

تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة

رياضيات ٢ - ١

١-٤

تمثيل المتباينات الخطية و متباينات القيمة المطلقة

المفردات

نظام متباينات خطية
System of liner inequalities

الآن

- أحل نظام متباينات خطية
- أحدد احداثيات النقاط التي تمثل رؤوس منطقة الحل .

فيما سبق

درست حل نظام معادلتين خطيتين بيانياً

لماذا؟



دعا تركي زملاءه إلى وجبة من الفطائر والعصير الطبيعي، ورصد لتلك الدعوة مبلغ 150 ريالاً فقط.

ويمكنه أن يستعمل المتباينة الخطية: $6p + 5d \leq 150$ حيث p عدد الفطائر و d عدد أكواب العصير؛ للتأكد من أن سعر عدد معين من الفطائر وأكواب العصير سيكون ضمن ميزانيته.

١/ اشرح ماتعنيه المتباينة $6p + 5d \leq 150$

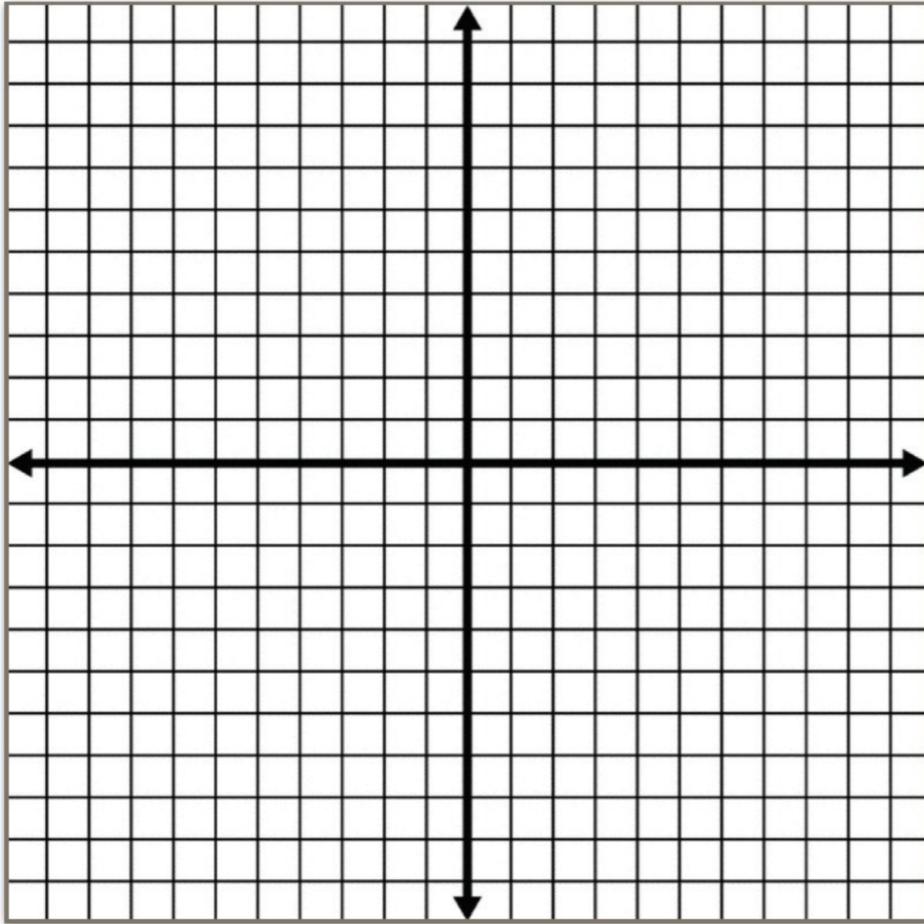
٢/ هل لدى تركي المبلغ الكافي لشراء 10 فطائر و20 كوب عصير؟

٣/ اذا اشترى تركي 15 فطيرة فما أكبر عدد من أكواب الصير يمكنه شراؤه دون أن ينفق أكثر من 150؟

مهارات سابقة :

$$2x + 4 = 0$$

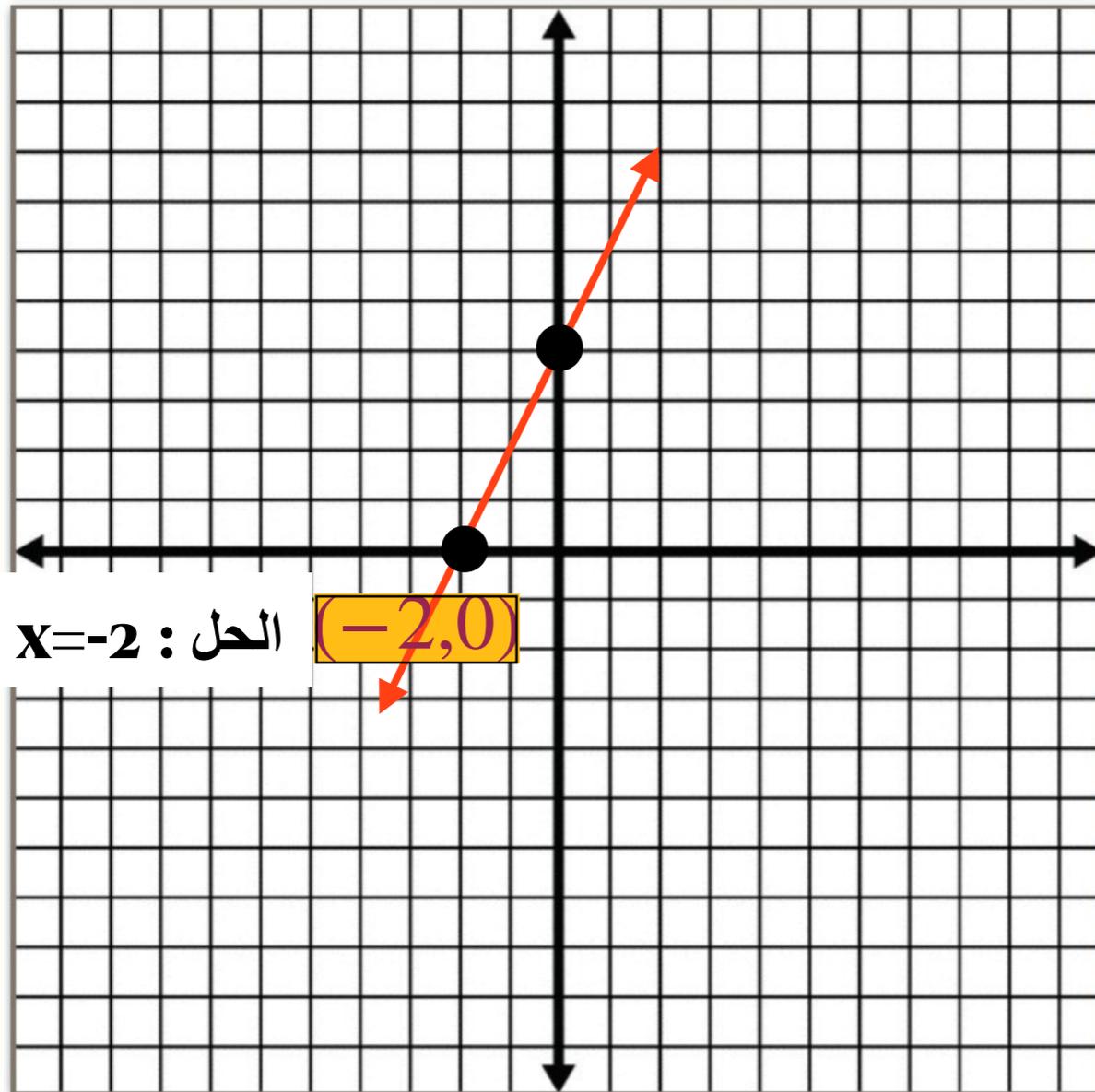
حُل المعادلة بيانياً



حل المعادلة بيانياً

المعادلة المرتبطة $f(x) = 2x + 4$

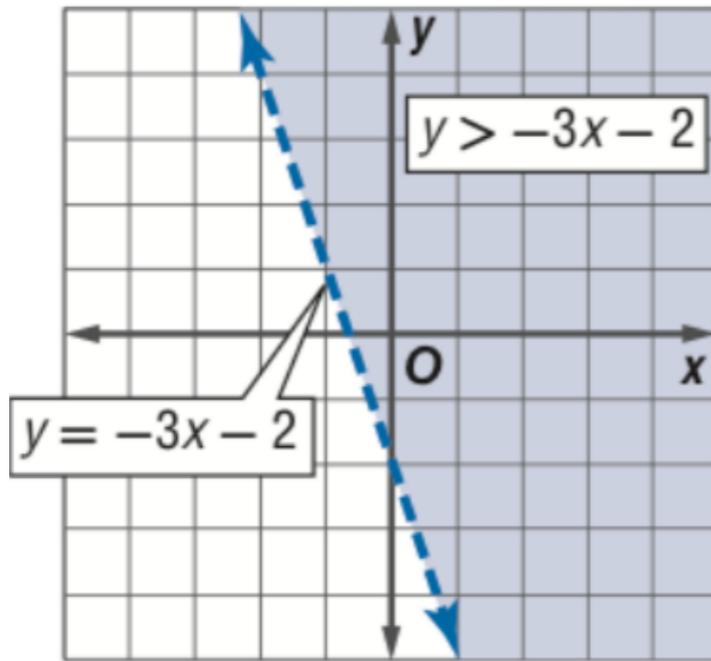
الحل : $x = -2$



$f(x) \leq 2x + 4$

ماذا لو كانت؟

تمثيل المتباينات الخطية بيانياً: تشبه المتباينة الخطية المعادلة الخطية، فالفرق بينهما فقط هو وضع رمز المتباينة بدلاً من رمز المساواة. فمثلاً، $y > -3x - 2$ هي متباينة خطية، و $y = -3x - 2$ هي المعادلة الخطية المرتبطة بها.



التمثيل البياني للمتباينة $y > -3x - 2$ مبين في الشكل المجاور على صورة منطقة مظللة تسمى **منطقة الحل**، فكل نقطة في المنطقة المظللة تحقق المتباينة، والتمثيل البياني للمستقيم $y = -3x - 2$ هو **حد** منطقة الحل وقد رُسم المستقيم بشكل متقطع ليدل على أنه لا يحقق المتباينة. أما إذا احتوت المتباينة على الرمز \leq أو \geq فإن النقاط الواقعة على الحد ستحقق المتباينة وعندئذ يكون تمثيل المستقيم خطاً متصلًا.

حد منطقة الحل

 $>$, $<$ متقطع \geq , \leq متصل

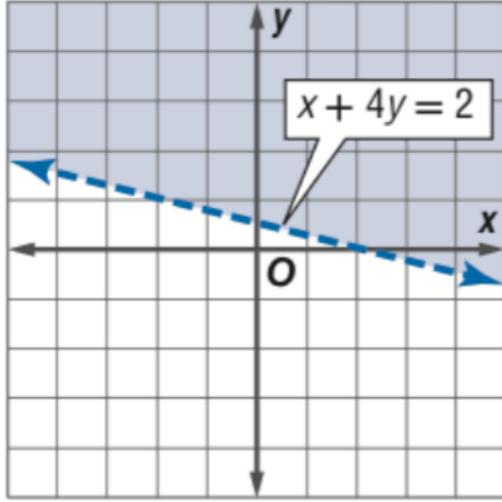
الحد المتقطع

مثال 1

إرشادات للدراسة

حد المتباينة

إذا احتوت المتباينة على رمز < أو >، فإن الحد لا يدخل ضمن منطقة الحل، ويمثل بخط متقطع.



مثال المتباينة $x + 4y > 2$ بيانياً.

الخطوة 1: مثال الحد وهو المستقيم $x + 4y = 2$. وبما أن رمز المتباينة هو $>$ فإن الحد سيكون متقطعاً.

الخطوة 2: اختبر النقطة $(0, 0)$ والتي لا تقع على حد المتباينة.

$$\text{المتباينة الأصلية} \quad x + 4y > 2$$

$$(x, y) = (0, 0) \quad 0 + 4(0) \stackrel{?}{>} 2$$

$$\times \quad 0 > 2$$

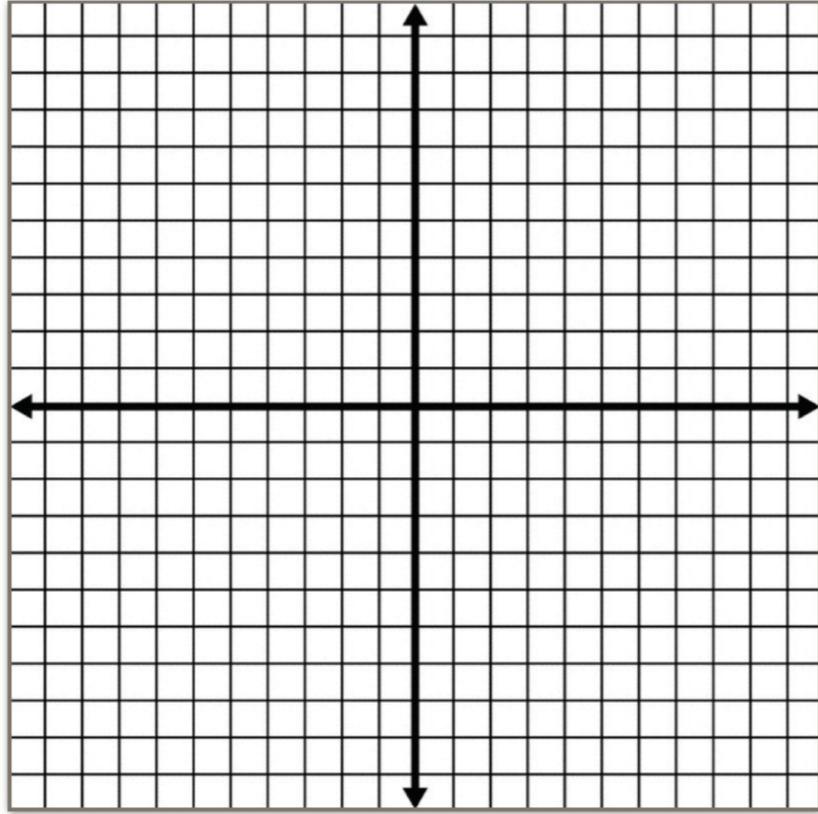
ظلّ المنطقة التي لا تحوي $(0, 0)$.

تحقق: يبين التمثيل البياني أن النقطة $(0, 3)$ تقع في منطقة الحل.

$$\text{المتباينة الأصلية} \quad x + 4y > 2$$

$$(x, y) = (0, 3) \quad 0 + 4(3) \stackrel{?}{>} 2$$

$$\checkmark \quad 12 > 2$$



تحقق من فهمك

مثّل المتباينة $-x + 2y > 4$ (1B)

الخطوة 1:

الخطوة 2:

تحقق:

تأكد

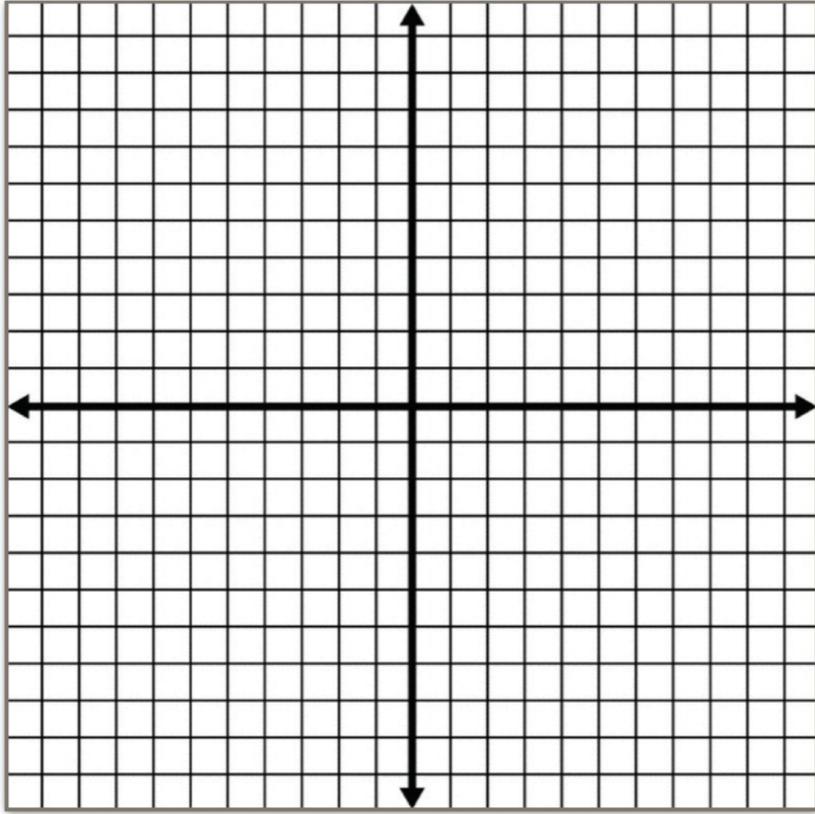
مثّل كل متباينة فيما يأتي بيانياً:

$$y \leq 4 \quad (1)$$

الخطوة 1:

الخطوة 2:

تحقق:



ص

٣٤

الحد المتصل

رسم: يقدم مركز تدريب نوعين من دروس تعلم اللغة الإنجليزية، الأول: دروس مدتها 30 دقيقة للدرس الواحد، والثاني: دروس مدتها 60 دقيقة للدرس الواحد. وقرر مدير المركز ألا يزيد زمن دروس تعلم اللغة الإنجليزية على 20 ساعة أسبوعيًا.

(a) اكتب متباينة تمثل عدد دروس تعلم اللغة الإنجليزية التي يمكن تقديمها أسبوعيًا، ثم مثلها بيانيًا.

لتكن x عدد الدروس التي مدتها 30 دقيقة ($\frac{1}{2}$ ساعة)، و y عدد الدروس التي مدتها 60 دقيقة (ساعة واحدة). وبما أن مجموع زمن الدروس لا يزيد على 20 ساعة أسبوعيًا، فهذا يعني إمكانية أن يساوي 20 ساعة. ولهذا فإن المتباينة تحتوي على الرمز \leq ، ولذا يكون المستقيم الذي يمثل الحد متصلًا. إذن المتباينة هي $\frac{1}{2}x + y \leq 20$.

الخطوة 1: مثل الحد وهو المستقيم $\frac{1}{2}x + y = 20$ بيانيًا.

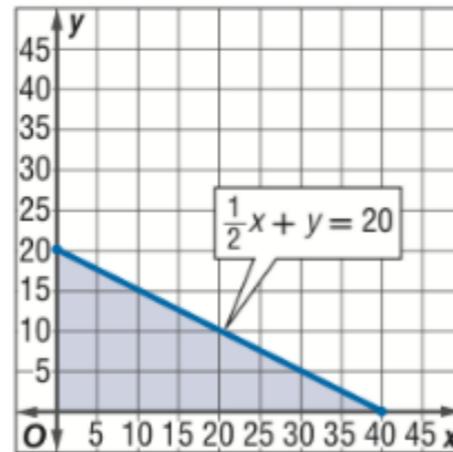
الخطوة 2: اختبر النقطة $(0, 0)$ والتي لا تقع على الحد.

$$\text{المتباينة الأصلية} \quad \frac{1}{2}x + y \leq 20$$

$$(x, y) = (0, 0) \quad \frac{1}{2}(0) + (0) \stackrel{?}{\leq} 20$$

$$\checkmark \quad 0 \leq 20$$

ظلّ المنطقة في الربع الأول فقط التي تحوي $(0, 0)$ ؛ وذلك لأن كلا المتغيرين لا يمكن أن يكون سالبًا.



(b) هل يمكن أن يقدم المركز 25 درسًا من الدروس التي مدتها 30 دقيقة، و 15 درسًا من الدروس التي مدتها 60 دقيقة خلال أسبوع ما؟ فسّر إجابتك.

النقطة $(25, 15)$ تقع خارج المنطقة المظللة؛ لذا فهي لا تحقق المتباينة، وعليه، فلا يمكن أن يقدم المركز ذلك العدد من الدروس خلال أسبوع ما.



الربط مع الحياة

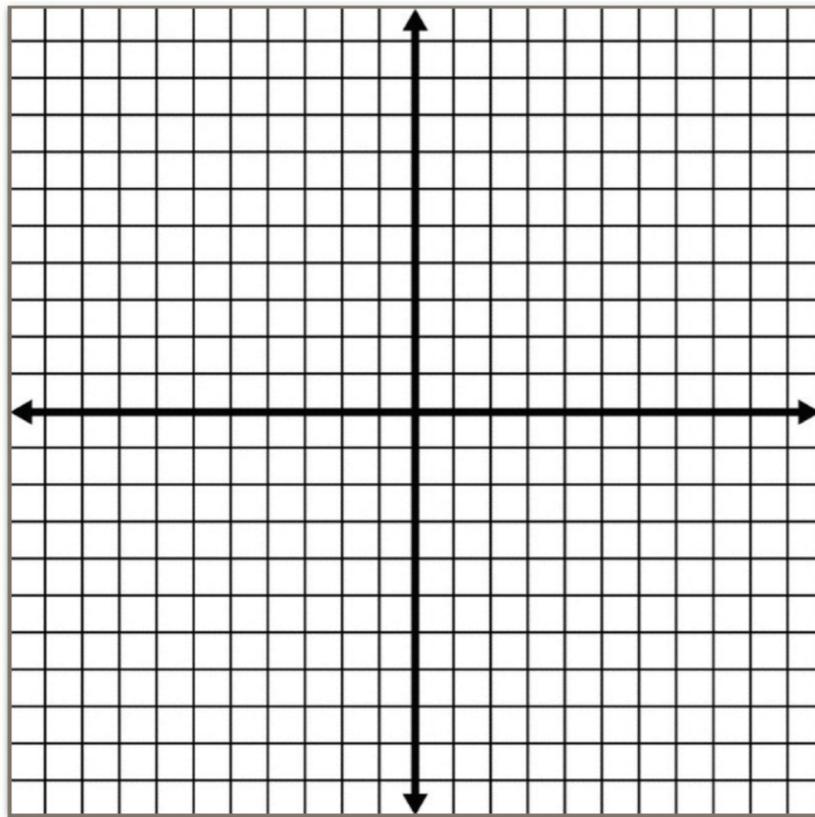
تزود معامل اللغات المتخصصة بأحدث الأجهزة التقنية والتجهيزات الإلكترونية والصوتية المتطورة التي تنمي مهارتي المحادثة والاستماع لدى الدارسين، وتؤهلهم لاكتساب اللفظ الصحيح.

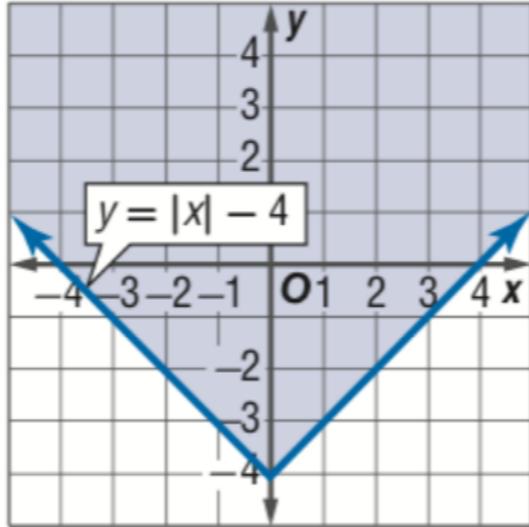
(2) **ألعاب:** مع صالح 60 ريالاً يستطيع إنفاقها في مدينة الألعاب. فإذا كان ثمن تذكرة الألعاب الإلكترونية 5 ريالات، وثمان تذكرة كل لعبة عادية 6 ريالات. فاكتب متباينة تصف هذا الموقف، ثم مثلها بيانياً .

(5) **وقود:** مع عامر 120 ريالاً ، ويريد تزويد سيارته بالوقود، وشراء علب زيت للمحرك بالمبلغ المتبقي. فإذا كان سعر لتر الوقود 1,37 ريال، وسعر عبوة زيت المحرك 17 ريالاً.

(a) اكتب متباينة تمثل هذا الموقف، ثم مثلها بيانياً.

(b) هل يستطيع عامر تزويد سيارته بـ 20 لتراً من الوقود وشراء 4 عبوات زيت محرك؟ فسر إجابتك.





مثّل المتباينة $y \geq |x| - 4$ بيانياً.
 مثّل المعادلة المرتبطة $y = |x| - 4$ ،
 وبما أن المتباينة تحتوي على إشارة \geq ، فإن الحد يكون متصلًا.
 والآن اختبر النقطة $(0, 0)$.

$$\text{المتباينة الأصلية} \quad y \geq |x| - 4$$

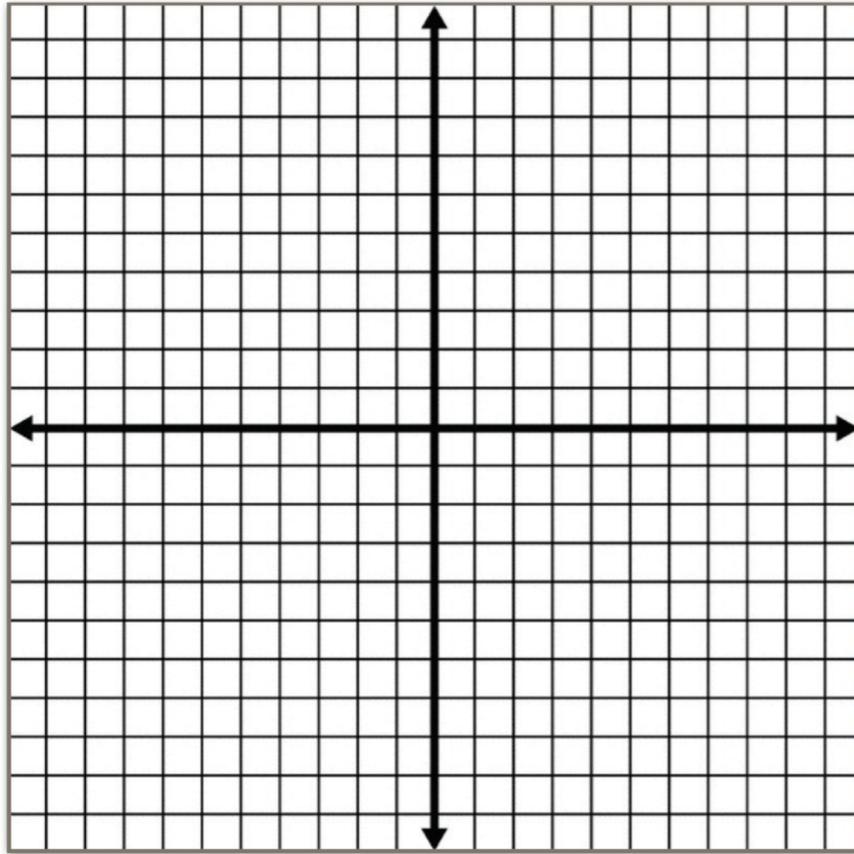
$$(x, y) = (0, 0) \quad 0 \stackrel{?}{\geq} |0| - 4$$

$$\checkmark \quad 0 \geq -4$$

تحقق من فهمك

مثال المتباينة

$$y \leq 2|x| + 3 \quad (3A)$$



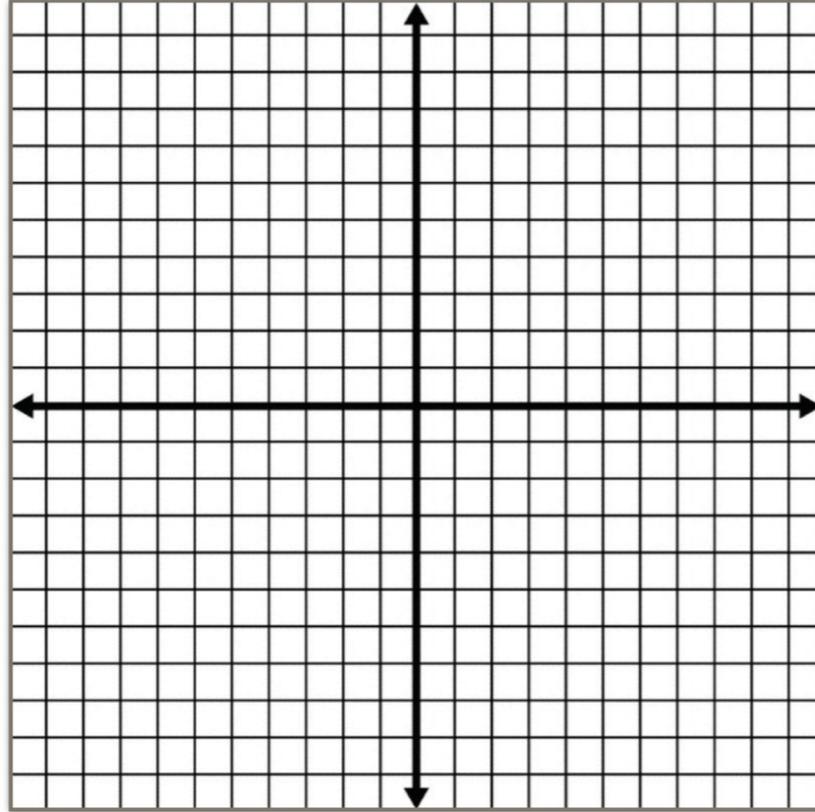
٤٣

تأكد

مثل المتباينتين الآتيتين بيانياً.

$$y \geq |x + 3| \quad (6)$$

$$y - 6 < |x| \quad (7)$$



ص

٣٤

العمل	الأجر في الساعة
بائع في محل تجاري/صباحاً	20 ريالاً
سائق خاص/ مساءً	25 ريالاً

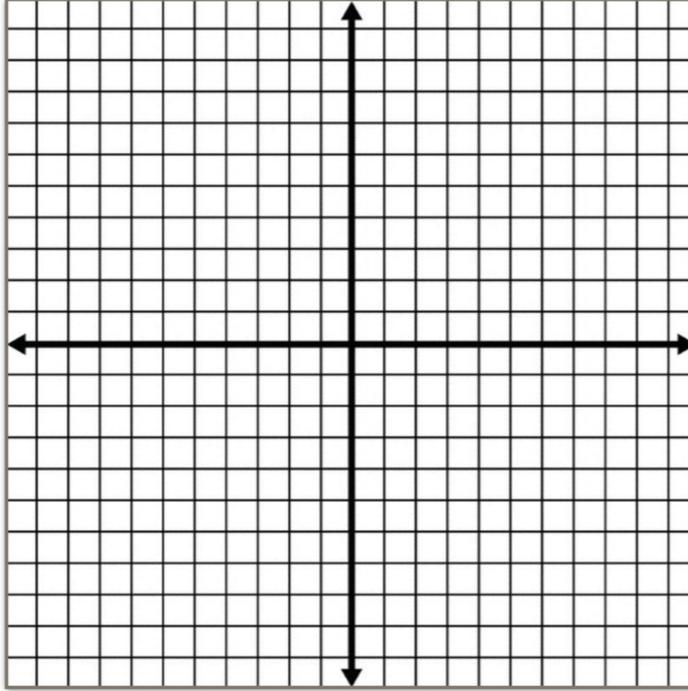
(21) أعمال: يؤدي سعيد عمليين ليحقق دخلاً أسبوعياً لا يقل عن 1500 ريال، إذا كان الأجر الذي يتقاضاه عن كل ساعة موضحاً في الجدول المجاور، فأجب عمّا يأتي:

(a) اكتب متباينة تمثّل هذا الموقف.

(b) مثل المتباينة بيانياً.

(c) هل سيحصل سعيد على المبلغ المطلوب إذا عمل 30 ساعة أسبوعياً في كل عمل؟

مثل كل متباينة فيما يأتي بيانياً:

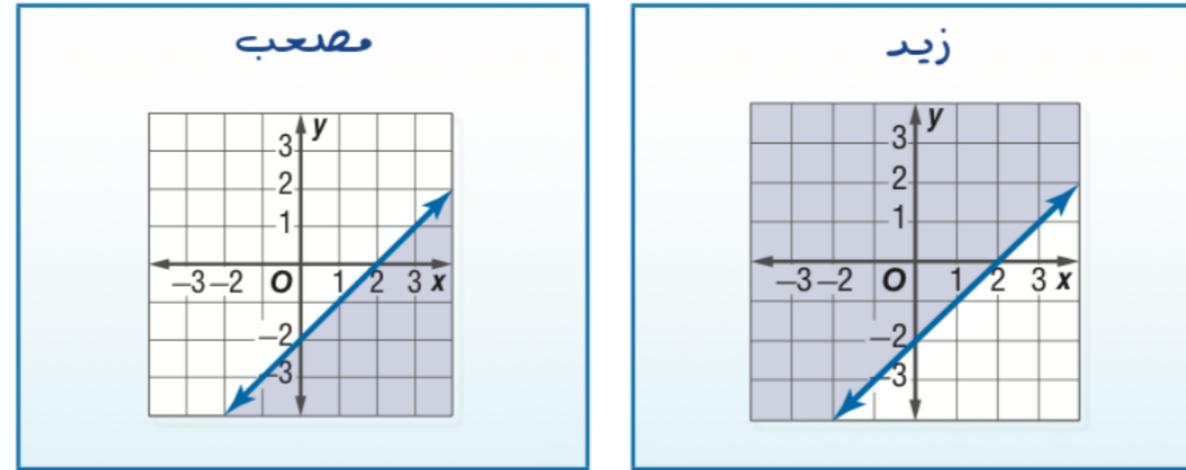


(29) **مسألة مفتوحة:** استعمل القيمة المطلقة لتكوين متباينة على أن لا يقع حلها في الربعين الثاني أو الثالث.

(30) **تحديد:** مثل المتباينة الآتية بياناً:

$$g(x) > \begin{cases} |x + 1| , & x \leq -4 \\ -|x| , & -4 < x < 2 \\ |x - 4| , & x \geq 2 \end{cases}$$

(31) **اكتشف الخطأ:** مثل كل من زيد ومصعب المتباينة $x - y \geq 2$ بيانياً. فأيهما تمثيله صحيح؟ فسّر إجابتك.



(32) **تبرير:** متى يكون من الممكن تظليل منطقتين مختلفتين عند تمثيل متباينة القيمة المطلقة؟ فسّر إجابتك.

(33) **اكتب:** اذكر مثلاً لمتباينة قيمة مطلقة ليس لها حل. فسّر إجابتك.

تدريب على اختبار

35) أي الدوال الآتية مداها هو $\{f(x) \mid f(x) \leq 0\}$ ؟

$f(x) = |x|$ **C** $f(x) = -x$ **A**

$f(x) = -|x|$ **D** $f(x) = [x]$ **B**

34) أي النقاط الآتية تقع في منطقة حل المتباينة $y + 3x > -2$ ؟

$(-3, 1)$ **A**

$(1, -7)$ **B**

$(0, 0)$ **C**

$(-4, 0)$ **D**

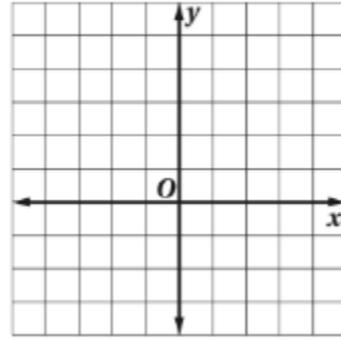
ص

هـ

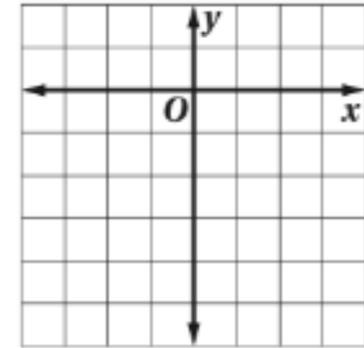
التمارين

مثل كل متباينة مما يأتي بيانًا:

$$y > |x| - 1 \quad (8)$$



$$y \leq -3 \quad (1)$$



تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً

تمثيل المتباينة الخطية: المتباينة الخطية مثل $y \geq 2x - 1$ ، يمكنك تشبيهها بمعادلة خطية، ولكن نستعمل إشارة المتباينة بدلاً من إشارة المساواة، ومنحنى المعادلة الخطية المرتبطة بالمتباينة يقسم المستوى الإحداثي إلى نصفي مستوى، ويكون المستقيم حداً لكلا النصفين.

لتمثيل المتباينة الخطية بيانياً، اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة 1: مثل الحد الفاصل، وهو التمثيل البياني للمعادلة المرتبطة، إذا كانت إشارة المتباينة (\leq أو \geq)، فإن الحد يكون متصلًا، أما إذا كانت إشارة المتباينة ($<$ أو $>$)، فإن الحد يكون متقطعًا.

الخطوة 2: اختر نقطة لا تكون على الحد، واختبر ما إذا كانت تحقق المتباينة أم لا، وإذا كانت النقطة $(0, 0)$ لا تقع على الفاصل، فهي نقطة جيدة للاختبار.

الخطوة 3: إذا حققت النقطة التي اخترتها المتباينة، ظلل نصف المستوى الذي يحوي هذه النقطة، وإذا لم تحقق النقطة المتباينة ظلل النصف الآخر.

مثال

مثل $x+2y \geq 4$ بيانياً.

الحد هو التمثيل البياني للمعادلة: $x + 2y = 4$.

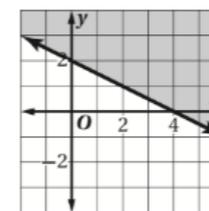
استعمل صيغة الميل والمقطع $y = 2 - \frac{1}{2}x$ لتمثيل حد المنطقة.

الحد يتعين أن يكون متصلًا، اختبر النقطة $(0, 0)$.

$$(x, y) = (0, 0) \quad 0 + 2(0) \geq 4$$

$$\text{خطأ} \quad 0 \geq 4$$

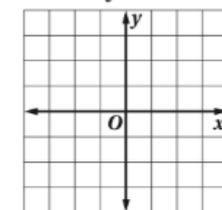
ظلل المنطقة التي لا تحتوي على $(0, 0)$.



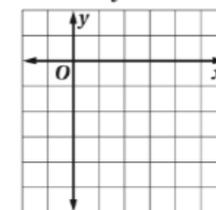
تمارين:

مثل كل متباينة مما يأتي بيانياً:

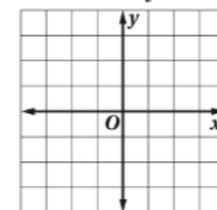
$$(1) \quad y < 3x + 1$$



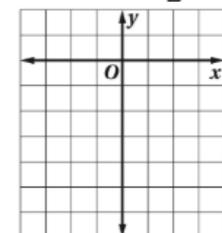
$$(2) \quad y \geq x - 5$$



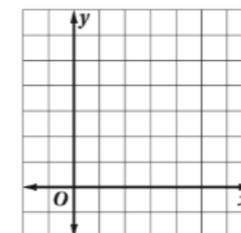
$$(3) \quad 4x + y \leq -1$$



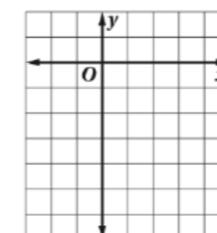
$$(4) \quad y < \frac{x}{2} - 4$$



$$(5) \quad x + y > 6$$



$$(6) \quad 0.5x - 0.25y < 1.5$$



تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً

تمثيل متباينات القيمة المطلقة بيانياً: تمثيل متباينات القيمة المطلقة مشابه لتمثيل المتباينات الخطية. فالتمثيل البياني لمعادلة القيمة المطلقة المرتبطة هو الحد (الفاصل). يكون الحد مرسومًا على نحو متصل، إذا كانت المتباينة تحتوي على إشارة \leq أو \geq ، ويرسم الحد متقطعًا إذا كانت تحوي $<$ أو $>$. اختر نقطة لا تقع على الحد لتحديد المنطقة التي يتعين تظليلها.

مثال $y \leq 3|x - 1|$ بيانياً.

أولاً. مثل المعادلة $y = 3|x - 1|$.

بما أن المتباينة تحتوي على إشارة المساواة (\leq)، فإن الحد سيكون متصلًا.

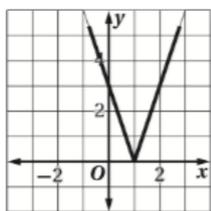
ولتكن نقطة الاختبار $(0, 0)$.

$$(x, y) = (0, 0) \quad 0 \leq 3|0 - 1|$$

$$|-1| = 1 \quad 0 \leq 3|1|$$

$$\text{صحيح} \quad 0 \leq 3$$

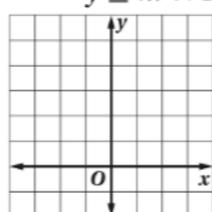
ظلل المنطقة التي تحتوي على النقطة $(0, 0)$.



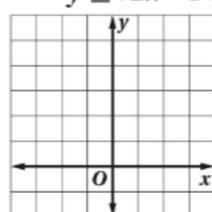
تمارين:

مثل كل متباينة مما يأتي بيانياً:

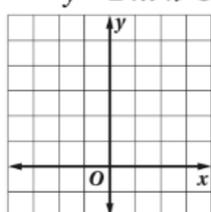
$$(1) \quad y \geq |x| + 1$$



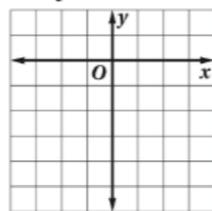
$$(2) \quad y \leq |2x - 1|$$



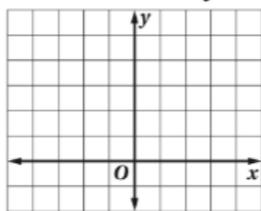
$$(3) \quad y - 2|x| > 3$$



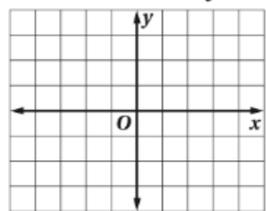
$$(4) \quad y < -|x| - 3$$



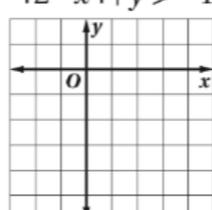
$$(5) \quad |x| + y \geq 4$$



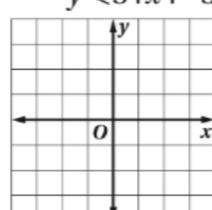
$$(6) \quad |x + 1| + 2y < 0$$



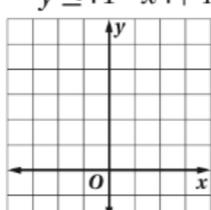
$$(7) \quad |2 - x| + y > -1$$



$$(8) \quad y < 3|x| - 3$$



$$(9) \quad y \leq |1 - x| + 4$$



1-4 التدريبات الإثرائية

النهايات

النهاية مفهوم رئيس في كثير من فروع الرياضيات، وخاصة في حساب التفاضل والتكامل. إذا أخذنا المقدار $3x+2$ ، عندما تقترب x من العدد 1، فإن قيمة هذا المقدار تقترب من العدد 5، ويبيّن الجداول أدناه طريقة اختيار قيم x القريبة من 1؛ للحصول على قيم للمقدار قريبة من 5، وهي إحدى طرق إيجاد نهاية المقدار.

x	$3x+2$
0.900	4.700
0.950	4.850
0.990	4.970
0.999	4.997
0.9999	4.9997

أوجد نهاية كل عبارة مما يأتي عندما تقترب x من القيمة المعطاة:

(1) $2x+2$ عندما تقترب x من 5 (2) $x-5$ عندما تقترب x من 11

(3) $\frac{3x+5}{x-6}$ عندما تقترب x من 1 (4) $\frac{5x+2}{x-1}$ عندما تقترب x من -1

(5) $\frac{3x+5}{x-6}$ عندما تقترب x من 100 (6) $\frac{3x+5}{x-6}$ عندما تقترب x من 1000

(7) $\frac{5x+2}{x-1}$ عندما تقترب x من 100 (8) $\frac{5x+2}{x-1}$ عندما تقترب x من 1000

(9) ماذا تلاحظ في النهايات التي حصلت عليها في التمارين 5-8؟

لمزيد من العروض أنتقل الى قناتي بالضغط

