

حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًا

تمهيد:

عددي طرق حل نظام
المعادلات الخطية؟

اليوم :

التاريخ :

الحمصة :

الاستراتيجية :

فيما سبق :

درستُ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا .

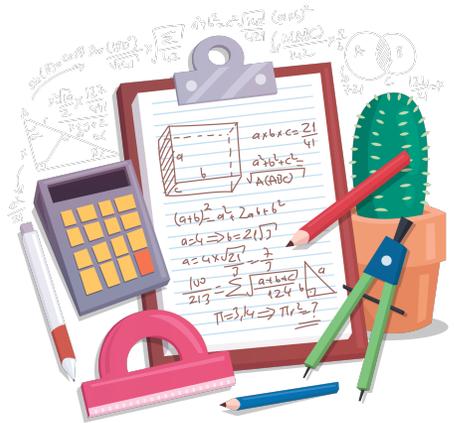
فكرة الدرس :

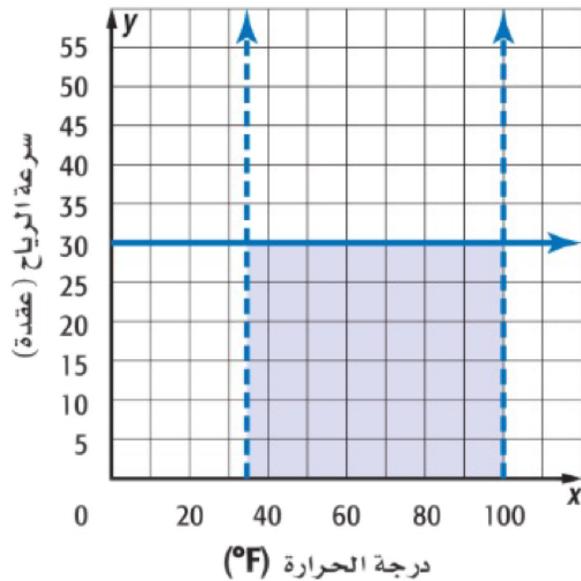
- أحل نظام متباينات خطية بيانيًا .
- أحدد إحداثيات النقاط التي تمثل رؤوس منطقة الحل .

المفردات :

- منطقة الحل .
- تطوير - إنتاج
- نظام المتباينات الخطية .

إعداد : نورة الحربي ، روحية السلمي .





تؤخذ الحالة الجوية بالاعتبار عند إطلاق المركبات الفضائية، فيجب أن تكون درجة الحرارة بين 35°F و 100°F ، وأن لا تزيد سرعة الرياح على 30 عقدة. ويمكن تمثيل هذه الشروط بنظام من المتباينات الخطية كما في الشكل المجاور.

ماذا يعني الحرف " F° "؟

لماذا لم يمثل المستقيم الأفقي بخط منقط؟

نظام المتباينات الخطية : هو نظام يحوي متباينتين خطيتين أو أكثر، وحل النظام يعني إيجاد أزواج مرتبة تحقق جميع المتباينات في النظام .

منطقة الحل : هي المنطقة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام .

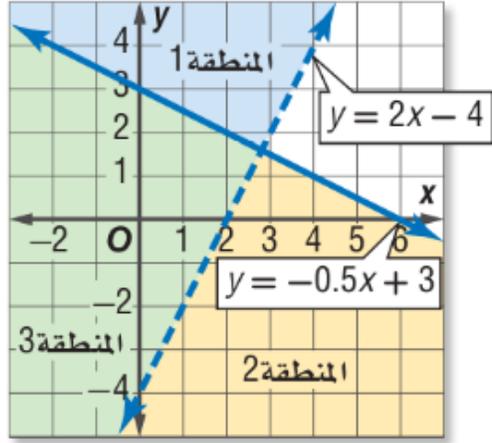


خطوات تمثيل المتباينات الخطية :

- ١- نحول الدالة إلى معادلة .
- ٢- نكون جدول (نعوض عن قيم x لإيجاد قيم y) .
- ٣- إذا كانت تحتوي على ($>$, $<$) فإن الخط يكون **متقطع** ، وإذا كانت الدالة تحتوي على (\geq , \leq) فإن الخط يكون **متصل** .
- ٤- إذا كانت الدالة تحتوي على ($>$) فإن التظليل يكون **فوق** الخط ، وإذا كانت الدالة تحتوي على ($<$) فإن التظليل يكون **تحت** الخط .

تطوير - إنتاج - توثيق

مثال : مناطق الحل المتقاطعة



1

حل النظام الآتي بيانيا :

$$y > 2x - 4$$

$$y \leq -0.5x + 3$$

نمثل المتباينتين بيانيا كما تعرف عليها سابقا :

حل المتباينة $y > 2x - 4$ ← المنطقتان : 1, 3

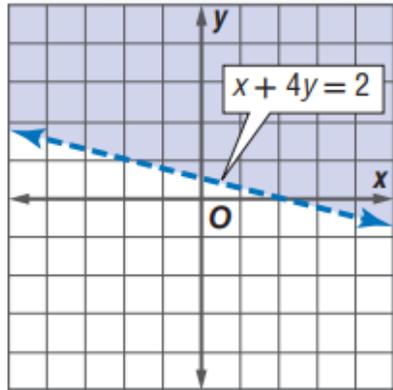
حل المتباينة $y \leq -0.5x + 3$ ← المنطقتان : 2, 3

المنطقة 3 هي منطقة مشتركة بين منطقتي حل المتباينتين ، وعليه فتكون هي منطقة حل النظام .

تحقق : لاحظ ان نقطة الأصل تنتمي الى منطقة حل النظام ،ويمكن استعمال نقطة الأصل

نقطة اختبار . والتحقق من صحة الحل بتعويض (0,0) بدلا من x , y في كلتا

المتباينتين .



$$y \leq -0.5x + 3$$

$$0 \leq -0.5(0) + 3$$

$$0 \leq 0 + 3$$

$$\checkmark 0 \leq 3$$

$$y > 2x - 4$$

$$0 > 2(0) - 4$$

$$0 > 0 - 4$$

$$\checkmark 0 > -4$$

تطوير - إنتاج - توزيع

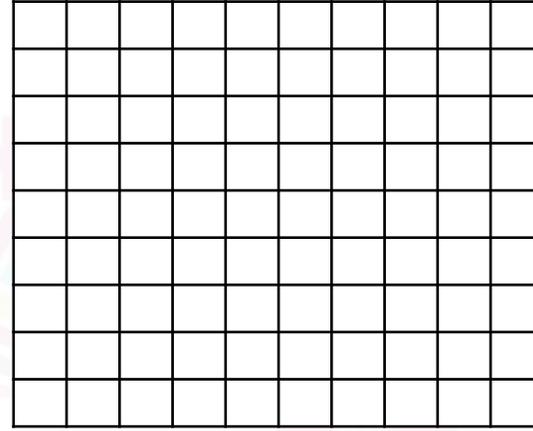
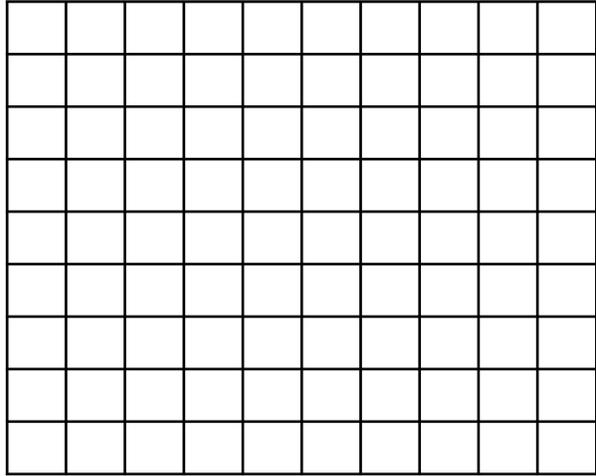
تحقق من فهمك :

$$y \leq -2x + 5 \quad (1A)$$

$$y > -\frac{1}{4}x - 6$$

$$y \geq |x| \quad (1B)$$

$$y < \frac{4}{3}x + 5$$



تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة رياضيات

مثال :

مناطق الحل غير المتقاطعة

حل النظام الاتي بيانيا :

$$y \geq x + 5$$

$$y < x - 4$$

بتمثيل المتباينتين بيانيا ، نجد ان منطقتي الحل لا تتقاطعان ، وبالتالي لا توجد نقاط مشتركة بينهما ، ولذا فليس للنظام حل . ومجموعة الحل هي \emptyset .

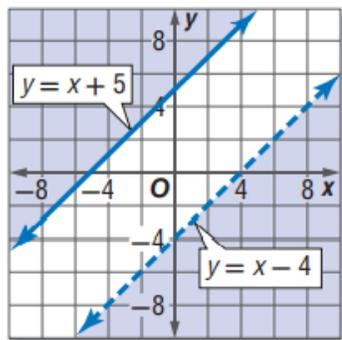
تحقق من فهمك :

$$y \geq -4x + 8 \quad (2A)$$

$$y < -4x + 4$$

$$y \geq |x| \quad (2B)$$

$$y < x - 6$$

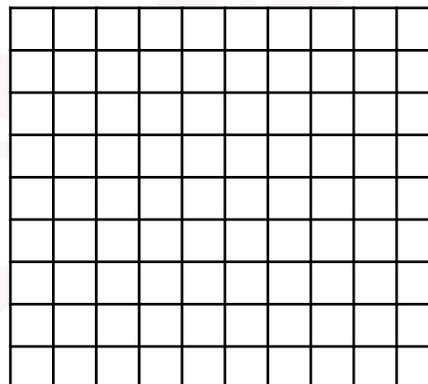
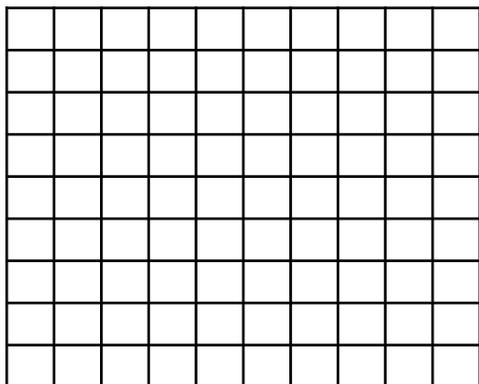


ملاحظات :

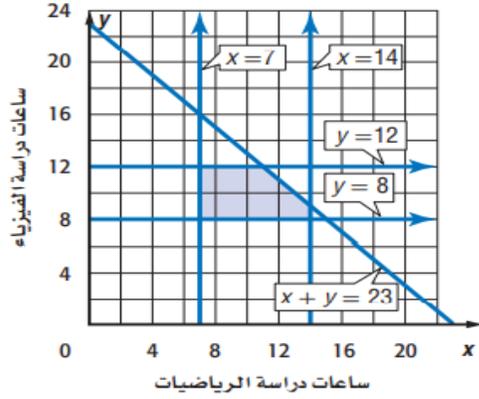
قراءة الرياضيات

المجموعة الخالية

هي المجموعة التي لا تحتوي على عناصر، ويرمز إليها بأحد الرمزين \emptyset أو $\{ \}$.



مثال :



إدارة الوقت : لدى فاطمة 25 ساعة على الأكثر للاستعداد لاداء 3 اختبارات في الرياضيات والفيزياء والتربية المهنية ، فوضعت جدولاً زمنياً استعداداً لذلك ، فخصصت ساعتين لدراسة التربية المهنية ، وخصصت من 7 إلى 14 ساعة لدراسة الرياضيات ، وأما الفيزياء فخصصت لدراستها من 8 إلى 12 ساعة . اكتب نظام متباينات خطية يمثل هذا الموقف ومثله بيانياً .

الرياضيات : بافتراض ان عدد ساعات دراسة الرياضيات x ، فان هذا العدد لا يقل عن 7 ساعات ولا يزيد على 14 ساعة أي ان :

$$7 \leq x \leq 14$$

الفيزياء : بافتراض ان عدد ساعات دراسة الفيزياء y ، فان هذا العدد لا يقل عن 8 ساعات ولا يزيد على 12 ساعة أي ان :

$$8 \leq y \leq 12$$

وبما ان اجمالي وقت الدراسة هو 25 ساعة ، ساعتان منها لدراسة مادة التربية المهنية ، ويتبقى 23 ساعة على الأكثر لدراسة الرياضيات والفيزياء فان :

$$x + y \leq 23$$

تطوير - إنتاج - توثيق

مثل المتباينات بيانياً . أي زوج مرتب في منطقة الحل يمثل حلاً للنظام ؟ احد الحلول الممكنة هو 10 ساعات لدراسة الفيزياء ، 11 ساعة لدراسة الرياضيات .



إيجاد رؤوس منطقة الحل: ينتج أحياناً عن التمثيل البياني لنظام متباينات خطية منطقة مغلقة على شكل مضلع، ويمكن إيجاد إحداثيات رؤوس تلك المنطقة بإيجاد إحداثيات نقاط تقاطع المستقيمات المحددة للمنطقة (الحدود).

مثال: إيجاد رؤوس منطقة الحل

اوجد احداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الاتي:

$$y \geq 2x - 8, y \leq -\frac{1}{4}x + 6, 4y \geq -15x - 32$$

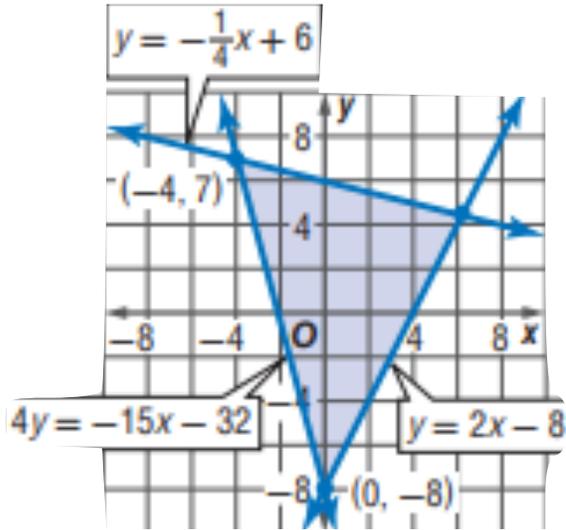
الخطوة 1: مثل كل متباينة بيانياً.

الخطوة 2: من التمثيل البياني يمكنك إيجاد احداثيات راسين من رؤوس المثلث وهما الزوجان المرتبان

$$(-4, 7), (0, -8)$$

الخطوة 3: اوجد احداثي الراس الثالث بحل النظام المكون من المعادلتين الخطيتين:

$$y = 2x - 8, y = -\frac{1}{4}x + 6$$



عوّض عن y بقيمتها في المعادلة الثانية.

$$2x - 8 = -\frac{1}{4}x + 6 \quad \text{عوّض عن } y \text{ بـ } 2x - 8$$

$$2x = -\frac{1}{4}x + 14 \quad \text{اجمع 8 لكلا الطرفين}$$

$$\frac{9}{4}x = 14 \quad \text{اجمع } \frac{1}{4}x \text{ لكلا الطرفين}$$

$$x = \frac{56}{9} = 6\frac{2}{9} \quad \text{اضرب كلا الطرفين في العدد } \frac{4}{9}$$

جد قيمة y .

$$y = 2\left(6\frac{2}{9}\right) - 8 \quad \text{عوّض عن } x \text{ بالعدد } 6\frac{2}{9}$$

$$= 12\frac{4}{9} - 8 \quad \text{خاصية التوزيع}$$

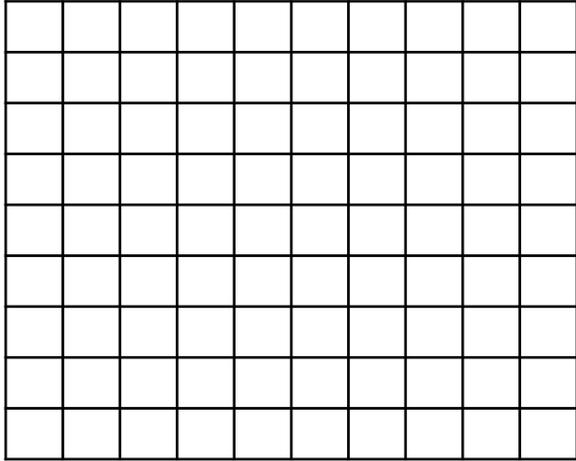
$$= 4\frac{4}{9} \quad \text{بسّط}$$

إحداثيات رؤوس المثلث هي: $(-4, 7), (0, -8), \left(6\frac{2}{9}, 4\frac{4}{9}\right)$.

تحقق:

قارن بين الإحداثيين اللذين وجدتهما، وبين إحداثيي الرأس الثالث في التمثيل البياني، ولاحظ أن الإحداثي x للرأس الثالث محصور بين العددين 6، 7، لذا فإن القيمة $6\frac{2}{9}$ معقولة، وكذلك الإحداثي y محصور بين العددين 4، 5، ولذا فإن القيمة $4\frac{4}{9}$ معقولة أيضًا.

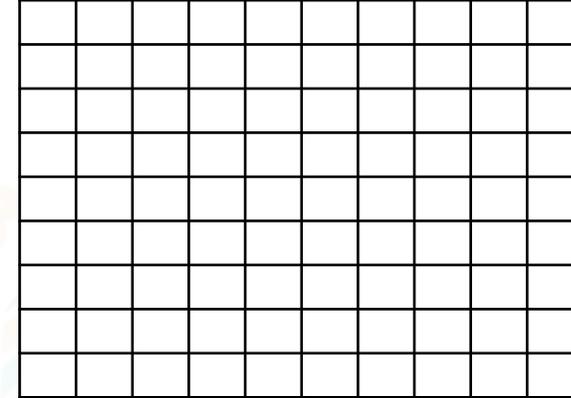
تحقق من فهمك:



$$5y \leq 2x + 9 \quad (4B)$$

$$y \leq -x + 6$$

$$9y \geq -2x + 5$$



$$y \geq -3x - 6 \quad (4A)$$

$$2y \geq x - 16$$

$$11y + 7x \leq 12$$

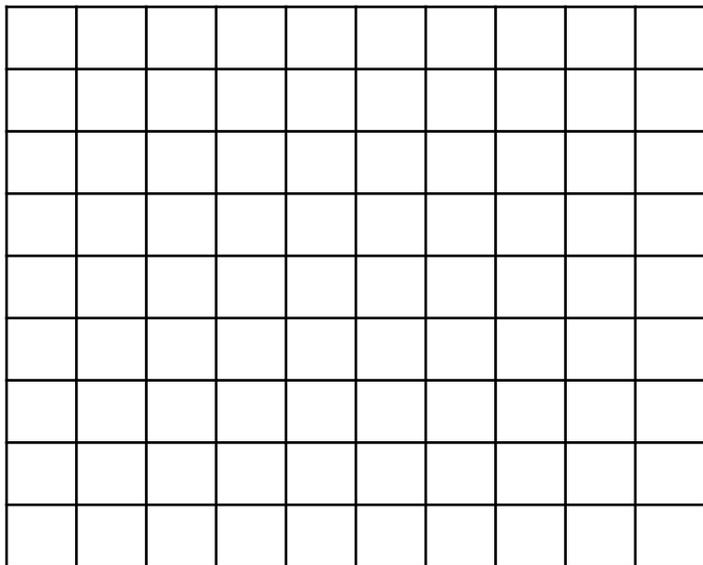
تطوير - إنتاج - توثيق

تأكد:

حل كل نظام مما يأتي بيانياً:

$$y \leq 6 \quad (1)$$

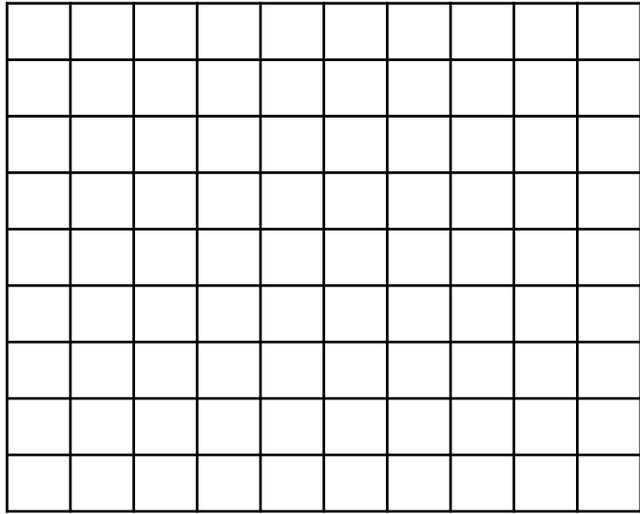
$$y > -3 + x$$



مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل :



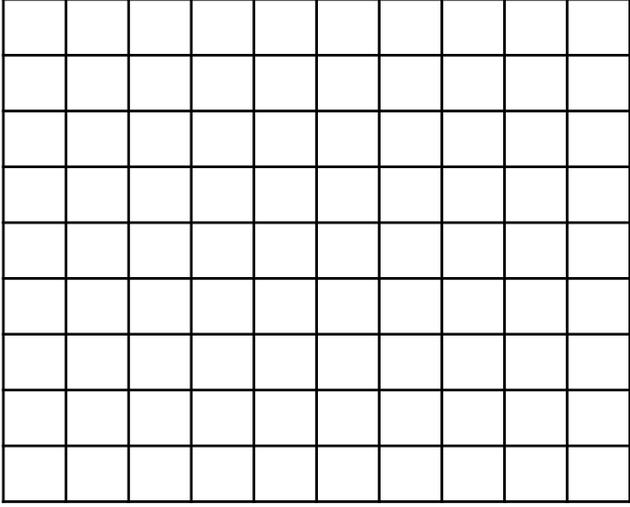
$$y < -3x + 4 \quad (9)$$

$$3y + x > -6$$



تطوير - إنتاج - توثيق

(16) **عمل جزئي:** يعمل سعيد عمليين جزئيين ويتقاضى على كل منهما أجرًا؛ فيتقاضى 20 ريالاً عن كل ساعة في العمل الأول، و 24 ريالاً عن كل ساعة في العمل الثاني، فإذا علمت أنه يعمل مدة لا تزيد على 25 ساعة في كلا العملين أسبوعياً. فاكتب نظاماً من متباينتين يبين عدد الساعات التي يعملها في كل من العملين؛ ليجمع مبلغاً لا يقل عن 1850 ريالاً في 8 أسابيع، ثم مثله بيانياً.



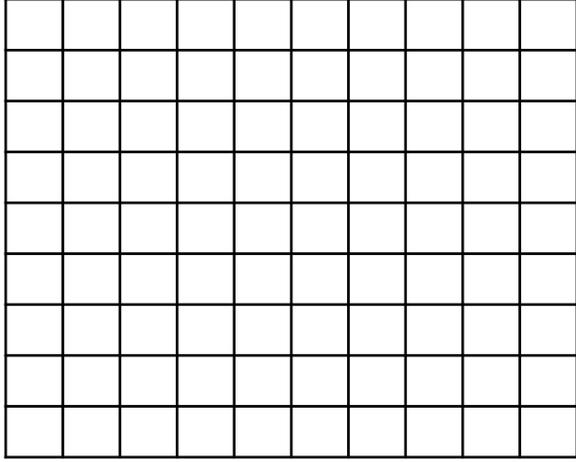
تطوير - إنتاج - توثيق

أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني لكل نظام مما يأتي:

$$y \geq 3x - 7 \quad (18)$$

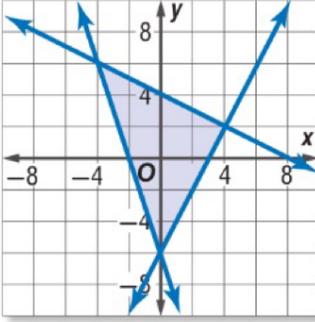
$$y \leq 8$$

$$x + y > 1$$



تطوير - إنتاج - توثيق

(40) **تحدي:** في الشكل المجاور، اكتب نظام المتباينات التي تمثل المنطقة المظللة حلاً له.



تدريب على الاختبار

(44) إجابة قصيرة: إذا كانت $3x = 2y$, $5y = 6z$, فما قيمة x بدلالة z ؟

x	y
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17
6	20

(43) بين الجدول المجاور العلاقة بين x و y .
فأي المعادلات الآتية تمثل هذه العلاقة؟

- A $y = 3x - 2$
B $y = 3x + 2$
C $y = 4x + 1$
D $y = 4x - 1$

تطوير - إنتاج - توثيق

ما مدى الدالة $f(x) = -2|x - 2| + 3$ هو:

$(0, \infty)$, $[3, \infty)$, $[3, \infty -)$, $[2, \infty)$

تحصيلي:

الواجب: