إذا كان: $CW = WF$, $ED = 30$ ،

فأوجد DF ؟



60 **A**

45 **B**

30 **C**

15 **D**

ماذا تعلمت

ماذا أريد أن أعرف

ماذا أعرف

الواجب المنزلي



تطوير - إنتاج - توثيق

 [@bs87om](https://twitter.com/bs87om)

 [@beso01987](https://t.me/beso01987)