مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

ستكون كما تؤمن أنك ستكون، ..حدد أهدافك

واصنع حدودك بنفسك، أنت عظيم إن أردت

@manal_joory

قدرات

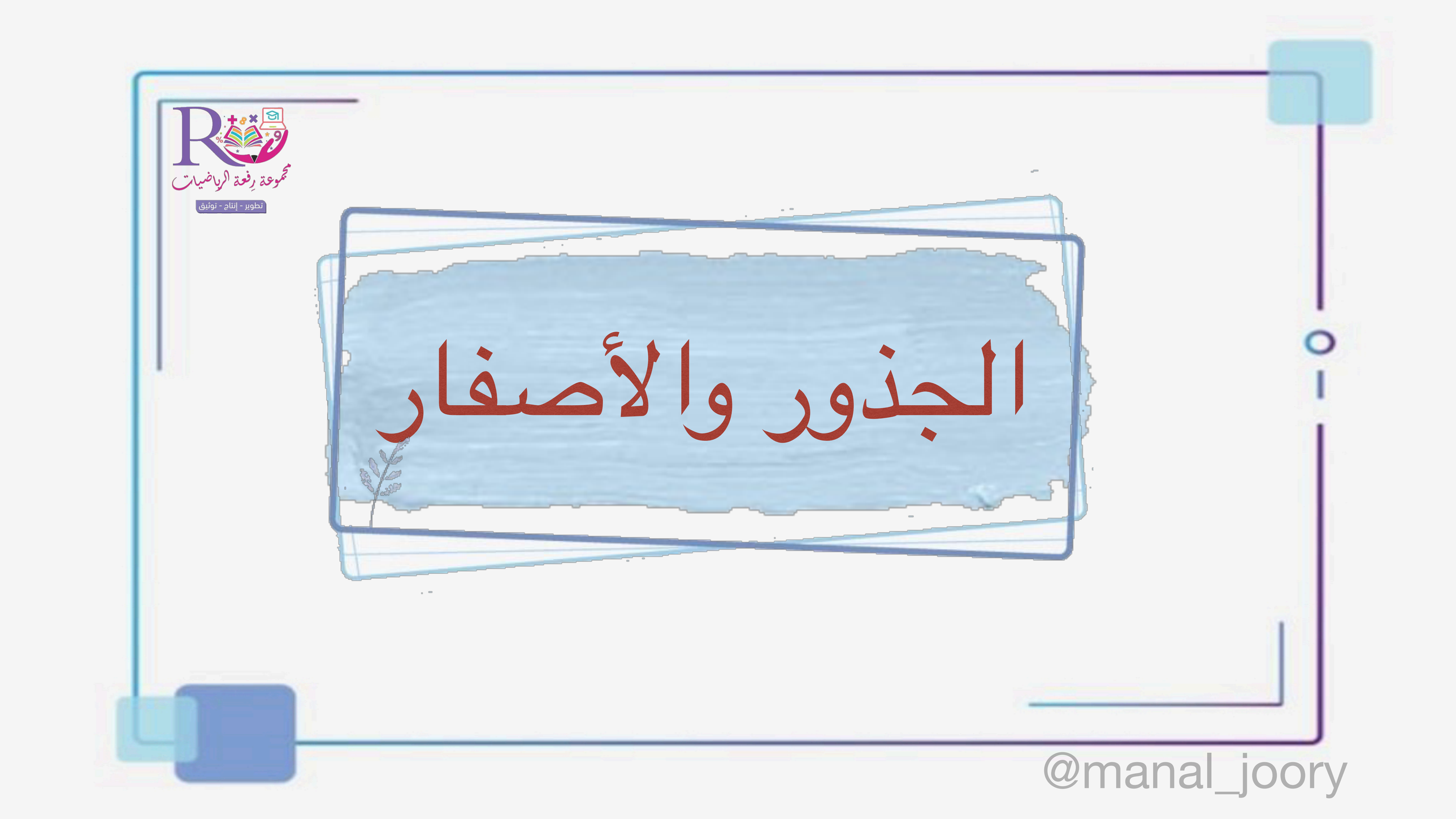
ناتج $\overline{)٢٩٨١١٦}$ = ...

أ) ١٢٥ ب) ٧٦٣ ج) ٥٤٦ د) ٧٦٢

ناتج ٥٦٢١٦١٦ ÷ ٤٥٦٣ = ...

أ) ٦٥٤٣ ب) ٤٥٦٧ ج) ١٢٣٢ د) ٥٤٣٥

@manal_joory


مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
الجذور والأصفار
@manal_joory

أهداف الدرس

فيما سبق:

درستُ استعمال الأعداد المركبة لوصف حلول المعادلات التربيعية.

(الدرس 2 - 3)

والآن:

- أحدد عدد جذور معادلة كثيرة حدود وأنواعها.
- أجد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة والأصفار التخيلية للدالة.
- أكتب دالة كثيرة حدود بأقل درجة ممكنة بمعرفة أصفارها.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

مفردات الدرس

النظرية الأساسية في الجبر

Fundamental Theorm of Algebra

@manal_joory

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

يستعمل مدير الإنتاج في مصنع الدالةَ:
$g(x) = 1.384x^4 - 0.003x^3 + 0.28x^2 - 0.078x + 1.365$،
لتقدير معدل تكلفة إنتاج القطعة الواحدة على مدى عدة سنوات، حيث x عدد السنوات منذ 1410هـ.

ولكي تجد العام الذي يبلغ فيه معدل تكلفة إنتاج قطعة واحدة قيمة معينة، يمكنك استعمال جذور معادلة كثيرة الحدود المرتبطة بالدالة.

أنواع الجذور تعلمت سابقًا أن صفر دالة مثل $f(x)$ يمكن أن يكون أية قيمة مثل c، حيث $f(c) = 0$. وعند تمثيل الدالة بيانيًّا تكون أصفارها الحقيقية هي مقاطع المحور x.

بناء على المعادلة ما تكلفة إنتاج القطعة الواحدة في عام 1410؟

هل تبقى المعادلة صحيحة لقيم x السالبة ؟

@manal_joory

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

أضف إلى مطويتك

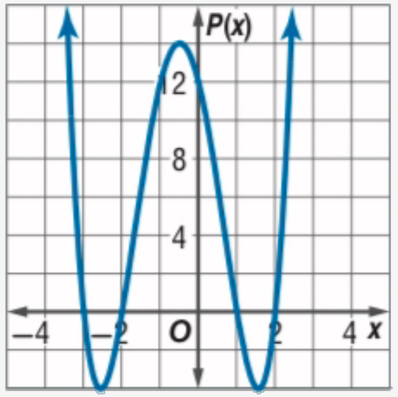
ملخص المفهوم

الأصفار، والعوامل، والجذور، والمقاطع

التعبير اللفظي: إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود، فإن العبارات الآتية متكافئة:

- c صفر للدالة $P(x)$.
- c جذر أو حل للمعادلة $P(x) = 0$.
- $x - c$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$.
- إذا كان c عددًا حقيقيًّا، فإن $(c, 0)$ هي نقطة تقاطع تمثيل الدالة $P(x)$ مع المحور x.

مثال: افترض أن دالة كثيرة الحدود هي: $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$.



فإن أصفار هذه الدالة هي: $-3, -2, 1, 2$

وجذور المعادلة $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$ هي: $-3, -2, 1, 2$

وعوامل كثيرة الحدود $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$ هي: $(x + 3), (x + 2), (x - 1), (x - 2)$

ونقاط تقاطع التمثيل البياني للدالة $P(x)$ مع المحور x هي: $(-3, 0), (-2, 0), (1, 0), (2, 0)$.

@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

عند حل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر من الممكن أن يكون لها جذر حقيقي واحد أو أكثر، وقد لا يوجد جذور حقيقية (أيْ أن الجذور أعداد تخيلية). وبما أن الأعداد الحقيقية والتخيلية جميعها تنتمي إلى مجموعة الأعداد المركبة، يمكن القول إن أية معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من الصفر لها جذر واحد مركب على الأقل، وهذه هي **النظرية الأساسية في الجبر**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

النظرية الأساسية في الجبر

كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي إلى مجموعة الأعداد المركبة.

@manal_joory

تحقق من فهمك

تحديد عدد الجذور وأنواعها

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

$$x^3 + 2x = 0$$ **(1A**

@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

تحديد عدد الجذور وأنواعها

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

1B) $x^4 - 16 = 0$

إرشادات للدراسة

الجذور المكررة

يمكن أن يكون لمعادلات كثيرات الحدود جذر مكرر مرتين أو ثلاث أو أربع مرات وهكذا

@manal_joory

تحقق من فهمك

تحديد عدد الجذور وأنواعها

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

(1C $3x^3 - x^2 + 9x - 3 = 0$

@manal_joory

تأكد

مثال 1 حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها:

1) $x^2 - 3x - 10 = 0$

2) $x^3 + 12x^2 + 32x = 0$

@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اختبر حَلَّ كلِّ معادلة في المثال 1، ولاحظ أن عدد حلول كل معادلة يساوي درجة كثيرة الحدود. والنتيجة الآتية للنظرية الأساسية في الجبر تصف العلاقة بين درجة معادلة كثيرة الحدود وعدد جذورها.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

نتيجة للنظرية الأساسية في الجبر

التعبير اللفظي: يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة n العدد n فقط من الجذور المركبة بما في ذلك الجذور المكررة.

مثال:

$x^3 + 2x^2 + 6 = 0$ — 3 جذور

$4x^4 - 3x^3 + 5x - 6 = 0$ — 4 جذور

$-2x^5 - 3x^2 + 8 = 0$ — 5 جذور

@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تاريخ الرياضيات

رينيه ديكارت

(1650 - 1596 م)، فيلسوف، ورياضي، وفيزيائي فرنسي، يلقب بـ "أبو الفلسفة الحديثة". له تأثير واضح في علم الرياضيات؛ فقد اخترع نظامًا رياضيًا شكّل أساس الهندسة التحليلية سمّي باسمه وهو نظام الإحداثيات الديكارتية.

مفهوم أساسي

قانون ديكارت للإشارات

أضف إلى مطويتك

إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن :

- عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(x)$، أو أقل منه بعدد زوجي.
- عدد الأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(-x)$، أو أقل منه بعدد زوجي.

@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إيجاد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة والأصفار التخيلية لدالة

تحقق من فهمك

2) اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة.

$h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$.

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة	عدد الأصفار الحقيقية السالبة	عدد الأصفار التخيلية يساوي العدد 6 مطروحًا منه مجموع عدد الأصفار الحقيقية

@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استراتيجية الجيسكو

تأكد

مثال 2 اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية لكلٍّ دالة ممَّا يأتي :

5) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$

@manal_joory

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إرشادات للدراسة

استعمال الأصفار لكتابة الدالة

إن أي دالة على الصورة $f(x)=a(x^3-9x^2+16x+26)$، (حيث a عدد صحيح لا يساوي الصفر)، تحقق المعطيات الواردة في المثال 3، ولكن اعتبر أن $a=1$ للتسهيل فقط.

وينطبق هذا الأمر على أصفار دوال كثيرات الحدود أيضًا. فإذا كان العدد المركب صفرًا لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن مرافقه أيضًا صفر لدالة كثيرة الحدود.

مفهوم أساسي

نظرية الأصفار المركبة المترافقة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كان a , b عددين حقيقيين، و كان $a+bi$ صفرًا لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية. فإن $a-bi$ صفر للدالة أيضًا.

مثال: إذا كان $3+4i$ صفرًا للدالة $f(x)=x^3-4x^2+13x+50$، فإن $3-4i$ صفر للدالة أيضًا.

عندما تعطى جميع أصفار دالة كثيرة حدود ويطلب إليك تحديد الدالة، حوّل الأصفار إلى عوامل، ثم اضرب جميع العوامل بعضها في بعض؛ لتحصل على دالة كثيرة الحدود المطلوبة.

@manal_joory

استعمال الأصفار لكتابة دالة كثيرة حدود

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كان العددان $i - 5$ ، -1 من أصفارها .

افهم: **المعطيات:** العددان $i - 5$ ، -1 من أصفار كثيرة حدود.

المطلوب: كتابة دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، والعددان $i - 5$ ، -1 من أصفارها.

خطط: بما أن $i - 5$ صفر للدالة، فإن $i + 5$ أيضًا صفر للدالة بحسب نظرية الأصفار المركبة المترافقة.

لذا فإن $x - (5 + i)$ ، $x - (5 - i)$ ، $x + 1$ عوامل لكثيرة الحدود.

حل: اكتب المعادلة كثيرة الحدود على صورة حاصل ضرب عواملها.

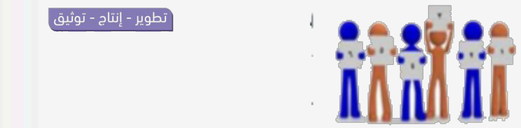
$$P(x) = (x + 1)[x - (5 - i)][x - (5 + i)]$$

اضرب العوامل لتحصل على دالة كثيرة الحدود.

اكتب الدالة	$P(x) = (x + 1)\,[x - (5 - i)][x - (5 + i)]$
أعد تجميع الحدود	$= (x + 1)\,[(x - 5) + i][(x - 5) - i]$
الفرق بين مربعين	$= (x + 1)\,[(x - 5)^2 - i^2]$
أوجد مربع الحدين	$= (x + 1)\,[(x^2 - 10x + 25 - (-1)]$
بسّط	$= (x + 1)\,(x^2 - 10x + 26)$
اضرب	$= x^3 - 10x^2 + 26x + x^2 - 10x + 26$
اجمع الحدود المتشابهة	$= x^3 - 9x^2 + 16x + 26$

تحقق: بما أن هناك 3 أصفار، فإن دالة كثيرة الحدود ستكون من الدرجة الثالثة، ولذا فإن $P(x) = x^3 - 9x^2 + 16x + 26$ دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، وأصفارها هي: $5 + i$ ، $5 - i$ ، -1 .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
@manal_joory



تأكد

مثال 3 اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كانت الأعداد المعطاة في كل مما يأتي من أصفارها :

9) $4, -1, 6$

@manal_joory

تدرب وحل مسائل

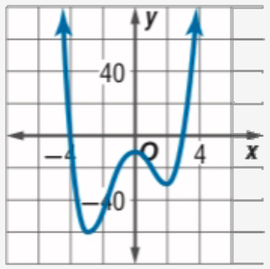
اكتب بجانب التمثيل البياني للدالة الرمز الذي يمثل أصفارها في كل مما يأتي:

(a $-3, 4, i, -i$

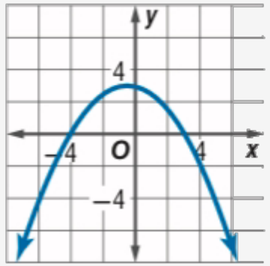
(b $-4, 3$

(c $-4, 3, i, -i$

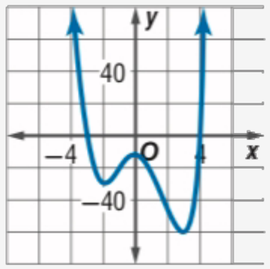
(33



(34



(35



@manal_joory

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل مهارات التفكير العليا

41) **تبرير:** اكتب مثالاً مضادًا لكل عبارة فيما يأتي:

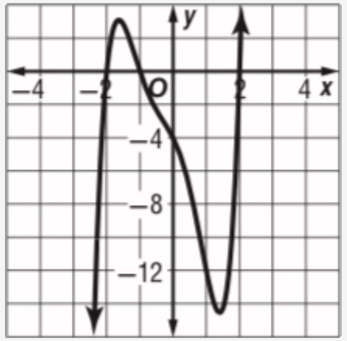
a) جميع دوال كثيرات الحدود التي تزيد درجتها على 2 لها على الأقل صفر حقيقي سالب.

b) جميع دوال كثيرات الحدود التي تزيد درجتها على 2 لها على الأقل صفر حقيقي موجب.

@manal_joory

تدريب على اختبار

43) استعمل التمثيل البياني للدالة: $f(x) = x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4$،
وحدّد أيًّا مما يأتي لا يعد عاملاً لكثيرة الحدود $x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4$؟



A $x - 2$

B $x - 1$

C $x + 2$

D $x + 1$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق