في رحلتك لتحقيق أحلامك.. سيخبرك البعض أنك لاتستطيع، والبعض أنك تخاطر، وبعضهم سيشعر بالغيرة لإنك وجدت طريقك في الحياة، لذا لاتسمح لهم بإيقاف رحلتك.. وواصل طريقك نحو القمة بثبات، ولا تلتفت للاصوات الصغيرة خلفك.!

@manal_joory

قدرات

مامتوسط الأعداد الأتية : ٣٠٠٠ , ٤٥٠٠ , ٣٢٥٠ , ٣٠٠٠, ٤٠٠٠ , ٤٧٥٠ ؟

أ) ٣٢٥٠ ب) ٣٥٠٠ ج) ٣٧٥٠ د) ٤٠٠٠

@manal_joory

دوال كثيرات الحدود

@manal_joory

أهداف الدرس

فيما سبق:

درست تحليل التمثيل البياني للدوال التربيعية. (مهارة سابقة)

والآن:

- أجد قيم دوال كثيرات الحدود.
- أتعرف الأشكال العامة للتمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود، وأحدد عدد أصفارها الحقيقية.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
@manal_joory

مفردات الدرس

كثيرة حدود بمتغير واحد

polynomial in one variable

دالة كثيرة الحدود

polynomial function

سلوك طرفي التمثيل البياني

end behavior

المعامل الرئيس

leading coefficient

دالة القوة

power function

صفر الدالة

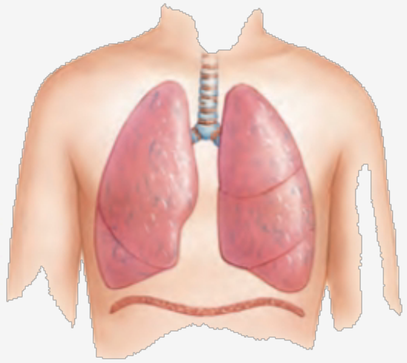
zero of a function

@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

يمكن تمثيل حجم الهواء في رئتي الإنسان خلال دورة تنفس مدتها t ثانية بالدالة: $v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$، حيث v الحجم باللترات، t الزمن بالثواني. وهذه الدالة مثال على دالة كثيرة حدود.



كيف تمثل الدالة التربيعية هندسيا؟

@manal_joory

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال كثيرات الحدود: **كثيرة الحدود بمتغير واحد** هي عبارة جبرية على الصورة:

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ، حيث $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0$ أعداد حقيقية ، $a_n \neq 0$ ، n عدد صحيح غير سالب. وتكون كثيرة الحدود مكتوبة بالصيغة القياسية إذا كانت أسس المتغير في حدودها مرتبة ترتيبًا تنازليًّا، ودرجة كثيرة الحدود هي أسّ المتغير ذي أكبر أسّ فيها، ويُسمى معامل الحد الأول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية **المعامل الرئيس**.

كثيرة الحدود	مثال	الدرجة	المعامل الرئيس
الثابتة	12	0	12
الخطية	$4x - 9$	1	4
التربيعية	$5x^2 - 6x - 9$	2	5
التكعيبية	$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$	3	8
الصيغة العامة	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$	n	a_n

@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

(1A $5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x}$

(1B $5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14$

@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تأكد

مثال1 حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكلِّ كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فاذكر السبب:

1) $11x^6 - 5x^5 + 4x^2$

2) $-10x^7 - 5x^3 + 4x - 22$

3) $14x^4 - 9x^3 + 3x - 4y$

4) $8x^5 - 3x^2 + 4xy - 5$

@manal_joory

ايجاد قيمة دالة كثيرة حدود

دالة كثيرة الحدود هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود بمتغير واحد ، فمثلا $f(x) = 3x^3 - 4x + 6$ دالة كثيرة حدود تكعيبية. وتكتب أبسط دوال كثيرات الحدود على الصورة $f(x) = ax^b$ ، حيث a عدد حقيقي، b عدد صحيح غير سالب، وتُسمى عندئذٍ **دوال القوة**.

إذا علمت عنصرًا في مجال دالة كثيرة حدود، تستطيع معرفة القيمة المقابلة له في المدى.

تحقق من فهمك

إيجاد قيمة دالة كثيرة حدود

ارجع إلى الفقرة في بداية الدرس،

2) **تنفس:** أوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها 4 ثوانٍ.

الربط مع الحياة

تصل سعة الرئة لدى الشخص البالغ السليم إلى 6 لترات تقريبًا.

@manal_joory

تأكد

مثال2 أوجد $w(-4), w(5)$ لكلٍّ من الدالتين الآتيتين:

5) $w(x) = -2x^3 + 3x - 12$

6) $w(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 8$

@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قيمة دالة كثيرة حدود عند متغير

تحقق من فهمك

3A) إذا كانت $g(x) = x^2 - 5x + 8$، فأوجد $g(5a - 2) + 3g(2a)$.

3B) إذا كانت $h(x) = 2x^2 + 5x + 3$، فأوجد $h(-4d + 3) - 0.5h(d)$.

@manal_joory

تأكد

مثال 3 إذا كانت $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2,\ d(x) = 3x^2 + 6x - 10$، فأوجد كلًّا مما يأتي:

7 $c(y^3)$

8 $-4[d(3z)]$

9 $6c(4a) + 2d(3a - 5)$

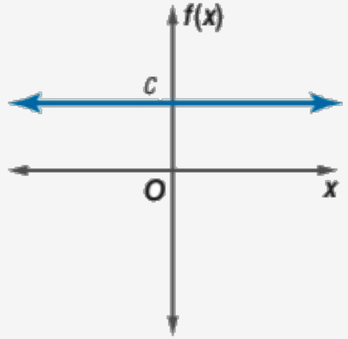
10 $-3c(2b) + 6d(4b - 3)$

@manal_joory

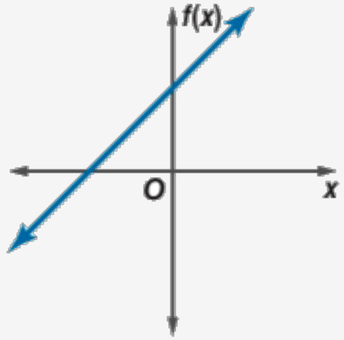
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود: إن التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود يظهر عدد المرات التي يقطع فيها هذا التمثيل المحور x ، وهذا العدد يمثل درجة كثيرة الحدود.

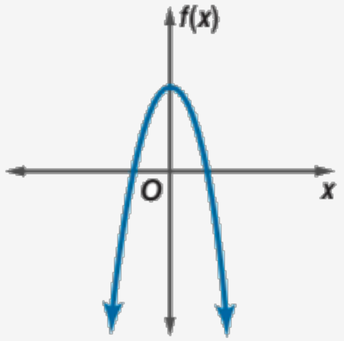
الدالة الثابتة
الدرجة 0



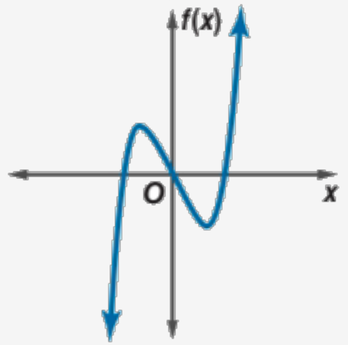
الدالة الخطية
الدرجة 1



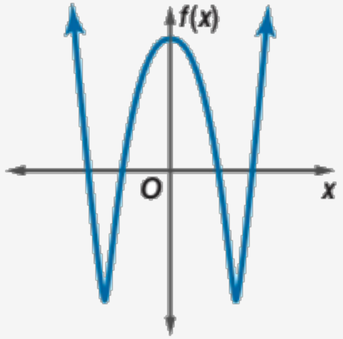
الدالة التربيعية
الدرجة 2



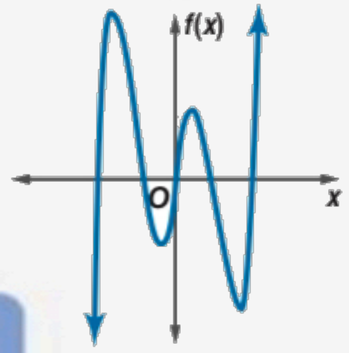
الدالة التكعيبية
الدرجة 3



دالة من الدرجة الرابعة
الدرجة 4



دالة من الدرجة الخامسة
الدرجة 5



قراءة الرياضيات

الرمزان $\infty+$, $\infty-$

نعبر عن التزايد غير المحدود لقيم المتغير x، باستعمال الرمز $\infty+$ ويُقرأ ما لا نهاية ويُكتب $x \to +\infty$،

كما نعبر عن التناقص غير المحدود لقيم المتغير x، باستعمال الرمز $\infty-$ ويُقرأ سالب ما لا نهاية ويُكتب $x \to -\infty$.

@manal_joory

مجال دالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية ويُحدد **سلوك طرفي التمثيل البياني** للدالة $f(x)$ عندما تقترب x من المالانهاية $(x \to +\infty)$، أو سالب المالانهاية $(x \to -\infty)$ بكل من: درجة دالة كثيرة الحدود والمعامل الرئيس لها.

مفهوم أساسي

سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود

أضف إلى مطويتك

الدرجة: زوجية

المعامل الرئيس: موجب

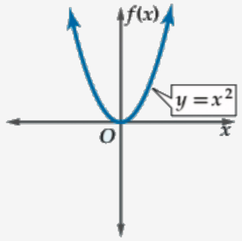
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو التي تساوي القيمة الصغرى .

سلوك طرفي التمثيل البياني: (في الاتجاه نفسه)

$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$

$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$



الدرجة: فردية

المعامل الرئيس: موجب

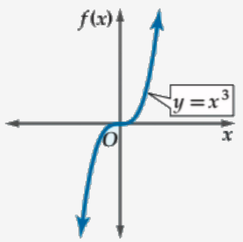
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية

سلوك طرفي التمثيل البياني: (في اتجاهين مختلفين)

$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$



الدرجة: زوجية

المعامل الرئيس: سالب

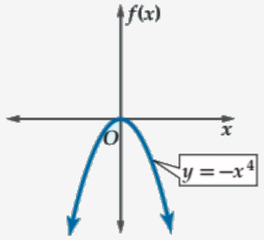
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الأقل من أو التي تساوي القيمة العظمى

سلوك طرفي التمثيل البياني: (في الاتجاه نفسه)

$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$



الدرجة: فردية

المعامل الرئيس: سالب

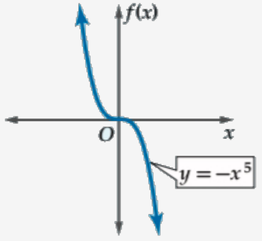
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية

سلوك طرفي التمثيل البياني: (في اتجاهين مختلفين)

$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$

$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$



إرشادات للدراسة

سلوك طرفي التمثيل البياني

المعامل الرئيس ودرجة كثيرة الحدود هما العاملان الوحيدان في تحديد سلوك طرفي التمثيل البياني.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

صفر الدالة هو الإحداثي x لنقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة مع المحور x، لذا فإنه يمكن تحديد عدد الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية لمعادلة كثيرة الحدود من التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود المرتبطة بها. تذكّر أن مقاطع x تحدد هذه الأصفار؛ ولذا فإن عدد مرات تقاطع التمثيل البياني مع محور x يساوي عدد هذه الأصفار.

إرشادات للدراسة

الصفر المكرر

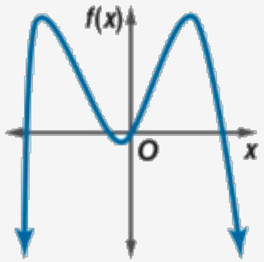
عندما يمس التمثيل البياني المحور x، يكون للدالة صفران متساويان (صفر مكرر).

مفهوم أساسي — أضف إلى مطويتك

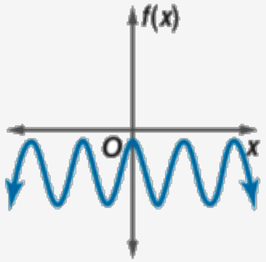
أصفار الدوال الفردية الدرجة والزوجية الدرجة

يكون للدوال الفردية الدرجة عدد فردي من الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية، ويكون للدوال الزوجية الدرجة عدد زوجي من الأصفار أو لا يكون لها أصفار تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية.

كثيرتا حدود زوجيتا الدرجة

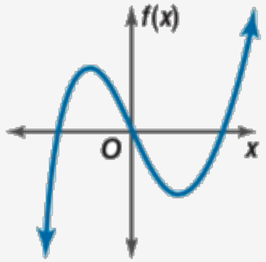


لها 4 أصفار حقيقية

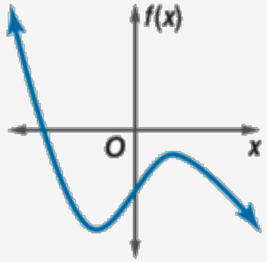


ليس لها أصفار حقيقية

كثيرتا حدود فرديتا الدرجة



لها 3 أصفار حقيقية



لها صفر واحد حقيقي

@manal_joory

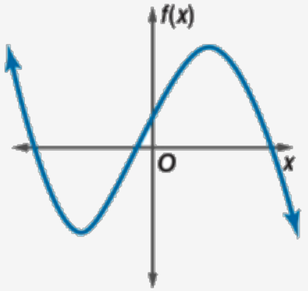
تحقق من فهمك

وصف دالة كثيرة الحدود من تمثيلها البياني

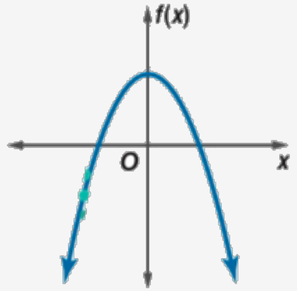
أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

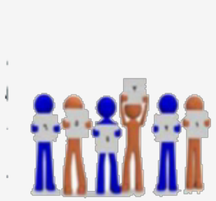
(4A



(4B



@manal_joory



تأكد

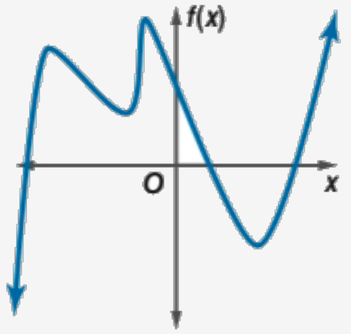
مثال4 أجب عن الفروع a – c لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.

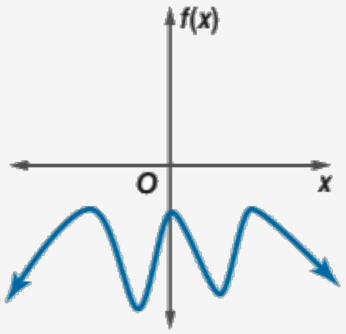
b) حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.

c) اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

11)



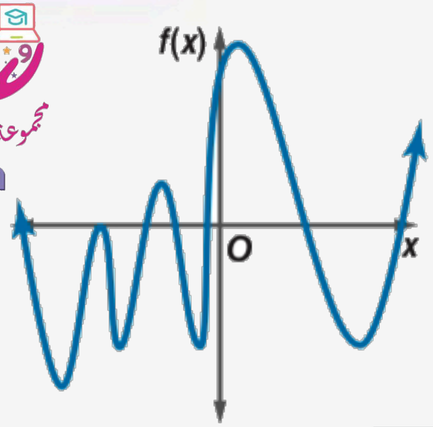
12)



@manal_joory

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل مهارات التفكير العليا



52) اكتشف الخطأ: حدّد كل من ماجد وبدر عدد أصفار التمثيل البياني المجاور. فأيُّهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

ماجد

يوجد 8 أصفار؛ لأن التمثيل البياني يقطع المحور x 7 مرات، وأحد الجذور مكرر مرتين.

بدر

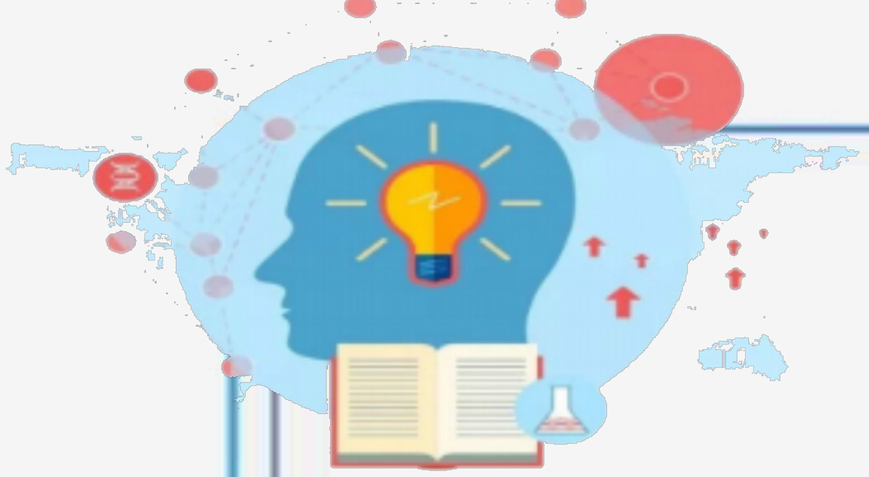
يوجد 7 أصفار؛ لأن التمثيل البياني يقطع المحور x سبع مرات.

53) تحدٍّ: إذا كانت $g(x)$ من عوامل $f(x)$، وكانت درجة $f(x)$ تساوي 5، ومعاملها الرئيس موجبًا، وكانت درجة $g(x)$ تساوي 3 ومعاملها الرئيس موجبًا، فصف سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة $\frac{f(x)}{g(x)}$، وفسّر إجابتك.

54) مسألة مفتوحة: مثّل بيانيًّا كثيرة حدود زوجية الدرجة عدد جذورها 8، وأحدها مكرر مرتين.

@manal_joory

@manal_joory



تدريب على اختبار

56) ما باقي قسمة: $x^3 - 7x + 5$ على $x + 3$ ؟

A -11 **C** -1

B 1 **D** 11

57) إذا كان $i = \sqrt{-1}$ ، فإن $5i(7i)$ يساوي :

A 70 **C** -35

B 35 **D** -70

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق