2-5

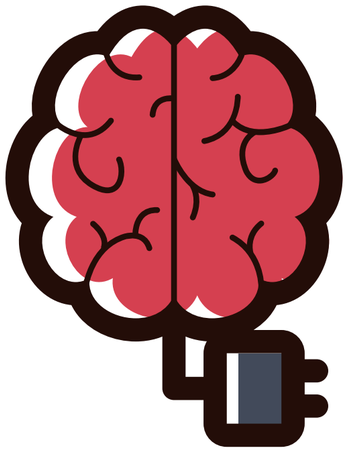
النظير الضربي للمصفوفة و أنظمة المعادلات الخطية

أ. غادة الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قدرات

إذا كانت س ص = ١٢ ، س − ص = ١ فإن س^{٢} + ص^{٢} =



أ) ١٦

ب) ٢٠

ج) ٢٥

د) ٣٦

المفردات

- مصفوفة الوحدة .
- المضير الضربي للمصفوفة .
- المعادلة المصفوفية.
- مصفوفة الثوابت
- مصفوفة المتغيرات.

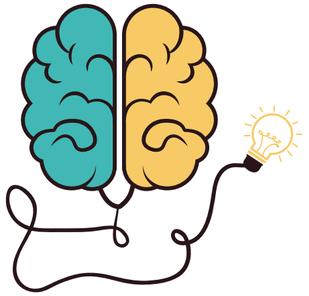
المحاور الرئيسية للدرس :

أجد النظير الضربي لمصفوفة من نوع 2×2

أكتب معادلات مصفوفية لنظام من معادلتين وأحلها

فيما سبق

درست حل نظام معادلات خطية



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا ؟

يبين الشكل المجاور أسعار وجبة الغداء في مطعم. ولتحديد سعر كل من الشطيرة، وعلبة المقبلات، وعلبة العصير، يمكنك إيجاد قيم المتغيرات w, s, d التي تحقق المساواة:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ s \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.5 \\ 19 \\ 38 \end{bmatrix}$$

حيث w تمثل سعر الشطيرة، وs تمثل سعر علبة المقبلات، وd تمثل سعر علبة العصير.

العصف الذهني

ما الذي تم التعبير عنه بالعدد 3 في المصفوفة الأولى؟

ما رتبة مصفوفة ناتج ضرب المصفوفة 3×3 في المصفوفة 3×1

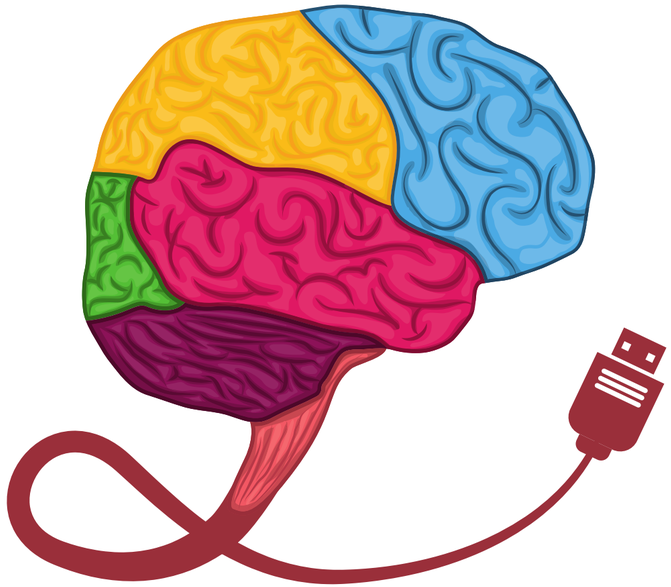
أوجد ناتج ضرب المصفوفتين

$$[1 \quad 2 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} w \\ s \\ d \end{bmatrix}$$

لنتذكر

النظير الضربي

أوجدي النظير الضربي للأعداد التالية :



- $3 =$
- $-5 =$
- $\frac{2}{3} =$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مصفوفة الوحدة

مصفوفة الوحدة ونظير المصفوفة الضربي: تذكّر أن عددين من الأعداد الحقيقية يكون كلٌّ منهما نظيرًا ضربيًّا للآخر إذا كان حاصل ضربهما هو العنصر المحايد لعملية الضرب. وكذلك الحال في المصفوفات، فإن **مصفوفة الوحدة** هي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيس تساوي واحدًا، والباقي أصفار، وإذا ضُربت في أي مصفوفة أخرى من الرتبة نفسها كان الناتج هو المصفوفة الأخرى.

مصفوفة وحدة من النوع 2×2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة وحدة من النوع 3×3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

المصفوفة المحايدة للضرب

التعبير اللفظي: المصفوفة المحايدة لعملية الضرب ورمزها $\underline{I}$ هي مصفوفة الوحدة، والتي إذا ضربت في أي مصفوفة أخرى من الرتبة نفسها كان الناتج هو المصفوفة الأخرى.

لأي مصفوفة مربعة $\underline{A}$ لها رتبة مصفوفة الوحدة $\underline{I}$ نفسها،
فإن $\underline{A} \cdot \underline{I} = \underline{I} \cdot \underline{A} = \underline{A}$.

الرمـــــوز: إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$، وَ $\underline{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ فإن

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

النضير الضربي للمصفوفة

إذا كانت المصفوفتان $\underline{A}, \underline{B}$ مربعتين ولهما الرتبة نفسها،

وكان $\underline{A}\,\underline{B} = \underline{B}\,\underline{A} = \underline{I}$

فإن المصفوفة $\underline{B}$ تُسمى **نظيرًا ضربيًّا للمصفوفة** $\underline{A}$

وكذلك تُسمى المصفوفة $\underline{A}$ نظيرًا ضربيًّا للمصفوفة $\underline{B}$.

وإذا كان للمصفوفة $\underline{A}$ نظير ضربي فإنه يرمز إليه بالرمز $\underline{A}^{-1}$، حيث $\underline{A} \cdot \underline{A}^{-1} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{A} = \underline{I}$

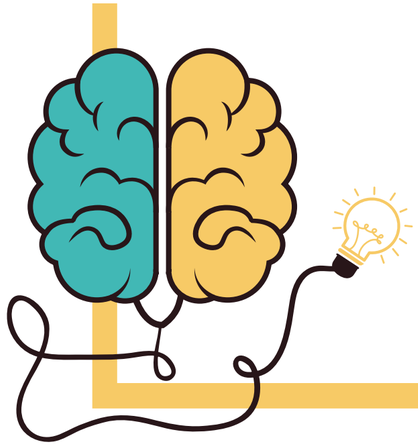
التحقق من النظير الضربي

مثال 1

إرشادات للدراسة

التحقق من النظير الضربي

بما أن عملية ضرب المصفوفات ليست عملية إبدالية، فمن الضروري التأكد من الضرب في الاتجاهين.



تحقق من فهمك

حدد إذا كان كل زوج من المصفوفات الآتية يمثل مصفوفة ونظيرها الضربي أم لا:

1) $\underline{X} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \underline{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$

التحقق من النظير الضربي

مثال 1

تأكد

حدد إذا كانت كلٌّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًّا للأخرى فيما يأتي:

1) $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

النظير الضربي للمصفوفة

يمكنك استعمال المحددات؛ لإيجاد النظير الضربي لمصفوفة ما.

إرشادات للدراسة

لاحظ تبديل موقعي عنصري القطر الرئيس، وتغيير إشارتي عنصري القطر الآخر عند حساب A^{-1} .

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

النظير الضربي للمصفوفة من النوع 2×2

النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو $\underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$،

وذلك إذا كانت $|\underline{A}| \neq 0$

لاحظ أنه إذا كانت قيمة محددة مصفوفةٍ ما تساوي صفرًا، فليس للمصفوفة نظير ضربي.

مثال 2

إيجاد النظير الضربي للمصفوفة

تحقق من فهمك

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

(2A $\underline{D} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$

(2B $\underline{T} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعادلة المصفوفية

المعادلات المصفوفية : يمكنك استعمال المصفوفات لتمثيل نظام من المعادلات وحله. فمثلًا، يمكنك كتابة معادلة مصفوفية لحل نظام المعادلتين الآتي:

$$\begin{matrix} x + 2y = 9 \\ 3x - 6y = 3 \end{matrix} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} x + 2y \\ 3x - 6y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

وَيمكنك كتابة المعادلة السابقة على الشكل:

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

مصفوفة المعاملات

مصفوفة المتغيرات
المتغيرات في النظام فقط

مصفوفة الثوابت
الثوابت في النظام فقط

إرشادات للدراسة

المعادلات المصفوفية

يمكنك استعمال هذه الطريقة لحل نظام معادلات فقط إذا كان لمصفوفة المعاملات $\underline{A}$ نظير ضربي، أما إذا لم يكن لها نظير ضربي، فيمكن أن يكون للنظام عدد لانهائي من الحلول، أو لا يوجد له حل.

مثال 3

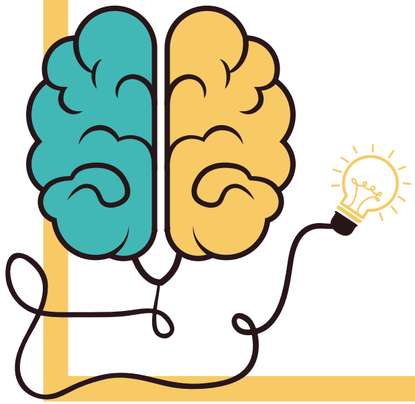
حل نظام من معادلتين بإستخدام المعادلة المصفوفية

تأكد

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام فيما يأتي:

6) $-2x + y = 9$

$x + y = 3$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

أكتشف الخطأ

مهارات التفكير العليا

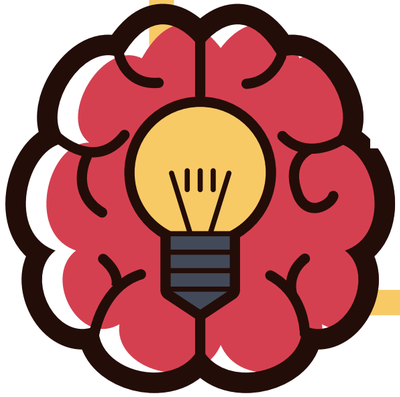
27) اكتشف الخطأ: أنشأت كل من هاجر وفاطمة معادلة مصفوفية لنظام المعادلتين $5x + 7y = 19, 3y + 4x = 10$. فهل حل أحدهما أو كليهما صحيح؟ فسر إجابتك.

هاجر

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 10 \end{bmatrix}$$

فاطمة

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 10 \end{bmatrix}$$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الواجب

https://t.me/GhadahAlfadhly

https://t.me/RAFAH_Secondary3

Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter