

الفصل الأول رياضيات ٥

العام الدراسي ١٤٤٣هـ

إعداد: أ/عبدالعزیز الشریفه



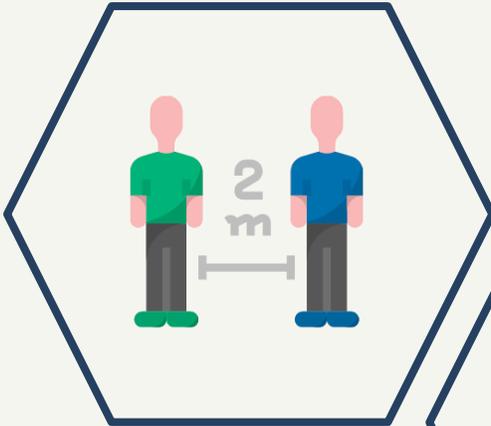


المادة:

اليوم:

التاريخ:

نعود بحذر



التباعد الاجتماعي

غسل اليدين



عدم المصافحة

الالتزام بارتداء الكمامة





١-٢ تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

رابط الدرس الرقمي



فيما سبق

درست الدوال وكيفية إيجاد قيمها

والآن

- أستعمل التمثيل البياني لتقدير قيم الدالة وإيجاد مجالها ومداه
- أستكشف تماثل منحنيات الدوال، وأحدد الدوال الزوجية و الدوال الفردية.





المفردات

التماثل حول نقطة

point symmetry

الدالة الزوجية

even function

الدالة الفردية

odd function



الأصفار

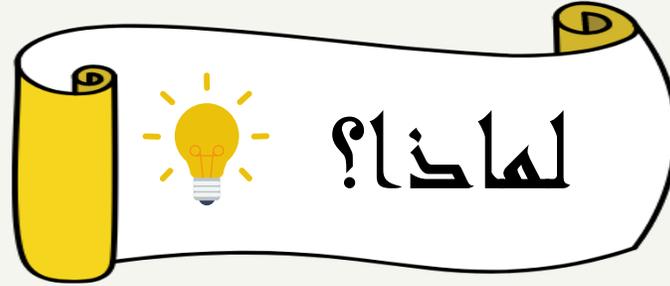
zeros

الجزور

roots

التماثل حول مستقيم

line symmetry



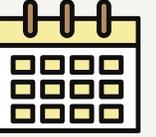
تُولي المملكة أهمية متزايدة للقطاع الصحي، وينعكس ذلك على الميزانية المخصصة له. فمثلاً يمكن تقدير مخصصات الصحة والهلال الأحمر (بمليارات الريالات) خلال الفترة من (1433 – 1440) هـ بالدالة:

$$f(x) = -0.0015x^4 + 0.0145x^3 + 0.3079x^2 - 0.5654x + 14.07, 1 \leq x \leq 8$$

حيث تمثل x رقم السنة منذ عام 1433 هـ . ويساعدك التمثيل البياني لهذه الدالة على فهم العلاقات بين المتغيرات في هذا الموقف الحياتي.



الربط بالواقع

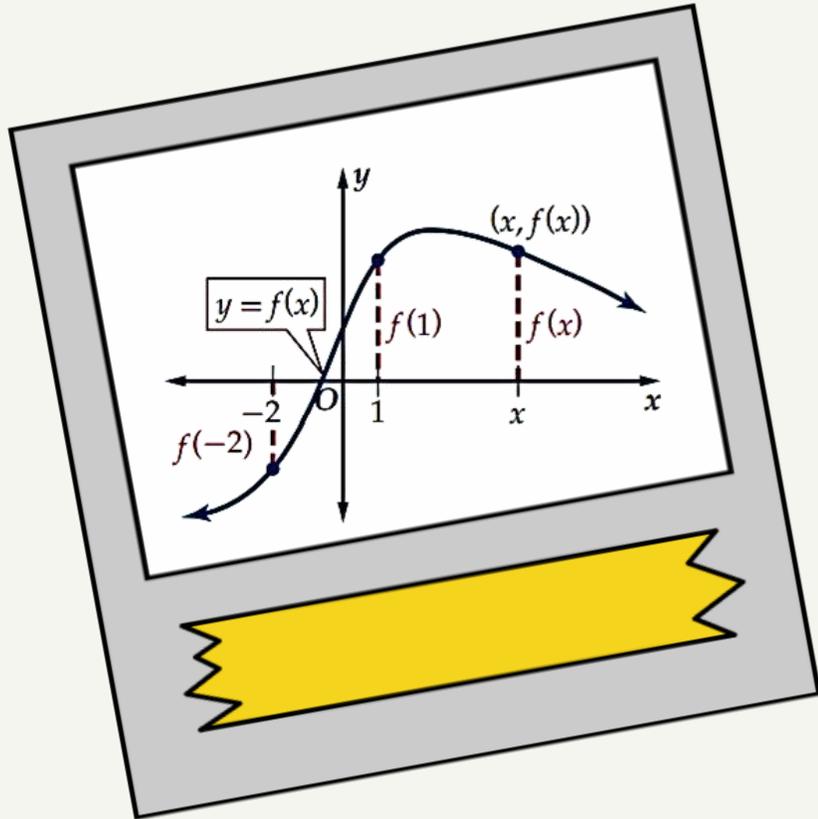


شاهد





تحليل التمثيل البياني للدالة



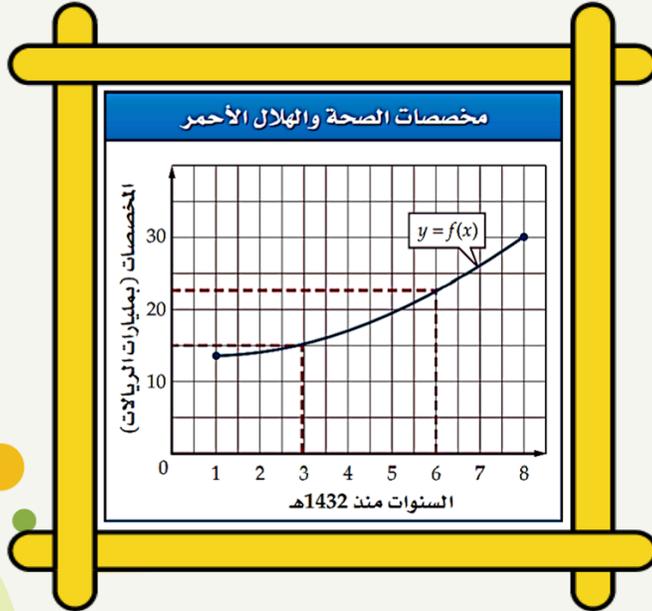
تحليل التمثيل البياني للدالة : التمثيل البياني للدالة f هو مجموعة الأزواج المرتبة $(x, f(x))$ ، حيث x أحد عناصر مجال f . وبمعنى آخر فإن التمثيل البياني للدالة f هو منحنى المعادلة $y = f(x)$. ومن ثم تكون القيمة المطلقة لقيمة الدالة مساوية طول العمود الواصل من نقطة على المحور x إلى منحنى الدالة، كما هو موضح في الشكل المجاور.

يُستعملُ التمثيل البياني للدالة في كثير من الأحيان لتقدير قيم الدالة.



مثال ١

تقدير قيم الدوال



مخصصات: استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة f الواردة في فقرة "لماذا؟" للإجابة عما يأتي:

(a) قدر قيمة المخصصات سنة 1438 هـ، ثم تحقق من إجابتك جبرياً.

(b) قدر السنة التي كانت فيها قيمة المخصصات 15 مليار ريال، ثم تحقق من إجابتك جبرياً.





الحل

a

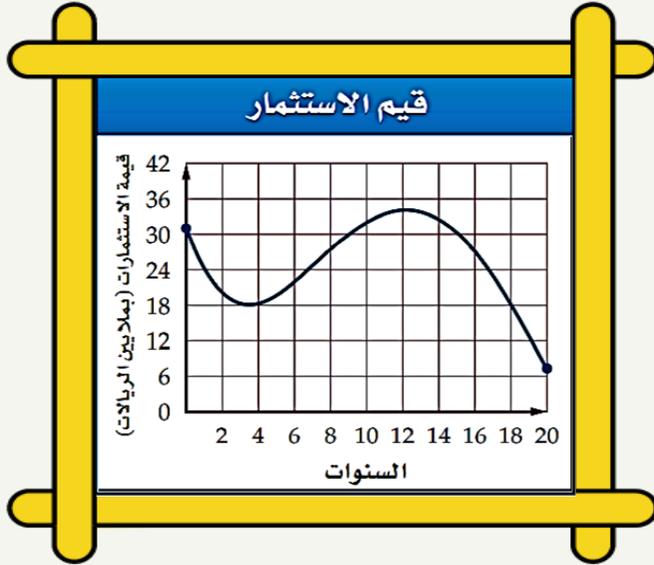


b





تحقق من فهمك



(1) استثمار: تمثل الدالة: $v(d) = 0.002d^4 - 0.11d^3 + 1.77d^2 - 8.6d + 31, 0 \leq d \leq 20$ تقديرًا لاستثمارات أحد رجال الأعمال في السوق المحلية؛ حيث $v(d)$ قيمة الاستثمارات بملايين الريالات في السنة d .

(1A) استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة الاستثمارات في السنة العاشرة. ثم تحقق من إجابتك جبريًا.

(1B) استعمل التمثيل البياني لتحديد السنوات التي بلغت فيها قيمة الاستثمارات 30 مليون ريال. ثم تحقق من إجابتك جبريًا.





الحل

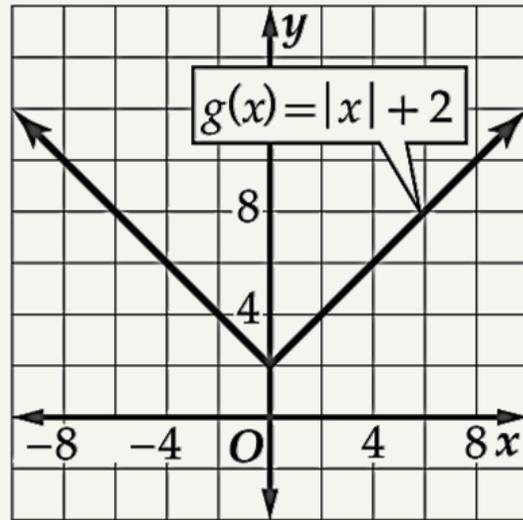
1B

1A

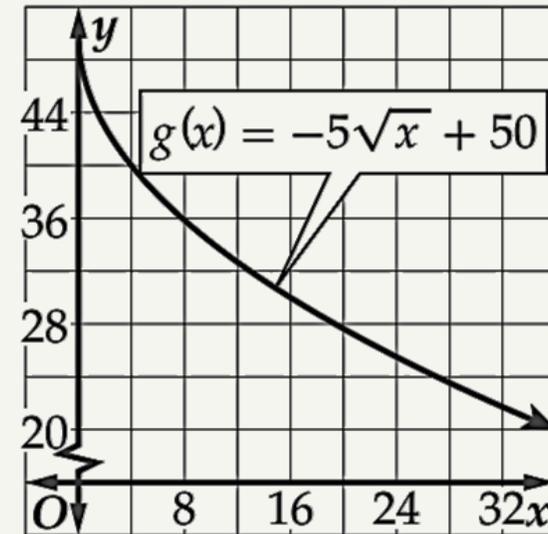


تدرب وحل المسائل

استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي؛ لتقدير قيمها المطلوبة، ثم تحقق من إجابتك جبرياً. وقرب الناتج إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك:

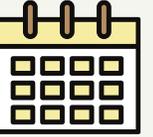


$g(0)$ (c) $g(-3)$ (b) $g(-8)$ (a)



$g(19)$ (c) $g(12)$ (b) $g(6)$ (a)





الحل

2

1





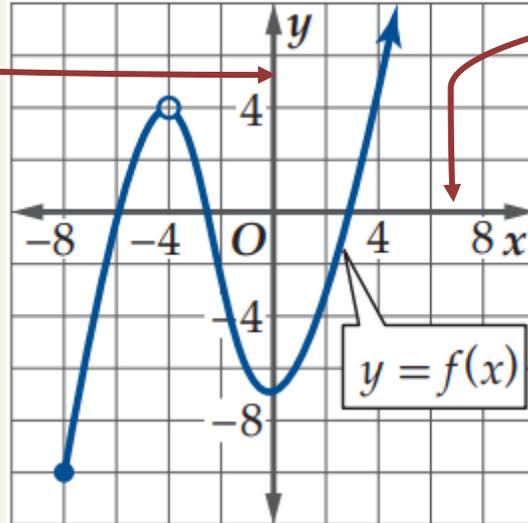
إيجاد المجال و المدى

المدى

يكون على محور y

المجال

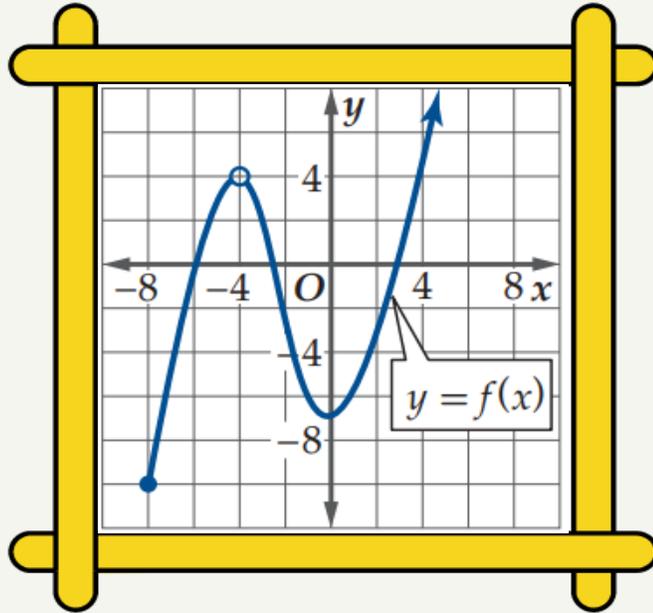
يكون على محور x





إيجاد المجال و المدى

مثال ٢



أوجد مجال الدالة f ومداهما باستعمال التمثيل البياني المجاور .

المجال

المدى





الحل

المجال

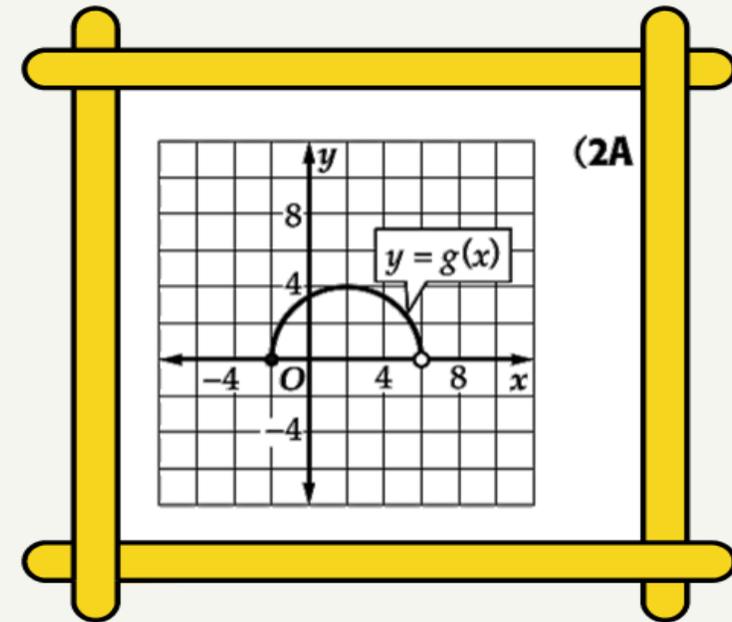
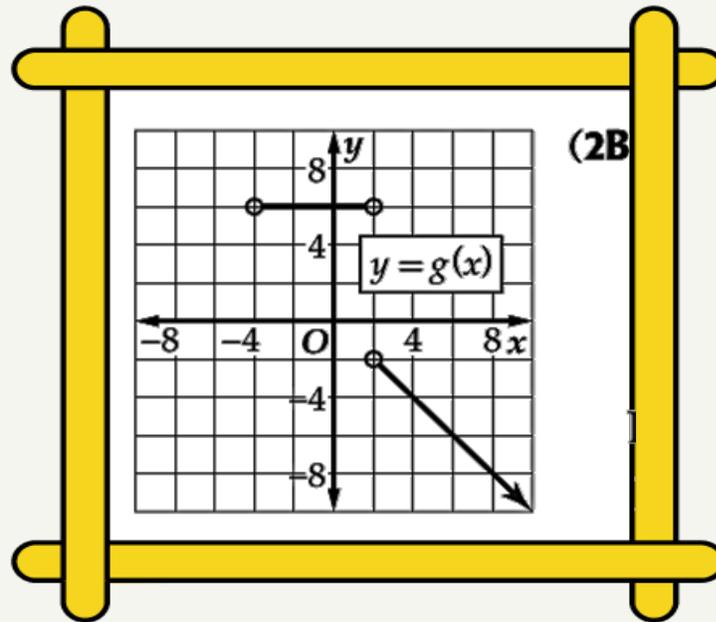
المدى





تحقق من فهمك

أوجد مجال الدالة f ومداهما باستعمال التمثيل البياني المجاور .





الحل

2A

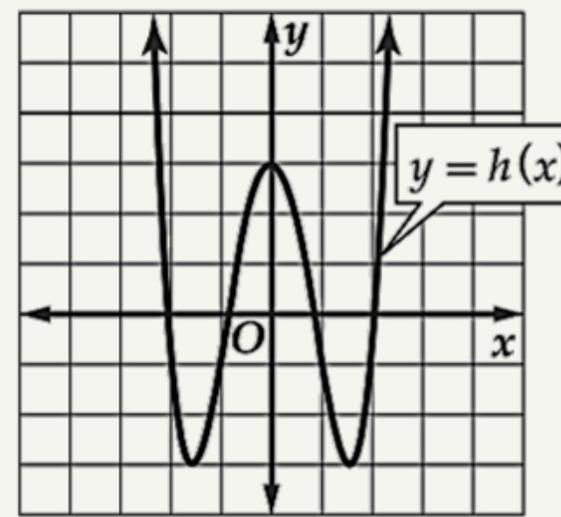
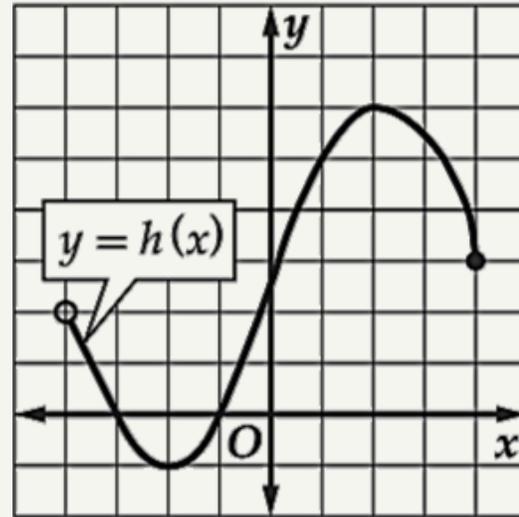
2B





تدرب وحل المسائل

استعمل التمثيل البياني للدالة h في كلِّ مما يأتي لإيجاد كل من مجال الدالة ومداهما.





الحل

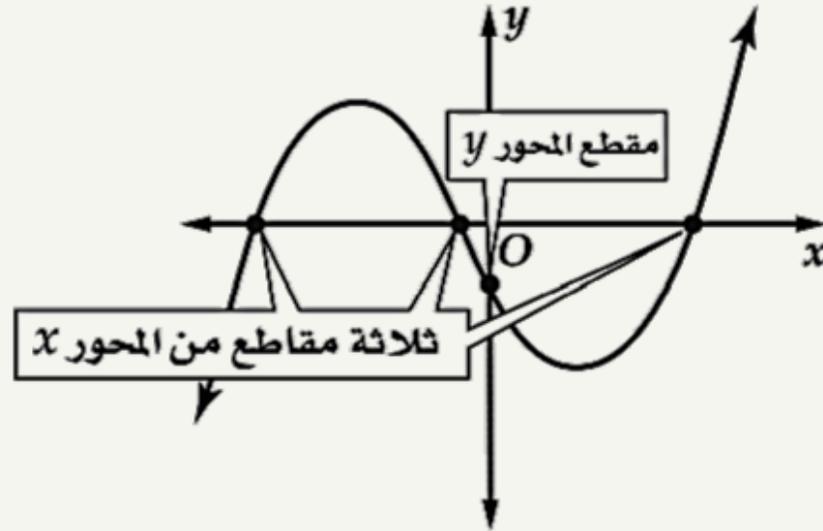
7

6





النقطة التي يتقاطع عندها المنحنى مع المحور x أو المحور y تسمى المقطع من ذلك المحور. ويمكن الحصول على المقطع x بتعويض $y = 0$ في معادلة الدالة، كما يمكن الحصول على المقطع y بالتعويض عن $x = 0$ في معادلة الدالة. وبشكل عام فإنه ليس من الضروري أن يكون للدالة مقطع x ، وقد يكون هناك مقطع x واحد أو أكثر، وأما بالنسبة للمقطع y فإن للدالة مقطع واحد على الأكثر.



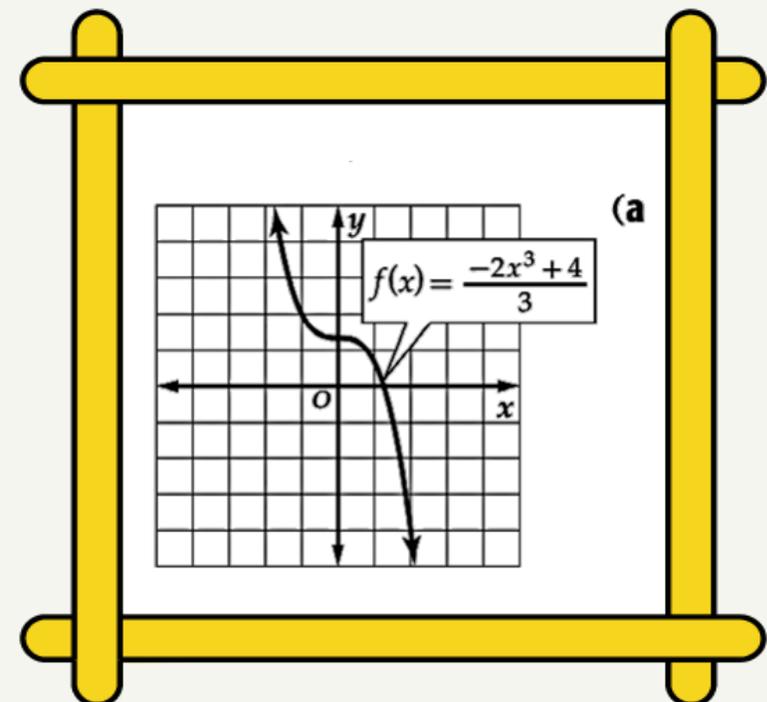
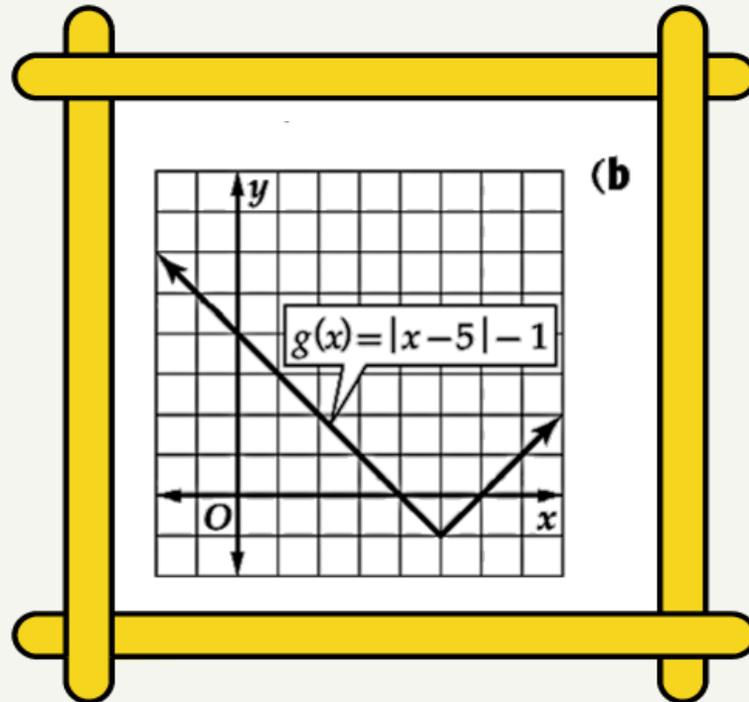
ولإيجاد المقطع y لمنحنى الدالة f جبرياً، فإننا نوجد $f(0)$.



إيجاد المقطع y

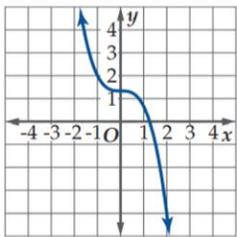
مثال ٣

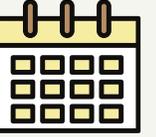
استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين أدناه، لإيجاد قيمة تقريبية للمقطع y ، ثم أوجدته جبرياً:



إرشادات للدراسة

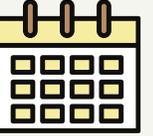
تدريج المحورين x, y ،
إذا لم يظهر التدرج على
المحورين x, y في التمثيل
البياني، فذلك يعني أن
التدريج بالوحدات.
انظر المثال 3a:





الحل





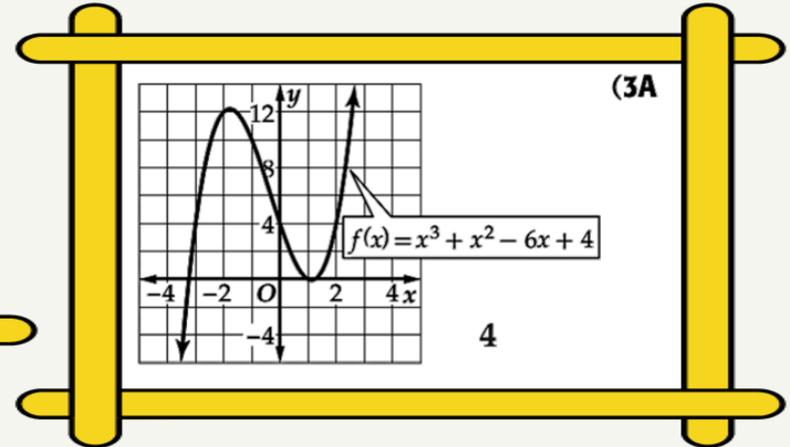
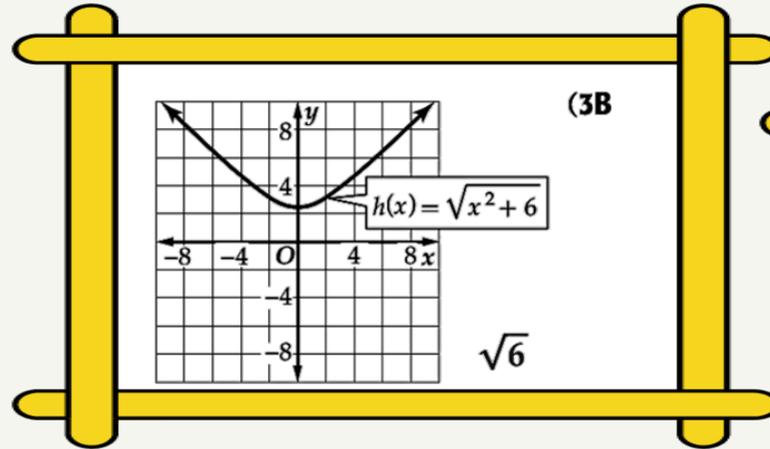
تحقق من فهمك

إرشادات للدراسة

تسمية المحورين في

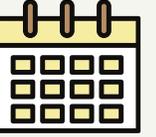
التمثيل البياني:

عندما تُسمى المحورين في التمثيل البياني، فإن المتغير الذي يدل على المجال يكون على المحور x ، والمتغير الذي يدل على المدى يكون على المحور y . ويمكن أن تستعمل متغيرات كثيرة لكل من المجال والمدى. ولكن للتسهيل نسمي عادةً المحور الأفقي x والرأسي y .



تُسمى المقاطع x لمنحنى الدالة أصفار الدالة، وتُسمى حلول المعادلة المرافقة للدالة جذور المعادلة. ولإيجاد أصفار دالة f ، فإننا نحل المعادلة $f(x) = 0$ بالنسبة للمتغير المستقل.





الحل

3B

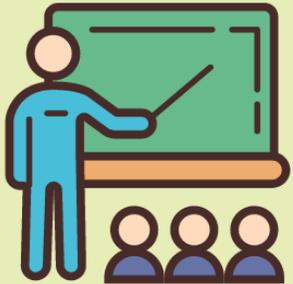
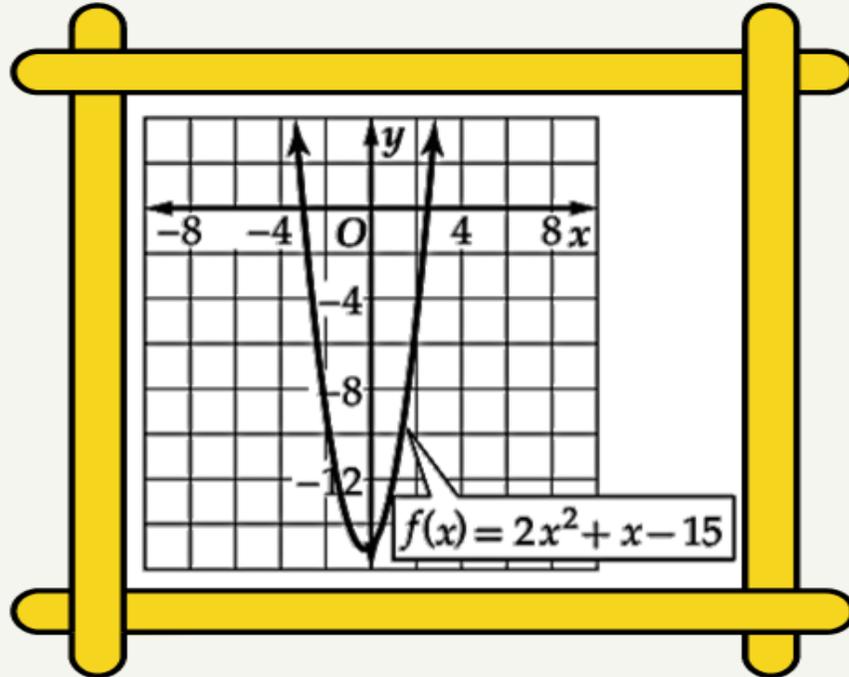
3A

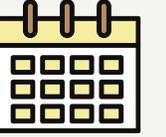


إيجاد الأصفار

مثال ٤

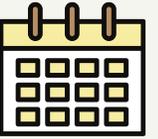
استعمل التمثيل البياني المجاور، الذي يمثل الدالة $f(x) = 2x^2 + x - 15$ لإيجاد قيم تقريبيّة لأصفارها، ثم أوجد هذه الأصفار جبريًّا.



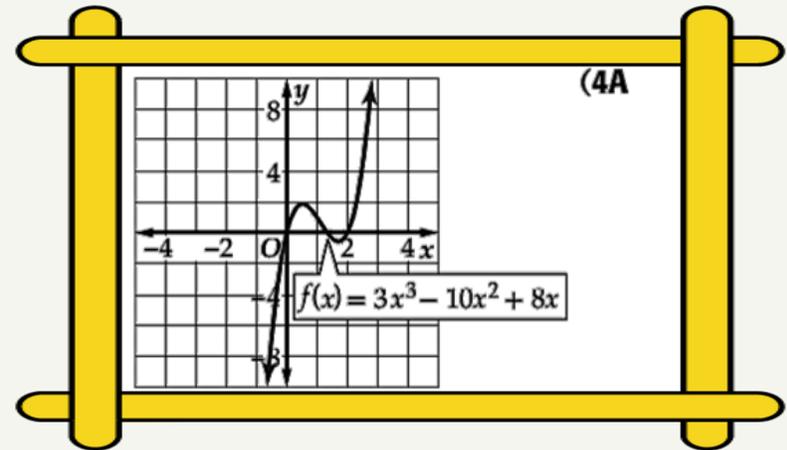
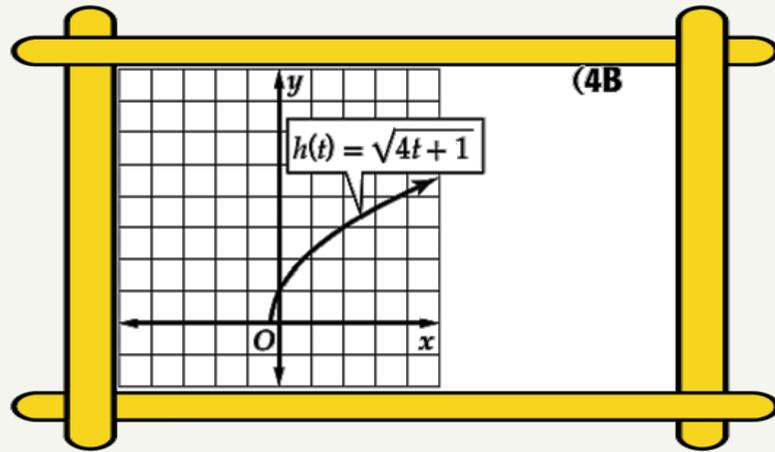


الحل





تحقق من فهمك





الحل

4B

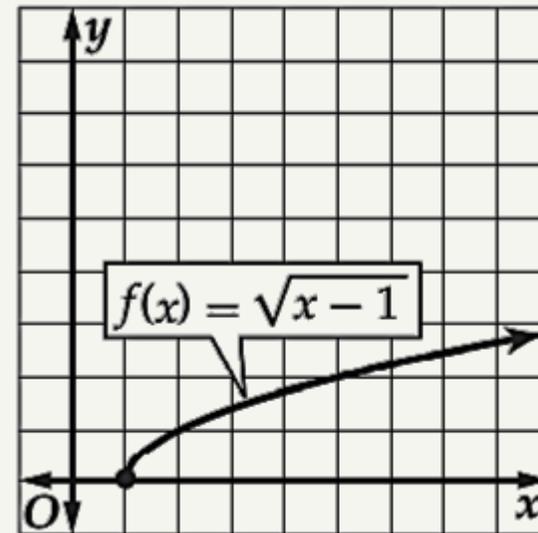
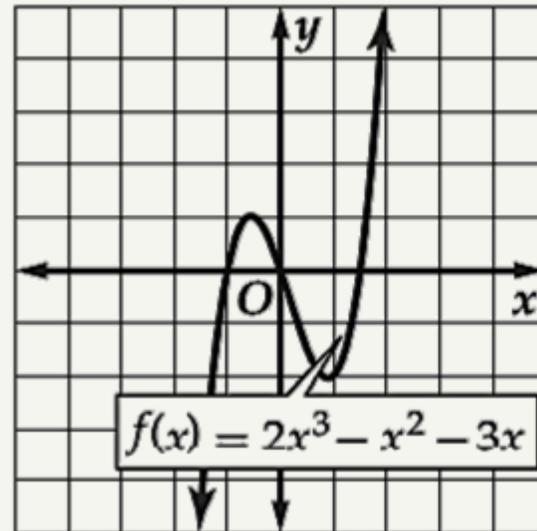
4A

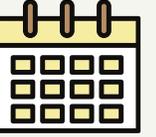




تدرب وحل المسائل

استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي؛ لإيجاد مقطع المحور y ،
وأصفار الدالة، ثم أوجد أصفار الدالة جبرياً:



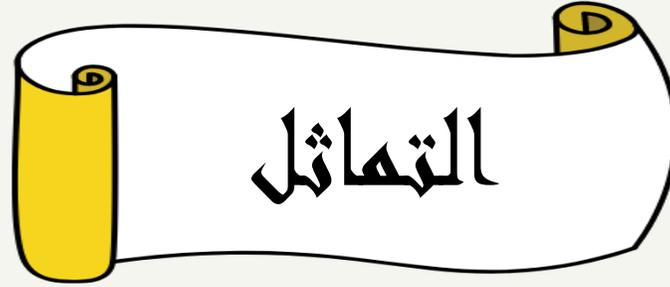


الحل

12

11





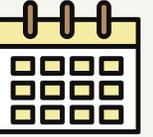
لتمثيلات العلاقات البيانية
نوعان من التماثل

التماثل حول نقطة

أي اذا تم تدوير الشكل بزاوية قياسها
 180° حول النقطة فإنه لا يتغير.

التماثل حول مستقيم

حيث يمكن طي الشكل علي المستقيم
لينطبق نصف المنحنى تماما



اختبارات التماثل

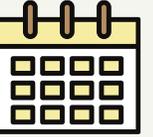
مفهوم أساسي

إرشادات للدراسة

تماثل العلاقات والدوال:
يكون التماثل حول المحور x للعلاقات فقط.
أما التماثل حول المحور y ونقطة الأصل فيكون للعلاقات والدوال.

الاختبار الجبري	النموذج	اختبار التمثيل البياني
إذا كان تعويض $-y$ مكان y يعطي معادلة مكافئة .		يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلاً حول المحور x ، إذا وفقط إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(x, -y)$ تقع عليه أيضاً.
إذا كان تعويض $-x$ مكان x يعطي معادلة مكافئة .		يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلاً حول المحور y ، إذا وفقط إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(-x, y)$ تقع عليه أيضاً.
إذا كان تعويض $-x$ مكان x و $-y$ مكان y يعطي معادلة مكافئة.		يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلاً حول نقطة الأصل، إذا وفقط إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(-x, -y)$ تقع عليه أيضاً.





اختبار التماثل

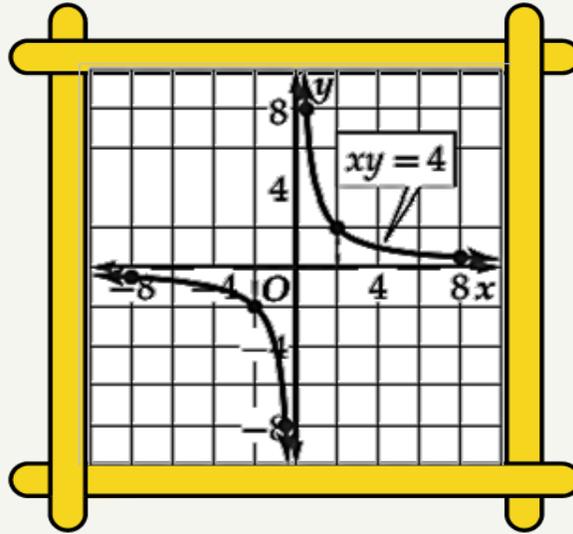
مثال ٥

استعمل التمثيل البياني لكلي من المعادلتين الآتيتين لاختبار التماثل حول المحور x والمحور y ونقطة الأصل.
عزّز إجابتك عدديًا، ثم تحقق منها جبريًا.

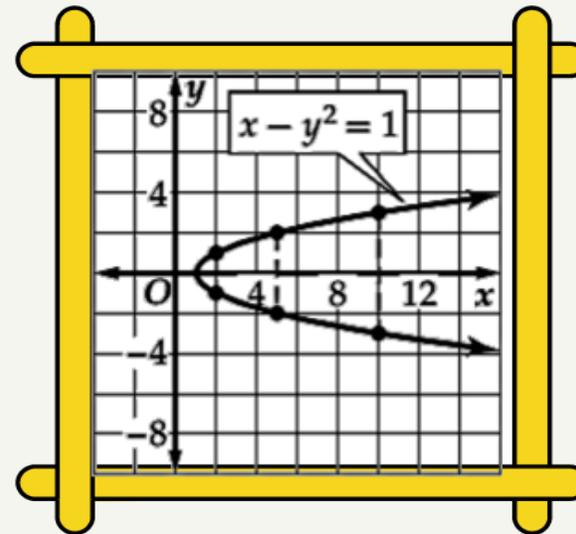
إرشادات للدراسة

التماثل:

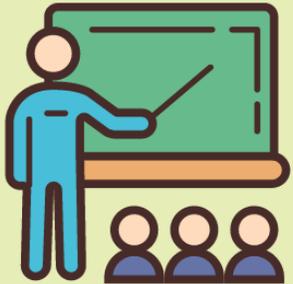
من الممكن أن يكون للتمثيل البياني الواحد أكثر من نوع تماثل.

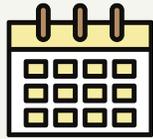


$xy = 4$ (b)

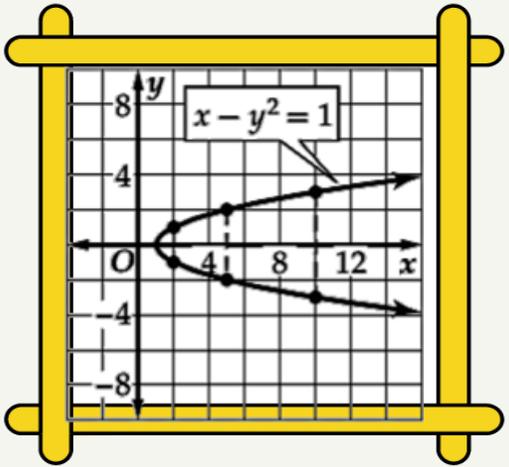


$x - y^2 = 1$ (a)





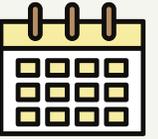
الحل



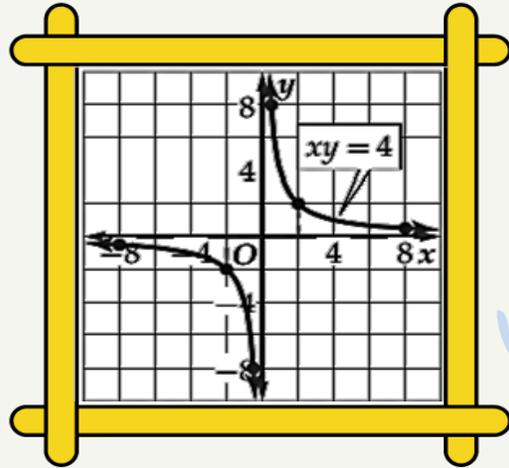
$x - y^2 = 1$ (a)

a





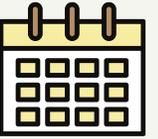
الحل



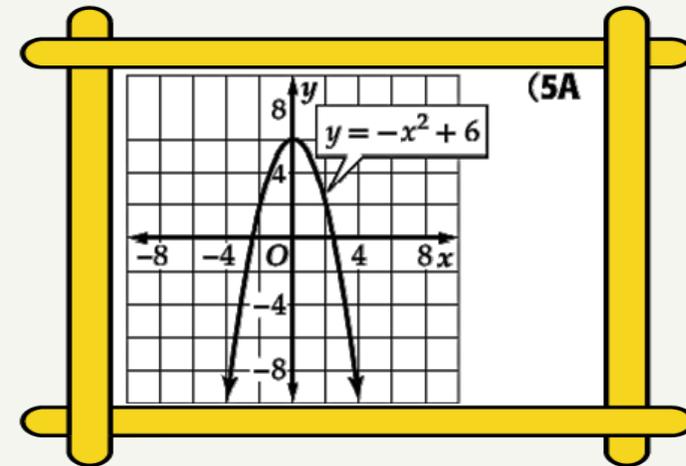
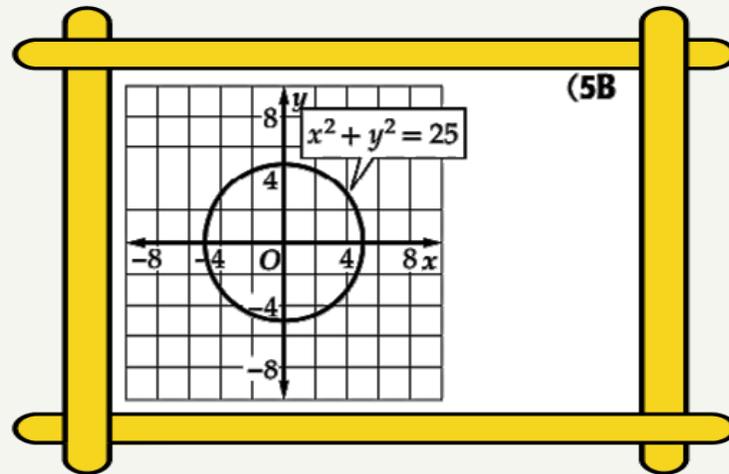
$xy = 4$ (b)

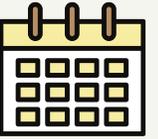
b



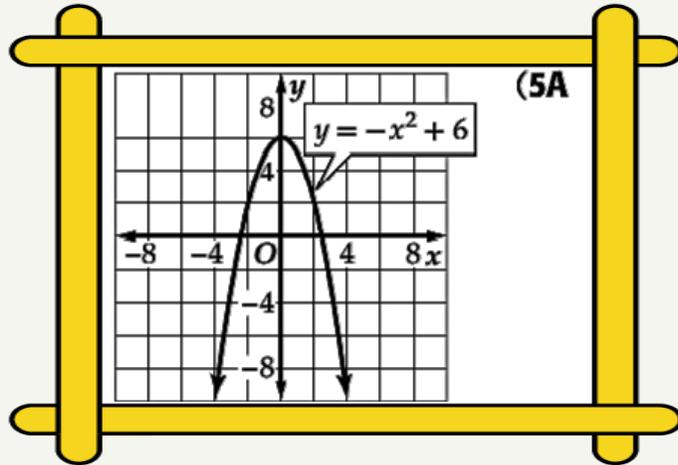


تحقق من فهمك

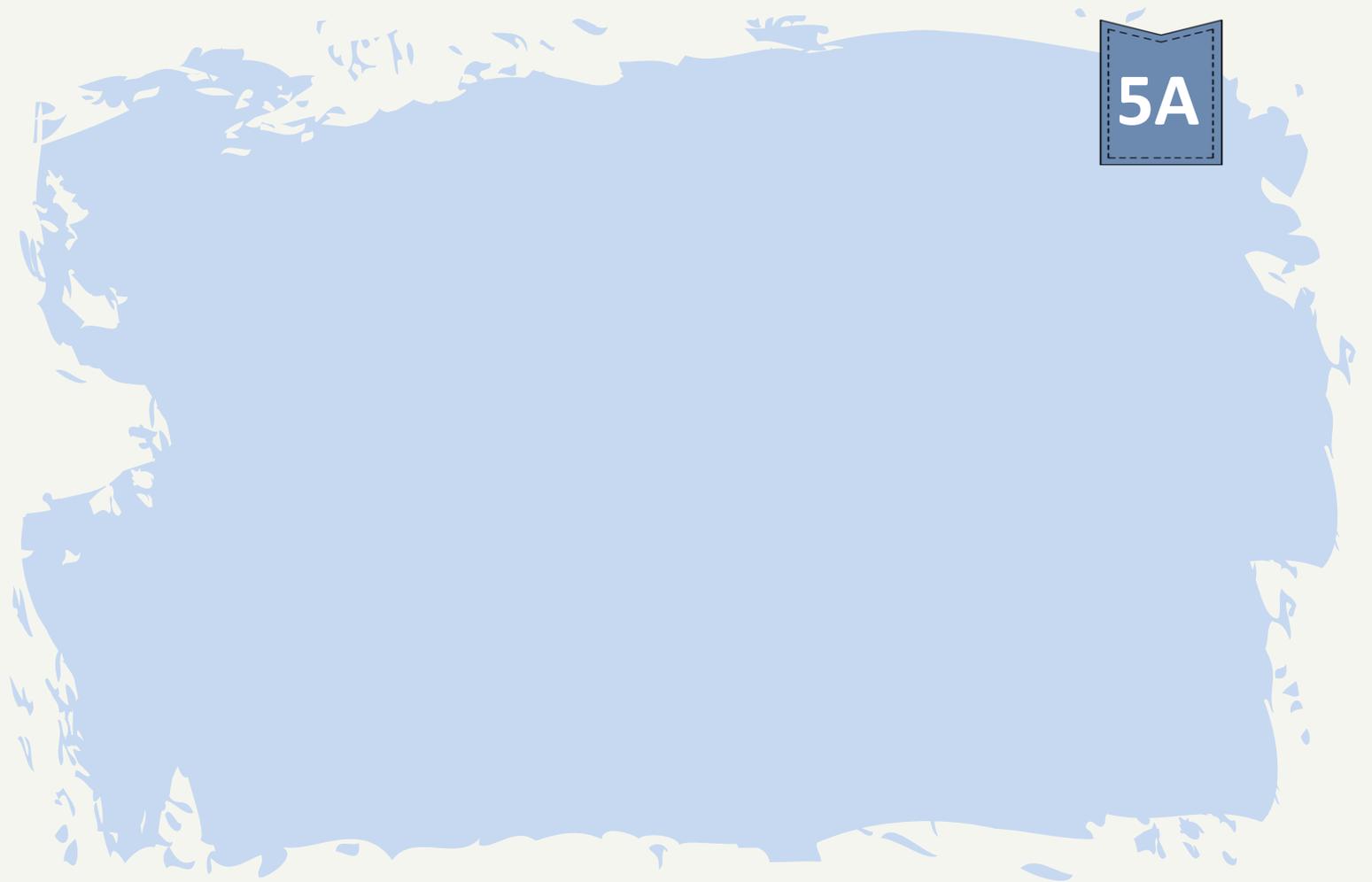


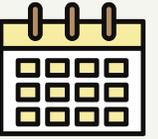


الحل

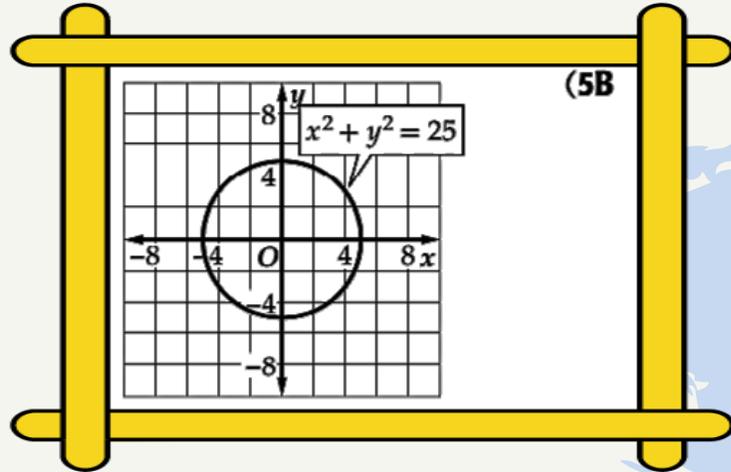


5A



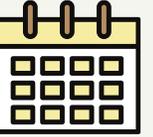


الحل



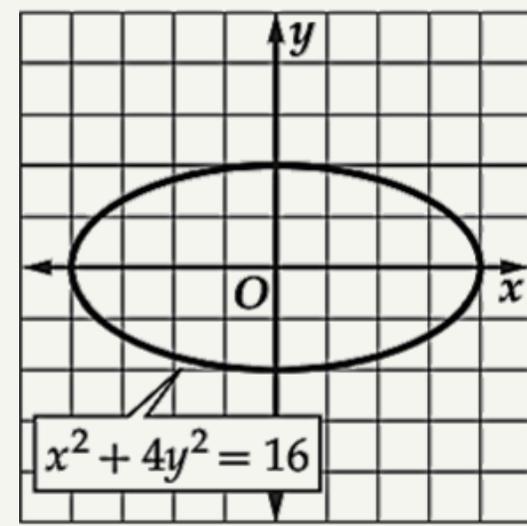
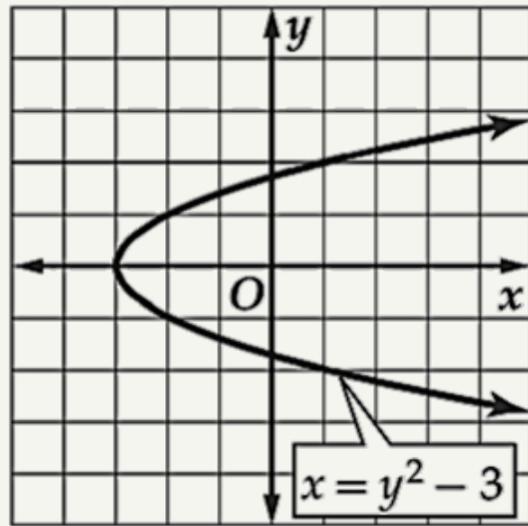
5B





تدرب وحل المسائل

استعمل التمثيل البياني لكل معادلة مما يأتي لاختبار التماثل حول المحور x ، والمحور y ، ونقطة الأصل. عزّز إجابتك عدديًا، ثم تحقق منها جبريًا:





الحل

18

17





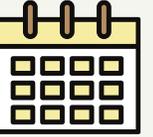
الدوال الزوجية و الدوال

مفهوم أساسي

يمكن أن تتماثل منحنيات الدوال حول المحور y فقط أو حول نقطة الأصل فقط؛ ولهذين النوعين من الدوال اسمان خاصان.

الاختبار الجبري	نوع الدالة
لكل x في مجال f ، فإن $f(-x) = f(x)$.	تُسمى الدوال المتماثلة حول المحور y الدوال الزوجية.
لكل x في مجال f ، فإن $f(-x) = -f(x)$.	تُسمى الدوال المتماثلة حول نقطة الأصل الدوال الفردية.





تحديد الدوال الزوجية والفردية

مثال ٦

استعمل الحاسبة البيانية لتمثل كل دالة مما يأتي بيانياً. ثم حلل منحناها لتحديد إن كانت الدالة زوجية أم فردية أم غير ذلك. ثم تحقق من إجابتك جبرياً.

$$f(x) = x^3 - 2x \quad (a)$$

$$f(x) = x^4 + 2 \quad (b)$$

$$f(x) = x^3 - 0.5x^2 - 3x \quad (c)$$

إرشادات للدراسة

الدوال الزوجية والدوال

الفردية:

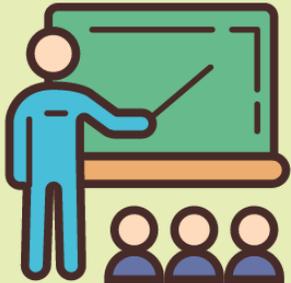
قد تظهر لك بعض

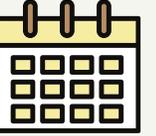
التمثيلات البيانية تماثلاً

والحقيقة غير ذلك؛ لذا

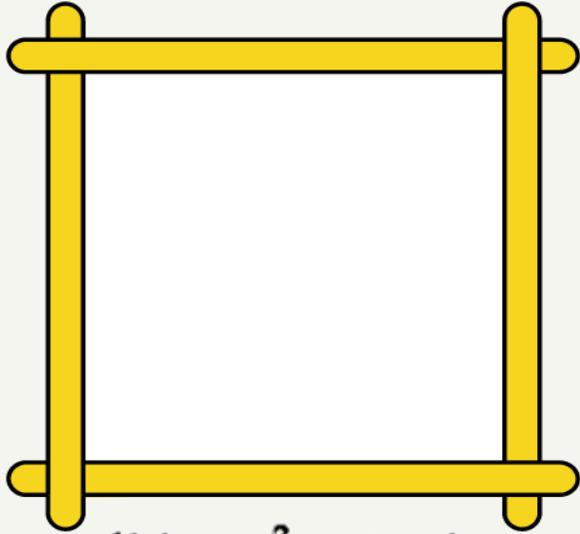
عليك التأكد من التماثل

جبرياً في كل مرة.





الحل



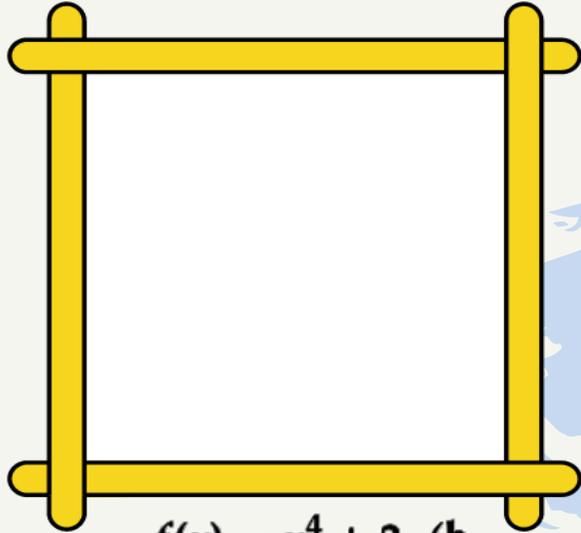
$$f(x) = x^3 - 2x \quad (a)$$

a





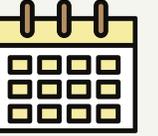
الحل



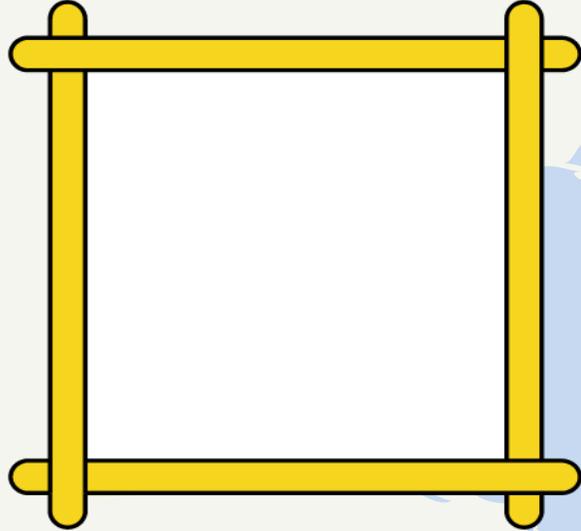
$$f(x) = x^4 + 2 \quad (b)$$

b

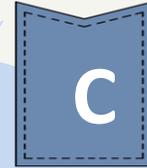




الحل



$$f(x) = x^3 - 0.5x^2 - 3x - c$$





تحقق من فهمك

استعمل الحاسبة البيانية لتمثل كل دالة مما يأتي بيانياً. ثم حلل منحناها لتحديد إن كانت الدالة زوجية أم فردية أم غير ذلك. ثم تحقق من إجابتك جبرياً.

$$f(x) = \frac{2}{x^2} \quad (6A)$$

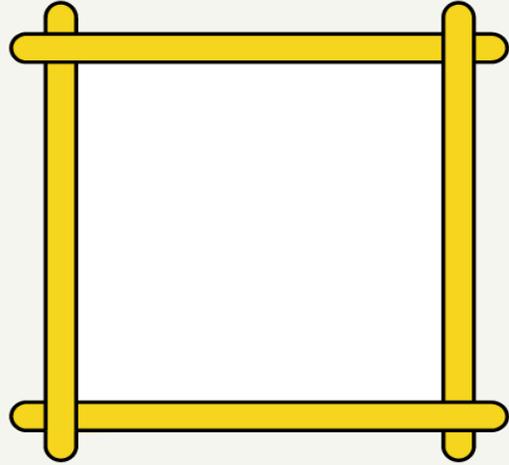
$$g(x) = 4\sqrt{x} \quad (6B)$$

$$h(x) = x^5 - 2x^3 + x \quad (6C)$$

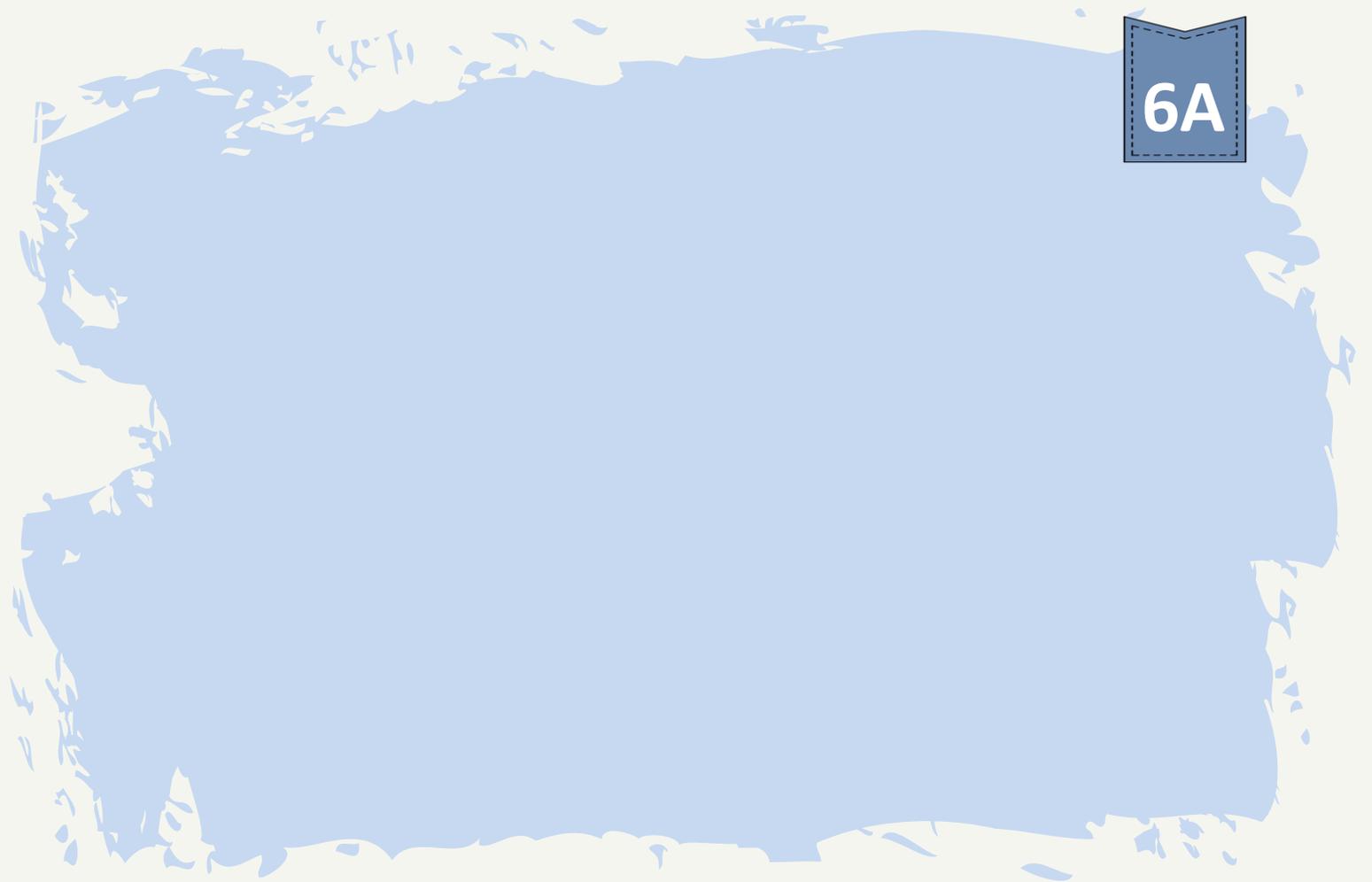




الحل

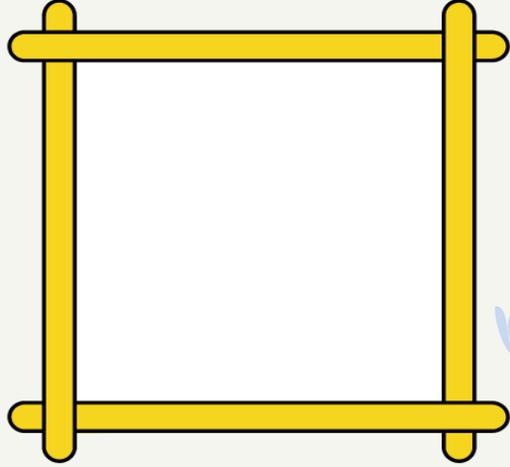


6A





الحل

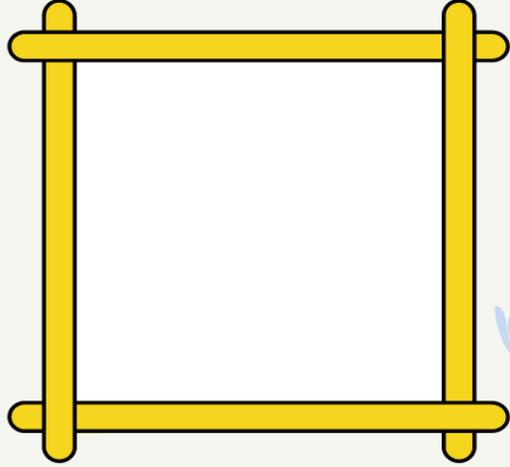


6B



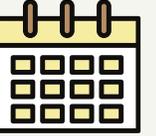


الحل



6C





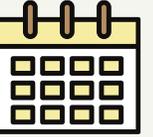
تدرب وحل المسائل

الحاسبة البيانية: استعمل الحاسبة البيانية لتمثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا، ثم حلّل منحناها لتحديد إن كانت الدالة زوجية أم فردية أم غير ذلك. ثم تحقّق من إجابتك جبريًا. وإذا كانت الدالة زوجية أو فردية فصف تماثل منحناها:

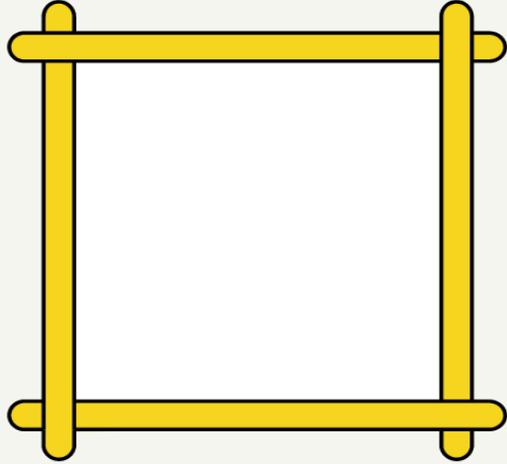
$$f(x) = x^2 + 6x + 10 \quad (25)$$

$$f(x) = -2x^3 + 5x - 4 \quad (26)$$





الحل

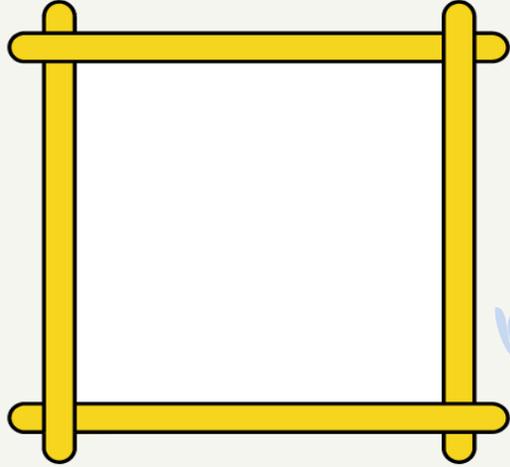


25





الحل



26





مسائل التفكير العليا

تبرير: أي العبارات الآتية صحيحة، وأيها خاطئة. برّر إجابتك.

(56) مدى الدالة $f(x) = nx^2$ ، حيث n عدد صحيح، هو
 $\{y \mid y \geq 0, y \in \mathbb{R}\}$

(57) مدى الدالة $f(x) = \sqrt{nx}$ ، حيث n عدد صحيح، هو
 $\{y \mid y \geq 0, y \in \mathbb{R}\}$

(58) جميع الدوال الفردية متماثلة حول المستقيم $y = -x$.

(59) إذا دارت دالة زوجية $180^\circ n$ حول نقطة الأصل، حيث n عدد صحيح، فإنها تبقى زوجية.



تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

حساباتي على السوشيال ميديا

