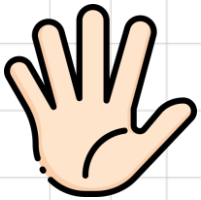
العلاقات والدوال
Relation and Functions

معلمة المادة / تغريد مسعود باجنيد

القوانين الصفية

إستمعي جيداً
لنصائح المعلمة



إرفعي يدك عند
المشاركة

حافظي على الممتلكات
ونظافة فصلك

إعملي مع زميلاتك
كفريق

حل الواجبات وإرسالها
في الوقت المحدد

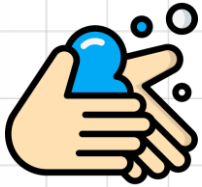
الالتزام بالوقت

الاستعداد الجيد وإبذلي
قصار جهدك

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها اليوم تفيدك غداً

الالتزام بارتداء الكمامة

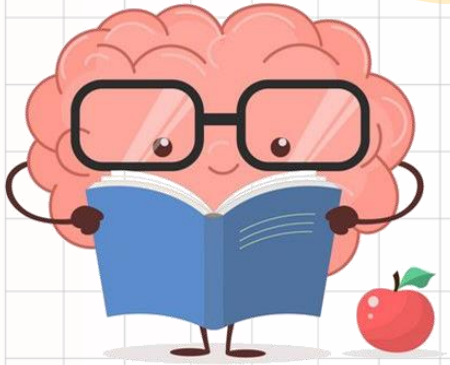
المحافظة على المسافة الأمنة



غسل اليدين وتعقيمها

تجنب المصافحة

الأفكار الرئيسية



1. أحل العلاقات والدوال.
2. استعمل معادلات العلاقات والدوال.

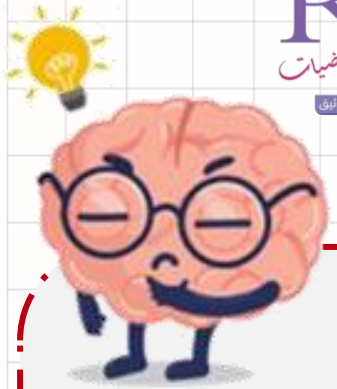
مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



الأهداف التي سيكتسبها الطالب في الدرس

- تحليل العلاقات والدوال.
- استعمال معادلات العلاقات والدوال.
- أن يحلل الطالب العلاقات والدوال.
- أن يستعمل الطالب معادلات العلاقات والدوال.
- أن يستعمل الطالب الدوال المنفصلة والدوال المتصلة لحل مسائل حياتية.
- أن يميز الطالب الدوال المنفصلة والدوال المتصلة.

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

فيما سبق:

درست تحديد كل من مجال ومدى علاقة معطاة.

والآن:

- ✓ أحلل العلاقات والدوال.
- ✓ أستعمل معادلات العلاقات والدوال.

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: العلاقات والدوال

اليوم:

التاريخ:

المفردات

العلاقة المنفصلة

الدالة المتباينة

العلاقة المتصلة

اختبار الخط الرأسي

المتغير المستقل

رمز الدالة

المتغير التابع

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

يبين الجدول أدناه المعدل الشهري التقريبي لأعلى درجة حرارة وأدناها في مدينة الرياض، لاحظ أن معدل كلٍّ من درجتي الحرارة الدنيا والعليا لكل شهر يمكن تمثيله بزوج مرتب. فعلى سبيل المثال، يمكن تمثيل معدلي درجات الحرارة لشهر يناير بالزوج المرتب (9, 20).

معدل درجات الحرارة الشهرية (°C) في مدينة الرياض											
الشهر	يناير	فبراير	مارس	إبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
الدنيا	9	11	15	20	26	28	29	29	26	21	15	11
العليا	20	23	27	33	39	42	43	43	40	35	27	22

العلاقات والدوال

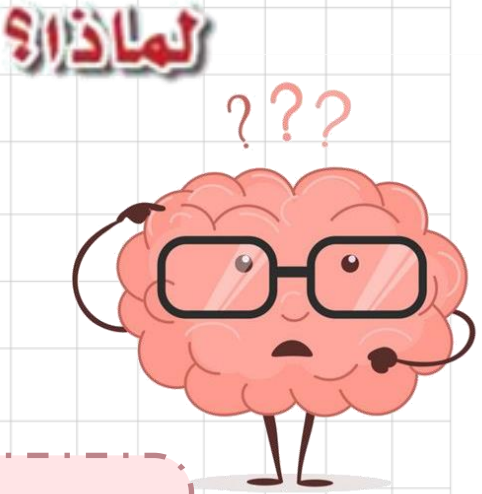
الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



ما معدل أدنى درجة حرارة في شهر مايو؟

كيف تعبر عن معدلي درجتي الحرارة الكبرى والصغرى لشهر نوفمبر في صورة زوج مرتب؟

لماذا تكون متأكداً من أن العدد الثاني في الزوج المرتب لهذه البيانات يكون دائماً أكبر من أو يساوي العدد الأول دائماً؟

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

جدول التعلم

ماذا اعرف؟!	ما أريد أن أعرف؟!	ماذا تعلمت اليوم؟!

المفردات الجديدة:

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

العلاقات والدوال: تذكر أن الدالة هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

مفهوم أساسي

الدالة المتباينة

أضف إلى مطويتك

الدالة المتباينة: هي دالة يرتبط فيها كل عنصر من المجال بعنصر مختلف من المدى، وهذا يعني أنه لايمكن أن يرتبط عنصران من المجال بالعنصر نفسه من المدى.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 1 المجال والمدى

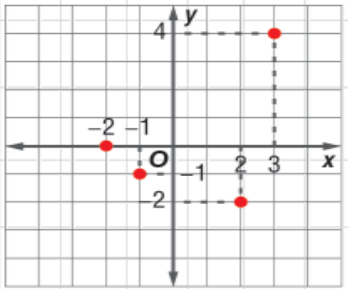
حدِّد مجال كلِّ علاقة فيما يأتي ومداها، وبيِّن ما إذا كانت دالةً أم لا ، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

a) $\{(-6, -9), (-1, 7), (-3, -7), (-5, -9), (-6, -1)\}$

المجال $= \{-6, -5, -3, -1\}$ المدى $= \{-9, -7, -1, 7\}$

هل هي دالة: لا، لأن العنصر -6 في المجال ارتبط بكل من العنصرين -9 ، -1 في المدى.

b)



المجال $= \{-2, -1, 2, 3\}$

المدى $= \{-2, -1, 0, 4\}$

هذه العلاقة دالة؛ لأن كل عنصر في المجال ارتبط بعنصر واحد فقط من المدى. وهي متباينة؛ لأن كل عنصر من المدى ارتبط بعنصر واحد فقط من المجال.

إرشادات للدراسة

العلاقة: تمثل العلاقة عادة على شكل أزواج مرتبة (x, y)، كما يمكن وصفها بعدة طرق أخرى، منها المخطط السهمي، والجدول، والتمثيل البياني.

المجال: مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

المدى: مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

العلاقات والدوال

اليوم:

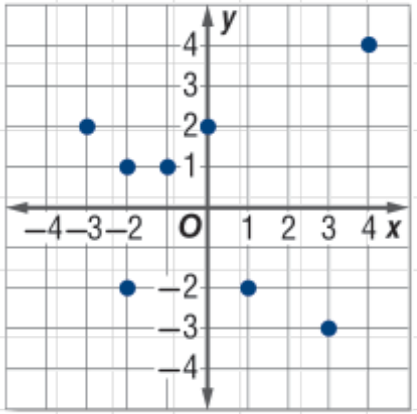
الموضوع:

التاريخ:

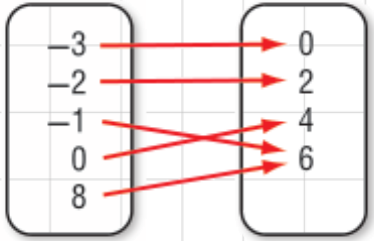
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

(1A



(1B



العلاقات والدوال

الموضوع:

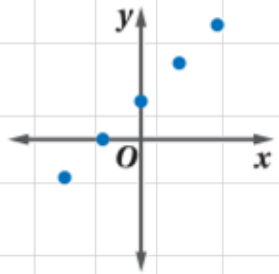
اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

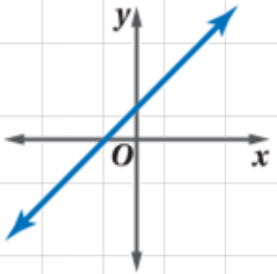
العلاقة التي يكون فيها المجال مجموعة من العناصر المنفردة، وتمثل بيانيًّا بنقاطٍ منفصلةٍ، مثل العلاقة A أدناه تسمى **علاقة منفصلة**. لاحظ أن تمثيلها البياني يتكون من نقاط غير متصلة، والعلاقة التي يكون مجالها فترة جزئية من الأعداد الحقيقية وأمكن تمثيلها بيانيًّا بمستقيم أو بمنحنى متصل مثل العلاقة B أدناه، فإنها تكون **علاقة متصلة**.

العلاقة A



علاقة منفصلة

العلاقة B



علاقة متصلة

إرشادات للدراسة

العلاقة المتصلة

يمكنك تمثيل العلاقة المتصلة بيانيًّا دون رفع القلم عن الورقة.

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

يمكنك استعمال **اختبار الخط الرأسي** مع كل من العلاقات المتصلة والمنفصلة لمعرفة إذا كانت العلاقة دالة أم لا.

مفهوم أساسي

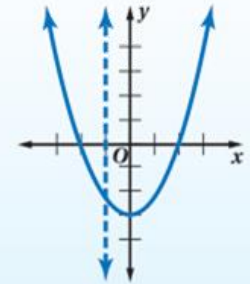
أضف إلى مطويتك

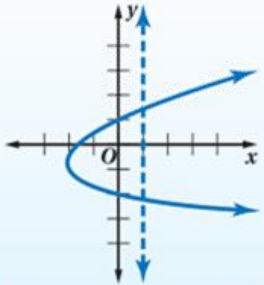
اختبار الخط الرأسي

التعبير اللفظي: إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة، فالعلاقة دالة.

إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.

النموذج:





مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

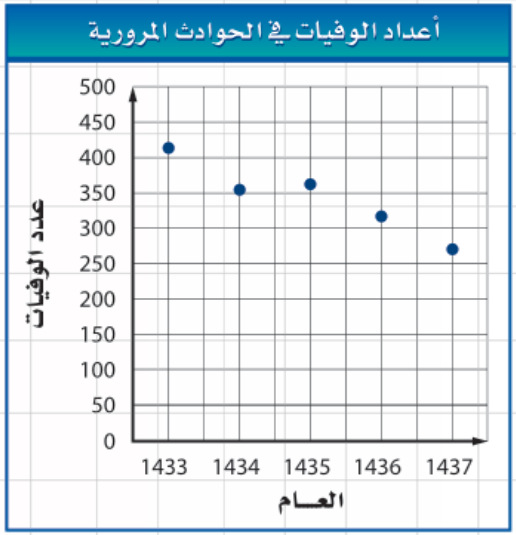
التاريخ:

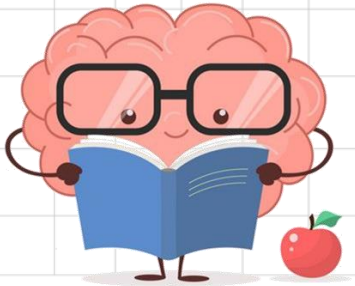
مثال 2 من واقع الحياة

تمييز العلاقة

حوادث المرور: يبين التمثيل البياني المجاور أعداد الوفيات في إحدى مدن المملكة نتيجة الحوادث المرورية من عام 1433 هـ إلى عام 1437 هـ، هل العلاقة التي يمثلها منفصلة أم متصلة؟ وهل تمثل دالة؟

بما أن التمثيل البياني مكون من نقاط منفصلة، فالعلاقة منفصلة. وباستعمال اختبار الخط الرأسي نلاحظ أنه لا يمكن رسم أي خط رأسي يمر بأكثر من نقطة من نقاط التمثيل، إذن فالعلاقة تمثل دالة.





الربط مع الحياة

هل تعلم أن لكل 8 حوادث مرورية في المملكة العربية السعودية يحدث 6 إصابات، بينما النسبة العالمية إصابة واحدة لكل 8 حوادث؟!

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

2) **عمال:** إذا كان عدد العاملين في إحدى المؤسسات في الأعوام من 1433هـ إلى 1438هـ على الترتيب هو: 33, 34, 35, 36, 37, 38. مثّل هذه البيانات بيانيًّا، وهل العلاقة التي تمثلها هذه البيانات منفصلة أم متصلة. وهل تمثل دالة؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

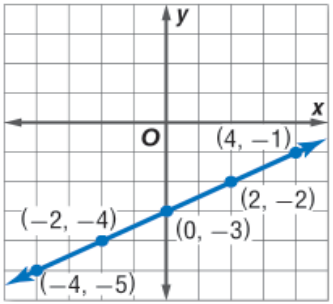
معادلات العلاقات والدوال: يمكنك تمثيل العلاقات والدوال بمعادلات، وقيم المتغيرين x , y في المعادلة هي مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) التي تحقق المعادلة. ومن السهل في أغلب الأحيان تحديد إذا كانت المعادلة تمثل دالة من خلال تمثيلها البياني.

مثال 3 تمثيل العلاقة بيانيًّا

مثِّل المعادلة $y = \frac{1}{2}x - 3$ بيانيًّا، ثم حدِّد مجالها ومداها، وحدِّد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدِّد ما إذا كانت منفصلة أم متصلة.

كوّن جدولًا لبعض القيم التي تحقق المعادلة، ثم مثّل المعادلة بيانيًّا.

x	y
−4	−5
−2	−4
0	−3
2	−2
4	−1



مجال هذه العلاقة ومداها هو مجموعة الأعداد الحقيقية، لأن أي عدد حقيقي يمكن أن يكون الإحداثي x لنقطة ما على المستقيم، كما أن أي عدد حقيقي أيضًا يمكن أن يكون الإحداثي y لنقطة ما على المستقيم.

التمثيل البياني للعلاقة يحقق اختبار الخط الرأسي؛ لذا فإن المعادلة تمثل دالة؛ لأن كل قيمة لـ x ترتبط بقيمة واحدة فقط لـ y،

وحيث إن كل قيمة لـ y مرتبطة بقيمة واحدة فقط لـ x، لذا فالدالة متباينة.

وبما أن التمثيل البياني عبارة عن مستقيم متصل دون انقطاع، فالدالة متصلة.

إرشادات للدراسة

تمثيل الدالة بيانيًّا

لتمثل دالة ما بيانيًّا، أولًا يجب أن تحدّد مجالها (جميع قيم x التي تكون عندها الدالة معرفة أي قيم x التي تكون عندها $f(x) \in \mathbb{R}$، وهذا يمكّنك من معرفة بعض الأزواج المرتبة التي تسهّل عليك تمثيل الدالة بيانيًّا. ثم تحدّد مداها (جميع قيم y التي تقابل قيم x) ويكون من السهل إيجاد المدى من التمثيل البياني، ومن الجدير بالذكر أن المجال والمدى لجميع الدوال الخطية هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

3) $y = x^2 + 1$

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

إذا كانت المعادلة تمثل دالة، فإن المتغير من المجال (غالبًا ما يكون x)، يسمى **المتغير المستقل**. والمتغير الثاني (غالبًا ما يكون y)، يسمى **المتغير التابع** لأن قيمه تعتمد على قيم المتغير x.

المعادلات التي تمثل دوالّ تكتب عادة باستعمال **رمز الدالة**. فالمعادلة $y = 5x - 1$ يمكن كتابتها على الصورة $f(x) = 5x - 1$. وإذا أردنا إيجاد قيمة في المدى ترتبط بالعنصر -6 في مجال الدالة f، فإن هذه القيمة هي $f(-6)$ ويمكن إيجادها بالتعويض عن كل x في المعادلة بالعدد -6؛ لذا فإن $f(-6) = 5(-6) - 1 = -31$.

قراءة الرياضيات

رمز الدالة

يستعمل الرمز $f(x)$ للدوال بدلاً من y، ويُقرأ f لـ x؛ حيث f هو اسم الدالة وليس متغيرًا مضروبًا في x.

مثال 4 إيجاد قيمة الدالة

لتكن $f(x) = 2x^2 - 8$، أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

a) $f(6)$

الدالة الأصلية	$f(x) = 2x^2 - 8$
عوّض	$f(6) = 2(6)^2 - 8$
$6^2 = 36$	$= 2(36) - 8$
بسّط	$= 72 - 8 = 64$

b) $f(2y)$

الدالة الأصلية	$f(x) = 2x^2 - 8$
عوّض	$f(2y) = 2(2y)^2 - 8$
$(2y)^2 = 2^2y^2$	$= 2(4y^2) - 8$
بسّط	$= 8y^2 - 8$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

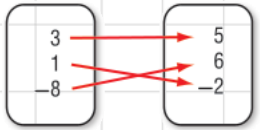
التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

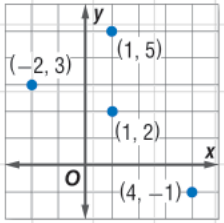
تأكد

مثال 1 حدِّد مجال كل علاقة فيما يأتي ومداها، وبيِّن ما إذا كانت دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟

(1



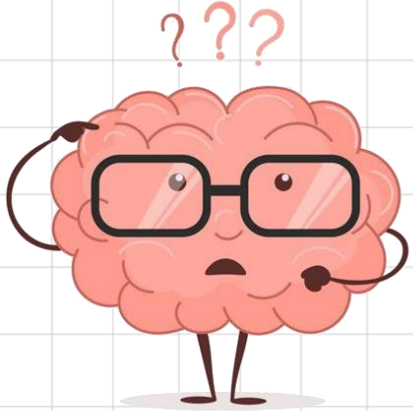
(2



(3

x	y
−2	−4
1	−4
4	−2
8	6

مثال 2



4) **كرة قدم:** يبين الجدول المجاور متوسط عدد الأهداف التي أحرزها فريق كرة قدم في مبارياته خلال 4 مواسم ومتوسط أعمار الفريق في كل موسم.

الموسم	متوسط أعمار الفريق	متوسط عدد الأهداف في الموسم الواحد
1434–1435	22	16.2
1435–1436	23	24.1
1436–1437	24	27.2
1437–1438	25	23.5

a) مثِّل البيانات الواردة في الجدول بيانيًّا، على أن يمثل المحور الأفقي متوسط أعمار الفريق، والمحور الرأسي متوسط عدد الأهداف في كل مباراة.

b) حدِّد كلًّا من المجال والمدى.

c) هل العلاقة التي تمثل البيانات منفصلة أم متصلة؟

d) هل تمثل العلاقة دالة أم لا؟ وضِّح إجابتك.

العلاقات والدوال

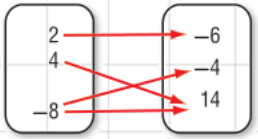
تدرب وحل المسائل

مثال 1 حدِّد مجال كل علاقة فيما يأتي ومداها، وبيِّن ما إذا كانت دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟

11)

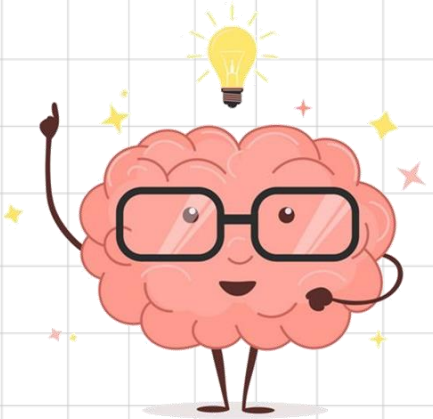
x	y
−0.3	−6
0.4	−3
1.2	−1

12)



13) $\{(3,-4),(-1,0),(3,0),(5,3)\}$

مثال 2



14) سكان: يبين الجدول المجاور عدد الذكور وعدد الإناث في 4 مناطق إدارية مختلفة في المملكة لعام 1438هـ .

المنطقة الإدارية	عدد الذكور	عدد الإناث
المدينة المنورة	1194428	938251
حائل	386210	313564
تبوك	511413	398617
الجوف	289414	219061

a) مثّل البيانات الواردة في الجدول بيانيًّا على أن يمثل المحور الأفقي عدد الذكور والمحور الرأسي عدد الإناث.

b) حدِّد كلًّا من المجال والمدى.

c) هل العلاقة التي تمثل البيانات منفصلة أم متصلة؟

d) هل تمثل العلاقة دالة أم لا؟ وضِّح إجابتك.

مثال 3 مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد مجالها ومداها، وحدِّد إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدِّد إن كانت منفصلة أم متصلة.

15) $y=-5x^2$

16) $y=4x^2-8$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل مهارات التفكير العليا

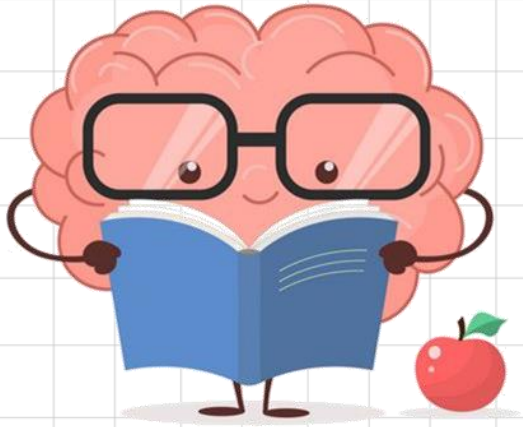
28) اكتشف الخطأ: أوجد كل من أحمد وخالد قيمة $f(3d)$ حيث $f(x) = -4x^2 - 2x + 1$. فأيٌّ منهما حله صحيح؟ وضِّح إجابتك.

أحمد

$$f(3d) = -4(3d)^2 - 2(3d) + 1$$
$$= -4(9d^2) - 6d + 1$$
$$= -36d^2 - 6d + 1$$

خالد

$$f(3d) = -4(3d)^2 - 2(3d) + 1$$
$$= 12d^2 - 6d + 1$$



29) مسألة مفتوحة: مثِّل كلًّا من العلاقات الآتية بيانيًّا:

a) سرعة سيارة متجهة نحو نقطة معينة وزمنها إذا علمت أنها توقفت عند إشارتين ضوئيتين.

b) طول شخص وعمره في الفترة من 5 سنوات إلى 60 سنة.

c) درجة الحرارة في أحد الأيام خلال الفترة من الساعة 6 صباحًا إلى الساعة 11 مساءً.

30) تحدَّ: إذا كانت $f(x), g(x)$ دالتين بحيث $g(b) = 51, f(b) = 31, g(a) = 33, f(a) = 19$. وكانت $a = 5, b = 8$ فأوجد دالتين $f(x), g(x)$ تحقِّقان المعطيات السابقة.

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تدريب على اختبار

32) تحتوي بركة سباحة على 19500 جالون من الماء إذا تم تفريغها بمعدل 6 جالونات لكل دقيقة. فأي المعادلات الآتية تمثل عدد جالونات الماء g المتبقية في البركة بعد m دقيقة؟

A $g = 19500 - 6m$

B $g = 19500 + 6m$

C $g = \frac{19500}{6m}$

D $g = \frac{6m}{19500}$

33) إذا كان $g(x) = x^2$، فأي عبارة مما يأتي تساوي $g(x + 1)$؟

A 1

B $x^2 + 1$

C $x^2 + 2x + 1$

D $x^2 - x$

العلاقات والدوال

الموضوع:

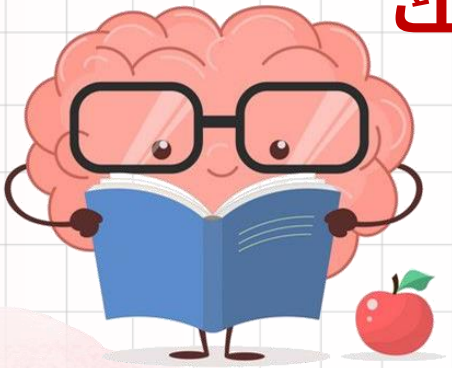
اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إذا أردت أن تكون متفوّقاً؛ فاحرص

على واجباتك لتنجح في دراستك



العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

اختاري الوجه التعبيري المناسب و اجيبي عن السؤال المرفق معه بالدردشة

لدي سؤال

اليوم تعلمت

لم أفهم

الجزء الذي أعجبني من الدرس

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

العلاقات والدوال

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

الواجب

الموضوع: العلاقات والدوال

اليوم:

التاريخ:

إنتهى درس اليوم