

رتب امورك مع الله سترتب باقي امورك  
الصلاة مفتاح الفلاح و التوكل على الله اول خطوات  
النجاح

# قدرات

إذا كانت سرعة جسم ٦٠٠ متر في الدقيقة , فكم سرعته بالسنتيمتر لكل ثانية ؟

(د) ١٠٠٠

(ج) ٣٦٠

(ب) ١٠٠٠٠

(أ) ٣٦٠٠



# نظريتنا الباقية والعوامل

# أهداف الدرس

## فيما سبق:

درست استعمال خاصية  
التوزيع والتحليل لتبسيط  
عبارات جبرية.  
(الدرس 3 - 3)

## والآن:

- أجد قيم الدوال  
باستعمال التعويض  
التركيبى.
- أستعمل التعويض  
التركيبى لأحدد ما إذا  
كانت ثنائية حدّ عاملاً  
من عوامل كثيرة حدود  
أم لا.



نظرية الباقي

Remainder Theorem

التعويض التركيبي

synthetic substitution

نظرية العوامل

Factor Theorem



مفردات الدرس

## لماذا؟

قدّر صاحب بقالة أرباحه السنوية بالدالة:

$S(x) = 0.02x^4 - 0.52x^3 + 4.03x^2 + 0.09x + 77.54$ ، حيث  $x$  عدد السنوات منذ العام 1420 هـ، وتمثل  $S(x)$  قيمة الأرباح بمئات الريالات.

يمكنك استعمال هذه الدالة لتقدير الأرباح في العام 1440 هـ، بإيجاد قيمة الدالة  $S(x)$  عندما  $x = 20$ ، ويمكنك استعمال التعويض التركيبي باعتباره طريقة أخرى للوصول إلى ذلك.

كيف يمكنك توقع الأرباح عام 1438؟

ما قيمة  $x$  إذا رغبت بمعرفة الأرباح المتوقعة عام 1419؟

استخدمي القسمة التركيبية لتوقع الأرباح عام 1438؟



تطوير - إنتاج - توثيق

**التعويض التركيبي:** يمكنك إيجاد باقي قسمة دالة كثيرة حدود مثل:  $f(x) = -3x^2 + 5x + 4$  على الدالة  $x - 3$  بطريقتين:

**الطريقة 2:** القسمة التركيبية

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & -3 & 5 & 4 \\ & & -9 & -12 \\ \hline & -3 & -4 & -8 \end{array}$$

**الطريقة 1:** القسمة الطويلة

$$\begin{array}{r} -3x - 4 \\ x - 3 \overline{) -3x^2 + 5x + 4} \\ \underline{(-) -3x^2 + 9x} \phantom{+ 4} \\ -4x + 4 \\ \underline{(-) -4x + 12} \\ -8 \end{array}$$

قارن بين باقي القسمة وهو العدد  $-8$ ، وقيمة  $f(3)$ .

عوّض العدد 3 بدلاً من  $x$ .  $f(3) = -3(3)^2 + 5(3) + 4$

اضرب  $= -27 + 15 + 4$

بسّط  $= -8$

لاحظ أن قيمة  $f(3)$  تساوي باقي قسمة كثيرة الحدود على  $x - 3$ . وهذا يوضح **نظرية الباقي**.

التعبير اللفظي إذا قسمت كثيرة حدود  $P(x)$  على  $x - r$ ، فإن الباقي ثابت ويساوي  $P(r)$ ، وكذلك :

المقسوم	ناتج القسمة	المقسوم عليه	الباقي
$P(x)$	$=$	$Q(x) \cdot (x - r)$	$+ P(r)$

حيث  $Q(x)$  دالة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة  $P(x)$ .

مثال  $x^2 + 6x + 2 = (x - 4) \cdot (x + 10) + 42$

إن عملية إيجاد قيمة دالة عند عدد بتطبيق نظرية الباقي واستعمال القسمة التركيبية تسمى **التعويض التركيبي**. وهم طريقة سهلة لإيجاد قيم دوال كثيرات الحدود، خصوصًا عندما تكون درجة كثيرة الحدود أكبر من الدرجة الثانية.

التعويض التركيبي

تحقق من فهمك



(1A) إذا كان  $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + x - 11$ ، فأوجد  $f(3)$ .

## التعويض التركيبي

## تحقق من فهمك



**(1B)** إذا كان  $g(x) = 4x^5 + 2x^3 + x^2 - 1$ ، فأوجد  $g(-1)$ .

تأكد



اوجد قيمه الدالة مستعملاً التعويض التركيبي

$$f(x) = x^4 + 8x^3 + x^2 - 4x - 10 \quad (2)$$

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 14 \quad (1)$$

**عوامل كثيرات الحدود:** تبين القسمة التركيبية أدناه أن ناتج قسمة  $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$  على  $x + 3$  هو  $2x^2 - 9x + 10$ .

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 2 & -3 & -17 & 30 \\ & & -6 & 27 & -30 \\ \hline & 2 & -9 & 10 & 0 \end{array}$$

عند قسمة كثيرة حدود على ثنائية حد من عواملها، يكون ناتج القسمة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة كثيرة الحدود الأصلية.

بناءً على عملية القسمة وباستعمال نظرية الباقي فإن:

$$\underbrace{2x^3 - 3x^2 - 17x + 30}_{\text{المقسوم}} = \underbrace{(2x^2 - 9x + 10)}_{\text{ناتج القسمة}} \cdot \underbrace{(x + 3)}_{\text{المقسوم عليه}} + \underbrace{0}_{\text{الباقي}}$$

وبما أن باقي القسمة يساوي صفرًا، فإن  $f(-3) = 0$ . وهذا يعني أن  $x + 3$  عامل لكثيرة الحدود  $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$ . وهذا يوضح **نظرية العوامل**، التي تعدُّ حالة خاصة من نظرية الباقي.

أضف إلى

طويتك

### نظرية العوامل

مفهوم أساسي

تكون ثنائية الحد  $x - r$  عاملًا من عوامل كثيرة الحدود  $P(x)$  إذا وفقط إذا كان  $P(r) = 0$ .

يمكنك استعمال نظرية العوامل للتحقق من أن ثنائية حد معينة عامل من عوامل كثيرة حدود معطاة.

## استعمال نظرية العوامل

# تحقق من فهمك



3) حدد ما إذا كان  $x - 2$  عاملاً من عوامل كثيرة الحدود  $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$  أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى!

### إرشادات للدراسة

#### التحليل إلى العوامل

ليس شرطاً أن تكون  
عوامل كثيرة الحدود  
ثنائيات حد. فمثلاً،  
عاملاً كثيرة الحدود  
 $x^3 + x^2 - x + 15$  هما  
 $x + 3$  و  $x^2 - 2x + 5$ .



# تأكد



**مثال 3** في كلِّ مما يأتي كثيرة حدود ودالة من الدرجة الأولى، حدِّد ما إذا كانت هذه الدالة عاملاً من عوامل كثيرة الحدود أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى:

(5)  $x^3 + x^2 - 16x - 16; x + 1$

(4)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6; x - 1$

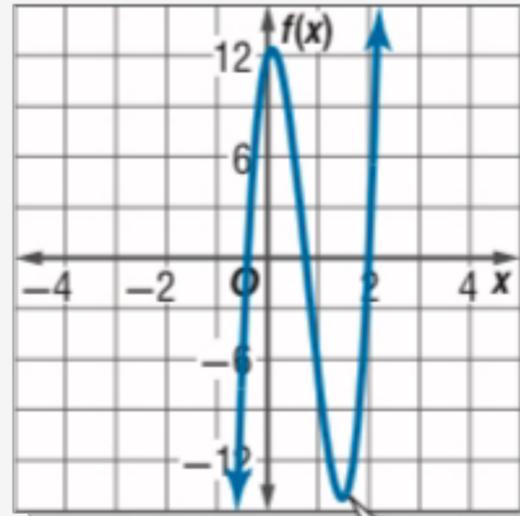


@manal\_joory

# تمارين ومسائل

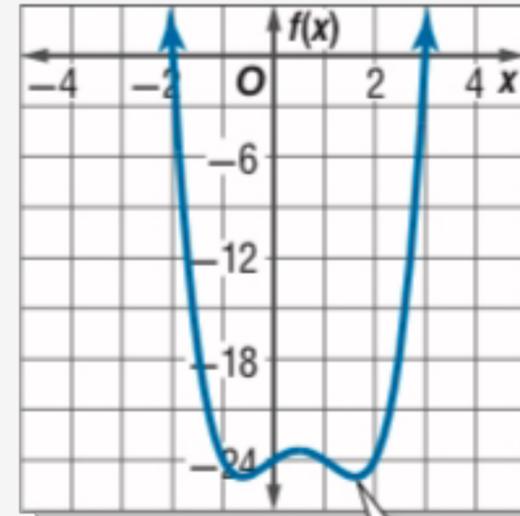


استعمل التمثيل البياني لإيجاد جميع عوامل كل دالة كثيرة حدود فيما يأتي:



(29)

$$f(x) = 20x^3 - 47x^2 + 8x + 12$$



(28)

$$f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x - 24$$



## تمارين ومسائل



أوجد قيم  $k$  التي تجعل باقي القسمة في كلِّ مما يأتي يساوي 3:

$$(31) \quad (x^2 - x + k) \div (x - 1)$$

## مسائل مهارات التفكير العليا

(35) **تبرير:** إذا قسمت دالة كثيرة الحدود  $f(x)$  على  $x - c$ ، فماذا يمكن أن تستنتج إذا كان:

(a) الباقي يساوي صفرًا؟

(b) الباقي يساوي 1؟

(c) ناتج القسمة يساوي 1 والباقي يساوي صفرًا؟



## تدريب على اختبار

(39) ما حاصل ضرب العددين المركبين  $(4 + i)(4 - i)$  ؟

- 17 C                      15 A  
17 - 8i D                16 - i B

(38) أي مما يأتي هو تحليل للعبارة  $27x^3 + y^3$  ؟

- $(3x + y)(3x + y)(3x + y)$  A  
 $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$  B  
 $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$  C  
 $(3x - y)(9x^2 + 9xy + y^2)$  D



تطوير - إنتاج - توثيق