

نظريتا الباقي والعوامل

The Remainder and Factor Theorems



معلمة المادة / تغريد مسعود باجنيد

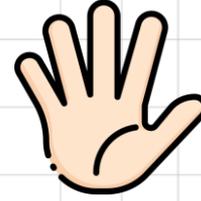
القوانين الصفية



إعْملي مع زميلاتك
كفريق



حافظي على الممتلكات
ونظافة فصلك



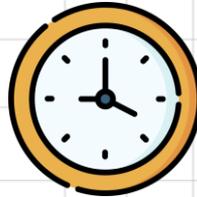
إرفعي يدك عند
المشاركة



إستمعي جيداً
لنصائح المعلمة



الاستعداد الجيد وإبذلي
قصار جهدك



الالتزام بالوقت



حل الواجبات وإرسالها
في الوقت المحدد

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها

اليوم تفيدك غداً



تجنب
المصافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

الأفكار الرئيسية

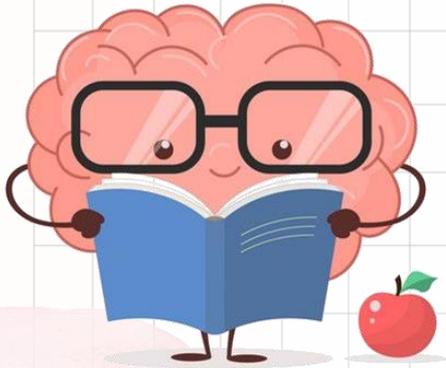


أجد قيم الدوال باستعمال التعويض التركيبي.

1

أحدد إذا كان ثنائي حد عاملاً من عوامل كثيرة حدود أم لا باستعمال التعويض التركيبي.

2

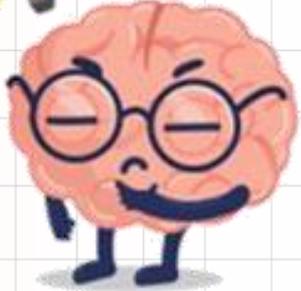


نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



الأهداف التي سيكتسبها الطالب في الدرس

- أن يجد الطالب قيم الدوال باستعمال التعويض التركيبي.
- تحديد ما إذا كانت ثنائية حد عاملاً من عوامل كثيرة حدود (باستعمال التعويض التركيبي) ام لا
- أن يستعمل الطالب التعويض التركيبي لتحديد ما إذا كانت ثنائية حد عاملاً من عوامل كثيرة حدود ام لا.

نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

فيما سبق:

درست استعمال خاصية التوزيع
والتحليل لتبسيط عبارات جبرية.

والآن:

- ✓ أجد قيم الدوال باستعمال التعويض التركيبي.
- ✓ أستعمل التعويض التركيبي لأحدد ما إذا كانت ثنائية حد عاملا
من عوامل كثيرة حدود أم لا.

نظريتا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



المفردات

التعويض التركيبي

نظرية الباقي

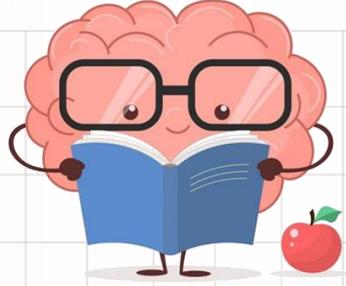
نظرية العوامل

الموضوع:

نظريتنا الباقي والعوامل

اليوم:

التاريخ:



لماذا؟

قدّر صاحب بقالة أرباحه السنوية بالدالة:

$S(x) = 0.02x^4 - 0.52x^3 + 4.03x^2 + 0.09x + 77.54$ ، حيث x عدد السنوات منذ العام 1420هـ، وتمثل $S(x)$ قيمة الأرباح بمئات الريالات.

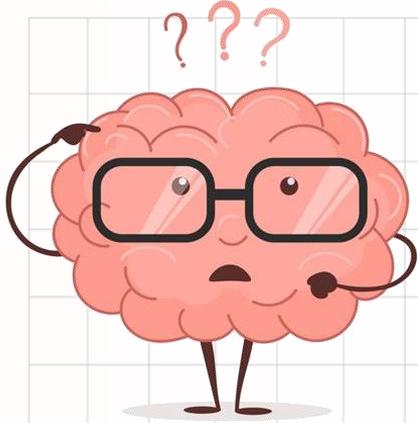
يمكنك استعمال هذه الدالة لتقدير الأرباح في العام 1440هـ، بإيجاد قيمة الدالة $S(x)$ عندما $x = 20$ ، ويمكنك استعمال التعويض التركيبي باعتباره طريقة أخرى للوصول إلى ذلك.

نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



لماذا؟

ما قيمة x إذا رغبت في معرفة عدد الطلاب عام ١٤١٤هـ؟

هل تتوقع أن يتساوى العدد الفعلي للطلاب عام ١٤٣٣هـ مع العدد الذي تحصل عليه من الدالة؟ وضح ذلك.

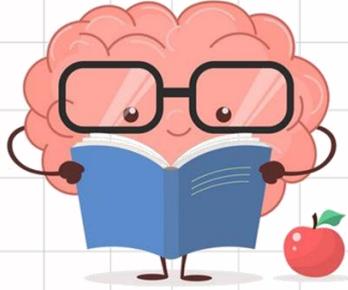
نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

جدول التعلم



ماذا تعلمت اليوم؟!

ما أريد أن أعرف؟!

ماذا اعرف؟!

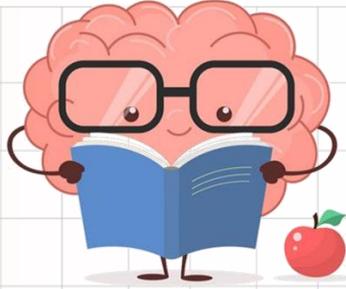
المفردات الجديدة:

نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



سنتعرف في هذا الدرس على:

استعمال نظرية العوامل

التعويض التركيبي

إيجاد قيم الدالة

التعويض التركيبي: يمكنك إيجاد باقي قسمة دالة كثيرة حدود مثل: $f(x) = -3x^2 + 5x + 4$ على الدالة $x - 3$ بطريقتين:

الطريقة 1: القسمة الطويلة

$$\begin{array}{r} -3x - 4 \\ x - 3 \overline{) -3x^2 + 5x + 4} \\ \underline{(-) -3x^2 + 9x} \\ -4x + 4 \\ \underline{(-) -4x + 12} \\ -8 \end{array}$$

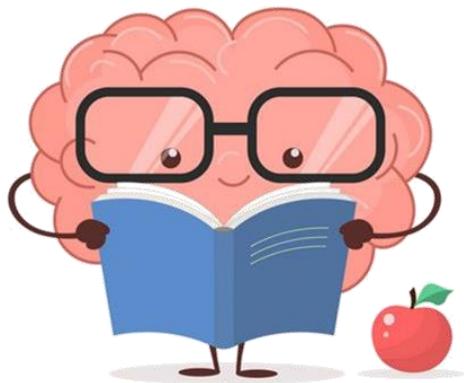
الطريقة 2: القسمة التركيبية

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & -3 & 5 & 4 \\ & & -9 & -12 \\ \hline & -3 & -4 & -8 \end{array}$$

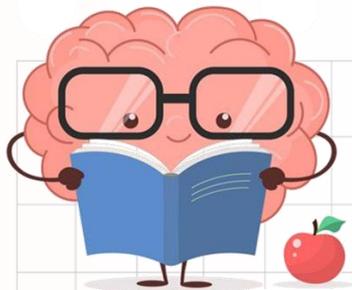
قارن بين باقي القسمة وهو العدد -8 ، وقيمة $f(3)$.

$$\begin{aligned} f(3) &= -3(3)^2 + 5(3) + 4 \\ &= -27 + 15 + 4 \\ &= -8 \end{aligned}$$

عوّض العدد 3 بدلاً من x اضرب بسّط



لاحظ أن قيمة $f(3)$ تساوي باقي قسمة كثيرة الحدود على $x - 3$. وهذا يوضّح **نظرية الباقي** .



نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

أضف إلى

مطوبتك

مفهوم أساسي



نظرية الباقي

التعبير اللفظي إذا قسمت كثيرة حدود $P(x)$ على $x - r$ ، فإن الباقي ثابت ويساوي $P(r)$ ، وكذلك :

المقسوم	نتاج القسمة	المقسوم عليه	الباقي
$P(x)$	$=$	$Q(x)$	$\cdot (x - r) + P(r)$

حيث $Q(x)$ دالة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة $P(x)$.

$$x^2 + 6x + 2 = (x - 4) \cdot (x + 10) + 42$$

مثال

نظريتنا الباقي والعوامل

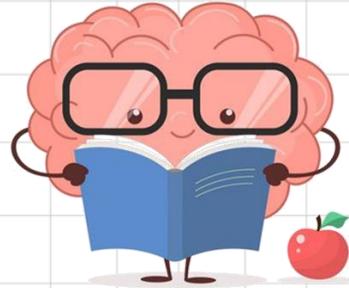
الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



إن عملية إيجاد قيمة دالة عند عدد بتطبيق نظرية الباقي واستعمال القسمة التركيبية تسمى **التعويض التركيبي**. وهي طريقة سهلة لإيجاد قيم دوال كثيرات الحدود، خصوصاً عندما تكون درجة كثيرة الحدود أكبر من **الدرجة الثانية**.



نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:



التعويض التركيبي

مثال 1

إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$ ، فأوجد $f(4)$ باستعمال التعويض التركيبي.
بناءً على نظرية الباقي، فإن $f(4)$ يساوي باقي قسمة كثيرة الحدود على $x - 4$.

بما أنه لا يوجد حد يحتوي على x^2 ، لذا ضع 0 للمحافظة على مكان عامل الحد x^2 .

4	3	-2	0	5	2
		12	40	160	660
	3	10	40	165	662

بما أن باقي القسمة يساوي 662، فإنه باستعمال التعويض التركيبي يكون $f(4) = 662$

وللتحقق نستعمل التعويض المباشر.

عوض عن x بالعدد 4 في دالة كثيرة الحدود.

الدالة الأصلية

$$f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$$

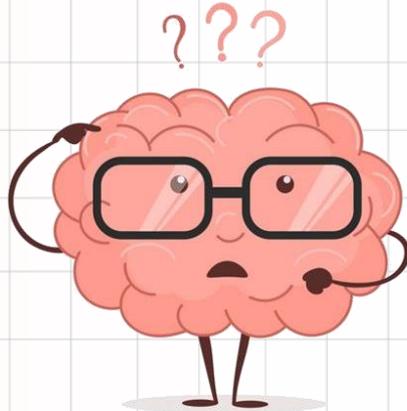
عوض العدد 4 بدلاً من x

$$f(4) = 3(4)^4 - 2(4)^3 + 5(4) + 2$$

بسّط

$$= 768 - 128 + 20 + 2 = 662$$

وعليه فإن $f(4) = 662$. وبذلك نكون قد توصلنا إلى الإجابة نفسها من خلال التعويض المباشر.

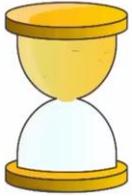


نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



00:01:00

Start

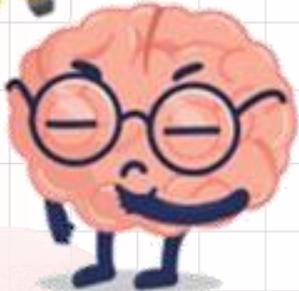
Clear



تحقق من فهمك

(1A) إذا كان $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + x - 11$ ، فأوجد $f(3)$.

(1B) إذا كان $g(x) = 4x^5 + 2x^3 + x^2 - 1$ ، فأوجد $g(-1)$.



نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

يمكنك استعمال التعويض التركيبي في الحالات التي تكون فيها حسابات التعويض المباشر معقدة.



إيجاد قيم الدالة

مثال 2 من واقع الحياة

مبيعات: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية هذا الدرس. ما قيمة الأرباح في العام 1440 هـ؟

أوجد ناتج قسمة $0.02x^4 - 0.52x^3 + 4.03x^2 + 0.09x + 77.54$ على $x - 20$ مستعملاً القسمة التركيبية.

???



20	0.02	-0.52	4.03	0.09	77.54
		0.4	-2.4	32.6	653.8
	0.02	-0.12	1.63	32.69	731.34

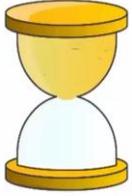
تقدر الأرباح بـ 73134 ريالاً تقريباً.

نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



00:01:00

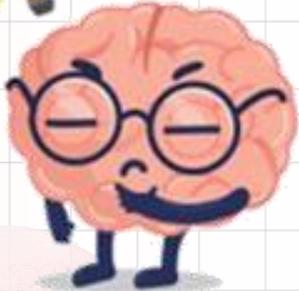
Start

Clear



تحقق من فهمك

(2) **مدارس:** يمكن استعمال الدالة $C(x) = 2.4x^3 - 22.3x^2 + 53.8x + 548.2$ لتقدير عدد الطلاب في إحدى المناطق منذ عام 1427 هـ، حيث تمثل x عدد السنوات، $C(x)$ عدد الطلاب بالآلاف، قدر عدد طلاب المنطقة عام 1442 هـ.



عوامل كثيرات الحدود : تبين القسمة التركيبية أدناه أن ناتج قسمة $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$ على $x + 3$ هو $2x^2 - 9x + 10$.

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 2 & -3 & -17 & 30 \\ & & -6 & 27 & -30 \\ \hline & 2 & -9 & 10 & 0 \end{array}$$

عند قسمة كثيرة حدود على ثنائية حد من عواملها، يكون ناتج القسمة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة كثيرة الحدود الأصلية.

بناءً على عملية القسمة وباستعمال نظرية الباقي فإن:



$$\underbrace{2x^3 - 3x^2 - 17x + 30}_{\text{المقسوم}} = \underbrace{(2x^2 - 9x + 10)}_{\text{ناتج القسمة}} \cdot \underbrace{(x + 3)}_{\text{المقسوم عليه}} + \underbrace{0}_{\text{الباقي}}$$

وبما أن باقي القسمة يساوي صفرًا، فإن $f(-3) = 0$ وهذا يعني أن $x + 3$ عامل لكثيرة الحدود $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$. وهذا يوضح **نظرية العوامل**، التي تعدُّ حالة خاصة من نظرية الباقي.

أضف إلى

مطوبتك

نظرية العوامل

مفهوم أساسي

تكون ثنائية الحد $x - r$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان $P(r) = 0$.

يمكنك استعمال نظرية العوامل للتحقق من أن ثنائية حد معينة عامل من عوامل كثيرة حدود معطاة.

حدّد ما إذا كان $x - 5$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $P(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى.

الخطوة 1: استعمال نظرية العوامل

بناءً على نظرية العوامل تكون ثنائية الحد $x - 5$ عاملاً من عوامل $P(x)$ إذا كان $P(5) = 0$ ، ولإيجاد $P(5)$ ، يمكنك استعمال التعويض التركيبي.



$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 1 & -7 & 7 & 15 \\ & & 5 & -10 & -15 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$$

وبما أن باقي القسمة يساوي صفرًا؛ أي أن $P(5) = 0$ ، فإن $x - 5$ عامل لكثيرة الحدود.

الخطوة 2: تحليل كثيرة الحدود

بما أن $x - 5$ عامل لكثيرة الحدود؛ لذا يمكن تحليل كثيرة الحدود $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ على النحو الآتي: $(x - 5)(x^2 - 2x - 3)$. وتكون $x^2 - 2x - 3$ هي كثيرة الحدود الناتجة عن قسمة كثيرة الحدود $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ على $(x - 5)$.

تحقق مما إذا كانت كثيرة الحدود هذه قابلة للتحليل أم لا.

حلّ ثلاثية الحدود

$$x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$$

وعليه فإن $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 = (x - 5)(x + 1)(x - 3)$

تحقق: يمكنك التحقق من إجابتك بضرب العوامل ومقارنة كثيرة الحدود الناتجة بكثيرة الحدود الأصلية.



إرشادات للدراسة

التحليل إلى العوامل

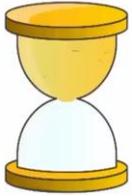
ليس شرطاً أن تكون عوامل كثيرة الحدود ثنائيات حد. فمثلاً، عاملاً كثيرة الحدود $x^3 + x^2 - x + 15$ هما $x + 3$ و $x^2 - 2x + 5$.

نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



00:01:00

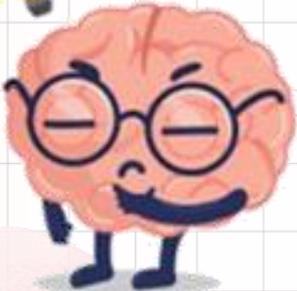
Start

Clear



تحقق من فهمك

3) حدد ما إذا كان $x - 2$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$ أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى.



نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



تأكد

مثال 1 أوجد $f(-2)$, $f(4)$ لكل من الدالتين الآتيتين مستعملًا التعويض التركيبي:

$$f(x) = x^4 + 8x^3 + x^2 - 4x - 10 \quad (2)$$

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 14 \quad (1)$$

مثال 2 **جواب:** يمكن تمثيل عدد أزواج النسور في محمية باستعمال الدالة

$$P(x) = -0.16x^3 + 15.83x^2 - 154.15x + 1147.97$$

حيث x عدد السنوات منذ عام 1390 هـ، فما

العدد التقريبي المتوقع لأزواج هذه النسور في عام 1443 هـ؟



تمارين ومسائل

أوجد $f(-5), f(2)$ لكل دالة مما يأتي مستعملاً التعويض التركيبي:

مثال 1

$$f(x) = x^2 - 8x + 6 \quad (9)$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \quad (8)$$

$$f(x) = 2x^3 - 8x^2 - 2x + 5 \quad (11)$$

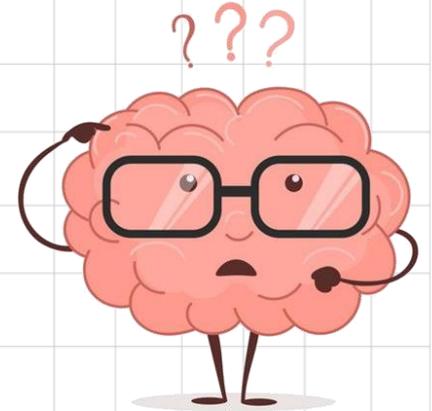
$$f(x) = 3x^4 + x^3 - 2x^2 + x + 12 \quad (10)$$

$$f(x) = x^5 + 8x^3 + 2x - 15 \quad (13)$$

$$f(x) = x^3 - 5x + 2 \quad (12)$$

$$f(x) = x^4 - 6x - 8 \quad (15)$$

$$f(x) = x^6 - 4x^4 + 3x^2 - 10 \quad (14)$$



نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



مسائل مهارات التفكير العليا

(35) **تبرير:** إذا قسمت دالة كثيرة الحدود $f(x)$ على $x - c$ ، فماذا يمكن أن تستنتج إذا كان:

(a) الباقي يساوي صفرًا؟

(b) الباقي يساوي 1؟

(c) ناتج القسمة يساوي 1 والباقي يساوي صفرًا؟



نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



تدريب على اختبار

39) ما حاصل ضرب العددين المركبين $(4 + i)(4 - i)$ ؟

17 C

17 - 8i D

15 A

16 - i B

38) أي مما يأتي هو تحليل للعبارة $27x^3 + y^3$ ؟

$(3x + y)(3x + y)(3x + y)$ A

$(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$ B

$(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$ C

$(3x - y)(9x^2 + 9xy + y^2)$ D

نظريتنا الباقي والعوامل

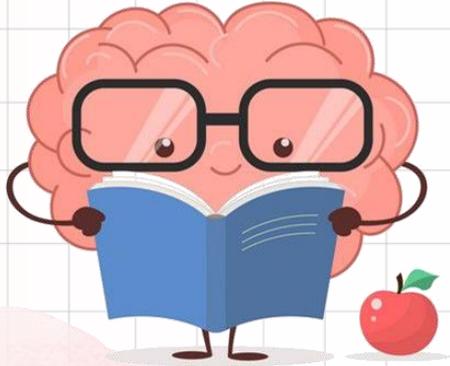
الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



فالعلم نبراس ونيرة وبصيرة لكل من أراداه،
وبالعلم تسمو الأمم وتنهض وتعلو وترتفع،
فاجلعه طريقاً ومسلكاً لكم.





نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

اختاري الوجه التعبيري المناسب و اجيبي عن السؤال المرفق معه بالدردشة



الجزء الذي
أعجبنى من
الدرس



لم أفهم



اليوم تعلمت



لدي سؤال

نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



الواجب

نظريتنا الباقي والعوامل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



انتهى درس اليوم