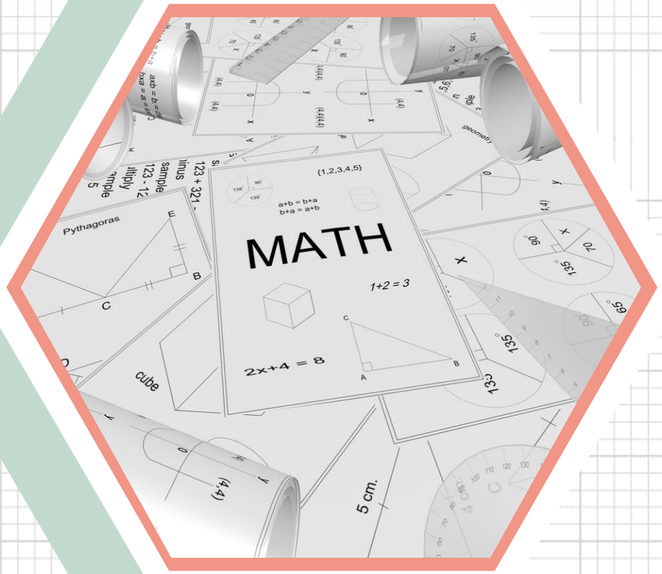
رياضيات ٢-١



إعداد:أ/عبدالعزيز الشريف

الباب
الثاني

المصفوفات

١-٢
مقدمة في المصفوفات

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

فيما سبق

- درستُ حل مسائل باستعمال تنظيم البيانات في جداول.

والآن

- أنظم بيانات في مصفوفة.
- أستعمل العمليات على عناصر صفوف أو أعمدة مصفوفة لتحليل البيانات

تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

المفردات

- المصفوفة
- العنصر
- الرتبة
- مصفوفة الصف
- مصفوفة العمود
- المصفوفة المربعة

تصميم :عبدالعزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

لماذا؟

هاتف محمول: حصل صالح على عدة عروض لشراء هاتف محمول حسب النوع، وسعة الذاكرة، والسعر. وحتى يكون قادرًا على المقارنة بين العروض بسهولة، نظم البيانات في مصفوفة كما يلي:

	النوع	سعة الذاكرة	السعر
العرض الأول	a	256	2600
العرض الثاني	b	256	2500
العرض الثالث	c	128	2420
العرض الرابع	d	64	2390

تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

تنظيم البيانات

تنظيم البيانات: **المصفوفة** هي ترتيب على هيئة مستطيل لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية وأعمدة رأسية، محصورة بين قوسين. وتُنظم الأعداد أو البيانات في المصفوفة بحيث يكون الموقع في المصفوفة ذا معنى. وتُسمى كل قيمة في المصفوفة **عنصرًا**. ويرمز إلى المصفوفة عادة باستعمال حرف كبير تحته خط مثل $\underline{A}$ و $\underline{B}$.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 8 & -2 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 7 & -8 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

ثلاثة صفوف

4 أعمدة

العنصر 1− موجود في الصف 2 ، والعمود 1 ، ويرمز إليه بالرمز a_{21}.

العنصر 8− موجود في الصف 3، والعمود 2 ، ويرمز إليه بالرمز a_{32}.

يمكنك تحديد نوع المصفوفة **برتبتها**؛ فالمصفوفة المكونة من m صفًّا و n عمودًا يقال عنها مصفوفة من الرتبة $m \times n$ أو من النوع $m \times n$ (تقرأ "m في n"). فالمصفوفة $\underline{A}$ في الأعلى هي مصفوفة من النوع 4×3 أو من الرتبة 4×3؛ لأنها تحتوي على 3 صفوف ، و 4 أعمدة. ويدل الرمز a_{12} على عنصر في المصفوفة $\underline{A}$ ، على حين يدل الرمز b_{12} على عنصر في المصفوفة $\underline{B}$.

تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

رتبة المصفوفة وعناصرها

مثال (1)

قراءة الرياضيات

يدل الرمز a_{ij} على العنصر الواقع في الصف i والعمود j من المصفوفة $\underline{A}$.

استعمل المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}$ للإجابة عن كلٍّ ممّا يأتي:

a) حدد رتبة المصفوفة $\underline{A}$.

صفَّان $\left\{ \begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix} \right.$

3 أعمدة

بما أن $\underline{A}$ فيها صفان و3 أعمدة،
فإن رتبتها 2×3.

b) ما قيمة العنصر a_{21} ؟

$$\begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}$$

صف 2 ← العنصر 9

عمود 1 ← العنصر 9

بما أن العنصر a_{21} موجود في الصف 2 ،
والعمود 1، فإن قيمته هي 9.

تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

رتبة المصفوفة وعناصرها

تحقق من فهمك

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -2 & 19 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$$

1A) ما رتبة $\underline{B}$ ؟

1B) ما قيمة b_{32}؟

DES: Abdulaziz AL-Sharif

تصميم: عبدالعزيز الشريف

بعض تسميات المصفوفات

ملحوظة

بعض المصفوفات لها تسميات خاصة.

مصفوفة صف
تحوي صفًا واحدًا.

$$[8 \quad -5 \quad 2 \quad 4]$$

مصفوفة عمود
تحوي عمودًا واحدًا.

$$\begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$$

المصفوفة المربعة
عدد الصفوف فيها يساوي عدد الأعمدة.

$$\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$$

المصفوفة الصفرية
جميع عناصرها أصفار.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

تكون **المصفوفتان متساويتين** إذا كانتا من الرتبة نفسها ، وتساوت عناصرهما المتناظرة.

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 6 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان لهما رتبتان مختلفتان.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

ليست جميع العناصر المتناظرة متساوية.

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان متساويتان.

إرشادات للدراسة

العناصر المتناظرة
يدل التناظر على العناصر التي تقع بالضبط في الموقع نفسه من كل مصفوفة.

تستعمل المصفوفات لتنظيم البيانات وتحليلها.

تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

تنظيم البيانات في مصفوفة

مثال (٢)

كرة قدم: رصد مدرب أحد فرق كرة القدم إنجازات ثلاثة لاعبين في مباريات الموسم الحالي فكانت على النحو الآتي:

معاذ: 12 مباراة، 24 تسديدة، 113 تمريرة، 15 قطع تمريرات، 4 أهداف.	ماجد: 18 مباراة، 43 تسديدة، 170 تمريرة، 40 قطع تمريرات، 11 هدفاً.	ياسر: 20 مباراة، 31 تسديدة، 20 تمريرة، 30 قطع تمريرات، 4 أهداف.

a) نظّم البيانات في مصفوفة A ، على أن تُرتب أسماء اللاعبين تنازليًّا حسب عدد التسديدات.

b) حدد رتبة المصفوفة. وما قيمة a_{23}؟

a)

	الأهداف	قطع التمريرات	التمريرات	التسديدات	المباريات
ماجد	11	40	170	43	18
ياسر	4	30	20	31	20
معاذ	4	15	113	24	12

b) هناك 3 صفوف، و 5 أعمدة؛ لذا فإن رتبة المصفوفة 3×5 وقيمة العنصر a_{23} الموجودة في الصف 2 ، والعمود 3 ، هي 20.

تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

تنظيم البيانات في مصفوفة

تحقق من فهمك

2) يبين الجدول المجاور الأسعار بالريال لأربعة أنواع من الفطائر بثلاثة أحجام في أحد المطاعم.

	صغيرة	وسط	كبيرة
الجبن	2.5	3.5	5
الزعتر	2	3	4
البيض	3	4	5.5
اللحم	4	5	6

A) نظّم هذه البيانات في مصفوفة A، على أن تكون الأسعار مرتبة تصاعديًّا.

B) حدد رتبة المصفوفة.

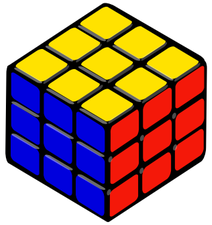
C) ما قيمة العنصر a_{21}؟

DES: Abdulaziz AL-Sharif

تصميم: عبد العزيز الشريف

تنظيم البيانات في مصفوفة

الحل



تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

تحليل البيانات باستعمال المصفوفات

ملحوظة

تحليل البيانات: عند تنظيم البيانات في مصفوفة، يسهل تحليلها وتفسيرها. وتعطي مجاميع عناصر الصفوف أو الأعمدة أحيانًا معلومات ذات معنى. وفي أحيان أخرى لا تعطي أي معلومات ذات معنىً.

إرشادات للدراسة

عرض البيانات

يكون من الممكن أحيانًا تبديل عناصر الصفوف وعناصر الأعمدة في المصفوفات التي تمثل معلومات من واقع الحياة.

مثال (٣)

كرة قدم: إذا أراد مدرب فريق كرة القدم، (في مثال 2) استعمال المصفوفة للحصول على تحليلات إضافية لإحصائيات لاعبيه الثلاثة:

	الأهداف	قطع التمريرات	التمريرات	التسديدات	المباريات
	11	40	170	43	18
	4	30	20	31	20
	4	15	113	24	12

a) **اجمع عناصر كل من العمودين 2 و 3 ، وفسر النتائج.**

مجموع عناصر عمود 2 يساوي 98، وهو يمثل العدد الكلي لتسديدات اللاعبين خلال جميع المباريات.
مجموع عناصر عمود 3 يساوي 303، وهو يمثل العدد الكلي لتمريرات اللاعبين خلال جميع المباريات.

b) **أراد المدرب تحديد معدل تسديد اللاعب في المباراة الواحدة، فقرر أن يجمع عناصر العمود 2 ويقسم المجموع على 3 ، فما الناتج؟**

الناتج هو 33 تقريبًا.

c) **هل كانت طريقة المدرب في حساب معدل تسديد اللَّاعب في المباراة الواحدة صحيحة؟ فسر إجابتك.**

لا؛ لأن مجموع التسديدات في العمود 2 ليس لثلاث مباريات، ويتعين على المدرب بدلًا من ذلك قسمة مجموع عناصر العمود 2 على مجموع عناصر العمود 1 حيث سيكون المعدل الدقيق 1.96 (98 ÷ 50 = 1.96).

d) **هل جمع عناصر الصفوف يزود المدرب ببيانات ذات معنى ؟ فسر إجابتك.**

لا؛ لأن عناصر الصف عبارة عن خمسة أنواع مختلفة من البيانات.

تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

تحليل البيانات باستعمال المصفوفات

تحقق من فهمك

3) **محافظات:** يبين الجدول المجاور عدد المحافظات من الفئتين أ، ب في 4 مناطق إدارية مختلفة في المملكة.

A) نظّم البيانات في مصفوفة .

B) اجمع عناصر كل عمود، وفسر النتائج.

C) اجمع عناصر كل صف، وفسر النتائج.

D) هل إيجاد معدل عناصر كل صف يعطي بيانات ذات معنى؟

عدد المحافظات من الفئتين أ، ب في 4 مناطق مختلفة في المملكة

المنطقة	محافظة فئة أ	محافظة فئة ب
الرياض	12	8
مكة المكرمة	9	7
المدينة المنورة	4	4
القصيم	5	7

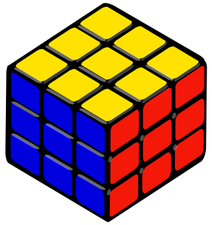
المصدر: المملكة العربية السعودية، حقائق وأرقام، هيئة المساحة الجيولوجية السعودية، 1433 هـ

تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

تحليل البيانات باستعمال المصفوفات

الحل



تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

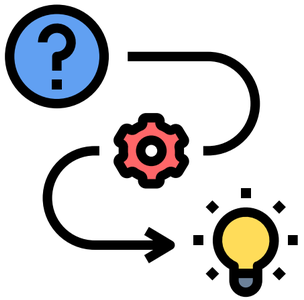
تأكد

حدّد رتبة كل مصفوفة فيما يأتي:

1) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 & 0 \\ -2 & 3 & 6 & -8 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 9 \\ 17 & 21 \end{bmatrix}$



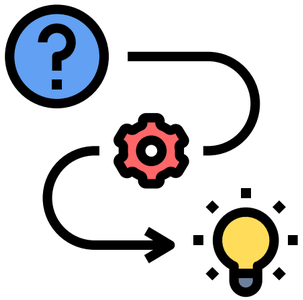
تصميم: عبدالعزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

مسائل التفكير العليا

حدد إذا كانت الجملة الآتية صحيحة أم خاطئة. وفسر إجابتك:

المصفوفة C مربعة ولها أربعة أعمدة، وتحوي العنصر c_{53}.



تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

تحصيلي

نُظمت نتائج استطلاع للرأي في المصفوفة المجاورة:

	ضد	مؤيد
المرشح الأول	771	1553
المرشح الثاني	1633	689
المرشح الثالث	229	2088

بالاعتماد على هذه النتائج، أي استنتاج مما يأتي ليس صحيحًا؟

A هناك 771 صوتًا ضد المرشح الأول.

B عدد الأصوات المعارضة للمرشح الأول أكبر من تلك المؤيدة للمرشح الثاني.

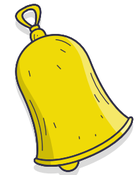
C فرصة المرشح الثاني للفوز ضئيلة.

D عدد الأصوات المؤيدة للمرشح الأول أكبر من عدد الأصوات المؤيدة للمرشح الثالث.

تصميم: عبد العزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif

تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

حساباتي على السوشيال ميديا

تصميم: عبدالعزيز الشريف

DES: Abdulaziz AL-Sharif