١-٢ العلاقات

حصة واحدة

فيما سبق

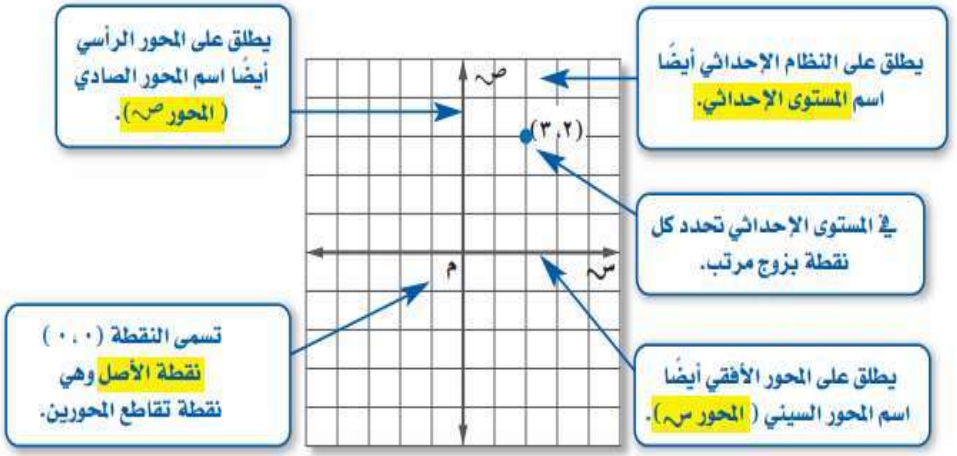
درستُ حل المعادلات بمتغير أو بمتغيرين.

والآن

- أمثل العلاقات.
- أفسر التمثيل البياني للعلاقات.

تمثيل العلاقة: يمكن تمثيل العلاقة التي تربط بين العمق والضغط الناتج بخط مستقيم في مستوى إحداثي.

النظام الإحداثي يتكون من تقاطع خطَّي أعداد، هما: المحور الأفقي والمحور الرأسي.



المفردات

- النظام الإحداثي
- المستوى الإحداثي
- المحور س
- المحور ص
- نقطة الأصل
- الزوج المرتب
- الإحداثي السيني
- الإحداثي الصادي
- العلاقة
- المخطط السهمي
- المجال
- المدى
- المتغير المستقل
- المتغير التابع

تُمثل النقط على المستوى الإحداثي باستعمال الأزواج المرتبة.

- **الزوج المرتب** عددان يكتبان على الصورة (س، ص).
- تُسمى قيمة س **بالإحداثي السّيني**، وتمثل البعد الأفقي للنقطة عن المحور س.
- تسمى قيمة ص **بالإحداثي الصّادي** وتمثل البعد الرأسي للنقطة عن المحور ص.

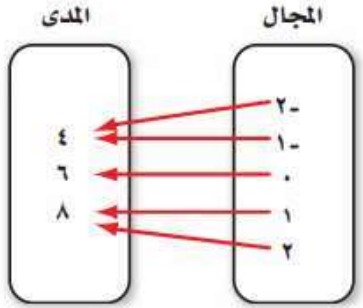
تُسمى مجموعة الأزواج المرتبة **علاقة**، ويمكن وصف هذه العلاقة بعدة طرائق: أزواج مرتبة، تمثيل بياني، جدول، مخطط سهمي.

ويوضح **المخطط السهمي** كيف ترتبط عناصر المجال بالمدى.

ويطلق على مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة **المجال**، وعلى مجموعة الأعداد الثانية **المدى**.

والمخطط السهمي المجاور يمثل الأزواج المرتبة:

(-٢، ٤)، (-١، ٤)، (٠، ٦)، (١، ٨)، (٢، ٨)



إرشادات للدراسة

التمثيلات المتعددة:

يخدم كل تمثيل للعلاقة الواحدة غرضًا مختلفًا. فالتمثيل البياني يبين النمط بين النقاط. ونستدل من المخطط السهمي على ارتباط عدة عناصر بالعنصر نفسه.

ادرس التمثيلات الآتية التي تمثل العلاقة نفسها:

أزواج مرتبة

(١، ٢)

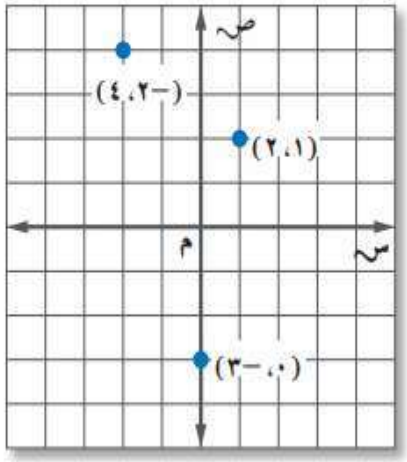
(٠، -٣)

(-٢، ٤)

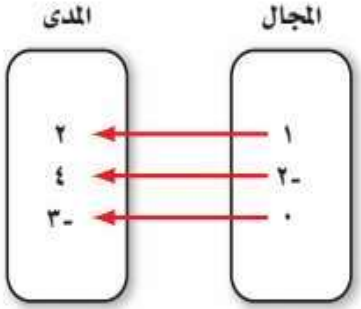
جدول

س	ص
١	٢
-٢	٤
٠	-٣

تمثيل بياني



مخطط سهمي



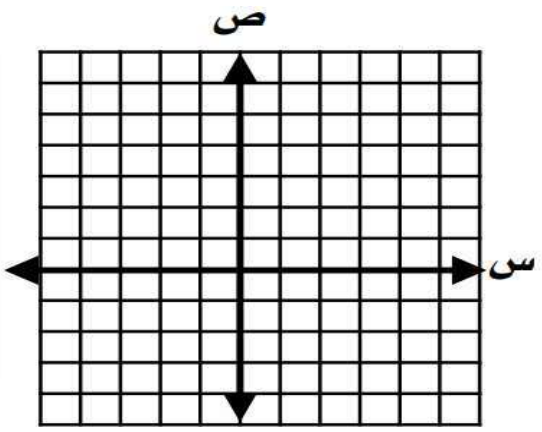
بما أن قيم س في العلاقة هي عناصر المجال، وقيم ص هي عناصر المدى، فإن المجال في العلاقة أعلاه هو: {-٢، ٠، ١}، والمدى هو: {-٣، ٢، ٤}.

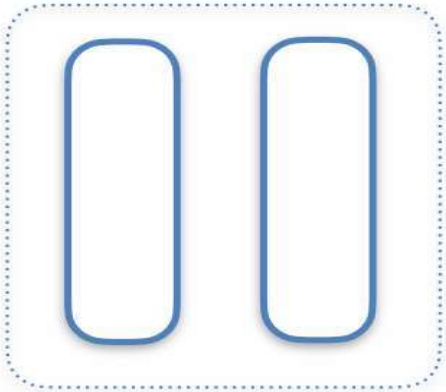
مثال ١ تمثيلات العلاقة

أ) مثِّل العلاقة {(٢، ٥)، (-٢، ٣)، (٥، -٢)، (-١، -٢)} بجدول، وبيانيًّا، وبمخطط سهمي.

ب) حدِّد كلًّا من مجال العلاقة ومداها.

س	ص





المجال = ...

المدى = ...

إرشادات للدراسة

العناصر المكررة:

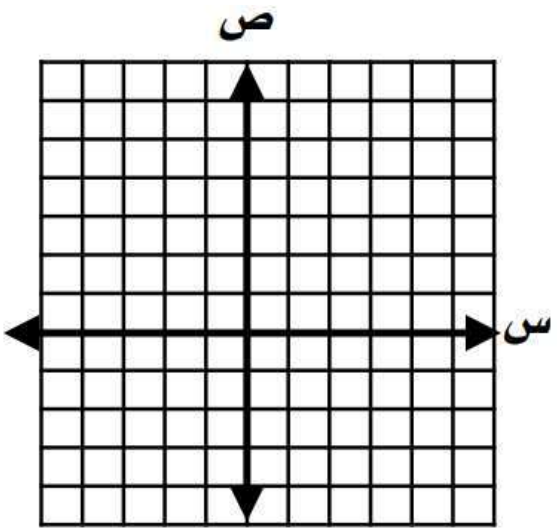
عند تمثيل العلاقة بجدول تكتب العناصر المكررة في المجال أو المدى، ولا تكتب مكررة عند التمثيل بالمخطط السهمي.

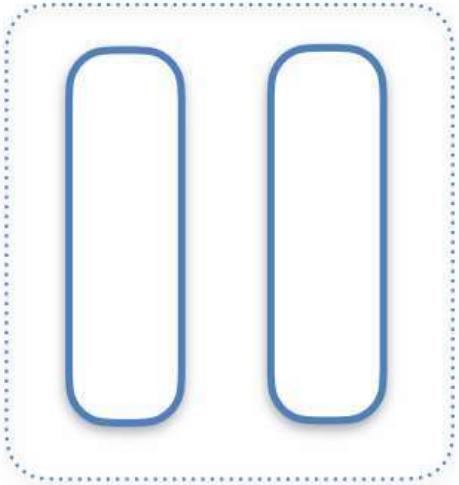
تحقق من فهمك

١أ) مثّل العلاقة {(٤، −٣)، (٣، ٢)، (−٤، ١)، (٠، −٣)} بجدول، وبيانيًّا، وبالمخطط السهمي.

١ب) حدد كلًّا من: المجال والمدى.

س	ص





المجال = ...

المدى = ...

٦	في العلاقة { (٥، ٢) ، (−٢، ٣) ، (٥ ، −٢) ، (−١ ، −٢) } المجال هو :			نهائي ١٤٤٤ هـ
	ⓐ {٢ ، ٣ ، −٢ }	ⓑ {٥ ، −١ ، −٢ }	ⓒ {٥ ، ١ ، −٢ }	ⓓ {٥ ، ٢ ، −٢ }

يسمى المتغير الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة **المتغير المستقل**، أما المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل فيسمى **المتغير التابع**.

مثال ٢ من واقع الحياة — المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة

حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

أ) مبيعات: **في مهرجان الجنادرية، يبيع أحد الأجنحة صورًا تذكارية. وكلما زادت المبيعات، زاد الدخل.**

تحقق من فهمك

حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

٢أ) يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة مع ازدياد درجة الحرارة.

٢ب) كلما قلت كمية المطر انخفض مستوى سطح الماء في النهر.

التمثيل البياني للعلاقات: يمكن تمثيل العلاقة دون تدريج المحورين. وتفسر هذه التمثيلات من خلال تحليل أشكالها.

مثال ٣ تحليل التمثيلات البيانية

يوضح التمثيل البياني المجاور المسافة التي قطعها سعد بدراجته الهوائية، صف هذا التمثيل.

تزداد المسافة بازدياد الزمن حتى يصبح الخط أفقيًّا. حيث يزداد الزمن مع بقاء المسافة ثابتة. مما يعني أن سعدًا قد توقف في هذه المرحلة ثم تابع ركوب الدراجة، فازدادت المسافة مع ازدياد الزمن بعد ذلك.

تحقق من فهمك

صف التمثيل البياني في كل مما يأتي:

٣أ)

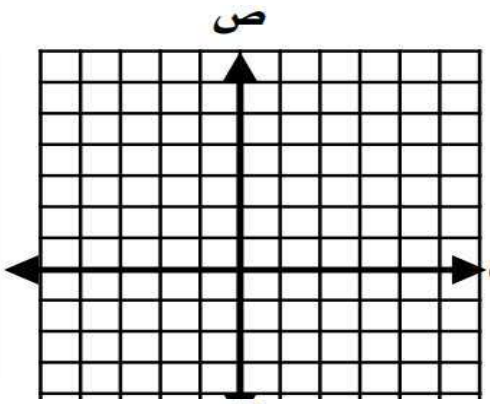
٣ب)

تأكد

مثال ١ مثِّل كل علاقة فيما يأتي بجدولٍ ، وبيانيًّا، وبمخططٍ سهمي، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها:

١) {(٤، ٣)، (-٢، ٢)، (٥، -٦)}

س	ص

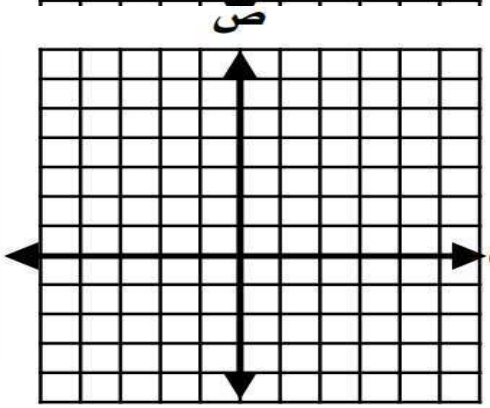


المجال = ...

المدى = ...

٢) {(٥، -٧)، (-١، ٤)، (٠، -٥)، (-٢، ٣)}

س	ص



المجال = ...

المدى = ...

تأكد

مثال ٢ **حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلِّ علاقة فيما يأتي:**

٣) زيادة درجة حرارة مُركَّب داخل وعاء محكم الإغلاق تزيد من الضغط داخل الوعاء.

٤) يشتري جمال بطاقات له ولأصدقائه لدخول حديقة الحيوان، وكلما اشترى بطاقات أكثر كان المبلغ المدفوع أكبر.

تدرب وحل المسائل

مثال ٢ **حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلِّ علاقة فيما يأتي:**

١٢) أقام النادي المدرسي غداءً مشتركًا، إذ يحضر كل عضو طبق طعام أو حلوى. وكلما ازداد عدد المشاركين، زادت كمية الطعام.

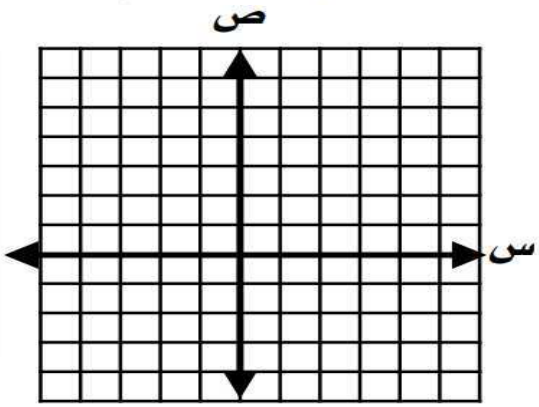
١٣) إذا قاد محمد سيارته بصورةٍ أسرع، فإنه يستغرق وقتًا أطول للوقوف التام.

تدرب وحل المسائل

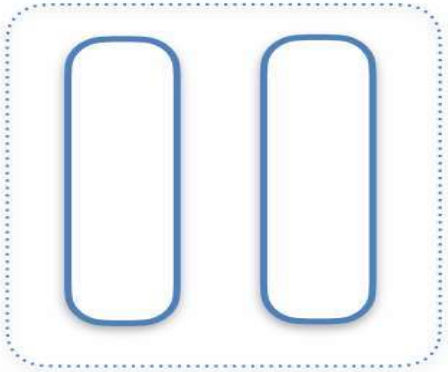
مثال ١ مثِّل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانيًّا، وبمخطط سهمي ، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها:

٨) {(٠، ٠)، (-٣، ٢)، (٦، ٤)، (-١، ١)}

س	ص



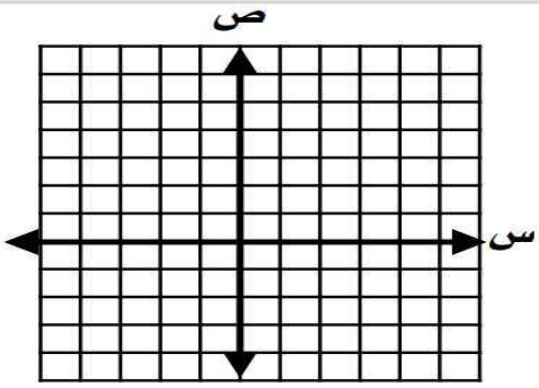
٩) {(٥، ٢)، (٥، ٦)، (٣، -٢)، (٠، -٢)}

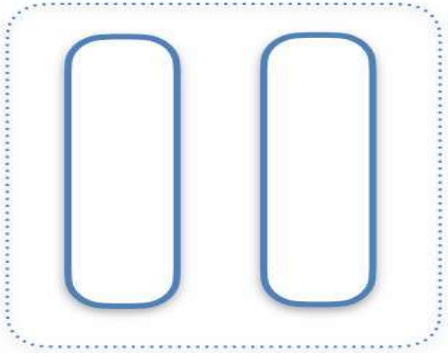


المجال = ...

المدى = ...

س	ص



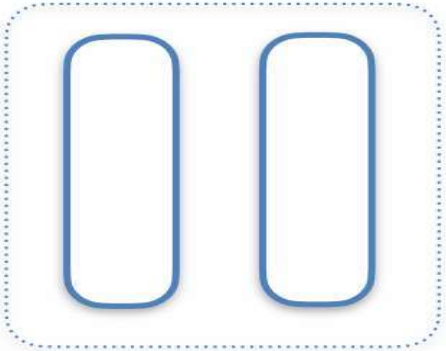


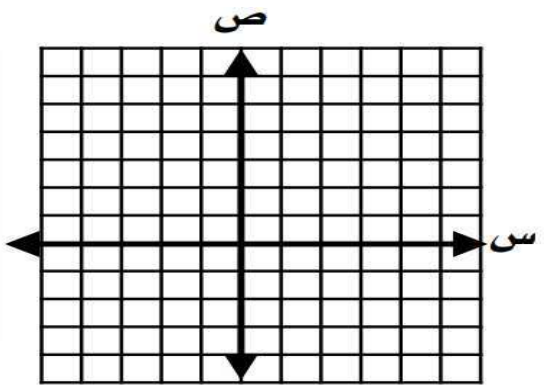
المجال = ...

المدى = ...

المجال = ...

المدى = ...

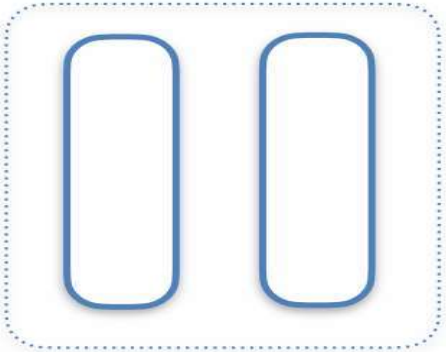


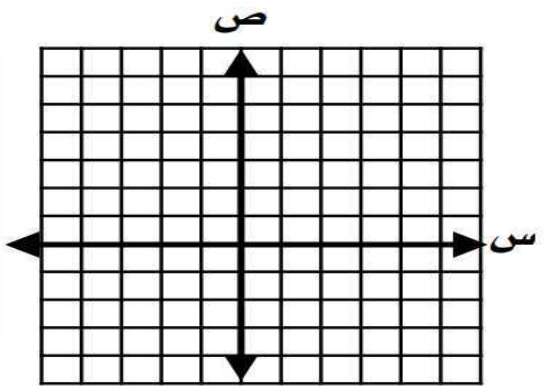


ص	س

المجال = ...

المدى = ...





ص	س

حصة واحدة

٢-٢ الدوال

فيما سبق

درست العلاقات وتمثيلها وتفسيرها.

والآن

- أحدّد ما إذا كانت العلاقة دالة أم لا.
- أجد قيم دالة.

المفردات

الدالة

الدالة المنفصلة

الدالة المتصلة

اختبار الخط الرأسي

الدالة غير الخطية

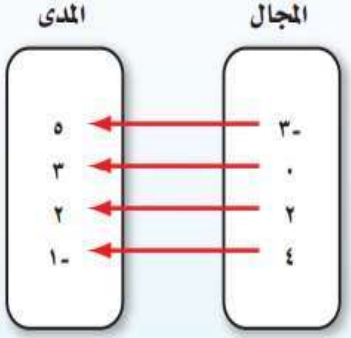
مفهوم أساسي

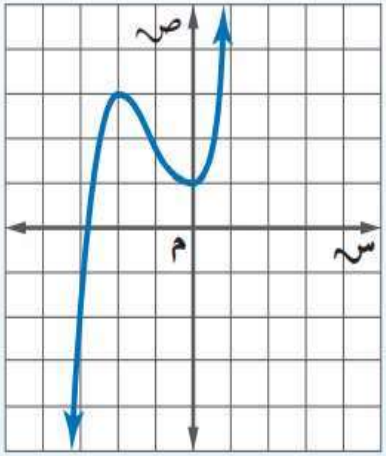
الدالة

مطويتك

التعبير اللفظي: الدالة هي علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط من المدى.

أمثلة:

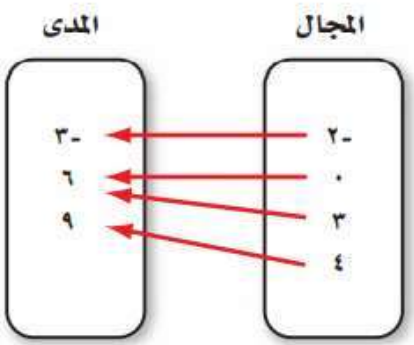




مثال ١ تحديد الدوال

هل تمثّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا ؟ فسّر ذلك.

أ)



ب)

المجال	١	٣	٥	١
المدى	٤	٢	٤	-٤

تحقق من فهمك

١) هل تشكل العلاقة الآتية دالة؟ فسِّر ذلك.

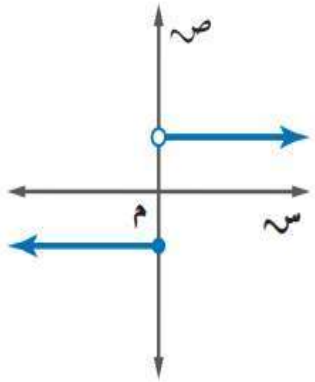
{(٢، ١)، (٣، -٢)، (٣، ١)، (٢، -٢)}

تُسمى الدالة التي تُمثل بيانيًّا بنقاط غير متصلة **دالة منفصلة**.

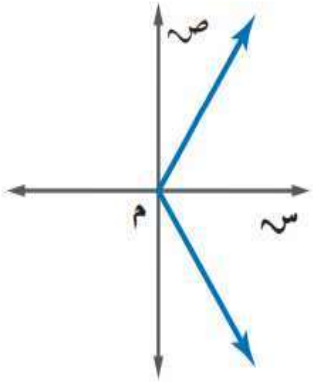
أما الدالة التي تُمثّل بخط أو منحنى دون انقطاع فتُسمى **دالة متصلة**.

يمكنك استعمال **اختبار الخط الرأسي** لتتحقق مما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة أم لا، فإذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإن العلاقة لا تمثل دالة. وإلا فالعلاقة دالة.

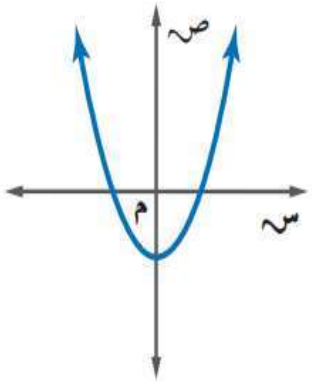
دالة



ليست دالة



دالة



تذكر أن المعادلة هي تمثيل للعلاقة، فإذا كانت العلاقة دالة فإن المعادلة تمثل دالة.

إرشادات للدراسة

اختبار الخط الرأسي

إحدى طرائق إجراء اختبار الخط الرأسي هي استعمال قلم الرصاص. ضع قلمك رأسيًّا على الرسم وتحرك لأعلى ولأسفل. فإذا قطع القلم التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط، فالتمثيل البياني يمثل دالة.

تحقق من فهمك

هل تمثّل كل معادلة فيما يأتي دالة؟

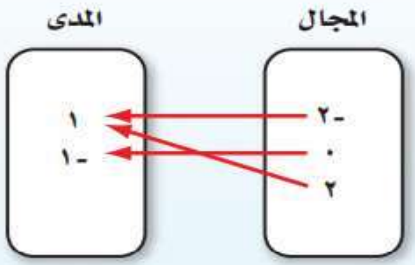
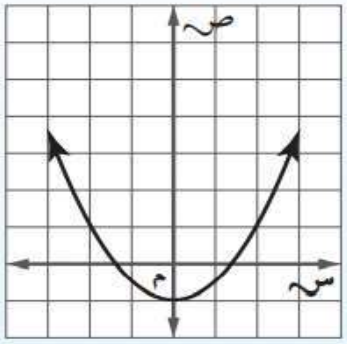
٣أ) ٤س = ٨ **٣ب)** ٤س = ص + ٨

يمكن تمثيل الدالة بطرائق مختلفة.

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

طرائق تمثيل الدالة

الجدول	المخطط السهمي	المعادلة	التمثيل البياني
		د (س) = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} − ١	

إيجاد قيم دالة : يمكن كتابة المعادلات التي تمثل دوال باستعمال **رمز الدالة**. فمثلًا: ص = ٣س−٨ .

المعادلة	رمز الدالة
ص = ٣س − ٨	د(س) = ٣س − ٨

تمثل قيم س في الدالة عناصر المجال، وتمثل قيم د (س) عناصر المدى. فمثلًا د(٥) وتُقرأ "دال ٥" تمثل قيمة الدالة عندما س = ٥ . ويتم إيجادها بتعويض ٥ بدلًا من س في الدالة.

مثال ٤ قيم الدالة

أوجد القيم الآتية للدالة: د(س) = −٤س + ٧ .

أ) د(٢)

ب) د(−٣) + ١

إرشادات للدراسة

إشارة الدالة

يشار إلى الدالة بالرمز د(س) ويقرأ دال سين. ويمكن استعمال حروف أخرى غير حرف الدال مثل جـ أو هـ للتعبير عن الدالة جـ(س) أو هـ(س) وهكذا.

تحقق من فهمك

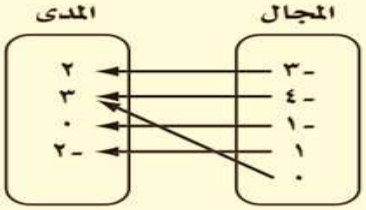
أوجد القيم الآتية للدالة: د(س) = ٢س – ٣ .

٤أ) د(١)　　٤ب) ٦ – د(٥)　　٤جـ) د(–١) + د(٢)

٧	قيمة الدالة د(س)= ٢ س + ٥ عندما س = ٣ هي ١١	نهائي ١٤٤٤ هـ	صح	خطأ

٧	أي العلاقات التالية لاتمثل دالة :			نهائي ١٤٤٤ هـ

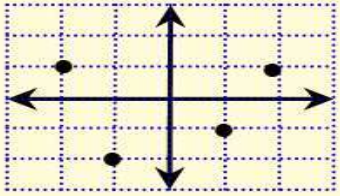
(أ)



(ب)

{(٢، ٤)، (٥، ٧)، (٦ ، ٤)}

(جـ)



(د)

س	ص
٥	٥–
٤	٦
٧	٨
٥	٢

الدالة التي يختلف أس متغيرها عن العدد ١ تُسمى **دالة غير خطية**، وتمثيلها البياني ليس خطًّا مستقيمًا.

مثال ٥ قيم الدالة غير الخطية

إذا كان: هـ(ت)= $-١٦ت^{٢} + ٦٨ت + ٢$، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

أ) هـ(٤)

تحقق من فهمك

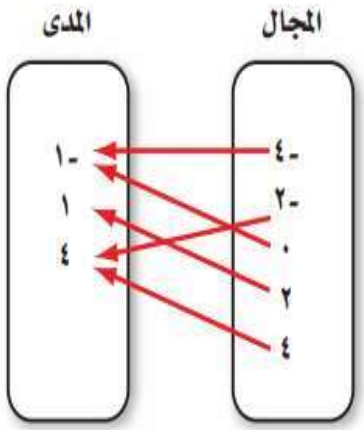
إذا كان د(ت)= $٢ت^{٣}$، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

٥أ) د(٤) **٥ب)** ٣[د(ت)] + ٢ **٥جـ)** د(-٣)- د(١)

تأكد

المثالان ١ ، ٣ هل تمثّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا ؟ فسِّر إجابتك.

١)



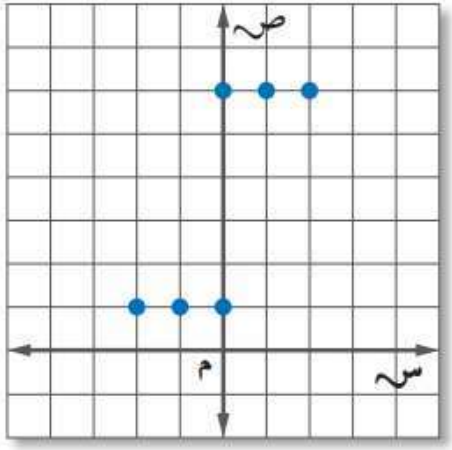
٢)

المجال	المدى
٢	٦
٥	٧
٦	٩
٦	١٠

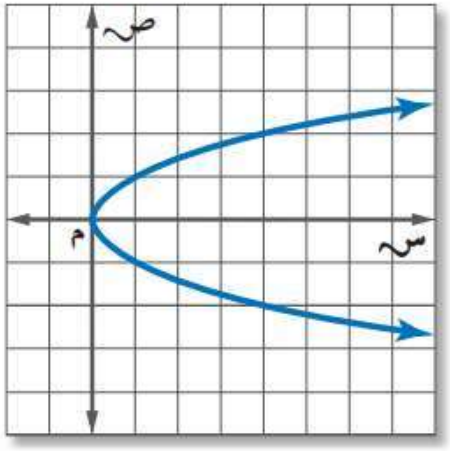
٣) $\{(٢، ٢)، (-١، ٥)، (٥، ٢)، (٢، -٤)\}$

٤) $ص = \frac{١}{٢} س - ٦$

٥)



٦)



المثالان ٤ ، ٥ إذا كان د (س) = ٦س + ٧، هـ (س) = س^{٢} − ٤، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

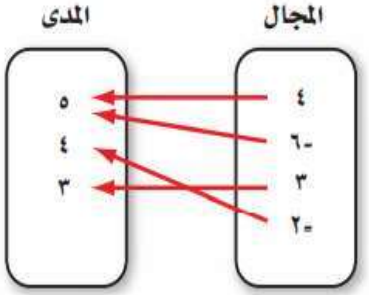
٨) د(−٣)

١١) هـ(٥)

تدرب وحل المسائل

مثال ١ هل تمثِّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسِّر إجابتك.

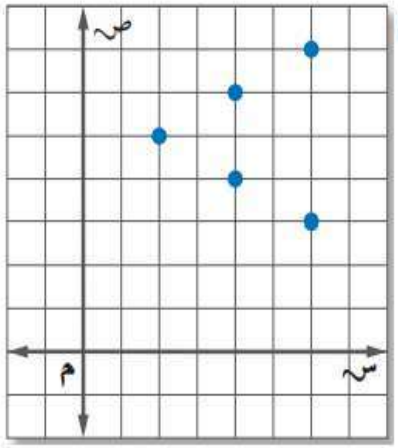
١٧)



١٨)

المجال	المدى
٤	٦
٥-	٣
٦	٣-
٥-	٥

١٩)



	السؤال الأول : ضع علامة ✓ إذا كانت الإجابة صحيحة و علامة ✗ إذا كانت الإجابة خاطئة فيما يلي :	العلامة
١	النظام الاحداثي يتكون من تقاطع خطي أعداد هما المحور الأفقي (السيني) والمحور الرأسي (الصادي)	
٢	في المستوى الإحداثي تحدد كل نقطة بإحداثي سيني أو إحداثي صادي	
٣	نقطة تقاطع المحور السيني مع المحور الصادي تسمى نقطة الأصل	
٤	الزوج المرتب عددان يُكتبان على الصورة (ص , س)	
٥	يسمى المتغير الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة بالمتغير المستقل	
٦	المتغير التابع هو المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل	
٧	يزداد عدد السعرات الحرارية المحروقة بزيادة عدد الدقائق التي تمشي بها (المتغير المستقل هو عدد الدقائق)	
٨	قيم س في العلاقة هي عناصر المجال	
٩	قيم ص في العلاقة هي قيم المدى	

السؤال الثاني : اختر الاجابة الصحيحة فيما يلي :

١ عددان يُكتبان على الصورة (س ,ص) هو :

(أ) الأحداثي السيني	(ب) الأحداثي الصادي	(ج) نقطة الأصل	(د) الزوج المرتب

٢ في العلاقة { (٥، ٢) ، (−٢، ٣) ، (٥ ، −٢) ، (−١ ، −٢) } المجال هو :

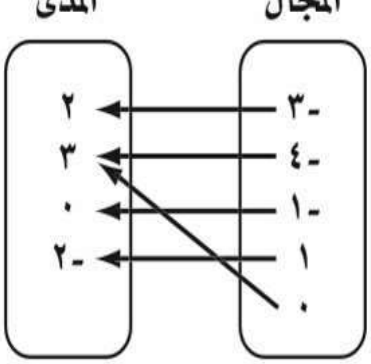
(أ) {٢ ، ٣ ، −٢ }	(ب) {٥ ، −١ ، −٢ }	(ج) {٥ ، ١ ، −٢ }	(د) {٥ ، ٢ ، −٢ }

٣ في العلاقة { (٨ ،٣) ، (−٤، ٠) ، (٦ ، −٥) ، (−٣ ، −١) } المدى هو :

(أ) {٠ ، −١ ، −٥ , ٣ }	(ب) {٨ ، −٤ ،٦ , −٣ }	(ج) {٣ ، ٠ ، −١ }	(د) {٣ ، ٠ ، −١ , −٣ }

السؤال الثالث

في العلاقة الممثلة بالمخطط السهمي المجاور اكتب عناصر العلاقة على شكل ازواج مرتبه ثم أوجد المجال والمدى



.....

.....

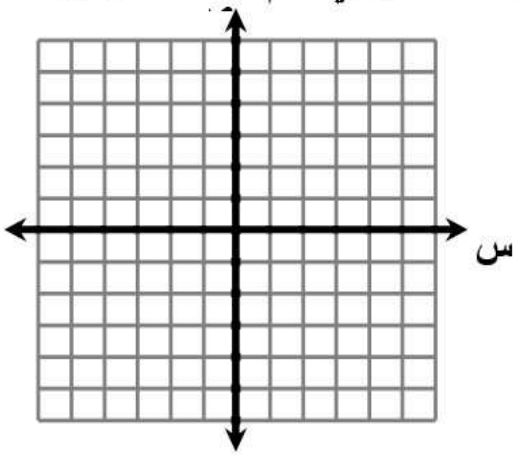
المجال { ..... }

المدى { ..... }

السؤال الرابع

(أ) مثل العلاقة { (٢ , ٦) , (−٥ , ٢) , (١ , −٣) , (٢ , ٣) } بجدول , وبيانيا , وبمخطط سهمي ، ثم أوجد المجال والمدى

س	ص



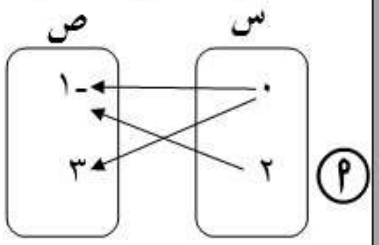
المجال ..... المدى .....

ظلل على الدائرة ✓ إذا كانت الإجابة صحيحة أو على الدائرة ✗ إذا كانت الإجابة خاطئة فيما يلي :		
١	الدالة هي علاقة تربط المدخلات بالمخرجات على أن يكون هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخله	العلامة
٢	الدالة هي علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط في المدى	
٣	تسمى الدالة التي تمثل بيانياً بنقاط غير متصلة بالدالة المتصلة	
٤	اختبار الخط الرأسي يستخدم لتحقق مما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة أم لا	

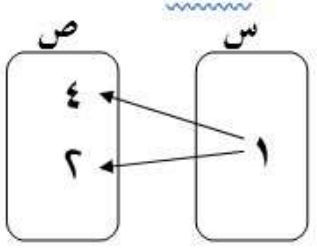
اختر الاجابة الصحيحة فيما يلي :

١ التمثيل البياني الذي يمثل دالة هو :

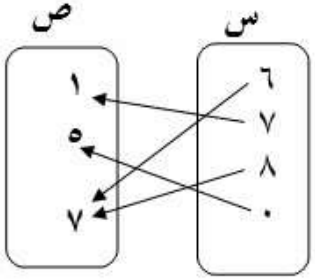
(أ)



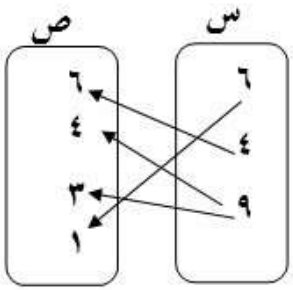
(ب)



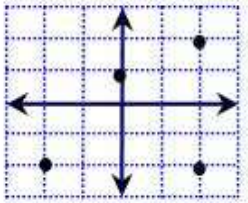
(ج)

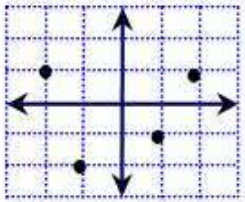


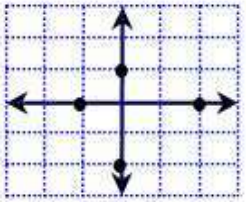
(د)

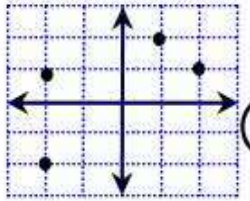


٢ التمثيل البياني الذي يمثل دالة هو :

أ 

ب 

ج 

د 

٣ التمثيل البياني الذي يمثل دالة هو

أ

س	١	٠	٣	٥
ص	٣	٧	٥	١

ب

س	٢	٣	٣	٤
ص	٠	٧	٦	٩

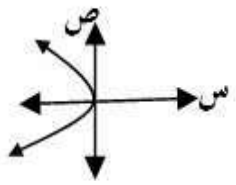
ج

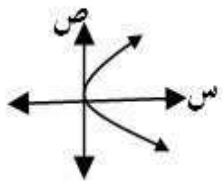
س	١	٢	٣	١
ص	٣	٤	٣	١

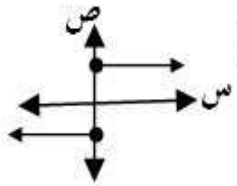
د

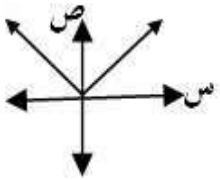
س	١	٨	٣	٠
ص	٣	٧	٥	١

٤ التمثيل البياني الذي يمثل دالة هو :

أ 

ب 

ج 

د 

حصة واحدة

٢-٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

فيما سبق

درست تمثيل العلاقة بين الكميات بالمعادلات.

والآن

- أميِّز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعيها السيني والصادي.
- أمثِّل المعادلات الخطية بيانيًا.

المفردات

المعادلة الخطية
الصورة القياسية
الحد الثابت
المقطع السيني
المقطع الصادي

المعادلة الخطية هي المعادلة التي تمثل بيانيًّا بخطٍّ مستقيم، وتكتب على الصورة: أ س + ب ص = جـ وتسمى **الصورة القياسية** للمعادلة الخطية. ويسمى جـ **الحد الثابت**، وتمثل أ س ، ب ص الحدود الجبرية.

مفهوم أساسي — الصورة القياسية للمعادلة الخطية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: أ س + ب ص = جـ ، أ ≥ ٠ ولا تكون قيمتا أ وَ ب معًا صفرًا . أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر لها ١ .

الأمثلة: في المعادلة: ٣ س + ٢ ص = ٥، أ = ٣ ، ب = ٢ ، جـ = ٥

وفي المعادلة: س = −٧ ، أ = ١ ، ب = صفر ، جـ = −٧

مثال ١ تمييز المعادلات الخطية

حدِّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

أ) ص = ٤ − ٣س

ب) ٦س − س ص = ٤

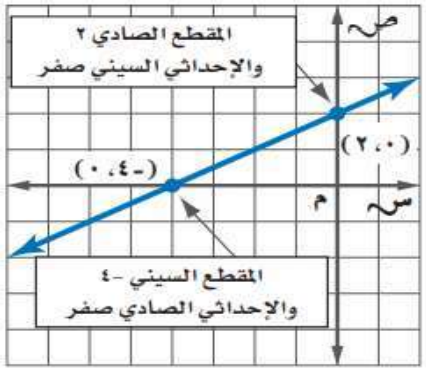
تحقق من فهمك

١أ) $\frac{١}{٣}$ ص = −١

١ب) ص = س^{٢} − ٤

٨	المعادلة التي تمثل دالة خطية هي :			نهائي ١٤٤٤ هـ
	ⓐ س ص = س+٢	ⓑ ٥ س +٧ ص =٨	ⓒ ص = س^{٢} + ٥	ⓓ س +٦ = ص^{٢}

يمكن تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي، ويُسمى الإحداثي السيني للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات **المقطع السيني**، ويُسمى الإحداثي الصادي للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات **المقطع الصادي**.

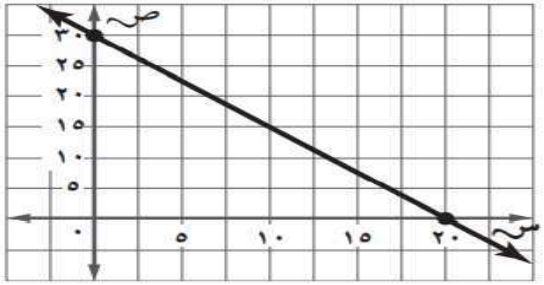


والتمثيل البياني للمعادلة الخطية له على الأكثر مقطع سيني واحدٌ، ومقطع صادي واحدٌ، ما لم تكن المعادلة على النحو س = ٠ ، أو ص = ٠ .

وفي تلك الحالة كل عدد حقيقي هو مقطع صادي أو مقطع سيني على الترتيب.

مثال ٢ من الاختبار

أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانبًا.



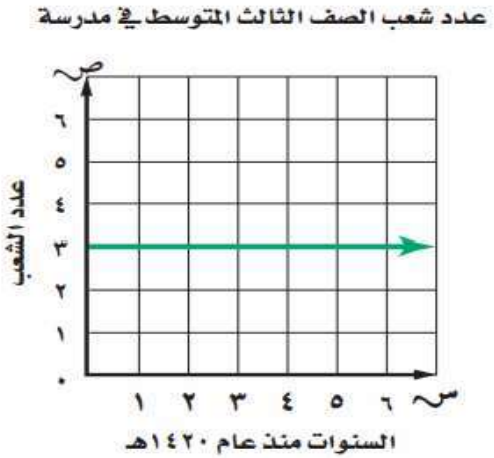
أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣٠.

ب) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي ٣٠.

جـ) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي صفر.

د) المقطع السيني ٣٠، والمقطع الصادي ٢٠.

تحقق من فهمك



٢) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانبًا:

أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣.

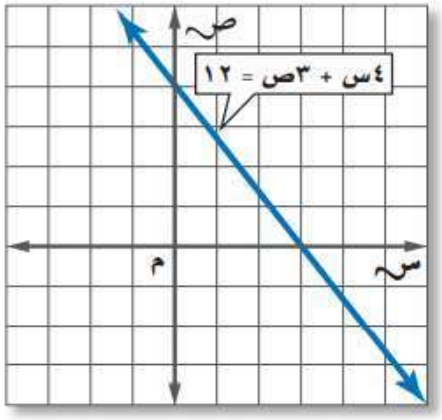
ب) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي صفر.

جـ) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي غير موجود.

د) لا يوجد مقطع سيني، والمقطع الصادي ٣.

المثالان ٢ ، ٣ أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي:

١٥)



١٦)

س	ص
−٣	−١
−٢	٠
−١	١
٠	٢
١	٣

مثال ٣ من واقع الحياة

إيجاد المقطعين السيني والصادي

بركة سباحة: فُرّغت بركة سباحة بمعدّل ٧٢٠ لترًا في الساعة. ويبيِّن الجدول المجاور الدالة التي تربط كمية الماء في البركة، والزمن اللازم لتفريغها.

تفريغ البركة	
الزمن (ساعة)	كمية الماء (لتر)
(س)	(ص)
٠	١٠٠٨٠
٢	٨٦٤٠
٦	٥٧٦٠
١٠	٢٨٨٠
١٢	١٤٤٠
١٤	٠

أ) أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني للدالة.

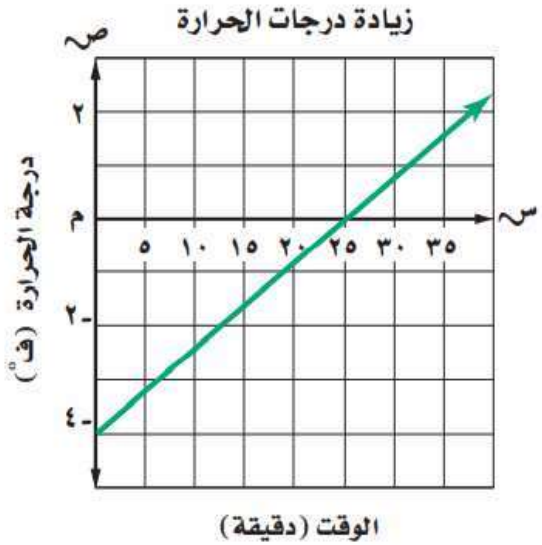
تأكد

مثال ١ حدِّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

١) س = ص − ٥ ٢) −٢س − ٣ = ص ٣) −٤ص + ٦ = ٢ ٤) $\frac{٢}{٣}$ س − $\frac{١}{٣}$ ص = ٢

المثالان ٢ ، ٣ أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منهما:

٥)



٦)

موقع غطاس	
الزمن (ثانية) (س)	العمق (متر) (ص)
٠	−٢٤
٣	−١٨
٦	−١٢
٩	−٦
١٢	٠

٢-٤ حل المعادلات الخطية بيانيًّا

فيما سبق

درست تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا باستعمال الجداول أو المقطعين.

والآن

- أحل المعادلات الخطية بيانيًا.
- أقدّر حل المعادلة الخطية بيانيًا.

المفردات

الدالة الخطية

الدالة المولدة (الأم)

الجذر

الأصفار

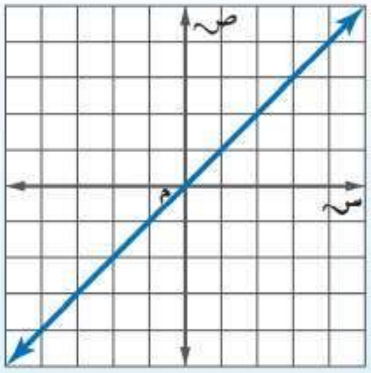
الحل بيانيًا: **الدالة الخطية** هي دالة تمثِّل بيانيًّا بمستقيم.

وأبسط دالة خطية هي د (س) = س، وتسمى **الدالة المولدة (الأم)** لمجموعة الدوال الخطية.

مفهوم أساسي — **الدالة الخطية**

الدالة المولدة (الأم)	د (س) = س
نوع التمثيل البياني	خط مستقيم
المجال	جميع الأعداد الحقيقية
المدى	جميع الأعداد الحقيقية

أضف إلى مطويتك

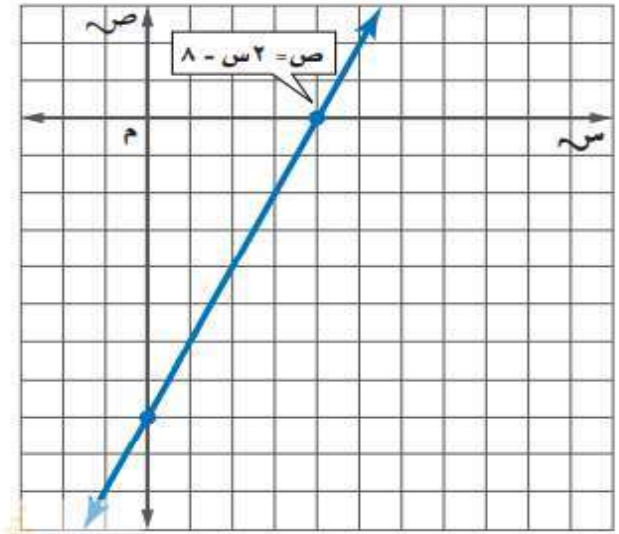


حل المعادلة أو **الجذر** هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة. وللمعادلة الخطية جذر واحد على الأكثر، ويمكنك إيجاد جذر المعادلة بتمثيل الدالة المرتبطة بها، ولكتابة هذه الدالة بمعادلة، عوّض صفرًا بدلًا من د (س).

المعادلة الخطية	الدالة المرتبطة
٢ س – ٨ = ٠	د (س) = ٢ س – ٨ أو ص = ٢ س – ٨

تسمى قيم س التي تجعل د (س) = ٠ **أصفار** الدالة.
ويقع صفر الدالة عند المقطع السيني لها، وجذر المعادلة هو قيمة المقطع السيني؛ ولذا فإن:

- ٤ هو المقطع السيني للمعادلة: ٢س – ٨ = ٠
- ٤ هو حل المعادلة: ٢ س – ٨ = ٠
- ٤ هو جذر المعادلة: ٢ س – ٨ = ٠
- ٤ هو صفر الدالة: د (س) = ٢س – ٨



٢ ـ ٥ معدل التغير والميل

معدّل التغير: **معدّل التغير** هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

معدّل التغير

إذا كانت س هي المتغير المستقل، وص المتغير التابع فإن:

$$\text{معدّل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

فيما سبق

درست تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي.

والآن

- أستعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أجد ميل مستقيم.

المفردات

معدّل التغير

مثال ١ من واقع الحياة إيجاد معدّل التغير

ألعاب مسلية: استعمل الجدول المجاور لإيجاد معدّل التغير، ثم فسِّر معناه.

عدد ألعاب الحاسوب (س)	التكلفة (ريال) (ص)
٢	٧٨
٤	١٥٦
٦	٢٣٤

تحقق من فهمك

١) تبليط: يبيِّن الجدول المجاور كيف تتغير مساحة السطح المبلط مع التغير في عدد البلاطات.

أ) أوجد معدّل التغير.

ب) فَسِّر معنى معدّل التغير.

عدد البلاطات (س)	المساحة المبلطة (سم^٢) (ص)
٣	١٢٠٠
٦	٢٤٠٠
٩	٣٦٠٠

يكون معدل التغير للدالة ثابتًا إذا لم تتغير قيمته بين أي نقطتين على التمثيل البياني لتلك الدالة. والدوال الخطية لها معدّل تغير ثابت.

إرشادات للدراسة

دالة خطية أم غير خطية؟

حتى تكون الدالة خطية يجب أن يكون معدل التغير ثابتًا؛ أي يجب أن يكون التغير في كل من قيم س،ص ثابتًا.

مثال ٣ معدلات التغير الثابتة

حدِّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسِّر إجابتك:

أ)

س	ص
١	٦−
٤	٨−
٧	١٠−
١٠	١٢−
١٣	١٤−

ب)

س	ص
٣−	١٠
١−	١٢
١	١٦
٣	١٨
٥	٢٢

معدل التغير الممثل في الجدول المقابل

س	٣	٦	٩	١٢
ص	١	٦	١١	١٦

أ) $\frac{٣}{٥}$ ب) $-\frac{٣}{٥}$ ج) $-\frac{٥}{٣}$ د) $\frac{٥}{٣}$

تحقق من فهمك

٣أ)

س	ص
−٣	١١
−٢	١٥
−١	١٩
١	٢٣
٢	٢٧

٣ب)

س	ص
١٢	−٤
٩	١
٦	٦
٣	١١
٠	١٦

الجدول الذي يمثل دالة خطية

(أ)

س	٢	٧	١٢	١٨
ص	٠	٢	٤	٦

(ب)

س	−١	١	٢	٣
ص	٥	٨	١١	١٤

(ج)

س	−١	١	٣	٥
ص	٤	٥	٦	٧

(د)

س	٤	٧	١١	١٤
ص	٣	٥	٨	١٠

إيجاد الميل: **ميل** المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير في الإحداثي الصادي إلى التغير في الإحداثي السيني كلما انتقلت من نقطة إلى أخرى. وبالتالي يمكن استعماله لوصف معدل التغير.

إن ميل المستقيم يصف درجة انحداره، وكلما زادت القيمة المطلقة للميل كان المستقيم أشد انحدارًا.

وبما أن معدّل تغير الدالة الخطية ثابت، فيمكنك استعمال أي نقطتين على المستقيم غير الرأسي لتحديد ميله.

مفهوم أساسي

الميل

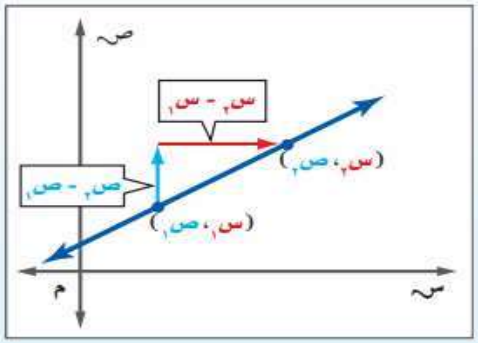
مطويتك

التعبير اللفظي: ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

الرموز: يمكن إيجاد الميل (م) للمستقيم غير الرأسي المار بالنقطتين $(س_1 ، ص_1)$ ، $(س_2 ، ص_2)$ على النحو الآتي:

$$م = \frac{\text{التغير في ص} \rightarrow ص_2 - ص_1}{\text{التغير في س} \rightarrow س_2 - س_1}$$

الرسم



قراءة الرياضيات

تقرأ $ص_1$ على الصورة صاد واحد. وتقرأ $س_2$ على الصورة سين اثنين. ويشير الرقمان ١، ٢ إلى النقطتين الأولى والثانية اللتين ترتبط بهما قيم س، ص.

يمكن أن يكون ميل مستقيم موجبًا أو سالبًا أو صفرًا أو غير مُعرَّف. فإذا لم يكن المستقيم أفقيًّا ولا رأسيًّا، فميله إما موجب وإما سالب.

مثال ٤ الميل الموجب أو السالب أو الصفر

أوجد ميل المستقيم المارّ بكل نقطتين من النقاط الآتية:

أ) (-٢، ٠) ، (١، ٥)

ب) (-٣، ٤) ، (٢، -٣)

تنبيه !

ترتيب: كن حريصًا على عدم تبديل قيم س أو قيم ص.

تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٤أ) (-٤، -٢)، (٠، -٢)

٤ب) (-٢، ٢)، (-٦، ٤)

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٦) (-٤، ٣)، (-٢، ١)

٧) (-٣، ٧)، (-٣، ٤)

مثال ٥ الميل غير المعرّف

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٢ ، ٤)، (-٢ ، -٣):

تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوجين من النقاط الآتية:

٥أ) (٦ ، ٣) ، (٦ ، ٧)

٥ب) (-٣ ، ٢) ، (-٣ ، -١)

وفيما يلي ملخص الرسوم البيانية للمستقيمات المختلفة الميل:

مفهوم أساسي

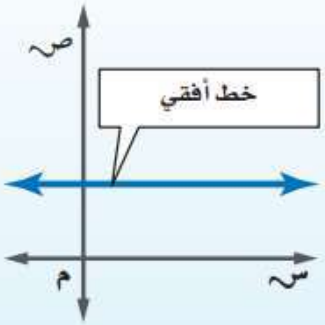
الميل

مطويتك

الميل موجب

الميل سالب

الميل صفر

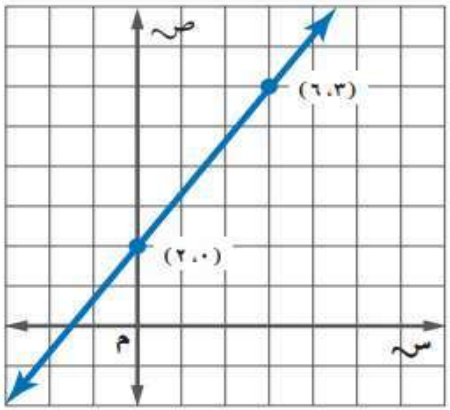


الميل غير معرف

تأكد

مثال ١ أوجد معدّل التغير الممثل في كلٍّ من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:

١)



٢)

س	ص
٣	٦−
٥	٢
٧	١٠
٩	١٨
١١	٢٦

مثال ٣ حدِّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسِّر إجابتك:

٤)

س	٧−	٤−	١−	٢	٥
ص	٥	٤	٣	٢	١

٥)

س	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤
ص	٧	٥	٣	٠	٢−

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

١٥) (٨، -٢)، (١، ١)

١٦) (٢، ٢)، (-٢، -٢)

١٧) (٦، -١٠)، (٦، ١٤)

٦-٢ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

فيما سبق

درست الدوال الخطية

والآن

- أتعرف المتتابعات الحسابية.
- أمثل المتتابعات الحسابية بدوال خطية

المفردات

المتتابعة

الحدّ

المتتابعة الحسابية

الأساس

تعرّف المتتابعات الحسابية: يمكنك ربط نمط زمن الفريق بدوال خطية. و**المتتابعة** هي مجموعة مرتبة من الأعداد ، ويُسمى كل عدد فيها **حدًّا**. انظر إلى النمط في سباق الجري أعلاه وكوّن جدولًا، ثم حلّل البيانات.

المسافة (متر)	٤٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٦٠٠	٢٠٠٠
الزمن (ثواني: دقائق)	١:٣٢	٣:٠٤	٤:٣٦	٦:٠٨	٧:٤٠

+ ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢

وكلما ازدادت المسافة في فترات منتظمة، زاد الزمن بمقدار دقيقة واحدة و ٣٢ ثانية. وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت، فهي **متتابعة حسابية**. ويسمى الفرق بين الحدين المتتاليين **الأساس**، ويرمز إليه بالرمز «د».

مفهوم أساسي

المتتابعة الحسابية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: المتتابعة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى **أساس المتتابعة**.

أمثلة

وتدل النقاط الثلاث المستعملة في المتتابعة على استمرارها على هذا النمط، وتشير إلى وجود المزيد من حدود المتتابعة التي لم تكتب.

إرشادات للدراسة

أساس المتتابعة

إذا كانت حدود المتتابعة الحسابية متزايدة فالأساس موجب، وإذا كانت متناقصة فالأساس سالب.

مثال ١ تمييز المتتابعة الحسابية

حدِّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسِّر إجابتك:

أ) $-٤، -٢، ٠، ٢، \ldots$

ب) $\frac{١}{٢}، \frac{٥}{٨}، \frac{٣}{٤}، \frac{١٣}{١٦}، \ldots$

المتتابعة الحسابية هي :

ⓐ ٥ , ٩ , ١٣ , ١٦ , ...	ⓑ ٣ , ٥ , ٧ , ٩ , ...	ⓒ ٤ , ٨ , ١٦ , ٢٢ , ...	ⓓ -١ , ١ , ٢ , ٣ , ...

تحقق من فهمك

١أ) -٢٦، -٢٢، -١٨، -١٤، ... ١ب) ١، ٤، ٩، ٢٥، ...

يمكن استعمال أساس المتتابعة الحسابية لإيجاد الحد التالي فيها.

مثال ٢ إيجاد الحد التالي

أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة الحسابية: ١٥، ٩، ٣، -٣،....

تحقق من فهمك

٢) أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة الحسابية: ٥, ٩، ١١، ٥, ١٢، ١٤،...

أوجد ثلاثة حدود تلي الحدود في المتتابعة ٨ , ١٩ , ٣٠ , ٤١ , ...			
(أ) ٥٢ , ٦٢ , ٧٣	(ب) ٥١ , ٦٢ , ٧٣	(ج) ٥٢ , ٦٣ , ٧٤	(د) ٥٣ , ٦٤ , ٧٥

أضف إلى
مطويتك

مفهوم أساسي

الحد النوني في متتابعة حسابية

يُعبّر عن الحد النوني لمتتابعة حسابية حدها الأول $أ_1$، وأساسها د بالصيغة: $أ_ن = أ_1 + (ن-1)$ د ،حيث ن عدد صحيح موجب.

مثال ٣

إيجاد الحد النوني

أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: $-١٢، -٨، -٤، ٠، ...$

ب) أوجد الحد التاسع في المتتابعة السابقة.

تحقق من فهمك

بناءً على المتتابعة الحسابية: ٣، −١٠، −٢٣، −٣٦،... أجب عمّا يأتي:

٣أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة.

٣ب) أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.

٣جـ) مثّل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانيًّا.

٣د) ما الحد الذي قيمته (−١١٤)؟

تأكد

مثال ١ حدِّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسِّر إجابتك:

١) ١٨، ١٦، ١٥، ١٣، ...

٢) ٤، ٩، ١٤، ١٩، ...

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

٣) ١٢، ٩، ٦، ٣، ...

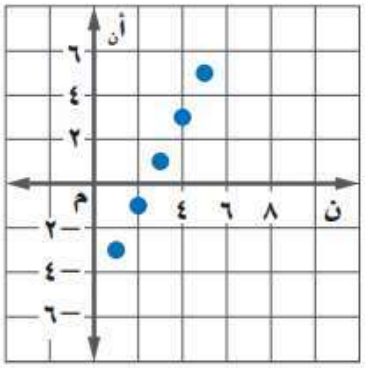
٤) -٢، ٢، ٦، ١٠، ...

مثال ٣ اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثِّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًّا:

١٤) -٣، -٨، -١٣، -١٨، ...

١٥) -٢، ٣، ٨، ١٣، ...

١٩) مستعملًا التمثيل البياني المجاور لمتتابعة حسابية:



أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى.

ب) اكتب معادلة الحد النوني.

جـ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.