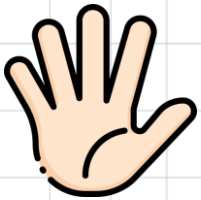
دوال خاصة
Special Functions

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

القوانين الصفية

إستمعي جيداً لنصائح المعلمة



إرفعي يدك عند المشاركة

حافظي على الممتلكات ونظافة فصلك

إعملي مع زميلاتك كفريق

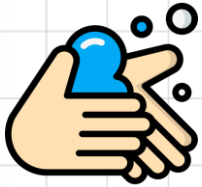
حل الواجبات وإرسالها في الوقت المحدد

الالتزام بالوقت

الاستعداد الجيد وإبذلي قصار جهدك

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها اليوم تفيدك غداً

تجنب المصافحة

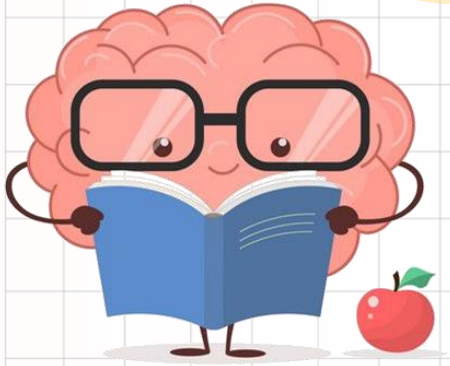


غسل اليدين وتعقيمها

المحافظة على المسافة الأمنة

الالتزام بارتداء الكمامة

الأفكار الرئيسية



1. أكتب الدوال متعددة التعريف وأمثلها بيانياً.

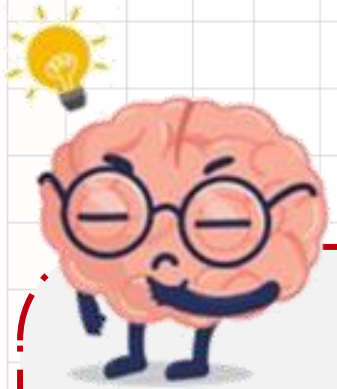
2. أكتب الدوال الدرجية ودوال القيمة المطلقة وأمثلها بيانياً.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اليوم:

التاريخ:

الموضوع: دوال خاصة



الأهداف التي سيكتسبها الطالب في الدرس

- كتابة الدوال المتعددة التعريف وتمثيلها بيانيا.
- كتابة الدوال الدرجية وتمثيلها بيانيا.
- كتابة دوال القيمة المطلقة وتمثيلها بيانيا.
- أن يكتب الطالب الدوال المتعددة التعريف ويمثلها بيانيا.
- أن يكتب الطالب الدوال الدرجية ودوال القيمة المطلقة ويمثلها بيانيا.

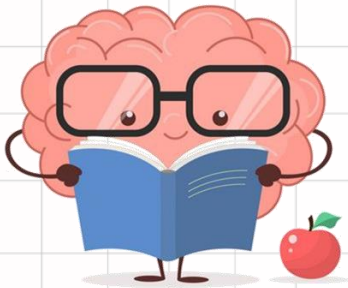
دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

جدول التعلم



ماذا اعرف؟!	ما أريد أن أعرف؟!	ماذا تعلمت اليوم؟!

المفردات الجديدة:

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

فيما سبق:

درست حل المعادلات تتضمن القيمة المطلقة.

والآن:

- ✓ اكتب الدوال المتعددة التعريف وأمثلها بيانياً.
- ✓ اكتب الدوال الدرجية ودوال القيمة المطلقة وأمثلها بيانياً.

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

المفردات

الدالة المتعددة التعريف

الدالة الدرجية

الدالة المتعددة التعريف الخطية

دالة أكبر عدد صحيح

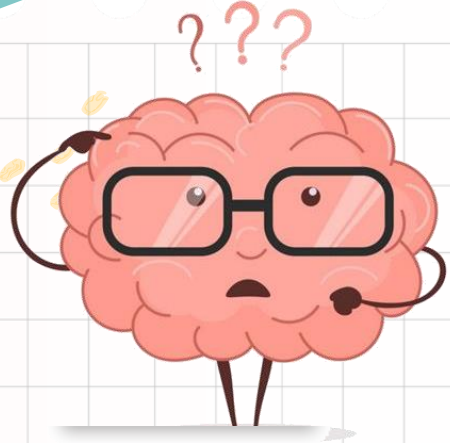
دالة القيمة المطلقة

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

السمنة حالة مرضية يمكن تعريفها طبيًّا أنها زيادة الدهون في الجسم، وتنتج السمنة عن أخذ مقدار طاقة أكبر من حاجة الجسم دون استهلاكها.
ويبين الجدول المجاور نسب المصابات بالسمنة لفئات عمرية مختلفة في المملكة.

نسب المصابات بالسمنة في المملكة حسب الفئة العمرية

من	إلى	النسبة
15	24	19%
25	34	38%
35	44	53%
45	54	58%
55	64	49%

المصدر: مسح المعلومات الصحية في المملكة، وزارة الصحة، 1435 هـ

دوال خاصة

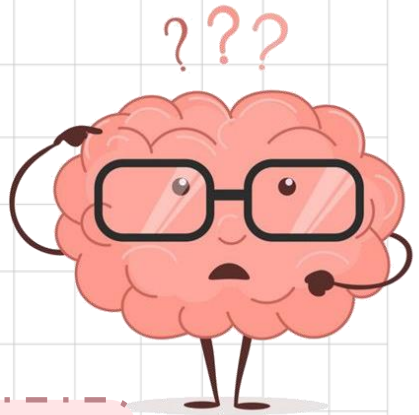
الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟



ما نسبة المصابين بالسمنة في الفئة العمرية من 25 إلى 34 سنة؟

أي الفئات العمرية فيها نسبة 58% المصابات بالسمنة؟

دوال خاصة

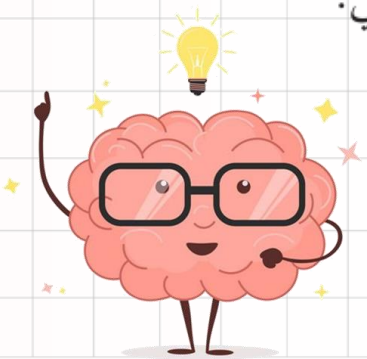
الموضوع:

اليوم:

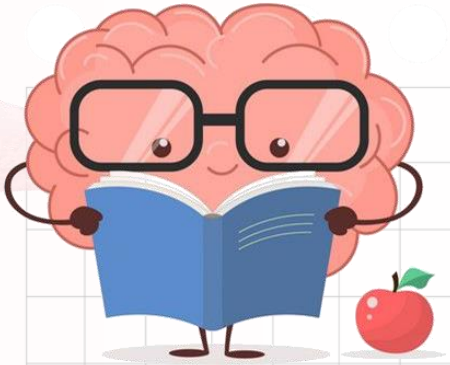
التاريخ:

الدالة المتعددة التعريف: الدالة التي تربط بين العمر ونسبة المصابات بالسمنة ليست خطية؛ لأن كل فترة من مجال الدالة معرّفة بعبارة مختلفة، فالدالة التي تكتب باستعمال عبارتين أو أكثر تسمى **دالة متعددة التعريف**.

وعند تمثيل الدالة المتعددة التعريف بيانيًّا توضع دائرة صغيرة مظلّلة عند الطرف لتشير إلى أن النقطة تنتمي إلى التمثيل البياني، وتوضع دائرة غير مظلّلة لتشير إلى أن النقطة لا تنتمي إلى التمثيل البياني.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

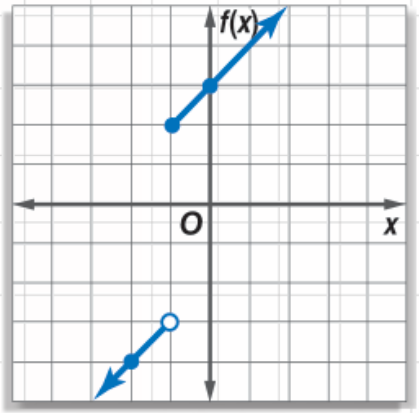
التاريخ:

مثال 1

تمثيل الدالة متعددة التعريف

مثّل الدالة $f(x)=\begin{cases} x-2 & , \quad x<-1 \\ x+3 & , \quad x\geq -1 \end{cases}$ بيانيًّا.

ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداها.



مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

الخطوة 1: مثّل $f(x) = x - 2$ بيانيًّا عندما $x < -1$.

احسب قيمة المقدار $x - 2$ عندما $x = -1$، وعند قيمة أخرى لِـ x أقل من -1 ولتكن -2

$$f(x) = x - 2 \qquad f(x) = x - 2$$
$$f(-1) = (-1) - 2 = -3 \qquad f(-2) = (-2) - 2 = -4$$

حدِّد النقطتين $(-2, -4)$, $(-1, -3)$ وصل بينهما بنصف مستقيم

وبما أن العدد -1 لا يحقق المتباينة لذا نبدأ بدائرة غير مظللة عند النقطة $(-1, -3)$.

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

الخطوة 2: مثّل $f(x) = x + 3$ بيانيًّا عندما $x \geq -1$.

احسب قيمة المقدار $x + 3$ عندما $x = -1$ ، وعند قيمة أخرى لِـ x أكبر من -1 ولتكن 0

$$f(x) = x + 3 \qquad f(x) = x + 3$$

$$f(-1) = (-1) + 3 = 2 \qquad f(0) = (0) + 3 = 3$$

حدِّد النقطتين $(0, 3)$,$(-1, 2)$ وصل بينهما بنصف مستقيم.

وبما أن العدد -1 يحقق المتباينة، لذا نبدأ بدائرة مظلّلة عند النقطة $(-1, 2)$.

وبما أن الدالة معرّفة عند جميع قيم x، لذا فالمجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

قيم $f(x)$ للأزواج المرتبة في التمثيل البياني للدالة هي جميع الأعداد الحقيقية الأقل من -3 وكل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 2 ، لذا فإن المدى هو $\{f(x) \mid f(x) < -3$ أو $f(x) \geq 2\}$

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

1) $f(x) = \begin{cases} x + 2 & , x < 0 \\ x & , x \geq 0 \end{cases}$.

تمثّل الدوال المتعددة التعريف غالبًا بعدة دوال خطية. وتسمى حينئذٍ **الدالة المتعددة التعريف الخطية** .

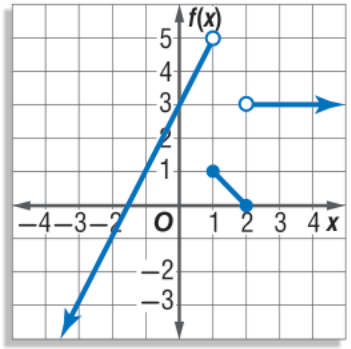
إرشادات للدراسة

تمثيل الدوال المتعددة التعريف بيانيًا

قد تكون الدوال المتعددة التعريف متصلة أو غير متصلة.

مثال 2 كتابة الدالة المتعددة التعريف

اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور.



اكتب الدالة التي تمثل كل جزء في التمثيل البياني.

الجزء الأيسر يمر بالنقطتين $(-2, -1), (0, 3)$ ، وميله $2 (= \frac{-1-3}{-2-0})$ ،

وباستعمال صيغة الميل ونقطة مثلًا، فإن هذا الجزء تمثله الدالة $f(x) = 2x + 3$، $(f(x) - 3 = 2(x - 0))$ ، ولوجود دائرة غير مظللة عند النقطة $(1, 5)$، فإن هذا يعني أن الدالة معرّفة على الفترة $\{x|x < 1\}$.

وبالطريقة نفسها فإن الجزء الأوسط تمثله الدالة $f(x) = -x + 2$.

وتوجد دائرتان مظللتان عند النقطتين $(1, 1)$ و $(2, 0)$، وهذا يعني أن الدالة معرّفة على الفترة $\{x|1 \le x \le 2\}$.

كذلك الجزء الأيمن تمثله الدالة $f(x) = 3$. وتوجد دائرة غير مظلّلة عند النقطة $(3 , 2)$.

وهذا يعني أن الدالة معرّفة على الفترة $\{x|x > 2\}$، ونكتب الدالة المتعددة التعريف على النحو الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 , & x < 1 \\ -x + 2 , & 1 \le x \le 2 \\ 3 , & x > 2 \end{cases}$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

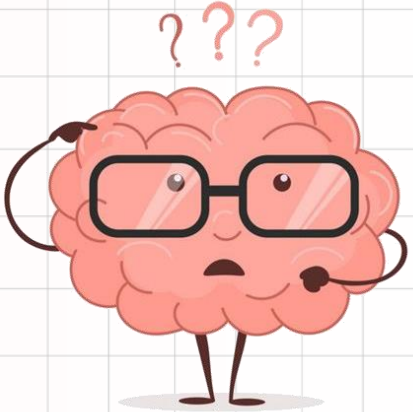
دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق: يبين التمثيل البياني نصف مستقيم ميله موجب عندما تكون $x < 1$. ويبين أيضًا قطعة مستقيمة ميلها سالب عندما تكون $1 \leq x \leq 2$ ونصف مستقيم آخر ميله صفر عندما تكون $x > 2$. لذا يكون تعريف الدالة منطقيًّا للتمثيل البياني المعطى.



مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

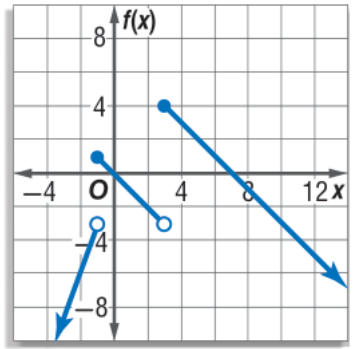
الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

2) اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

الدالة الدرجية: من الدوال المتعددة التعريف الخطية الشهيرة **الدالة الدرجية** التي تتكون من قطع مستقيمة أفقية، وقد سُميت بهذا الاسم لأن تمثيلها البياني يشبه الدرج، كما أن **دالة أكبر عدد صحيح** التي تكتب على الصورة $f(x) = [x]$، هي مثال على الدالة الدرجية؛ حيث يعني الرمز $[x]$ أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي x. فعلى سبيل المثال: $[3.25] = 3$ وكذلك $[-4.6] = -5$.

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

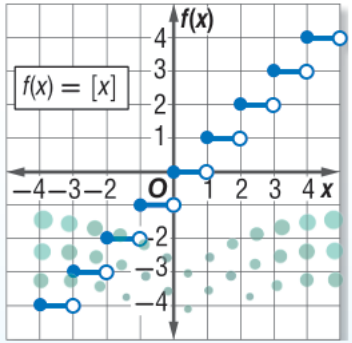
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

دالة أكبر عدد صحيح

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = [x]$، وتُعرّف على النحو التالي:

$$f(x) = \begin{cases} \vdots & \vdots \\ -1 & -1 \le x < 0 \\ 0 & 0 \le x < 1 \\ 1 & 1 \le x < 2 \\ 2 & 2 \le x < 3 \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$



شكل التمثيل البياني: قطع مستقيمة أفقية.

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الصحيحة

المقطعان: $f(x) = 0$ حيث $0 \le x < 1 , x = 0$

وزارة التعليم
Ministry of Education
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 3 من واقع الحياة

عقار: يتقاضى مجمع للشقق المفروشة 300 ريال مقابل تأجير الشقة ليوم واحد أو جزء منه، و250 ريالًا مقابل تأجير الشقة ذاتها لأي يوم إضافي أو جزء منه. اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف ومثلها بيانيًّا.

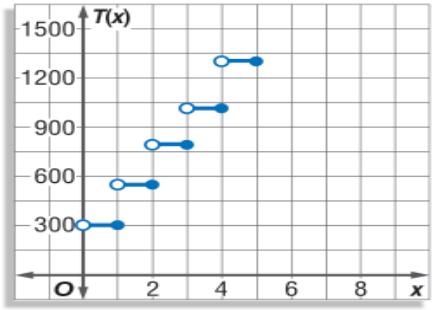
افهم: **المعطيات:** أجرة الشقة لليوم الأول أو لجزء منه هي 300 ريال، وأجرة أي يوم إضافي أو جزء منه بعد اليوم الأول 250 ريالًا.

المطلوب: كتابة الدالة التي تمثل الموقف، وتمثيلها بيانيًّا.

خطط: كوِّن جدولًا يمثل الموقف؛ لتكتشف النمط، وتكتب الدالة وتمثلها بيانيًّا.

حل: إذا كان زمن التأجير أكبر من 0 يوم وأقل من أو يساوي يومًا، فإن الأجرة هي 300 ريال. وإذا كان الزمن أكبر من يوم وأقل من أو يساوي يومين فإن الأجرة هي 550 ريالًا وهكذا، لذا استعمل نمط الزمن مع الأجرة لعمل الجدول التالي، حيث x هي عدد أيام تأجير الشقة. و $T(x)$ هي أجرة الشقة، ثم مثّله بيانيًّا.

x	$0 < x \leq 1$	$1 < x \leq 2$	$2 < x \leq 3$	$3 < x \leq 4$	$4 < x \leq 5$
T(x)	300 ريال	550 ريالًا	800 ريال	1050 ريالًا	1300 ريال



وعليه فإن الدالة المطلوبة وتمثيلها البياني يكونان كما يلي:

$$T(x) = \begin{cases} 300 & 0 < x \leq 1 \\ 550 & 1 < x \leq 2 \\ 800 & 2 < x \leq 3 \\ 1050 & 3 < x \leq 4 \\ 1300 & 4 < x \leq 5 \\ \vdots & \end{cases}$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق: بما أن المجمع يحوّل أي كسر للعدد الصحيح التالي، فإن كل قطعة مستقيمة ستحتوي على دائرة غير مظلّلة عن يسارها، وأخرى مظلّلة عن يمينها كما في الشكل.

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

3) **إعادة تدوير الورق:** تدفع شركة لإعادة تدوير الورق 25 ريالًا عن كل صندوق من الورق يتم إحضاره للشركة ولا تدفع أي شيء مقابل أي صندوق غير ممتلئ بالكامل. اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف ومثِّلها بيانيًّا.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

وهناك نوع آخر من الدوال المتعددة التعريف يسمى **دالة القيمة المطلقة** وهي الدالة التي تحتوي على عبارة جبرية يستعمل فيها رمز القيمة المطلقة.

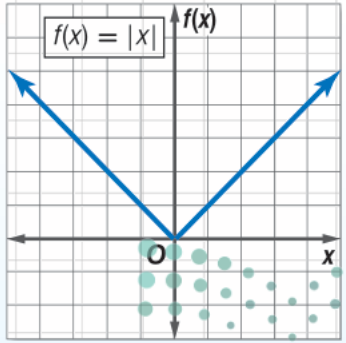
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

دالة القيمة المطلقة

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = |x|$ ، وتُعرّف على النحو الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} x & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \\ -x & , \quad x < 0 \end{cases}$$



شكل التمثيل البياني: على شكل حرف V

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة

المقطعان: $x = 0, f(x) = 0$

ولايمكن أن تكون: $f(x) < 0$

وزارة التعليم
Ministry of Education

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مثال 4 دالة القيمة المطلقة

مثّل الدالة $f(x) = |2x| - 4$ بيانيًّا، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها.

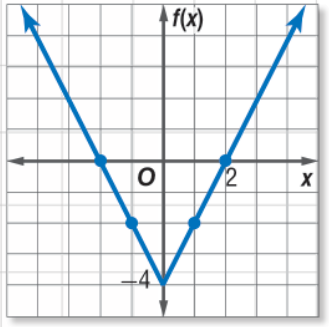
1) اجعل ما بداخل القيمة المطلقة يساوي الصفر، أي $2x = 0$ أو $x = 0$

2) كوّن جدولًا للقيم، يحوي قيمًا لِـ x أكبر من 0 وقيمًا أصغر من 0

x	$\|2x\| - 4$
−2	0
−1	−2
0	−4
1	−2
2	0

3) مثّل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي.

4) صل بين النقاط.



المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية، والمدى هو $\{f(x) \mid f(x) \geq -4\}$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(4A $f(x) = |x - 2|$

(4B $f(x) = -|x| + 1$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

تأكد

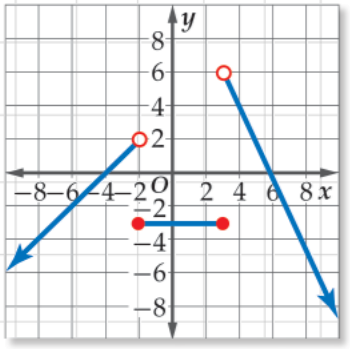
مثال 1 مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها:

(1 $f(x)=\begin{cases} -3 , & x\le -4 \\ x , & -4<x<2 \\ -x+6 , & x\ge 2 \end{cases}$

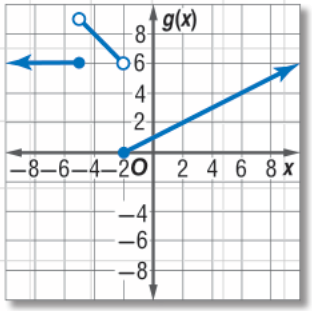
(2 $f(x)=\begin{cases} 8 , & x\le -1 \\ 2x , & -1<x<4 \\ -4-x , & x\ge 4 \end{cases}$

مثال 2 اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في كلٍّ ممَّا يأتي:

(3



(4



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

تدرب وحل المسائل

مثال 1 مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداها:

(12

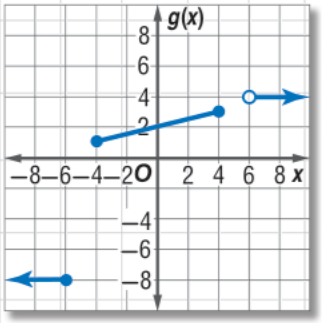
$$f(x)=\begin{cases} -3x, & x \le -4 \\ x, & 0 < x \le 3 \\ 8, & x > 3 \end{cases}$$

(13

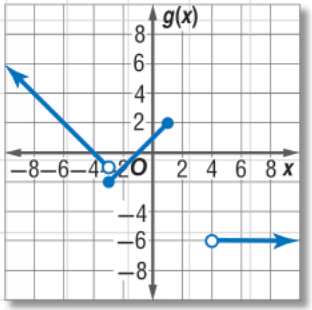
$$f(x)=\begin{cases} 2x, & x \le -6 \\ 5, & -6 < x \le 2 \\ -2x+1, & x > 4 \end{cases}$$

مثال 2 اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في كلٍّ ممَّا يأتي:

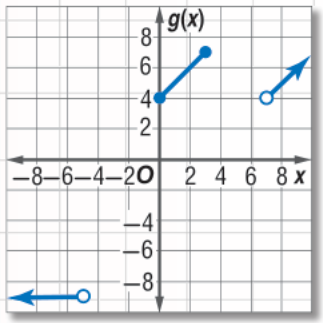
(14



(15



(16



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

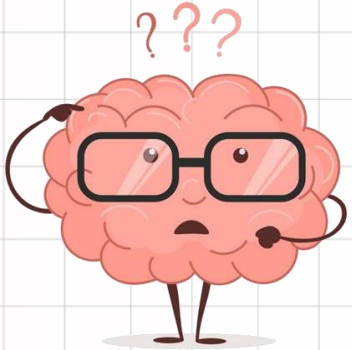
دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مسائل مهارات التفكير العليا



(32) **مسألة مفتوحة:** اكتب علاقة باستعمال القيمة المطلقة بحيث يكون المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة والمدى هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

(33) **تحد:** مثّل المعادلة $|y| = 2|x + 3| - 5$ بيانيًّا.

(34) **تبرير:** أعط مثالًا مضادًّا للجملة الآتية، وفسِّر إجابتك.

"حتى تجد أكبر عدد صحيح لعدد غير صحيح x، فإنك تقرِّب x إلى أقرب عدد صحيح"

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تدريب على اختبار

37) إجابة قصيرة: ما العبارة التي تعطي الحد النوني للنمط في الجدول التالي؟

2	4	6	8	n
7	13	19	25	?

38) أيّ دالة مما يأتي يكون فيها $f\left(-\frac{1}{2}\right) \neq -1$؟

A $f(x) = 2x$

B $f(x) = |-2x|$

C $f(x) = [x]$

D $f(x) = [2x]$

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

لكي ننجح علينا أولاً أن نؤمن أنه بمقدرونا تحقيق النجاح.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

اختاري الوجه التعبيري المناسب و اجيبي عن السؤال المرفق معه بالدردشة

لدي سؤال

اليوم تعلمت

لم أفهم

الجزء الذي أعجبني من الدرس

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دوال خاصة

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

الواجب

الموضوع: دوال خاصة

اليوم:

التاريخ:

إنتهى درس اليوم