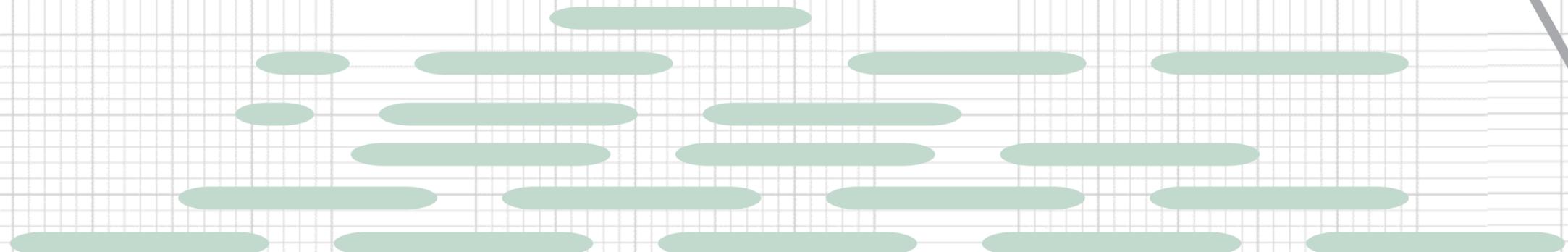
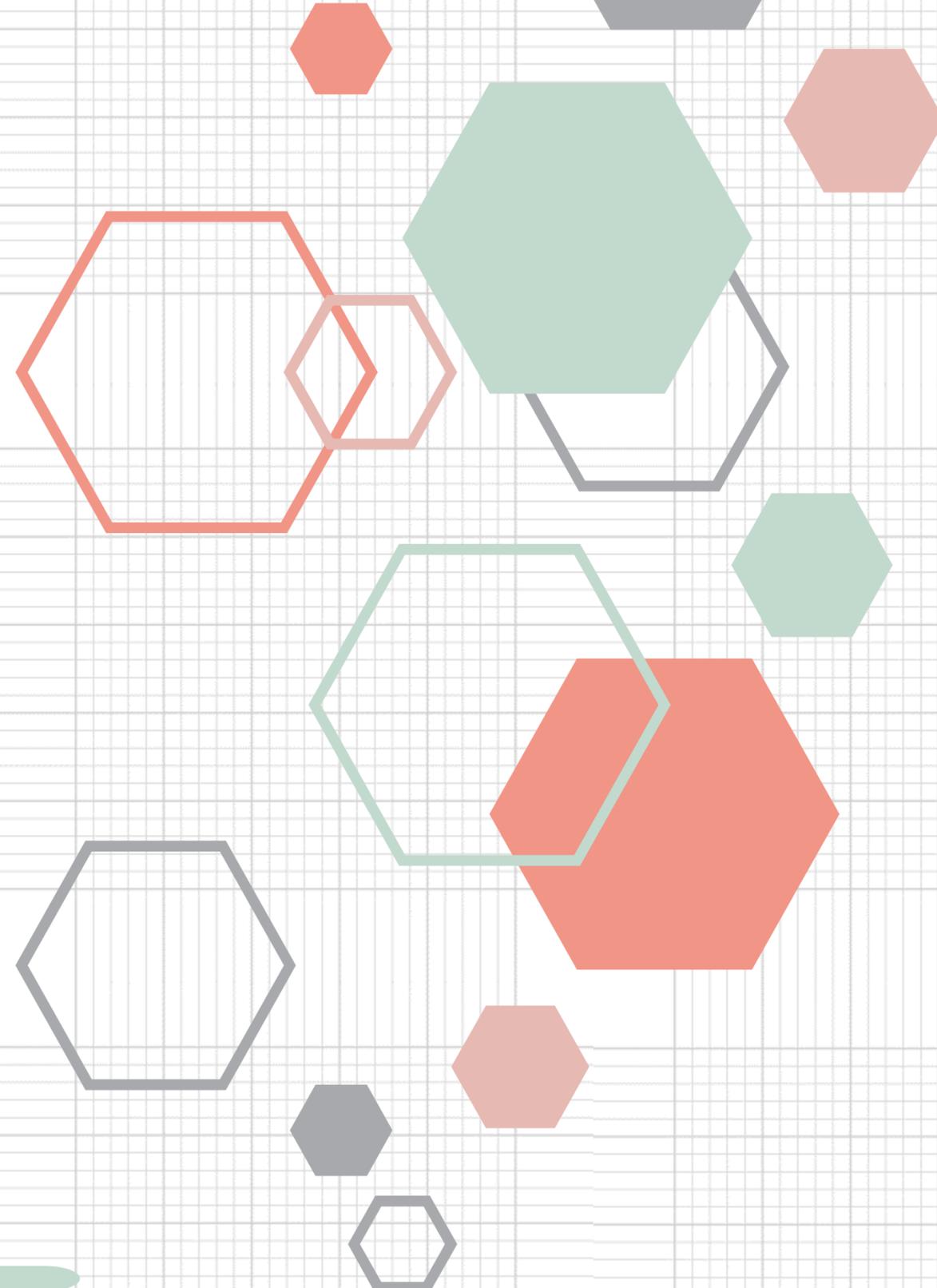


٥-٣
دوال كثيرات الحدود

كثيرات الحدود
وقدوالها



فيما سبق

➤ درستُ تحليل التمثيل البياني للدوال التربيعية.

والآن

➤ أجد قيم دوال كثيرات الحدود.

➤ أتعرف على الأشكال العامة للتمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود، وأحدد
عدد أصفارها الحقيقية.



رابط الدرس الرقمي



www.ien.edu.sa

تصميم: عبدالعزيز الشريف

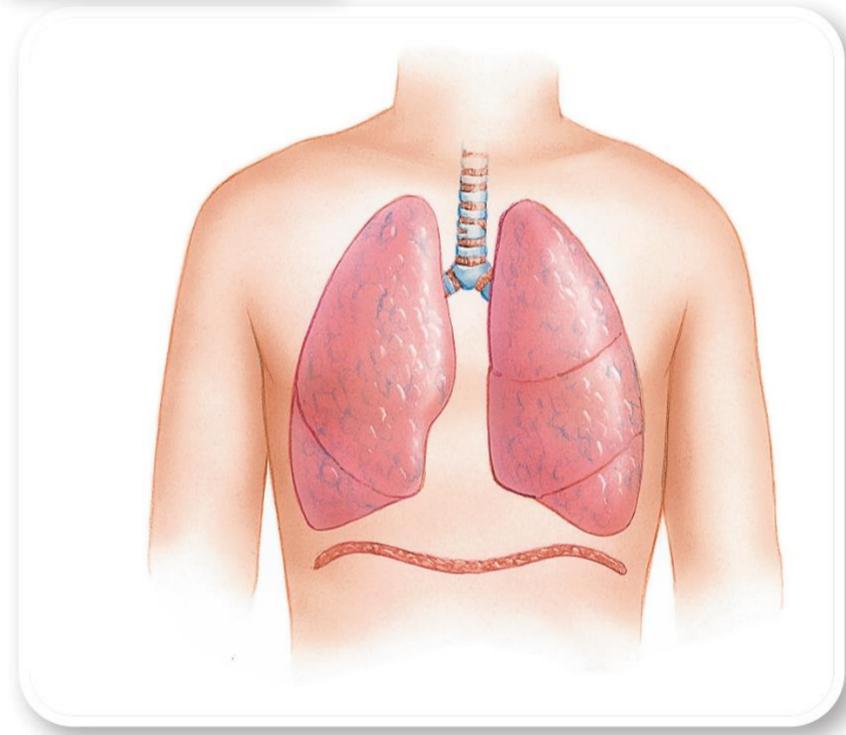
المفردات

- كثيرة حدود بمتغير واحد
- المعامل الرئيسي
- دالة كثيرة الحدود
- دالة القوة
- سلوك طرفي التمثيل البياني
- صفر الدالة



لماذا؟

يمكن تمثيل حجم الهواء في رئتي الإنسان خلال دورة تنفس مدتها t ثانية بالدالة: $v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$ ، حيث v الحجم بالترات، t الزمن بالثواني. وهذه الدالة مثال على دالة كثيرة حدود.



دوال كثيرات الحدود



دوال كثيرات الحدود: كثيرة الحدود بمتغير واحد هي عبارة

جبرية على الصورة:

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ أعداد حقيقية ، $a_n \neq 0$ ، حيث $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

n عدد صحيح غير سالب. وتكون كثيرة الحدود مكتوبة بالصيغة القياسية إذا كانت أسس المتغير في حدودها مرتبة ترتيباً تنازلياً، ودرجة كثيرة الحدود هي أس المتغير ذي أكبر أس فيها، ويُسمى معامل الحد الأول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية **المعامل الرئيس**.

كثيرة الحدود	مثال	الدرجة	المعامل الرئيس
الثابتة	12	0	12
الخطية	$4x - 9$	1	4
التربيعية	$5x^2 - 6x - 9$	2	5
التكعيبية	$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$	3	8
الصيغة العامة	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	n	a_n



الدرجات والمعاملات الرئيسية

مثال (1)

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد، فاذكر السبب:

$$(a) \quad 8x^5 - 4x^3 + 2x^2 - x - 3$$

هذه كثيرة حدود بمتغير واحد، وأكبر أس للمتغير فيها 5، لذا درجتها 5، والمعامل الرئيس 8.

$$(b) \quad 12x^2 - 3xy + 8x$$

هذه ليست كثيرة حدود بمتغير واحد؛ فهناك متغيران هما x ، y .

$$(c) \quad 3x^4 + 6x^3 - 4x^8 + 2x$$

هذه كثيرة حدود بمتغير واحد، وأكبر أس للمتغير فيها 8، لذا درجتها 8، والمعامل الرئيس -4.



الدرجات والمعاملات الرئيسية

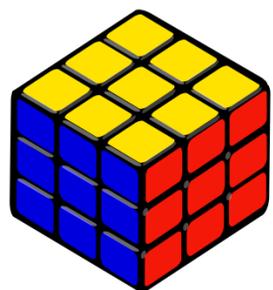
تحقق من فهمك

$$8x^4 - 2x^3 - x^6 + 3 \quad \mathbf{(1C)} \quad 5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14 \quad \mathbf{(1B)} \quad 5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x} \quad \mathbf{(1A)}$$



تصميم: عبد العزيز الشريف

الحل



تصميم: عبدالعزيز الشريف



إيجاد قيمة دالة كثيرة حدود

دالة كثيرة الحدود هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود بمتغير واحد، فمثلاً $f(x) = 3x^3 - 4x + 6$ دالة كثيرة حدود تكعيبية. وتكتب أبسط دوال كثيرات الحدود على الصورة $f(x) = ax^b$ ، حيث a عدد حقيقي، b عدد صحيح غير سالب، وتسمى عندئذٍ **دوال القوة**.

إذا علمت عنصراً في مجال دالة كثيرة حدود، تستطيع معرفة القيمة المقابلة له في المدى.

مثال (٢)

التنفس: ارجع إلى الفقرة في بداية الدرس، وأوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها ثانيان.

بتعويض العدد 2 في الدالة نجد $v(2)$ ، وهو حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها ثانيين.

الدالة الأصلية

$$v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$$

عوّض 2 بدلاً من t

$$v(2) = -0.037(2)^3 + 0.152(2)^2 + 0.173(2)$$

بسّط

$$= -0.296 + 0.608 + 0.346$$

اجمع

$$= 0.658 \text{ L}$$



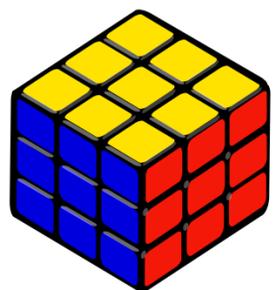
إيجاد قيمة دالة كثيرة حدود

تحقق من فهمك

(2) **تنفس:** أوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها 4 ثوانٍ.



الحل



تصميم: عبدالعزيز الشريف

إيجاد قيمة دالة كثيرة حدود

الربط مع الحياة

تصل سعة الرئة لدى
الشخص البالغ السليم إلى
6 لترات تقريباً.





قيمة دالة كثيرة الحدود عند متغير



يمكنك إيجاد قيم الدوال عند متغيرات وعبارات جبرية.

مثال (٣)

إذا كانت $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، فأوجد: $f(3c - 4) - 5f(c)$.

لإيجاد قيمة $f(3c - 4)$ عوض $3c - 4$ بدلاً من x في الدالة $f(x)$

الدالة الأصلية

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

عوض $3c - 4$ بدلاً من x

$$f(3c - 4) = (3c - 4)^2 + 2(3c - 4) - 3$$

اضرب

$$= 9c^2 - 24c + 16 + 6c - 8 - 3$$

بسّط

$$= 9c^2 - 18c + 5$$



لإيجاد قيمة $5f(c)$ ، عوض c بدلاً من x في الدالة $f(x)$ ، واضرب الناتج في العدد 5.

الدالة الأصلية

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

عوض c بدلاً من x

$$5f(c) = 5(c^2 + 2c - 3)$$

خاصية التوزيع

$$= 5c^2 + 10c - 15$$

والآن أوجد قيمة $f(3c - 4) - 5f(c)$.

$$f(3c - 4) - 5f(c) = (9c^2 - 18c + 5) - (5c^2 + 10c - 15)$$

خاصية التوزيع

$$= 9c^2 - 18c + 5 - 5c^2 - 10c + 15$$

بسّط

$$= 4c^2 - 28c + 20$$



تحقق من فهمك

(3A) إذا كانت $g(x) = x^2 - 5x + 8$ ، فأوجد $g(5a - 2) + 3g(2a)$.

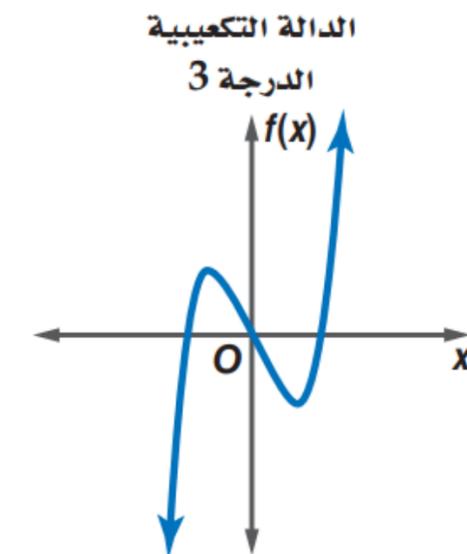
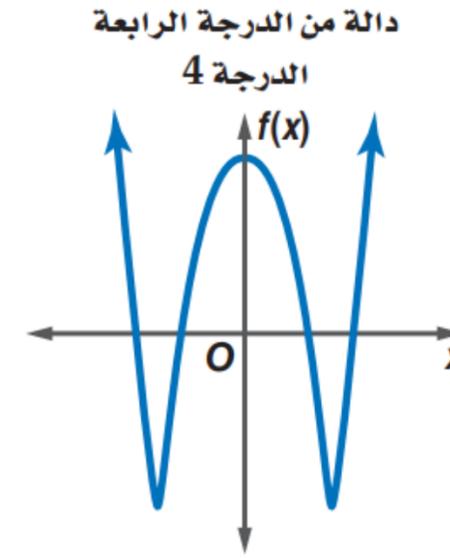
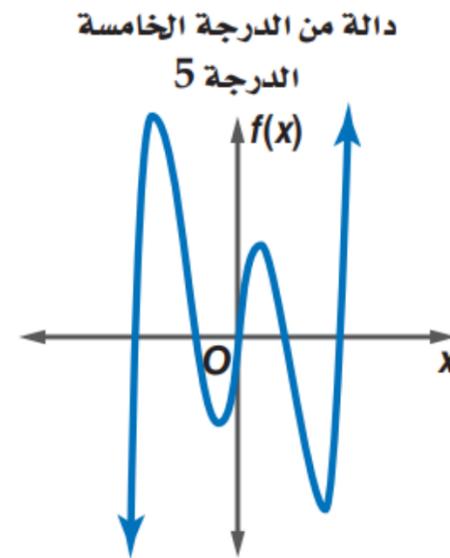
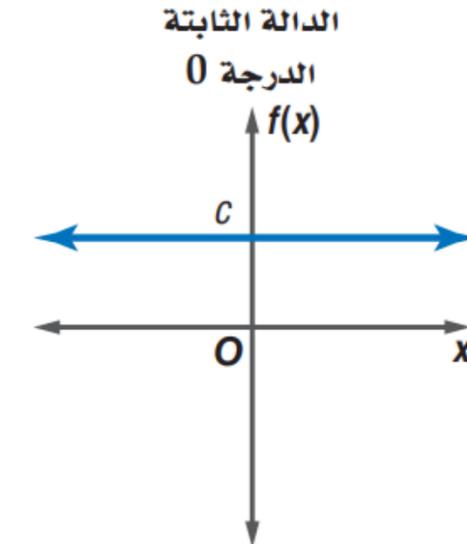
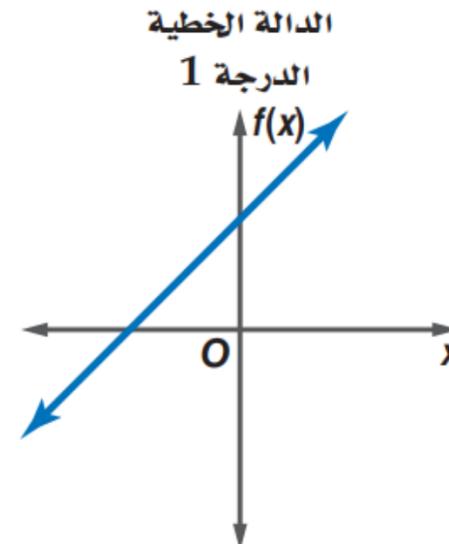
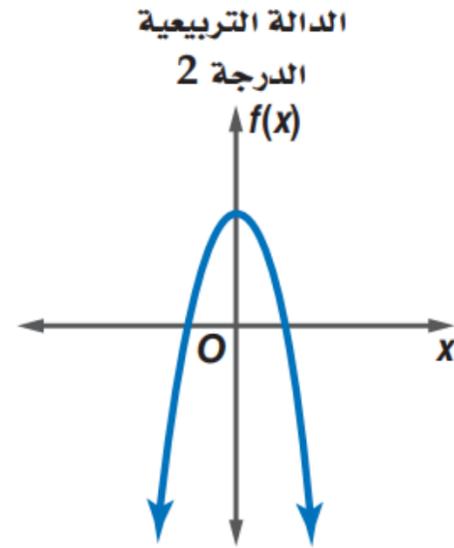
(3B) إذا كانت $h(x) = 2x^2 + 5x + 3$ ، فأوجد $h(-4d + 3) - 0.5h(d)$.





التمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود

التمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود: إن التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود يظهر عدد المرات التي قد يقطع فيها هذا التمثيل المحور x ، وهذا العدد يمثل درجة كثيرة الحدود.



تصميم: عبد العزيز الشريف

سلوك طرفي التمثيل البياني

ملحوظة

قراءة الرياضيات

الرمزان $+\infty$, $-\infty$

نعبر عن التزايد

غير المحدود لقيم

المتغير x ، باستعمال

الرمز $+\infty$ ويُقرأ

ما لا نهاية ويُكتب

$x \rightarrow +\infty$

كما نعبر عن التناقص

غير المحدود لقيم

المتغير x ، باستعمال

الرمز $-\infty$ ويُقرأ سالب

ما لا نهاية ويُكتب

$x \rightarrow -\infty$.

مجال دالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية ويُحدد **سلوك طرفي التمثيل البياني** للدالة $f(x)$ عندما تقترب x من المالانهاية $(x \rightarrow +\infty)$ ، أو سالب المالانهاية $(x \rightarrow -\infty)$ بكل من: درجة دالة كثيرة الحدود والمعامل الرئيس لها.

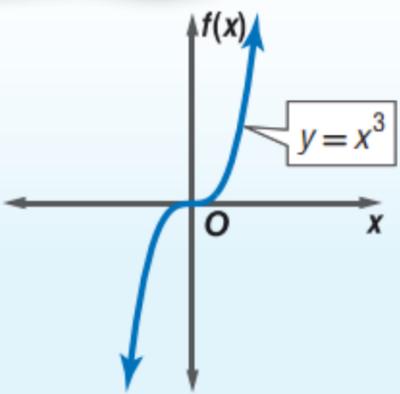


مفهوم أساسي

سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود

أضف الى مطويتك

الدرجة : فردية
المعامل الرئيس : موجب

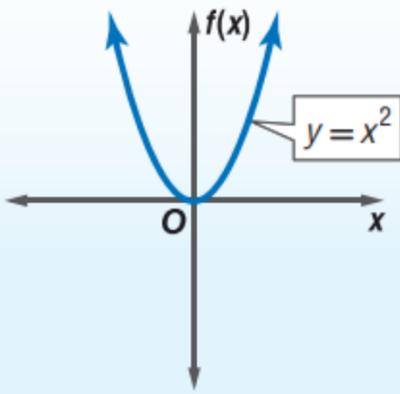


المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية

سلوك طرفي التمثيل البياني :
عندما $x \rightarrow -\infty$ فإن $f(x) \rightarrow -\infty$
عندما $x \rightarrow +\infty$ فإن $f(x) \rightarrow +\infty$

الدرجة : زوجية
المعامل الرئيس : موجب

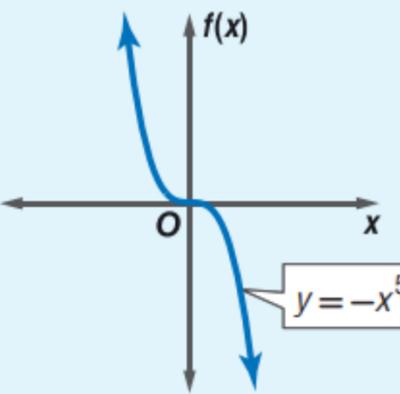


المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو التي تساوي القيمة الصغرى .

سلوك طرفي التمثيل البياني :
عندما $x \rightarrow -\infty$ فإن $f(x) \rightarrow +\infty$
عندما $x \rightarrow +\infty$ فإن $f(x) \rightarrow +\infty$

الدرجة : فردية
المعامل الرئيس : سالب

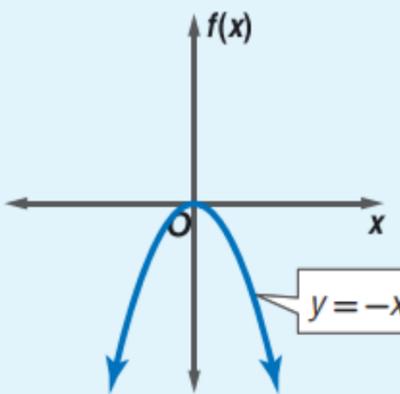


المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية

سلوك طرفي التمثيل البياني :
عندما $x \rightarrow -\infty$ فإن $f(x) \rightarrow +\infty$
عندما $x \rightarrow +\infty$ فإن $f(x) \rightarrow -\infty$

الدرجة : زوجية
المعامل الرئيس : سالب



المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية الأقل من أو التي تساوي القيمة العظمى

سلوك طرفي التمثيل البياني :
عندما $x \rightarrow -\infty$ فإن $f(x) \rightarrow -\infty$
عندما $x \rightarrow +\infty$ فإن $f(x) \rightarrow -\infty$

مفهوم أساسي

سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود

إرشادات للدراسة

سلوك طرفي التمثيل البياني

المعامل الرئيس ودرجة كثيرة الحدود هما العاملان الوحيدان في تحديد سلوك طرفي التمثيل البياني.

تصميم : عبد العزيز الشريف



صفر الدالة



صفر الدالة هو الإحداثي x لنقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة مع المحور x ، لذا فإنه يمكن تحديد عدد الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية لمعادلة كثيرة الحدود من التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود المرتبطة بها. تذكر أن مقاطع x تحدد هذه الأصفار؛ ولذا فإن عدد مرات تقاطع التمثيل البياني مع محور x يساوي عدد هذه الأصفار.

مفهوم أساسي

أضف إلى

مطوبتك

أصفار الدوال الفردية الدرجة والزوجية الدرجة

مفهوم أساسي

يكون للدوال الفردية الدرجة عدد فردي من الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية، ويكون للدوال الزوجية الدرجة عدد زوجي من الأصفار أو لا يكون لها أصفار تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية.



تصميم: عبد العزيز الشريف

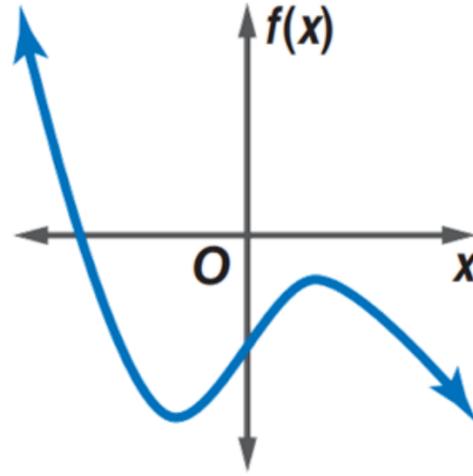
صفر الدالة

إرشادات للدراسة

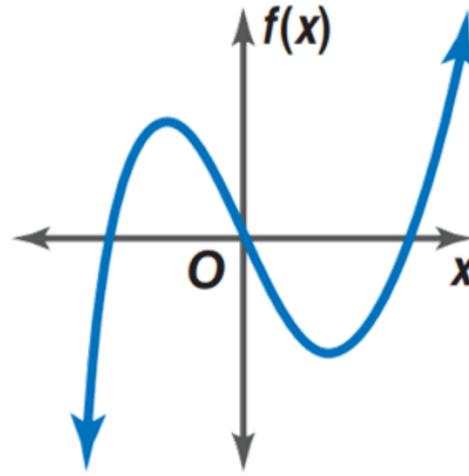
الصفر المكرر

عندما يمس التمثيل
البياني المحور x ، يكون
للدالة صفران متساويان
(صفر مكرر).

كثيرتا حدود فرديتا الدرجة

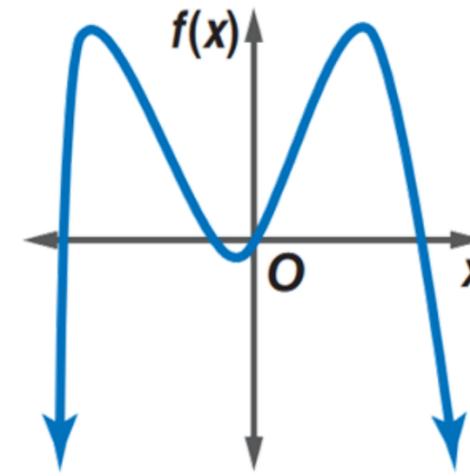


لها صفر واحد حقيقي

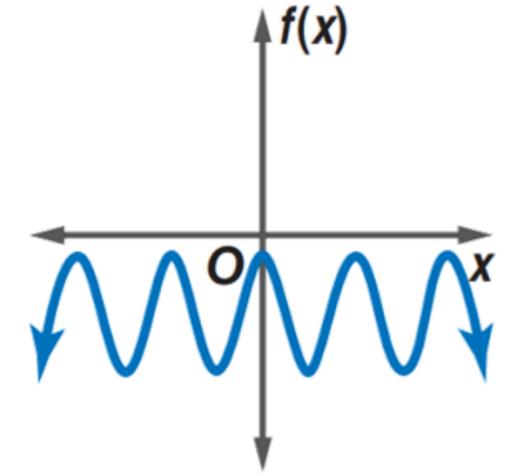


لها 3 أصفار حقيقية

كثيرتا حدود زوجيتا الدرجة



لها 4 أصفار حقيقية



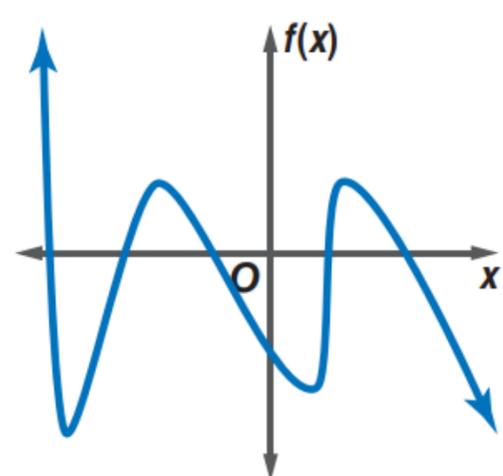
ليس لها أصفار حقيقية



وصف دالة كثيرة الحدود من تمثيلها البياني

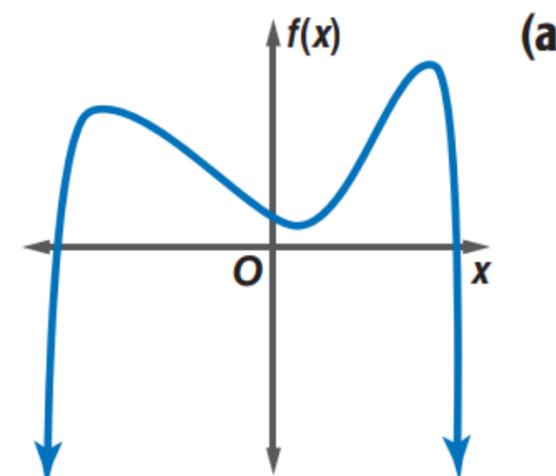
أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



$$x \rightarrow -\infty \text{ عندما } f(x) \rightarrow +\infty$$

$$x \rightarrow +\infty \text{ عندما } f(x) \rightarrow -\infty$$



$$x \rightarrow -\infty \text{ عندما } f(x) \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow +\infty \text{ عندما } f(x) \rightarrow -\infty$$

بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في الاتجاه نفسه،
فالدالة زوجية الدرجة، وبما أن التمثيل البياني للدالة
يقطع المحور x في نقطتين؛ لذا فللدالة صفران
حقيقيان.

بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في اتجاهين
مختلفين، فالدالة فردية الدرجة، وبما أن التمثيل
البياني للدالة يقطع المحور x في 5 نقاط؛ لذا فللدالة
5 أصفار حقيقية.

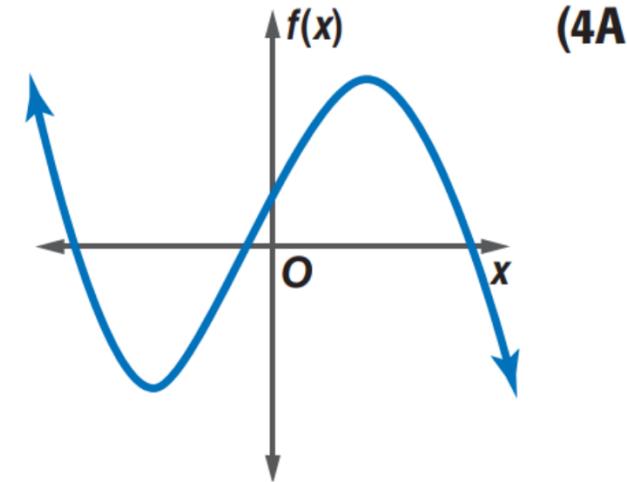
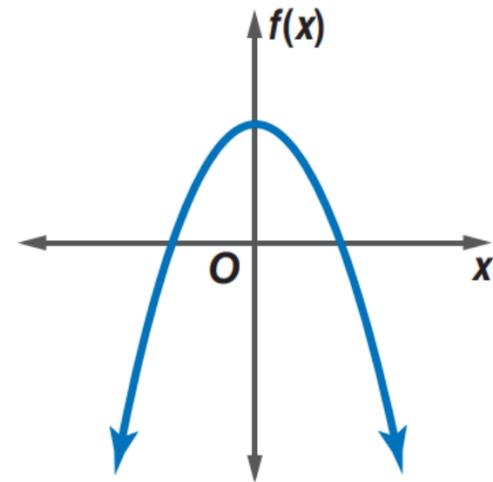


وصف دالة كثيرة الحدود من تمثيلها البياني

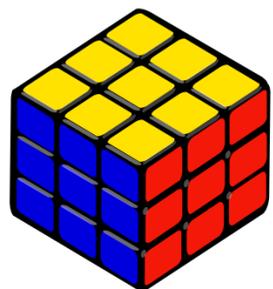
تحقق من فهمك

أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



الحل



تصميم: عبدالعزيز الشريف

تأكد

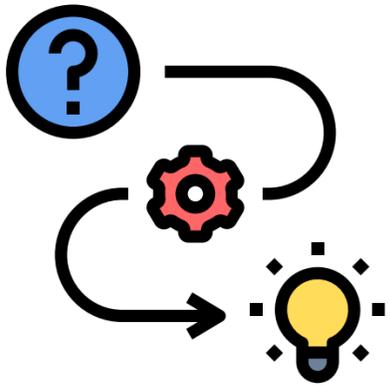
حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فاذكر السبب:

$$-10x^7 - 5x^3 + 4x - 22 \quad (2)$$

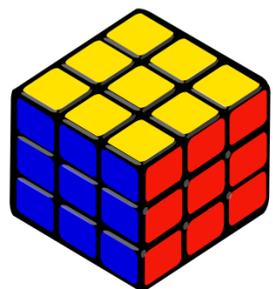
$$11x^6 - 5x^5 + 4x^2 \quad (1)$$

$$8x^5 - 3x^2 + 4xy - 5 \quad (4)$$

$$14x^4 - 9x^3 + 3x - 4y \quad (3)$$



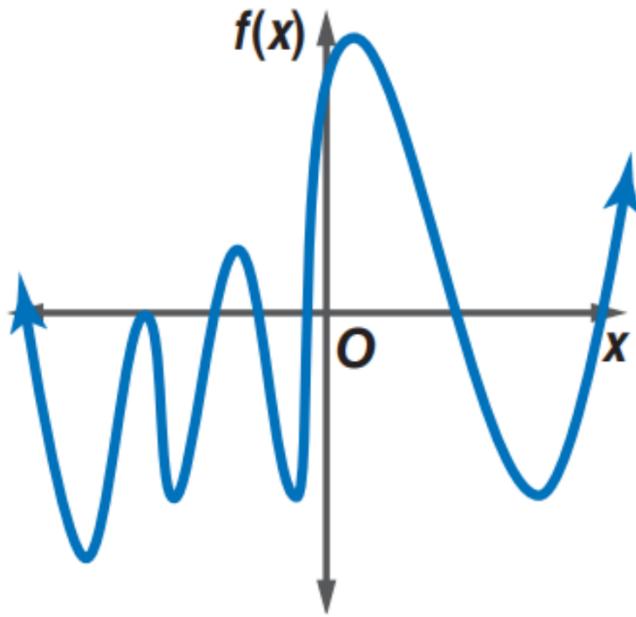
الحل



تصميم: عبدالعزيز الشريف

مسائل التفكير العليا

اكتشف الخطأ: حدّد كل من ماجد وبدر عدد أصفار التمثيل البياني المجاور. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

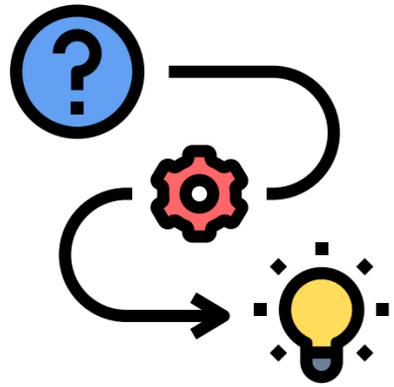


بدر

يوجد 7 أصفار؛ لأن التمثيل البياني
يقطع المحور x سبع مرات.

ماجد

يوجد 8 أصفار؛ لأن التمثيل البياني يقطع
المحور x 7 مرات، وأحد الجذور مكرر
مرتين.



تصليبي

ما باقي قسمة: $x^3 - 7x + 5$ على $x + 3$ ؟

A -11

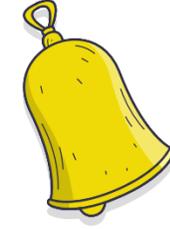
C -1

B 1

D 11



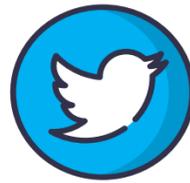
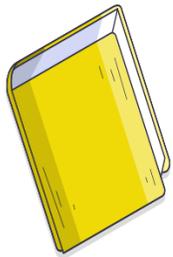
تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح



حساباتي على السوشيال ميديا



تصميم: عبدالعزيز الشريف