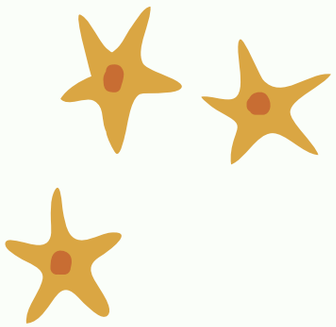
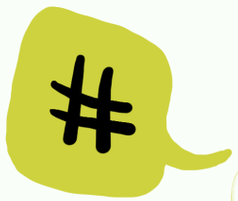




نظريتا الباقي و العوامل

قدرات

كم عدد زوجي من ٣ الى ٩٩

أ/ ٤٨　　ب/ ٤٧　　ج/ ٤٩　　د/ ٥٠

فيما سبق:

درستُ استعمال خاصية التوزيع والتحليل لتبسيط عبارات جبرية.

والآن:

- أجد قيم الدوال باستعمال التعويض التركيبي.
- أستعمل التعويض التركيبي لأحدّد ما إذا كانت ثنائية حدٍّ عاملًا من عوامل كثيرة حدود أم لا.

المفردات:

نظرية الباقي

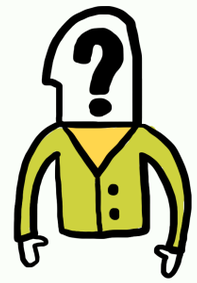
Remainder Theorm

التعويض التركيبي

synthetic substitution

نظرية العوامل

Factor Theorm



لماذا؟

قدّر صاحب بقالة أرباحه السنوية بالدالة:
$S(x) = 0.02x^4 - 0.52x^3 + 4.03x^2 + 0.09x + 77.54$، حيث x عدد السنوات منذ العام 1420هـ، وتمثل $S(x)$ قيمة الأرباح بمئات الريالات.

يمكنك استعمال هذه الدالة لتقدير الأرباح في العام 1440هـ، بإيجاد قيمة الدالة $S(x)$ عندما $x = 20$، ويمكنك استعمال التعويض التركيبي باعتباره طريقة أخرى للوصول إلى ذلك.

$Q(x)$ ← ناتج القسمة

$(x-r)$ ← مقسوم عليه

$p(x)$ ← المقسوم

$p(r)$ ← الباقي

$$p(x) = (x-r) * Q(x) + p(r)$$

$$2 \overline{)\ 17}$$

١٦ =

التعويض التركيبي: يمكنك إيجاد باقي قسمة دالة كثيرة حدود مثل: $f(x) = -3x^2 + 5x + 4$ على الدالة $x - 3$ بطريقتين:

الطريقة 1: القسمة الطويلة

$$
\begin{array}{r}
-3x - 4 \\
x - 3 \overline{)\ -3x^2 + 5x + 4} \\
(-)\ \underline{-3x^2 + 9x} \\
-4x + 4 \\
(-)\ \underline{-4x + 12} \\
-8
\end{array}
$$

الطريقة 2: القسمة التركيبية

3	−3	5	4
		−9	−12
	−3	−4	−8

قارن بين باقي القسمة وهو العدد -8 ، وقيمة $f(3)$.

$f(3) = -3(3)^2 + 5(3) + 4$	عوِّض العدد 3 بدلًا من x
$= -27 + 15 + 4$	اضرب
$= -8$	بسِّط

لاحظ أن قيمة $f(3)$ تساوي باقي قسمة كثيرة الحدود على $x - 3$. وهذا يوضِّح **نظرية الباقي**.

١ القسمة التركيبية والمطولة

٢ الباقي

- $P(r) = 0$ العوامل
- $P(r) \neq 0$ نظرية الباقي

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

نظرية الباقي

التعبير اللفظي إذا قسمت كثيرة حدود $P(x)$ على $x - r$ ، فإن الباقي ثابت ويساوي $P(r)$ ، وكذلك :

المقسوم		ناتج القسمة		المقسوم عليه		الباقي
$P(x)$	$=$	$Q(x)$	$\cdot$	$(x - r)$	$+$	$P(r)$

حيث $Q(x)$ دالة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة $P(x)$.

مثال $x^2 + 6x + 2 = (x - 4) \cdot (x + 10) + 42$

إن عملية إيجاد قيمة دالة عند عدد بتطبيق نظرية الباقي واستعمال القسمة التركيبية تسمى **التعويض التركيبي**.

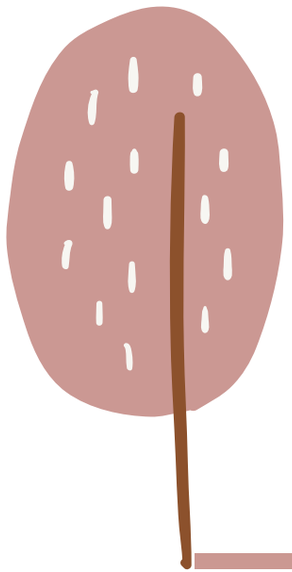
التعويض التركيبي

مثال

إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$ ، فأوجد $f(4)$ باستعمال التعويض التركيبي.

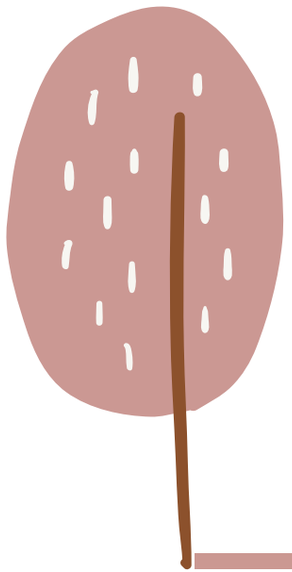
تحقق من فهمك

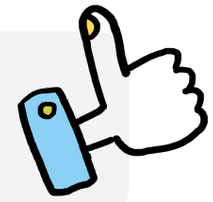
1A) إذا كان $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + x - 11$، فأوجد $f(3)$.



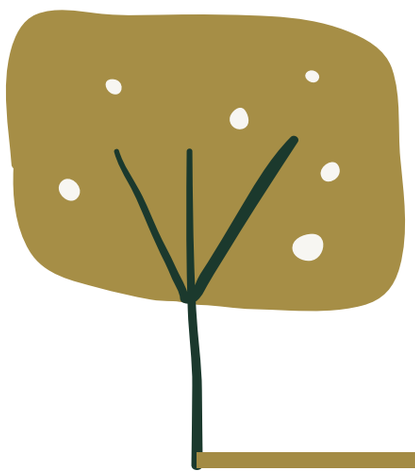
تحقق من فهمك

1B) إذا كان $g(x) = 4x^5 + 2x^3 + x^2 - 1$، فأوجد $g(-1)$.





1) $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 14$ **أوجد** $f(-2)$



مثال

إيجاد قيم الدالة

مبيعات: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية هذا الدرس. ما قيمة الأرباح في العام **1440** هـ؟

$S(x) = 0.02x^4 - 0.52x^3 + 4.03x^2 + 0.09x + 77.54$، عندما $x = 20$،

أوجد ناتج قسمة $0.02x^4 - 0.52x^3 + 4.03x^2 + 0.09x + 77.54$ على $x - 20$ مستعملًا القسمة التركيبية.

20	0.02	−0.52	4.03	0.09	77.54
		0.4	−2.4	32.6	653.8
	0.02	−0.12	1.63	32.69	731.34

تقدر الأرباح بـ 73134 ريالًا تقريبًا.

عوامل كثيرات الحدود: تبيّن القسمة التركيبية أدناه أن ناتج قسمة $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$ على $x + 3$ هو $2x^2 - 9x + 10$.

-3	2	-3	-17	30
		-6	27	-30
	2	-9	10	0

عند قسمة كثيرة حدود على ثنائية حد من عواملها، يكون ناتج القسمة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة كثيرة الحدود الأصلية.

بناءً على عملية القسمة وباستعمال نظرية الباقي فإن:

المقسوم		ناتج القسمة		المقسوم عليه		الباقي
$2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$	$=$	$(2x^2 - 9x + 10)$	$\cdot$	$(x + 3)$	$+$	0

وبما أن باقي القسمة يساوي صفرًا، فإن $f(-3) = 0$. و هذا يعني أن $x + 3$ عامل لكثيرة الحدود $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$. وهذا يوضِّح **نظرية العوامل**، التي تعدُّ حالة خاصة من نظرية الباقي.

مفهوم أساسي — **نظرية العوامل**

تكون ثنائية الحد $x - r$ عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان $P(r) = 0$.

أضف إلى مطويتك

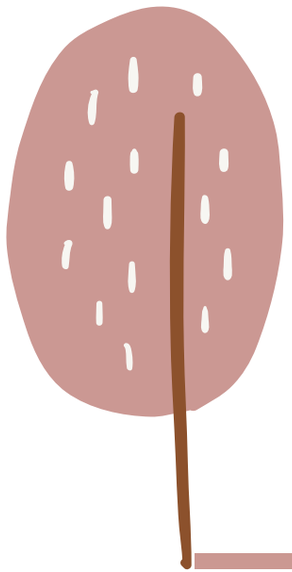
مثال

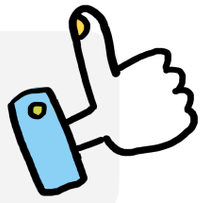
استعمال نظرية العوامل

حدّد ما إذا كان $x - 5$ عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $P(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى.

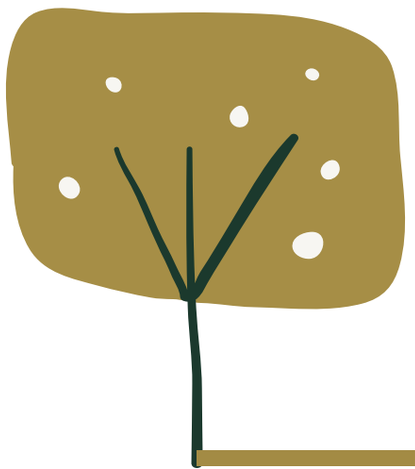
تحقق من فهمك

3) حدد ما إذا كان $x - 2$ عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$ أم لا،





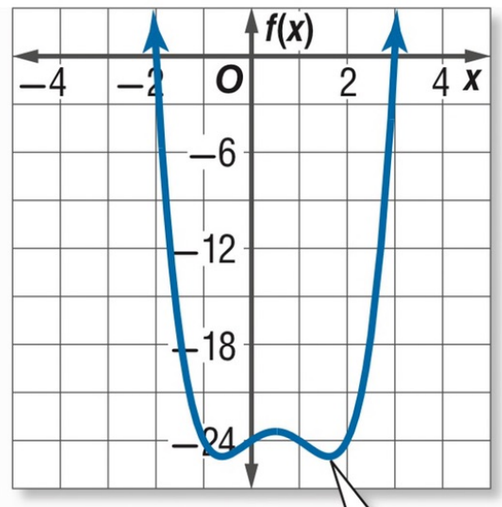
(6 $3x^3 + 10x^2 - x - 12; x - 1$



تدرب

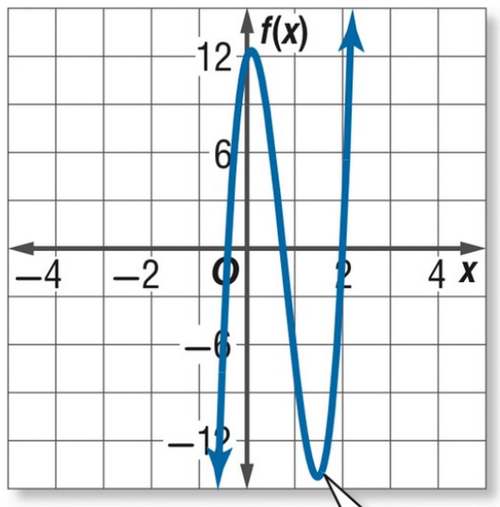
استعمل التمثيل البياني لإيجاد جميع عوامل كل دالة كثيرة حدود فيما يأتي:

28)



$f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x - 24$

29)



$f(x) = 20x^3 - 47x^2 + 8x + 12$

تدرب

أوجد قيم k التي تجعل باقي القسمة في كلٍّ مما يأتي يساوي 3:

31) $(x^2 - x + k) \div (x - 1)$

تدرب

38) أيٌّ مما يأتي هو تحليل للعبارة $27x^3 + y^3$ ؟

A $(3x + y)(3x + y)(3x + y)$

B $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$

C $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$

D $(3x - y)(9x^2 + 9xy + y^2)$

تحصيلي

ما باقي قسمة $f(x) = x^3 + x^2 - 3$ على $x - 1$ ؟

Ⓐ -1

Ⓑ 0

Ⓒ 1

Ⓓ 4