وزارة التربية والتعليم
Ministry of Education

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الأول

دليل المعلم

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

الطبعة المعدلة
١٤٣٤ هـ - ٢٠١٣ م

قررت وزارة التربية والتعليم بالمملكة العربية السعودية
تدريس هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

يوزع مجاناً ولا يباع

Original Title:

Algebra 1 © 2010

By:
Dr. John A. Carter, Ph.D.
Dr. Gilbert J. Cuevas, Ph.D.
Dr. Roger Day, Ph.D., NBCT
Dr. Carol Malloy, Ph.D.
Dr. Berchie Holliday, Ed.D.
Beatrice Luchin
Dinah Zike

CONSULTANTS

Mathematical Content
Prof. Viken Hovsepian
Prof. Grant A. Fraser
Prof. Arthur K. Wayman

Gifted and Talented
Shelbi K. Cole

College Readiness
Robert Lee Kimball, Jr.

Graphing Calculator
Ruth M. Casey
Jerry Cummins

Mathematical Fluency
Robert M. Capraro

Pre-AP
Dixie Ross

Reading and Writing
ReLeah Cossett Lent
Lynn T. Havens

الرياضيات

أعدَّ النسخة العربية : شركة العبيكان للتعليم

التحرير والمراجعة والمواءمة
د. ناصر بن حمد العويشق
محمد بن عبدالله البصيص
عبدالحكيم عبدالله سليمان
صلاح بن عبد الله الزيد
أحمد مصطفى سمارة
محمد عبدالوهاب العالم

التعريب والتحرير اللغوي
نخبة من المتخصصين

إعداد الصور
د. سعود بن عبدالعزيز الفراج

حول الغلاف
يستعمل المهندسون المعماريون الدالة التربيعية وخواصها لرسم مخططات الأقواس الظاهرة في الإنشاءات المعمارية مثل مداخل ونوافذ الحرم المكي الشريف.
تدرس في الفصل الثامن من هذا الكتاب الدالة التربيعية.

www.macmillanmh.com

www.obeikaneducation.com

Mc Graw Hill Education

العبيكان Obeikan

English Edition Copyright © 2010 the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©، ٢٠١٠م.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

أخي المعلم/ أختي المعلمة

يسرنا أن نقدِّم دليل المعلم لمادة الرياضيات، آملين أن يكون لكم المرشد في تدريس المادة، والداعم في تقويم الطلاب، بما يحقق الأهداف المنشودة من تدريس الرياضيات.

ويشتمل هذا الدليل على الآتي:

أولًا: مقدمة حول السلسلة:

توضح هذه المقدمة كيفية بناء السلسلة علميًّا وتربويًّا، وتبرز النقاط المحورية التي يركز عليها المنهج في هذا الصف، وفلسفة السلسلة المتوازنة أفقيًّا والمترابطة رأسيًّا، وأساليب التدريس المتبعة والمتنوعة في الدليل، وأنواع التقويم، وأدواته المقترحة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب.

ثانيًا: نظرة عامة على الفصل:

تم توزيع المقرر إلى فصول. ويبدأ دليل المعلم في كل فصل بتقديم نظرة عامة عليه تتضمن مخططًا للدروس وأهدافها، ومصادر تدريسها، والخطة الزمنية المقترحة للتدريس. ثم يقدّم الترابط الرأسي لموضوع الفصل خلال الصف والصفوف الأخرى. كما يقترح الدليل آلية لتعلم مهارات الفصل من خلال مهارة الدراسة. ثم يقدم دعما للمعلم من خلال صفحة استهلال الفصل الموجودة في كتاب الطالب، وكيفية الاستفادة منها في تقديم موضوع الفصل، كما يبرز غرض المطويات ووظيفتها ووقت استعمالها. ثم يعرض مخططًا للتقويم بأنواعه المختلفة وأدواته المتعددة.

ثالثًا: الدروس:

يقدّم الدليل أنشطة مقترحة تراعي الفروق الفردية بين الطلاب، وبأساليب تدريس متنوعة، تساعد المعلم في تدريس كل درس. بعد ذلك يعرض الدليل الدرس بخطوات محددة هي:

التركيز: يبين ترابط المهارات الرئيسة قبل الدرس وفي أثنائه وبعده.

التدريس: يقدّم مقترحات للمعلم حول كيفية تدريس الدرس، تتضمن أسئلة تعزيز حوارية وأنشطة مقترحة، ويبرز المحتوى الرياضي لموضوع الدرس. كما يقدّم أمثلة إضافية للمعلم.

التدريب: يتضمن تدريبات متنوعة حسب مستويات الطلاب تحقق أهداف الدرس.

التقويم: يقدّم مقترحات لتقويم الدرس، كما يتضمن مقترحًا للمعلم للتأكد من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم وإتقانهم المهارات المقدّمة في الدرس، ويعرض الدليل آلية لمتابعة المطويات.

كما يقدّم الدليل في كل درس إجابات مفصّلة لبعض الأسئلة والتمارين.

رابعًا: أساليب التقويم:

تقدّم السلسلة أساليب متنوعة لتقويم الطلاب (التشخيصي والتكويني والختامي)، وآليات لمعالجة الأخطاء والصعوبات لدى الطلاب.

ونحن إذ نقدّم هذا الدليل لزملائنا المعلمين والمعلمات، لنأمل أن يحوز اهتمامهم، ويلبي متطلباتهم لتدريس هذا المقرر، ويساعدهم في أداء رسالتهم.

والله ولي التوفيق

الفهرس

المقدمة ٣

أهلًا بك في عالم الرياضيات ..... م ٦

الفصل ١ المعادلات الخطية

مخطط الفصل ١ ..... ٨ أ

التقويم والمعالجة ..... ٨ جـ

تنويع التعليم ..... ٨ د

المحتوى الرياضي ..... ٨ هـ

التهيئة للفصل ١ ..... ٩

١-١ المعادلات ١٠

معمل الجبر: حل المعادلات ١٦

١-٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة ١٨

معمل الجبر: حل المعادلات المتعددة الخطوات ٢٤

١-٣ حل المعادلات المتعددة الخطوات ٢٥

١-٤ حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها ٣٠

١-٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة ٣٥

اختبار الفصل ٤١

الفصل ٢ الدوال الخطية

مخطط الفصل ٢ ..... ٤٢ أ

التقويم والمعالجة ..... ٤٢ جـ

تنويع التعليم ..... ٤٢ د

المحتوى الرياضي ..... ٤٢ هـ

التهيئة للفصل ٢ ..... ٤٣

٢-١ العلاقات ٤٤

٢-٢ الدوال ٥٠

٢-٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا ٥٧

٢-٤ حل المعادلات الخطية بيانيًا ٦٣

٢-٥ معدل التغير والميل ٦٨

٢-٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية * ٧٥

اختبار الفصل ٨١

الفصل ٣ تحليل الدوال الخطية

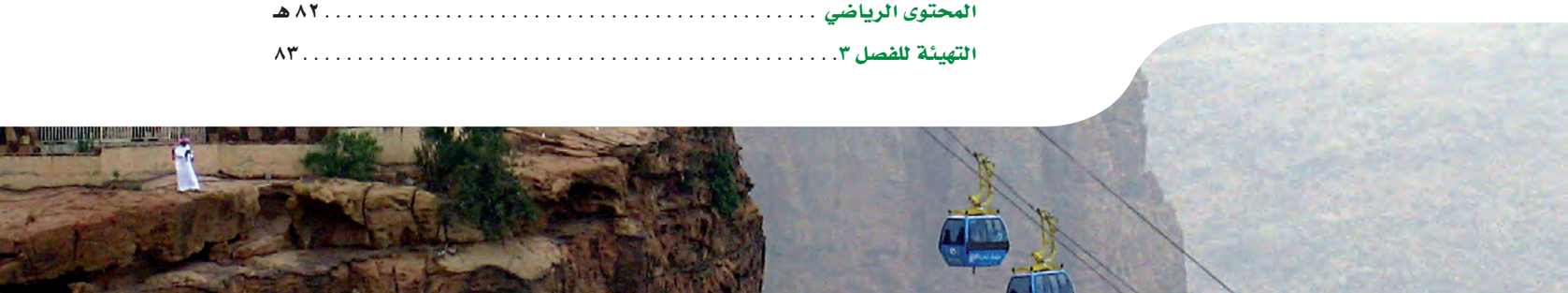
مخطط الفصل ٣ ..... ٨٢ أ

التقويم والمعالجة ..... ٨٢ جـ

تنويع التعليم ..... ٨٢ د

المحتوى الرياضي ..... ٨٢ هـ

التهيئة للفصل ٣ ..... ٨٣



الفهرس

٣-١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًا ٨٤
٣-٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع ٩٠
٣-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة * ٩٦
٣-٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة ١٠١
اختبار الفصل ١٠٧
اختبار تراكمي (١) ١٠٨

الفصل ٤
المتباينات الخطية
مخطط الفصل ٤ ..... ١١٠ أ
التقويم والمعالجة ..... ١١٠ جـ
تنويع التعليم ..... ١١٠ د
المحتوى الرياضي ..... ١١٠ هـ
التهيئة للفصل ٤ ..... ١١١
٤-١ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح * ١١٢
معمل الجبر: حل المتباينات * ١١٧
٤-٢ حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة * ١١٨
٤-٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات ١٢٣
معمل الجبر: قراءة العبارات المركبة ١٢٨
٤-٤ حل المتباينات المركبة ١٢٩
٤-٥ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة ١٣٤
اختبار الفصل ١٣٩

الفصل ٥
أنظمة المعادلات الخطية
مخطط الفصل ٥ ..... ١٤٠ أ
التقويم والمعالجة ..... ١٤٠ جـ
تنويع التعليم ..... ١٤٠ د
المحتوى الرياضي ..... ١٤٠ هـ
التهيئة للفصل ٥ ..... ١٤١
٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا ١٤٢
معمل الحاسبة البيانية: حل نظام من معادلتين خطيتين * ١٤٨
٥-٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض ١٥٠
٥-٣ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح * ١٥٥
٥-٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب ١٦١
٥-٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين * ١٦٦
اختبار الفصل ١٧١
اختبار تراكمي (٢) ١٧٢
ملحق الإجابات ١٧٤

* موضوعات غير مقررة على مدارس تحفيظ القرآن الكريم.

في كل فصل لا تخصص حصة لكل من التهيئة واختبار الفصل.

أهلاً بك في عالم الرياضيات

منهج الرياضيات المترابط رأسيًّا
ابتداءً من الصف الأول الابتدائي وحتى الصف الثالث الثانوي

تقدم لك هذه السلسلة ثلاثة أبعاد للترابط الرأسي:

١ تصميم المحتوى

يعد الترابط الرأسي للمحتوى عملية مهمة تساعد طلابك على التحقق من التسلسل الدقيق للمحتوى وتتابعه من مستوى إلى مستوى آخر. وهذا يمنحك الثقة بأن المحتوى يتم تقديمه وتعزيزه وتقويمه في الأوقات المناسبة، كما يساعد على سد الثغرات وتجنب التكرار غير المبرر، مما يمكنك من توجيه تدريسك وتكييفه ليتلاءم حاجات الطلاب.

٢ تصميم التدريس

إن الترابط الرأسي القوي بين الأساليب التدريسية بدءًا من الصف الأول يسهل على الطلاب الانتقال من المرحلة الابتدائية إلى المتوسطة، فالثانوية. إذ تعمل المفردات، والتقنيات والوسائل الحسية وخطة الدرس والمعالجة على التقليل من عوامل الصعوبة والتشويش التي يواجهها بعض الطلاب عندما ينتقلون عبر الصفوف المختلفة.

٣ التصميم البصري

تشتمل صفحات **السلسلة** على تصاميم بصرية متسقة من صف لآخر، تساعد الطلاب على الانتقال بسلاسة من مرحلة إلى أخرى، كما تزداد دافعيتهم للتعلم والنجاح عندما تكون طريقة التعامل مع هذه الصفحات مألوفة لديهم.

المرحلة الابتدائية الأولية

المرحلة الابتدائية العليا

المفاتيح الخمسة للنجاح

١ الخرائط المفاهيمية للخبرات السابقة

تراعي **السلسلة** الخرائط المفاهيمية وتطورها اعتمادًا على نتائج الطلاب في رياضيات المرحلة الثانوية.

٢ المحتوى العميق المتوازن

تم تطوير **السلسلة** بحيث تركز على المهارات والموضوعات التي يواجه الطلاب صعوبات فيها؛ مثل حل المسألة في كل مستوى صفي.

٢ و ١ الصفان	٥-٣ الصفوف
١) حل المسألة	١) حل المسألة
٢) النقود	٢) الكسور الاعتيادية
٣) الزمن	٣) القياس
٤) القياس	٤) الكسور العشرية
٥) الكسور الاعتيادية	٥) الزمن
٦) الحساب	٦) الجبر
٨-٦ الصفوف	**١٢-٩ الصفوف**
١) الكسور الاعتيادية	١) حل المسألة
٢) حل المسألة	٢) الكسور الاعتيادية
٣) القياس	٣) الجبر
٤) الجبر	٤) الهندسة
٥) الحساب	٥) الحساب
	٦) الاحتمالات

٣ التقويم المستمر

تتضمن هذه **السلسلة** تقويمات تشخيصية وتكوينية وختامية، وخططًا علاجية، وإثرائية.

٤ الخطط العلاجية وتنويع التدريس

توفر السلسلة خطة علاجية ذات ثلاثة مستويات:

المعالجة ١ **المعالجة اليومية:** تحدد بدائل متنوعة في دليل المعلم لتدريس المفاهيم وفق أنماط التعلم المختلفة.

المعالجة ٢ **المعالجة الاستراتيجية:** يستعمل المعلمون إرشادات علاجية ومواد مساندة.

المعالجة ٣ **المعالجة المكثفة:** توفر إرشادات للتدريس، ومفردات داعمة، وخططًا علاجية لمساعدة الطلاب على النجاح.

٥ التطوير المهني

توفر **السلسلة** فرصًا عديدة للمعلم ليطوّر أداءه مهنيًّا، بطرق تعليم إضافية؛ مثل: الفيديو، والرياضيات المحوسبة، والمواقع الإلكترونية المترابطة ترابطًا رأسيًّا متكاملًا من الصف الأول الابتدائي إلى الصف الثاني عشر.

المرحلة المتوسطة

المرحلة الثانوية

قاعدة البحوث لبرامج الرياضيات

تساعد البحوث المستمرة مع الطلاب والمعلمين والأكاديميين والخبراء على بناء جميع برامج الرياضيات من الصف الأول الابتدائي إلى الصف الثالث الثانوي على أسس قوية متينة.

١ بحوث تطوير البرامج

- تقويم المعايير الوطنية
- بحوث نوعية لحاجات سوق العمل
- بحوث خاصة بالمحتوى العلمي

٢ البحوث التكوينية

- قاعدة البحوث الخاصة بطرائق التدريس.
- اختبارات صفية تجريبية.
- لجان المعلمين الاستشارية
- مراجعون ومستشارون أكاديميون.

٣ البحوث الختامية

- مؤشرات على تحسّن درجات الاختبارات.
- بحوث شبه تجريبية لفاعلية البرامج.
- دراسات طولية.
- تقويمات نوعية للبرامج.

www.obeikaneducation.com

إعداد الطلاب للدراسة الجامعية ولسوق العمل

دليل المعلم

تعمل هذه السلسلة على الربط بين ما يتعلمه الطلاب في المدرسة الثانوية وما يتوقع منهم أن يعرفوه عند بدء دراستهم الجامعية.

كيف يمكن إعداد الطلاب بصورة أفضل للدراسة الجامعية؟

إن المنهج القوي للمدارس الثانوية مؤشر جيد على الاستعداد للدراسة الجامعية (Adelman 2006). فالطلاب الذين يدرسون كتب الرياضيات المعدة للمرحلة الثانوية من هذه السلسلة يكونون أكثر استعدادًا للدراسة الجامعية من الذين لم يدرسوها (Abraham & Crrech 2002).

وفيما يأتي بعض مناحي الاستعداد للدراسة الجامعية التي طوَّرها: David Conley at the University of Oregon

- **مهارات عقلية:** وهي مهارات ضرورية لتعلم المحتوى على المستوى الجامعي، وتشمل: التفكير الناقد، وحل المسألة، والتبرير، وتتاح في كل يوم للطلاب الذين يدرسون هذه السلسلة فرص لتنمية **مهارات التفكير العليا** من خلال المسائل الخاصة بذلك.
- **المحتوى العلمي:** إن كتب المرحلة الثانوية من هذه السلسلة متسقة مع معايير عالمية دقيقة تشمل معايير NCTM للرياضيات المدرسية، وغيرها.
- **مهارات عامة** تشمل مهارات مثل: الاستيعاب القرائي، وإدارة الوقت، وتسجيل الملاحظات، ... إلخ. وتوفر هذه السلسلة فرصًا لتنمية هذه المهارات من خلال إرشادات **قراءة الرياضيات** و**روابط المفردات**، ودليل التوقع وغيرها.

ماذا عن الطلاب الذين لا يخططون للالتحاق بالجامعات؟

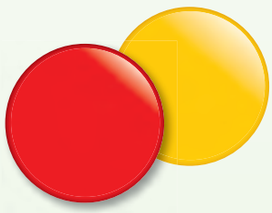
لم تعد الرياضيات في عالم التقنية المعاصر مقتصرة على الطلاب الذين يلتحقون بالجامعات. فقد أظهرت إحدى الدراسات أن البرامج التدريبية التي يخضع لها شخص يريد الحصول على عمل تتطلب أن يكون هذا الشخص على مستوى معين من التعليم في الجبر والهندسة وتحليل البيانات والإحصاء يماثل مستوى الطالب الذي يلتحق بالسنة الأولى في الجامعة؛ حتى ينجح في عمله.

فلسفة السلسلة

الترابط الرأسي بين الصفوف

يظهر الترابط الرأسي لهذه السلسلة من الصف الأول الابتدائي إلى الصف الثالث الثانوي دمجًا متوازنًا للتعليم. وتوفر هذه السلسلة للطلاب منحنى متوازنًا للرياضيات من خلال:

- استقصاء المفاهيم وبناء فهم إدراكي.
- تطوير مهارات إجرائية وحسابية وتعزيزها وإتقانها.
- تطبيق الرياضيات في حل مسائل من واقع الحياة.



ويوضح تسلسل الصفحات التالي الترابط الرأسي للمفاهيم والمهارات الحسابيةو الإجرائية لموضوع الجبر على سبيل المثال:

يستعمل طلاب **المرحلة الابتدائية الأولية** قطع عد بلونين مختلفين لتمثيل جمل الجمع. ويُعدُّ هذا النشاط أساسًا لفهم حلِّ معادلات جبرية.

الصف الثاني الابتدائي - الفصل الدراسي الأول

الصف الخامس الابتدائي - الفصل الدراسي الأول

أما طلاب **المرحلة الابتدائية العليا** فيستفيدون من خبراتهم في التعامل مع الأكواب وقطع العد؛ لاستعمالها في تمثيل معادلات الجمع والطرح، وحلها.

الصف الثاني الثانوي - الفصل الدراسي الأول

الصف الثالث المتوسط - الفصل الدراسي الأول

وفي **المرحلة الثانوية** يستمر الطلاب باستعمال البطاقات لاستكشاف حل المعادلات المتعددة الخطوات، ويطبقون الإجراءات التي تم التعرف عليها في معمل الجبر في سياق مجرد.

ينتقل طلاب **المرحلة المتوسطة** خلال التعامل مع الجبر، من استعمال الأكواب وقطع العد إلى استعمال نماذج جبرية أكثر تجريدًا. ثم يقومون بحلِّ، معادلات بسيطة تحتوي على رموز جبرية.

استمرارية التعليم:

يوضّح هذا التسلسل المنطقي الذي تم وصفه قوّة الترابط بين الإجراءات المتبعة لإدراك المفهوم وتنمية المهارات. وتعمل هذه العملية التطويرية على تجنب وجود فجوات أو تداخلات بين الصفوف، وتؤكّد على أنّ مفاهيم كل صف ومهاراته مبنية على أساس قوي تم تطويره ودعمه في صفوف سابقة. ويستعمل هذا المنحى نفسه في جميع المجالات الآخرى ابتداءً من الصف الأول الابتدائي حتى الصف الثالث الثانوي.

فلسفة السلسلة

توازن عملية التدريس

- مفاهيم
- مهارات
- حل مسائل

حل المسألة ذات العلاقة

تزوّد السلسلة الطلاب بخطط ملائمة لحل المسألة، ومهارات وتطبيقات عليها خلال الصفوف؛ إذ يتوافر لهم فرص مستمرة لتطبيق مهارات الرياضيات، وحل المسائل باستعمال التفكير البصري، والاستدلال المنطقي، والحس العددي، والجبر.

٢١) ما الحد الأول في متتابعة حسابية حدها الرابع يساوي ٨ وأساسها ٢؟ ٢

٢٢) متتابعة حسابية أساسها −٥. إذا كان أ٣ يساوي ٢٢ فما قيمة أ٩؟ ٧٧

٢٣) ما الحد الذي قيمته − ٣٦ في المتتابعة الحسابية ٢٨، ٢٠، ١٢، ٤، ...؟ ٩

٢٤) تمثيلات متعددة: في متتابعة فيبوناشي قيمة أي حد (بعد أول حدين)، تساوي مجموع الحدين السابقين له.
والحدود الستة الأولى لها هي: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...

أ) جبريًا، اكتب معادلة الحد النوني إذا كانت ن ≥ ٣. أ$_{ن}$ = أ$_{ن-٢}$ + أ$_{ن-١}$

ب) جبريًا، أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة. ٦١٠

جـ) تحليليًا، بيّن ما إذا كانت متتابعة فيبوناشي حسابية أم لا؟ ليست حسابية؛ لأن الفرق بين كل حدين متتاليين فيها غير ثابت.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) مسألة مفتوحة: كوّن متتابعة حسابية أساسها −١٠. إجابة ممكنة: ٢، −٨، −١٨، −٢٨، ...

٢٦) تحدٍّ: أوجد قيمة س التي تجعل س+٨، ٤س+٦، ٣س الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية. −١

٢٧) بيّن إذا كانت المتتابعة: س−١، ٣س+٢، ٥س+٥، ... حسابية أم لا، وفسّر إجابتك. انظر الهامش

٢٨) تحدٍّ: بيّن هل المتتابعة في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسّر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

أ) ٢س+١، ٣س+٤، ٤س+١، ... انظر الهامش ب) ٢س، ٤س، ٨س، ... انظر الهامش

انظر الهامش ٢٩) اكتب: وضح كيف تجد حدًّا معينًا في متتابعة حسابية، وكيف تكتب المتتابعة الحسابية كدالة خطية.

تدريب على اختبار

٣٠) أي العلاقات الآتية تمثل دالة؟ د

أ) {(−٥، ٦)، (٤، −٣)، (٢، −١)، (٤، ٢)}
ب) {(٣، −١)، (٣، −٥)، (٣، ٤)، (٦، ٣)}
جـ) {(−٢، ٣)، (٠، ٣)، (−٢، −١)، (−١، ٢)}
د) {(−٥، ٦)، (٤، −٣)، (٢، −١)، (٠، ٢)}

٣١) أوجد معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: −٧، −٤، −١، ٢، ... جـ

أ) أ$_{ن}$ = ٣ن − ٤ ب) أ$_{ن}$ = −٧ن + ١ جـ) أ$_{ن}$ = ٣ن − ١٠ د) أ$_{ن}$ = −٧ن + ٤

مراجعة تراكمية

٣٢) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٩، ٢)، (−٣، −١). (الدرس ٢-٤) $\frac{1}{4}$

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًا: (الدرس ٢-٤)

٣٣) ٣س + ٣ = −١ $-\frac{4}{3}$ ٣٤) $\frac{2}{3}$س − ١ = ٠ $\frac{3}{2}$

٣٥) حل المعادلة ٥س + ٧ = −٨، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٢-٣) −٣

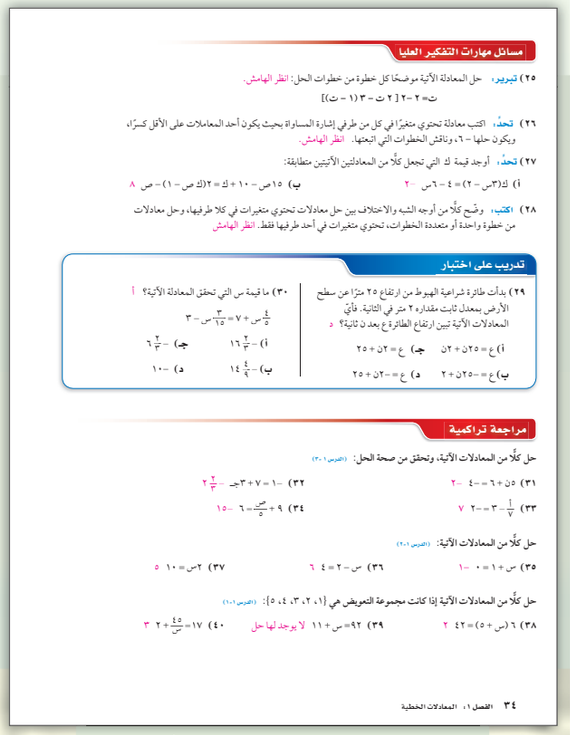
٣٦) حل المعادلة ٣س = −١٢. (الدرس ٢-٢) −٤

٨٠ الفصل ٢، الدوال الخطية

الصف الثالث المتوسط - الفصل الدراسي الأول

استراتيجيات حل المسألة

تساعد استراتيجيات حل المسألة الطلاب على تعلم طرائق مختلفة لمواجهة المسائل الكلامية.



مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) تبرير: حل المعادلة الآتية موضحًا كل خطوة من خطوات الحل: انظر الهامش.
ت = ٢ − ٢[٢ ت − ٣ (١ − ت)]

٢٦) تحدٍّ: اكتب معادلة تحتوي متغيرًا في كل من طرفي إشارة المساواة بحيث يكون أحد المعاملات على الأقل كسرًا، ويكون حلها − ٦، وناقش الخطوات التي اتبعتها. انظر الهامش.

٢٧) تحدٍّ: أوجد قيمة ك التي تجعل كلًّا من المعادلتين الآتيتين متطابقة:
أ) ك(٣س − ٢) = ٤ − ٦س = −٢ ب) ١٥ص − ١٠ + ك = ٢(ك ص − ١) − ص ٨

٢٨) اكتب: وضّح كلًّا من أوجه الشبه والاختلاف بين حل معادلات تحتوي متغيرات في كلا طرفيها، وحل معادلات من خطوة واحدة أو متعددة الخطوات، تحتوي متغيرات في أحد طرفيها فقط. انظر الهامش

تدريب على اختبار

٢٩) بدأت طائرة شراعية الهبوط من ارتفاع ٢٥ مترًا عن سطح الأرض بمعدل ثابت مقداره ٢ متر في الثانية. فأيّ المعادلات الآتية تبين ارتفاع الطائرة ع بعد ن ثانية؟ د

أ) ع = ٢٥ن + ٢ ب) ع = ٢٥ن + ٢ جـ) ع = −٢ن + ٢٥ د) ع = −٢ن + ٢٥

٣٠) ما قيمة س التي تحقق المعادلة الآتية؟ أ

$\frac{4}{5}$س + ٧ = $\frac{3}{65}$س − ٣

أ) $16\frac{2}{3}$ ب) $14\frac{4}{9}$ جـ) $6\frac{2}{3}$ د) −١٠

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٢-٣)

٣١) ٥ن + ٦ = −٤ −٢ ٣٢) −١ = ٧ + ٣جـ $-2\frac{2}{3}$

٣٣) $\frac{1}{7}$ − ٣ = −٢ ٧ ٣٤) $\frac{3}{5}$ص + ٩ = ٦ −١٥

حل كلًّا من المعادلات الآتية: (الدرس ٢-٢)

٣٥) س + ١ = ٠ −١ ٣٦) س − ٢ = ٤ ٦ ٣٧) ٢س = ١٠ ٥

حل كلًّا من المعادلات الآتية إذا كانت مجموعة التعويض هي {١، ٢، ٣، ٤، ٥}: (الدرس ٢-١)

٣٨) ٦ (س + ٥) = ٤٢ ٢ ٣٩) ٩٢ص + ١١ لا يوجد لها حل ٤٠) ١٧ = $\frac{45}{ص}$ + ٢ ٣

٣٤ الفصل ١، المعادلات الخطية

الصف الثالث المتوسط - الفصل الدراسي الأول

مسائل مهارات التفكير العليا

تتطلب هذه المسائل استعمال مهارات التفكير العليا (التحليل، والتركيب، ... ، إلخ).

التمثيلات المتعددة

تساعد مسائل **التمثيلات المتعددة** الطلاب على تصور المفاهيم وتعميق الفهم، وتتضمن: العبارات اللفظية والعددية والجبرية والتمثيل البياني والجداول ... إلخ.

مثال ٣ ٧) **اختيار من متعدد:** أوجد قيمة س التي تجعل محيطي الشكلين الآتيين متساويين :

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٦ د) ٧

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢ حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٨) ٧جـ + ١٢ = −٤جـ + ٧٨ ٦

٩) ٢م − ١٣ = −٨م + ٢٧ ٤

١٠) $\frac{ب-٤}{٦} = \frac{ب}{٣}$ −٢

١١) ٦(ن + ٥) = ٦٦ ٦

١٢) ٣(٣م − ٢) = ٢(٣م + ٣) ٤

١٣) ١٢ − $\frac{٤}{٥}$(٥س + ١٥) = ٤ −٥

مثال ٣ ١٤) **هندسة:** أوجد قيمة س التي تجعل لكل من المستطيلين المجاورين المساحة نفسها. ٨

١٥) **نظرية الأعداد:** عددان زوجيان متتاليان، يقل أربعة أمثال أصغرهما عن مثلي أكبرهما بمقدار ١٢. فما العددان؟ −٤، −٢

١٦) **نظرية الأعداد:** ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية يزيد مثلا أصغرها على ثلاثة أمثال أكبرها بمقدار ١٥ . فما هذه الأعداد؟ −٢٧، −٢٥، −٢٣

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١٧) ٣س = ٢(س − ٣) ليس لها حل

١٨) $\frac{٢}{٥}$هـ − ٧ = $\frac{١٢}{٥}$هـ − ٢هـ + ٣ ليس لها حل

١٩) ٢(٤ر + ٦) = $\frac{٢}{٣}$(١٢ر + ١٨) جميع الأعداد

٢٠) $\frac{١}{١٢}$ + $\frac{٣}{٨}$ص = $\frac{٥}{١٢}$ + $\frac{٥}{٨}$ص $\frac{٤}{٣}$

٢١) $\frac{١}{٨}$(ر − ٢) = $\frac{١}{٤}$(ر + ٥) ١٢

٢٢) ٣,٢ك − ٣ = ٤,٣ − ١٢,٦ك ١٤,٥ + ٥ك −٢

٢٣) **عصائر:** يدفع محل للعصائر ٢٠٠ ريال يوميًّا نفقات ثابتة، بالإضافة إلى ٢,٥ ريال تكلفة كوب العصير. فإذا بيع الكوب الواحد بمبلغ ٥ ريالات، فكم كوبًا يجب أن يبيع المحل يوميًّا ليبدأ بتحقيق الربح؟ أكثر من ٨٠ كوبًا

٢٤) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة حلًّا للمعادلة: ٢س + ٤ = −س − ٢ .

أ) **بيانيًّا:** أنشئ جدولًا يحتوي على خمس نقاط لكل من المعادلتين:
ص = ٢ س + ٤، ص = −س − ٢، وعين هذه النقاط في المستوى الإحداثي. انظر الهامش.

ب) **جبريًّا:** حل المعادلة: ٢ س + ٤ = − س − ٢ . −٢

جـ) **لفظيًّا:** وضح العلاقة بين الحل الذي توصّلت إليه في الفقرة (ب)، مع نقطة التقاطع للتمثيلين البيانيين في الفقرة (أ). إجابة ممكنة: حل المعادلة في الفقرة ب هو نفسه الإحداثي السيني لنقطة التقاطع.

الربط مع الحياة

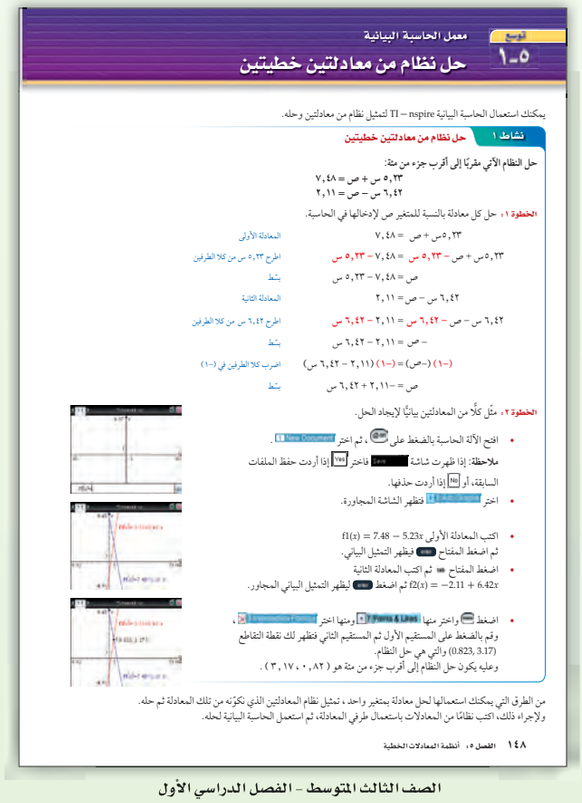
فوائد العصير:
يزود عصير الفواكه الطازجة الإنسان بالفيتامينات والمعادن، ويليه من معظم الأمراض، كما يمد الجسم بعنصر الماء الهام.

الدرس ٤-١، حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها ٣٣

الصف الثالث المتوسط - الفصل الدراسي الأول

معامل الحاسبة البيانية TI-nspire

توفر هذه المعامل للطلاب فرصة لفهم الرياضيات من خلال التمثيلات البيانية



توسع ٥-١

معمل الحاسبة البيانية

حل نظام من معادلتين خطيتين

يمكنك استعمال الحاسبة البيانية TI – nspire لتمثيل نظام من معادلتين وحله.

نشاط ١ حل نظام من معادلتين خطيتين

حل النظام الآتي مقربًا إلى أقرب جزء من مئة:
٥,٢٣س + ص = ٧,٤٨
٦,٤٢س − ص = ٢,١١

الخطوة ١: حل كل معادلة بالنسبة للمتغير ص لإدخالها في الحاسبة.

٥,٢٣س + ص = ٧,٤٨ المعادلة الأولى
ص = ٧,٤٨ − ٥,٢٣س اطرح ٥,٢٣س من كلا الطرفين
ص = ٧,٤٨ − ٥,٢٣س بسّط
٦,٤٢س − ص = ٢,١١ المعادلة الثانية
−ص = ٢,١١ − ٦,٤٢س اطرح ٦,٤٢س من كلا الطرفين
(−١)(−ص) = (−١)(٢,١١ − ٦,٤٢س) اضرب كلا الطرفين في (−١)
ص = −٢,١١ + ٦,٤٢س بسّط

الخطوة ٢: مثّل كلًّا من المعادلتين بيانيًّا لإيجاد الحل.

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on، ثم اختر 1: New Document .
- **ملاحظة:** إذا ظهرت شاشة Save فاختر No إذا أردت حفظ الملفات السابقة، أو No إذا أردت حذفها.
- اختر 1: Graphs ، فتظهر الشاشة المجاورة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 7.48 - 5.23x$ ثم اضغط enter فتظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح esc ثم اكتب المعادلة الثانية $f2(x) = -2.11 + 6.42x$ ثم اضغط enter ليظهر التمثيل البياني المجاور.
- اضغط menu واختر منها 7: Points & Lines ، ومنها اختر 3: Intersection Point ، وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر لك نقطة التقاطع (0.823, 3.17) والتي هي حل النظام.

وعليه يكون حل النظام إلى أقرب جزء من مئة هو (٠,٨٢ ، ٣,١٧) .

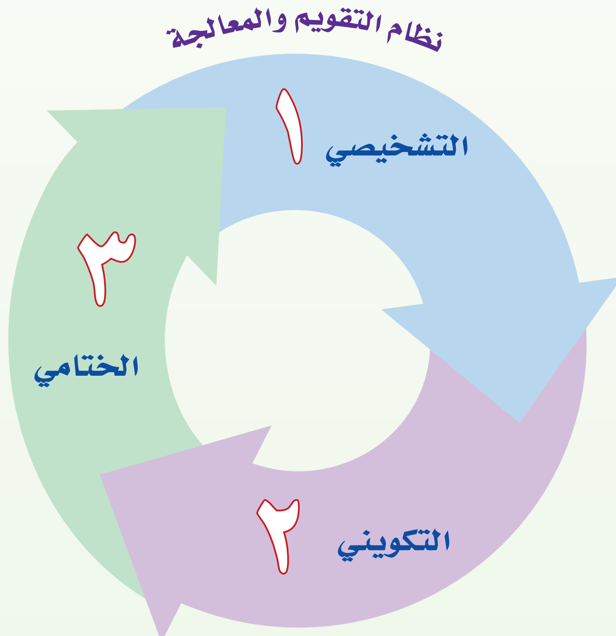
من الطرق التي يمكنك استعمالها لحل معادلة بمتغير واحد، تمثيل نظام المعادلتين الذي تكوّنه من تلك المعادلة ثم حله. ولإجراء ذلك، اكتب نظامًا من المعادلات باستعمال طرفي المعادلة، ثم استعمل الحاسبة البيانية لحله.

١٤٨ الفصل ٥، أنظمة المعادلات الخطية

الصف الثالث المتوسط - الفصل الدراسي الأول

نظام التقويم الشامل

توفر **السلسلة** تقويمًا صريحًا ذا معنى لمدى تقدم الطلاب في استيعاب المفاهيم وإتقان المهارات المقررة في جميع المصادر الرئيسة وغيرها من المصادر المساندة التي يستعين بها المعلم.

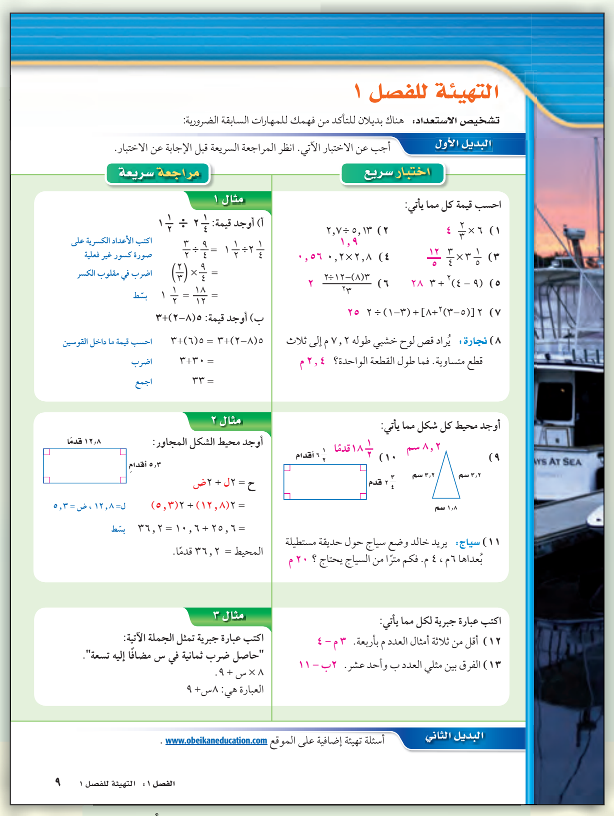


١ التقويم التشخيصي

تقويم أوّلي: قوِّم معارف الطلاب في **بداية العام الدراسي** باستعمال اختبارات تشخيصية واختبارات تحديد المستوى. وسوف يساعدك هذا على تحديد مدى حاجة الطلاب إلى مواد ومصادر تعلم إضافية ليكونوا قادرين على المضي مع معايير مستوى الصف.

تقويم مستوى المدخلات الدراسية : قوِّم المعارف السابقة للطلاب في **بداية الفصل أو الدرس**، من خلال المصادرالموجودة في كتاب الطالب أو دليل المعلم أو دليل التقويم.

- كتاب الطالب: التهيئة
- دليل المعلم: بدائل تنويع التعليم
- دليل التقويم: نموذج التوقع



التهيئة للفصل ١

تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من فهمك للمهارات السابقة الضرورية:

البديل الأول أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

احسب قيمة كل مما يأتي:

١) ٦ × ٢/٣ ٤
٢) ٥,١٣ ÷ ٢,٧ ١,٩
٣) ٣ ١/٥ × ٣/٤ ١٢/٥
٤) ٢,٨ × ٠,٢ ٠,٥٦
٥) (٩ – ٤)٢ + ٣ ٢٨
٦) (٣(٨) – ١٢ ÷ ٢) / ٣٢ ٢
٧) ٢ [(٥ – ٣)٢ + ٨] + (٣ – ١) ÷ ٢ ٢٥
٨) **نجارة:** يُراد قص لوح خشبي طوله ٧,٢ م إلى ثلاث قطع متساوية. فما طول القطعة الواحدة؟ ٢,٤ م

أوجد محيط كل شكل مما يأتي:

٩) ٣,٢ سم، ٣,٢ سم، ١,٨ سم ٨,٢ سم
١٠) ٦ ١/٢ أقدام، ٢ ٣/٤ قدم ١٨ ١/٢ قدمًا
١١) **سياج:** يريد خالد وضع سياج حول حديقة مستطيلة بُعداها ٦ م ، ٤ م. فكم مترًا من السياج يحتاج ؟ ٢٠ م

اكتب عبارة جبرية لكل مما يأتي:

١٢) أقل من ثلاثة أمثال العدد م بأربعة. ٣م – ٤
١٣) الفرق بين مثلي العدد ب وأحد عشر. ٢ب – ١١

مراجعة سريعة

مثال ١

أ) أوجد قيمة: ٢ ١/٤ ÷ ١ ١/٢
٢ ١/٤ ÷ ١ ١/٢ = ٩/٤ ÷ ٣/٢ اكتب الأعداد الكسرية على صورة كسور غير فعلية
= ٩/٤ × (٢/٣) اضرب في مقلوب الكسر
= ١٨/١٢ = ١ ١/٢ بسّط

ب) أوجد قيمة: ٥(٨–٢)+٣
٥(٨–٢)+٣ = ٥(٦)+٣ احسب قيمة ما داخل القوسين
= ٣٠+٣ اضرب
= ٣٣ اجمع

مثال ٢

أوجد محيط الشكل المجاور: ١٢,٨ قدمًا، ٥,٣ أقدام
ح = ٢ل + ٢ض
= ٢(١٢,٨) + ٢(٥,٣) ل = ١٢,٨ ، ض = ٥,٣
= ٢٥,٦ + ١٠,٦ = ٣٦,٢ بسّط
المحيط = ٣٦,٢ قدمًا.

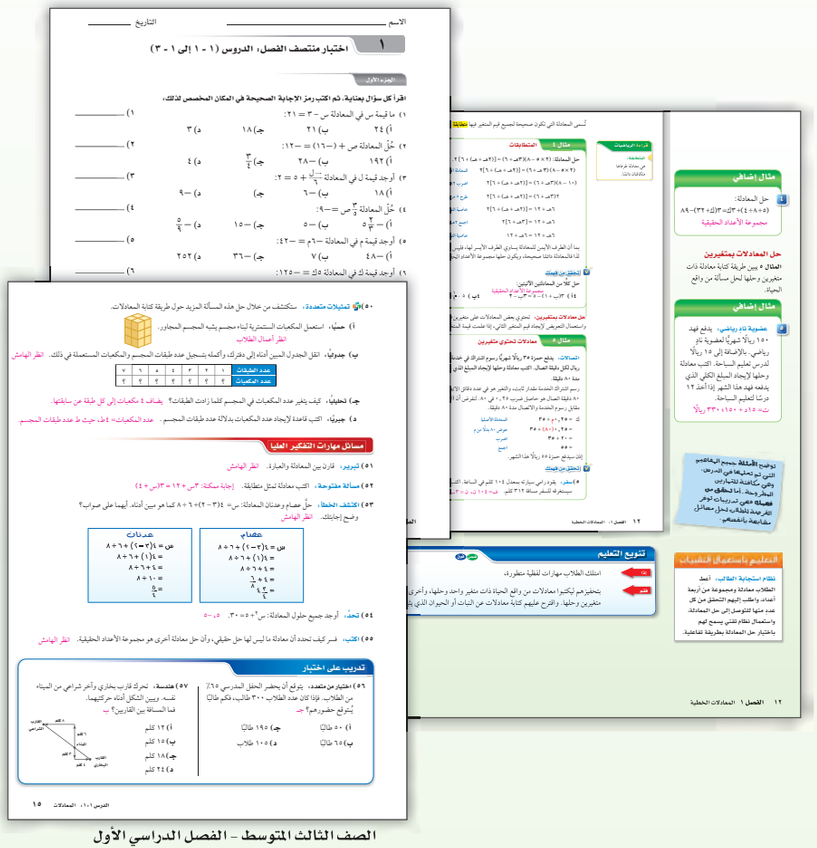
مثال ٣

اكتب عبارة جبرية تمثل الجملة الآتية:
"حاصل ضرب ثمانية في س مضافًا إليه تسعة".
٨ × س + ٩.
العبارة هي: ٨س + ٩

البديل الثاني أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com .

الفصل ١: التهيئة للفصل ١ ٩

الصف الثالث المتوسط – الفصل الدراسي الأول



الصف الثالث المتوسط - الفصل الدراسي الأول

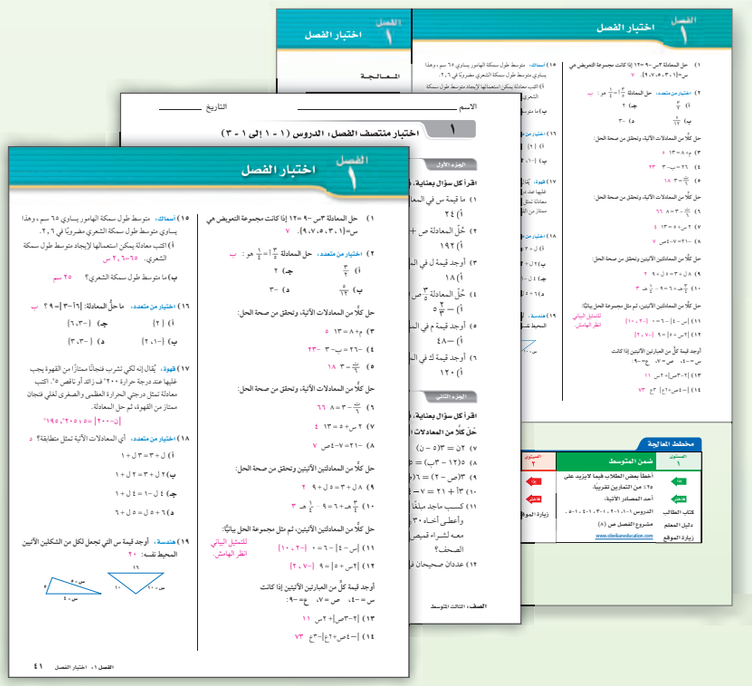
٢ التقويم التكويني

مراقبة التقدم: حدِّد ما إذا كان الطلاب يحرزون تقدمًا مناسبًا في أثناء تعلمهم في كل درس أم لا، واستعمل مصادر التقويم الآتية لتنويع التدريس والتدريبات:

كتاب الطالب:
- تحقق من فهمك
- تأكد
- اكتشف الخطأ
- اكتب
- المطويات

دليل المعلم:
- بدائل تنويع التعليم
- الخطوة الرابعة في خطة التدريس (التقويم)
- المعالجة

دليل التقويم
- الاختبارات القصيرة
- اختبار منتصف الفصل



٣ التقويم الختامي

التقويم الختامي: قوِّم مدى نجاح طلابك في تعلم مفاهيم كل فصل باستعمال ما يأتي:

كتاب الطالب:
- اختبار الفصل
- الاختبار التراكمي
- المطويات

دليل المعلم:
- المعالجة

دليل التقويم
- اختبار الفصل (نماذج متعددة)
- اختبار المفردات
- اختبار الإجابات المطولة
- الاختبار المعياري

تنويع التعليم

تلبية حاجات الطلاب:

توفر السلسلة دعمًا واسعًا يراعي الفروق الفردية بين الطلاب.

حيث يحتوي كل فصل وكل درس على اقتراحات لتحديد احتياجات طلابك وتلبيتها.

كما أن تنويع التعليم يلبي حاجات الفئات الثلاث الآتية من الطلاب:

- دون الطلاب دون المتوسط
- ضمن ضمن المتوسط
- فوق الطلاب فوق المتوسط

الطلاب من المستوى المتقدم:

التسريع والإثراء: يمكن استعمال المصادر والواجبات المنزلية ، التي تم تصنيفها للطلاب فوق المتوسط، مع الطلاب ذوي المستوى التعليمي المتقدم.

مجموعات أسئلة متعددة المستويات:

تم تنويع المسائل لكل درس بحسب مستويات الطلاب:

- دون دون المتوسط
- ضمن ضمن المتوسط
- فوق فوق المتوسط

مصادر متعددة المستويات:

توفر السلسلة مصادر لكل درس بحسب مستويات الطلاب:

- دون دون المتوسط
- ضمن ضمن المتوسط
- فوق فوق المتوسط

المعالجة

معالجة متعددة المستويات

يُقدَّم في كل فصل من فصول كتاب المعلم لمختلف الصفوف مدخل شامل للمعالجة.

التقويم والمعالجة

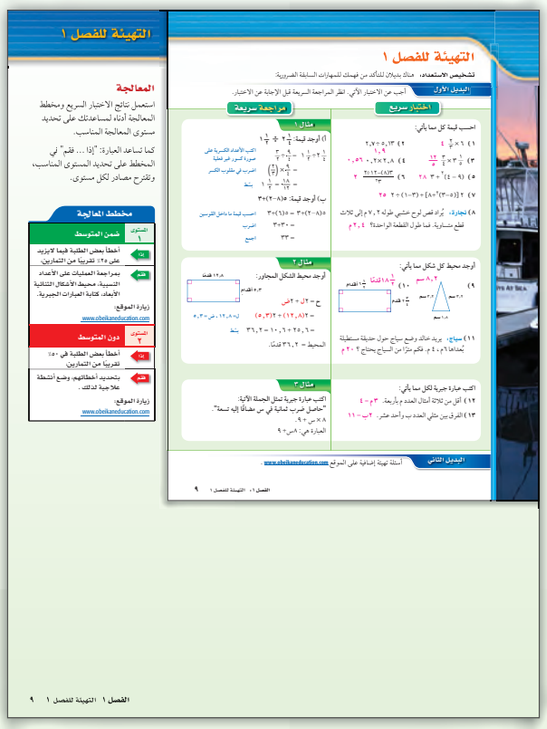
يتضمن كل فصل اقتراحات للتشخيص ومستويات المعالجة.

المعالجة ١ استعمال مجموعات أسئلة.

المعالجة ٢ استعمال دليل الدراسة والمراجعة، وبدائل تنويع التعليم.

في بداية كل فصل

يقدم مخطط المعالجة اقتراحات لطرائق التعامل مع الطلاب بناءً على نتائج اختبار "التهيئة" في بداية كل فصل. وتساعدك العبارات الشرطية التي يتضمنها المخطط على تحديد مستوى المعالجة الذي تستعمله.



خلال كل درس

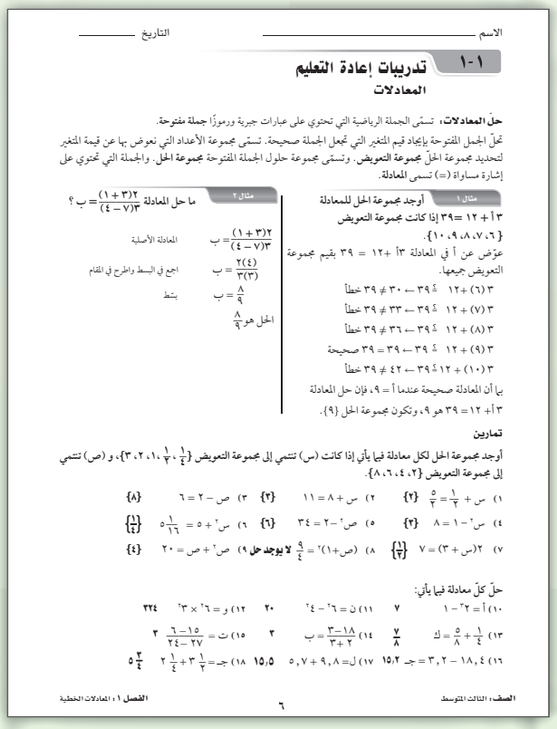
توفر السلسلة فرصًا متعددة للتقويم التكويني في كل فصل ليحدد المعلم ما إذا كانت هناك ضرورة للمعالجة بناءً على نتائج الطلاب.

ما بعد الفصل

توفر السلسلة بدائل متعددة للطلاب الذين لا يزالون يعانون من صعوبات بعد إنهاء الفصل تساعدهم على تحسين مستوياتهم.

تدريبات إعادة التعليم

عزِّز المهارات الضرورية من خلال تدريبات إعادة التعليم بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتاب الطالب وكتاب التمارين.



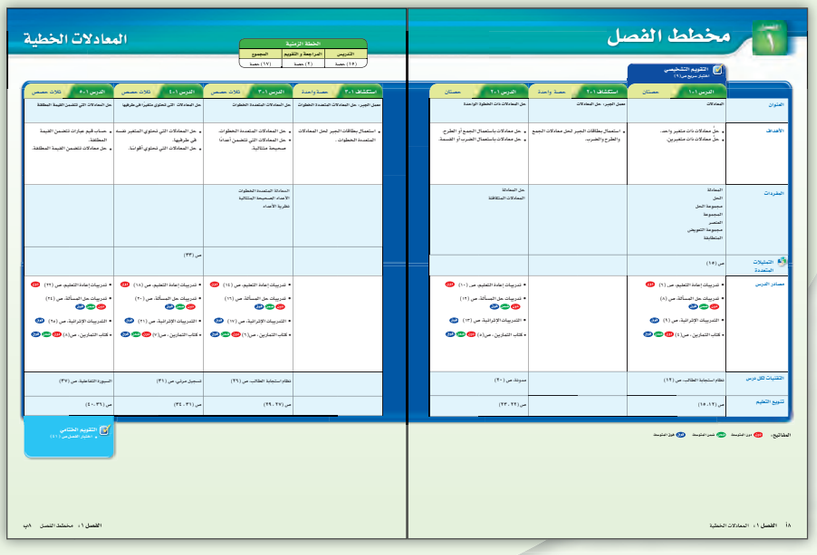
التخطيط للنجاح

سهولة الاستعمال:

تتميّز **السلسلة** بأنها نموذج تعليم قوي يشتمل على بدائل تنويع التعليم، وإعادة التعليم والتعزيز، وبدائل التوسع والإثراء، وإرشادات للمعلم تساعده على تعرّف مستويات الطلاب، كما يشتمل على نشاطات قبلية، وتقويم مصاحب للتعليم.

تخطيط ملائم للدرس في متناول اليد:

يساعدك مخطط الفصل على التخطيط للتعليم من خلال توضيح الأهداف والخطة الزمنية المقترحة، والتغطية الشاملة للأفكار المحورية.



الترابط الرأسي (بين الفصول):

بُنيت المواضيع الدراسية على المفاهيم والمهارات السابقة للصف المعني، وتؤسس لمواضيع مستقبلية.

نتائج الأبحاث:

تساعد الشواهد من الأبحاث على توفير عامل الصدق لبرنامج السلسلة.

التطوير المهني:

تدعم السلسلة برنامجًا للتطوير المهني الهادف يساعد المعلم على التخطيط للدروس، وتنويع أساليب التعليم.

خطة الخطوات الأربع في التدريس:

نظّم تعليمك بناءً على: **التركيز** على المحور، وعملية **التدريس** نفسها، ومساعدة طلابك من خلال **التدريب**، و**التقويم** لما تعلموه.

الترابط الرأسي (بين الدروس):

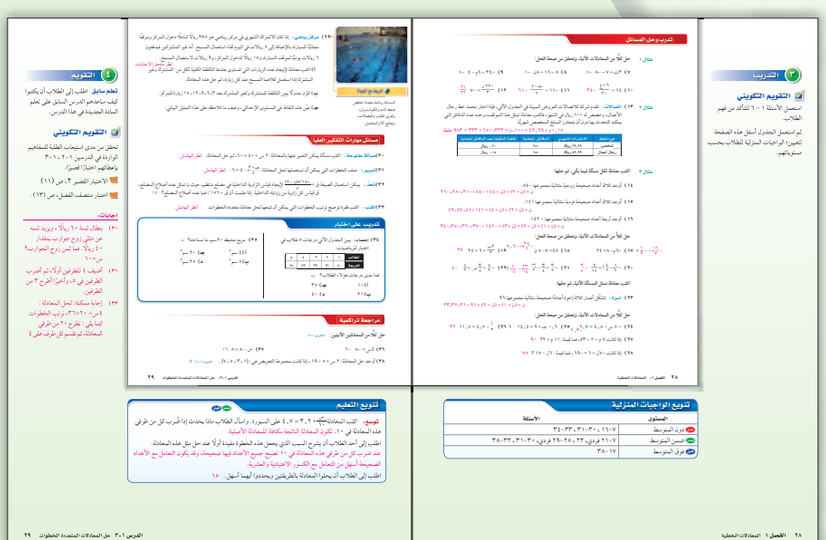
يوضح **الترابط الرأسي** في بداية كل درس الأهداف التي تؤدي إلى محتوى الدرس الحالي والأهداف التي تتبعه، والذي يأتي في إطار وثيقة المدى والتتابع من الصف الأول الابتدائي إلى الصف الثالث الثانوي.

أسئلة البناء:

يحتوي كل درس على **أسئلة البناء** لتستعملها في مساعدة الطلاب على استقصاء الأفكار الرئيسة للدرس وفهمها.

أمثلة إضافية:

يعدُّ كل **مثال إضافي** انعكاسًا لمثال في كتاب الطالب.



تنويع الواجبات المنزلية:

بما أن معظم الصفوف تشمل طلابًا ذوي قدرات مختلفة، فإن بدائل تنويع الواجبات المنزلية يسمح لك بتعديل أسئلة الواجب المنزلي.

نشاطات تقويمية:

توفر نشاطات التقويم التكويني طرائق بديلة لتحديد استيعاب الطلاب في نهاية كل درس؛ مثل:

- **التعلم السابق:** يربط الطلاب ما تعلموه في الدرس الحالي بما تعلموه سابقًا.
- **التعلم اللاحق:** يخمّن الطلاب كيفية ارتباط الدرس الحالي بالدرس التالي.
- **فهم الرياضيات:** يذكر الطلاب الرياضيات المستعملة في المسألة.
- **بطاقة المكافأة:** يجب على الطلاب أن يجيبوا عن السؤال المطلوب، ويسلموا الإجابة للمعلم قبل مغادرة الصف.

الفصل ١

مخطط الفصل

التقويم التشخيصي
اختبار سريع ص(٩)

	الدرس ١-١ حصتان	استكشاف ١-٢ حصة واحدة	الدرس ١-٢ حصتان
العنوان	المعادلات	معمل الجبر: حل المعادلات	حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة
الأهداف	• حلُّ معادلات ذات متغير واحد. • حلُّ معادلات ذات متغيرين.	• استعمال بطاقات الجبر لحل معادلات الجمع والطرح والضرب.	• حل معادلات باستعمال الجمع أو الطرح. • حل معادلات باستعمال الضرب أو القسمة.
المفردات	المعادلة الحل مجموعة الحل المجموعة العنصر مجموعة التعويض المتطابقة		حل المعادلة المعادلات المتكافئة
التمثيلات المتعددة	ص (١٥)		
مصادر الدرس	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٦) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٨) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (٩) فوق • كتاب التمارين، ص(٤) دون ضمن فوق		• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٠) دون • تدريبات حل المسألة، ص (١٢) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (١٣) فوق • كتاب التمارين، ص(٥) دون ضمن فوق
التقنيات لكل درس	نظام استجابة الطالب، ص (١٢)		مدونة، ص (٢٠)
تنويع التعليم	ص (١٢، ١٥)		ص (٢٢، ٢٣)

المفاتيح: دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

المعادلات الخطية

الخطة الزمنية		
التدريس	المراجعة و التقويم	المجموع
(١٥) حصة	(٢) حصة	(١٧) حصة

استكشاف ١-٣ حصة واحدة	الدرس ١-٣ ثلاث حصص	الدرس ١-٤ ثلاث حصص	الدرس ١-٥ ثلاث حصص
معمل الجبر: حل المعادلات المتعددة الخطوات	حل المعادلات المتعددة الخطوات	حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها	حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة
• استعمال بطاقات الجبر لحل المعادلات المتعددة الخطوات .	• حل المعادلات المتعددة الخطوات. • حل المعادلات التي تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية.	• حل المعادلات التي تحتوي المتغير نفسه في طرفيها. • حل المعادلات التي تحتوي أقواسًا.	• حساب قيم عبارات تتضمن القيمة المطلقة. • حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.
	المعادلة المتعددة الخطوات الأعداد الصحيحة المتتالية نظرية الأعداد		
		ص (٣٣)	
	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٤) دون • تدريبات حل المسألة، ص (١٦) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (١٧) فوق • كتاب التمارين، ص(٦) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٨) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (٢١) فوق • كتاب التمارين، ص(٧) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٢٢) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (٢٥) فوق • كتاب التمارين، ص(٨) دون ضمن فوق
	نظام استجابة الطالب، ص (٢٦)	تسجيل مرئي، ص (٣١)	السبورة التفاعلية، ص (٣٧)
	ص (٢٧، ٢٩)	ص (٣١، ٣٤)	ص (٣٦، ٤٠)

التقويم الختامي
- اختبار الفصل ص (٤١)

الفصل ١ التقويم والمعالجة

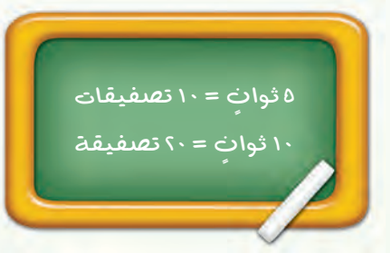
	التشخيص	المعالجة
التقويم التشخيصي	**بداية الفصل ١**	
	التهيئة للفصل ١ ، ص (٩)	مخطط المعالجة، ص (٨جـ).
	بداية كل درس	
	فيما سبق، والآن، لماذا؟	مراجعة المفاهيم والمهارات الأساسية مع الطلاب
التقويم التكويني	**خلال كل درس وبعده**	
	تحقق من فهمك، لكل مثال	تدريبات المهارات، الفصل ١
	تأكد	تنويع التعليم
	مسائل مهارات التفكير العليا	تنويع الواجبات المنزلية
	مراجعة تراكمية	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ١
	أمثلة إضافية	www.obeikaneducation.com
	تنبيه!	
	الخطوة ٤، التقويم	
	الاختبارات القصيرة ، ص (١١، ١٢)	
	www.obeikaneducation.com	
	منتصف الفصل	
	اختبار منتصف الفصل، ص (١٣)	تدريبات المهارات، الفصل ١
	www.obeikaneducation.com	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ١
		www.obeikaneducation.com
	نهاية الفصل	
	اختبار الفصل، ص (٤١)	تدريبات المهارات، الفصل ١
	www.obeikaneducation.com	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ١
		www.obeikaneducation.com
التقويم الختامي	**بعد انتهاء الفصل ١**	
	اختبار الفصل، النماذج ١، ٢أ، ٢ب، ص (١٥-٢٠)	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ١
	اختبار الفصل، النموذج ٣ ، ص (٢١، ٢٢)	www.obeikaneducation.com
	اختبار المفردات ، ص (١٤)	
	اختبار الفصل ذو الإجابة المطولة ، ص (٢٣)	
	اختبار تراكمي ، ص (٢٤-٢٦)	
	www.obeikaneducation.com	

كتاب الطالب | دليل المعلم | مصادر المعلم للأنشطة الصفية | دليل التقويم | شبكة الإنترنت

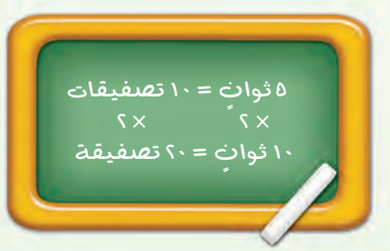
تنويع التعليم

البديل ١ جميع المستويات دون ضمن فوق

المتعلمون السمعيون: اطلب إلى الطلاب أن يصفقوا مرتين في الثانية مدة ٥ ثوانٍ. ثم اطلب إليهم أن يصفقوا مرتين في الثانية مدة عشر ثوانٍ. اكتب ما يلي على السبورة واترك مسافة بين المعادلتين.



نبّه الطلاب أن كل قيمة في المعادلة الثانية تساوي مثلي القيمة في المعادلة الأولى وتبقى المعادلة صحيحة. اكتب × ٢ تحت كل طرف من طرفي المعادلة الأولى.



بيِّن للطلاب أنه عندما تجري العملية نفسها على كل من طرفي معادلة صحيحة فإن المعادلة الناتجة تكون صحيحة.

البديل ٢ دون المتوسط دون

وضِّح للطلاب طريقة حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها باستعمال لوحة المعادلة والبطاقات الجبرية (س، –س، ١، –١) وحل معهم معادلة بسيطة من هذا النوع.

واطلب إليهم حل معادلة أخرى بالطريقة نفسها، حتى يعتادوا طريقة حل مثل هذه المعادلات، ثم كلِّفهم حل معادلات أخرى جبريًّا.

البديل ٣ فوق المتوسط فوق

يمكن أن تكون دراسة نظرية الأعداد ممتعة للطلاب. لذا اطلب إليهم العمل في مجموعات ثنائية لكتابة مسائلهم الخاصة التي تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية، وحلها مسترشدين بالمثال ٣ في الدرس (١–٣). ثم اطلب إليهم أن يوضحوا لزملائهم طريقة حل مثل هذه المسائل.

الفصل ١

المحتوى الرياضي

الترابط الرأسي

ما قبل الفصل ١

مواضيع سابقة قبل الصف الثالث المتوسط

- تبسيط العبارات العددية باستعمال ترتيب العمليات.
- الربط بين التمثيلات المتنوعة للعلاقات العددية.
- التحقق من صحة الاستنتاجات باستعمال الخصائص الرياضية.

مواضيع سابقة من الجبر

- استعمال خاصية التوزيع لتبسيط العبارات الجبرية.

الفصل ١

مواضيع من الصف الثالث المتوسط

- وصف العلاقات الدالية لموقف في مسألة، وكتابة معادلات للإجابة عن أسئلة تنبثق عن هذا الموقف.
- تمثيل العلاقات بين المقادير باستعمال الأشكال والوصف اللفظي والمعادلات.
- إيجاد قيم محددة للدالة وتحويل الجمل اللفظية في المسائل إلى معادلات وحلها.
- استعمال خصائص الإبدال والتجميع والتوزيع لتبسيط العبارات.

ما بعد الفصل ١

الإعداد للمرحلة الثانوية

- استعمال المهارات الجبرية الضرورية اللازمة لتبسيط العبارات الجبرية والمتباينات في المسائل.
- استعمال طرق تبسيط العبارات وتحويل الجمل اللفظية إلى معادلات وحلها.

نظرة عامة على الدروس

١-١ المعادلات

المعادلة هي جملة رياضية تحتوي عبارتين جبريتين يفصل بينهما إشارة المساواة.

- المعادلة إما أن تكون صحيحة، وإما أن تكون خاطئة بعد استبدال المتغيرات بقيم معينة .
- تسمى عملية إيجاد قيم المتغيرات التي تجعل المعادلة صحيحة بحل المعادلة . وتكون مجموعة الحل هي مجموعة الأعداد التي تجعل المعادلة صحيحة .

١-٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حل المعادلة يعني إيجاد قيمة المتغير التي تجعلها صحيحة.

لحل المعادلة افصل المتغير (الذي معامله ١) في أحد طرفي المعادلة.

- استعمل خصائص المساواة لتبقي المعادلات متكافئة في كل خطوة من الحل.
- تسمح خاصية الجمع أو الطرح في المساواة بجمع العدد نفسه أو طرحه من كلا طرفي المعادلة.
- تسمح خاصية الضرب أو القسمة في المساواة بضرب كل من طرفي المعادلة في العدد نفسه (غير الصفر)، أو قسمة كل منهما على العدد نفسه (غير الصفر).

١-٣ حل المعادلات المتعددة الخطوات

تتضمن المعادلات المتعددة الخطوات أكثر من عملية واحدة. ويمكن حل هذه المعادلات باستعمال خصائص المساواة واستراتيجية إلغاء كل عملية بالعمل عكسيًّا.

وفي نظرية الأعداد تكتب المعادلات المتعددة الخطوات، ويتم حلها لفهم العلاقة بين الأعداد؛ مثل الأعداد الصحيحة المتتالية.

١-٤ حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

اتبع ما يأتي لحل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها:

- بسّط العبارات الموجودة في طرفي المعادلة، واستعمل خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس إن احتجت إلى ذلك، ثم بسِّط مرة أخرى باستعمال خصائص المساواة.
- إذا تم حذف المتغير وكانت النتيجة معادلة غير صحيحة مثل ٣ = ٥ فلا يوجد حل للمعادلة.
- إذا كان طرفا المعادلة متطابقين تمامًا تسمى المعادلة متطابقة، ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقة.

١-٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

القيمة المطلقة لعدد هي المسافة بين هذا العدد والصفر على خط الأعداد. وتكون الجمل التي تتضمن القيمة المطلقة إما معادلات وإما متباينات.

- لحل معادلة تتضمن القيمة المطلقة اجعل القيمة المطلقة في أحد طرفي المعادلة أولًا.
- ثم خذ بعين الاعتبار الحالتين (الموجبة والسالبة).
- يمكن أن تمثل مجموعة حل معادلة القيمة المطلقة على خط الأعداد أو أن تكتبها كمجموعة.

ملحوظات المعلم

مشروع الفصل

التخطيط لنزهة:

يطبق الطلاب ما تعلموه عن كتابة المعادلات، وحلها في التخطيط لنزهة.

- وزّع الطلاب إلى مجموعات رباعية، واطلب إلى كل مجموعة كتابة قائمة لا تتجاوز أربعة أنواع من الأدوات التي يحتاجون إلى استئجارها للنزهة، ثم البحث عن إيجار كل منها عن طريق الإعلانات أو الإنترنت.
اطلب إلى كل مجموعة تحديد الأداة ذات الإيجار الأقل (ع)، وافترض أن ميزانية المجموعة (م) تساوي أربعة أمثال هذا المبلغ مضافًا إليه ٨٠ ريالًا، ثم كتابة معادلة واستعمالها لإيجاد هذه الميزانية.
- إذا كانت كل مجموعة توفِّر مبلغ ٢٠ ريالًا يوميًّا، فاطلب إلى كل منها تحديد عدد الأيام التي تلزمها لتوفير ميزانيتها.
- اطلب إلى كل مجموعة إيجاد المبلغ الإجمالي لاستئجار الأدوات في قائمتها، وتحديد مدى كفاية ميزانيتها لاستئجار هذه الأدوات.

المفردات: قدم مفردات الفصل باستعمال النمط الآتي:

التعريف: المعادلة هي جملة رياضية مفتوحة تحتوي إشارة المساواة.

مثال: ٣س + ٢ = ٥

اسأل: ما المتغير في هذه المعادلة؟ س
وما قيمته التي تحقق المعادلة؟ ١

الفصل ١ المعادلات الخطية

فيما سبق

درستُ الأعداد الحقيقية والعمليات عليها.

والآن

- أحل المعادلات ذات الخطوة الواحدة.
- أحل المعادلات المتعددة الخطوات.
- أحل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.
- أحل مسائل لفظية تؤول إلى معادلات خطية.

لماذا؟

قوارب نزهة: يؤجر منتجع سياحي قوارب للنزهة، ويمكن كتابة معادلة لإيجاد سعر تأجير أي عدد من هذه القوارب.

المطويات منظم أفكار

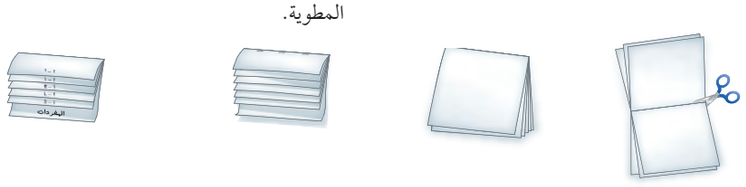
المعادلات الخطية: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المعادلات الخطية، مبتدئًا بثلاث أوراق A4 .

١ **اطو** كل ورقة من المنتصف عرضيًّا، ثم قص عند خط الطي.

٢ **ثبّت** أنصاف الأوراق الستة معًا لتشكّل كتيبًا.

٣ **قص** حافة طولها ٥سم من أسفل الورقة العليا، وَ ٤سم من أسفل الورقة الثانية، وهكذا...، ثم اقلب المطوية.

٤ **سمّ** كل صفحة برقم الدرس، وخصّص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة .



المطويات منظم أفكار

غرضها: يكتب الطلاب أمثلة، ويسجلوا ملاحظاتهم عن المعادلات الخطية في مطوياتهم في أثناء دراستهم لهذا الفصل.

وظيفتها: اطلب إلى الطلاب تكوين مطوياتهم وعنونتها كما هو مبين في تعليمات إعداد المطوية. وكتابة ملاحظاتهم في الصفحات المناسبة لكل درس من دروس الفصل. واطلب إليهم عند نهاية كل درس أن يستعملوا ملاحظاتهم في المطوية لكتابة معادلات وحلها وحل مسائل من واقع الحياة، أو لتسجيل تعريفٍ لبعض المفردات والمفاهيم.

وقت استعمالها: شجع الطلاب على أن يضيفوا ملاحظاتهم إلى مطوياتهم في أثناء دراستهم للفصل، ويستعملوها للمراجعة استعدادًا لاختبار الفصل.

تنويع التعليم

نموذج بناء المفردات، ص (٩) .
يكمل الطلاب هذا النموذج بكتابة تعريف كل مفردة جديدة تظهر لهم في أثناء دراسة الفصل أو مثال عليها، ويستفيدون من ذلك في أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

التهيئة للفصل ١

تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من فهمك للمهارات السابقة الضرورية:

البديل الأول

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

احسب قيمة كل مما يأتي:

١) $\frac{٢}{٣} \times ٦$ ٤

٢) $٥,١٣ \div ٢,٧$ ١,٩

٣) $\frac{١}{٥} ٣ \times \frac{٣}{٤}$ $\frac{١٢}{٥}$

٤) $٢,٨ \times ٠,٢$ ٠,٥٦

٥) $(٩ - ٤)^{٢} + ٣$ ٢٨

٦) $\frac{٣(-٨) \div ١٢-}{٢^{٣}}$ ٢

٧) $٢ [(٥-٣)^{٢}+٨] + (١-٣) \div ٢$ ٢٥

٨) **نجارة:** يُراد قص لوح خشبي طوله ٧,٢ م إلى ثلاث قطع متساوية. فما طول القطعة الواحدة؟ ٢,٤ م

أوجد محيط كل شكل مما يأتي:

٩) ٨,٢ سم، ٣,٢ سم، ٣,٢ سم، ١,٨ سم

١٠) $١٨\frac{١}{٢}$ قدمًا، $٦\frac{١}{٢}$ أقدام، $٢\frac{٣}{٤}$ قدم

١١) **سياج:** يريد خالد وضع سياج حول حديقة مستطيلة بُعداها ٦ م، ٤ م. فكم مترًا من السياج يحتاج؟ ٢٠ م

اكتب عبارة جبرية لكل مما يأتي:

١٢) أقل من ثلاثة أمثال العدد م بأربعة. ٣ م – ٤

١٣) الفرق بين مثلي العدد ب وأحد عشر. ٢ب – ١١

مراجعة سريعة

مثال ١

أ) أوجد قيمة: $٢\frac{١}{٤} \div ١\frac{١}{٢}$

$٢\frac{١}{٤} \div ١\frac{١}{٢} = \frac{٩}{٤} \div \frac{٣}{٢}$ — اكتب الأعداد الكسرية على صورة كسور غير فعلية

$= \frac{٩}{٤} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)$ — اضرب في مقلوب الكسر

$= \frac{١٨}{١٢} = ١\frac{١}{٢}$ — بسّط

ب) أوجد قيمة: ٥(٨–٢)+٣

٥(٨–٢)+٣ = ٥(٦)+٣ — احسب قيمة ما داخل القوسين

= ٣٠+٣ — اضرب

= ٣٣ — اجمع

مثال ٢

أوجد محيط الشكل المجاور:

ح = ٢ل + ٢ض

= ٢(١٢,٨) + ٢(٥,٣) — ل = ١٢,٨ ، ض = ٥,٣

= ٢٥,٦ + ١٠,٦ = ٣٦,٢ — بسّط

المحيط = ٣٦,٢ قدمًا.

مثال ٣

اكتب عبارة جبرية تمثل الجملة الآتية:

"حاصل ضرب ثمانية في س مضافًا إليه تسعة".

٨ × س + ٩.

العبارة هي: ٨س+ ٩

البديل الثاني

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com .

المعالجة

استعمل نتائج الاختبار السريع ومخطط المعالجة أدناه لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب.

كما تساعد العبارة: "إذا ... فقم" في المخطط على تحديد المستوى المناسب، وتقترح مصادر لكل مستوى.

مخطط المعالجة

المستوى ١	ضمن المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة فيما لايزيد على ٢٥٪ تقريبًا من التمارين،
فقم	بمراجعة العمليات على الأعداد النسبية، محيط الأشكال الثنائية الأبعاد، كتابة العبارات الجبرية.
	زيارة الموقع: www.obeikaneducation.com
المستوى ٢	**دون المتوسط**
إذا	أخطأ بعض الطلبة في ٥٠٪ تقريبًا من التمارين،
فقم	بتحديد أخطائهم، وضع أنشطة علاجية لذلك .
	زيارة الموقع: www.obeikaneducation.com

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ١ - ١

تبسيط العبارات الجبرية.

الدرس ١ - ١

حل معادلات ذات متغير واحد.

حل معادلات ذات متغيرين.

ما بعد الدرس ١ - ١

حل معادلات ذات الخطوة الواحدة.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلبة قراءة فقرة "لماذا؟".

ثمَّ اسأل:

- كيف يمكن كتابة الجملة ٣+ س= ٤ بالكلمات؟ ثلاثة زائد س تساوي أربعة.
- ماذا يمثل المتغير س في الجملة؟ عدد أهداف المنتخب في الشوط الثاني.
- كيف تعرف أن الحل يساوي ١؟ ٣+ ١ يساوي ٤

إرشادات للمعلم الجديد

كتابة المجموعة: أكّد على كيفية كتابة المجموعة بذكر عناصرها، مع التنبيه إلى استعمال أقواس المجموعة { } ، والفواصل (،) بين كل عنصرين.

المعادلات

لماذا؟

سجل المنتخب السعودي لكرة القدم ٣ أهداف في إحدى مبارياته في الشوط الأول، وانتهى اللقاء لصالحه بـ ٤ أهداف مقابل صفر.

يمكن أن تمثل التغير في عدد الأهداف بالجملة:

٣ + س = ٤

ويمثل العدد ١ حلًّا لها؛ أيْ أن المنتخب سجل هدفًا واحدًا في الشوط الثاني.

فيما سبق

درستُ العبارات الجبرية وتبسيطها.

والآن

- أحلُّ معادلات ذات متغير واحد.
- أحل معادلات ذات متغيرين.

المفردات

المعادلة
الحل
مجموعة الحل
المجموعة
العنصر
مجموعة التعويض
المتطابقة

obeikaneducation.com

حل المعادلات: الجملة الرياضية التي تحتوي على عبارتين جبريتين يفصل بينهما إشارة المساواة (=) تسمى **معادلة**.

عبارة جبرية ← ٣س + ٧ ٣س + ٧ = ١٣ → معادلة

وعملية إيجاد قيم المتغير التي تجعل المعادلة صحيحة تسمى **حل** المعادلة.

وتمثل كل قيمة منها أحد حلول المعادلة. ومجموعة هذه الحلول تسمى **مجموعة الحل** .

المجموعة هي تجمع أشياء أو أعداد تكتب غالبًا بين القوسين { }، ويفصل بين كل منها (،) ، ويُسمى كل منها **عنصرًا**.

أما **مجموعة التعويض** فهي مجموعة الأعداد التي نعوض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحل.

مثال ١ استعمال مجموعة التعويض

أوجد مجموعة حل المعادلة ٢ك + ٥ = ١٣ إذا كانت مجموعة التعويض هي {٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

استعمل الجدول المجاور لتجد الحل.

استبدل ك في المعادلة ٢ ك + ٥ = ١٣ بجميع قيم مجموعة التعويض. بما أن المعادلة صحيحة عندما ك = ٤، فإن حل المعادلة ٢ك + ٥ = ١٣ هو ك = ٤

وتكون مجموعة الحل: {٤}.

ك	٢ك + ٥ = ١٣	صحيح أم خطأ؟
٢	٢(٢) + ٥ = ١٣	خطأ
٣	٢(٣) + ٥ = ١٣	خطأ
٤	٢(٤) + ٥ = ١٣	صحيح
٥	٢(٥) + ٥ = ١٣	خطأ
٦	٢(٦) + ٥ = ١٣	خطأ

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {٠، ١، ٢، ٣} :

أ) ٨م – ٧ = ١٧ {٣}

ب) ٢٨ = ٤(١ + ٣د) {٢}

مصادر الدرس ١ - ١

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم		• تنويع التعليم، ص (١٢ ، ١٥)	• تنويع التعليم، ص (١٢ ، ١٥)
كتاب التمارين	ص (٤)	ص (٤)	ص (٤)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٦) • تدريبات حل المسألة، ص (٨) • كتاب التمارين، ص (٤)	• تدريبات حل المسألة، ص (٨) • كتاب التمارين، ص (٤)	• تدريبات حل المسألة، ص (٨) • التدريبات الإثرائية، ص (٩) • كتاب التمارين، ص (٤)

يمكنك أحيانًا استعمال ترتيب العمليات لحل المعادلات.

مثال ٢ من اختبار

ما حلُّ المعادلة: ٦ + (٥^{٢} – ٥) ÷ ٢ = ب ؟

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ١٣ د) ١٦

اقرأ فقرة الاختبار:

تحتاج إلى تطبيق ترتيب العمليات على العبارة لحل المعادلة وإيجاد قيمة ب.

حل فقرة الاختبار:

٦ + (٥^{٢} – ٥) ÷ ٢ = ب	المعادلة الأصلية
٦ + (٢٥ – ٥) ÷ ٢ = ب	حساب القوى
٦ + ٢٠ ÷ ٢ = ب	طرح ٥ من ٢٥
٦ + ١٠ = ب	قسمة ٢٠ على ٢
١٦ = ب	اجمع، إذن الحل الصحيح هو د.

تحقق من فهمك

٢) ما حل المعادلة: ت = ٩^{٢} ÷ (٥ – ٢)؟ د

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ١٤,٢ د) ٢٧

بعض المعادلات لها حل وحيد، وبعض المعادلات لا حل لها.

مثال ٣ حلول المعادلات

حل كل معادلة فيما يأتي:

أ) ٧ – (١٠ – ٤^{٢}) + ن = ١٠

٧ – (١٠ – ٤^{٢}) + ن = ١٠	المعادلة الأصلية
٧ – (١٠ – ١٦) + ن = ١٠	حساب القوى
٧ – ٦ + ن = ١٠	طرح ١٠ من ١٦
١ + ن = ١٠	طرح ٦ من ٧

القيمة الوحيدة لـ ن التي تجعل المعادلة صحيحة هي ٩. لذا يكون لهذه المعادلة حل وحيد هو ٩.

ب) ن(٣ + ٢) + ٦ = ٥ن + (١٠ – ٣)

ن(٣ + ٢) + ٦ = ٥ن + (١٠ – ٣)	المعادلة الأصلية
ن(٥) + ٦ = ٥ن + ٧	اجمع ٣+ ٢ ، اطرح ٣ من ١٠
٥ن + ٦ = ٥ن + ٧	خاصية الإبدال في الضرب

لاحظ أنه عند تعويض أي عدد حقيقي بدلًا من ن، سيكون الطرف الأيمن للمعادلة أقل من الطرف الأيسر بواحد دائمًا. لذا لا يمكن أن تكون المعادلة صحيحة، وبالتالي فإنه لايوجد حل لها .

تحقق من فهمك حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

٣أ) (١٨ + ٤) + م = (٥ – ٣)م ٢٢

٣ب) ٨ × ٤ × ك + ٥ × ٩ = (٣٦ – ٤) ك – (٢ × ٥) لا يوجد لها حل

قراءة الرياضيات

لا يوجد حل

الرمز الذي يمثل عدم وجود حل للمعادلة هو ∅ .

حل المعادلات

المثال ١ يبين طريقة استعمال مجموعة التعويض لحل المعادلات.

المثال ٢ يبين طريقة استعمال ترتيب العمليات لحل المعادلات.

المثال ٣ يبين أن بعض المعادلات لها حل وحيد، وبعضها لا حل لها.

المثال ٤ يبين طريقة معرفة إن كانت المعادلة متطابقة أم لا.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة للمفاهيم.

أمثلة إضافية

١ أوجد مجموعة حل المعادلة ٤أ + ٧ = ٢٣ إذا كانت مجموعة التعويض هي {٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.
{٤}.

٢ **تدريب على اختبار:** ما حلّ المعادلة: ٣+ ٤(٢^{٣}– ٢) = ب؟ ب

أ) ١٩ جـ) ٣٣

ب) ٢٧ د) ٤٢

٣ حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

أ) ٤ + (٣^{٢}+ ٧) ÷ ن = ٨ ٤

ب) ٤ن – (١٢ + ٢) = ن(٦ – ٢) ٩

لا يوجد لها حل.

المحتوى الرياضي

العبارة الجبرية: هي جملة رياضية تحتوي رموزًا وأعدادًا وعملية حسابية واحدة على الأقل.

المعادلة: هي الجملة الرياضية التي تحتوي عبارتين جبريتين يفصل بينهما إشارة المساواة (=).

تُسمى المعادلة التي تكون صحيحة لجميع قيم المتغير فيها **متطابقة** .ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

قراءة الرياضيات

المتطابقة:
هي معادلة طرفاها متكافئان دائمًا.

مثال ٤ المتطابقات

حل المعادلة: $(٢ \times ٥ - ٨)(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦] ٢$.

$(٢ \times ٥ - ٨)(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦] ٢$	المعادلة الأصلية
$(١٠ - ٨)(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦] ٢$	اضرب ٢×٥
$٢(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦] ٢$	طرح ٨ من ١٠
$٦هـ + ١٢ = [(٢هـ + هـ) + ٦] ٢$	خاصية التوزيع
$٦هـ + ١٢ = [٣هـ + ٦] ٢$	اجمع ٢هـ + هـ
$٦هـ + ١٢ = ٦هـ + ١٢$	خاصية التوزيع

بما أن الطرف الأيمن للمعادلة يساوي الطرف الأيسر لها، فليس مهمًّا أن تعوض أي قيمة بدلًا من هـ ؛ لذا فالمعادلة دائمًا صحيحة، ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

٤أ) $٣(ب + ١) - ٥ = ٣ب - ٢$ مجموعة الأعداد الحقيقية

٤ب) $\frac{١}{٢}(جـ - ٦) = ٤ \quad ٨ - ٥$

حل معادلات بمتغيرين: تحتوي بعض المعادلات على متغيرين؛ لذا من المفيد تكوين جدول للقيم واستعمال التعويض لإيجاد قيم المتغير الثاني، إذا علمت قيمة المتغير الأول.

مثال ٥ معادلات تحتوي متغيرين

اتصالات: **يدفع حمزة ٣٥ ريالًا شهريًّا رسوم اشتراك في خدمة الهاتف الجوال، بالإضافة لـ ٠,٢٥ ريال لكل دقيقة اتصال. اكتب معادلة وحلها لإيجاد المبلغ الذي سيدفعه هذا الشهر إذا علمت أنه اتصل مدة ٨٠ دقيقة.**

رسم اشتراك الخدمة مقدار ثابت، والتغير هو في عدد دقائق الاتصال؛ لذا فالمبلغ الذي سيدفعه مقابل ٨٠ دقيقة اتصال هو حاصل ضرب ٠,٢٥ في ٨٠. لنفرض أن (ك) هي المبلغ الكلي الذي سيدفعه حمزة مقابل رسوم الخدمة والاتصال مدة ٨٠ دقيقة.

ك = ٠,٢٥م + ٣٥	المعادلة الأصلية
= ٠,٢٥ (٨٠) + ٣٥	عوض ٨٠ بدلًا من م
= ٢٠ + ٣٥	اضرب
= ٥٥	اجمع

إذن سيدفع حمزة ٥٥ ريالًا هذا الشهر.

تحقق من فهمك

٥) **سفر:** يقود رامي سيارته بمعدل ١٠٤ كلم في الساعة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد الزمن الذي سيستغرقه للسفر مسافة ٣١٢ كلم. ف= ١٠٤ ن، ن = ٣ساعات

مثال إضافي

٤ حل المعادلة:
$(٥ + ٨ \div ٤) + ٣ك = ٣(ك + ٣٢) - ٨٩$
مجموعة الأعداد الحقيقية

حل المعادلات بمتغيرين

المثال ٥ يبين طريقة كتابة معادلة ذات متغيرين وحلها لحل مسألة من واقع الحياة.

مثال إضافي

٥ **عضوية نادٍ رياضي:** يدفع فهد ١٥٠ ريالًا شهريًّا لعضوية نادٍ رياضي. بالإضافة إلى ١٥ ريالًا لدرس تعليم السباحة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد المبلغ الكلي الذي يدفعه فهد هذا الشهر إذا أخذ ١٢ درسًا لتعليم السباحة.
ت= ١٥د + ١٥٠؛ ٣٣٠ ريالًا

توضح **الأمثلة** جميع المفاهيم التي تم تعلمها في الدرس، وهي مكافئة للتمارين المطروحة. أما **تحقق من فهمك** فهي تدريبات توفر الفرصة للطلاب لحل مسائل مشابهة بأنفسهم.

تنويع التعليم

ضمن فوق

إذا امتلك الطلاب مهارات لفظية متطورة،

فقم بتحفيزهم ليكتبوا معادلات من واقع الحياة ذات متغير واحد وحلها، وأخرى ذات متغيرين وحلها. واقترح عليهم كتابة معادلات عن النبات أو الحيوان الذي يثير اهتمامهم.

التعليم باستعمال التقنيات

نظام استجابة الطالب: أعط الطلاب معادلة ومجموعة من أربعة أعداد، واطلب إليهم التحقق من كل عددٍ منها للتوصل إلى حل المعادلة، واستعمال نظام تقني يسمح لهم باختيار حل المعادلة بطريقة تفاعلية.

تأكد

مثال ١ أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥}:

١) ن + ١٠ = ٢٣ {١٣}

٢) $\frac{\text{جـ}}{٢} = ٧$ {١٤}

٣) ٢٩ = ٣س − ٧ {١٢}

٤) (ك − ٨)١٢ = ٨٤ {١٥}

مثال ٢ ٥) **اختيار من متعدد:** ما حل المعادلة $\frac{\text{هـ} + ٥}{١٠} = ٢$؟ ب

أ) ١٠ ب) ١٥ جـ) ٢٠ د) ٢٥

المثالان ٣، ٤ حل كل معادلة فيما يأتي:

٦) س = ٤(٦) + ٣ ٢٧

٧) ١٤ − ٨٢ = و −٦٨

٨) ٥ + ٢٢أ = ٢ + ١٠ ÷ ٢ $\frac{١}{١١}$

٩) $\frac{\text{جـ}}{٣} + (٥ \times ٢) = \text{جـ} \div (٢ + ٥^{\circ}١) + ١٠$

مجموعة الأعداد الحقيقية

مثال ٥ ١٠) **تدوير:** لتدوير الدهان غير المستعمل يتم خلط ٥ جالونات من الدهان ثم وضعها في عبوة واحدة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد العبوات التي تسع ٣٠٠٠٠ جالون من الدهان. $\text{ع} = \frac{\text{جـ}}{٥}$، ٦٠٠٠ عبوة

تدرب وحل المسائل

مثال ١ أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت (ص) تنتمي إلى مجموعة التعويض {١، ٣، ٥، ٧، ٩}، (ع) تنتمي إلى مجموعة التعويض {١٠، ١٢، ١٤، ١٦، ١٨}:

١١) ع + ١٠ = ٢٢ {١٢}

١٢) ٥٢ = ٤ع لا يوجد حل

١٣) $\frac{١٥}{\text{ص}} = ٣$ {٥}

١٤) ١٧ = ٢٤ − ص {٧}

١٥) ٢ع − ٥ = ٢٧ {١٦}

١٦) ٤(ص + ١) = ٤٠ {٩}

الأمثلة ٢−٤ حل كل معادلة فيما يأتي:

١٧) أ = ٣٢ − ٩(٢) ١٤

١٨) و = ٥٦ ÷ (٣ + ٢^٢) ٨

١٩) $\frac{٥ + ٢٧}{١٦} = \text{جـ}$ ٢

٢٠) $\text{أ} = \frac{٤(١٤ - ١)}{٥ - (٦)٣} + ٧$ ١١

٢١) ٤ − ٢^٢ + ٥)و = ٢٥ ٥

٢٢) ٧ + س − (٣ + ٣٢ ÷ ٨) = ٣ ٣

٢٣) ٣^٢ − ٢ × ٣ + ي = (٣^٣ − ٣ × ٨)(٢) + ي ٢٣) لا يوجد لها حل

٢٤) ٦ك + (٣ × ١٠ − ٨) = (٣ × ٢)ك + ٢٢

٢٥) (٣ × ٥)ن + (٢١ − ١٢) = ١٥ن + ٣^٢ مجموعة الأعداد الحقيقية

٢٦) $\frac{٣ \times ٢٢}{١٨ + ٤}\text{ر} - \left(١ - \frac{٤^{٢}}{٩ + ٧}\right) = \text{ر} + \left(٣ \div \frac{٨ \times ٩}{٣}\right)$ ٤

مجموعة الأعداد الحقيقية

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ − ١٠ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	١١−٢٩، ٥١ − ٥٣، ٥٥ − ٥٧
ضمن ضمن المتوسط	١١−٤٧ فردي، ٤٨ − ٥٣، ٥٥ − ٥٧
فوق فوق المتوسط	٣٠ − ٥٧

تنويع الواجبات المنزلية

يقدم مقترحات للأسئلة المناسبة لجميع المستويات الثلاثة للطلاب. وأغلب أسئلة الواجبات المنزلية هي أزواج متكافئة من الأسئلة الفردية والزوجية. ويمكن للطلاب الإجابة عن الأسئلة الفردية في يوم، وعن الأسئلة الزوجية في اليوم التالي.

٢٧) **مدرسة:** تتسع قاعة الاجتماعات في مدرسة لـ ٤٥ شخصًا على الأكثر. فإذا أراد مدير المدرسة ورائد النشاط والمرشد الطلابي الاجتماع ببعض الطلبة، شريطة أن يُحضر كل طالب ولي أمره. فما أكثر عدد من الطلبة يمكن أن يحضر الاجتماع؟ ٢١

٢٨) **هندسة:** ثماني منتظم محيطه ١٢٨سم، أوجد طول ضلعه. ١٦ سم.

مثال ٥

٢٩) **لياقة:** يتمرن رياضي كتلته ٩١كجم ٤ ساعات يوميًّا ويحتاج إلى ٢٨٣٦ سعرًا حراريًّا للحصول على الطاقة الأساسية اللازمة له. كما يحتاج خلال التدريب إلى ٣٠٩١ سعرًا حراريًّا إضافيًّا. اكتب معادلة لإيجاد السعرات الحرارية الكلية ك اللازمة لهذا الرياضي، ثم حلها. ك= ٢٨٣٦+ ٣٠٩١، ٥٩٢٧ سعرًا حراريًّا/ يوم.

الربط مع الحياة

يتناول الرياضي في أثناء التدريب وجبة معينة تزوده بالسعرات الحرارية الضرورية وتتكون من: ٦٩% كربوهيدرات، ٢٠% دهونًا، ١١% بروتينًا.

كوِّن جدولًا لقيم كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {-٢، -١، ٠، ١، ٢}: انظر الهامش.

٣٠) ص = ٣ س - ٢

٣١) ٣,٢٥ س + ٠,٧٥ = ص

حل كل معادلة فيما يأتي باستعمال مجموعة التعويض المعطاة:

٣٢) ت - ١٣ = ٧، {١٠، ١٣، ١٧، ٢٠} ٢٠

٣٣) ١٤(س + ٥) = ١٢٦، {٣، ٤، ٥، ٦، ٧} ٤

٣٤) ٢٢ = $\frac{ن}{٣}$، {٦٢، ٦٤، ٦٦، ٦٨، ٧٠} ٦٦

حل كل معادلة فيما يأتي:

٣٥) $\frac{٣(٩)-٢}{١+٤}$ = د ٥

٣٦) جـ = ١٥ ÷ ٣ × ٥ - ٤^{٢} ٩

٣٧) جـ + (٣^{٢} - ٣) = ٢١ ١٥

٣٨) (٣^{٣}-٣×٩) + (٧-٢^{٢})ب = ٢٤ب ب = ٠

حدد إذا كان العدد المعطى بجانب كل معادلة فيما يأتي يمثّل حلًّا لها أم لا. ٣٩-٤٤) انظر الهامش.

٣٩) س + ٦ = ١٥؛ ٩

٤٠) ١٢ + ص = ٢٦؛ ١٤

٤١) ٢ت - ١٠ = ٤؛ ٣

٤٢) $\frac{ك}{٢}$ = ٢٠؛ ١٠

٤٣) $\frac{و-٤}{٥}$ = -٣؛ -١١

٤٤) $\frac{ج}{٣}$ - ٤ = ١٢؛ ٤٨

كوّن جدولًا لقيم كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {-٢، -١، ٠، ١، ٢}:

٤٥-٤٧ انظر ملحق الإجابات

٤٥) ص = ٣س + ٥

٤٦) -٢س - ٣ = ص

٤٧) ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

٤٨) **هندسة:** مستطيل يزيد طوله على عرضه ٢سم. ومثلث متطابق الضلعين طول قاعدته ١٢سم، ويزيد طول كل من ضلعيه الآخرين ١سم على عرض المستطيل. انظر الهامش.

أ) ارسم كلاًّ من المستطيل والمثلث، واكتب أبعادهما.

ب) اكتب عبارتين لإيجاد محيط كلٍّ من المستطيل والمثلث.

جـ) أوجد عرض المستطيل إذا كان له محيط المثلث نفسه.

٤٩) **إنشاءات:** يحتاج بناء كل طابق في إحدى البنايات إلى ١٠ أطنان من الحديد.

أ) عرّف متغيرًا، واكتب معادلة لإيجاد كمية الحديد الضرورية لبناء ١٥ طابقًا. إجابة ممكنة: ط= كمية الحديد (بالطن)؛ ط= ١٠(١٥)

ب) كم طنًّا من الحديد يحتاج إليه البناء؟ ١٥٠ طنًّا

إجابات:

٣٠)

س	٣س - ٢	ص
-٢	٣(-٢) - ٢	-٨
-١	٣(-١) - ٢	-٥
٠	٣(٠) - ٢	-٢
١	٣(١) - ٢	١
٢	٣(٢) - ٢	٤

٣١)

س	٣,٢٥س + ٠,٧٥	ص
-٢	٣,٢٥(-٢) + ٠,٧٥	-٥,٧٥
-١	٣,٢٥(-١) + ٠,٧٥	-٢,٥٠
٠	٣,٢٥(٠) + ٠,٧٥	٠,٧٥
١	٣,٢٥(١) + ٠,٧٥	٤,٠٠
٢	٣,٢٥(٢) + ٠,٧٥	٧,٢٥

٣٩) نعم

٤٠) نعم

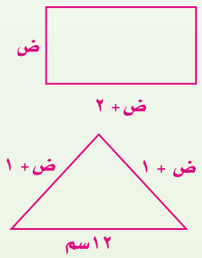
٤١) لا

٤٢) لا

٤٣) نعم

٤٤) نعم

٤٨أ)



٤٨ب) محيط المستطيل =
٢(ض+٢)+ ٢ض= ٤ض+ ٤
محيط المثلث=
٢(ض+ ١)+ ١٢= ٢ض+ ١٤

٤٨جـ) عرض المستطيل = ٥سم.

٥٠) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف من خلال حل هذه المسألة المزيد حول طريقة كتابة المعادلات.

أ) حسيًا: استعمل المكعبات الستمترية لبناء مجسم يشبه المجسم المجاور.
انظر أعمال الطلاب

ب) جدوليًا: انقل الجدول المبين أدناه إلى دفترك، وأكمله بتسجيل عدد طبقات المجسم والمكعبات المستعملة في ذلك. انظر الهامش

عدد الطبقات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
عدد المكعبات	؟	؟	؟	؟	؟	؟	؟

جـ) تحليليًا: كيف يتغير عدد المكعبات في المجسم كلما زادت الطبقات؟ يضاف ٤ مكعبات إلى كل طبقة عن سابقتها.

د) جبريًا: اكتب قاعدة لإيجاد عدد المكعبات بدلالة عدد طبقات المجسم. عدد المكعبات= ٤ط، حيث ط عدد طبقات المجسم.

مسائل مهارات التفكير العليا

٥١) **تبرير:** قارن بين المعادلة والعبارة. انظر الهامش

٥٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تمثل متطابقة. إجابة ممكنة: ٣س + ١٢ = ٣(س + ٤)

٥٣) **اكتشف الخطأ:** حلَّ عصام وعدنان المعادلة: س= ٤(٣ – ٢)+ ٦ ÷ ٨ كما هو مبين أدناه. أيهما على صواب؟ وضح إجابتك. انظر الهامش

عصام

$$س = ٤(٣-٢) + ٦ \div ٨$$
$$= ٤(١) + ٦ \div ٨$$
$$= ٤ + ٦ \div ٨$$
$$= ٤ + \frac{٦}{٨}$$
$$= ٤\frac{٣}{٤}$$

عدنان

$$س = ٤(٣-٢) + ٦ \div ٨$$
$$= ٤(١) + ٦ \div ٨$$
$$= ٤ + ٦ \div ٨$$
$$= ١٠ \div ٨$$
$$= \frac{٥}{٤}$$

٥٤) **تحدٍّ:** أوجد جميع حلول المعادلة: $س^{٢} + ٥ = ٣٠$. ٥، –٥

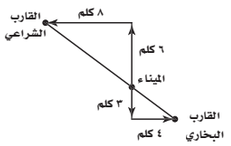
٥٥) **اكتب:** فسر كيف تحدد أن معادلة ما ليس لها حل حقيقي، وأن حل معادلة أخرى هو مجموعة الأعداد الحقيقية. انظر الهامش

تدريب على اختبار

٥٦) **اختيار من متعدد:** يتوقع أن يحضر الحفل المدرسي ٦٥٪ من الطلاب. فإذا كان عدد الطلاب ٣٠٠ طالب، فكم طالبًا يُتوقع حضورهم؟ جـ

أ) ٥٠ طالبًا
ب) ٦٥ طالبًا
جـ) ١٩٥ طالبًا
د) ١٠٥ طلاب

٥٧) **هندسة:** تحرك قارب بخاري وآخر شراعي من الميناء نفسه. ويبين الشكل أدناه حركتيهما. فما المسافة بين القاربين؟ ب



أ) ١٢ كلم
ب) ١٥ كلم
جـ) ١٨ كلم
د) ٢٤ كلم

٤ التقويم

بطاقة مكافأة: اعمل نسخًا عدة لخمس معادلات مختلفة، وأعطِ معادلة لكل طالب، واطلب إليه حلها وتسليمك إجابته قبل مغادرتك غرفة الصف.

تبين لك **خطة الخطوات الأربع** كيف **تركز وتدرس** كل درس **وتدرب** عليه **وتقوّمه**. وينتهي كل درس باستراتيجية إبداعية لإنهائه.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اكتب مجموعة الحل {١٥} على السبورة. واطلب إلى الطلاب كتابة معادلتين، بناءً على مواقف من واقع الحياة، بحيث يكون حل كل منهما مجموعة الحل السابقة. فمثلاً: قد يكتب الطلاب "حصل نواف في الجولات الأولى لمسابقة ثقافية على ٧١ نقطة، وفي الجولة الأخيرة أصبح مجموع نقاطه ٨٦ نقطة. ما عدد النقاط التي حصل عليها في الجولة الأخيرة؟ ف+ ٧١= ٨٦؛ ٨٦ – ف = ٧١

تنبيه لحل سؤال

يدويات: يتطلب السؤال ٥٠ استعمال مكعبات ستمترية.

تمثيلات متعددة: يستعمل الطلاب في السؤال ٥٠ النماذج والجداول لِكتابة معادلات.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: على الطلاب ملاحظة أن عصامًا في السؤال ٥٣ اتبع ترتيب العمليات، وأن عدنان لم يتبعه. لذا ذكّر الطلاب بإجراء عمليتي الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار قبل إجراء الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار.

إجابات:

٥٠ب)

عدد الطبقات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
عدد المكعبات	٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨

٥١) إجابة ممكنة: تحتوي المعادلة إشارة المساواة، أما العبارة فلا تحتويها. وتتكون المعادلة من عبارتين وإشارة مساواة.

٥٣) عصام ؛ لأنه استعمل ترتيب العمليات، بينما عدنان لم يستعملها حيث جمع قبل أن يقسم.

٥٥) إجابة ممكنة: تحتوي المعادلات التي ليس لها حلول حقيقية على المتغيرات نفسها ومعاملاتها في طرفي المعادلة، مع اختلاف في عددٍ أو عمليةٍ ما. أما المعادلات التي لها المتغيرات والأعداد والعمليات نفسها في طرفيها فيكون حلها هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

الاختبار القصير ١، ص (١١).

الفصل ١

مصادر المعلم للأنشطة الصفّية

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ١ - ١

دون: دون المتوسط   ضمن: ضمن المتوسط   فوق: فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (٦) — دون

الاسم ________ التاريخ ________

١-١ تدريبات إعادة التعليم

المعادلات

حلّ المعادلات: تسمّى الجملة الرياضية التي تحتوي على عبارات جبرية ورموزًا **جملة مفتوحة**.

تحلّ الجمل المفتوحة بإيجاد قيم المتغير التي تجعل الجملة صحيحة. تسمّى مجموعة الأعداد التي نعوض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحلّ **مجموعة التعويض**. وتسمّى مجموعة حلول الجملة المفتوحة **مجموعة الحل**. والجملة التي تحتوي على إشارة مساواة (=) تسمى **المعادلة**.

مثال ١ أوجد مجموعة الحل للمعادلة ٣أ + ١٢ = ٣٩ إذا كانت مجموعة التعويض {٦، ٧، ٨، ٩، ١٠}.

عوّض عن أ في المعادلة ٣أ + ١٢ = ٣٩ بقيم مجموعة التعويض جميعها.

٣(٦) + ١٢ ≟ ٣٩ ← ٣٠ ≠ ٣٩ خطأ

٣(٧) + ١٢ ≟ ٣٩ ← ٣٣ ≠ ٣٩ خطأ

٣(٨) + ١٢ ≟ ٣٩ ← ٣٦ ≠ ٣٩ خطأ

٣(٩) + ١٢ ≟ ٣٩ ← ٣٩ = ٣٩ صحيحة

٣(١٠) + ١٢ ≟ ٣٩ ← ٤٢ ≠ ٣٩ خطأ

بما أن المعادلة صحيحة عندما أ = ٩، فإن حل المعادلة ٣أ + ١٢ = ٣٩ هو ٩، وتكون مجموعة الحل {٩}.

مثال ٢ ما حل المعادلة $\frac{٢(٣+١)}{٣(٧-٤)}$ = ب؟

$\frac{٢(٣+١)}{٣(٧-٤)}$ = ب — المعادلة الأصلية

$\frac{٢(٤)}{٣(٣)}$ = ب — اجمع في البسط واطرح في المقام

$\frac{٨}{٩}$ = ب — بسّط

الحل هو $\frac{٨}{٩}$

تمارين

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت (س) تنتمي إلى مجموعة التعويض {$\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٢}$، ١، ٢، ٣}، و (ص) تنتمي إلى مجموعة التعويض {٢، ٤، ٦، ٨}.

١) س + $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٥}{٢}$ **{٢}** ٢) س + ٨ = ١١ **{٣}** ٣) ص − ٢ = ٦ **{٨}**

٤) س² − ١ = ٨ **{٣}** ٥) ص² − ٢ = ٣٤ **{٦}** ٦) س² + ٥ = ٥$\frac{١}{١٦}$ **{$\frac{١}{٤}$}**

٧) ٢(س + ٣) = ٧ **{$\frac{١}{٢}$}** ٨) (ص+١)² = $\frac{٩}{٤}$ **لا يوجد حل** ٩) ص² + ص = ٢٠ **{٤}**

حلّ كلّ معادلة فيما يأتي:

١٠) أ = ٢³ − ١ **٧** ١١) ن = ٦² − ٤² **٢٠** ١٢) و = ٦² × ٣² **٣٢٤**

١٣) $\frac{١}{٤}$ + $\frac{٥}{٨}$ = ك **$\frac{٧}{٨}$** ١٤) $\frac{١٨-٣}{٢+٣}$ = ب **٣** ١٥) ت = $\frac{١٥-٦}{٢٧-٢٤}$ **٣**

١٦) ١٨,٤ − ٣,٢ = جـ **١٥,٢** ١٧) ل = ٩,٨ + ٥,٧ **١٥,٥** ١٨) جـ = ٣$\frac{١}{٢}$ + ٢$\frac{١}{٤}$ **٥$\frac{٣}{٤}$**

الصف: الثالث المتوسط — ٦ — الفصل ١: المعادلات الخطية

تدريبات حل المسألة (٨) — دون ضمن فوق

الاسم ________ التاريخ ________

١-١ تدريبات حل المسألة

المعادلات

١) **توقيت:** ينقص التوقيت في المملكة العربية السعودية ساعة واحدة عن التوقيت في الإمارات العربية المتحدة، ويزيد ساعة واحدة على التوقيت في المملكة الأردنية الهاشمية. اكتب معادلة لتحديد الوقت في المملكة الأردنية الهاشمية، إذا كان الوقت ١٢ ظهرًا في الإمارات العربية المتحدة.

١٢−ب=٢؛ ب = ١٠:٠٠ صباحًا

٢) **تغذية:** تحتوي حبة البطاطس المتوسطة الحجم على ٢٦ جرامًا من الكربوهيدرات. اكتب معادلة لتجد كمية الكربوهيدرات في ٥ حبات بطاطس متوسطة الحجم وحلّها.

ك = ٥ ع ؛ ١٣٠ جرامًا

٣) **أعمال يدوية:** تحتاج ندى إلى ٣٠ مترًا من خيوط غزل من أجل عمل وشاح صغير. فإذا اشترت كرة غزل طول خيطها ١٠٠ متر، واستعملت ١٠ مترات منها، فاكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد الأوشحة التي تستطيع عملها إذا خططت لاستعمال كرة غزل واحدة.

١٠٠ − ١٠ = ٣٠د ؛ د = ٣ أوشحة

٤) **مسافات:** اشترى عبدالرحمن سيارة مستعملة، وكانت قراءة العدّاد فيها تشير إلى أنها قطعت مسافة ٢٨٠٠٠ كيلومتر، وكان عبدالرحمن يقطع بالسيارة بعد شرائها ٤٠ كلم يوميًا. اكتب معادلة وحُلّها لمعرفة قراءة العداد بعد ٣٠ يومًا.

ف = ٢٨٠٠٠ + ٤٠ ي؛ ٢٩٢٠٠ كلم

٥) **رحلة برية:** خرج عدد من الأشخاص في رحلة برية، وعند الغداء استعملوا عددًا من الصحون الورقية تساوي ضعف عددهم، إضافة إلى ٥ صحون أخرى. إذا كان عدد الأشخاص ١٢ شخصًا، فاكتب معادلة لإيجاد عدد الصحون اللازمة وحلّها.

جـ = ٥ + ٢ ش ، ٢٩ صحنًا

٦) **مركبات:** طوّرت مؤخرًا سيارات هجينة تحتوي على نظامين: كهربائي وآخر يعمل بالبنزين. في حين تخزن بطاريات السيارة الهجينة طاقة إضافية، مكتسبة من استخدام المكابح. وبما أن السيارة الهجينة تستطيع استعمال الطاقة المخزونة للتقوية، فإنها تستهلك بنزينًا أقل لكل كيلو متر تقطعه، مقارنة بالسيارة التي تعمل بالبنزين فقط. افترض أن سيارة هجينة جديدة قطعت مسافة ١٩ كيلومترًا لكل لتر من البنزين:

أ) إذا كانت تكلفة ملء خزان البنزين ٣٦ ريالًا، وكان ثمن لتر البنزين ٠,٦ ريال، فاكتب معادلة وحلّها لإيجاد مسافة تقطعها سيارة هجينة مستهلكة خزانًا واحدًا من البنزين.

$\frac{٣٦}{٠,٦}$ × ١٩ = ف ؛ ١١٤٠ كيلومترًا

ب) اكتب معادلة وحلّها لإيجاد ثمن البنزين لكل كيلومتر لهذه السيارة الهجينة.

$\frac{٠,٦}{١٩}$ = س ؛ ٠,٠٣ ريال لكل كيلومتر

الصف: الثالث المتوسط — ٨ — الفصل ١: المعادلات الخطية

التدريبات الإثرائية (٩) — فوق

الاسم ________ التاريخ ________

١-١ التدريبات الإثرائية

مجموعات الحل

اقرأ الجملة المفتوحة الآتية:

اسم شهر يقع بين شعبان وذي الحجة.

تعرف أنه يتعيّن التعويض عن المتغير لتحديد ما إذا كانت الجملة صحيحة أو خطأ.

إذا عوضت برمضان أو شوال أو ذي القعدة فإن الجملة صحيحة. تُسمّى المجموعة {رمضان، شوال، ذو القعدة} مجموعة حلّ الجملة المفتوحة المعطاة أعلاه. تحتوي هذه المجموعة على جميع التعويضات التي تجعل الجملة صحيحة بدلًا من المتغير.

اكتب مجموعة الحلّ لكلّ جملة مفتوحة فيما يأتي:

١) منطقة إدارية سعودية تبدأ بحرف ت. **{تبوك}**

٢) لون أساسي. **{الأحمر، الأصفر، الأزرق}**

٣) دولة عاصمتها سراييفو. **{البوسنة والهرسك}**

٤) منطقة إدارية تقع شرق السعودية. **{المنطقة الشرقية}**

٥) س + ٤ = ١٠ **{٦}**

٦) اسم شهر هجري يحتوي على حرف ر. **{المحرم، صفر، ربيع الأول، ربيع الثاني، رجب، رمضان}**

٧) أوّل زوجات الرسول محمد عليه الصلاة والسلام. **{السيدة خديجة رضي الله عنها}**

٨) عدد زوجي بين ١، ١٣. **{٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢}**

٩) ٣١ = ٧٢ − ك **{٤١}**

١٠) مربع العدد ٢ أو ٣ أو ٤ **{٤، ٩، ١٦}**

اكتب جملة مفتوحة لكلّ مجموعة حل فيما يأتي:

١١) {أ، ح، م، د} **اسم أحمد**

١٢) {١، ٣، ٥، ٧، ٩} **عدد فردي بين صفر وَ ١٠**

١٣) { رجب، ذو القعدة، ذو الحجة، شوال } **شهر من الأشهر الحرم**

١٤) {الأطلسي، الهادي، الهندي، القطبي الشمالي} **محيط**

الصف: الثالث المتوسط — ٩ — الفصل ١: المعادلات الخطية

كتاب التمارين (٤) — دون ضمن فوق

الفصل الأول: المعادلات الخطية

١ - ١ المعادلات

أوجد مجموعة الحل لكلِّ معادلة فيما يأتي، إذا كانت (أ) تنتمي إلى مجموعة التعويض {٠، $\frac{١}{٢}$، ١، $\frac{٣}{٢}$، ٢}، (ب) تنتمي إلى مجموعة التعويض {٣، ٣,٥، ٤، ٤,٥، ٥}:

١) أ + $\frac{١}{٢}$ = ١ $\frac{١}{٢}$ ٢) ٤ب − ٨ = ٦ ٣,٥ ٣) ٦أ + ١٨ = ٢٧ $\frac{٣}{٢}$

٤) ٧ب − ٨ = ١٦,٥ ٣,٥ ٥) ١٢٠ − ٢٨أ = ٧٨ $\frac{٣}{٢}$ ٦) $\frac{٢٨}{ب}$ + ٩ = ١٦ ٤

حل كل معادلة فيما يأتي:

٧) س = ١٨,٣ − ٤,٨ ١٣,٥ ٨) و = ٢٠,٢ − ٨,٩٥ ١١,٢٥ ٩) $\frac{٣٧-٩}{١٨-١١}$ = د ٤

١٠) $\frac{٩٧-٢٥}{٤١-٢٣}$ = ك ٤ ١١) ص = $\frac{٤(٢٢-٤)}{٣(٦)+٦}$ ٣ ١٢) $\frac{٥(٢^{٢})+٤(٣)}{٤(٢^{٣}-٤)}$ = ل ٢

١٣) **قراءة:** خصص أحمد ١٥ يومًا لقراءة ٥١ صفحة من كتاب. اكتب معادلة تمثل معدل عدد الصفحات التي يتعين عليه قراءتها في اليوم، ثم حلها. ن = $\frac{٥١}{١٥}$؛ ٣,٤

١٤) **هواتف نقالة:** يدفع جمال ٤٥ ريالًا في الشهر مقابل الاشتراك في الهاتف النقال، بالإضافة إلى ٠,٢ ريال عن كل دقيقة. اكتب معادلة لإيجاد المبلغ الذي دفعه هذا الشهر إذا استعمل الهاتف النقال مدة ٤٠ دقيقة، ثم حلها. ت = ٤٥ + ٠,٢ × ٤٠؛ ٥٣ ريالاً

الفصل ١ المعادلات الخطية — ٤

ملحوظات المعلم

١ التركيز

الهدف: استعمال بطاقات الجبر لحل معادلات الجمع والطرح والضرب.

المواد اللازمة

- لوحة المعادلة.
- بطاقات الجبر (بطاقات: س، ١، −١).

إرشادات التدريس

تأكد من استيعاب الطلاب أن الأزواج الصفرية تتكون عند إضافة العدد نفسه من بطاقات العدد موجب ١ أو بطاقات العدد سالب ١ إلى كلا طرفي لوحة المعادلة.

ووضِّح لهم أن عدد بطاقات العدد موجب ١ أو العدد سالب ١ التي تُضاف إلى طرفي اللوحة يعتمد على عدد بطاقات العدد موجب ١ أو العدد سالب ١ الموجودة مع بطاقات س في أحد طرفي اللوحة.

٢ التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

وزِّع الطلاب إلى مجموعات ثنائية أو ثلاثية متفاوتة القدرات، واطلب إليهم تنفيذ الأنشطة.

في النشاط ١:

ثمّ اسأل:

- ماذا تمثل البطاقة س؟ العدد المجهول الذي إذا أضيف إلى ٣ يكون الناتج −٤
- لماذا تُضاف ٣ بطاقات من العدد سالب ١ إلى كل من طرفي اللوحة؟ تضاف هذه البطاقات لتكوين ٣ أزواج صفرية في الطرف الأيمن من اللوحة.
- ما الخطوة التي تلي تكوين الأزواج الصفرية؟ إزالة الأزواج الصفرية كي تبقى البطاقة س وحدها في الطرف الأيمن من اللوحة.

يمكنك استعمال **بطاقات الجبر** لتمثيل حل المعادلات. و**حل المعادلة** هو إيجاد قيمة المتغير الذي يجعلها صحيحة.
حيث تمثل البطاقة [س] المتغير س، والبطاقة [١] العدد موجب ١ ، والبطاقة [-١] العدد سالب ١ . كما تمثل البطاقة [-س] المتغير سالب س.

قواعد تمثيل المعادلات عند الجمع والطرح	
يمكن أن تحذف العدد نفسه من بطاقات الجبر المتماثلة من كلا طرفي المساواة، أو تضيفه دون أن تتغير المعادلة.	
البطاقة الموجبة الواحدة والبطاقة السالبة الواحدة من الوحدة نفسها تسميان زوجًا صفريًّا؛ لأن ١ + (−١)= ٠ ويمكن أن تحذف أزواجًا صفرية من طرفي المساواة أو تضيفها دون تغيير المعادلة.	

نشاط ١ معادلات الجمع

حل المعادلة: س + ٣ = −٤ مستعملًا بطاقات الجبر.

الخطوة ١: مثّل المعادلة ببطاقات الجبر. ضع بطاقة واحدة س، وثلاث بطاقات من العدد موجب ١ في طرف، وأربع بطاقات من العدد سالب ١ في الطرف الآخر.

الخطوة ٢: اعزل البطاقة س وحدها في طرف بإضافة ٣ بطاقات من العدد سالب ١ إلى الطرفين، فيكون حل المعادلة: س = −٧.

س + ٣ = -٤
س + ٣ + (-٣) = -٤ + (-٣)
س = -٧

نشاط ٢ معادلات الطرح

حل المعادلة: س − ٢ = ١ مستعملًا بطاقات الجبر.

الخطوة ١:

س - ٢ = ١
س - ٢ + ٢ = ١ + ٢

ضع بطاقة س واحدة، وبطاقتين من العدد سالب ١ في طرف والعدد موجب ١ في الطرف الثاني، ثم أضف بطاقتين إلى كلا الطرفين من العدد موجب ١ .

الخطوة ٢:

س = ٣

جمّع البطاقات لتشكل أزواجًا صفرية، ثم احذف الأزواج الصفرية لتحصل على المعادلة: س = ٣ والتي هي حل للمعادلة.

التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقات الجبر لحل كلٍّ من المعادلات الآتية:

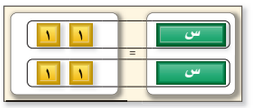
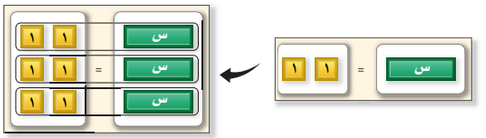
١) س + ٤ = ٩ ٥ ٢) س + (−٣) = −٤ −١ ٣) س + ٧ = −٢ −٩ ٤) س + (−٢) = ١١ ١٣

٥) **اكتب:** إذا كانت أ = ب، فما العلاقة بين أ + جـ وَ ب + جـ؟ وما العلاقة بين أ − جـ وَ ب − جـ؟

أ + جـ = ب + جـ، أ − جـ = ب − جـ

عند حل معادلات الضرب يبقى الهدف هو نفسه؛ أيْ فصل البطاقة س وحدها في طرف باستعمال قواعد القسمة.

قواعد تمثيل المعادلات عند القسمة

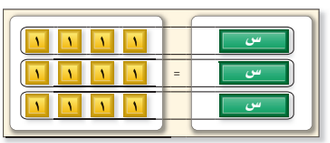
يمكن إعادة تنظيم البطاقات في كل من طرفي المعادلة في مجموعات بحيث يكون عددها متساويًا في كلا الطرفين دون أن يغير ذلك شيئًا في المعادلة.	
يمكن إضافة مجموعات متساوية إلى كل من الطرفين دون تغيير المعادلة.	

نشاط ٣ **معادلات الضرب**

حل المعادلة: ٣ س = ١٢ مستعملًا بطاقات الجبر.

الخطوة ١: مثّل المعادلة؛ بوضع ٣ بطاقات س في أحد طرفيها، وبوضع ١٢ بطاقة من العدد موجب ١ في الطرف الآخر.

الخطوة ٢: وزع بطاقات العدد موجب ١ إلى ٣ مجموعات متساوية تقابل بطاقات س الثلاث؛ وبذلك تقترن كل بطاقة من س مع أربع بطاقات من موجب ١، ويكون حل المعادلة: س = ٤



٣س = ١٢

$\frac{٣س}{٣} = \frac{١٢}{٣}$

س = ٤

التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقات الجبر لحل كلٍّ من المعادلات الآتية:

٦) ٥س = −١٥ −٣ ٧) −٣س = −٩ ٣ ٨) ٤س = ٨ ٢ ٩) −٦س = ١٨ −٣

١٠) **خمّن:** كيف تستعمل بطاقات الجبر لحل المعادلة $\frac{س}{٤} = ٥$ ؟ اشرح الخطوات التي تتبعها لحل هذه المعادلة جبريًّا.

١٠) إجابة ممكنة: بما أنه لا يوجد بطاقة $\frac{س}{٤}$، فلا يمكن حل المعادلة باستعمال بطاقات الجبر. ولحلها جبريًّا اضرب كل طرف في المعادلة بالعدد ٤.

التوسع في المفهوم

اسأل الطلبة: كيف يمكن استعمال بطاقات الجبر لحل المعادلة ٢س − ٤ = ٢؟ إجابة ممكنة: بعد فصل بطاقتي س، وزِّع بطاقات العدد ١ إلى مجموعتين متساويتين على أن تقابل كل مجموعة منهما بطاقة واحدة من بطاقتي س. وبذلك يكون حل المعادلة هو عدد بطاقات العدد ١ المقابلة لبطاقة س. وهو ٣

في النشاط ٢:

ذكّر الطلاب بأن عليهم استعمال بطاقات العدد سالب ١ عند تمثيل معادلات الطرح.

ثم اسأل:

- لماذا تضاف بطاقات العدد موجب ١ إلى كل من طرفي لوحة المعادلة؟ نحتاج إلى بطاقات العدد ١ لتكوين أزواج صفرية مع بطاقات العدد سالب ١ في الطرف الأيمن من لوحة المعادلة.

في النشاط ٣:

نبّه الطلاب إلى أن أي عمل يتم تنفيذه على أحد طرفي لوحة المعادلة يجب أن ينفذ على الطرف الآخر.

إذا توصل الطلبة إلى وجود بطاقة س في طرف فعليهم أن يكوّنوا مجموعة واحدة من بطاقات العدد موجب ١ أو العدد سالب ١ في الطرف الآخر، إذا كان هناك أكثر من بطاقة واحدة من س يجب أن ترتبط كل بطاقة بالعدد نفسه من بطاقات العدد ١ أو العدد سالب ١

تدريب اطلب إلى الطلاب حل الأسئلة ١-٤ و ٦-٩

٣ التقويم

التقويم التكويني

استعمل السؤال ٣ لتقويم مدى فهم الطلاب لطريقة تكوين الأزواج الصفرية لفصل بطاقة س في أحد طرفي لوحة المعادلة.

من المحسوس إلى المجرد

يقدم السؤال ٥ تمثيلًا بالرموز لخاصيتي الجمع والطرح المستعملتين في المثالين ١ و ٢، وفي السؤال ١٠ يميز الطلاب بين نوعين من المعادلات: التي تحل بالبطاقات الجبرية، والتي لا تحل بهذه البطاقات، ويستعملون الطرق الجبرية لحل النوع الثاني.

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ١ - ٢

التعبير عن الجمل اللفظية بمعادلات.

الدرس ١ - ٢

حل معادلات باستعمال الجمع أو الطرح.

حل معادلات باستعمال الضرب أو القسمة.

ما بعد الدرس ١ - ٢

حل المعادلات المتعددة الخطوات.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثمَّ اسأل:

- في أي العامين كان عدد الحجاج أكبر؟ وما عددهم في ذلك العام؟ ١٤٣١هـ، ١٧٩٩٦٠١ حاج
- ما المقدار المجهول الذي تمثِّله س في المعادلة؟ الزيادة في عدد الحجاج القادمين من خارج المملكة عام ١٤٣١ على العام ١٤٣٠هـ.
- هل تزيد قيمة س على ١٧٩٩٦٠١ أم تقل عنها؟ وضّح إجابتك. أقل منها؛ لأن س+١٦١٣٩٦٥= ١٧٩٩٦٠١

حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

فيما سبق

درستُ كيفية التعبير عن الجمل الكلامية بمعادلات.

والآن

- أحل معادلات باستعمال الجمع أو الطرح.
- أحل معادلات باستعمال الضرب أو القسمة.

المفردات

حل المعادلة

المعادلات المتكافئة

obeikaneducation.com

لماذا؟

في موسم الحج لعام ١٤٣١ هـ بلغ عدد الحجاج القادمين من خارج المملكة ١٧٩٩٦٠١ حاج، وفي العام ١٤٣٢هـ بلغ عددهم ١٨٢٨١٩٥ حاجًا.
ولمعرفة الزيادة في عدد حجاج عام ١٤٣٢ هـ على العام السابق له نحلُّ المعادلة:
١٧٩٩٦٠١ + س = ١٨٢٨١٩٥

حل المعادلات باستعمال الجمع أوالطرح: يمثل المتغير في المعادلة العدد الذي يحققها.
و**حل المعادلة** هو إيجاد قيمة المتغير الذي يجعلها صحيحة.

وتتضمن عملية حل المعادلة فصل المتغير (الذي معامله ١) في أحد طرفي المعادلة. وينتج عن كل خطوة من الخطوات المتبعة في الحل معادلات متكافئة. و**المعادلات المتكافئة** لها الحل نفسه.
ويمكنك استعمال خاصية الجمع في المساواة لحل المعادلات.

مفهوم أساسي خاصية الجمع في المساواة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت المعادلة صحيحة، وأُضيف العدد نفسه إلى كل من طرفيها فإن المعادلة المكافئة الناتجة هي أيضًا صحيحة.

الرموز: لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، إذا كان أ = ب، فإن أ+ جـ = ب+ جـ

أمثلة:

١٤ = ١٤	٣- = ٣-
١٤ + ٣ = ٣ + ١٤	+ ٩ = + ٩
١٧ = ١٧	٦ = ٦

مثال ١ حل المعادلات بالجمع

حل المعادلة: جـ – ٢٢ = ٥٤

الطريقة الأفقية		الطريقة الرأسية
جـ – ٢٢ = ٥٤	المعادلة الأصلية	جـ – ٢٢ = ٥٤
جـ – ٢٢ + ٢٢ = ٥٤ + ٢٢	أضف ٢٢ إلى كلا الطرفين	+ ٢٢ = + ٢٢
جـ = ٧٦	بسّط	جـ = ٧٦

وللتحقق من أن ٧٦ هو الحل، عوّض ٧٦ بدلًا من جـ في المعادلة الأصلية.

تحقق:

جـ – ٢٢ = ٥٤	المعادلة الأصلية
٧٦ – ٢٢ ≟ ٥٤	عوّض ٧٦ بدلًا من جـ
٥٤ = ٥٤ ✓	اطرح

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

أ) ١١٣ = ق – ٢٥ ١٣٨

ب) ر – ٨٧ = ٣- ٨٤

مصادر الدرس ١ - ٢

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٢٢)	• تنويع التعليم، ص (٢٢، ٢٣)	• تنويع التعليم، ص (٢٣)
كتاب التمارين	ص (٥)	ص (٥)	ص (٥)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٠) • تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • كتاب التمارين، ص (٥)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • كتاب التمارين، ص (٥)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • التدريبات الإثرائية، ص (١٣) • كتاب التمارين، ص (٥)

كما يمكنك استعمال **خاصية الطرح في المساواة** لحل المعادلات بطريقة مماثلة لاستعمال خاصية الجمع.

إرشادات للدراسة

الطرح

إن طرح عدد ما يكافئ إضافة معكوس ذلك العدد.

مفهوم أساسي — **خاصية الطرح في المساواة**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت المعادلة صحيحة وطرح العدد نفسه من كلا طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة هي أيضًا صحيحة.

الرموز: لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، إذا كان أ = ب، فإن أ – جـ = ب – جـ

أمثلة:

٨٧ = ٨٧

٨٧ – ١٧ = ٨٧ – ١٧

٧٠ = ٧٠

١٣ = ١٣

– ٢٨ = – ٢٨

– ١٥ = – ١٥

إرشادات للدراسة

حل المعادلة

يمكنك استعمال الطريقة الأفقية أو الرأسية لحل المعادلة.

وكلتا الطريقتين تعطي الحل نفسه.

مثال ٢ — **حل المعادلات بالطرح**

حل المعادلة: ٦٣ + م = ٧٩

الطريقة الأفقية		الطريقة الرأسية
٦٣ + م = ٧٩	المعادلة الأصلية	٦٣ + م = ٧٩
٦٣ – ٦٣ + م = ٧٩ – ٦٣	اطرح ٦٣ من كلا الطرفين	– ٦٣ = – ٦٣
م = ١٦	بسّط	م = ١٦

للتحقق من أن ١٦ هو الحل، عوض ١٦ بدلًا من م في المعادلة الأصلية.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

٢أ) ٢٧ + ك = ٣٠ ٣

٢ب) – ١٢ = ف + ١٦ – ٢٨

حل المعادلات باستعمال الضرب أو القسمة: في المعادلة: $\frac{س}{٣} = ٩$ لاحظ أن المتغيّر س قد قُسِمَ على ٣ ولحل هذه المعادلة تخلص من المقام بضرب كلا الطرفين في ٣، ويُعد هذا مثالًا على **خاصية الضرب في المساواة**.

مفهوم أساسي — **خاصية الضرب في المساواة**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت المعادلة صحيحة وضرب كلا طرفيها في العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا.

الرموز: لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، جـ ≠ ٠ . إذا كان أ = ب، فإن أ × جـ = ب × جـ .

مثال: إذا كانت س = ٥، فإن ٣س = ١٥ .

خاصية القسمة في المساواة

التعبير اللفظي: إذا كانت المعادلة صحيحة وقسم كل من طرفيها على العدد نفسه (غير الصفر) فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا.

الرموز: لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، جـ ≠ ٠ . إذا كان أ = ب، فإن $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{جـ}$.

مثال: س = – ٢٠، فإن $\frac{س}{٥} = \frac{-٢٠}{٥} = -٤$.

حل المعادلات باستعمال الجمع أو الطرح

المثال ١ يبين طريقة حل معادلة باستعمال الجمع.

المثال ٢ يبين طريقة حل معادلة باستعمال الطرح.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى فهم الطلبة للمفاهيم.

مثالان إضافيان

١ حل المعادلة: هـ – ١٢ = – ٢٧

– ١٥

٢ حل المعادلة: جـ + ١٠٢ = ٣٦

– ٦٦

تنبيه!

تجنب الأخطاء: قد يحاول بعض الطلاب أن يتجاوزوا خطوة كتابة المعادلة أولاً إلى حلها عند حل التمارين. لذا أخبرهم بأن أخطاءهم في حل المعادلات ستقلّ إذا بدؤوا بتحويل الجملة إلى معادلة ثم كتابتها قبل حلها.

المحتوى الرياضي

حل المعادلات: يمكن استعمال خاصية الطرح للمساواة لفصل المتغير عند حل المعادلة، فعند طرح العدد نفسه من طرفي معادلة صحيحة تكون المعادلة الناتجة صحيحة أيضًا.

ويمكنك أيضًا استعمال مقلوب العدد لحل المعادلات.

مثال ٣ حل المعادلات بالضرب أو القسمة

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

أ) $\frac{٢}{٣}ق = \frac{١}{٢}$

$\frac{٢}{٣}ق = \frac{١}{٢}$ المعادلة الأصلية

$\left(\frac{٣}{٢}\right)\left(\frac{٢}{٣}\right)ق = \left(\frac{٣}{٢}\right)\frac{١}{٢}$ اضرب كلا الطرفين في $\frac{٣}{٢}$

$ق = \frac{٣}{٤}$ $\frac{٣}{٢}\left(\frac{٢}{٣}\right) = ١$، تحقق من الحل

ب) $٣٩ = -٣ر$

$٣٩ = -٣ر$ المعادلة الأصلية

$\frac{٣٩}{-٣} = \frac{-٣ر}{-٣}$ اقسم كلا الطرفين على -٣

$-١٣ = ر$ تحقق من الحل

تحقق من فهمك حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

٣أ) $\frac{٣}{٥}ل = ٦$ ١٠ ٣ب) $-\frac{١}{٤} = \frac{٢}{٣}ب$ $-\frac{٣}{٨}$

مراجعة المفردات

مقلوب العدد

هو النظير الضربي لذلك العدد.

يمكن أيضًا استعمال مقلوب العدد وخصائص المساواة لحل مسائل من واقع الحياة.

مثال ٤ من واقع الحياة حل المعادلات بالضرب

مسح: أُجري مسح على مجموعة من الأشخاص فأجاب ٢٢٥ أو نحو $\frac{٩}{٢٠}$ من الذين أُجري عليهم المسح بأنهم يفضلون قضاء الإجازة الصيفية في مدينة الطائف. فما العدد التقريبي للذين أُجري عليهم المسح؟

التعبير اللفظي	تسعة من عشرين ممن أجري عليهم المسح	يساوي	٢٢٥
الرموز	افترض أن ش = عدد الأشخاص الذين أجري عليهم المسح.		
المعادلة	$\frac{٩}{٢٠}$ ش	=	٢٢٥

$\frac{٩}{٢٠}ش = ٢٢٥$ المعادلة الأصلية

$\left(\frac{٢٠}{٩}\right)\frac{٩}{٢٠}ش = ٢٢٥\left(\frac{٢٠}{٩}\right)$ اضرب كلا الطرفين في $\frac{٢٠}{٩}$

$ش = \frac{٤٥٠٠}{٩}$ $\left(\frac{٢٠}{٩}\right)\left(\frac{٩}{٢٠}\right) = ١$

$ش = ٥٠٠$ بسّط

إذن أُجري المسح على ٥٠٠ شخصٍ.

الربط مع الحياة

الطائف من المدن السياحية الجميلة في المملكة؛ لوقوعها في منطقة مرتفعة تتعرض للرياح الشمالية، فمناخها معتدل صيفًا، وهواؤها لطيف.

حل المعادلات باستعمال الضرب أو القسمة

المثال ٣ يبين طريقة حل معادلة بضرب طرفيها في العدد نفسه، أو قسمة طرفيها على العدد نفسه.

المثال ٤ يبين طريقة كتابة معادلة لموقف من واقع الحياة وطريقة حلها.

مثالان إضافيان

٣ حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

أ) $-\frac{٣}{٨}ك = \frac{٢}{٣}$. $-\frac{١٦}{٣٣}$

ب) $-٧٥ = -١٥ب$ ٥

٤ **رحلة:** يقود صالح سيارته إلى الباحة التي تبعد مسافة ٧٨٠ كيلومترًا عن منزله. فقطع في اليوم الأول $\frac{٣}{٥}$ هذه المسافة. فكم كيلومترًا قطع صالح في اليوم الأول من رحلته؟ ٤٦٨ كلم

المحتوى الرياضي

خصائص المساواة: يمكن استعمال خاصية الضرب لفصل المتغير عند حل معادلة؛ لأن المعادلة الناتجة عن ضرب كل من طرفي معادلة صحيحة في العدد نفسه ما عدا الصفر تكون صحيحة أيضًا، كما يمكن استعمال خاصية القسمة لفصل المتغير عند حل معادلة؛ لأن المعادلة الناتجة عن قسمة كل من طرفي معادلة صحيحة على العدد نفسه ما عدا الصفر تكون صحيحة أيضًا.

التعليم باستعمال التقنيات

مدوّنة: اطلب إلى الطلاب كتابة فقرة في المدوّنة الخاصة بالفصل أو مدونتهم الشخصية يلخصون فيها طريقة حل معادلات ذات خطوة واحدة. وتأكد من استعمال الطلاب فكرة العمليات العكسية في شروحاتهم.

تحقق من فهمك

٤) **زجاج:** يحتاج وليد كي يصمم لوحة زجاجية إلى أن يكون خُمس الزجاج أزرق اللون. فإذا استعمل ٢٨٨ سنتمترًا مربعًا من الزجاج الأزرق، فما كمية الزجاج التي استعملها وليد في تصميم اللوحة؟
١٤٤٠ سنتمترًا مربعًا من الزجاج.

تأكد

الأمثلة ١-٣ حل كلًّا من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

١) $ق + ٥ = ٣٣$ ٢٨ ٢) $١٠٤ = ص - ٦٧$ ١٧١ ٣) $\frac{٢}{٣} + ل = ١\frac{١}{٢}$ $\frac{٥}{٦}$

٤) $١,٥ = ص - (-٥,٦)$ $-١,٥٤$ ٥) $٣ + ق = \frac{١}{٤}$ $-٢\frac{٣}{٤}$ ٦) $س + ٤ = \frac{٣}{٤}$ $-٣\frac{١}{٤}$

٧) $\frac{ن}{٧} = -٥$ -٣٥ ٨) $\frac{أ}{٣٦} = \frac{٤}{٩}$ ١٦ ٩) $\frac{٢}{٣}م = ١٠$ ١٥

مثال ٤ ١٠) **تسوق:** قرّر هاني أن يشتري ساعةً ثمنها ٢٤٠ ريالًا من مؤسسة تتبرع بـ $\frac{١}{٨}$ قيمة مبيعاتها لدار رعاية الأيتام. فكم ريالًا من ثمن الساعة يحوّل لدار رعاية الأيتام؟ ٣٠ ريالًا

تدرب وحل المسائل

الأمثلة ١-٣ حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١١) $ف - ٩ = ١٤$ ٢٣ ١٢) $٤٤ = ت - ٧٢$ ١١٦ ١٣) $١٨ + ع = ٤٠$ ٢٢

١٤) $-٤أ = ٤٨$ -١٢ ١٥) $١٨ - (-ف) = ٩١$ ٧٣ ١٦) $-١٦ - (-ت) = -٤٥$ -٢٩

١٧) $\frac{١}{٣}ف = -٥$ -١٥ ١٨) $-\frac{١}{٢} + أ = \frac{٥}{٨}$ $١\frac{١}{٨}$ ١٩) $-\frac{ت}{١٥} = \frac{١}{٧}$ $-\frac{٧}{١٥}$

٢٠) $\frac{٥}{٧} = ص - ٢$ $١\frac{٢}{٧}$ ٢١) $-\frac{٢}{٣}ب = -٢٢$ ٣٣ ٢٢) $\frac{٢}{٣} + ر = -\frac{٤}{٩}$ $-١\frac{١}{٩}$

مثال ٤ ٢٣) **فطائر:** قسمت فطيرة دائرية إلى ٦ قطع متساوية. إذا كانت كتلة القطعة الواحدة ١٨ جرامًا، فاكتب معادلة لإيجاد كتلة الفطيرة كاملة، وحلها. $\frac{١}{٦}س = ١٨$ ؛ ١٠٨

٢٤) **سيارات:** معدل الوقت الذي يحتاج إليه صنع سيارة واحدة في الولايات المتحدة الأمريكية ٢٤,٩ ساعة، ويزيد هذا الوقت بـ ٨,١ ساعات على وقت صنع سيارة مشابهة في اليابان. اكتب معادلة لإيجاد معدل الوقت لِصنع سيارة واحدة في اليابان، وحلها. $٢٤,٩ = ٨,١ + ن$ ، ١٦,٨ ساعة

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٥) $\frac{ب}{٧} = -١١$ -٧٧ ٢٦) $\frac{٢}{٣} = \frac{١}{٨}ص$ $\frac{١٦}{٣}$ ٢٧) $\frac{٢}{٣}ن = ١٤$ ٢١

٢٨) $-٥ = ٣\frac{١}{٢}س$ $-\frac{١٠}{٧}$ أو $-١\frac{٣}{٧}$ ٢٩) $٦ = -\frac{١}{٢}ن$ -١٢ ٣٠) $-\frac{٢}{٥} = -\frac{ع}{٤٥}$ ١٨

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ١٠ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

إرشادات للمعلم الجديد

المعاملات: يحتار الطلاب أحيانًا عندما تواجههم معادلة مثل ـ س = ٢٧. لذا وضح لهم أن معامل المتغير س في هذه المعادلة هو العدد –١. وذكّرهم بأن حاصل ضرب عددين سالبين هو عدد موجب، لذا يمكن ضرب طرفي هذه المعادلة في العدد –١ كما يلي:

$(-١)(-س) = (-١)(٢٧)$

$س = -٢٧$

تنبيه!

تجنب الأخطاء: ذكّر الطلاب بأن حاصل ضرب كسر في مقلوبه يساوي ١

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	١١ – ٢٣، ٣٩ – ٤٠، ٤٢، ٤٤ – ٥٠
ضمن ضمن المتوسط	١١–٣٣ فردي، ٣٤ – ٣٦، ٤٢، ٤٤ – ٥٠
فوق فوق المتوسط	٢٤ – ٥٠

إرشادات للمعلم الجديد

فصل المتغيرات: وضِّح للطلاب أن وجود المتغير في الطرف الأيمن أو الطرف الأيسر من المعادلة عند فصله غير مهم. فعلى سبيل المثال، حل المعادلة ٨= ١٥+ع هو −٧ حتى وإن كانت الخطوة النهائية من الحل هي −٧ =ع .

اكتب معادلة تمثل كلَّ جملة فيما يأتي، ثم حُلَّها:

٣٠) ستة أمثال عدد تساوي ١٣٢ ٦ن = ١٣٢، ٢٢

٣١) ثلثان يساوي سالب ثمانية أمثالِ عدد. $\frac{٢}{٣}$ = −٨س، $-\frac{١}{١٢}$

٣٢) خمسة أجزاء من أحد عشر جزءًا من عدد تساوي ٥٥ $\frac{٥}{١١}$ س = ٥٥ ، ١٢١

٣٣) أربعة أخماس تساوي عشرة من ستة عشر جزءًا من عدد. $\frac{٤}{٥}=\frac{١٠}{١٦}$ س ، $\frac{٣٢}{٢٥}$

٣٤) **تسوق:** يقارن عثمان بين نوعين من الشوكولاتة يُباعان في أحد المتاجر. ويرغب في الحصول على أفضل سعر للقطعة الواحدة.

أ) اكتب معادلة لإيجاد سعر القطعة الواحدة من النوع (أ). ١٢ن= ١٨

ب) اكتب معادلة لإيجاد سعر القطعة الواحدة من النوع (ب). ١٥ن= ٢١,٧٥

جـ) ما النوع الذي سعر القطعة منه أرخص؟ فسّر إجابتك. النوع ب؛ لأن ثمن القطعة الواحدة ١,٤٥ ريال، بينما ثمن القطعة الواحدة من النوع أ هو ١,٥ ريال.

للسؤالين ٣٥ ، ٣٦ اكتب معادلة ثم حلها:

٣٥) **طيران:** اشترت إحدى شركات الطيران طائرة إيرباص (A380) ، وأعلنت أن هذه الطائرة تقل نحو ٥٥٥ مسافرًا؛ أيْ بزيادة مقدارها ١٣٩ مسافرًا على عدد المسافرين الذين يمكن أن تقلهم طائرة البوينغ (747). فما عدد المسافرين الذين يمكن أن تقلهم طائرة البوينغ (747)؟ ٥٥٥ = ١٣٩+ س، ٤١٦ مسافر

٣٦) **وقود:** صُنِّفت نحو ٥ ملايين سيارة وشاحنة في العام ٢٠٠٤م بأنها ثنائية الوقود؛ أيْ أنها يمكن أن تستعمل البنزين أو الإيثانول. وقد ارتفع هذا العدد إلى ٧,٥ ملايين في عام ٢٠٠٦م. فكم زاد عدد السيارات والشاحنات الثنائية الوقود في عام ٢٠٠٦م على ما كان عليه عام ٢٠٠٤م؟ ٥ + س=٧,٥ ، ٢,٥ مليون

الربط مع الحياة

يستخرج الإيثانول من الذرة، ويُعد فعالًا حيث ينتج طاقة أكثر بـ ٢٥٪ من الطاقة المستعملة في عملية إنتاجه.

٣٧) **مهن تعليمية:** كان عدد معلمي المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية عام ١٤٢٣هـ نحو ١٧٥٠٠٠ معلم.

أ) إذا كان عدد معلمي الحاسوب مضروبًا في ٢٥ يساوي عدد جميع المعلمين، فاكتب معادلة لإيجاد عدد معلمي الحاسوب، ثم حلها. ٢٥س= ١٧٥٠٠٠، ٧٠٠٠ معلم

ب) إذا علمت أن عدد معلمي العلوم يزيد بِـ ١٠٠٠٠ على عدد معلمي الحاسوب، فما عدد معلمي العلوم في المرحلة الثانوية؟ ١٧٠٠٠ معلم

٣٨) **احتفالات:** خصصت إدارة مدرسة متوسطة مبلغ ٢٥٠٠ ريال لإقامة حفل المدرسة السنوي، وأنفقت منه ٧٥٠ ريالًا لشراء الحلوى والعصير للحضور.

أ) اكتب معادلة تمثل المبلغ المتبقي، ثم حلها. ٧٥٠ + س = ٢٥٠٠ ، ١٧٥٠ ريالًا

ب) إذا أنفقت الإدارة أيضًا مبلغ ١٤٧٥ ريالًا لشراء هدايا وجوائز للطلاب المتفوقين، فاكتب معادلة تمثل ما تبقى من المبلغ المرصود للحفل. ١٤٧٥ + س = ١٧٥٠

جـ) إذا أنفق المبلغ المتبقي لشراء ٥ كتب لمكتبة المدرسة لكل منها القيمة نفسها، فما ثمن الكتاب الواحد؟ ٥٥ ريالًا

تنويع التعليم

دون ضمن

إذا واجه بعض الطلاب صعوبة في حل المعادلات باستعمال الجمع أو الطرح،

فقم بكتابة س وعددين آخرين على السبورة، ورمزي عمليتي الجمع والطرح (+ ، −) واطلب إليهم أن يكتبوا معادلتين باستعمال رمزي عمليتي الجمع والطرح وس والعددين، على أن يكون للمعادلتين الحل نفسه، ثم اطلب إليهم حل المعادلتين.
فمثلاً إذا كان العددان هما ٢٣، ٤٥ ، يمكن للطلاب أن يكتبوا المعادلتين س+٢٣= ٤٥، س = ٤٥−٢٣، ويكون حل كلٍّ منهما هو ٢٢.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٩) حدّد المعادلة التي تختلف عن المعادلات الثلاث الأخرى، وفسِّر تبريرك. انظر الهامش.

ن+ ١٤ = ٢٧	١٢ + ن = ٢٥	ن –١٦ = ٢٩	ن– ٤ = ٩

٤٠) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تتضمن عملية الجمع، ووضح طريقتين لحلها.
إجابة ممكنة: ١٢+ ن= ٢٥، اطرح ١٢ من كلا الطرفين، أو أضف –١٢ إلى كليهما.

٤١) **تحدّ:** بيّن ما إذا كانت كل من الجملتين الآتيتين صحيحة دائمًا أم صحيحة أحيانًا أم غير صحيحة إطلاقًا:

أ) س + س = س أحيانًا؛ ٠ + ٠ = ٠ لكن ٢ + ٢ ≠ ٢

ب) س + ٠ = س دائمًا، خاصية العنصر المحايد الجمعي

٤٢) **تبرير:** حدد القيمة المطلوبة في كل مما يأتي:

أ) إذا كانت س – ٧ = ١٤، فما قيمة س – ٢؟ ١٩

ب) إذا كانت ن + ٨ = –١٢، فما قيمة ن + ١؟ –١٩

٤٣) **تحدّ:** وضح لماذا يكون للمعادلتين: $\frac{٢}{٣}$ ن = ١٦، ٤٨ = ٢ جـ الحل نفسه. نفسه على الرغم من اختلاف المتغيرات.

٤٣) إجابة ممكنة: إذا ضربنا طرفي المعادلة الأولى في ٣، فالناتج هو المعادلة الثانية، ولهذا فلهما الحل

٤٤) **اكتب:** تأمل خاصيتي الضرب والقسمة في المساواة. ثم اشرح لماذا يمكن اعتبارهما خاصية واحدة، وأيهما أسهل للاستعمال، في رأيك؟
إجابة ممكنة: القسمة على عدد غير الصفر هو نفسه الضرب في مقلوب العدد، لذا تطبق القواعد نفسها، والضرب أسهل.

تدريب على اختبار

٤٥) أيّ المسائل اللفظية الآتية تمثلها المعادلة: هـ – ١٥ = ٣٣ ؟ جـ

أ) أضاف جاسم (هـ) كوبًا من الماء إلى إناء به ٣٣ كوبًا من الماء. فكم كوبًا أضاف؟

ب) أضاف جاسم ١٥ كوبًا من الماء إلى إناء ليحصل على ٣٣ كوبًا. فكم كوبًا من الماء (هـ) كان في الإناء أصلًا؟

جـ) أفرغ جاسم ١٥ كوبًا من الماء من إناء وبقي فيه ٣٣ كوبًا. فكم كوبًا (هـ) كان في الإناء أصلًا؟

د) أفرغ جاسم ١٥ كوبًا من الماء من إناء كان فيه ٣٣ كوبًا من الماء. فكم كوبًا من الماء (هـ) بقي في الإناء؟

٤٦) **هندسة:** كمية الماء اللازمة لملء بركة تمثل : أ

أ) حجمها **ب)** عمقها **جـ)** مساحة سطحها **د)** محيطها

مراجعة تراكمية

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض هي: { ٢، ٦، ٨ ، ١٠، ١٢ }. (الدرس١-١)

٤٧) س – ٦ = ٨ لا يوجد حل

٤٨) ٣ س = ٣٠ ١٠

٤٩) ٠,٥ س + ٣ = ٦ ٦

٥٠) $\frac{س}{٢}$ = ٦ ١٢

٤ التقويم

فهم الرياضيات: اكتب على السبورة معادلة تتضمن عملية الضرب أو القسمة. واطلب إلى الطلاب تحديد العملية التي تتضمنها المعادلة، واقتراح العملية التي يمكن أن تستعمل لحلها.

إجابة:

٣٩) ن–١٦=٢٩؛ تختلف؛ لأن حل المعادلات الثلاثة الأخرى هو ن=١٣، بينما حل هذه المعادلة هو ن=٤٥.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اكتب المعادلة $\frac{٣٠}{س}$ = ٦ على السبورة، واطلب إلى الطلاب حلها بطريقتين.
إجابة ممكنة: باستعمال الحساب الذهني: ما العدد الذي ناتج قسمة ٣٠ عليه هو ٦؟ أو اضرب كلًّا من طرفي المعادلة في س (س ≠ صفر) لينتج ٦س= ٣٠، فيكون حلها ٥

تساعد **أنشطة التوسع** على بناء المهارات التي سيحتاج إليها الطلاب للنجاح في الرياضيات المتقدمة.

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ١ - ٢

دون: دون المتوسط — ضمن: ضمن المتوسط — فوق: فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٠) — دون

الاسم ________ التاريخ ________

١-٢ تدريبات إعادة التعليم

حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حلّ المعادلات باستعمال الجمع أو الطرح: إذا كانت المعادلة صحيحة، وأضيف العدد نفسه إلى كلّ من طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا. وستساعدك هذه الخاصية بصورة عامة على حلّ المعادلة التي تتضمن عملية الطرح، وبالمثل إذا كانت المعادلة صحيحة، وطرح العدد نفسه من كلا طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا. وستساعدك هذه الخاصيّة على حلّ المعادلات التي تتضمّن عملية الجمع.

خاصيّة الجمع في المساواة	لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ إذا كان أ = ب، فإن أ + جـ = ب + جـ
خاصيّة الطرح في المساواة	لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ إذا كان أ = ب، فإن أ − جـ = ب − جـ

مثال ١ حلّ المعادلة: م − ٣٢ = ١٨

م − ٣٢ = ١٨	المعادلة الأصلية
م − ٣٢ + ٣٢ = ١٨ + ٣٢	أضف ٣٢ إلى كلا الطرفين
م = ٥٠	بسّط

إذن الحل هو ٥٠

مثال ٢ حلّ المعادلة: ٢٢ + ب = −١٢

٢٢ + ب = −١٢	المعادلة الأصلية
٢٢ + ب − ٢٢ = −١٢ − ٢٢	اطرح ٢٢ من كلا الطرفين
ب = −٣٤	بسّط

إذن الحل هو −٣٤

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) هـ − ٣ = −٢ **١** ٢) م − ٨ = −١٢ **−٤** ٣) ب − ٥ = ١٥ **٢٠**

٤) ٢٠ = ص − ٨ **٢٨** ٥) ك − ٠,٥ = ٢,٣ **٢,٨** ٦) ن − $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٥}{٨}$ **$١\frac{١}{٨}$**

٧) هـ − ١٨ = −١٧ **١** ٨) −١٢ = −٢٤ + ك **١٢** ٩) جـ − ٠,٢ = ١,٨ **٢**

١٠) ب − ٤٠ = −٤٠ **٠** ١١) م − (−١٢) = ١٠ **−٢** ١٢) ت − $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{١}{٤}$ **$\frac{٧}{٤}$**

١٣) س + ١٢ = ٦ **−٦** ١٤) ت + ٢ = −١٣ **−١٥** ١٥) −١٧ = ب + ٤ **−٢١**

١٦) ل + (−٩) = ٧ **١٦** ١٧) −٢,٣ = ل + (−٢,٠) **−٣** ١٨) −$\frac{٣}{٨}$ + س = $\frac{٥}{٨}$ **١**

١٩) ١٩ + هـ = −٤ **−٢٣** ٢٠) −١٢ = ك + ٢٤ **−٣٦** ٢١) جـ + ١,٢ = ٢,٨ **١,٦**

٢٢) ب + ٨٠ = −٨٠ **−١٦٠** ٢٣) م + (−٨) = ٢ **١٠** ٢٤) ت + $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{٥}{٨}$ **−$\frac{٧}{٨}$**

الصف: الثالث المتوسط — ١٠ — الفصل ١ : المعادلات الخطية

تدريبات حل المسألة (١٢) — دون ضمن فوق

الاسم ________ التاريخ ________

١-٢ تدريبات حل المسألة

حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة

١) **تعليم:** عمل يوسف معلّمًا مدة ٣٣ سنة، إلى أن تقاعد سنة ١٤٢٨هـ. اكتب معادلة، ثم حُلّها، لتجد السنة التي عُيّن فيها يوسف معلّمًا.

١٤٢٨ − س = ٣٣؛ س = ١٣٩٥هـ

٢) **رواتب:** في سنة ١٤٢٨هـ كان الراتب السنوي لمدير شركة ما ٢٨٤٠٠٠ ريـال، وكان راتب رئيس قسم المحاسبة في السنة نفسها أقل من ذلك بمقدار ٩٧٠٠٠ ريال. اكتب معادلة وحُلّها؛ لتجد الراتب السنوي لرئيس قسم المحاسبة في سنة ١٤٢٨هـ.

م = ٢٨٤٠٠٠ − ٩٧٠٠٠

أو ٢٨٤٠٠٠ − م = ٩٧٠٠٠؛

م = ١٨٧٠٠٠

٣) **طقس:** لاحظ خالد أن درجة الحرارة انخفضت في أحد أيام الشتاء ٨ درجات خلال ساعات اليوم، لتسجل ٩ درجات سيليزية. اكتب معادلة لإيجاد درجة الحرارة في ذلك اليوم، ثم حُلّها.

د − ٨ = ٩؛

د = ١٧° س

٤) **زراعة:** مساحة مزرعة عبد الله ٢٤ دونمًا، وهي تعادل $\frac{١}{٤}$ مساحة مزرعة مصطفى. فكم دونمًا تبلغ مساحة مزرعة مصطفى؟

٩٦ دونمًا

٥) **نقل بحري:** تقاس المسافات في البحار بالميل البحري بدلًا من الميل العادي أو الكيلومتر.

الميل البحري الواحد = ١٨٥٣ مترًا
العقدة الواحدة = $\frac{\text{١ ميل بحري}}{\text{ساعة}}$

أ) يبحر قارب مسافة ١٦عقدة في ساعة واحدة، فما المسافة التي يقطعها في تلك الساعة بالأمتار؟ اكتب معادلة ثم حُلّها.

١٦×١٨٥٣ = ف

ف = ٢٩٦٤٨ مترًا

ب) ما سرعة القارب بالكيلومتر لكلّ ساعة؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

٢٩٦٤٨ ÷ ١٠٠٠ = ٢٩,٦٥ كيلومترًا لكلّ ساعة

الصف: الثالث المتوسط — ١٢ — الفصل ١ : المعادلات الخطية

التدريبات الإثرائية (١٣) — فوق

الاسم ________ التاريخ ________

١-٢ التدريبات الإثرائية

لغز المصعد

دخل خليل المصعد، فتحرك المصعد دون أن يُضغط أيُّ زر، وارتفع ٤ أدوار إلى أعلى ليركب بدر، وهبط ٦ أدوار وخرج بدر، وفي الدور نفسه ركب مشاري فارتفع المصعد دورًا واحدًا وخرج مشاري. وبعد ذلك هبط المصعد ٨ أدوار إلى أسفل ليركب عبدالعزيز، ثم هبط ٣ أدوار إلى أسفل وخرج عبدالعزيز. ثم تحرك دورًا واحدًا إلى الأعلى فركب سلطان، وتحرك ٦ أدوار إلى أسفل ليصل إلى مستوى الشارع، حيث نزل منه خليل وسلطان.

١) افترض أن س تمثل نقطة البداية، واكتب معادلة تمثل حركة خليل في المصعد.

س + ٤ − ٦ + ١ − ٨ − ٣ + ١ − ٦ = ٠

٢) في أي دور ركب خليل المصعد؟

الدور السابع عشر

والآن بعد أن علمت نقطة البداية بالنسبة لخليل، فإنه يمكنك تحديد نقطة بداية رحلة كل من الأشخاص الآخرين الذين ركبوا المصعد.

٣) في أي دور ركب بدر المصعد؟ وفي أي دور خرج؟

ركب في الدور ٢١، ونزل في الدور ١٥.

٤) في أي دور ركب مشاري المصعد؟ وفي أي دور خرج ؟

ركب في الدور ١٥، ونزل في الدور ١٦.

٥) في أي دور ركب عبدالعزيز المصعد؟ وفي أي دور خرج ؟

ركب في الدور الثامن، ونزل في الدور الخامس.

٦) في أي دور ركب سلطان المصعد؟ وفي أي دور خرج ؟

ركب في الدور السادس، ونزل في الدور الأرضي على مستوى الشارع.

الصف: الثالث المتوسط — ١٣ — الفصل ١ : المعادلات الخطية

كتاب التمارين (٥) — دون ضمن فوق

١ - ٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١) ل − ٨ = ١٧ ٢٥ ٢) ف + ١٢ = −٥ −١٧ ٣) ب − ٢ = −١١ −٩

٤) −١٦ = م + ٧١ −٨٧ ٥) ٢٩ = أ − ٧٦ ١٠٥ ٦) −١٤ + ص = −٢ ١٢

٧) ٨ − (−ن) = ١ −٧ ٨) ٧٨ + ر = −١٥ −٩٣ ٩) ف + (−٣) = −٩ −٦

١٠) ٨جـ = ٩٦ ١٢ ١١) −١٣ع = −٣٩ ٣ ١٢) −١٨٠ = ١٥م −١٢

١٣) ٢٤٣ = ٢٧ ر ٩ ١٤) $\frac{ص}{٩}$ = −٨ −٧٢ ١٥) −$\frac{ل}{١٢}$ = −٨ ٩٦

١٦) $\frac{أ}{١٥}$ = $\frac{٤}{٥}$ ١٢ ١٧) $\frac{ق}{٢٧}$ = $\frac{٢}{٩}$ ٦ ١٨) $\frac{ك}{٢٤}$ = $\frac{١}{٦}$ ٤

اكتب معادلة تمثل كل جملة فيما يأتي، ثم حلّها:

١٩) سالب تسعة أمثال عدد يساوي −١١٧ . −٩س = −١١٧؛ ١٣

٢٠) سالب ثُمن عدد يساوي −$\frac{٣}{٤}$. −$\frac{١}{٨}$ع = −$\frac{٣}{٤}$؛ ٦

٢١) خمسة أسداس عدد تساوي −$\frac{٥}{٩}$. $\frac{٥}{٦}$ن = −$\frac{٥}{٩}$؛ −$\frac{٢}{٣}$

٢٢) ناتج ضرب عدد في ٢,٧ يساوي ٨,٣٧. ٢,٧ ع = ٨,٣٧؛ ٣,١

٢٣) **أعاصير:** ارتفع الضغط الجوي في إحدى المدن الساحلية بعد يوم من الإعصار إلى ٢٩,٧ بوصة زئبق. ويمثل هذا زيادة قدرها ٢,٩ بوصة زئبق عن الضغط السائد وقت مرور مركز الإعصار.

أ) اكتب معادلة جمع تمثّل هذا الموقف. ض + ٢,٩ = ٢٩,٧

ب) كم كان الضغط الجوي وقت مرور مركز الإعصار؟ ٢٦,٨ بوصة زئبق

٢٤) **القاطرة السريعة:** تسير أسرع قاطرة ألعاب في العالم بمعدل ١٩ مترًا في الثانية خلال الجولة الواحدة التي تبلغ مسافتها ٩٧١ مترًا.

أ) إذا كان الزمن الذي تستغرقه القاطرة في الجولة الواحدة يمثل (ن)، فاكتب معادلة تمثّل هذا الموقف. (**إرشاد:** استعمل صيغة المسافة ف = ع ن) ١٩ن = ٩٧١

ب) ما مقدار الوقت الذي تستغرقه القاطرة في الجولة الواحدة؟ ٥١,١ ثانية تقريبًا

٥ — الفصل ١ المعادلات الخطية

ملحوظات المعلم

١ التركيز

الهدف: استعمال بطاقات الجبر لحل المعادلات المتعددة الخطوات .

المواد اللازمة

- لوحة المعادلة.
- بطاقات الجبر (بطاقات: س ، ١ ، −١).

إرشادات التدريس

قد تحتاج إلى مراجعة طريقة تكوين أزواج صفرية قبل المباشرة في تنفيذ النشاط.

٢ التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

وزِّع الطلاب إلى مجموعات ثنائية أو ثلاثية متفاوتة القدرات. واطلب إليهم تنفيذ النشاط وحل الأسئلة ١−٤.

بيّن للطلاب أن توزيع بطاقات س وبطاقات العدد سالب ١ في الخطوة ٤ إلى ٤ مجموعات متماثلة هو تمثيل حسي لقسمة كل من طرفي المعادلة على ٤.

تدريب: اطلب إلى الطلاب حل الأسئلة ٥−١٠

من المحسوس إلى المجرد

اطلب إلى الطلاب مناقشة أوجه الشبه أو الاختلاف بين خطوات حل المعادلة وترتيب العمليات.

إجابة ممكنة: عند حل معادلة متعددة الخطوات تنفذ عمليتي الجمع والطرح قبل الضرب والقسمة. وهذا عكس ما يجري في ترتيب العمليات.

٣ التقويم

التقويم التكويني

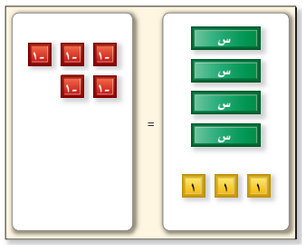
استعمل السؤالين ٤ و ٨ لتقويم مدى فهم الطلاب لطريقة اكتشاف طرف المعادلة الذي يوجه عملية حل المعادلة.
استعمل السؤال ١٠ لتقويم مدى فهم الطلبة أن عمليتي الجمع والطرح تنفذان قبل الضرب والقسمة عند فصل المتغير.

حل المعادلات المتعددة الخطوات

يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المعادلات المتعددة الخطوات.

نشاط حل المعادلة: ٤ س + ٣ = −٥ مستعملًا بطاقات الجبر.

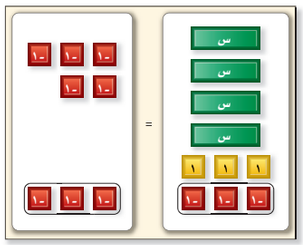
الخطوة ١ مثِّل المعادلة.



٤س + ٣ = −٥

ضع أربع بطاقات س وثلاث من بطاقات العدد ١ في طرف، وخمس من بطاقات العدد سالب ١ في الطرف الآخر.

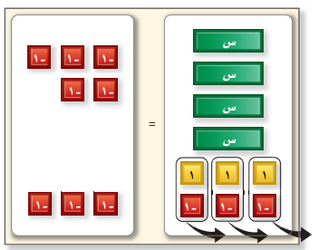
الخطوة ٢ اعزل البطاقات س في طرفٍ وحدها.



٤س + ٣ − ٣ = −٥ − ٣

بما أن هناك ٣ من بطاقات العدد ١ في الطرف الذي فيه بطاقات س، لذا أضف ٣ من بطاقات العدد سالب ١ إلى كل من الطرفين للحصول على أزواج صفرية.

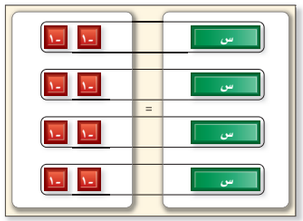
الخطوة ٣ احذف الأزواج الصفرية .



٤س = −٨

جمّع البطاقات لتكوّن أزواجًا صفرية ثم احذفها.

الخطوة ٤ وزِّع البطاقات في مجموعات.



$\frac{٤س}{٤} = \frac{-٨}{٤}$

جمِّع بطاقات العدد سالب ١ في ٤ مجموعات متساوية لتقابل بطاقات س الأربع. لاحظ أن كل بطاقة من س تقترن ببطاقتين من سالب ١، فيكون حل المعادلة: س = −٢

التمثيل والتحليل: استعمل بطاقات الجبر لحل كل من المعادلات الآتية:

١) ٣س − ٧ = −١٠ ، −١
٢) ٢س + ٥ = ٩ ، ٢
٣) ٥س − ٧ = ٨ ، ٣
٤) −٧ = ٣س + ٨ ، −٥
٥) ٥ + ٤س = −١١ ، −٤
٦) ٣س + ١ = ٧ ، ٢
٧) ١١ = ٢س − ٥ ، ٨
٨) ٧ + ٦س = −١١ ، −٣

٩) ما الخطوة الأولى التي تتبعها عند حل المعادلة: ٨ س − ٢٩ = ٦٧؟ أضيف ٢٩ إلى طرفي المعادلة.

١٠) ما الخطوات التي تتبعها لحل المعادلة: ٩ س + ١٤ = −٤٩؟ أطرح ١٤ من كلا الطرفين أولًا، ثم أقسم كل طرف على ٩.

فيما سبق
درستُ حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة.

والآن
- أحلّ المعادلات المتعددة الخطوات.
- أحلّ المعادلات التي تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية.

المفردات
المعادلة المتعددة الخطوات
الأعداد الصحيحة المتتالية
نظرية الأعداد

obeikaneducation.com

لماذا؟

إذا مثّل الرمز ك المسافة بين بريدة وحائل، فإن العبارة ٤ ك + ٣٦ تمثل المسافة بين بريدة ومكة المكرمة وهي ٨٧٦ كيلومترًا.

حل المعادلات المتعددة الخطوات:
يمكنك التعبير عن الموقف أعلاه بالمعادلة:

٤ك + ٣٦ = ٨٧٦

ولكون هذه المعادلة تتطلب أكثر من خطوة لحلّها؛ لذا تُسمّى **معادلة متعددة الخطوات**. ولحلّ هذه المعادلة يجب أن نُلغي عمل كلّ عملية بالحلّ عكسيًّا.

مثال ١ حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

حُلّ كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

أ) ١١س − ٤ = ٢٩

١١س − ٤ = ٢٩	المعادلة الأصلية
١١س − ٤ + ٤ = ٢٩ + ٤	أضف ٤ إلى كلا الطرفين.
١١س = ٣٣	بسّط.
$\frac{١١س}{١١} = \frac{٣٣}{١١}$	اقسم كلا الطرفين على ١١
س = ٣	بسّط.

ب) $\frac{أ + ٧}{٨} = ٥$

$\frac{أ + ٧}{٨} = ٥$	المعادلة الأصلية
$٨\left(\frac{أ + ٧}{٨}\right) = ٨(٥)$	اضرب كلا الطرفين في ٨
أ + ٧ = ٤٠	بسّط.
−٧ −٧	اطرح ٧ من كلا الطرفين.
أ = ٣٣	بسّط.

ويمكنك التحقق من صحة الحل بتعويض النتيجة في المعادلة الأصلية.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

أ) ٢أ − ٦ = ٤ ٥

ب) $\frac{ن + ١}{-٢} = ١٥$ −٣١

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ١ - ٣
حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة.

الدرس ١ - ٣
حل المعادلات المتعددة الخطوات.
حل المعادلات التي تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية.

ما بعد الدرس ١ - ٣
حل المعادلات التي تحتوي أقواسًا.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

ثمَّ اسأل:
- ماذا تمثل ٤ ك في العبارة ٤ ك+ ٣٦؟
  ٤ أمثال المسافة بين بريدة وحائل.
- ماذا يمثل العدد ٣٦ في العبارة ٤ ك + ٣٦؟ كم تزيد المسافة بين بريدة ومكة المكرمة على أربعة أمثال المسافة بين بريدة وحائل.
- ما قيمة العبارة ٤ك+ ٣٦؟
  ٨٧٦ كيلو مترًا.
  كيف تكتب ذلك كمعادلة؟
  ٤ ك+ ٣٦ = ٨٧٦
- ما العمليات التي ستجريها لتفصل المتغير في المعادلة التي كتبتها؟
  الطرح والقسمة.

مصادر الدرس ١ - ٣

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٢٧)	• تنويع التعليم، ص (٢٧ ، ٢٩)	• تنويع التعليم، ص (٢٧ ، ٢٩)
كتاب التمارين	ص (٦)	ص (٦)	ص (٦)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٤) • تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • كتاب التمارين، ص (٩)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • كتاب التمارين، ص (٦)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • التدريبات الإثرائية، ص (١٧) • كتاب التمارين، ص (٦)

حل المعادلات المتعددة الخطوات

المثال ١ يبين طريقة إلغاء أثر العمليات عند حل المعادلات المتعددة الخطوات.

المثال ٢ يبين طريقة كتابة معادلة متعددة الخطوات، وطريقة حلها.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة للمفاهيم.

مثالان إضافيان

١ حُلَّ كلًّا من المعادلتين الآتيتين وتحقق من صحة الحل:

أ) $٢ق + ١١ = ٣ - ٤$

ب) $\frac{ك + ٩}{١٢} = -٢ \quad -٣٣$

٢ **تسوق:** مع سالم بطاقة خصم بقيمة ٣٥ ريالًا من ثمن أي سلعة يشتريها. وقد اشترى معطفًا معروضًا للبيع بنصف سعره الأصلي، فدفع بعد استعمال بطاقة الخصم ٣٧٥ ريالًا.

فما السعر الأصلي للمعطف؟

اكتب معادلة تمثّل المسألة، ثم حلها.

$\frac{١}{٢}س - ٣٥ = ٣٧٥$، $س = ٨٢٠$.

إذن السعر الأصلي للمعطف هو ٨٢٠ ريالًا.

التعليم باستعمال التقنيات

نظام استجابة الطالب: اعرض على الطلاب عددًا من المعادلات المتعددة الخطوات، واطلب إلى أحدهم أن يذكر العملية التي يجب إجراؤها، ويذكر طالب آخر العملية التالية، ثم اطلب إلى باقي الطلاب تحديد موقفهم من كلتا الإجابتين مستعملين نظامًا تقنيًّا، واحفظ النتائج لتساعدك على تتبع مدى فهم الطلاب.

الربط مع الحياة

يحقق الالتزام بالزيّ المدرسي أهدافًا سلوكية وتربوية؛ مثل: التنظيم والانضباط، ومراعاة المظهر العام، وإزالة الفوارق بين الطلاب لصالح التحصيل العلمي.

مثال ٢ من واقع الحياة — كتابة معادلة متعددة الخطوات وحلها

زي مدرسي: اشترت فاطمة زيًّا مدرسيًّا بثلثي سعره الأصلي، واستعملت بطاقة تعطيها خصمًا مقداره ٢٥ ريالًا فأصبح ثمنه ٥٥ ريالًا. فما السعر الأصلي للزي؟ اكتب معادلة تمثّل المسألة، ثم حلها.

التعبير اللفظي	ثلثا	سعر الزي	ناقص	٢٥	يساوي	٥٥
المتغير	افترض أن السعر الأصلي للزي = س					
المعادلة	$\frac{٢}{٣}$	× س	−	٢٥	=	٥٥

$\frac{٢}{٣}س - ٢٥ = ٥٥$	المعادلة الأصلية
$\frac{٢}{٣}س - ٢٥ + ٢٥ = ٥٥ + ٢٥$	أضف ٢٥ إلى كلا الطرفين
$\frac{٢}{٣}س = ٨٠$	بسّط
$\frac{٣}{٢}(\frac{٢}{٣}س) = \frac{٣}{٢}(٨٠)$	اضرب كلا الطرفين في $\frac{٣}{٢}$
$س = ١٢٠$	بسّط

السعر الأصلي للزي = ١٢٠ ريالًا.

تحقق من فهمك

٢) القراءة: قرأ عبد الله $\frac{٣}{٤}$ كتاب في عطلة نهاية الأسبوع. ثم قرأ ٢٢ صفحة يوم السبت. فإذا كان عدد الصفحات التي قرأها عبد الله في هذه الأيام ٢٢٠ صفحة، فما عدد صفحات ذلك الكتاب؟ ٢٦٤

حل مسائل تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية: **الأعداد الصحيحة المتتالية** هي أعداد صحيحة مرتبة بالتتالي مثل: ٤، ٥، ٦، أو ن، ن + ١، ن +٢. وإذا عددت اثنين كل مرة تحصل على أعداد متتالية؛ زوجية إذا كان العدد الأول زوجيًّا، وفردية إذا كان العدد الأول فرديًّا.

مفهوم أساسي — الأعداد الصحيحة المتتالية

أضف إلى مطويتك

النوع	التعبير اللفظي	الرموز	مثال
أعداد صحيحة متتالية	أعداد مرتبة بترتيب العدّ	ن، ن+١، ن+٢، ...	...، −٢، −١، ٠، ١، ٢، ....
أعداد صحيحة زوجية متتالية	عدد صحيح زوجي يتبعه العدد الصحيح الزوجي الآتي.	ن، ن+٢، ن+٤، ... حيث (ن زوجي)	...، −٢، ٠، ٢، ٤، ...
أعداد صحيحة فردية متتالية	عدد صحيح فردي يتبعه العدد الصحيح الفردي الآتي.	ن، ن+٢، ن+٤، ... حيث (ن فردي)	...، −١، ١، ٣، ٥، ...

نظرية الأعداد: هي دراسة الأعداد والعلاقات بينها.

مثال ٣ حلّ مسائل تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية

نظرية الأعداد: اكتب معادلة للمسألة الآتية، ثم حلها:

"أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها – ٥١".

افترض أن العدد الأصغر = ن، فيكون العدد الفردي الآتي = ن+٢، وأكبر هذه الأعداد = ن+ ٤ .

التعبير اللفظي	مجموع ثلاثة أعداد فردية متتالية	يساوي	– ٥١
المعادلة	ن + (ن + ٢) + (ن + ٤)	=	– ٥١

ن + (ن + ٢) + (ن + ٤) = – ٥١	المعادلة الأصلية
٣ن + ٦ = – ٥١	بسّط
– ٦ – ٦	اطرح ٦ من كلا الطرفين
٣ن = – ٥٧	بسّط
$\frac{٣ن}{٣} = \frac{-٥٧}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣
ن = – ١٩	بسّط

ن + ٢ = – ١٩ + ٢ = – ١٧ ، ن + ٤ = – ١٩ + ٤ = – ١٥

فالأعداد الصحيحة الفردية الثلاثة هي: – ١٩، – ١٧، – ١٥

تحقق: – ١٩، – ١٧، – ١٥ هي أعداد فردية متتالية

– ١٩ + (– ١٧) + (– ١٥) = – ٥١ ✓

تحقق من فهمك

٣) اكتب معادلة للمسألة الآتية، ثم حلها : **"أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٢١".**

ن + ن + ١ + ن + ٢ = ٢١ ؛ ٦، ٧، ٨

تأكد

مثال ١ حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١) ٣م + ٤ = – ١١ – ٥ ٢) ١٢ = – ٧ف – ٩ – ٣ ٣) $\frac{س - ٥}{٧} = ٨$ ٦١

مثال ٢ ٤) **نقود:** مع نايف مبلغ من المال يقل ١٧٥ ريالًا عن مثلي المبلغ الذي يملكه سعد. فإذا كان مع نايف ٧٥٥ ريالًا، فاكتب معادلة تمثل هذا الموقف. ثم أوجد المبلغ الذي يملكه سعد.

٢هـ – ١٧٥ = ٧٥٥، ٤٦٥ ريالًا

مثال ٣ اكتب معادلة لكل من المسألتين الآتيتين، ثم حُلها:

٥) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٧٥ ن + (ن + ٢) + (ن + ٤) = ٧٥ ؛ ٢٣، ٢٥، ٢٧

٦) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها – ٣٦ ن + (ن + ١) + (ن + ٢) = – ٣٦ ؛ – ١١، – ١٢، – ١٣

إرشادات للدراسة

تمثيل الأعداد الصحيحة المتتالية

يمكن استعمال العبارات نفسها لتمثيل الأعداد المتتالية الزوجية أو الفردية، والاختلاف بينهما هو في قيمة ن (فردي أو زوجي).

المحتوى الرياضي

المعادلات المتعددة الخطوات:

تشتمل المعادلات المتعددة الخطوات على عمليتين أو أكثر. ولحل هذا النوع من المعادلات يتم إلغاء أثر هذه العمليات بترتيب معاكس لترتيبها.

حل مسائل تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية

المثال ٣ يعرّف الطلاب بنظرية الأعداد، وذلك بتوضيح طريقة حل مسألة تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية.

مثال إضافي

٣ نظرية الأعداد: اكتب معادلة للمسألة الآتية، ثم حلها.

"أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٥٧" .

ن + (ن+٢) + (ن+٤) = ٥٧

أو ٣ ن + ٦ = ٥٧

فالأعداد الصحيحة الفردية الثلاثة هي: ١٧، ١٩، ٢١

تنبيه!

تجنب الأخطاء: اطلب إلى الطلبة بيان السبب الذي يجعل المعادلة التي تستعمل لإيجاد أعداد صحيحة فردية متتالية مشابهة للمعادلة المستعملة لإيجاد أعداد صحيحة زوجية متتالية.

يجب أن يلاحظ الطلاب أنه يتم إيجاد الأعداد الصحيحة الزوجية المتتالية أو الأعداد الصحيحة الفردية المتتالية بإضافة العدد ٢ إلى العدد الصحيح الزوجي أو الفردي السابق.

تنويع التعليم

دون ضمن فوق

توسع: اعقد مسابقة للإبداع بين الطلاب، وذلك بتقديم معادلة في كل أسبوع، واطلب إليهم أن يكتبوا مسألة لفظية تمثّل بتلك المعادلة، ثم زد تدريجيًّا من درجة صعوبة المعادلة بعد كل نجاح يحققه الطلاب، وكافئ الطلاب الذين يبدعون في كتابة المسائل التي تعكس على نحوٍ دقيق العمليات والمتغيرات في المعادلة. (ويمكن أن تقدم جائزة للطالب الفائز في كل أسبوع).

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٦ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين؛ الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٧) $٣ت + ٧ = -٨$ -٥

٨) $٨ = ١٦ + ٨ن$ -١

٩) $-٣٤ = ٦م - ٤$ -٥

١٠) $\frac{ع + ٦}{-٢} = ١٤$ -٣٤

١١) $\frac{جـ - ٥}{٦} = -١١$ -٦١

١٢) $\frac{-٢٢و}{٣} = -٧$ $\frac{٢١}{٢٢}$

مثال ٢

١٣) **اتصالات:** تقدم شركة للاتصالات العروض المبينة في الجدول الآتي، فإذا اختار محمد خط رجال الأعمال، وخصص له ١٠٠ ريال في الشهر، فاكتب معادلة تمثل هذا الموقف، وحدد عدد الدقائق التي يمكنه التحدث بها دون أن يتجاوز المبلغ المخصص شهريًّا.

$٠,١٥م + ٤٩,٩٩ = ١٠٠$، م ≈ ٣٣٣، $٦٥٠ + ٣٣٣ = ٩٨٣$ دقيقة

نوع الخط	الاشتراك الشهري	الدقائق المجانية	تكلفة الدقيقة بعد الدقائق المجانية
شخصي	٢٩,٩٩ ريالًا	٢٥٠	٠,٢٠ ريال
رجال أعمال	٤٩,٩٩ ريالًا	٦٥٠	٠,١٥ ريال

مثال ٣ اكتب معادلة لكل مسألة فيما يأتي، ثم حلها:

١٤) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها -٨٤.

$ن + (ن + ٢) + (ن + ٤) = -٨٤$؛ -٣٠، -٢٨، -٢٦

١٥) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ١٤١.

$ن + (ن + ٢) + (ن + ٤) = ١٤١$؛ ٤٥، ٤٧، ٤٩

١٦) أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها -١٤٢.

$ن + (ن + ١) + (ن + ٢) + (ن + ٣) = -١٤٢$؛ -٣٧، -٣٦، -٣٥، -٣٤

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١٧) $-٦م - ٨ = ٢٤$ $-٥\frac{١}{٣} = -\frac{١٦}{٣}$

١٨) $٤٥ = ٧ - ٥ن$ $-٧,٦ = -\frac{٣٨}{٥}$

١٩) $\frac{٢ب}{٣} + ٦ = ٢٤$ ٢٧

٢٠) $-\frac{١}{٥} - \frac{٤}{٩}أ = \frac{٢}{١٥}$ $-\frac{٣}{٤}$

٢١) $-\frac{٣}{٧} = \frac{ب}{٢} - \frac{٣}{٤}$ $\frac{٣٣}{١٤} = ٢\frac{٥}{١٤}$

٢٢) $\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٤}س = \frac{٥}{٢}$ -٤

اكتب معادلة تمثل المسألة الآتية، ثم حلها:

٢٣) **أسرة:** تشكّل أعمار ثلاثة إخوة أعدادًا صحيحة متتالية مجموعها ٩٦

$ن + (ن + ١) + (ن + ٢) = ٩٦$؛ ٣١، ٣٢، ٣٣

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٤) $-٥س - ٤,٨ = ٦,٧$ $-٢,٣$

٢٥) $٠,٦جـ + ٩ = ١٤,٤$ ٩

٢٦) $-\frac{أ}{٢} - ٤,٥ = ١١,٥$ ٣٢

٢٧) إذا كانت $٧م - ٣ = ٥٣$، فما قيمة: $١١م + ٢$؟ ٩٠

٢٨) إذا كانت $-٥ل + ٦ = -٦٩$، فما قيمة: $٦ل - ١٥$؟ ٧٥

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٧–١٦، ٣٠–٣١، ٣٣–٣٤
ضمن ضمن المتوسط	٧–٢١ فردي، ٢٣، ٢٥–٢٩ فردي، ٣٠–٣١، ٣٣–٣٨
فوق فوق المتوسط	١٧–٣٨

الربط مع الحياة

السباحة رياضة مفيدة؛ تخفض ضغط الدم والكولسترول، وتقوي القلب والعضلات، وتعالج آلام المفاصل.

٢٩) مركز رياضي: إذا كان الاشتراك الشهري في مركز رياضي هو ٢٧٥ ريالًا شاملًا دخول المركز وموقفًا مجانيًّا للسيارة، بالإضافة إلى ٥ ريالات في اليوم لقاء استعمال المسبح. أما غير المشتركين فيدفعون ٦ ريالات يوميًّا لموقف السيارة، و١٥ ريالًا لدخول المركز، و٩ ريالات لاستعمال المسبح.

أ) اكتب معادلة لإيجاد عدد الزيارات التي تتساوى عندها التكلفة الكلية لكل من: المشترك وغير المشترك إذا استعمل كلاهما المسبح عند كل زيارة، ثم حل هذه المعادلة. انظر ملحق الإجابات.

ب) كوّن جدولًا يبين التكلفة للمشترك ولغير المشترك بعد ٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥ زيارة للمركز.

جـ) عيّن هذه النقاط في المستوى الإحداثي، وصف ما تلاحظه على هذا التمثيل البياني.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٠) مسألة مفتوحة: اكتب مسألة يمكن التعبير عنها بالمعادلة: ٢ س + ٤٠ = ٦٠، ثم حل المعادلة. انظر الهامش.

٣١) تبرير: صف الخطوات التي يمكن أن تستعملها لحل المعادلة: $\frac{هـ+٣}{٥} - ٤ = ٦$. انظر الهامش.

٣٢) تحدٍّ: يمكن استعمال الصيغة ق = $\frac{١٨٠° \times (ن-٢)}{ن}$ لإيجاد قياس الزاوية الداخلية في مضلع منتظم، حيث ن تمثل عدد أضلاع المضلع، ق قياس كل زاوية من زواياه الداخلية. إذا علمت أن ق = ١٥٦°، فما عدد أضلاع المضلع؟ ١٥

٣٣) اكتب: اكتب فقرة توضح ترتيب الخطوات التي يمكن أن تتبعها لحل معادلة متعددة الخطوات. انظر الهامش.

تدريب على اختبار

٣٤) إحصاء: يبين الجدول الآتي درجات ٥ طلاب في اختبار للرياضيات:

الطالب	١	٢	٣	٤	٥
الدرجة	٨٠	٩١	٩٩	٧٩	٧٨

فما مدى درجات هؤلاء الطلاب؟ ب

أ) ١٠ جـ) ٣٥

ب) ٢١ د) ٤٠

٣٥) مربع محيطه ٢٠سم، ما مساحته؟ د

أ) ٤ سم^٢ جـ) ٢٠ سم^٢

ب) ٥ سم^٢ د) ٢٥ سم^٢

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين: (الدرس ١-٢)

٣٦) ٤س = −٨ −٢ **٣٧)** س − ٨ = ٨ ١٦

٣٨) أوجد حل المعادلة: ٢ س + ٥ = ١٩ ، إذا كانت مجموعة التعويض هي: {١ ، ٣ ، ٥ ، ٧} . (الدرس ١-١) ٧

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اكتب المعادلة $\frac{س}{١٠} + ٢,٣ = ٤,٧$ على السبورة. واسأل الطلاب ماذا يحدث إذا ضُرب كل من طرفي هذه المعادلة في ١٠. تكون المعادلة الناتجة مكافئة للمعادلة الأصلية.

اطلب إلى أحد الطلاب أن يشرح السبب الذي يجعل هذه الخطوة مفيدة أولًا عند حل مثل هذه المعادلة. عند ضرب كل من طرفي هذه المعادلة في ١٠ تصبح جميع الأعداد فيها صحيحة، وقد يكون التعامل مع الأعداد الصحيحة أسهل من التعامل مع الكسور الاعتيادية والعشرية.

اطلب إلى الطلاب أن يحلوا المعادلة بالطريقتين ويحددوا أيهما أسهل. ١٥

٤ التقويم

تعلم سابق اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا كيف ساعدهم الدرس السابق على تعلم المادة الجديدة في هذا الدرس.

التقويم التكويني

تحقق من مدى استيعاب الطلبة للمفاهيم الواردة في الدرسين ١-٢ ، ١-٣ بإعطائهم اختبارًا قصيرًا.

الاختبار القصير ٢، ص (١١)

اختبار منتصف الفصل، ص (١٣) .

إجابات:

٣٠) بنطال ثمنة ٦٠ ريالًا ، ويزيد ثمنه عن مثلي زوج جوارب بمقدار ٤٠ ريالًا. فما ثمن زوج الجوارب؟ س=١٠

٣١) أضيف ٤ للطرفين أولًا، ثم أضرب الطرفين في ٥، وأخيرًا أطرح ٣ من الطرفين.

٣٣) إجابة ممكنة: لحل المعادلة : ٤س+ ٢٠=٣٦، نرتب الخطوات كما يلي : نطرح ٢٠ من طرفي المعادلة، ثم نقسم كل طرف على ٤

الفصل ١

مصادر المعلم للأنشطة الصفّية

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ١ - ٣

دون دون المتوسط | ضمن ضمن المتوسط | فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٤) — دون

الاسم ________ التاريخ ________

١-٣ تدريبات إعادة التعليم

حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

الحلّ عكسيًا: استراتيجية الحلّ عكسيًّا واحدة من عدة استراتيجيات تستعمل لحلّ المسائل. ولحلّ المسألة عكسيًّا. ابدأ من النتيجة النهائية المعطاة في نهاية المسألة وألغِ عمل كلّ عملية (باستعمال العملية العكسية لها) بالحلّ عكسيًّا حتى تصل إلى القيمة الابتدائية.

مثال ١ قُسم عدد على ٢ ثم طرح ٨ من الناتج، فكانت النتيجة ١٦. فما العدد؟

حل المسألة بالحل عكسيًّا:

العدد النهائي هو ١٦. ألغ عملية طرح ٨ بإضافة ٨ لتحصل على ٢٤، ثم ألغ عملية القسمة على ٢ بالضرب في ٢ لتحصل على ٤٨.

إذن العدد الأصلي هو ٤٨.

مثال ٢ يتضاعف عدد البكتيريا في طبق كلّ نصف ساعة، وبعد ٣ ساعات أصبح العدد ٦٤٠٠، فكم كان عدد البكتيريا في الطبق في البداية؟

حلّ المسألة بالحلّ عكسيًّا:

استمرت البكتيريا بالتكاثر لمدة ٣ ساعات. وبما أن الساعة مكوّنة من نصفين، فإن هناك ٦ فترات مدة كل منها نصف ساعة في الساعات الثلاثة، لذا فقد تضاعف عدد البكتيريا خلال هذه الفترة ٦ مرات، لذا ألغ عملية مضاعفة العدد بأخذ نصفه ٦ مرات.

$٦٤٠٠ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

$= ٦٤٠٠ \times \frac{١}{٦٤} = ١٠٠$

لذا عدد البكتيريا في البداية هو ١٠٠.

تمارين

حُل كلًّا من المسائل الآتية عكسيًّا:

١) قُسّم عدد على ٣، ثم أضيف ٤ للناتج، فكانت النتيجة ٨. أوجد العدد. **١٢**

٢) طرح ٨ من عدد، ثم ضرب الفرق في ٢، فكانت النتيجة ٢٤. أوجد العدد. **٢٠**

٣) ثلاثة أمثال عدد زائد ٣ يساوي ٢٤، فما ذلك العدد؟ **٧**

٤) **مدينة ألعاب:** في عطلة نهاية الأسبوع زار أحمد مدينة الألعاب. إذا كان ثمن تذكرة الدخول ١٠ ريالاتٍ، وثمن تذكرة أيّ لعبة في المدينة ٨ ريالاتٍ، وعندما خرج أحمد من المدينة وجد أنه أنفق ١٠٦ ريالات، فكم مرّةً لعب أحمد في المدينة؟ **١٢ مرّة**

٥) **نقود:** سحب ماجد مبلغًا من المال من حسابه. وأنفق ربع المبلغ في شراء فواكه، وبقي معه بعد ذلك ٢٢٥ ريالًا. كم ريالًا سحب ماجد؟ **٣٠٠ ريال**

الصف: الثالث المتوسط — ١٤ — الفصل ١ : المعادلات الخطية

تدريبات حل المسألة (١٦) — دون ضمن فوق

الاسم ________ التاريخ ________

١-٣ تدريبات حل المسألة

حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

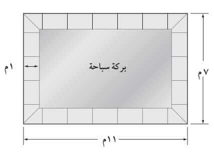
١) **درجات الحرارة:** تستعمل الصيغة س = $\frac{ف - ٣٢°}{١,٨}$ لتحويل درجة الحرارة الفهرنهايتية إلى سيليزية. أوجد درجة الحرارة السيليزية التي تكافئ ٦٨° ف.
٢٠° س

٢) **طول الإنسان:** من المتوقع أن يكون أقصى طول للشاب في المتوسط نحو مثلي طوله في عمر سنتين. إذا كانت المعادلة: ش=٢ل–١ تمثل طول أسعد في عمر الشباب، حيث ش طوله في عمر الشباب وَ ل طوله في عمر السنتين. وقد كان طول أسعد عندما كان عمره سنتين ٨٩ سنتمترًا. فما طوله في عمر الشباب؟ اكتب معادلة ثم حُلها.
ش = ٢ل – ١
ش = ١٧٧ سم

٣) **كيمياء:** إن فترة نصف العمر لمادة مشعة هي الفترة الزمنية المتطلّبة لتحلل نصف كمية هذه المادة بالإشعاع، أو لتصبح كمية المادة نصف ما كانت عليه في البداية. إذا علمت أن فترة نصف العمر للكربون ١٤ تساوي ٥٧٣٠ سنة، وكانت هناك عينتان من الكربون ١٤ كتلتاهما $\frac{٧}{٢٥}$ كجم وَ $\frac{٩}{٢٥}$ كجم، فكم كان مجموع كتلتيهما قبل ١١٤٦٠ سنة؟
و = $\left(\frac{٧}{٢٥} + \frac{٩}{٢٥}\right) \times ٢ \times ٢$
و = ٢ $\frac{١٤}{٢٥}$ كجم

٤) **نظرية الأعداد:** اكتب معادلة لإيجاد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٣، ثم حُلّ تلك المعادلة.
ن + (ن + ٢) + (ن + ٤) = ٣
٣ن + ٦ = ٣
٣ن = –٣
ن = –١؛ ن + ٢ = ١؛ ن + ٤ = ٣

٥) **هندسة:** أُحيطت بركة سباحة مستطيلة الشكل بممر أسمنتي عرضه ١م. وقد كانت أبعاد المستطيل الذي يمثل الممر والبركة معًا ٧ في ١١ مترًا.



أ) أوجد طول البركة وعرضها.
الطول (ل) = ١١ – ١ – ١ = ٩ م
العرض (ض) = ٧ – ١ – ١ = ٥ م

ب) أوجد مساحة البركة.
م = ل×ض
م = ٩×٥= ٤٥ مترًا مربعًا

جـ) اكتب معادلة لإيجاد مساحة الممر، ثم حُلّها.
م = ل×ض – ٤٥
م = ١١×٧ – ٤٥
م = ٧٧ – ٤٥
م = ٣٢ مترًا مربعًا

الصف: الثالث المتوسط — ١٦ — الفصل ١ : المعادلات الخطية

التدريبات الإثرائية (١٧) — فوق

الاسم ________ التاريخ ________

١-٣ التدريبات الإثرائية

مسائل الأعداد الصحيحة المتتالية

تتضمّن كثير من المسائل والأحاجي فكرة الأعداد الصحيحة المتتالية. وتُعدُّ معرفة طريقة تمثيل هذه الأعداد الصحيحة جبريًّا عاملًا مساعدًا في حلّ هذه المسائل.

مثال أوجد أربعة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها –٨٠.

يمكنك كتابة العدد الصحيح الفردي بالصورة ٢ن + ١ حيث ن أي عدد صحيح.

فإذا مثّل ٢ن + ١ العدد الصحيح الفردي الأول، أضف ٢ للحصول على العدد الصحيح الفردي الأكبر التالي له، وهكذا. والآن اكتب معادلة لحل هذه المسألة.

(٢ن + ١) + (٢ن + ٣) + (٢ن + ٥) + (٢ن + ٧) = –٨٠

اكتب معادلة لكلّ من المسائل الآتية، ثم حُلّها:

١) أكمل حلّ المسألة في المثال السابق. **–٢٣، –٢١، –١٩، –١٧**

٢) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها ١٣٢.
٢ن + (٢ن + ٢) + (٢ن +٤) = ١٣٢
٤٢، ٤٤، ٤٦

٣) أوجد عددين صحيحين متتاليين مجموعهما ١٩.
ن + (ن + ١)= ١٩؛ ٩؛ ١٠

٤) أوجد عددين صحيحين متتاليين مجموعهما ١٠٠.
ن + (ن + ١)= ١٠٠؛ ليس لها حل

٥) عددان صحيحان زوجيان متتاليان، يزيد العدد الأصغر فيهما بمقدار ١٠ على نصف العدد الأكبر. أوجد هذين العددين.
٢ن =١٠+ $\frac{١}{٢}$ (٢ن + ٢)؛ ٢٢ و ٢٤

٦) عددان صحيحان زوجيان متتاليان، يقل العدد الأكبر فيهما بمقدار ٦ عن ثلاثة أمثال العدد الأصغر. أوجد هذين العددين.
٢ن + ٢ = ٣ (٢ن) – ٦ ؛ ٤ وَ٦

٧) أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية على أن يزيد مِثْلا مجموع العددين الأكبرين ٩١ على ثلاثة أمثال العدد الأول.
٢[(ن + ٢)+(ن + ٣)] = ٣ن + ٩١؛ ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤

٨) أوجد المجموعة المكونة من أربعة أعداد صحيحة موجبة متتالية على أن يكون أكبرها مِثْلَي أصغرها.
ن + ٣ = ٢ن؛ {٣، ٤، ٥، ٦}

الصف: الثالث المتوسط — ١٧ — الفصل ١ : المعادلات الخطية

كتاب التمارين (٦) — دون ضمن فوق

١ - ٣ حل المعادلات المتعددة الخطوات

حل كلًّا من المسائل الآتية بالعمل عكسيًّا:

١) ما العدد الذي إذا أُضيف إليه ٣، ثم ضُرب الناتج في ٤ كانت النتيجة ١٦؟ ١

٢) ما العدد الذي إذا قُسم على ٤، ثم أُضيف ٣ إلى الناتج كانت النتيجة ٢٤؟ ٨٤

٣) ما العدد الذي إذا طُرح منه اثنان، ثم ضُرب الناتج في ٥ كانت النتيجة ٣٠؟ ٨

٤) **ورود:** تضم حديقة منزلية مجموعة من الورود ذبل رُبعها، وقطف زيد ٣ وردات، وقطف مهند وردتين أيضًا، وبقيت ٤ وردات. كم وردة كانت في الحديقة؟ ١٢

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٥) –١٢ن – ١٩ = ٧٧   –٨

٦) ١٧ + ٣ف = ١٤   –١

٧) ١٥ ت + ٤ = ٤٩   ٣

٨) $\frac{س}{٥}$ + ٦ = ٢   –٢٠

٩) $\frac{د}{-٤}$ + ٣ = ١٥   –٤٨

١٠) $\frac{ب}{٣}$ – ٦ = –٢   ١٢

١١) $\frac{١}{٢}$ ص – $\frac{١}{٨}$ = $\frac{٧}{٨}$ ٢

١٢) –٣٢ – $\frac{٣}{٥}$ ف = –١٧   –٢٥

١٣) ٨ – $\frac{٣}{٨}$ ك = –٤   ٣٢

١٤) $\frac{ر + ١٣}{١٢}$ = ١   –١

١٥) $\frac{١٥ - أ}{٣}$ = –٩   ٤٢

١٦) $\frac{٣ك - ٧}{٥}$ = ١٦   ٢٩

١٧) $\frac{س}{٧}$ – ٠,٥ = ٢,٥   ٢١

١٨) ٢,٥ق + ٠,٤٥ = ٠,٩٥   ٠,٢

١٩) ٠,٤ م – ٠,٧ = ٠,٢٢   ٢,٣

اكتب معادلة لكلّ مسألة مما يأتي، وحُلّها:

٢٠) ما العدد الذي أقل من أربعة أمثاله بسبعة يساوي ١٣؟ ٤ع – ٧ = ١٣؛ ٥

٢١) أوجد عددين صحيحين فرديين متتاليين مجموعهما ١١٦. س +(س+٢) = ١١٦؛ ٥٧ ، ٥٩

٢٢) أوجد عددين صحيحين زوجيين متتاليين مجموعهما ١٢٦. س +(س+٢) = ١٢٦؛ ٦٢، ٦٤

٢٣) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ١١٧. س+(س+٢) +(س+٤) = ١١٧؛ ٣٧، ٣٩، ٤١

الفصل ١ المعادلات الخطية — ٦

ملحوظات المعلم

١ - ٤ ملاحظات الدرس

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ١ - ٤

حل المعادلات المتعددة الخطوات.

الدرس ١ - ٤

حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها.

حل المعادلات التي تحتوي أقواسًا.

ما بعد الدرس ١ - ٤

حل مسائل تتضمن التغير التناسبي.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

ثمَّ اسأل:

- ماذا تمثل س في المعادلة ٣٠ + ٣س = ٦س؟ عدد الأيام منذ أن بدأ كلٌّ منهما التوفير.
- ما المبلغ الذي سيكون مع طلال بعد مرور ١٠ أيام منذ بدء التوفير؟ ٦٠ ريالًا
- بعد كم يوم سيوفر ريّان ٦٠ ريالًا؟ بعد مرور ١٠ أيام من بدء التوفير.

مثال إضافي

١ حل المعادلة: ٨ + ٥جـ = ٧جـ − ٢، وتحقق من صحة الحل. ٥

١ - ٤ حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

فيما سبق

درست حل المعادلات المتعددة الخطوات.

والآن

- أحل المعادلات التي تحتوي المتغير نفسه في طرفيها.
- أحل المعادلات التي تحتوي أقواسًا.

obeikaneducation.com

لماذا؟

اتفق كل من طلال وريّان على شراء هدية لوالدتهما. فإذا كان لدى طلال (٣٠) ريالًا في حصالته، وبدأ يضيف إليها (٣) ريالات يوميًّا، بينما بدأ ريّان في اليوم نفسه بادخار (٦) ريالات يوميًّا.

لمعرفة بعد كمْ يومٍ يتساوى ما وفر كل منهما، يمكننا كتابة المعادلة:

٣٠ + ٣س = ٦س ، حيث تمثل (س) عدد الأيام.

المتغيرات في طرفي المعادلة: لحل معادلة تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح لكتابة معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها فقط.

مثال ١ حل المعادلة التي تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها

حل المعادلة: ٢ + ٥ك = ٣ك − ٦، وتحقق من صحة الحل.

٢ + ٥ك = ٣ك − ٦	المعادلة الأصلية
− ٣ك = − ٣ك	اطرح ٣ ك من كلا الطرفين
٢ + ٢ك = − ٦	بسّط
− ٢ = − ٢	اطرح ٢ من كلا الطرفين
٢ك = − ٨	بسّط
$\frac{٢ك}{٢} = \frac{-٨}{٢}$	اقسم كلا الطرفين على ٢
ك = − ٤	بسّط
تحقق: ٢ + ٥ك = ٣ك − ٦	المعادلة الأصلية
٢ + ٥(−٤) ≟ ٣(−٤) − ٦	تعويض ك = − ٤
٢ + − ٢٠ ≟ − ١٢ − ٦	اضرب
− ١٨ = − ١٨ ✓	بسّط

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحل:

أ) ٣هـ + ٢ = ٧هـ $\frac{١}{٢}$

ب) ٥س + ٢ = ٦ − ٧س $\frac{١}{٣}$

جـ) $\frac{س}{٢} + ١ = \frac{١}{٤}س - ٦$ − ٢٨

د) ١,٣جـ = ٣,٣جـ + ٢,٨ − ١,٤

مصادر الدرس ١ - ٤

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٣١)		• تنويع التعليم، ص (٣٤)
كتاب التمارين	ص (٧)	ص (٧)	ص (٧)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٨) • تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • كتاب التمارين، ص (٧)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • كتاب التمارين، ص (٧)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • التدريبات الإثرائية، ص (٢١) • كتاب التمارين، ص (٧)

الأقواس: إذا احتوت المعادلة أقواسًا بكافة أشكالها، فاستعمل خاصية التوزيع للتخلص منها.

إرشادات للدراسة

حل المعادلة

يمكنك أن تحذف الحد الذي يتضمن متغيرًا من أحد الطرفين قبل حذف الحد الثابت.

مثال ٢ حل معادلة تحتوي أقواسًا

حل المعادلة: $٦(٥م - ٣) = \frac{١}{٣}(٢٤م + ١٢)$.

$٦(٥م - ٣) = \frac{١}{٣}(٢٤م + ١٢)$	المعادلة الأصلية
$٣٠م - ١٨ = ٨م + ٤$	خاصية التوزيع
$٣٠م - ١٨ - ٨م = ٨م + ٤ - ٨م$	اطرح ٨ م من كلا الطرفين
$٢٢م - ١٨ = ٤$	بسّط
$٢٢م - ١٨ + ١٨ = ٤ + ١٨$	أضف ١٨ إلى كلا الطرفين
$٢٢م = ٢٢$	بسّط
$\frac{٢٢م}{٢٢} = \frac{٢٢}{٢٢}$	اقسم كلا الطرفين على ٢٢
$م = ١$	بسّط

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٢أ) $٨ل - ١٠ = ٣(٦ - ٢ل)$ ٢ **٢ب)** $٧(ن - ١) = -٢(٣ + ن)$ $\frac{١}{٩}$

بعض المعادلات ليس لها حل كالمعادلة : $٥س + ٥ = ٣(٥س - ٤) - ١٠س$ ؛ أي لا توجد قيمة للمتغير تجعل المعادلة صحيحة. وفي المقابل بعض المعادلات مثل : $٣(٢ب - ١) - ٧ = ٦ب - ١٠$ تكون صحيحة لجميع قيم المتغيرات، وكما سبق فإنَّ مثل هذه المعادلات تسمى متطابقات.

يمكن تلخيص الخطوات المتبعة في حل المعادلات كما يأتي:

مفهوم أساسي خطوات حل المعادلة

أضف إلى مطويتك

الخطوة ١: بسّط العبارات الموجودة في طرفي المعادلة، واستعمل خاصية التوزيع إن احتجت إلى ذلك.

الخطوة ٢: استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح في المساواة للحصول على معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها والأعداد الثابتة في الطرف الآخر، ثم بسّط.

الخطوة ٣: استعمل خاصية الضرب أو خاصية القسمة في المساواة لحل المعادلة.

وهناك مواقف كثيرة يظهر فيها المتغير في كلا طرفي المعادلة.

المتغير في طرفي المعادلة

المثال ١ يبين طريقة حل المعادلة التي تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

الأقواس

المثال ٢ يبين طريقة استعمال خاصية التوزيع لحل معادلة تحتوي أقواسًا.

المثال ٣ يبين طريقة كتابة معادلة لتمثيل موقف مطروح في مسألة.

مثال إضافي

٢ حل المعادلة: $\frac{١}{٣}(١٨ + ١٢ق) = ٦(٢ق - ٧)$، وتحقق من صحة الحل. ٦

التعليم باستعمال التقنيات

تسجيل مرئي: صوِّر تسجيلًا مرئيًّا يبين طريقة حل معادلات تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها؛ ليكون مرجعًا إضافيًّا للطلاب خارج المدرسة بإضافته لموقع المدرسة الإلكتروني، وداخل المدرسة بإضافته بوصفه أحد المصادر المتاحة في غرفة مصادر التعلم.

تنويع التعليم

دون

إذا واجه بعض الطلاب صعوبة في حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها،

فقم بتوجيههم إلى استعمال لوحة المعادلة والبطاقات الجبرية. اطلب إلى الطلاب تمثيل المعادلة، ثم اسألهم عن الخطوة التي يجب القيام بها للتخلص من قطع س من أحد طرفي اللوحة. واستعمل أسئلة لتركز انتباههم على فصل المتغير. ثم اطلب إليهم أن يكتبوا الخطوات التي اتبعوها بعد الانتهاء من حل المعادلة.

إرشادات للمعلم الجديد

حذف المتغير: أكد على أن هناك نتيجتين محتملتين فقط عند إمكانية حذف المتغير من المعادلة:
إما أن لا يكون للمعادلة حل (عندما تكون الجملة الناتجة خاطئة)، أو أن تكون المعادلة متطابقة (عندما تكون الجملة الناتجة صحيحة).

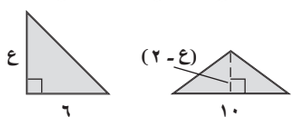
المحتوى الرياضي

الأقواس: يمكن استعمال خاصية التوزيع لتبسيط العبارات التي تحتوي أقواسًا. وعندما تكون العبارة في أحد طرفي المعادلة مساوية للعبارة في الطرف الآخر منها، تكون المعادلة صحيحة لجميع قيم المتغير. ولا يوجد للمعادلة حلّ إذا كانت نتيجة تبسيط العبارتين في طرفيها جملة خاطئة.

مثال إضافي

٣ مثال من اختبار :

أوجد قيمة ع التي تجعل مساحتي الشكلين الآتيين متساويتين:



أ) ١ جـ) ٤ د

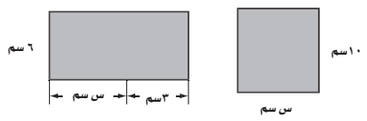
ب) ٣ د) ٥

تنبيه!

تجنب الأخطاء: نبِّه الطلاب إلى توخِّي الحذر عند التحقق من بدائل الإجابات في أسئلة الاختيار من متعدد التي ترد في بعض الاختبارات؛ إذ غالبًا ما تكون بعض البدائل الخاطئة مشابهة للإجابة الصحيحة. وقد يؤدي أي خطأ في التعويض أو الحسابات عند التحقق من البدائل إلى اختيار الإجابة غير الصحيحة عن غير قصد.

مثال ٣ من اختبار

أوجد قيمة س التي تجعل مساحتي الشكلين الآتيين متساويتين : ب



أ) ٣ ب) ٤,٥ جـ) ٦,٥ د) ٧

اقرأ فقرة الاختبار:

مساحة المستطيل الأول = ١٠س، ومساحة المستطيل الثاني = ٦ (٣ + س)
والمعادلة هي: ١٠ س = ٦ (٣ + س).

حل فقرة الاختبار:

أ) ١٠س = ٦ (٣ + س)
١٠(٣) ≟ ٦ (٣ + ٣)
٣٠ ≟ ٦ (٦)
٣٠ ≟ ٣٦ ✗

ب) ١٠س = ٦ (٣ + س)
١٠(٤,٥) ≟ ٦ (٣ + ٤,٥)
٤٥ ≟ ٦ (٧,٥)
٤٥ = ٤٥ ✓

بما أن القيمة ٤,٥ أعطتنا عبارة صحيحة فلا ضرورة للتحقق من القيمتين ٦,٥ ، ٧ .
ولذا تكون ب هي الإجابة الصحيحة.

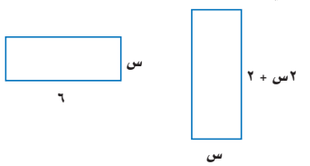
إرشادات للدراسة

اختر طريقة

توجد أحيانًا أكثر من طريقة لحل المسألة. وفي هذا المثال يمكن أن تكتب معادلة، ثم تحلها، أو تعوض بدائل الإجابات في هذه المعادلة حتى تجد الإجابة الصحيحة.

تحقق من فهمك

٣) أوجد قيمة س التي تجعل محيطي الشكلين الآتيين متساويين: ب



أ) ١,٥ ب) ٢ جـ) ٣,٢ د) ٤

تأكد

المثالان ١ ، ٢

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١) ١٣س + ٢ = ٤س + ٣٨ ٤
٢) $\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٦}$ ق = $\frac{٥}{٦}$ ق + $\frac{١}{٣}$ $\frac{١}{٢}$
٣) ٦ (ن + ٤) = −١٨ −٧
٤) ٧ = −١١ + ٣ (ب + ٥) ١
٥) ٥ + ٢(ن + ١) = ٢ن لا حل لها
٦) ١٤هـ + ٦ = ٢ (٥ + ٧هـ) −٤ جميع الأعداد

مثال ٣

٧) **اختيار من متعدد:** أوجد قيمة س التي تجعل محيطي الشكلين الآتيين متساويين : أ

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٦ د) ٧

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٨) ٧جـ + ١٢ = −٤جـ + ٧٨ ٦

٩) ٢م − ١٣ = −٨م + ٢٧ ٤

١٠) $\frac{ب - ٤}{٦} = \frac{ب}{٢}$ −٢

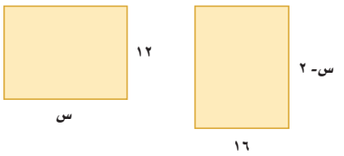
١١) ٦(ن + ٥) = ٦٦ ٦

١٢) ٣(م٣ − ٢) = ٢(م٣ + ٣) ٤

١٣) ١٢ − $\frac{٤}{٥}$(س + ١٥) = ٤ −٥

مثال ٣

١٤) **هندسة:** أوجد قيمة س التي تجعل لكل من المستطيلين المجاورين المساحة نفسها. ٨



١٥) **نظرية الأعداد:** عددان زوجيان متتاليان، يقل أربعة أمثال أصغرهما عن مثلي أكبرهما بمقدار ١٢. فما العددان؟ −٤، −٢

١٦) **نظرية الأعداد:** ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية يزيد مثلا أصغرها على ثلاثة أمثال أكبرها بمقدار ١٥ . فما هذه الأعداد؟ −٢٧، −٢٥، −٢٣

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١٧) ٢س = ٢(س − ٣) ليس لها حل

١٨) $\frac{٢}{٥}$هـ − ٧ = $\frac{١٢}{٥}$هـ − ٢هـ + ٣ ليس لها حل

١٩) ٢(٤ر + ٦) = $\frac{٢}{٣}$(١٢ر + ١٨) جميع الأعداد

٢٠) $\frac{١}{١٢}$ + $\frac{٣}{٨}$ص = $\frac{٥}{١٢}$ + $\frac{٥}{٨}$ص $-\frac{٤}{٣}$

٢١) $\frac{١}{٨}$(٣ر − ٢) = $\frac{١}{٤}$(ر + ٥) ١٢

٢٢) ٣,٢ك − ٤,٣ = ١٢,٦ك + ١٤,٥ −٢

٢٣) **عصائر:** ينفق محل للعصائر ٢٠٠ ريال يوميًّا نفقات ثابتة، بالإضافة إلى ٢,٥ ريال تكلفة كوب العصير. فإذا بيع الكوب الواحد بمبلغ ٥ ريالات، فكم كوبًا يجب أن يبيع المحل يوميًّا ليبدأ بتحقيق الربح؟ أكثر من ٨٠ كوبًا

الربط مع الحياة

فوائد العصير:
يزود عصير الفواكه الطازجة الإنسان بالفيتامينات والمعادن، ويقيه من معظم الأمراض، كما يمد الجسم بعنصر الماء الهام.

٢٤) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة حلًّا للمعادلة: ٢س + ٤ = −س − ٢ .

أ) بيانيًّا: أنشئ جدولًا يحتوي على خمس نقاط لكل من المعادلتين:
ص = ٢ س + ٤، ص = −س − ٢، وعين هذه النقاط في المستوى الإحداثي. انظر الهامش.

ب) جبريًّا: حل المعادلة: ٢ س + ٤ = − س − ٢ . −٢

جـ) لفظيًّا: وضح العلاقة بين الحل الذي توصّلت إليه في الفقرة (ب)، مع نقطة التقاطع للتمثيلين البيانيين في الفقرة (أ). إجابة ممكنة: حل المعادلة في الفقرة ب هو نفسه الإحداثي السيني لنقطة التقاطع.

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٧ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تمثيلات متعددة يستعمل الطلاب في السؤال ٢٤، جدول القيم والتمثيل البياني في المستوى الإحداثي لتوضيح حل معادلتين خطيتين.

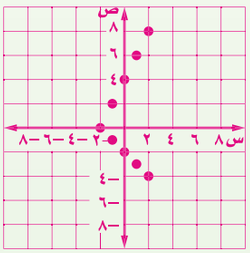
إجابة:

٢٤أ) إجابة ممكنة ص = ٢س + ٤

س	−٢	−١	٠	١	٢
ص	٠	٢	٤	٦	٨

ص = −س − ٢

س	−٢	−١	٠	١	٢
ص	٠	−١	−٢	−٣	−٤



تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٨ – ١٦ ، ٢٥ ، ٢٨–٤٠
ضمن ضمن المتوسط	٩ – ٢٣ فردي ، ٢٤ – ٢٥ ، ٢٨ – ٤٠
فوق فوق المتوسط	١٧ – ٤٠

٤ التقويم

فهم الرياضيات اطلب إلى الطلاب أن يحلوا المعادلة ٣ (س+٢) = ٥ (س−٨) على بطاقات، ويكتبوا إزاء كل خطوة تبريرًا لها.

الاختبار القصير ٣، ص (١٢).

إجابات:

٢٥) ت = ٢ − ٢ [٢ت−٣(١−ت)]
المعادلة الأصلية
ت = ٢ − ٢ [٢ت−٣+٣ت]
خاصية التوزيع
ت = ٢ − ٤ت+ ٦−٦ ت
خاصية التوزيع
ت = ٨−١٠ ت
بالتعويض
١١ت= ٨
أضف ١٠ ت إلى كلا الطرفين
ت= $\frac{٨}{١١}$
اقسم كلا الطرفين على ١١

٢٦) إجابة ممكنة :
س + ١ = $\frac{١}{٢}$ س − ٢

٢٨) إجابة ممكنة : عند حل المعادلة التي تحتوي على متغير في كلا طرفيها يتم استعمال الجمع أو الطرح لفصل المتغير. ثم استعمال الخطوات نفسها المستعملة لحل معادلات من خطوة واحدة أو متعددة الخطوات.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) **تبرير:** حل المعادلة الآتية موضحًا كل خطوة من خطوات الحل: انظر الهامش.

ت= ٢ −٢ [٢ ت − ٣ (١ − ت)]

٢٦) **تحدٍّ:** اكتب معادلة تحتوي متغيرًا في كل من طرفي إشارة المساواة بحيث يكون أحد المعاملات على الأقل كسرًا، ويكون حلها − ٦، وناقش الخطوات التي اتبعتها. انظر الهامش.

٢٧) **تحدٍّ:** أوجد قيمة ك التي تجعل كلًّا من المعادلتين الآتيتين متطابقة:

أ) ك(٣س − ٢) = ٤ − ٦س −٢

ب) ١٥ص − ١٠ + ك = ٢(ك ص − ١) − ص ٨

٢٨) **اكتب:** وضّح كلًّا من أوجه الشبه والاختلاف بين حل معادلات تحتوي متغيرات في كلا طرفيها، وحل معادلات من خطوة واحدة أو متعددة الخطوات، تحتوي متغيرات في أحد طرفيها فقط. انظر الهامش

تدريب على اختبار

٢٩) بدأت طائرة شراعية الهبوط من ارتفاع ٢٥ مترًا عن سطح الأرض بمعدل ثابت مقداره ٢ متر في الثانية. فأيّ المعادلات الآتية تبين ارتفاع الطائرة ع بعد ن ثانية؟ د

أ) ع = ٢٥ن + ٢ن

ب) ع = −٢٥ن + ٢

جـ) ع = ٢ن + ٢٥

د) ع = −٢ن + ٢٥

٣٠) ما قيمة س التي تحقق المعادلة الآتية؟ أ

$\frac{٤}{٥}$ س + ٧ = $\frac{٣}{١٥}$ س − ٣

أ) −١٦ $\frac{٢}{٣}$

ب) −١٤ $\frac{٤}{٩}$

جـ) −٦ $\frac{٢}{٣}$

د) −١٠

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٣)

٣١) ٥ن + ٦ = −٤ −٢

٣٢) −١ = ٧ + ٣جـ −٢ $\frac{٢}{٣}$

٣٣) $\frac{أ}{٧}$ − ٣ = −٢ ٧

٣٤) ٩ + $\frac{ص}{٥}$ = ٦ −١٥

حل كلًّا من المعادلات الآتية: (الدرس ١-٢)

٣٥) س + ١ = ٠ −١

٣٦) س − ٢ = ٤ ٦

٣٧) ٢س = ١٠ ٥

حل كلًّا من المعادلات الآتية إذا كانت مجموعة التعويض هي {١، ٢، ٣، ٤، ٥}: (الدرس ١-١)

٣٨) ٦ (س + ٥) = ٤٢ ٢

٣٩) ٩٢= س + ١١ لا يوجد لها حل

٤٠) ١٧= $\frac{٤٥}{س}$ + ٢ ٣

تنويع التعليم

فوق

توسع: ذكّر الطلاب أنه يمكن أن يكون للمعادلة حل واحد، أو لا يكون لها حل، أو يكون لها عدد لا نهائي من الحلول. ثم اطلب إليهم أن يكتبوا معادلة بمتغير يكون لها حلان فقط. فمثلًا:
للمعادلة |س| = ٢٥ حلان هما ٢٥، −٢٥، وللمعادلة س^{٢} = ٢٥ حلان هما ٥، −٥

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ١ - ٤

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٨) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

٤-١ تدريبات إعادة التعليم

حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

المتغيرات في طرفي المعادلة، لحلّ معادلة تحتوي متغيرًا في كلٍّ من طرفيها، استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح لكتابة معادلة مكافئة يكون المتغير في أحد طرفيها فقط، ثم حلها.

مثال ١ حلّ المعادلة:

٥ص – ٨ = ٣ص + ١٢

٥ ص – ٨ = ٣ ص + ١٢

٥ ص – ٨ – ٣ ص = ٣ ص + ١٢ – ٣ ص

٢ ص – ٨ = ١٢

٢ ص – ٨ + ٨ = ١٢ + ٨

٢ ص = ٢٠

$\frac{٢ص}{٢} = \frac{٢٠}{٢}$

ص = ١٠

الحلّ هو: ١٠

مثال ٢ حلّ المعادلة:

–١١ –٣ ص = ٨ ص + ١

–١١ –٣ ص = ٨ ص + ١

–١١ –٣ ص + ٣ ص = ٨ ص + ١ + ٣ ص

–١١ = ١١ ص + ١

–١١ –١ = ١١ ص + ١ – ١

–١٢ = ١١ ص

$\frac{-١٢}{١١} = \frac{١١ص}{١١}$

$-١\frac{١}{١١}$ = ص

الحلّ هو: $-١\frac{١}{١١}$

تمارين

حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحلّ:

١) ٦ – ب = ٥ب + ٣٠ — **٤–**

٢) ٥ص – ٢ = ٣ص + ٢ — **ليس لها حل**

٣) ٥س + ٢ = ٢س – ١٠ — **٤–**

٤) ٥ك – ٨ = ٣ك + ٢ — **١٠**

٥) ١,٢س + ٤,٣ = ٢,١ – س — **١–**

٦) ٤,٤م+٦,٢=٨,٨م–١,٨ — $\frac{٢٠}{١١}$

٧) $\frac{١}{٨}$ ب + ٤ = $\frac{١}{٢}$ ب + ٨٨ — **٢٢٤**

٨) $\frac{٣}{٤}$ ك – ٥ = $\frac{١}{٤}$ ك – ١ — **٨**

٩) ٨ – ٥ب = ٤ب – ١ — **١**

١٠) ٨ب – ٨ = ١٠ – ٢ب — **٣**

١١) ٠,٢س – ٨ = ٢– – س — **٥**

١٢) ٣ص –١,٨ = ٣ص –١,٨ — **جميع الأعداد**

١٣) –٤ – ٣س = ٧س – ٦ — $\frac{١}{٥}$

١٤) ٨ + ٤ك = ١٠ك + ك — **٦٠**

١٥) ٢٠ – ٤ع = ١٠ع – ٢ — **٢**

١٦) $\frac{٣}{٤}$ ن + ٨ = $\frac{١}{٣}$ ن + ٢ — **٣٦٠**

١٧) $\frac{٣}{٥}$ ص – ٨ = $\frac{٣}{٥}$ ص — **١٧**

١٨) ٤ك + ٥ = ٥ – ٤ك — **جميع الأعداد**

١٩) –٤ – ٣س = ٦س – ٦ — $\frac{٥}{٢}$

٢٠) ١٨ – ٤ك = ١٠ – ٤ك — **ليس لها حل**

٢١) ١٢ + ٢ص = ١٠ص – ١٢ — **٣**

تدريبات حل المسألة (٢٠) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-١ تدريبات حل المسألة

حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

١) **قرطاسية**، يزيد ثمن علبة أقلام التلوين ٥ ريالات على ثمن دفتر الرسم، ويزيد ثمن علبة أقلام التلوين ريالين على مثلَي ثمن دفتر الرسم أيضًا.
حل المعادلة د + ٥ = ٢د + ٢ لتجد ثمن دفتر الرسم الواحد.
٣

٢) **أعمار**، عمر خليل مثلا عمر ابنه إبراهيم، ويساوي عمر خليل مجموع عمر إبراهيم مع عمرَي أخويه التوأمين الأصغر منه سنًّا أيضًا. في حين أن عمر كل من التوأمين ١١ سنة. حلّ المعادلة ٢ب = ب + ١١ + ١١ لإيجاد عمر إبراهيم.
٢٢ سنة

٣) **هندسة**، الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما ١٨٠°، والزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما ٩٠°. أوجد قياس الزاوية التي يزيد قياس مكملتها ١٠° عن مثلَي قياس متتمتها. افترض أن قياس متممة الزاوية يساوي ٩٠ – س، وأن قياس مكملتها يساوي ١٨٠ – س. اكتب معادلة ثم حلّها.
١٨٠ – س = ١٠ + ٢ (٩٠ – س)؛ ١٠

٤) **طبيعة**، يبين الجدول الآتي الارتفاع الحالي لشجرتين من نوعين من الأشجار، ومتوسط معدلات النمو لهذين النوعين. بعد كم سنة يصبح للشجرتين الارتفاع نفسه؟

نوع الشجرة	الارتفاع الحالي	معدل النمو السنوي
أ	٩٧ سنتمترًا	١٠,٢ سنتمترات
ب	١١٦ سنتمترًا	٦,٤ سنتمترات

٩٧ + ١٠,٢س = ١١٦ + ٦,٤س
٨,٨س = ١٩، س = ٥ سنوات

٥) **نظرية الأعداد**، طلب معلم من طلابه أن يجدوا عددين صحيحين زوجيين متتاليين، على أن يقل مثلا أصغرهما بمقدار ٤ عن مثلَي أكبرهما.

أ) اكتب معادلة لإيجاد هذين العددين ثم حلها.

يمكن كتابة العددين الصحيحين الزوجيين المتتاليين في الصورة ٢ن، ٢ن+٢، حيث ن عدد صحيح
٢(٢ن) = ٢ (٢ن + ٢) – ٤
٤ن = ٤ن + ٤ – ٤
٤ن = ٤ن
١ = ١ حيث ن ≠ صفر

ب) هل هذه المعادلة حلّ وحيد، أم ليس لها حلّ، أم أنها متطابقة؟ اشرح إجابتك.

هذه المعادلة متطابقة؛ لأنها صحيحة لأي عددين صحيحين زوجين متتاليين.

التدريبات الإثرائية (٢١) — فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-١ التدريبات الإثرائية

المتطابقات

تُسمى المعادلة التي تكون صحيحة لجميع قيم المتغير **متطابقة**. وعندما تحاول حلّ المتطابقة ينتهي بك الأمر إلى عبارة تكون صحيحة دائمًا. والمثال الآتي يوضح ذلك:

مثال حل المعادلة: ٨ – (٥ – ٦س) = ٣ (١ + ٢س)

٨ – (٥ – ٦س) = ٣ (١ + ٢س)

٨ – ٥ – (–٦س) = ٣ (١ + ٢س)

٨ – ٥ + ٦س = ٣ + ٦س

٣ + ٦س = ٣ + ٦س

تمارين

بيّن ما إذا كانت كلّ من المعادلات الآتية متطابقة، وإلا فحلّ المعادلة:

١) ٢(٢ – ٣س) = ٣(٣ – س) + ٤ — **س = ١–**

٢) ٥(م + ١) + ٦ = ٣(٤ + م) + (٢م – ١) — **متطابقة**

٣) (٥ت + ٩) – (٣ت – ١٣) = ٢(١١ + ت) — **متطابقة**

٤) ١٤ – (٦ – ٣جـ) = ٤جـ – جـ — **ليس لها حل**

٥) ٣ص – ٢(ص + ١٩) = ٩ص – ٣(٩ – ص) — **ص=–١**

٦) ٣(٣هـ – ١) = ٤(هـ + ٣) — **هـ = ٣**

٧) استعمل المعادلة الصحيحة ٣ س – ٢ = ٣ س – ٢ لتكوّن متطابقة خاصة بك.
إجابة ممكنة: ٦س – ٤ = ٢ (٣س – ٢)

٨) استعمل المعادلة غير الصحيحة ١ = ٢ لتكوّن معادلة ليس لها حل.
إجابة ممكنة: ٣س + ١ = ٢س + ٢

٩) كوّن معادلة حلها هو س = ٣.
إجابة ممكنة: ٤س + ٢(س + ١) = ٢٠

كتاب التمارين (٧) — دون ضمن فوق

١ - ٤ حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١) ٥س – ٣ = ١٣ – ٣س — ٢

٢) –٤ر – ١١ = ٤ر + ٢١ — –٤

٣) ١ – م = ٦ – ٦م — ١

٤) ١٤ + ٥ن = –٤ن + ١٧ — $\frac{١}{٩}$

٥) $\frac{١}{٢}$ ك – ٣ = ٢ – $\frac{٣}{٤}$ك — ٤

٦) $\frac{١}{٣}$ (٦ – ص) = ص — ٢

٧) ٣(٢ – ٣س) = –٩س + ٤ — ليس لها حل

٨) ٤(٤ – ل) = ٣(٢ل + ٢) — ١

٩) ٩(٤ب – ١) = ٢(٩ب + ٣) — $\frac{٥}{٢}$

١٠) ٣(٦ + ٥ص) = ٢(–٥ + ٤ص) — –٤

١١) –٥ص + ١٠ = ٢ – (ص + ٤) — –٢

١٢) ٦ + ٢(٣جـ – ٢) = ١٤(١ + جـ) — ١

١٣) $\frac{٥}{٣}$ ت – ت = $\frac{٣}{٣}$ + $\frac{٣}{٣}$ت — ليس لها حل

١٤) ١,٤ ف + ١,١ = ٨,٣ – ف — ٣

١٥) $\frac{٣}{٤}$ س – $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ س + $\frac{٥}{٤}$ — ٦

١٦) ٢ – $\frac{٣}{٤}$ك = $\frac{١}{٨}$ك + ٩ — –٨

١٧) $\frac{١}{٢}$ (٣ن – ٢) = $\frac{٣}{٤}$ — ١

١٨) $\frac{١}{٣}$(ن + ١) = $\frac{١}{٢}$(٣ن – ٥) — ٧

١٩) ٢(أ – ٨) + ٧ = ٥(أ + ٢) – ٣أ – ١٩ — جميع الأعداد الحقيقية

٢٠) **أعداد**، ما العدد الذي ثلثاه ناقص ١١ أكبر من ذلك العدد بمقدار ٤. — ٤٥-

٢١) **أعداد**، خمسة أمثال مجموع عدد مع ٣ يساوي ٣ مضروبًا في ناتج طرح ١ من مثلي العدد. فما ذلك العدد؟ ١٨

٢٢) **نظرية الأعداد**، عددان صحيحان زوجيان متتاليان، ثلاثة أمثال أكبرهما يساوي أصغرهما ناقص ١٠. فما العددان؟ –٨، –٦

٢٣) **هندسة**، محيط المستطيل هو ح = ٢ل + ٢ض، حيث ل طول المستطيل، وض عرضه. أوجد بُعدي المستطيل الذي محيطه يساوي ٢٤ سنتمترًا، إذا كان طوله يزيد ٣ سنتمترات على عرضه. طوله ٧,٥ سم، وعرضه ٤,٥ سم.

ملحوظات المعلم

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ١ - ٥

حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها.

الدرس ١ - ٥

حساب قيم عبارات تتضمن القيمة المطلقة.

حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

ما بعد الدرس ١ - ٥

حل متباينات تتضمن القيمة المطلقة.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

ثمَّ اسأل:

- أي أنواع الكتب في هذا المسح أقل قراءة؟ الروايات
- بنسبة خطأ ٣ %، ما أعلى نسبة تصلها نسبة الذين يقرؤون الكتب العلمية؟ وما أقل نسبة؟ ٥٣ %، ٤٧ %
- كيف يمكن أن تمثل بمعادلة تتضمن القيمة المطلقة نسبة الخطأ في النسبة المئوية للذين يقرؤون كتب الثقافة الإسلامية؟ $|س - ٦٦| = ٣$

مثال إضافي

١ احسب قيمة: $|أ - ٧| + ١٥$

إذا كانت أ = ٥ ١٧

١ - ٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

فيما سبق

درست حلّ المعادلات التي تحتوي متغيرات في طرفيها.

والآن

- أحسب قيم عبارات تتضمن القيمة المطلقة.
- أحل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

obeikaneducation.com

لماذا؟

أُجري مسح لمعرفة أنواع الكتب التي يقرؤها طلاب الجامعة، وسُمح للشخص الواحد بأن يختار أكثر من نوع من الكتب.

نفترض أنه يوجد في هذا المسح نسبة خطأ مقدارها ٣ %، وهذا يعني أنه قد يكون في هذا المسح زيادة ٣% أو نقص ٣ % فعلى سبيل المثال ، قد تزيد نسبة الذين يقرؤون كتب الثقافة الإسلامية إلى ٦٩ % ، أو قد تقل إلى ٦٣ % .

عبارات القيمة المطلقة: يتم حساب قيم العبارات التي تتضمن قيمًا مطلقة بتعويض قيمة المتغير فيها.

مثال ١ العبارات الجبرية التي تتضمن القيمة المطلقة

احسب قيمة: $|م + ٦| - ١٤$ ، إذا كانت م = ٤.

$|م + ٦| - ١٤ = |٤ + ٦| - ١٤$ عوض م = ٤

$= |١٠| - ١٤$ $١٠ = ٦ + ٤$

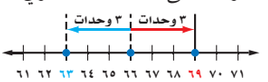
$= ١٠ - ١٤$ $|١٠| = ١٠$

$= -٤$ بسّط.

تحقق من فهمك

١) احسب قيمة العبارة : $٢٣ - |٣ - ٤س|$ ، إذا كانت س = ٢. ١٨

معادلات القيمة المطلقة: بالنظر إلى الفقرة الواردة في أعلى الصفحة نلاحظ أن نسبة الخطأ فيها هو مثال على القيمة المطلقة. فالمسافة بين ٦٦ و ٦٩ على خط الأعداد تساوي المسافة بين ٦٣ و ٦٦.



هناك ثلاثة أنواع من الجمل الرياضية التي تتضمن قيمًا مطلقة: $|س| = ن$، $|س| < ن$ ، $|س| > ن$. وسنتناول في هذا الدرس النوع الأول فقط. فمثلًا المعادلة $|س| = ٤$ تعني أن المسافة بين س، والصفر تساوي ٤ وحدات.

فإذا كانت $|س| = ٤$ ، فإن س = -٤، أو س= ٤.

وبذلك تكون مجموعة حل هذه المعادلة هي $\{-٤، ٤\}$.

ويجب أن تأخذ كلتا الحالتين بعين الاعتبار في معادلات القيمة المطلقة. ولحل معادلة القيمة المطلقة، افصل القيمة المطلقة في أحد جانبي إشارة المساواة أولًا إذا لم تكن كذلك أصلًا.

مصادر الدرس ١ - ٥

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٣٦)	• تنويع التعليم، ص (٣٦)	• تنويع التعليم، ص (٤٠)
كتاب التمارين	ص (٨)	ص (٨)	ص (٨)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٢٢) • تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • كتاب التمارين، ص (٨)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • كتاب التمارين، ص (٨)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • التدريبات الإثرائية، ص (٢٥) • كتاب التمارين، ص (٨)

عبارات القيمة المطلقة

المثال ١ يبين طريقة حساب قيمة عبارة تتضمن القيمة المطلقة بتعويض قيمة المتغير فيها.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

معادلات القيمة المطلقة

المثال ٢ يبين طريقة حل معادلة تتضمن القيمة المطلقة، وتمثيل مجموعة الحل بيانيًّا، ومعرفة متى تكون مجموعة الحل هي المجموعة الخالية.

المثال ٣ يبين طريقة استعمال خط الأعداد، لحل معادلة تتضمن قيمة مطلقة وتمثل موقفًا من واقع الحياة.

المثال ٤ يبين طريقة كتابة معادلة تتضمن القيمة المطلقة لتمثيل بياني.

مثالان إضافيان

٢ حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

أ) $|٢س - ١| = ٧$ $\{-٣، ٤\}$

ب) $|ب + ٦| = -٥$ $\varnothing$

٣ **طقس:** متوسط درجة الحرارة في شهر مارس لمدينة الرياض هو ٢١°س. ودرجة الحرارة الفعلية في شهر مارس لمدينة الرياض قد تكون أكثر من ذلك أو أقل بمقدار ٥°س تقريبًا. اكتب معادلة قيمة مطلقة لإيجاد درجتي الحرارة الفعلية العظمى والصغرى في الرياض في شهر مارس، ثم حُلّها.

$|س - ٢١| = ٥$ ، $\{١٦، ٢٦\}$

الدرجة العظمى هي ٢٦°س

والصغرى هي ١٦°س

تنويع التعليم

دون ضمن

إذا إذا واجه بعض الطلاب صعوبة في إعادة كتابة معادلات تتضمن القيمة المطلقة،

فقم بتوجيههم إلى كتابة العبارة داخل رمز القيمة المطلقة بالحالتين (الحالة الموجبة والحالة السالبة). فعلى سبيل المثال، يمكن كتابة المعادلة $|س| = ٤$ كما يلي:

$س = ٤$ أو $-س = ٤$، والتي تكتب كما يلي: $س = -٤$

إجابات:

٢أ)

٢ب)

قراءة الرياضيات

القيمة المطلقة

تقرأ العبارة $|ف + ٥|$ القيمة المطلقة للمقدار "ف زائد خمسة".

مفهوم أساسي — معادلات القيمة المطلقة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: عند حل معادلات تتضمن قيمًا مطلقة هنالك حالتان يجب أخذهما بعين الاعتبار:

الحالة ١: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة موجبةً أو صفرًا.

الحالة ٢: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبةً.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب إذا كانت $|أ| = ب$ فإن $أ = ب$، أو $أ = -ب$.

مثال: $|د| = ١٠$ إذن $د = ١٠$ أو $د = -١٠$

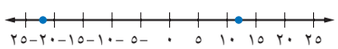
مثال ٢ حل معادلات القيمة المطلقة

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

أ) $|ف + ٥| = ١٧$

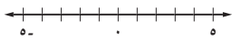
$|ف + ٥| = ١٧$ — المعادلة الأصلية

الحالة ١		الحالة ٢
$ف + ٥ = ١٧$		$ف + ٥ = -١٧$
$ف + ٥ - ٥ = ١٧ - ٥$	اطرح ٥ من كلا الطرفين	$ف + ٥ - ٥ = -١٧ - ٥$
$ف = ١٢$	بسّط	$ف = -٢٢$



ب) $|ب - ١| = -٣$

$|ب - ١| = -٣$ تعني أن المسافة بين ب و ١ تساوي -٣،



وبما أنه لا يمكن أن تكون المسافة سالبة فإن مجموعة حل هذه المعادلة هي المجموعة الخالية ϕ.

تحقق من فهمك حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا: للتمثيل البياني انظر الهامش

٢أ) $|ص + ٢| = ٤$ $\{-٦، ٢\}$ ٢ب) $|٣ن - ٤| = -١$ ϕ

الربط مع الحياة

درجة حرارة الأفاعي: الأفاعي والزواحف من ذوات الدم البارد، لذا تحاول الاحتفاظ بدرجة حرارتها منخفضة وتقليل فاقد الماء من أجسامها ؛ حتى لاتموت جفافًا، أو تتوقف وظائف جسمها.

تَظهر معادلات القيمة المطلقة في المواقف الحياتية؛ حيث تصِف المدى الذي يجب أن تقع ضمنه قيم المتغير.

مثال ٣ من واقع الحياة حل معادلات القيمة المطلقة

أفاعٍ: يجب أن تكون درجة حرارة المكان المخصص للأفاعي في حديقة الحيوان نحو ٢٧° س بزيادة أو نقصان قدرها ٢°. أوجد درجتي الحرارة العظمى والصغرى للمكان.

يمكن أن تستعمل خط الأعداد لحل المسألة.

المسافة بين ٢٧ و ٢٥ تساوي ٢ وحدة.

المسافة بين ٢٧ و ٢٩ تساوي ٢ وحدة.

مجموعة الحل هي {٢٥، ٢٩}، أيْ أن درجة الحرارة العظمى ٢٩°س ودرجة الحرارة الصغرى ٢٥°س.

تحقق من فهمك

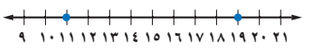
٣) **دواء:** يجب حفظ أحد الأدوية عند درجة ٨° س بزيادة أو نقصان مقدارها ٣°. اكتب معادلة لإيجاد درجتي الحرارة العظمى والصغرى اللتين يجب حفظ الدواء عندهما. | ن – ٨ | = ٣

١١° س، ٥° س

إذا أُعطيتْ نقطتان على خط الأعداد، يمكنك أن تكتب معادلة قيمة مطلقة تمثل المسافة بينهما.

مثال ٤ **كتابة معادلة القيمة المطلقة**

اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة للتمثيل الآتي:



أوجد نقطة تبعد المقدار نفسه عن ١١ وعن ١٩ .

هذه النقطة هي نقطة المنتصف بين ١١ و ١٩ وتساوي ١٥ .

المسافة بين ١٥ و ١١ تساوي ٤ وحدات

المسافة بين ١٥ و ١٩ تساوي ٤ وحدات

إذن المعادلة المطلوبة هي: | س – ١٥ | = ٤ .

إرشادات للدراسة

إيجاد نقطة المنتصف

لإيجاد النقطة التي تقع في منتصف المسافة بين نقطتين اجمع العددين اللذين يمثّلانهما، واقسم المجموع على ٢.

فمثلًا في المثال ٤:

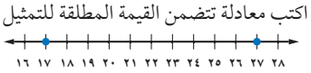
١١ + ١٩ = ٣٠

وَ ٣٠ ÷ ٢ = ١٥

لذا فإن نقطة المنتصف بين ١١، ١٩ هي ١٥.

تحقق من فهمك

٤) اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة للتمثيل الآتي:



| س – ٢٢ | = ٥

تأكد

مثال ١ احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت ف = ٣ ، هـ = ٥ ، د = – ٤ :

١) | ٣ – هـ | + ١٣ ١٥ ٢) ١٦ – | د + ٩ | ١١ ٣) | ف + د | – هـ – ٤

مثال ٢ حل كلًّا من المعادلات الآتية، ومثِّل مجموعة الحل بيانيًّا: ٤–٦ للتمثيل انظر الهامش.

٤) | ن + ٧ | = ٥ {–٢، –١٢} ٥) | ٣ع – ٣ | = ٩ {٤، –٢} ٦) | ٤ن – ١ | = – ٦ ϕ

مثال ٣ ٧) **استثمار:** تعتقد شركة أنها تربح في استثمارها ما نسبته ١٢٪ زائد أو ناقص ٣٪. اكتب معادلة لإيجاد أكبر وأقل نسبة ربح تعتقد الشركة أنها ستحصل عليه.

| س – ١٢ | = ٣ ، ١٥%، ٩%

مثال ٤ اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لكل من التمثيلين الآتيين:

٨)

| س – ١ | = ٣

٩)

| س + ٣ | = ٦

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٩ للتأكد من فهم الطلاب.

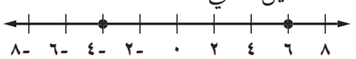
ثم استعمل الجدول أسفل الصفحة التالية؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

المحتوى الرياضي

معادلات القيمة المطلقة: خذ بعين الاعتبار عند حل معادلات القيمة المطلقة بالطريقتين الواردتين في المثالين ١، ٢ حالتين هما: الأولى عندما تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة موجبة، والأخرى عندما تكون سالبة.

مثال إضافي

٤ اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة للتمثيل الآتي:



| ص – ١ | = ٥

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: قم بحلّ عدة أمثلة على حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة على السبورة. واحفظ الأمثلة المحلولة في ملف وأرسله إلى الطلاب لكي يتخذوه مرجعًا إضافيًّا.

إجابات:

٤)

٥)

٦)

تدرب وحل المسائل

مثال ١ احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت أ= −٢ ، ب= −٣، جـ = ٢، س= ١ ,٢ ، ص = ٣ ، ع = −٢ ,٤ :

١٠) ٤أ − | ٣ب + ٢جـ | −١٣

١١) −| ٥أ + جـ | + | ٣ص + ٢ع | −٧ ,٤

١٢) | ص − ٢ع | − ٣ ٨ ,٤

١٣) ٣| ٣ب − ٨جـ | − ٣ ٧٢

١٤) | ٢س − ع | + ٦ب −٩ ,٦

١٥) −٤ | جـ − ٣ | + ٢ | ع − أ | ٠ ,٤

مثال ٢ حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا: ١٦–٢١ للتمثيل انظر الهامش.

١٦) | ن − ٣ | = ٥ {٨، −٢}

١٧) | ف + ١٠ | = ١ {−١١، −٩}

١٨) | هـ − ٢ | = −٥ ∅

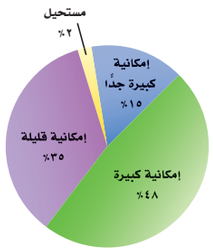
١٩) | ٤ق − ٨ | = ٢٠ {٧، −٣}

٢٠) | $\frac{١}{٢}$س + ٥ | = −٣ ∅

٢١) | −٢ص + ٦ | = ٦ {٦،٠}

مثال ٣

٢٢) **دراسة مسحية:** يبين التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور نتائج دراسة مسحية وجّه فيها السؤال الآتي إلى عدد من الشباب: "ما إمكانية أن تصبح ثريًّا يومًا ما؟" فإذا كانت نسبة الخطأ في هذا المسح ± ٤% ، فما مدى النسبة المئوية للشباب الذين أجابوا بأن إمكانية أن يصبحوا أثرياء كبيرة جدًّا؟ ١١٪ إلى ١٩٪



الربط مع الحياة

أهمية الحوار:
للحوار قيمة حضارية وإنسانية في حياتنا وممارساتنا التربوية والأسرية؛ للتعرف على آراء الآخرين والتواصل معهم، وقد حثنا القرآن الكريم والسنة النبوية على الحوار الهادف لصالح الفرد والمجتمع.

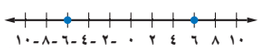
٢٣) **حوار:** يعطى المتكلم في برنامج حواري متلفز فرصة الحديث لمدة دقيقتين مع فارق ٥ ثوانٍ.

أ) أوجد أطول وأقصر مدة ممكنة للحديث بالدقائق وبالثواني. دقيقتان و(٥) ثوانٍ، دقيقة و ٥٥ ثانية

ب) أوجد أطول وأقصر مدة ممكنة للحديث بالثواني. ١٢٥ ث، ١١٥ ث

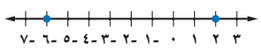
مثال ٤ اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لكل من التمثيلين الآتيين:

٢٤)



| س | = ٦

٢٥)



| س + ٢ | = ٤

حل كلًّا من المعادلات الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا: للتمثيل انظر الهامش.

٢٦) | −$\frac{١}{٢}$ب − ٢ | = ١٠ {−٢٤، ١٦}

٢٧) | −٣د + ٦ | = ١٢ {−٢، ٦}

٢٨) ٤ − ٣| ق | = ١٠ ∅

٢٩) | ٥ف − ٣ | = ١٢ {$\frac{٩}{٥}$−، ٣}

إجابات:

١٦)

١٧)

١٨)

١٩)

٢٠)

٢١)

٢٦)

٢٧)

٢٨)

٢٩)

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	١٠ –٢٥ ، ٣٧ – ٤٩
ضمن ضمن المتوسط	١١ – ٢٩ فردي ، ٣٠ – ٣١ ، ٣٣–٤٩
فوق فوق المتوسط	٢٦ – ٤٩

٣٠) **مضمار:** مضمار سباق التتابع ٤ × ٤٠٠ هو سباق يتناوب فيه ٤ عدّائين الجريَ مسافة ٤٠٠ متر أو دورة واحدة لكلٍّ منهم حول المضمار.

أ) إذا أنهى العدّاء الأول دورته في ٥٢ ثانية زائد أو ناقص ٢ ثانية، فاكتب معادلة لإيجاد أسرع وأبطأ زمن له. $|س - ٥٢| = ٢$، {٥٠، ٥٤}

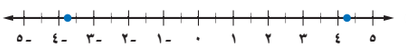
ب) إذا أنهى العدّاء الثاني دورته في ٥٣ ثانية زائد أو ناقص ثانية واحدة، فاكتب معادلة لإيجاد أسرع وأبطأ زمن له. $|س - ٥٣| = ١$ ، {٥٢، ٥٤}

٣١) **سيارات:** تتأثر دقة مقياس سرعة السيارة بعدة عوامل ؛ منها قطر الإطارات.فإذا كان الفارق عن القراءة الدقيقة عند السرعة ٥٠ كلم/ س هو ٣ كلم/ س .

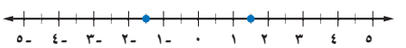
أ) فما مدى السرعة الحقيقية عندما تكون السرعة ٥٠ كلم/ س؟ ٤٧كلم/ س أو ٥٣كلم/ س

ب) إذا علمت أنه عندما تكون السرعة ٤٥ كلم/ س يصبح فارق السرعة ١ كلم/ س فقط، فماذا تستنتج؟
كلما قلت السرعة زادت الدقة

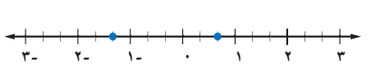
اكتب معادلة تتضمن قيمةً مطلقةً لكلٍّ من التمثيلات الآتية:

٣٢) 

$|س - \frac{١}{٤}| = ٤$

٣٣) 

$|س| = ١\frac{١}{٢}$

٣٤) 

$|س + \frac{١}{٣}| = ١$

الربط مع الحياة

بلغ عدد زوار مكتبة الملك عبد العزيز العامة بالرياض عام ١٤٣٠هـ نحو ٦٥٠ ألف زائر؛ أي بمعدل ١٨٠٠ زائر يوميًّا.

٣٥) **صوتيات:** يوجد في أحد المدرجات حوالي ٢٠٠٠٠ شخص بفارق لا يجاوز ألف شخص أكثر أو أقل، يمكنهم سماع الأصوات الطبيعية بوضوح.

أ) اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لتمثل الحد الأقصى لعدد الأشخاص الذين يمكنهم أن يسمعوا الأصوات الطبيعية في هذا المدرج بوضوح (افترض أنّ ن = عدد الأشخاص الذين يمكنهم سماع الأصوات بوضوح). $|ن - ٢٠٠٠٠| = ١٠٠٠$

ب) ما مدى عدد الأشخاص في الفقرة أ؟ من ١٩٠٠٠ إلى ٢١٠٠٠

٣٦) **قراءة:** اتفق طلاب الثالث المتوسط في مدرسة على قراءة فصل من كتاب ينتهي عند الصفحة ٢٠٣، مع زيادة أو نقص عشر صفحات.

أ) اكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثل أرقام الصفحات التي يمكن أن يتوقف عندها الطلاب عن القراءة. $|س - ٢٠٣| = ١٠$

ب) اكتب مدى الصفحات التي يمكن أن يتوقف عندها الطلاب عن القراءة. ١٩٣ –٢١٣

٤ التقويم

تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا كيف ساعدهم الدرس السابق (حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها) على تعلم الدرس الحالي (حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة).

التقويم التكويني

تحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرس ١-٥ بإعطائهم اختبارًا قصيرًا.

الاختبار القصير ٤، ص (١٢)

تنبيه!

اكتشف الخطأ: اقترح على الطلاب في السؤال ٤٢ أن يفكروا في السبب الذي جعل عبدالرحمن يعتقد أن مجموعة الحل هي المجموعة الخالية. وعليهم أن يلاحظوا أن القيمة المطلقة في هذه المعادلة تساوي عددًا سالبًا. وبما أن القيمة المطلقة تمثل المسافة على خط الأعداد والمسافة لا يمكن أن تكون سالبة، لذا لا يوجد حل لهذه المعادلة.

إجابات:

٤١) القيمة المطلقة تمثل البعد عن الصفر على خط الأعداد والبعد (المسافة) لا يمكن أن يكون سالبًا.

٤٣) إجابة ممكنة: يكون للمعادلة حلان عندما تكون القيمة المطلقة تساوي عددًا موجبًا، وحل واحد إذا كانت القيمة المطلقة تساوي صفرًا. وليس لها حل إذا كانت القيمة المطلقة تساوي عددًا سالبًا، وتمثِّل القيمة المطلقة أبعادًا والبعد لا يمكن أن يكون سالبًا.

معادلة لها حلان: $|س| = ١٠$

لأن $|١٠| = ١٠$، و $|-١٠| = ١٠$

معادلة لها حل واحد: $|س| = ٠$

لأن $|٠| = ٠$

معادلة ليس لها حل: $|س| = -١٠$

لأن بعد عدد عن الصفر لا يمكن أن يكون سالبًا.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٧) **مسألة مفتوحة:** صف موقفًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بالمعادلة: $|س - ٤| = ١٠$. انظر إجابات الطلاب.

تبرير: مفترضًا أن جـ عدد صحيح، حدد ما إذا كانت كل من العبارات الآتية صحيحة أحيانًا أو صحيحة دائمًا أو غير صحيحة أبدًا، وفسر تبريرك:

٣٨) قيمة $|س+١|$ أكبر من الصفر. أحيانًا؛ عندما س = -١ القيمة = ٠

٣٩) حل المعادلة: $|جـ + س| = ٠$ عدد أكبر من الصفر. أحيانًا؛ عندما جـ > ٠

٤٠) ليس للمتباينة: $|س| + جـ < ٠$ حلًا. أحيانًا؛ عندما جـ > ٠ فالمتباينة صحيحة.

٤١) **تبرير:** لماذا لا يمكن أن تكون القيمة المطلقة سالبة؟ انظر الهامش

٤٢) **اكتشف الخطأ:** حلَّ كلٌّ من علي وعبد الرحمن المعادلة: $|س + ٥| = -٣$ كما هو موضح أدناه، فأيهما إجابته صحيحة؟ ولماذا؟ عبد الرحمن؛ لأن القيمة المطلقة لا يمكن أن تكون سالبة.

علي

$|س + ٥| = ٣$ أو $|س + ٥| = -٣$

$س + ٥ = ٣$ $س + ٥ = -٣$

$-٥ \quad -٥$ $-٥ \quad -٥$

$س = -٢$ $س = -٨$

عبد الرحمن

$|س + ٥| = -٣$

ليس لها حل، $\varnothing$

٤٣) **اكتب:** وضِّح لماذا يمكن أن يكون لمعادلة القيمة المطلقة حلان أو حل واحد أو لا يكون لها حل. وأعطِ مثالًا على كل حالة. انظر الهامش.

تدريب على اختبار

٤٤) **هندسة:** ما محيط الدائرة التي مساحتها ٢٥ ط سنتمترًا مربعًا؟ ب

أ) ٥ ط سم
ب) ١٠ ط سم
جـ) ٥٠ ط سم
د) ٦٢٥ ط سم

٤٥) أي المعادلات التالية يمثل الخطوة الثانية في عملية الحل الموضحة؟ د

الخطوة ١: $٤(٢س + ٧) - ٦ = ٣س$

الخطوة ٢: ــــــــــ

الخطوة ٣: $٥س + ٢٨ - ٦ = ٠$

الخطوة ٤: $٥س = -٢٢$

الخطوة ٥: $س = -٤,٤$

أ) $٤(٢س - ٦) + ٧ = ٣س$
جـ) $٨س + ٧ - ٦ = ٣س$
ب) $٤(٢س + ١) = ٣س$
د) $٨س + ٢٨ - ٦ = ٣س$

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين: (الدرس ١-٤)

٤٦) $\frac{١}{٦}$ ٢ س +١ = ٨ س

٤٧) $٤(م + ٣) = -٢(١ + م) - \frac{٧}{٣}$

٤٨) حل المعادلة ٢س + ١ = ٩ (الدرس ٣-١) ٤

٤٩) حل المعادلة ٦ + س = ٠ (الدرس ٢-١) -٦

تنويع التعليم

فوق

توسع: اطلب إلى الطلاب حل المعادلة: $|٤ب - ٣| = ٢ب + ٩$، وذكّرهم بأن يتحققوا من صحة الحل، وقدِّم التلميح الآتي عند الحاجة: استعمل معكوس المقدار ٢ب+٩ للحالة الثانية. {-١، ٦}

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ١ - ٥

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (٢٢) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

١-٥ تدريبات إعادة التعليم

حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

عبارات القيمة المطلقة: تحدد عبارات القيمة المطلقة الحدين الأعلى والأدنى للمدى الذي تقع ضمنه قيمة المتغير. وتُحسب قيم العبارات التي تتضمن قيمًا مطلقة بتعويض قيمة المتغير فيها.

مثال احسب قيمة: |ت − ٥| − ٧ − |٥ − ٣|، إذا كانت ت = ٣

|ت − ٥| − ٧ − |٥ − ٣| = ٧ − |٥ − ٣| عوّض ت = ٣

= ٧ − |−٢| = ٧ − ٢ = ٥ − بسّط

تمارين

احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت ر = −٢، ن = −٣، ت = ٣:

١) |٨ − ت| + ٣ ٨ ٢) |ت − ٣| − ٧ −٧ ٣) ٥ + |٣ − ن| ١١

٤) |ر + ن| − ٧ −٢ ٥) |ن − ت| + ٤ ١٠ ٦) −|ر + ن + ت| −٢

احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت ن = ٢، ق = −٥، ١، ر = −٣، ل = −٨، م = ٥، ٤، س = ٤:

٧) |٤ق| + ر ٦ ٨) ١٠ − |٥ر| + ل ٦ ٩) |٣س − ٢م| − ق ٤،٥

١٠) ل − |٥٣| + س −١٨ ١١) ١ + |٥ق − م| ١٣ ١٢) ٢ |٣ ر − ل| ٢

١٣) |−٢س + ٥ن| + (ن − س) ٠ ١٤) ٤م − |٢ر + ل| ٤ ١٥) ٣ |م − ن| − ٥ |ق − ر| ٠

تدريبات حل المسألة (٢٤) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

١-٥ تدريبات حل المسألة

حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

١) **هندسة صناعية:** توضع مواصفات هندسية لحدود وجود عيب مصنعيّ للأدوات. وقد حُدِّدت درجات حرارة الفرن في مصنع للأفران بالحدين ±١٥° ف. ويعني ذلك أن درجة الحرارة داخل الفرن ستكون ضمن ١٥° ف حول الدرجة المحددة التي يُشغّل الفرن عليها. اكتب عبارة قيمة مطلقة تمثل درجة الحرارة العظمى ودرجة الحرارة الدنيا داخل الفرن عند تثبيت منظم الحرارة على ٤٠٠° ف.

|د − ٤٠٠| = ١٥

٢) **فلك:** يدور كوكب بلوتو حول الشمس في مسار غير دائري، بحيث يكون أكبر بُعد له عن الشمس ٧٣٦٢ مليون كيلومتر، وأقرب بُعد له عنها ٤٤١٠ مليون كيلومترات. اكتب معادلة قيمة مطلقة وحلها؛ لإيجاد أقرب وأبعد بُعد لكوكب بلوتو عن الشمس.

|س − ٥٨٣٦| = ١٤٢٦، ٧٣٦٢

٣) **كلية جامعية:** يستعمل صندوق المنح في إحدى الكليات الجامعية الصيغة |٣ك + ٦| = ١٥ لتحديد ما إذا كان الطالب مؤهلًا لنيل المنحة أم لا، حيث تُحدِّد ك من خلال مقابلة. ما قيم ك التي تؤهل الطالب لنيل المنحة؟

{−٣، ٧}

٤) **طعام:** لصنع سحوق الكاكاو، تُخصّص حبوب الكاكاو على درجة حرارة مثالية تساوي ٣٠٠° ف، بزيادة أو نقصان ٢٥° ف. اكتب معادلة قيمة مطلقة، وحلها؛ لتصف أعلى وأدنى درجة حرارة لتحميص حبوب الكاكاو.

|س − ٣٠٠| = ٢٥؛ أعلى درجة حرارة ٣٢٥° ف، وأدنى درجة حرارة ٢٧٥° ف

٥) **أسماك:** تعيش معظم أسماك الزينة في المياه العذبة في درجة حرارة ٧٨° ف بزيادة أو نقصان ٢° ف.

أ) اكتب معادلة قيمة مطلقة لتحديد درجة الحرارة العظمى والصغرى التي تعيش فيها أسماك الزينة.

|س − ٧٨| = ٢

ب) حل المعادلة التي كتبتها في الفرع (أ).

أقل درجة حرارة ٧٦° ف، وأعلى درجة حرارة ٨٠° ف

جـ) إذا كانت دقة القياس في ميزان الحرارة لحوض سمك ضمن ±١° ف، فكم ستكون درجة الحرارة الدنيا للماء؟ **٧٧° ف**

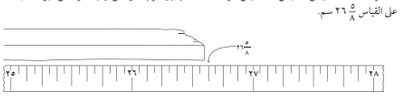
التدريبات الإثرائية (٢٥) — فوق

الاسم _____ التاريخ _____

١-٥ التدريبات الإثرائية

دقة القياس

تعتمد دقة القياس على كلٍّ من: دقة الشخص الذي يقوم بالقياس، وعدد الأجزاء التي تنقسم إليها وحدة القياس في المسطرة المستعملة للقياس. افترض أنك تقيس طول قطعة خشب إلى أقرب جزء من ثمانية أجزاء من البوصة، وحصلت على القياس $26\frac{5}{8}$ سم.



يُبين الشكل أعلاه أن الطول الحقيقي لهذه القطعة يقع بين $26\frac{9}{16}$ سم و $26\frac{11}{16}$ سم. ويمكنك التعبير عن هذا الطول مستعملاً الرمز ± الذي يقرأ "زائد أو ناقص" هكذا $26\frac{5}{8} \pm \frac{1}{16}$ سم.

ويسمى العدد $\frac{1}{16}$ في هذه الحالة الخطأ المطلق، وهو يساوي نصف أصغر وحدة مستعملة في القياس.

أوجد أكبر طول وأصغره لكل من القياسات الآتية:

١) $3\frac{1}{2} \pm \frac{1}{4}$ م ٢) ٩,٧٨ ± ٠,٠٠٥ سم ٣) ٢,٤ ± ٠,٠٥ م

$3\frac{1}{4}$ م؛ $3\frac{2}{4}$ م **٩,٧٧٥ سم؛ ٩,٧٨٥ سم** **٢,٣٥ م؛ ٢,٤٥ م**

٤) $28 \pm \frac{1}{2}$ قدم ٥) ١٥ ± ٠,٥ سم ٦) $\frac{1}{64} \pm \frac{11}{16}$ بوصة

$27\frac{1}{2}$ قدم؛ $28\frac{1}{2}$ قدم **١٤,٥ سم؛ ١٥,٥ سم** $\frac{21}{32}$ **بوصة؛** $\frac{33}{32}$ **بوصة**

اكتب أصغر وحدة مستعملة والخطأ المطلق في كل من القياسات الآتية:

٧) يقع القياس الحقيقي بين ١٢,٥ سم و ١٣,٥ سم. **١ سم؛ ±٠,٥ سم**

٨) يقع القياس الحقيقي بين $12\frac{1}{8}$ م و $12\frac{3}{8}$ م. $\frac{1}{4}$ م؛ $\pm\frac{1}{8}$ م

٩) يقع القياس الحقيقي بين $56\frac{1}{2}$ كلم و $57\frac{1}{2}$ كلم. **١ كلم؛ $\pm\frac{1}{2}$ كلم**

١٠) يقع القياس الحقيقي بين ٢٣,٥ ملم و ٢٣,١٥ ملم. **٠,١ ملم؛ ±٠,٠٥ ملم**

كتاب التمارين (٨) — دون ضمن فوق

١ - ٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت س = −١، ص = ٣، ع = −٤:

١) ١٦ − |٤ع| + ٩ ٢) |س − ص| + ٤ ٨

٣) |−٣ص + ع| − س ١٤ ٤) ٣|ع − س| + |٢ − ص| ١٠

حل كلًّا من المعادلات الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًا:

٥) |٤ع − ٩| + ١ = ٤ {٥، ٤}

٦) |٣ − ٢س| + ٧ = ٧ {−٢، ٥}

٧) |٣ت + ٦| − ٩ = −٩ {−٥، ١}

٨) |٢ق − ٥| − ٩ = −٩ {−٢، ٧}

اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لكل تمثيل مما يأتي:

٩) |س − ٦| = ٥

١٠) |س + ٣| = ٤

١١) |س − ٢| = ٤

١٢) **لياقة بدنية:** يستعمل خالد جهازًا في المركز الرياضي يهدف حرق ٢٨٠ سعرًا حراريًّا في كل تمرين، ولكن عدد السعرات التي يحرقها في أي يوم يختلف بمقدار ٢٥ سعرًا عن الهدف المنشود. اكتب معادلة لإيجاد الحدين الأعلى والأدنى لعدد السعرات التي يحرقها خلال التمرين على هذا الجهاز، ثم حلها.

|ك − ٢٨٠| = ٢٥؛ الحد الأعلى = ٣٠٥، الحد الأدنى = ٢٥٥

١٣) **درجة حرارة:** لا تختلف قراءة ميزان للحرارة عن درجة الحرارة الفعلية بأكثر من ٠,٢° س. فإذا كانت قراءة هذا الميزان ٢٨° س، فاكتب معادلة لإيجاد الحدين الأعلى والأدنى لدرجة الحرارة الفعلية، ثم حلها.

|د − ٢٨| = ٠,٢؛ الدرجة العليا ٢٨,٢° س، الدرجة الدنيا ٢٧,٨° س

ملحوظات المعلم

١) حل المعادلة ٣س − ٩ = ١٢ إذا كانت مجموعة التعويض هي س = {١، ٣، ٥، ٧، ٩}. ٧

٢) **اختيار من متعدد:** حل المعادلة $\frac{٣}{٥}$ أ = $\frac{١}{٤}$ هو : ب

أ) $\frac{٣}{٢}$ ج) ٢

ب) $\frac{٥}{١٢}$ د) −٣

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٣) م + ٨ = ١٣ ٥

٤) −٢٦ = ب − ٣ −٢٣

٥) $\frac{ت}{٦}$ + ٣ = ١٨

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٦) $\frac{ت}{٦}$ − ٣ = ٨ ٦٦

٧) ٢ س + ٥ = ١٣ ٤

٨) −٢١ = ٧ − ٤ص ٧

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين وتحقق من صحة الحل:

٩) ٨ ل + ٣ = ٥ ل + ٩ ٢

١٠) $\frac{٣}{٤}$ هـ + ٦ = ٩ − $\frac{١}{٤}$ هـ ٣

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ثم مثل مجموعة الحل بيانيًّا:

١١) |س − ٤| − ٦ = ٠ {−٢، ١٠} للتمثيل البياني انظر الهامش.

١٢) |٢س + ٥| = ٩ {−٧، ٢}

أوجد قيمة كلٍّ من العبارتين الآتيتين إذا كانت
س = −٤، ص = ٧، ع = −٩:

١٣) |٢−٣ص| + ٢س ١١

١٤) |−٤ص+٢ع| − ٣ع ٧٣

١٥) **أسماك:** متوسط طول سمكة الهامور يساوي ٦٥ سم ، وهذا يساوي متوسط طول سمكة الشعري مضروبًا في ٦ , ٢.

أ) اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد متوسط طول سمكة الشعري. ٦٥ = ٦ , ٢ س

ب) ما متوسط طول سمكة الشعري؟ ٢٥ سم

١٦) **اختيار من متعدد:** ما حلُّ المعادلة: |٦أ − ٣| = ٩ ؟ ب

أ) {٢} ج) {−٣، ٦}

ب) {−١، ٢} د) {−٣، ٣}

١٧) **قهوة:** يُقال إنه لكي تشرب فنجانًا ممتازًا من القهوة يجب غليها عند درجة حرارة ٢٠٠° ف زائد أو ناقص ٥°. اكتب معادلة تمثل درجتي الحرارة العظمى والصغرى لغلي فنجان ممتاز من القهوة، ثم حل المعادلة.

|ن − ٢٠٠| = ٥ ؛ ٢٠٥°، ١٩٥°

١٨) **اختيار من متعدد:** أي المعادلات الآتية تمثل متطابقة؟ د

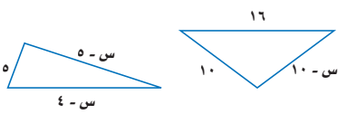
أ) ل + ٣ = ٣ ل + ١

ب) ٢ ل + ٣ = ٢ ل + ١

ج) ٤ ل − ١ = ٤ ل + ١

د) ٦ + ٥ ل = ٥ ل + ٦

١٩) **هندسة:** أوجد قيمة س التي تجعل لكل من الشكلين الآتيين المحيط نفسه: ٢٠



المعالجة

بناءً على نتائج اختبار الفصل استعمل مخطط المعالجة في مراجعة المفاهيم التي لاتزال تشكل تحديًّا للطلاب.

إجابات:

١١)

١٢)

مخطط المعالجة

المستوى ١	ضمن المتوسط	المستوى ٢	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب فيما لايزيد على ٢٥٪ من التمارين تقريبًا،	إذا	أخطأ بعض الطلاب في ٥٠٪ من التمارين تقريبًا،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	المصدر الآتي:
كتاب الطالب	الدروس ١−١، ١−٢ ، ١−٣ ، ١−٤ ، ١−٥ .	زيارة الموقع	www.obeikaneducation.com
دليل المعلم	مشروع الفصل ص (٨)		
زيارة الموقع	www.obeikaneducation.com		

مخطط الفصل

الفصل ٢

التقويم التشخيصي
اختبار سريع ص (٤٣)

	الدرس ٢-١ حصتان	الدرس ٢-٢ حصتان	الدرس ٢-٣ حصتان
العنوان	العلاقات	الدوال	تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا
الأهداف	• تمثيل العلاقات. • تفسير التمثيلات البيانية للعلاقات.	• تحديد ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة أم لا. • إيجاد قيم الدالة	• تحديد المعادلات الخطية، للمقطعين السيني والصادي. • يمثل المعادلات الخطية بيانيًا.
المفردات	النظام الإحداثي المحور س المحور ص نقطة الأصل الزوج المرتب الإحداثي السيني الإحداثي الصادي العلاقة المخطط السهمي المجال المدى المتغير المستقل المتغير التابع	الدالة الدالة المنفصلة الدالة المتصلة اختبار الخط الرأسي الدالة غير الخطية	المعادلات الخطية الصور القياسية الحد الثابت المقطع السيني المقطع الصادي
التمثيلات المتعددة			
مصادر الدرس	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٦) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٨) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٩) فوق • كتاب التمارين ص(٩) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٠) دون • تدريبات حل المسألة، ص (١٢) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (١٣) فوق • كتاب التمارين ص(١٠) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٤) دون • تدريبات حل المسألة، ص (١٦) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (١٧) فوق • كتاب التمارين ص(١١) دون ضمن فوق
التقنيات لكل درس	السبورة التفاعلية، ص (٤٨)	السبورة التفاعلية، ص (٥٢)	السبورة التفاعلية، ص (٥٩)
تنويع التعليم	ص (٤٨، ٤٩)	ص (٥٣، ٥٦)	ص (٦٠، ٦٢)

المفاتيح: دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

الدوال الخطية

الخطة الزمنية		
التدريس	المراجعة و التقويم	المجموع
(١٤) حصة	(٢) حصة	(١٦) حصة

الدرس ٢-٤ حصتان	الدرس ٢-٥ ثلاث حصص	الدرس ٢-٦ ثلاث حصص
حل المعادلات الخطية بيانيًا	معدّل التغير والميل	المتتابعات الحسابية كدوال خطية
• حل المعادلات بيانيًا. • تقدير حل المعادلة بيانيًا.	• استعمال معدّل التغير لحل المسائل • إيجاد ميل مستقيم	• تعرف المتتابعات الحسابية. • تمثيل المتتابعات الحسابية بدوال خطية.
الدوال الخطية الدالة المولدة (الأم) الجذر الأصفار	معدّل التغير الميل	المتتابعة الحدّ المتتابعة الحسابية الأساس
		ص (٨٠)
• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٨) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٢١) فوق • كتاب التمارين ص(١٢) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٢٢) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٢٥) فوق • كتاب التمارين ص(١٣) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٢٦) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٢٨) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٢٩) فوق • كتاب التمارين ص(١٤) دون ضمن فوق
تسجيل مرئي، ص (٦٥)	السبورة التفاعلية، ص (٧١)	مدونة، ص (٧٧)
ص (٦٤ ، ٦٧)	ص (٧١، ٧٢ ، ٧٤)	ص (٧٦ ، ٧٨ ، ٨٠)

التقويم الختامي
- اختبار الفصل ص (٨١)

الفصل ٢ التقويم والمعالجة

	التشخيص	المعالجة
التقويم التشخيصي	**بداية الفصل ٢**	
	التهيئة للفصل ٢ ، ص (٤٣)	مخطط المعالجة، ص (٤٢ جـ)
	بداية كل درس	
	فيما سبق، والآن، لماذا؟	مراجعة المفاهيم والمهارات الأساسية مع الطلاب
التقويم التكويني	**خلال كل درس وبعده**	
	تحقق من فهمك، لكل مثال	تدريبات المهارات، الفصل ٢
	تأكد	تنويع التعليم
	مسائل مهارات التفكير العليا	تنويع الواجبات المنزلية
	مراجعة تراكمية	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٢
	أمثلة إضافية	www.obeikaneducation.com
	تنبيه!	
	الخطوة ٤، التقويم	
	الاختبارات القصيرة ، ص (٣٠، ٣١)	
	www.obeikaneducation.com	
	منتصف الفصل	
	اختبار منتصف الفصل، ص (٣٢)	تدريبات المهارات، الفصل ٢
	www.obeikaneducation.com	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٢
		www.obeikaneducation.com
	نهاية الفصل	
	اختبار الفصل، ص (٨١)	تدريبات المهارات، الفصل ٢
	www.obeikaneducation.com	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٢
		www.obeikaneducation.com
التقويم الختامي	**بعد انتهاء الفصل ٢**	
	اختبار الفصل، النماذج ١، ٢أ، ٢ب ، ص (٣٤-٣٩)	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٢
	اختبار الفصل، النموذج ٣ ، ص (٤٠، ٤١)	www.obeikaneducation.com
	اختبار المفردات ، ص (٣٣)	
	اختبار الفصل ذو الإجابة المطولة ، ص (٤٢)	
	اختبار تراكمي ، ص (٤٣-٤٥)	
	www.obeikaneducation.com	

كتاب الطالب | دليل المعلم | مصادر المعلم للأنشطة الصفية | دليل التقويم | شبكة الإنترنت

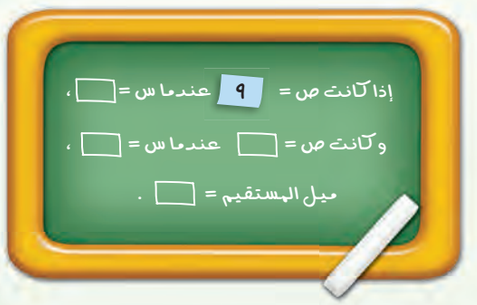
الفصل ٢

تنويع التعليم

البديل ١ جميع المستويات دون ضمن فوق

المتعلمون البصريون والمكانيون: زوّد الطلاب بأربعة ماصات عصير، صمغ، لوح إعلانات وأوراق مربعات. واطلب إليهم أن يلصقوا الماصات على أوراق المربعات ويثبتوها على لوحة الإعلانات لتمثيل حالات يكون فيها ميل المستقيم موجبًا أو سالبًا، أو صفرًا أوغير مُعرّف. واطلب إليهم أيضًا أن يجدوا نقطتين على كل مستقيم ويجدوا ميل كل مستقيم منها.

الطلاب الحركيون اكتب الجمل الآتية على السبورة، وارسم أربعة مستطيلات كما في الشكل الآتي:



اكتب الأعداد الصحيحة (١ – ٩)، واسأل أحد الطلاب أن يلصق عددًا صحيحًا مكونًا من منزلة أو منزلتين في كل مستطيل. ثم يكتب طلاب الصف ميل المستقيم المار بالنقطتين ومعادلته.

افترض قيمة لميل المستقيم واجعل قيمة س أو قيمة ص مجهولة في إحدى النقاط، ثم اطلب من الطلاب إيجاد قيمة المجهول.

البديل ٢ دون المتوسط دون

وزع الطلاب في مجموعات ثلاثية بحيث يكتب أحدهم عددًا (الحد الأول في المتتابعة) وقيمة للأساس «د»؛ ويستعمل طالب آخر الآلة الحاسبة لإضافة العدد «د» (الأساس) ٦ مرات. كن متأكدًا من استمرار الطالب الثاني بالعمل ببطء ليتمكن الطالب الثالث من تسجيل كل مجموع ظاهر على شاشة الآلة الحاسبة. واطلب إلى المجموعة كتابة صيغة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني في المتتابعة التي كوّنها، ثم اطلب إليهم تبادل الأدوار وكرِّر النشاط.

البديل ٣ فوق المتوسط فوق

اطلب إلى مجموعات صغيرة من الطلاب استعمال ميزان و٤ مجموعات متماثلة من عبوّات العصير؛ بحيث تحتوي كل مجموعة على عدد مختلف من هذه العبوات المربوطة معًا حتى توزن عبوة واحدة على حدة، وسجل عدد العبوات «ن» في كل مجموعة. وبعد ذلك يجد الطلاب وزن إحدى المجموعات وتوقّع الوزن «و» لكل المجموعات الأخرى.

كيف يفكر الطلاب في علاقة ذلك بالمعادلة: و = ك ن؟ انظر أعمال الطلاب.

ماذا يمثل ك؟ وزن كل عبوة عصير.

الفصل ٢ المحتوى الرياضي

الترابط الرأسي

ما قبل الفصل ٢

مواضيع سابقة قبل الصف الثالث المتوسط

- تعيين النقاط في المستوى الإحداثي وكتابتها باستعمال الأزواج المرتبة.
- تبسيط العبارات العددية.
- تمثيل العلاقات بين الكميات بيانيًا.
- استعمال العمليات لحل المسائل المتضمنة أعدادًا نسبية.
- حل المعادلات الخطية.

الفصل ٢

مواضيع من الصف الثالث المتوسط

- استعمال التحويل، والتخمين جبريًا، وجدوليًا، وبيانيًا، ولفظيًا لوصف الدوال الخطية.
- تفسير معنى المقطعين السيني والصادي في مسائل باستعمال البيانات، أو التمثيل الرمزي، أو التمثيل البياني.
- تحديد المقطعين السيني والصادي في التمثيل البياني للدوال الخطية وتحديد أصفارها من التمثيلات البيانية، والجداول، والتمثيلات الجبرية.
- البحث عن الأنماط وتمثيل تعميماتها جبريًا.
- تطوير مفهوم الميل لمعدل التغير وتحديد الميل من التمثيلات البيانية، والجداول، والتمثيلات الجبرية.
- تفسير معنى الميل بحسب الموقف باستعمال البيانات، والتمثيلات الرمزية أو البيانيّة.

ما بعد الفصل ٢

الإعداد للمرحلة الثانوية

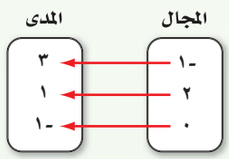
- استعمال خصائص الدوال وتطبيقاتها لحل المسائل.
- تعرف المجال والمدى لبيانات متصلة أو منفصلة وتحديد المنطقي منها.
- حل أنظمة المعادلات.

ملخص الدروس

٢-١ العلاقات

يمكن تمثيل العلاقة بيانيًا أو في صورة مجموعة أزواج مرتبة (س، ص)، أو جدول، أو مخطط سهمي أو تمثيل بياني.

- يُدْرِج المخطط السهمي قيم س في المجال وقيم ص في المدى. ويُرسمُ سهم من قيم س في المجال إلى قيم ص المناظرة لها في المدى.
- يحتوي المجال قيم المتغير المستقل، أما المدى فيحتوي قيم المتغير التابع.



- توضع مجموعة قيم س في أول عمود في الجدول وقيم ص المناظرة لها في العمود الثاني من الجدول.
- يحتوي المستوى الإحداثي على محورين: أفقي (محور السينات)، ورأسي (محور الصادات). ونقطة تقاطع المحورين هي نقطة الأصل.

٢-٢ الدوال

الدالة هي علاقة بين المدخلة والمخرجة، على أن ترتبط كل مدخلة بمخرجة واحدة فقط.

- تُسمى مجموعة قيم المدخلات بمجال الدالة، ومجموعة قيم المخرجات بالمدى.
- يستعمل اختبار الخط الرأسي للتحقق من أن التمثيل البياني يمثِّل دالة، وذلك عندما لا يقطع أي خط رأسي الشكل أكثر من مرة واحدة.
- يتكون التمثيل البياني للدالة المنفصلة من نقاط غير متصلة ببعضها. على حين يشكِّل التمثيل البياني للدالة المتصلة خطًا أو منحنى دون انقطاع.
- إذا مثّلت س الكمية المستقلة في الدالة (عناصر المجال) فإن د (س) تمثل الكمية التابعة (عناصر المدى).

المعادلات الخطية

٢-٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

يمكن كتابة المعادلات الخطية على الصورة القياسية: أس+ ب ص= جـ ، وتعتبر المعادلة خطية إذا أمكن كتابتها بالصورة القياسية، وذلك بتطبيق خصائص المساواة. ويكون لتمثيل الدالة الخطية مقطعًا سينيًّا واحدًا (حيث يقطع التمثيل محور السينات) على الأكثر ومقطعًا صاديًّا واحدًا (حيث يقطع التمثيل محور الصادات). ويمكن إيجاد هذين المقطعين بالتعويض عن أيٍّ من س أو ص بصفر. وعند تمثيل هاتين النقطتين ورسم المستقيم المار بهما، تكون جميع الأزواج المرتبة التي تقع على المستقيم حلولًا للمعادلة. وتُسمى قيم س والتي تكون ص = ٠ عندها أصفار المعادلة. فالصفر هو المقطع السيني.

٢-٤ حل المعادلات الخطية بيانيًّا

حل المعادلة أو جذرها هو القيمة التي تجعل المعادلة صحيحة. ويكون للمعادلة الخطية إما جذر واحد أو لا يوجد لها جذور.

ويمكن إيجاد جذر المعادلة الخطية بتمثيل المعادلة المرتبطة بالدالة.

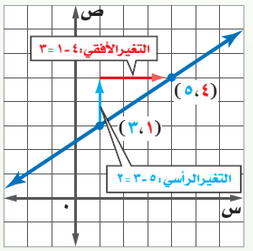
- لإيجاد الدالة المرتبطة، ضع جميع الحدود غير الصفرية في أحد طرفي المعادلة والصفر في الطرف الآخر، ثم استبدل الصفر بـ د(س). فمثلًا إذا كانت ٣س+ ٤= ٠ فإن الدالة هي ٣س+ ٤= د(س).
- لتمثيل الدالة، كوّن جدولاً للقيم.
- عندما يكون التمثيل البياني للدالة خطًّا أفقيًّا لا يقطع محور السينات، فليس هناك أصفار للدالة.
- عندما يكون التمثيل خطًّا يقطع محور السينات، فهناك حل واحد، وهو قيمة المقطع السيني. ويُسمى أيضًا صفر الدالة.
- وعندما لا يكون المقطع السيني عددًا كليًّا، فيمكن عمل تقدير، والتحقق منه باستعمال الجبر.

٢-٥ معدّل التغير والميل

معدّل التغير: هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة إلى تغير كمية أخرى. ويمكن استعمال الميل لوصف معدّل التغير.

وميل المستقيم هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي، ويمكن التعبير عنه بطرق عدة.

- م = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$



يمكن ملاحظة ذلك من المستقيمات الممثلة بيانيًّا، ويطبق على نحوٍ جيد عندما يكون التغير لكل من فرق الصادات وفرق السينات عددًا كليًّا.

- م = $\frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$

تظهر هذه الصيغة الجبرية الميل م باستعمال إحداثيات نقطتين على المستقيم (س$_١$ ، ص$_١$)، (س$_٢$، ص$_٢$). ويمكنك استعمال هذه الصيغة لتحديد ميل مستقيم دون تمثيله بيانيًّا إذا عُلمت إحداثيات نقطتين يمر بهما.

٢-٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

المتتابعة هي مجموعة مرتبة من الأعداد. ويسمى كل عدد منها حدًّا.

- إذا زادت قيم حدود متتابعة أو نقصت بمعدل ثابت فإنها تُسمى متتابعة حسابية.
- يُسمّى الفرق بين أي حدّين متتاليين في المتتابعة الحسابية الأساس، ويُرمز إليه بالرمز «د».
- يمكن إيجاد أي حد في المتتابعة الحسابية بإضافة الأساس إلى الحد السابق له.

وتُستعمل الصيغة أ$_ن$= أ$_١$+(ن– ١) د، لإيجاد أي حد في المتتابعة الحسابية.

وهذا يعني أنه لإيجاد حد ما، عليك إيجاد الحد الأول «أ$_١$» ثم تضيف إليه حاصل ضرب الأساس بقيمة (ن–١) (حيث ن رتبة هذا الحد) .

مشروع الفصل

تكاليف دخول متنزهات الترفيه

يستعمل الطلبة ما تعلموه عن المعادلات الخطية ومعدلات التغير والمتتابعات الحسابية لإيجاد قيمة تكاليف الدخول إلى متنزهات الترفيه.

- اطلب إلى كل طالب أن يُسمي متنزه الترفيه المفضل لديه. واطلب إليهم أن يقدروا تكلفة دخوله في هذا العام، وقبل ٥ سنوات، ثم قبل ١٠ سنوات.
- قسم الطلاب إلى مجموعات، واطلب إليهم كتابة معادلة لكل متنزه تظهر العلاقة بين تكلفة الدخول في هذا العام (ص) وعدد الزوار (س) الذين دخلوا هذا المتنزه. واطلب إليهم تمثيل كل معادلة بيانيًّا، وذلك بتكوين جدول. وتحديد تكلفة دخول كل فرد في المجموعة إلى المتنزه.
- اطلب إلى كل مجموعة كتابة نسب تصف معدّل التغير في تكاليف الدخول في الفترة الواقعة بين خمس سنوات مضت وهذه السنة، ومعدّل التكاليف الواقعة بين السنوات العشر الماضية وهذه السنة، والواقعة بين السنوات العشر والخمس الماضية، وهل كان معدّل التغير خطيًّا؟ وكيف توصلوا لذلك؟
- اطلب إلى الطلاب في كل مجموعة اختيار متنزه من بين مجموعة المتنزهات السابقة وكتابة متتابعة حسابية لكتابة علاقة، تربط بين عدد مرات الدخول في المتنزه وعدد الساعات التي أمضوها في ذلك. ثم اطلب إليهم كتابة معادلة الحد النوني للمتتابعة التي وضعوها.

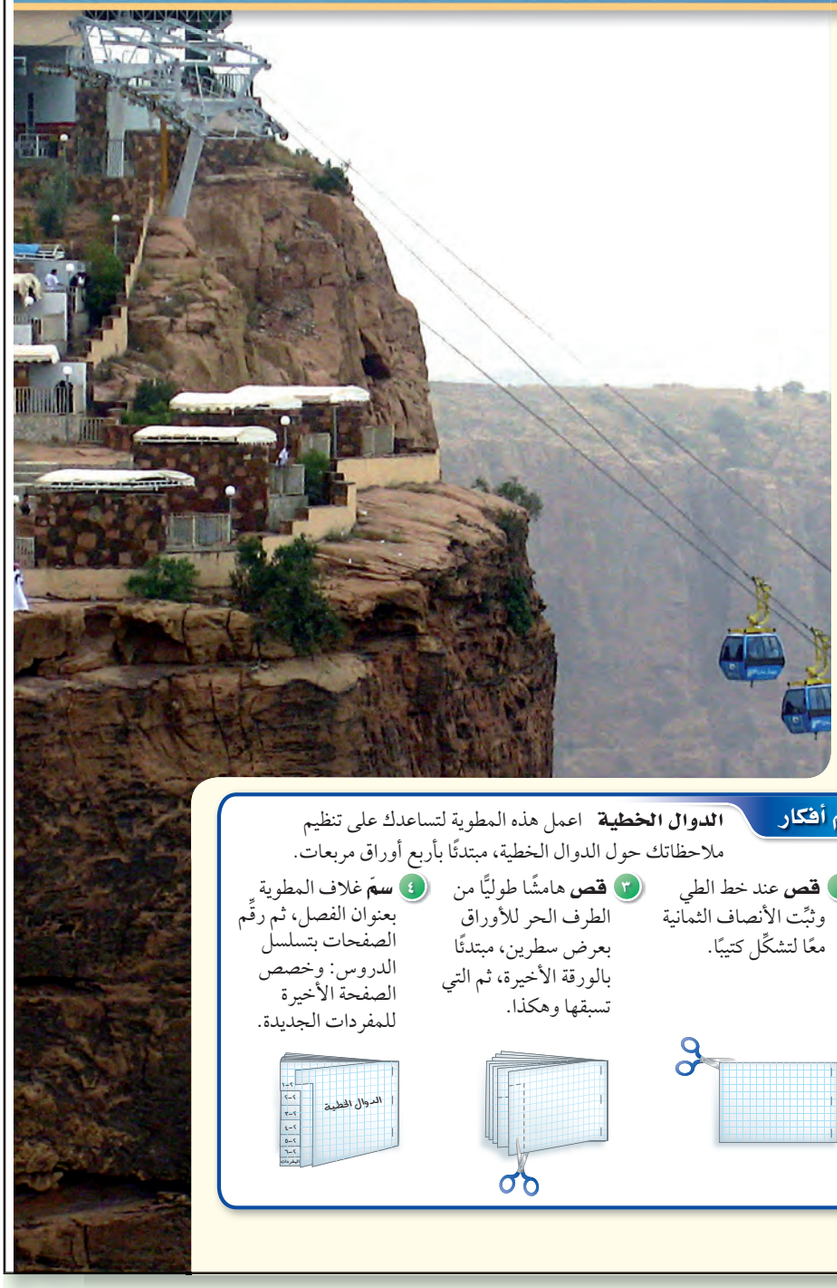
المفردات قدِّم مفردات الفصل باستعمال النمط الآتي:

التعريف: الحد هو عدد أو متغير أو حاصل ضرب أو قسمة أعداد ومتغيرات.

مثال: $٢س^{٢} + ٦س + ٥$، بما أن كل جزء من هذه العبارة يحتوي أعدادًا أو أعدادًا ومتغيرات تقع بين إشارات العمليات الحسابية فإن كلاً منها يُسمى حدًّا.

اسأل: كم حدًّا مختلفًا يوجد في هذه العبارة؟ ثلاثة

الدوال الخطية



فيما سبق

درستُ حل المعادلات الخطية جبريًّا.

والآن

- أمثل العلاقات والدوال.
- أميز المعادلة الخطية، وأُحدد مقطعيها السيني والصادي.
- أمثل المعادلات الخطية بيانيًّا وأكتبها.
- استعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أتعرف المتتابعات الحسابية كدوال خطية.

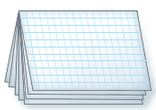
لماذا؟

متنزهات: يعدُّ متنزه الحبلة في منطقة عسير من أهم مناطق الجذب السياحي في بلادنا. إذا كان عدد زواره يزداد سنويًّا بصورة ثابتة تقريبًا، فيمكن تمثيل ذلك بدالة خطية تصف معدل تغير عدد الزوار بالنسبة للزمن.

المطويات منظم أفكار

الدوال الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول الدوال الخطية، مبتدئًا بأربع أوراق مربعات.

١ **اطو** كل ورقة إلى نصفين من أعلى إلى أسفل.



٢ **قص** عند خط الطي وثبِّت الأنصاف الثمانية معًا لتشكِّل كتيبًا.

٣ **قص** هامشًا طوليًّا من الطرف الحر للأوراق بعرض سطرين، مبتدئًا بالورقة الأخيرة، ثم التي تسبقها وهكذا.

٤ **سمِّ** غلاف المطوية بعنوان الفصل، ثم رقِّم الصفحات بتسلسل الدروس: وخصص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة.

المطويات منظم أفكار

غرضها: يكتب الطلاب ملاحظاتهم عن الدوال الخطية عند ورودها في كل درس من دروس هذا الفصل.

وظيفتها: اطلب إلى الطلاب تكوين مطوياتهم وتسميتها كما عُرضت. وكتابة ملاحظاتهم في الصفحة المناسبة كلما أنهوا درسًا في هذا الفصل. ولاحظ أن الصفحة الأخيرة في المطوية تستعمل لكتابة المفردات الجديدة في الفصل.

لذا شجع طلابك على كتابة فقرات وصفية قصيرة عن كل درس، وتمثيل الأمثلة بيانيًّا.

وقت استعمالها: شجع الطلاب على أن يستمروا في إضافة ملاحظاتهم إلى مطوياتهم خلال دراستهم الفصل، واستعمالها استعدادًا لاختبار الفصل.

تنويع التعليم

نموذج بناء المفردات، ص (٢٨).

يكمل الطلاب هذا النموذج بكتابة تعريف كل مفردة جديدة تظهر لهم في أثناء دراسة الفصل أو مثال عليها، ويستفيدون من ذلك في أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

التهيئة للفصل ٢

تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من فهمك للمهارات السابقة الضرورية :

البديل الأول

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

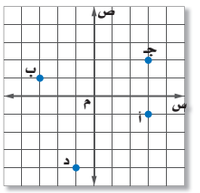
اختبار سريع

مثِّل كل زوج مرتب مما يأتي في المستوى الإحداثي:

١-٣ انظر ملحق الإجابات

١) (-٢، ١) ٢) (٣، ٠) ٣) (٠، ٦)

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي:



٤) أ ٥) ب

٦) جـ ٧) د

٤) (٣، -١) ٥) (-٣، ١)

٦) (٣، ٢) ٧) (-١، -٤)

حل كلاً من المعادلات الآتية :

٨) ٢س = ٨ ٤ ٩) س + ١ = ٦ ٥

١٠) س - ١ = ٥ ٦ ١١) $\frac{١}{٣}$ س = ١ ٣

١٢) ٢س + ٤ = ٠ -٢ ١٣) س + ٢ = ٢س ٢

أوجد قيمة $\frac{أ - ب}{جـ - د}$ لكل مجموعة من القيم الآتية:

١٤) أ = ٧، ب = ٦، جـ = ٩، د = ٥ $\frac{١}{٤}$

١٥) أ = -٣، ب = ٠، جـ = ٣، د = -١ $-\frac{٣}{٤}$

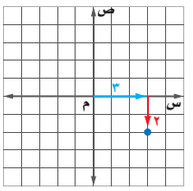
١٦) أ = -٥، ب = -٥، جـ = ٥، د = ٨ ٠

١٧) أ = -٦، ب = ٣، جـ = ٨، د = ٢ $-\frac{٣}{٢}$

مراجعة سريعة

مثال ١

مثِّل النقطة (٣ ، -٢) في المستوى الإحداثي:



مثال ٢

حل المعادلة: ٣س = ٩ .

٣ س = ٩	المعادلة الأصلية
$\frac{١}{٣} \times$ ٣س = $\frac{١}{٣} \times$ ٩	اضرب كلا الطرفين في العدد $\frac{١}{٣}$
س = ٣	بسط

مثال ٣

احسب $\frac{أ - ب}{جـ - د}$ إذا كانت أ = ٣، ب = ٥، جـ = -٢، د = -٦.

$\frac{أ - ب}{جـ - د}$	العبارة الأصلية
= $\frac{٣ - ٥}{-٢ - (-٦)}$	عوض قيم أ ، ب ، جـ ، د
= $\frac{-٢}{٤}$	بسط
= $\frac{-٢ \div ٢}{٤ \div ٢}$	اقسم -٢، ٤ على ق.م.أ. لهما ويساوي٢
= $\frac{-١}{٢}$ أو $-\frac{١}{٢}$	بسط ، بما أن الإشارتين مختلفتان، لذا فناتج القسمة سالب

البديل الثاني

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com .

المعالجة

استعمل نتائج اختبار التهيئة ومخطط المعالجة أدناه لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب، كما تساعدك العبارة «إذا ... فقم» في المخطط أدناه على تحديد المستوى المناسب، وتقترح مصادر لكل مستوى.

مخطط المعالجة

المستوى ١	ضمن المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب فيما لايزيد على ٢٥٪ تقريبًا من التمارين.
فقم	بمراجعة تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي، وحل المعادلات الخطية، وحساب قيم العبارات الجبرية.
	وزيارة الموقع: www.obeikaneducation.com

المستوى ٢	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب في ٥٠٪ من التمارين.
فقم	بتحديد أخطائهم، وابنِ أنشطة علاجية لذلك.
	وزيارة الموقع: www.obeikaneducation.com

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٢ - ١

حل معادلات بمتغير واحد أو بمتغيرين.

الدرس ٢ - ١

تمثيل العلاقات.

تفسير التمثيلات البيانية للعلاقات.

ما بعد الدرس ٢ - ١

وصف الدوال الخطية جبريًّا، ولفظيًّا، وبيانيًّا، وجدوليًّا.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثمَّ اسأل:

- ماذا يحصل للضغط على جسمك في أثناء الغوص عميقًا في المحيط؟ يزداد
- هل يعتمد الضغط على العمق أم يعتمد العمق على الضغط؟ الضغط يعتمد على العمق.
- ما المتغير التابع في رأيك؟ ض (الضغط).

وما المتغير المستقل؟ ع (العمق)

العلاقات

لماذا؟

كلما تعمقت في المحيط زاد الضغط على الجسم لكثرة الماء من فوقك. فجاذبية الأرض تجذب الماء إلى الأسفل مما يسبب ضغطًا أكبر. والمعادلة ض= ث ت ع تربط ضغط الماء الكلي بالعمق. علمًا بأن:

ض= الضغط ث= كثافة الماء

ت= تسارع الجاذبية الأرضية ع= عمق الماء

(علمًا بأن ث ، ت ثوابت)

فيما سبق

درستُ حل المعادلات بمتغير أو بمتغيرين.

والآن

- أمثل العلاقات.
- أفسر التمثيل البياني للعلاقات.

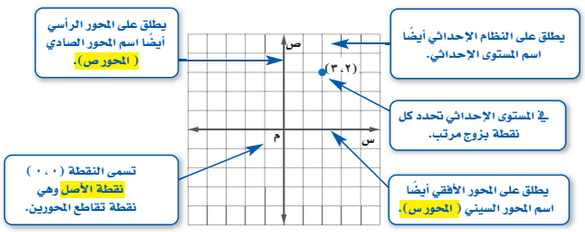
المفردات

النظام الإحداثي
المحور س
المحور ص
نقطة الأصل
الزوج المرتب
الإحداثي السيني
الإحداثي الصادي
العلاقة
المخطط السهمي
المجال
المدى
المتغير المستقل
المتغير التابع

obeikaneducation.com

تمثيل العلاقة: يمكن تمثيل العلاقة التي تربط بين العمق والضغط الناتج بخط مستقيم في مستوى إحداثي.

النظام الإحداثي يتكون من تقاطع خطَّي أعداد، هما: المحور الأفقي والمحور الرأسي.

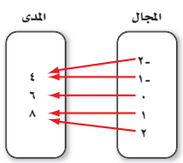


تُمثل النقط على المستوى الإحداثي باستعمال الأزواج المرتبة.

- **الزوج المرتب** عددان يكتبان على الصورة (س، ص).
- تُسمى قيمة س **بالإحداثي السّيني**، وتمثل المسقط الأفقي للنقطة.
- تسمى قيمة ص **بالإحداثي الصّادي** وتمثل المسقط الرأسي للنقطة.

تُسمى مجموعة الأزواج المرتبة **علاقة**، ويمكن وصف هذه العلاقة بعدة طرائق: أزواج مرتبة، تمثيل بياني، جدول، مخطط سهمي .

ويوضح **المخطط السهمي** كيف ترتبط عناصر المجال بالمدى.
ويطلق على مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة **المجال**، وعلى مجموعة الأعداد الثانية **المدى** .
والمخطط السهمي المجاور يمثل الأزواج المرتبة:
(-٢، ٤)، (-١، ٤)، (٠، ٦)، (١، ٨)، (٢، ٨)



مصادر الدرس ٢ - ١

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم		• تنويع التعليم ص (٤٨)	• تنويع التعليم ص (٤٨ ، ٤٩)
كتاب التمارين	ص (٩)	ص (٩)	ص (٩)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٦) • تدريبات حل المسألة، ص (٨) • كتاب التمارين، ص (٩)	• تدريبات حل المسألة، ص (٨) • كتاب التمارين، ص (٩)	• تدريبات حل المسألة، ص (٨) • التدريبات الإثرائية، ص (٩) • كتاب التمارين، ص (٩)

تمثيل العلاقة

المثال ١ يبين طريقة تمثيل العلاقة بجدول وبيانيًّا وبالمخطط السهمي.

المثال ٢ يبين طريقة تحديد المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة في العلاقة.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

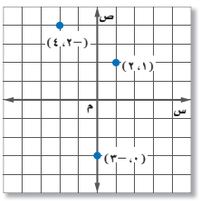
إرشادات للدراسة

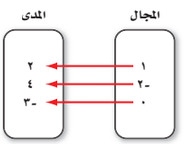
التمثيلات المتعددة:
يخدم كل تمثيل للعلاقة الواحدة غرضًا مختلفًا. فالتمثيل البياني يبين النمط بين النقاط. ونستدل من المخطط السهمي على ارتباط عدة عناصر بالعنصر نفسه.

ادرس التمثيلات الآتية التي تمثل العلاقة نفسها:

أزواج مرتبة	جدول	تمثيل بياني	مخطط سهمي
(١، ٢)			
(-٢، ٤)			
(٠، -٣)			

س	ص
١	٢
-٢	٤
٠	-٣





بما أن قيم س في العلاقة هي عناصر المجال، وقيم ص هي عناصر المدى، فإن المجال في العلاقة أعلاه هو: {-٢، ٠، ١}، والمدى هو: {-٣، ٢، ٤}.

إرشادات للدراسة

العناصر المكررة:
عند تمثيل العلاقة بجدول تكتب العناصر المكررة في المجال أو المدى، ولا تكتب مكررة عند التمثيل بالمخطط السهمي.

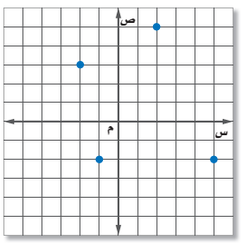
مثال ١ تمثيلات العلاقة

أ) مثِّل العلاقة {(٢، ٥)، (-٢، ٣)، (٥، -٢)، (-١، -٢)} بجدول، وبيانيًّا، وبمخطط سهمي.

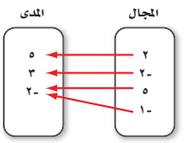
الجدول:
اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

س	ص
٢	٥
-٢	٣
٥	-٢
-١	-٢

التمثيل البياني
ارسم كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.



المخطط السهمي
ضع قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم أسهمًا من قيم س في المجال إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.



ب) حدد كلًّا من مجال العلاقة ومداها.
المجال هو: {-٢، -١، ٢، ٥}، والمدى هو: {-٢، ٣، ٥}.

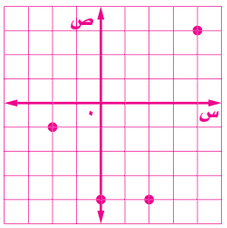
تحقق من فهمك
انظر الهامش
أ١) مثِّل العلاقة {(٤، -٣)، (٣، ٢)، (-٤، ١)، (٠، -٣)} بجدول، وبيانيًّا، وبالمخطط السهمي.

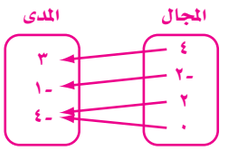
ب١) حدد كلًّا من: المجال والمدى. المجال= {-٤، ٠، ٣، ٤}، المدى= {-٣، ١، ٢}

مثال إضافي

١ **أ)** مثِّل العلاقة: {(٤، ٣)، (-٢، -١)، (٢، -٤)، (٠، -٤)} بجدول، وبيانيًّا، وبالمخطط السهمي.

س	ص
٤	٣
-٢	-١
٢	-٤
٠	-٤



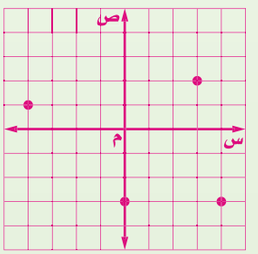


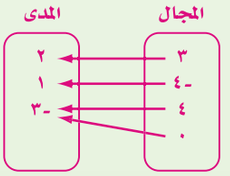
ب) حدد مجال العلاقة ومداها.
المجال = {-٢، ٠، ٢، ٤}
المدى = {-٤، -١، -٣}

إجابة تحقق من فهمك:

أ١)

س	ص
٤	-٣
٣	٢
-٤	١
٠	-٣





المحتوى الرياضي

المجال والمدى: يشير المجال إلى الإحداثيات السينية أو مدخلات العلاقة، بينما يشير المدى إلى الإحداثيات الصادية أو المخرجات. وتُكتب القيم المتكررة في المجال والمدى مرة واحدة فقط.

يسمى المتغير الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة **المتغير المستقل**، أما المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل فيسمى **المتغير التابع**.

مثال ٢ من واقع الحياة — المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة

حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

أ) مبيعات: **في مهرجان الجنادرية، يبيع أحد الأجنحة صورًا تذكارية. وكلما زادت المبيعات، زاد الدخل.**

عدد الصور متغير مستقل؛ لأنه لا يتأثر بالدخل الذي يحققه الجناح، أما الدخل فيكون متغيرًا تابعًا؛ لأن مقداره يعتمد على عدد الصور المبيعة.

ب) أكلات شعبية: **في مهرجان الجنادرية، يبيع أحد الأجنحة أكلات شعبية من المناطق السعودية المختلفة. وكلما زاد عدد زوّار الجناح زادت أرباحه.**

عدد الزوّار متغير مستقل؛ لأنه لا يتأثر بالأرباح التي يجنيها الجناح، أما الأرباح فتكون متغيرًا تابعًا؛ لأن مقدارها يعتمد على عدد زوّار الجناح.

الربط مع الحياة

مهرجان الجنادرية:
مهرجان الجنادرية مهرجان تراثي وثقافي كبير يقام في المملكة العربية السعودية سنويًّا منذ عام ١٤٠٥هـ، ويجمع بين الماضي والحاضر، ويجذب العديد من الزوار.

تحقق من فهمك

حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

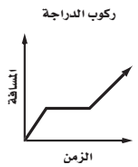
٢أ) يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة مع ازدياد درجة الحرارة. المتغير المستقل: درجة الحرارة، المتغير التابع: ضغط الهواء داخل الإطار.

٢ب) كلما قلت كمية المطر انخفض مستوى سطح الماء في النهر.
المتغير المستقل: كمية المطر، المتغير التابع: مستوى سطح الماء.

التمثيل البياني للعلاقات: يمكن تمثيل العلاقة دون تدريج المحورين. وتفسر هذه التمثيلات من خلال تحليل أشكالها.

مثال ٣ تحليل التمثيلات البيانية

يوضح التمثيل البياني المجاور المسافة التي قطعها سعد بدراجته الهوائية، صف هذا التمثيل.



تزداد المسافة بازدياد الزمن حتى يصبح الخط أفقيًّا. ثم يزداد الزمن مع بقاء المسافة ثابتة. مما يعني أن سعدًا قد توقف في هذه المرحلة ثم تابع ركوب الدراجة.

تحقق من فهمك

صف التمثيل البياني في كل مما يأتي:

٣أ)

يشير التمثيل إلى فترتي توقف للحافلة، وأن الحافلة كانت سريعة في أول فترة ثم تباطأت.

٣ب)

يزداد الدخل الكلي بازدياد الوقت ولكن ليس بمعدل ثابت.

مثال إضافي

٢ عيّن كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

أ) طقس: يزداد معدل كمية الكهرباء المستهلكة في الأيام الحارة بازدياد معدل درجة الحرارة اليومي، ويقل بنقصانها. المتغير المستقل درجة الحرارة، أما المتغير التابع فكمية الكهرباء المستهلكة.

ب) السعرات الحرارية: يزداد عدد السعرات الحرارية المحروقة بزيادة عدد الدقائق التي تمشي بها. المتغير المستقل: الزمن، والمتغير التابع: عدد السعرات الحرارية المحروقة.

التمثيل البياني للعلاقة

المثال ٣ يبين طريقة تحليل التمثيلات البيانية وتفسيرها.

مثال إضافي

٣ يوضح التمثيل البياني درجات الحرارة في غرفة في أحد أيام الشتاء. صف ماذا يحدث في التمثيل البياني.

إجابة ممكنة: تزداد الحرارة بعد تشغيل نظام التدفئة، ثم تتذبذب صعودًا وهبوطًا بسبب منظم الحرارة. وفي النهاية تهبط الحرارة عندما يُطفأ نظام التدفئة.

تأكد

١-٢ انظر ملحق الإجابات

مثال ١ مثِّل كل علاقة فيما يأتي بجدولٍ ، وبيانيًّا، وبمخططٍ سهمي، ثم حدد كلًّا من مجالها ومداها:

١) {(٤، ٣)، (−٢، ٢)، (٥، −٦)}

٢) {(٥، −٧)، (−١، ٤)، (٠، −٥)، (−٢، ٣)}

مثال ٢ حدد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلِّ علاقة فيما يأتي: ٣-٥ انظر الهامش.

٣) زيادة درجة حرارة مُركَّب داخل وعاء محكم الإغلاق يزيد من الضغط داخل الوعاء.

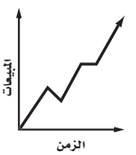
٤) يشتري جمال بطاقات له ولأصدقائه لدخول حديقة الحيوان، وكلما اشترى بطاقات أكثر كان المبلغ المدفوع أكبر.

٥) يجري محل تجاري تنزيلات على سلعة. وكلما ازدادت المبيعات كان ربحه أكثر.

مثال ٣ صف كلًّا من التمثيلين البيانيين الآتيين:

٦) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات شركة عبر الإنترنت.

٦) بصورة عامة تزداد المبيعات بثبات، مع وجود فترتين تتناقص المبيعات في إحداها وتبقى ثابتة في الأخرى.



٧) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها ياسر في أثناء الجري. انظر الهامش.

تدرب وحل المسائل

٨-١١ انظر ملحق الإجابات.

مثال ١ مثِّل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانيًّا، وبمخطط سهمي ، ثم حدد كلًّا من مجالها ومداها:

٨) {(٠، ٠)، (−٣، ٢)، (٦، ٤)، (−١، ١)}

٩) {(٥، ٢)، (٥، ٦)، (٣، −٢)، (٠، −٢)}

١٠) {(−١، ٣)، (٣، −٦)، (−١، −٨)، (−٣، −٧)}

١١) {(٤، −٣)، (١، ٣)، (٧، −٢)، (٢، −٢)، (٥، ١)}

مثال ٢ حدد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلِّ علاقة فيما يأتي:

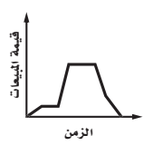
١٢) أقام النادي المدرسي غداءً مشتركًا، إذ يحضر كل عضو طبق طعام أو حلوى. وكلما ازداد عدد المشاركين، زادت كمية الطعام.

١٢-١٦) انظر الهامش

١٣) إذا قاد محمد سيارته بصورةٍ أسرع، فإنه يستغرق وقتًا أطول للوقوف التام.

مثال ٣ صف كل تمثيل بياني فيما يأتي:

١٤) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات محل للأدوات الرياضية.



١٥) يوضح التمثيل البياني أدناه قيمة لوحة فنية نادرة.

١٦) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعتها سيارة.

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٧ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

إجابات:

٣) المتغير المستقل: درجة حرارة المُركّب. والمتغير التابع: الضغط داخل الوعاء.

٤) المتغير المستقل: عدد بطاقات الدخول. والمتغير التابع: المبلغ المدفوع.

٥) المتغير المستقل: المبيعات. والمتغير التابع: الربح.

٧) بدأ ياسر بالجري، ثم توقف لفترة زمنية قصيرة، ثم تابع بالسرعة نفسها. وأخيرًا خفّفَ من سرعته قليلًا.

١٢) المتغير المستقل: عدد الطلاب الذين حضروا الغداء المشترك. المتغير التابع: كمية الطعام في الغداء المشترك.

١٣) المتغير المستقل: سرعة السيارة. المتغير التابع: الزمن اللازم لتقف السيارة.

١٤) يشير التمثيل البياني إلى زيادة مبيعات الأدوات الرياضية، ثم ثباتها لفترة، ثم زيادتها بصورة حادة، ثم ثباتها مرة أخرى، ثم نقصانها بحدة، ثم يستمر نقصانها تدريجيًّا إلى أن عادت إلى مستوى المبيعات في بداية التمثيل البياني.

١٥) تزداد قيمة اللوحة بسرعة عالية.

١٦) تحركت السيارة ثم توقفت، ثم تحركت بسرعة، بعدها توقفت السيارة للمرة الثانية، ثم واصلت الحركة.

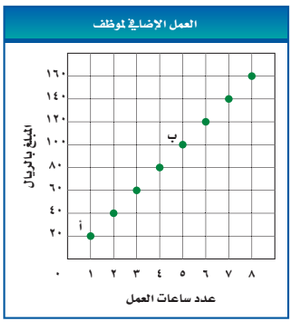
تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٨-١٦ ، ٣٢ ، ٣٤ – ٤٠
ضمن ضمن المتوسط	٩-٢٧ فردي ، ٢٨-٣٢ ، ٣٤-٤٠
فوق فوق المتوسط	١٧-٤٠

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: كوّن اختبارًا قصيرًا من عدة عبارات (مثل ٦ × ٥ − ٤ ÷ ١)؛ لتحدد مدى فهم الطلاب لترتيب العمليات. ويمكنك إجراء ذلك على السبورة أو بالحاسوب. واطلب إلى الطلاب إجراء العمليات بالترتيب: الأولى والثانية، إلخ.... ويمكنك تطوير مفتاح الإجابة (جـ للجمع، ط للطرح، ض للضرب، ق للقسمة) إذ يمكّنك ذلك من تتبع عدد الطلاب الذين فهموا ترتيب العمليات.

استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ١٧ – ١٩:

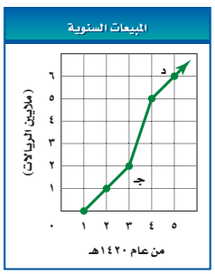


١٧) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ، وبيّن ماذا يمثل.
(١، ٢٠)؛ يحصل الموظف على ٢٠ ريالًا مقابل ساعة عمل إضافية واحدة.

١٨) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب، وبيّن ماذا يمثل.
(٥، ١٠٠)؛ يحصل الموظف على ١٠٠ ريال مقابل خمس ساعات عمل إضافية.

١٩) عيّن كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.
المتغير المستقل: عدد ساعات العمل الإضافية.
والمتغير التابع: المبلغ الذي يحصل عليه الموظف.

استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ٢٠ – ٢٢:



٢٠) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة جـ، وبين ماذا يمثل.
(٣، ٢) قيمة المبيعات عام ١٤٢٣ هـ كانت مليوني ريال.

٢١) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة د، وبين ماذا يمثل.
(٥، ٦) قيمة المبيعات عام ١٤٢٥ هـ ستة ملايين ريالات.

٢٢) عيّن كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.
المتغير المستقل: العام، والمتغير التابع: قيمة المبيعات السنوية

الربط مع الحياة

تعدُّ الأسماك الغذاء الرئيس لأكثر من بليون ونصف بليون إنسان في مختلف أنحاء العالم.

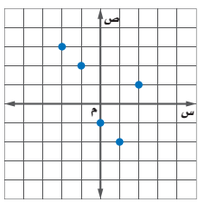
مثِّل كل علاقة فيما يأتي على صورة مجموعة من الأزواج المرتبة، وحدد كلًّا من مجالها ومداها:

٢٣)

أسعار السمك	
الوزن (كجم)	السعر (بالريال)
١	٢٥
٢	٥٠
٥	١٢٥
٨	١٥٠

{(١، ٢٥)، (٢، ٥٠)، (٥، ١٢٥)، (٨، ١٥٠)}
المجال: {١، ٢، ٥، ٨}
المدى: {٢٥، ٥٠، ١٢٥، ١٥٠}

٢٤)



{(−٢، ٣)، (−١، ٢)، (٠، −١)، (١، −٢)، (٢، ١)}
المجال: {−٢، −١، ٠، ١، ٢}
المدى: {−٢، −١، ١، ٢، ٣}

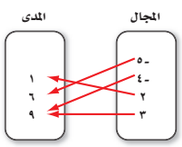
مثل كل علاقة فيما يأتي بمجموعة أزواج مرتبة:

٢٥)

س	ص
٤	−١
٨	٩
−٢	−٦
٧	−٣

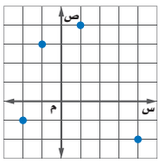
{(٤، −١)، (٨، ٩)، (−٢، −٦)، (٧، −٣)}

٢٦)



{(−٥، ٦)، (−٤، ٩)، (٢، ١)، (٣، ٩)}

٢٧)



{(٤، −٢)، (١، ٤)، (−١، ٣)، (−٢، −١)}

تنويع التعليم

ضمن فوق

اجتماعي: قد ترغب في إعطاء وقت إضافي في تقديم المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة؛ لأن استيعاب هذه المفاهيم يشكل أساسًا للعمل بالدوال مستقبلاً. لذا اطلب إلى الطلاب في السؤال ٣٢ كتابة حوارات متعددة من واقع الحياة بالمتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة، ثم العمل في مجموعات صغيرة للمقارنة بين المتغيرات والاختلافات بينها.

٢٨) **رياضة تنافسية:** بناءً على المعلومات المكتوبة إلى اليمين، أي التمثيلات الآتية هي أفضل تمثيل للسباق التنافسي الثلاثي؟ ولماذا؟ انظر الهامش.

التمثيل أ

التمثيل ب

التمثيل جـ

مثِّل كل موقف فيما يأتي بيانيًّا: ٢٩-٣٠ انظر الهامش.

٢٩) **سيارة:** تنخفض قيمة سيارة بصورة كبيرة في السنوات القليلة الأولى لإنتاجها.

٣٠) **رياضة:** يتنقل رياضي بين الجري والمشي خلال التدريب.

٣١) **علم الأحياء:** يحتوي جسم الشخص البالغ على ٢ كيلوجرام ماء تقريبًا لكل ٣ كيلوجرامات من كتلة جسمه. ويمكن تمثيل ذلك بالمعادلة و= ٢ (جـ/٣)، حيث تمثل (و) كتلة الماء في الجسم، وتمثل (جـ) كتلة الجسم. انظر ملحق الإجابات.

أ) كوّن جدولًا يوضح العلاقة بين كتلة الجسم وكتلة الماء لأشخاص كتلهم: ٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠ كيلوجرامًا، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا.

ب) حدّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

جـ) حدّد كلًّا من المجال والمدى، ثم مثِّل العلاقة بيانيًّا.

الربط مع الحياة

الرياضة الثلاثية رياضة تنافسية تتكون من ٣ مراحل: السباحة لمسافة ٢,٤ ميل، وقيادة الدراجة الهوائية لمسافة ١١٢ ميلًا، ثم الجري لمسافة ٢٦,٢ ميلًا. ويتضمن الزمن الكلي مجموع أزمان المراحل الثلاث.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٢) **مسألة مفتوحة:** صف موقفًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بعلاقة، وبيِّن كيف تعتمد إحدى الكميتين في العلاقة على الأخرى، ثم مثل هذه العلاقة بثلاث طرائق مختلفة. انظر ملحق الإجابات.

٣٣) **تحدَّ:** صف موقفًا من واقع الحياة يحتوي على عدد سالب في المجال أو في المدى. انظر أعمال الطلبة.

٣٤) **اكتب:** استعمل البيانات حول ضغط الماء الواردة في بداية الدرس لتوضيح الفرق بين المتغيرات المستقلة والتابعة. انظر ملحق الإجابات

تدريب على اختبار

٣٥) أي العبارات الآتية تكافئ العبارة: ٦(٣- جـ)+ ٢(١١- جـ)؟ جـ

أ) ٢(٢٠- جـ) ب) ٨(١٤- جـ) جـ) ٨(٥- جـ) د) ٤٠- جـ

مراجعة تراكمية

حل كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {١، ٢، ٣، ٤، ٥}: (الدرس ١-١)

٣٦) ٦(س + ٥)= ٤٢ ٢ ٣٧) ١٥ = س + ١١ ٤ ٣٨) ١٧= ٤٥/و + ٢ ٣

٣٩) حل المعادلة: | س - ٣ | = ٣. (الدرس ١-٥) ٠، ٦

٤٠) حل المعادلة ٣س = ٦س - ٦. (الدرس ١-٤) ٢

تنويع التعليم

فوق

توسع: اطلب إلى الطلاب تمثيل عمق الماء في بركة سباحة بيانيًّا في أثناء تعبئتها، وعند إغلاق الماء، وحال نزول شخص إلى البركة، ولحظة خروجه، ثم لدى تصريف الماء. وذكّرهم بتسمية محوري التمثيل البياني، وتابع التمثيلات البيانية للطلاب. انظر أعمال الطلاب، ويمكنهم تبادل الأشكال فيما بينهم ومناقشتها.

٤ التقويم

بطاقة مكافأة: اذكر للطلاب أن درجات الحرارة الفهرنهاتية لإحدى المدن على مدار خمسة أيام كانت: ٨١°، ٨٤°، ٨٦°، ٨٨°. واطلب إليهم تحديد المتغير المستقل والمتغير التابع على قطعة من الورق وتسليمها لك قبل مغادرتك الصف.

إجابات:

٢٨) التمثيل ب ؛ يشير إلى فترتي توقف يقوم بها الرياضي استعدادًا للحدث القادم.

٢٩) إجابة ممكنة:

٣٠) إجابة ممكنة:

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٢ - ١

دون دون المتوسط　　ضمن ضمن المتوسط　　فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (٦)　دون

الاسم _____ التاريخ _____

٢-١ تدريبات إعادة التعليم

العلاقات

تمثيل العلاقة: العلاقة هي مجموعة من الأزواج المرتبة، ويمكنك تمثيل العلاقة بطرائق عدة: الأزواج المرتبة، التمثيل البياني، الجدول، **المخطط السهمي**. والمخطط السهمي يوضح كيف ترتبط عناصر المجال بالمدى، ويطلق على مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة المجال، وعلى مجموعة الأعداد الثانية المدى.

مثال

أ) مثّل العلاقة: {(١، ١)، (٠، ٢)، (٣، −٢)} بجدول، وبيانيًا، وبمخطط سهميٍّ.

س	ص
١	١
٠	٢
−٢	٣

ب) حدِّد كلًّا من مجال العلاقة ومداها.

المجال هو: {١، ٠، ٣}، والمدى هو: {−٢، ١، ٢}.

تمارين

١) مثّل العلاقة: {(−٢، −١)، (٣، ٣)، (٤، ٣)} بجدول، وبيانيًا، وبمخطط سهميٍّ.

س	ص
−٢	٣
٣	٣
٤	٣

١ب) حدّد كلًّا من مجال العلاقة ومداها.

المجال هو: {−٢، ٣، ٤}؛ والمدى هو: {−١، ٣}

الصف، الثالث المتوسط　٦　الفصل ٢، الدوال الخطية

تدريبات حل المسألة (٨)　دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

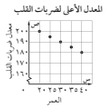
٢-١ تدريبات حلّ المسألة

العلاقات

١) **صحة،** إذا كان معدل ضربات القلب خلال التمارين الرياضية يقع بين ٥٠٪، ٧٥٪ من المعدل الأعلى لضربات قلبك. استعمل البيانات في الجدول أدناه لتمثيل المعدلات العليا لضربات القلب لأعمار معطاة لبعض الأشخاص:

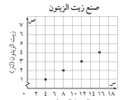
العمر بالسنوات	المعدل الأعلى لضربات القلب (ضربة/ الدقيقة)
٢٠	٢٠٠
٢٥	١٩٥
٣٠	١٩٠
٣٥	١٨٥
٤٠	١٨٠

المعدل الأعلى لضربات القلب



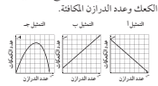
٢) **زيت الزيتون،** يُصنع زيت الزيتون من عصر حبات الزيتون باستعمال معاصر حديثة. ويوضح التمثيل أدناه عدد الكيلوجرامات من الزيتون اللّازمة لصنع كميات مختلفة من زيت الزيتون. عبّر عن العلاقة في صورة مجموعةٍ من الأزواج المرتبة.

صنع زيت الزيتون



{(٤، ١)، (٨، ٢)، (١٢، ٣)، (١٦، ٤)}

٣) **كمك،** حدّد التمثيل الذي يوضح العلاقة بين عدد قطع الكمك وعدد الدرازن المكافئة.



التمثيل ب

٤) **جمع البيانات،** جمعت مريم بيانات لتحدّد عدد الكتب التي تستعيرها طالبات صفّها من المكتبة كل أسبوع، وسجلت بياناتها في صورة مجموعة أزواج مرتبة. لتكن س عدد الكتب التي استعارتها الطالبات من المكتبة، ص عدد الطالبات اللّواتي استعرن س كتابًا. والعلاقة ممثلة بالمخطط السهمي.

أ) مثّل العلاقة في صورة مجموعة أزواج مرتبة.

{(١٠، ١٢)، (٨، ١)، (٢، ٢٣)، (٣، ٢٨)، (٤، ١١)، (٥، ١١)}

ب) ما مجال العلاقة؟

{١٠، ٢، ٣، ٤، ٥}

جـ) ما مدى العلاقة؟

{٨، ١١، ١٢، ٢٣، ٢٨}

الصف، الثالث المتوسط　٨　الفصل ٢، الدوال الخطية

التدريبات الإثرائية (٩)　فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٢-١ التدريبات الإثرائية

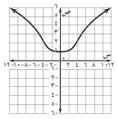
الدوال الفردية والزوجية

تعرف أن الأعداد قد تكون زوجيةً أو فرديةً، ويمكن أن تكون الدوال زوجيةً أو فرديةً أيضًا، ولكي تكون الدالة زوجيةً تكون متماثلة حول محور الصادات، وعندما تكون الدالة فرديةً، تكون متماثلةً حول نقطة الأصل. وهذا يعني أنه عند تدوير المنحنى حول نقطة الأصل بوصفها مركزًا للدوران، فإنه ينطبق على نفسه قبل أن يُكمل دورةً كاملةً.

الدالة ص = س^{٢} دالة زوجية　　الدالة ص = س^{٣} دالة فردية.

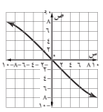
عند تدوير المنحنى ١٨٠° سينطبق الشكل على نفسه.

١) يبيّن الجدول أدناه أزواجًا مرتبةً لدالةٍ زوجيةٍ. مثّل النقط وارسم المنحنى، ثم أكمل الجدول.



س	−١٢	−٥	−١	١	٥	١٢
ص	٦	٣	١	١	٣	٦

٢) يبيّن الجدول أدناه أزواجًا مرتبةً لدالةٍ فرديةٍ. مثّل النقط وارسم المنحنى، ثم أكمل الجدول.



س	−١٠	−٤	−٢	٢	٤	١٠
ص	٨	٤	٢	−٢	−٤	−٨

الصف، الثالث المتوسط　٩　الفصل ٢، الدوال الخطية

كتاب التمارين (٩)　دون ضمن فوق

الفصل الثاني: الدوال الخطية

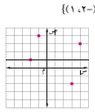
٢ - ١ العلاقات

١) مثّل العلاقة الآتية بجدول، وبيانيًا، وبمخطط سهمي، ثمّ حدد كلًّا من المجال والمدى:

{(٤، ٣)، (−١، ٤)، (٣، −٢)، (−٢، ١)}

س	ص
٤	٣
١−	٤
٣	٢−
٢−	١

الجدول



التمثيل البياني

المخطط السهمي

المجال = {−٢، −١، ٣، ٤}
المدى = {−٢، ١، ٣، ٤}

صف كلًّا من التمثيلين البيانيين الآتيين:

٢) يمثل التمثيل البياني أدناه ارتفاع موجة من (تسونامي) أثناء اقترابها من الشاطئ:

كلما اقترب تسونامي من الشاطئ ازداد ارتفاع الموجة أكثر فأكثر.

٣) يمثل التمثيل البياني أدناه إجابة طالب عن أسئلة الاختبار.

أجاب الطالب عن الأسئلة بثبات ثم توقف، وعاود الإجابة، ثم توقف ثانية، ثم عاود الإجابة.

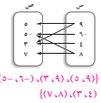
مثّل كل علاقة فيما يأتي على صورة مجموعة من الأزواج المرتبة:

٤)

س	ص
٠	٩
٨−	٣
٢	٦−
٤	١

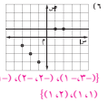
{(٠، ٩)، (−٨، ٣)، (٢، −٦)، (٤، ١)}

٥)



{(٩، ٥)، (٩، ٣)، (٦−، ١)، (٥−، ٤)، (٣، ٨)، (٧، ٧)}

٦)



{(٣−، ١)، (٢−، ٢)، (١−، ٣)، (١، ١)، (٢، ٢)}

٧) حدّد كلًّا من المجال والمدى للعلاقة الممثلة بيانيًا:

المجال = {−٣، −١، ٣، ٤}
المدى = {−١، ١، ٢، ٣}

الفصل ٢　الدوال الخطية　٩

ملحوظات المعلم

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٢ - ٢

حل معادلات باستعمال عناصر مجموعة التعويض.

الدرس ٢ - ٢

تحديد فيما إذا كانت العلاقة تمثل دالة.

إيجاد قيم الدالة.

ما بعد الدرس ٢ - ٢

وصف الدوال الخطية جبريًّا، ولفظيًّا، وبيانيًّا وجدوليًّا.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثم اسأل:

- علامَ يدل الزوج المرتب (٣٠، ٧٥) في التمثيل البياني؟ مسافة توقف سيارة تسير بسرعة ٣٠ ميلًا/ الساعة.
- كم قدمًا تحتاج سيارة تسير بسرعة ٦٠ ميلاً/ الساعة حتى تقف؟ ٢٤٠ قدمًا تقريبًا
- علامَ تعتمد مسافة التوقف؟ على سرعة السيارة.

الدوال

فيما سبق

درست العلاقات وتمثيلها وتفسيرها.

والآن

- أحدد ما إذا كانت العلاقة دالة أم لا.
- أجد قيم دالة .

المفردات

الدالة
الدالة المنفصلة
الدالة المتصلة
اختبار الخط الرأسي
الدالة غير الخطية

obeikaneducation.com

لماذا ؟

يطلق على المسافة التي تقطعها سيارة للوقوف التام عند استعمال المكابح مسافة التوقف. وكلما كانت السيارة أسرع كانت مسافة التوقف أطول. وتمثل مسافة التوقف دالة لسرعة السيارة.

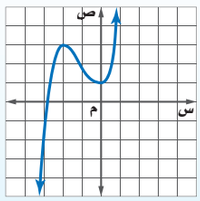
تحديد الدوال: **الدالة** علاقة تربط المدخلات بالمخرجات، على أن يكون هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة.

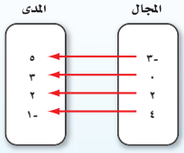
مفهوم أساسي الدالة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: الدالة هي علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط من المدى.

أمثلة:

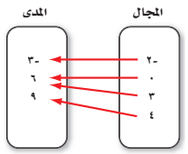




مثال ١ تحديد الدوال

هل تمثّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا ؟ فسّر ذلك.

أ)



كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى. لذا فإن هذا المخطط السهمي يمثل دالة. ولا يؤثر ارتباط أكثر من عنصر في المجال بعنصر واحد من المدى.

ب)

المجال	١	٣	٥	١
المدى	٤	٢	٤	-٤

ارتبط العنصر ١ في المجال بالعنصرين ٤، -٤ في المدى. لذا فإنه يوجد أكثر من قيمة ممكنة لـ ص عندما س = ١. وبالتالي فإن هذه العلاقة ليست دالة.

تحقق من فهمك

١) هل تشكل العلاقة الآتية دالة؟ فسر ذلك.

{(٢، ١)، (٣، -٢)، (٣، ١)، (٢، -٢)}

ليست دالة ، إجابة ممكنة؛ لأن العدد ٢ في المجال ارتبط بالعددين ١ ، -٢.

مصادر الدرس ٢ - ٢

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٥٣)	• تنويع التعليم، ص (٥٣)	• تنويع التعليم، ص (٥٣ ، ٥٦)
كتاب التمارين	ص (١٠)	ص (١٠)	ص (١٠)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٠) • تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • كتاب التمارين، ص (١٠)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • كتاب التمارين، ص (١٠)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • التدريبات الإثرائية، ص (١٣) • كتاب التمارين، ص (١٠)

تُسمى الدالة التي تُمثل بيانيًّا بنقاط غير متصلة **دالة منفصلة**.

أما الدالة التي تُمثّل بخط أو منحنى دون انقطاع فتُسمى **دالة متصلة**.

الربط مع الحياة

تنظم مسابقات في بناء القلاع فوق رمال الشاطئ يشارك فيها الكبار والصغار. وتتكون هذه القلاع عادة من أشكال هندسية مختلفة.

مثال ٢ التمثيل البياني

البناء فوق الرمال: في مسابقة لبناء القلاع فوق رمال الشاطئ بلغ عدد القلاع التي بناها كل فريق على النحو الآتي: الفريق الأول: ٤ قلاع؛ الفريق الثاني: ٥ قلاع؛ الفريق الثالث: ٣ قلاع؛ الفريق الرابع: ٦ قلاع؛ الفريق الخامس: ٤ قلاع.

أ) كوّن جدولًا للقيم التي تظهر العلاقة بين رقم الفريق وعدد قلاعه.

الفريق	١	٢	٣	٤	٥
عدد القلاع	٤	٥	٣	٦	٤

ب) حدّد كلًّا من مجال الدالة ومداها:

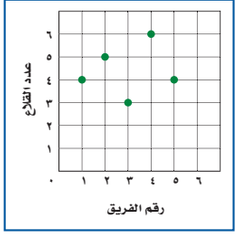
مجال الدالة هو: {١، ٢، ٣، ٤، ٥}؛ لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير المستقل الذي لا يتأثر بعدد القلاع.

مدى الدالة هو: {٤، ٥، ٣، ٦، ٤}؛ لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير التابع. وتعتمد هذه القيم على رقم الفريق.

جـ) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانيًّا.

بناءً على الجدول، وبما أن رقم الفريق متغير مستقل وعدد القلاع متغير تابع، لذا فالأزواج المرتبة هي:
(١، ٤)، (٢، ٥)، (٣، ٣)، (٤، ٦)، (٥، ٤). وبما أن أرقام الفرق وعدد قلاعهم المناظرة لها لا يمكن أن تأخذ قيمًا بين النقط المعطاة، لذا يجب عدم وصل هذه النقاط.

القلاع فوق الرمال



د) بيِّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر إجابتك.

بما أنه لا يمكن وصل هذه النقاط، فالدالة منفصلة.

تحقق من فهمك انظر ملحق الإجابات.

٢) يتسع وعاء لـ ٣ كجم من الحبوب، وكتلته وهو فارغ ١,٣ كجم، وكتلته وهو ممتلئ ٤,٣ كجم.

أ) كوّن جدولًا يبين كتلة الوعاء عندما يحتوي على: ٠، ١، ٢، ٣ كيلوجرامات من الحبوب، على الترتيب.

ب) حدّد كلًّا من: مجال الدالة ومداها.

جـ) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانيًّا.

د) بيِّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر ذلك.

حل المعادلات

المثال ١ يبين طريقة تحديد ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة أم لا.

المثال ٢ يبين طريقة تمثيل مسألة من واقع الحياة بيانيًّا، وكيفية تحديد ما إذا كانت الدالة منفصلة أو متصلة.

المثال ٣ يبين طريقة تحديد ما إذا كانت المعادلة تمثل دالة أم لا، من خلال التمثيل البياني واستعمال اختبار الخط الرأسي.

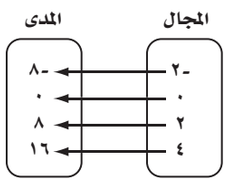
التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

١ هل تمثّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ وفسّر ذلك.

أ)



دالة؛ لأن كل عنصر في المجال ارتبط بعنصر واحد فقط من عناصر المدى.

ب)

المجال	المدى
-٧	-١٢
-٤	-٩
٢	-٣
٥	٠

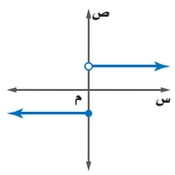
دالة؛ لأن كل عنصر في المجال ارتبط بعنصر واحد فقط من عناصر المدى.

المحتوى الرياضي

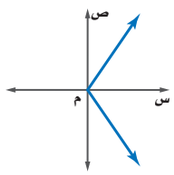
الدوال: تمثل مجموعة قيم س المجال، في حين تمثِّل مجموعة قيم ص المناظرة المدى. والدالة هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر من المجال بعنصر واحد فقط من المدى.

يمكنك استعمال **اختبار الخط الرأسي** لتتحقق مما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة أم لا، فإذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإنه لا يمثل دالة. وإلا فالعلاقة دالة.

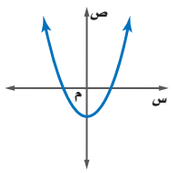
دالة



ليست دالة



دالة



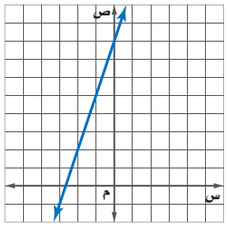
تذكر أن المعادلة هي تمثيل للعلاقة، فإذا كانت العلاقة دالة فإن المعادلة تمثل دالة.

مثال ٣ المعادلات كدوال

هل تمثّل المعادلة: $-٣س + ص = ٨$ دالة؟

كوِّن جدولًا للقيم، ثم مثِّل المعادلة.

س	−١	٠	١	٢
ص	٥	٨	١١	١٤



يشكّل التمثيل البياني خطًّا مستقيمًا. وللتحقق من ذلك استعمل اختبار الخط الرأسي.

إن الخط الرأسي لجميع قيم س، يمر بنقطة واحدة فقط على التمثيل البياني؛ لذا فإن المعادلة تمثل دالة.

تحقق من فهمك

هل تمثل كل معادلة فيما يأتي دالة؟

٣أ) $٤س = ٨$ لا

٣ب) $٤س = ص + ٨$ نعم

إرشادات للدراسة

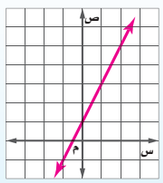
اختبار الخط الرأسي

إحدى طرائق إجراء اختبار الخط الرأسي هي استعمال قلم الرصاص. ضع قلمك رأسيًّا على الرسم وتحرك للأعلى وللأسفل. فإذا قطع القلم التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط، فالتمثيل البياني يمثل دالة.

يمكن تمثيل الدالة بطرائق مختلفة.

ملخص المفهوم — **طرائق تمثيل الدالة**

أضف إلى مطويتك

الجدول	المخطط السهمي	المعادلة	التمثيل البياني
س: −٢، ١، ١ / ص: ١، −١، ٢	المجال: −٢، ٠، ٢ ← المدى: ١، −١	د (س) = ٢ س + ١	

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: اعرض تمثيلًا بيانيًّا على السبورة واشرح اختبار الخط الرأسي. ثم ارسم هذا الخط واسحبه من اليسار إلى اليمين عبر التمثيل البياني. وبيّن للطلاب أنه إذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة فإنه لا يمثل دالة.

مثالان إضافيان

٢ ندوة ثقافية: تم توزيع الطلبة في المدرسة إلى ثلاث مجموعات لحضور ندوة ثقافية؛ تتكون المجموعة الأولى من ٣٥٢ طالبًا، والمجموعة الثانية من ٣٠٤ طلاب، والمجموعة الثالثة من ٣٩١ طالبًا.

أ) كوّن جدولًا للقيم التي تظهر العلاقة بين رقم المجموعة وعدد الطلاب فيها.

المجموعة	١	٢	٣
عدد الطلبة	٣٥٢	٣٠٤	٣٩١

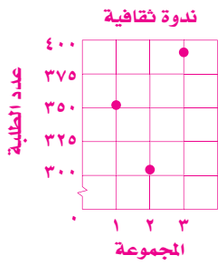
ب) حدِّد كلًّا من: مجال الدالة ومداها.

المجال = {١، ٢، ٣}؛

المدى = {٣٥٢، ٣٠٤، ٣٩١}

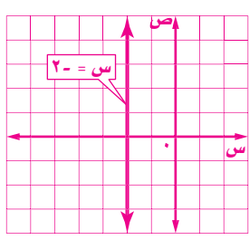
جـ) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثِّلها بيانيًا.

{(١، ٣٥٢)، (٢، ٣٠٤)، (٣، ٣٩١)}



د) بيّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر إجابتك. بما أن النقط غير متصلة، فالدالة منفصلة.

٣ حدد ما إذا كانت المعادلة $س = -٢$ تمثل دالة. ليست دالة.



إرشادات للدراسة

إشارة الدالة

يشار إلى الدالة بالرمز د(س) ويقرأ دال سين. ويمكن استعمال حروف أخرى غير حرف الدال مثل جـ أو هـ للتعبير عن الدالة جـ(س) أو هـ(س) وهكذا.

إيجاد قيم دالة: يمكن كتابة المعادلات التي هي دوال باستعمال رمز الدالة. فمثلًا: ص = ٣س−٨ .

المعادلة	رمز الدالة
ص = ٣س − ٨	د(س) = ٣س − ٨

تمثل قيم س في الدالة عناصر المجال، وتمثل قيم د (س) عناصر المدى. فمثلًا د(٥) وتُقرأ "دال ٥" تمثل قيمة الدالة عندما س = ٥ . ويتم إيجادها بتعويض ٥ بدلًا من س في الدالة.

مثال ٤ قيم الدالة

أوجد القيم الآتية للدالة: د(س) = −٤س + ٧ .

أ) د(٢)

د(٢) = −٤(٢) + ٧ — س= ٢

= −٨ + ٧ — اضرب

= −١ — اجمع

ب) د(−٣) + ١

د(−٣) + ١ = [−٤(−٣) + ٧] + ١ — س= −٣

= ١٩ + ١ — بسّط

= ٢٠ — اجمع

تحقق من فهمك

أوجد القيم الآتية للدالة: د(س) = ٢س− ٣ .

٤أ) د(١) −١ **٤ب)** ٦− د(٥) −١ **٤جـ)** د(−١) + د(٢) −٤

الدالة التي يختلف أس متغيرها عن العدد ١ تُسمى **دالة غير خطية** ، وتمثيلها البياني ليس خطًّا مستقيمًا.

مثال ٥ قيم الدالة غير الخطية

إذا كان: هـ(ت)= −١٦ت٢+ ٦٨ت + ٢، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

أ) هـ(٤)

هـ(٤) = −١٦(٤٢) + ٦٨(٤) + ٢ — عوِّض عن ت بـ ٤

= −٢٥٦+ ٢٧٢ + ٢ — اضرب

= ١٨ — اجمع

ب)٢[هـ(جـ)]

٢[هـ(جـ)] = ٢[−١٦(جـ)٢ + ٦٨(جـ) + ٢] — عوِّض عن ت بـ جـ

= ٢[−١٦جـ٢+ ٦٨جـ+ ٢] — بسّط

= −٣٢جـ٢+ ١٣٦جـ+ ٤ — خاصية التوزيع

تحقق من فهمك

إذا كان د(ت)= ٢ت٣، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

٥أ) د(٤) ١٢٨ **٥ب)** ٣[د(ت)] + ٢ ٦ت٣ + ٢ **٥جـ)** د(−٣)− د(١) −٥٦

إيجاد قيم دالة

المثال ٤ يبين طريقة إيجاد عنصرٍ في المدى مناظرًا لعنصر معطى في مجال الدالة الخطية.

المثال ٥ يبين طريقة إيجاد عنصرٍ في المدى مناظرًا لعنصر معطى في مجال دالة غير خطية.

تنبيه!

تجنب الخطأ: قد يكون من الصعب على بعض الطلاب أحيانًا فهم إشارة الدالة. لذا أكد عليهم أن د(س) لا تعني د ضرب س.

مثالان إضافيان

٤ أوجد القيم الآتية للدالة:
ق(س) = ٣س− ٤ .
أ) ق(٤) ٨
ب) ق(−٥) −١٩

٥ إذا كان
هـ(ت)= ١٢٤٨−١٦٠ت + ١٦ت٢
فأوجد كل قيمة مما يأتي:
أ) هـ(٣). ٩١٢
ب) هـ(٢ع).
١٢٤٨ − ٣٢٠ع + ٦٤ع٢

تنويع التعليم:

دون ضمن فوق

إذا كان الطلاب متعلمين بصريين،

فقم بتوجيههم إلى تمثيل عدة دوال غير خطية بيانيًّا ليشاركوا زملاءهم فيها. وقد تتضمن الدوال غير الخطية دوالّ تربيعية وقيمًا مطلقة، ودوالّ أسية، مع أمثلة متنوعة عليها، على أن يكون التركيز على أشكال التمثيلات البيانية.

٣ التدريب

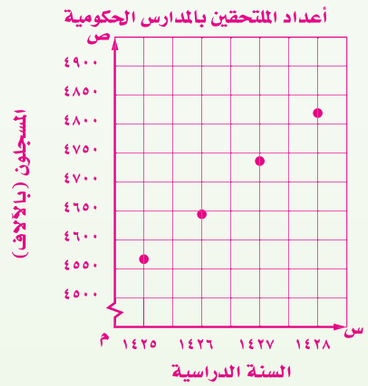
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ١٦ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

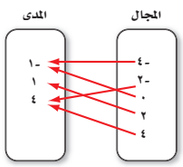
إجابة:

٧ب)



تأكد

المثالان ١ ، ٣ هل تمثّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا ؟ فسّر إجابتك.

١) 

نعم؛ لكل مدخلة يوجد مخرجة واحدة فقط.

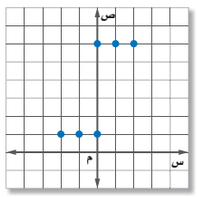
٢)

المجال	المدى
٢	٦
٥	٧
٦	٩
٦	١٠

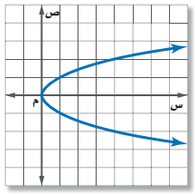
لا؛ ترتبط القيمة ٦ في المجال بالعنصرين ٩ وَ ١٠.

٣) {(٢، ٢)، (–١، ٥)، (٥، ٢)، (٢، –٤)}
٣) لا؛ القيمة ٢ في المجال ارتبطت بـ ٢، –٤.

٤) ص = $\frac{١}{٣}$ س – ٦
٤) نعم؛ بحسب اختبار الخط الرأسي.

٥) 

٥) لا؛ عندما س = ٠، فإن ص = ١، ٦.

٦) 

٦) لا؛ لأن اختبار الخط الرأسي يبين أن هناك قيمًا لـ س ترتبط بأكثر من قيمة لـ ص.

مثال ٢ ٧) **مدارس:** يبين الجدول الآتي العدد الكلي للطلاب الملتحقين بالمدارس الحكومية في المملكة العربية السعودية مقربًا إلى أقرب ألف:

السنة الدراسية	١٤٢٥ هـ	١٤٢٦ هـ	١٤٢٧ هـ	١٤٢٨ هـ
الملتحقون (بالآلاف)	٤٥٥٧	٤٦٤٨	٤٧٤٧	٤٨١٦

{(١٤٢٥ ، ٤٥٥٧) ، (١٤٢٦ ، ٤٦٤٨) ، (١٤٢٧ ، ٤٧٤٧) ، (١٤٢٨ ، ٤٨١٦)}

أ) اكتب بيانات الجدول على صورة أزواج مرتبة بدءًا من العام الدراسي ١٤٢٥ هـ .

ب) مثّل العلاقة التي تربط السنوات بعدد الملتحقين بالمدارس بيانيًّا. انظر الهامش.

جـ) ما مجال هذه العلاقة، وما مداها؟ جـ) المجال: هو السنوات الدراسية، والمدى: عدد الملتحقين بالمدارس الحكومية.

المثالان ٤ ، ٥ إذا كان د (س) = ٦س + ٧، هـ (س) = س^{٢} – ٤، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

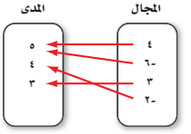
٨) د(–٣) –١١
٩) د(م) ٦م + ٧
١٠) د(ر – ٢) ٦ر – ٥
١١) هـ(٥) ٢١
١٢) هـ(أ) أ^{٢} – ٤
١٣) هـ(–٤ت) ١٦ت^{٢} – ٤
١٤) د(ك + ١) ٦ك + ١٣
١٥) د(٢) + هـ(–٢) ١٩
١٦) هـ(–ب) ب^{٢} – ٤

تدرب وحل المسائل

مثال ١ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسِّر إجابتك.

١٧) لا، إجابة ممكنة:
لأنه توجد مدخلة واحدة (−٥) لهما مخرجان وهما: ٣ وَ ٥ .

١٧)

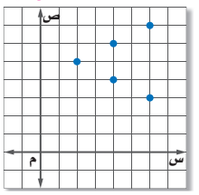


١٨)

المجال	المدى
٤	٦
٥-	٣
٦	٣-
٥-	٥

١٩) انظر الهامش.

١٩)



١٨) نعم ؛ لكل مدخلة توجد مخرجة واحدة فقط.

مثال ٢

٢٠) **عقار:** يبين الجدول المجاور متوسط سعر شقة في أحد أحياء مدينة الرياض من عام ١٤٢٦ إلى ١٤٢٨ هـ.

السنة	السعر بالريال
١٤٢٦ هـ	١٦٩٩٠٠
١٤٢٧هـ	١٩٤٩٠٠
١٤٢٨هـ	٢٠٧٧٠٠

أ) اكتب بيانات الجدول على صورة أزواج مرتبة.
{(١٤٢٦، ١٦٩٩٠٠)، (١٤٢٧، ١٩٤٩٠٠)، (١٤٢٨، ٢٠٧٧٠٠)}

ب) مثّل العلاقة بين السنة والسعر بيانيًّا. انظر الهامش

جـ) ما مجال هذه البيانات، وما مداها ؟ المجال هو السنة، والمدى هو متوسط سعر الشقة.

مثال ٣ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة؟

٢١) {(٥، −٧)، (٦، −٧)، (−٨، −١)، (٠، −١)} نعم ٢٢) {(٤، ٥)، (٣، −٢)، (−٢، ٥)، (٤، ٧)} لا

٢٣) ص = −٨ نعم ٢٤) س = ١٥ لا

٢٥) ص = ٣س − ٢ نعم ٢٦) ص = ٣س + ٢ص نعم

المثالان ٤ ، ٥ إذا كان د(س) = −٢س− ٣، هـ (س) = س^{٢}+ ٥س، فأوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

٢٧) د(−١) −١ ٢٨) د(٦) −١٥ ٢٩) هـ (٢) ١٤

٣٠) هـ(−٦م) ٣٦م^{٢}−٣٠م ٣١) د(ر+ ٢) −٢ر−٧ ٣٢) ٣ [هـ(ن)] ٣ن^{٢}+ ١٥ن

٣٣) **تربية وتعليم:** مثّل معلمٌ معدل درجات طلابه في اختبار الرياضيات د(ت)، بدلالة درجاتهم في اختبار العلوم ت بالدالة: د(ت)= ٠,٩ ت + ١٠ .

أ) مثّل هذه الدالة بيانيًّا. انظر الهامش.

ب) ما درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠؟ ١٠٠

جـ) ما مجال هذه الدالة، وما مداها؟
المجال هو مجموعة درجات العلوم، أما المدى فمجموعة درجات الرياضيات.

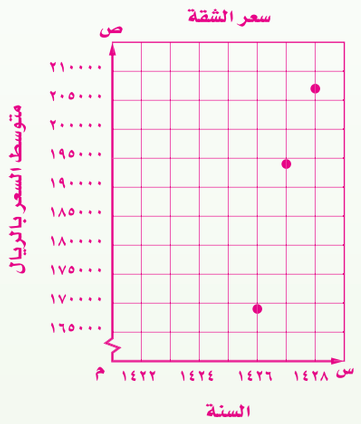
تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	١٧–١٩ ، ٣٥–٣٦ ، ٣٨–٣٩
ضمن ضمن المتوسط	١٧–٣٣ فردي ، ٣٤–٣٦ ، ٣٨–٤٥
فوق فوق المتوسط	٣٣–٤٥

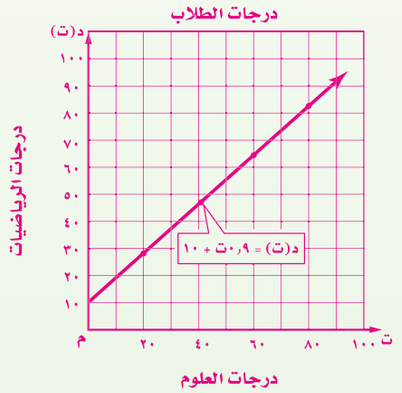
إجابات:

١٩) لا ؛ إجابة ممكنة: لأنه توجد مدخلة لها مخرجتان، حيث المدخلة ٤ لها المخرجتان ٤ ، ٦ .

٢٠ب)



٣٣أ)



٤ التقويم

تعلم لاحق: اطلب إلى الطلبة أن يكتبوا عن ارتباط الدرس الحالي بالدرس التالي حول تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا.

التقويم التكويني

تحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرسين ٢-١ و ٢-٢ بإعطائهم اختبارًا قصيرًا.

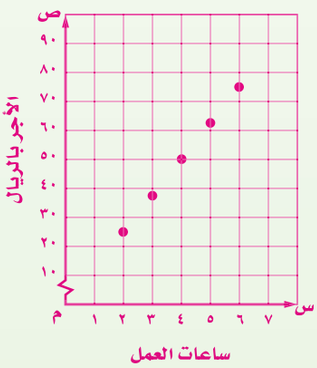
الاختبار القصير ١، ص (٣٠)

إجابات:

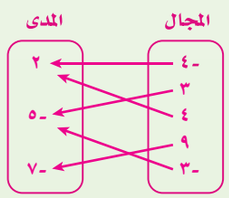
٣٤ب)

ساعات العمل	٢	٣	٤	٥	٦
الأجر بالريال	٢٥	٣٧,٥	٥٠	٦٢,٥	٧٥

٣٤جـ)



٤١)



الربط مع الحياة

إن المهمة الأساسية لحارس الأمن هي الحفاظ على أمن الأفراد وممتلكاتهم ومنشآتهم، ويتم اختياره وفق معايير خاصة .

٣٤) أمن: يتقاضى حارس أمن مبلغ ١٢,٥ ريالًا عن كل ساعة عمل.

أ) اكتب عبارة جبرية تبين ما يتقاضاه الحارس لقاء س ساعة عمل. ١٢,٥ س

ب) اختر خمس قيم لعدد الساعات التي يمكن أن يعملها الحارس. وكوّن جدولًا بالساعات س، والمبلغ الذي يتقاضاه مقابلها. انظر الهامش.

جـ) مثّل قيم الجدول بيانيًّا. انظر الهامش.

د) هل يعد توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط مستقيم مقبولًا؟ برّر إجابتك.

نعم؛ لأنه يمكن أن يدفع له عن أجزاء الساعة التي يعمل فيها.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٥-٣٦) انظر ملحق الإجابات.

٣٥) مسألة مفتوحة: اكتب ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. ثم مثّلها بطريقة أخرى.

٣٦) تبرير: تمثل مجموعة الأزواج المرتبة {(٠، ١)، (٣، ٢)، (٣، -٥)، (٥، ٤)} علاقة بين المتغيرين س، ص. مثّل هذه الأزواج المرتبة بيانيًّا، وحدّد ما إذا كانت هذه العلاقة تمثل دالة أم لا، وفسّر إجابتك.

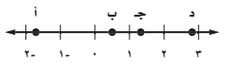
٣٧) تحدٍّ: إذا كان د (٣ب- ١) = ٩ب- ١، فاكتب عبارة تمثل د(س). د(س) = ٣س + ٢

٣٨) اكتب: استعمل المعلومات الواردة في بداية الدرس حول مسافة التوقف التام لتفسر كيف يمكن استعمال التمثيلات البيانية والدوال في المواقف الحياتية.

إجابة ممكنة : يمكن استعمال الدوال في دراسات السلامة على الطرق لتحديد العلاقة بين سرعة السيارة ومسافة التوقف التام. ويمكن أن يساعد ذلك في تحديد السرعات، وقد تساعد هذه الدالة على فهم أسباب الحوادث.

تدريب على اختبار

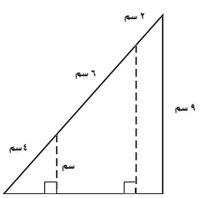
٣٩) ما النقطة على خط الأعداد الآتي التي تمثل عددًا مربعه أقل منه؟ ب



أ) أ جـ) جـ

ب) ب د) د

٤٠) هندسة: ما قيمة س؟ أ



أ) ٣ سم.

ب) ٤ سم.

جـ) ٥ سم.

د) ٦ سم.

مراجعة تراكمية

٤١) مثّل العلاقة :{(-٤ ، ٢)، (٣ ، -٥)، (٤ ، ٢)، (٩ ، -٧)، (-٣ ، -٥) } بمخطط سهمي. (الدرس ٢-١) انظر الهامش

٤٢) حل المعادلة ٣س - ٨ = ٧ . (الدرس ١-٤) ٥

حل كل معادلة مما يأتي: (الدرس ١-١)

٤٣) $س = \frac{٣ + ٢٧}{١٠}$ ٣

٤٤) $م = \frac{٤ + ٣^{٢}}{٥ - ٧}$ $\frac{١٣}{٢}$

٤٥) ع = ٣٢ + ٤(-٣) ٢٠

تنويع التعليم

فوق

توسع: يستفيد الطلاب ذوي المستوى فوق المتوسط من فرص التعلم الفردي. لذا تحدَّ هؤلاء الطلاب لتفسير لماذا يُستعمل اختبار الخط الرأسي لمعرفة فيما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة أم لا.

بالإضافة إلى ذلك يمكن لهؤلاء الطلاب متابعة العمل الفردي ليطوروا فهمهم لطريقة استعمال *اختبار الخط الأفقي* في الرياضيات وهدفه.

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٢ - ٢

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٠) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

٢-٢ تدريبات إعادة التعليم

الدوال

تحديد الدوال، الدالة علاقة تربط المدخلات بالمخرجات، على أن تكون هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة. وهي علاقة تربط كلّ عنصرٍ في مجالها بعنصرٍ واحدٍ فقط من المدى أيضًا.

مثال ١ هل تمثّل العلاقة: {(٦، −٣)، (٤، ٤)، (٧، −٢)، (٣، −١)} دالة أم لا؟ فسر إجابتك.

بما أن كلّ عنصر في المجال ارتبط بعنصر واحد فقط من المدى، فهذه العلاقة دالة.

مثال ٢ هل تمثّل ٣س − ص = ٦ دالة أم لا؟

بما أن المعادلة في الصورة أ س + ب ص = جـ فإن التمثيل البياني لها هو خطٌّ مستقيمٌ كما في الشكل المجاور.

وإذا رسمت الخط الرأسي المارّ بجميع قيم س، فإنه يقطع التمثيل البياني في نقطةٍ واحدةٍ؛ لذا فإن المعادلة تمثّل دالة.

تمارين

هل تمثّل كلّ علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسّر ذلك.

١) نعم
٢) نعم
٣) لا
٤) لا
٥) لا
٦) نعم
٧) {(٢، ٤)، (٣، ٢)، (٦، ١)} نعم
٨) {(−٣، −٣)، (−٣، −٤)، (−٢، −٤)} لا
٩) {(−١، ٠)، (٠، ١)} نعم
١٠) −٢س + ٤ ص = ٠ نعم
١١) س٢ + ص٢ = ٨ لا
١٢) س = −٤ لا

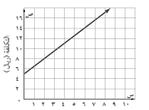
تدريبات حل المسألة (١٢) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٢-٢ تدريبات حلّ المسألة

الدوال

١) **مواصلات**، إذا كانت تكلفة ركوب سيارة أجرة هي ٥ ريالاتٍ بالإضافة إلى ١,٥ ريال لكل كيلومتر، والمعادلة التي تمثل هذه العلاقة هي: ص = ١,٥ س + ٥، حيث س عدد الكيلومترات التي قطعتها سيارة الأجرة، ص تكلفة الرحلة. انظر إلى تمثيل المعادلة أدناه، وحدّد ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة أم لا. **نعم**



٢) **درجة الحرارة**، نصف الدالة: ف = ١,٨ س + ٣٢ درجة الحرارة الفهرنهايتية المقابلة لدرجة الحرارة السيليزية (س). أوجد ف(١٠)، ف(٣٠)، أي درجة الحرارة الفهرنهايتية المقابلة لدرجة الحرارة ١٠° س، ودرجة الحرارة ٣٠° س.

ف(١٠) = ٥٠° ف؛ ف(٣٠) = ٨٦° ف

٣) **هندسة**، مساحة أي مربعٍ تُعطى بالدالة ص = س٢، حيث س طول ضلع المربع، ص مساحته. اكتب معادلة مستعملًا رمز الدالة، وأوجد مساحة مربعٍ طول ضلعه ٣,٥ سم.

د (س) = س٢؛ د (٣,٥) = (٣,٥)٢ = ١٢,٢٥

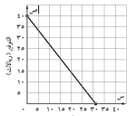
٤) **سياحة**، تكلفة دخول سيارة مكاناً سياحيًا في مدينةٍ ما يُعطى بالعلاقة س = ١٠، حيث س عدد الريالات لدخول الموقف الخاص بهذا المكان، ص عدد الركاب. حدّد ما إذا كانت هذه العلاقة دالة أم لا. فسّر إجابتك.

هذه العلاقة ليست دالة، حيث يكون التمثيل البياني مستقيمًا رأسيًا يقطعه اختبار الخط الرأسي في أكثر من نقطة.

٥) **خيارات مستهلك**، استلمت ماجدة ٤٠ ريالًا من والدها، فأنفقت جزءًا منه على شراء صور حيواناتٍ، ووفّرت الباقي. يُعطى توفيرها بالدالة:

د(س) = ٤٠ − ٢٥ ,١ س، حيث س عدد ما اشترته من صور حيواناتٍ بـ ١,٢٥ ريال لكل صورة.

أ) مثّل الدالة بيانيًا.



ب) أوجد: د(٤)، د(٢٠)، د(٣٦). ماذا تمثّل هذه القيم؟

د(٤) = ٣٥؛ شراء ٤ صور، توفير ٣٥ ريالًا.
د(٢٠) = ١٥؛ شراء ٢٠ صورة، توفير ١٥ ريالًا.
د(٣٦) = − ٥؛ إجابة ممكنة: إذا أرادت شراء ٣٦ صورة، فإنها ستحتاج إلى ٥ ريالات إضافية.

جـ) كم صورةً يمكن أن تشتري ماجدة إذا وفّرت ٣٠ ريالًا؟ **٨ صور**

التدريبات الإثرائية (١٣) — فوق

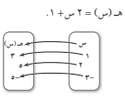
الاسم _____ التاريخ _____

٢-٢ التدريبات الإثرائية

تركيب دالتين

للحصول على دالةٍ نحتاج إلى ثلاثة أشياء: مجموعة تدعى المجال، ومجموعة تدعى المدى، وقاعدة تربط كلّ عنصرٍ في المجال بعنصرٍ واحدٍ فقط من المدى. فيما يأتي مثال على ذلك.

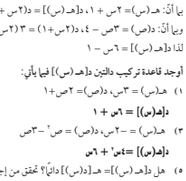
القاعدة: هـ (س) = ٢ س + ١.



هـ(س) = ٢س + ١
هـ(١) = ٢ (١) + ١ = ٢ + ١ = ٣
هـ(٢) = ٢ (٢) + ١ = ٤ + ١ = ٥
هـ(−٣) = ٢ (−٣) + ١ = −٦ + ١ = −٥

افترض أن لدينا ثلاث مجموعات (أ، ب، جـ) ودالّتين في الصورة أدناه.

القاعدة: هـ(س) = ٢س + ١، والقاعدة: د(ص) = ٣ص − ٤.



لنجد قاعدة تربط عناصر أ مع عناصر جـ دون إيجاد أي عناصر في ب.

بمعنى آخر: أن نجد قاعدة تركيب دالتين د(هـ(س)).

بما أنّ: هـ(س) = ٢س + ١، د(هـ(س)) = د(٢س + ١)،

وبما أنّ: د(ص) = ٣ص − ٤، د(٢س + ١) = ٣ (٢س + ١) − ٤ = ٦س + ٣ − ٤ = ٦س − ١،

لذا د(هـ(س)) = ٦س − ١

أوجد قاعدة تركيب الدالتين د(هـ(س)) فيما يأتي:

١) هـ(س) = ٣س، د(ص) = ٢ص + ١
د(هـ(س)) = ٦س + ١

٢) هـ(س) = س٢ + ١، د(ص) = ٤ص
د(هـ(س)) = ٤س٢ + ٤

٣) هـ(س) = −٢س، د(ص) = ص٢ − ٣ص
د(هـ(س)) = ٤س٢ + ٦س

٤) هـ(س) = $\frac{١}{س}$، د(ص) = ص−١
د(هـ(س)) = س − ٢

٥) هل د(هـ(س)) = هـ(د(س)) دائمًا؟ تحقق من إجابتك.

لا. ومثال ذلك: في السؤال ١، هـ(د (س)) = هـ(٣س + ١) = ٢(٣س + ١) = ٦س + ٢، ليس ٦س + ١

كتاب التمارين (١٠) — دون ضمن فوق

٢ - ٢ الدوال

هل تمثّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسّر إجابتك.

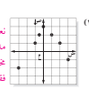
١) نعم، لكل مدخلة يوجد مخرجة واحدة فقط.

٢)

س	ص
٥	١
٣	٤
٧	٦
٢-	١

لا، ترتبط القيمة ١ في المجال بالعنصرين ٥، −٢.

٣) نعم، لكل مدخلة يوجد مخرجة واحدة فقط.



٤) {(٤، ١)، (٢، −٢)، (٣، −١)، (−٣، ٦)، (−٦، ٣)} نعم، لكل مدخلة يوجد مخرجة واحدة فقط.

٥) {(٦، −٤)، (٢، −٤)، (−٤، ٢)، (٤، ٦)، (٦، ٢)} لا، القيمة ٢ في المجال ارتبطت بـ −٤ و ٦.

٦) س = −٢ لا، القيمة ٢ في المجال ارتبطت بجميع القيم. ٧) ص = ٢ نعم، لكل مدخلة يوجد مخرجة واحدة فقط.

إذا كان ق(س) = ٢س − ٦، هـ(س) = س − ٢س٢، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

٨) ق(٢) −٢
٩) ق(−$\frac{١}{٢}$) −٧
١٠) هـ(−١) −٣
١١) هـ(−$\frac{١}{٢}$) −$\frac{٥}{٤}$
١٢) ق(٧) − ٩
١٣) هـ(−٣) + ١٣ −٨
١٤) ق(ع + ٩) ٢ع + ١٢
١٥) هـ(٣ص) ٣ص − ١٨ص٢
١٦) ٢[هـ(ب) + ١] ٢ب − ٤ب٢ + ٢

١٧) **أجور**، يتقاضى مروان ٢٥ ريالًا في الساعة لقاء تحريره مقالات في إحدى الصحف. ويمكن التعبير عن أجره الأسبوعي ص بالمعادلة ص = ٢٥ س، حيث س عدد ساعات العمل.

أ) اكتب المعادلة على صورة دالة. د(س) = ٢٥ س

ب) أوجد قيمة الدالة عند س = ١٥. ٣٧٥

١٨) **كهرباء**، يمثل الجدول أدناه العلاقة بين المقاومة م، والتيار ت، في الدائرة الكهربائية:

المقاومة (أوم)	١٢٠	٨٠	٤٨	٦	٤
التيار (أمبير)	٠,١	٠,١٥	٠,٢٥	٢	٣

أ) هل تمثّل هذه العلاقة دالة؟ وفسّر إجابتك. نعم، لكل قيمة في المجال هناك قيمة واحدة فقط في المدى.

ب) إذا أمكن تمثيل العلاقة بالمعادلة م ت = ١٢، فأعد كتابة المعادلة على أن تكون "م" دالة لـ "ت". م = ق(ت) = $\frac{١٢}{ت}$

جـ) ما قيمة المقاومة في الدائرة عندما يكون التيار ٠,٥ أمبير؟ ٢٤ أوم

ملحوظات المعلم

تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

فيما سبق

درست تمثيل العلاقة بين الكميات بالمعادلات.

والآن

- أميِّز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعيها السيني والصادي.
- أمثِّل المعادلات الخطية بيانيًا.

المفردات

المعادلة الخطية
الصورة القياسية
الحد الثابت
المقطع السيني
المقطع الصادي

obeikaneducation.com

لماذا ؟

تشير دراسة إلى أن إعادة تدوير طن واحد من نفايات الأوراق توفر حوالي ١٧ شجرة، وَ ٧٠٠٠ جالون ماء، وَ٣ براميل بترول.

ويمكن التعبير عن العلاقة بين كمية الورق المدورة وعدد الأشجار الموفرة بالمعادلة: ص = ١٧ س؛ حيث تمثل ص عدد الأشجار، وس وزن الورق بالطن.

المعادلة الخطية هي المعادلة التي تمثل بيانيًّا بخطٍ مستقيم، وتكتب على الصورة: أ س + ب ص = جـ وتسمى **الصورة القياسية** للمعادلة الخطية. ويسمى جـ **الحد الثابت**، ، وتمثل أ س ، ب ص الحدود الجبرية.

مفهوم أساسي — الصورة القياسية للمعادلة الخطية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: أ س + ب ص = جـ ، أ ≥ ٠ ولا تكون قيمتا أ وَ ب معًا صفرًا . أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر لها ١ .

الأمثلة: في المعادلة: ٣ س + ٢ ص = ٥، أ = ٣ ، ب = ٢ ، جـ = ٥
وفي المعادلة: س = −٧ ، أ = ١ ، ب = صفر ، جـ = −٧

مثال ١ — تمييز المعادلات الخطية

حدد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

أ) ص = ٤ − ٣س

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

ص = ٤ − ٣س	المعادلة الأصلية
ص + ٣س = ٤ − ٣س + ٣س	أضف ٣ س إلى الطرفين
٣س + ص = ٤	بسط

هذه المعادلة بالصورة القياسية، أ = ٣ ، ب = ١ ، جـ = ٤، وهي معادلة خطية.

ب) ٦س − س ص = ٤

بما أن الحد س ص فيه متغيران، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة أ س + ب ص = جـ . لذا فهي ليست معادلة خطية.

تحقق من فهمك

أ) $\frac{١}{٣}$ ص = −١ نعم، ص = −٣ **ب)** ص = س^{٢} − ٤ لا

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٢ - ٣

تحديد إذا كانت العلاقة دالة أم لا .
إيجاد قيم الدالة.

الدرس ٢ - ٣

تعيين المعادلات الخطية، والمقطعين السيني والصادي، والأصفار.
تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا.

ما بعد الدرس ٢ - ٣

حل المعادلات الخطية بيانيًّا.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثمَّ اسأل:

- إذ تم إعادة تدوير ٦ أطنان من أوراق النفايات كل عام، فكم شجرة يتم الحفاظ عليها سنويًّا؟ نحو ١٠٢ شجرة.
- ما معامل س في المعادلة ص= ١٧س؟ وما معامل ص؟ ١٧؛ ١
- كيف يمكن كتابة المعادلة ص= ١٧ س على أن يكون معامل ص مساويًا −١؟ ١٧س− ص= صفرًا

مصادر الدرس ٢ - ٣

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم		• تنويع التعليم، ص (٦٠)	• تنويع التعليم، ص (٦٠ ، ٦٢)
كتاب التمارين	ص (١١)	ص (١١)	ص (١١)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٤) • تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • كتاب التمارين، ص (١١)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • كتاب التمارين، ص (١١)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • التدريبات الإثرائية، ص (١٧) • كتاب التمارين، ص (١١)

تعيين المعادلة الخطية والمقطعين السيني والصادي

المثال ١ يبين طريقة تحديد المعادلة الخطية وكتابتها على الصورة القياسية.

المثال ٢ يبين طريقة تحديد المقطعين السيني والصادي.

المثال ٣ يبين طريقة إيجاد المقطعين وتفسيرها في مسائل من واقع الحياة، ووصف معنى المقطعين في المسألة.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثالان إضافيان

١ **حدد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، واكتبها على الصورة القياسية إذا كانت خطية :**

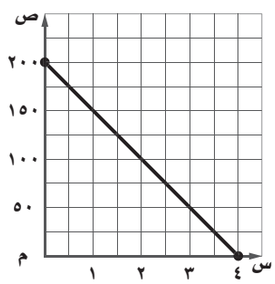
أ) ٥س + ٣ = س ص + ٢

ليست خطية

ب) $\frac{٣}{٤}$ س = ص + ٨ خطية

٣س − ٤ص = ٣٢

٢ **مثال من الاختبار:** أوجد المقطعين السيني والصادي للقطعة المستقيمة المرسومة أدناه. ب



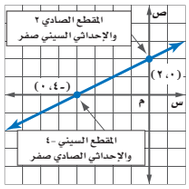
أ) المقطع السيني ٢٠٠، والمقطع الصادي ٤

ب) المقطع السيني ٤، والمقطع الصادي ٢٠٠

جـ) المقطع السيني ٢، والمقطع الصادي ١٠٠

د) المقطع السيني ٤؛ والمقطع الصادي صفر.

يمكن تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي، ويُسمى الإحداثي السيني للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات **المقطع السيني**، ويُسمى الإحداثي الصادي للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات **المقطع الصادي**.

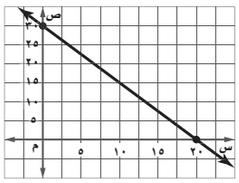


والتمثيل البياني للمعادلة الخطية له على الأكثر مقطع سيني واحدٌ، ومقطع صادي واحدٌ، ما لم تكن المعادلة على النحو س = ٠ ، أو ص = ٠ .

وفي تلك الحالة كل عدد حقيقي هو مقطع صادي أو مقطع سيني على الترتيب.

مثال ٢ من الاختبار

أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانبًا.



أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣٠.

ب) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي ٣٠.

جـ) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي صفر.

د) المقطع السيني ٣٠، والمقطع الصادي ٢٠.

اقرأ الفقرة:

نريد أن نحدد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل بيانيًّا.

حل الفقرة:

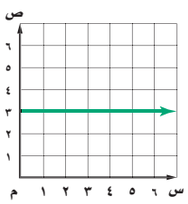
الخطوة ١: لإيجاد المقطع السيني، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات.
بما أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٢٠ ، ٠)، إذن فالمقطع السيني هو ٢٠.

الخطوة ٢: لإيجاد المقطع الصادي، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات.
بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ٣٠)؛ إذن فالمقطع الصادي هو ٣٠.

وعليه فالجواب الصحيح هو ب.

تحقق من فهمك

٢) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانبًا: د



أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣.

ب) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي صفر.

جـ) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي غير موجود.

د) لا يوجد مقطع سيني، والمقطع الصادي ٣.

يكون للمقطعين السيني والصادي معنى عندما تمثل المعادلات مواقف من واقع الحياة.

قراءة الرياضيات

المقطعان السيني والصادي

المقطع السيني ٣ يقع على النقطة (٣، صفر). والمقطع الصادي ٦ يقع على النقطة (صفر ، ٦).

تنبيه!

الصورة القياسية: يمكن أن يفترض الطلاب أن الصورة القياسية تتطلب أن يكون معاملا س، ص موجبين؛ لذا بين لهم أنه لا يوجد قيود على قيمة ب. وهذا يعني أن ب يمكن أن تكون سالبة؛ لذلك فالمعادلة:
٣س − ٤ص = ٣٢ هي معادلة خطية.

المحتوى الرياضي

المعادلات الخطية: الصورة القياسية للمعادلة الخطية، هي أس + ب ص = جـ . والمعادلة التي يمكن استعمال خصائص المساواة في كتابتها على الصورة القياسية هي معادلة خطية.

مثال ٣ من واقع الحياة — إيجاد المقطعين السيني والصادي

بركة سباحة: فُرّغت بركة سباحة بمعدّل ٧٢٠ لترًا في الساعة. ويبين الجدول المجاور الدالة التي تربط كمية الماء في البركة، ووقت تفريغها.

تفريغ البركة	
الزمن بالساعة (س)	كمية الماء باللتر (ص)
٠	١٠٠٨٠
٢	٨٦٤٠
٦	٥٧٦٠
١٠	٢٨٨٠
١٢	١٤٤٠
١٤	٠

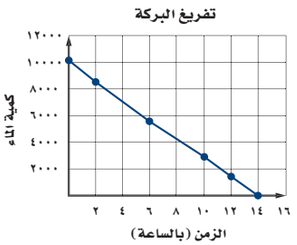
أ) أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني للدالة.

المقطع السيني = ١٤ — ١٤ هي قيمة س عندما تكون ص = ٠

المقطع الصادي = ١٠٠٨٠ — ١٠٠٨٠ هي قيمة ص عندما تكون س = ٠

ب) صف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

يعني المقطع السيني ١٤ أن كمية الماء في البركة بعد ١٤ ساعة سيكون صفرًا، أو أن البركة قد فُرّغت بشكل كامل. ويعني المقطع الصادي ١٠٠٨٠ أن البركة تحتوي على ١٠٠٨٠ لترًا من الماء في الزمن صفر؛ أي قبل بداية عملية التفريغ. وهذا ما يظهره التمثيل البياني.



تحقق من فهمك

٣) قيادة السيارة: تريد عائلة أحمد الذهاب إلى مزرعتهم، والجدول المجاور يبين المسافة المتبقية للوصول إلى المزرعة بوصفها دالة للزمن. أوجد المقطعين السيني والصادي، وصِفْ معنى كل منهما.

الزمن بالساعة (س)	المسافة المتبقية بالكيلومتر (ص)
٠	٢٤٨
١	١٨٦
٢	١٢٤
٣	٦٢
٤	٠

٣) المقطع السيني ٤ يعني أن عائلة أحمد وصلت إلى المزرعة بعد ٤ ساعات، أمّا المقطع الصادي ٢٤٨ فيعني أن منزلهم يبعد ٢٤٨ كيلو مترًا عن المزرعة.

تمثيل المعادلة الخطية بيانيًا: أوجد المقطعين السيني والصادي. فتتكون لديك نقطتان يمر بهما التمثيل البياني للدالة، ثم استعملهما لتمثيل المستقيم؛ لأنك بحاجة إلى نقطتين فقط لتمثيله.

مثال ٤ — تمثيل المعادلة بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي

مثّل المعادلة ٢س + ٤ص = ١٦ بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

٢س + ٤ص = ١٦	المعادلة الأصلية
٢س + ٤(٠) = ١٦	استبدل ص بصفر
٢س = ١٦	بسّط
س = ٨	اقسم على ٢

فيكون المقطع السيني ٨؛ أيْ أنّ المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٨ ، ٠).

إرشادات للدراسة

تمييز المتغيرات

الزمن في المثال ٣ هو المتغير المستقل، وحجم الماء هو المتغير التابع.

إرشادات للدراسة

المعادلات المتكافئة

إعادة كتابة المعادلة بدلالة ص يسهّل عملية إيجاد قيم ص. فمثلًا إذا كان:

٤س + ص = −٣

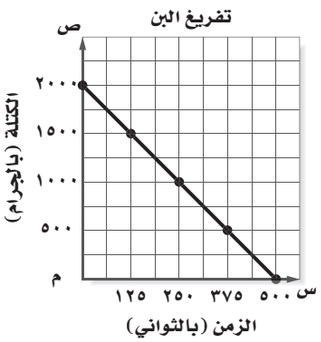
فإن: ص = −٤ س −٣

مثال إضافي

٣ تحليل الجداول: تم تفريغ البن المطحون من مطحنة في أكياس بمعدل ٤ جرامات في كل ثانية. والجدول الآتي يبين الدالة التي تربط كتلة البن المتبقي في المطحنة بالزمن (بالثواني) الذي تم فيه تفريغ البن.

تفريغ البن	
الزمن بالثواني (س)	الكتلة بالجرام (ص)
٠	٢٠٠٠
١٢٥	١٥٠٠
٢٥٠	١٠٠٠
٣٧٥	٥٠٠
٥٠٠	٠

أ) أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني للدالة. ٥٠٠، ٢٠٠٠



ب) صف معنى المقطعين بالنسبة لهذه الحالة. المقطع السيني: صفر جرام بعد ٥٠٠ ثانية؛ المقطع الصادي؛ ٢٠٠٠ جرام قبل تفريغ البن.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: اعرض ورقة تمثيل بياني على السبورة، واستعملها كقالب لتعيين النقاط والتمثيلات البيانية في صفك.

إرشادات للمعلم الجديد

تفسير التمثيل البياني: قد يكون من المناسب عند مناقشة المثال ٣، مناقشة ما تمثله النقاط التي تنتمي إلى الخط وإحداثياتها ليست جزءًا من مجموعة البيانات الأصلية.

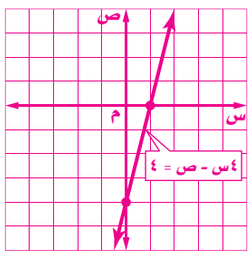
تمثيل المعادلات الخطية

المثال ٤ يبين طريقة تمثيل معادلة خطية باستعمال المقطعين السيني والصادي.

المثال ٥ يبين طريقة تمثيل معادلة بتكوين جدول.

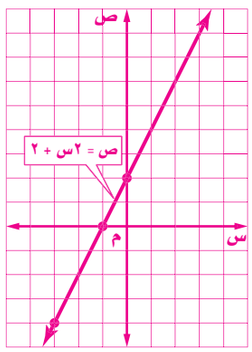
مثالان إضافيان

٤ مثّل الدالة ٤س – ص = ٤ بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي. المقطع السيني: ١؛ المقطع الصادي: –٤



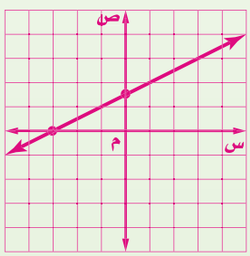
٥ مثّل الدالة ص = ٢س + ٢ بيانيًّا.

س	٢س + ٢	ص	(س، ص)
–٢	٢+(–٢)٢	–٢	(–٢، –٢)
–١	٢+(–١)٢	٠	(–١، ٠)
٠	٢+(٠)٢	٢	(٠، ٢)
١	٢+(١)٢	٤	(١، ٤)
٢	٢+(٢)٢	٦	(٢، ٦)

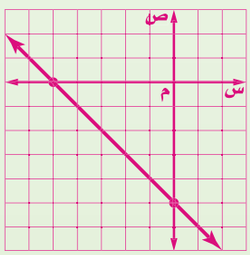


إجابات (تحقق من فهمك):

٤أ)



٤ب)



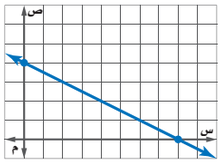
إرشادات للدراسة

المقطعان السيني والصادي

المقطع السيني هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور السينات، وقيمة ص فيه صفر دائمًا. والمقطع الصادي هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات، وقيمة س فيه صفر دائمًا.

ولإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

٢س + ٤ ص = ١٦	المعادلة الأصلية
٢(٠) + ٤ص = ١٦	عوّض عن س بصفر
٤ص = ١٦	بسّط
ص = ٤	اقسم على ٤



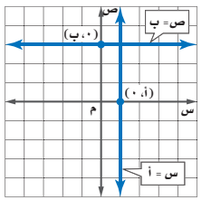
فيكون المقطع الصادي ٤؛ أيْ أنّ المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ٤).

عيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صِلْ بينهما بخط مستقيم.

تحقق من فهمك

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي: انظر الهامش

٤أ) – س + ٢ص = ٣ **٤ب)** ص = – س – ٥



لاحظ أن المعادلة في المثال ٤ لها مقطع سيني ومقطع صادي. إلا أن بعض المستقيمات قد يكون لها مقطع سيني ولا يوجد لها مقطع صادي أو بالعكس. فمثلًا التمثيل البياني لـ ص = ب هو مستقيم أفقي له مقطع صادي فقط (ما لم تكن ب = صفر)، ويكون موقع المقطع على النقطة (٠ ، ب).
والتمثيل البياني لـ س = أ هو مستقيم رأسي له مقطع سيني فقط (ما لم تكن أ = ٠)، ويكون موقع المقطع على النقطة (أ ، ٠).

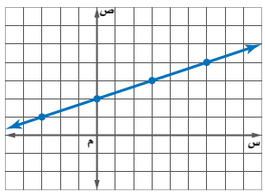
وكل زوج مرتب يجعل المعادلة صحيحة يمثّل نقطة على المستقيم، لذا فالتمثيل البياني للمعادلة يمثل جميع حلولها. وأي زوج مرتب لا يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة لا تقع على المستقيم.

مثال ٥ التمثيل البياني بتكوين جدول

مثّل المعادلة ص = $\frac{١}{٣}$س + ٢ بيانيًّا.

المجال جميع الأعداد الحقيقية. اختر قيمًا للمجال وكوّن جدولًا. ويفضل عندما يكون معامل س كسرًا أن تختار أعدادًا من المجال تكون من مضاعفات المقام، ثم تكوّن أزواجًا مرتبة وتمثّلها بيانيًّا.

س	$\frac{١}{٣}$س + ٢	ص	(س، ص)
–٣	$\frac{١}{٣}$(–٣) + ٢	١	(–٣، ١)
٠	$\frac{١}{٣}$(٠) + ٢	٢	(٠، ٢)
٣	$\frac{١}{٣}$(٣) + ٢	٣	(٣، ٣)
٦	$\frac{١}{٣}$(٦) + ٢	٤	(٦، ٤)



تحقق من فهمك

مثّل بيانيًّا كل معادلة فيما يأتي بتكوين جدول: انظر ملحق الإجابات

٥أ) ٢س – ص = ٢ **٥ب)** س = ٣ **٥جـ)** ص = –٢

تنويع التعليم:

ضمن فوق

إذا أتقن الطلاب التمثيل البياني باستعمال المقاطع بأعداد كلية،

فقم بإعطائهم معادلة؛ أحد مقطعي تمثيلها البياني على الأقل ليس عددًا كليًّا. واطلب إليهم اقتراح طريقة سهلة لتمثيلها.

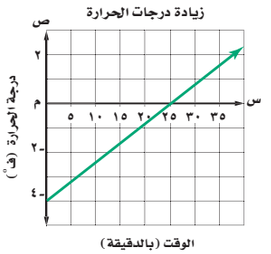
تأكد

مثال ١ حدد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية :

١) س = ص − ٥ ٢) −٢س − ٣ = ص ٣) −٤ص + ٦ = ٢ ٤) $\frac{٢}{٣}$ س − $\frac{١}{٣}$ ص = ٢

نعم، س − ص = −٥ نعم، ٢س + ص = −٣ نعم، ص = ١ نعم، ٢س − ص = ٦

المثالان ٢ ، ٣ أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منهما:

٥) 

٢٥، −٤؛ يعني المقطع السيني ٢٥ أن درجة الحرارة ستكون بعد ٢٥ دقيقة صفرًا ف°. يعني المقطع الصادي −٤ أن درجة الحرارة كانت −٤ ف° عندما كان الوقت صفرًا.

٦)

موقع غطاس	
الزمن بالثواني (س)	العمق بالأمتار (ص)
٠	−٢٤
٣	−١٨
٦	−١٢
٩	−٦
١٢	٠

٦) ١٢، −٢٤ ؛ يعني المقطع السيني ١٢ أن موقع الغطاس سيكون بعد ١٢ ثانية على عمق صفر متر أي على السطح. ويعني المقطع الصادي −٢٤ أن موقع الغطاس كان في البداية (حيث الوقت صفر) على عمق −٢٤ مترًا، أو ٢٤ مترًا تحت سطح البحر.

٧ ، ٨ انظر ملحق الإجابات

مثال ٤ ٧) مثّل المعادلة : ٢س − ٥ص = ١ بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

مثال ٥ ٨) مثّل المعادلة : س + ٢ص = ٤ بيانيًا بإنشاء جدول.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حدد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

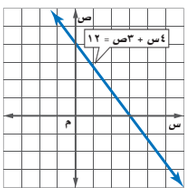
٩) ٥س + ص^{٢} = ٢٥ لا ١٠) ٨ + ص = ٤س ١١) ٩س ص − ٦س = ٧ لا

نعم، ٤س − ص = ٨

١٢) ٤ص^{٢} + ٩ = −٤ لا ١٣) ١٢س = ٧ص − ١٠ ١٤) ص = ٤س + س

نعم، ٤س + ص = ٠ نعم، ٥س − ص = ٠

المثالان ٢ ، ٣ أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي:

١٥) 

١٥) المقطع السيني = ٣
المقطع الصادي = ٤

١٦)

س	ص
−٣	−١
−٢	٠
−١	١
٠	٢
١	٣

المقطع السيني = −٢
المقطع الصادي = ٢

مثال ٤ مثّل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي: انظر الهامش

١٧) ص = ٤ + ٢س ١٨) ٥ − ص = −٣س

مثال ٥ مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًا بإنشاء جدول: انظر ملحق الإجابات

١٩) س = −٢ ٢٠) ص = −٤ ٢١) ٣س = ص

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

٢٢) ٧ن − ٨م = ٤ − ٢م نعم، ٦م − ٧ن = −٤ ٢٣) ٣أ + ب − ٢ = ب نعم، ٣أ = ٢

٢٤) ٢س − ٣س ص + ٥ص = ١ لا ٢٥) $\frac{م^{٣}}{٤}$ = $\frac{ن^{٢}}{٣}$ − ٥ نعم، ٩م − ٨ن = −٦٠

٣ التدريب

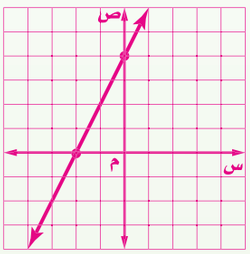
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ − ٨ للتأكد من فهم الطلاب.

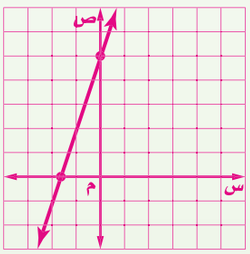
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب حسب مستوياتهم.

إجابات:

١٧)



١٨)



تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٩-٢١ ، ٣٢-٤٣
ضمن ضمن المتوسط	٩-٢٩ فردي ، ٢٦ ، ٢٩ ، ٣٢-٤٣
فوق فوق المتوسط	٢٢-٤٣

٢٦) **مبيعات:** راتب أيمن الشهري ٦٠٠٠ ريال، ويتقاضى عمولة قدرها ٥٠٠ ريال عن كل سيارة يبيعها.

أ) مثّل بيانيًّا المعادلة التي تمثّل دخل أيمن الشهري إذا باع س سيارة. ص = ٦٠٠٠ + ٥٠٠ س وللتمثيل البياني انظر ملحق الإجابات

ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير عدد السيارات التي ينبغي عليه بيعها ليكون دخله الشهري ٢١٠٠٠ ريال. ٣٠ سيارة

مثّل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا: انظر الهامش

٢٧) $ص + \frac{١}{٥}س = ٣$

٢٨) $٣ص - ٧ = ٤س + ١$

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل من المعادلتين الآتيتين:

٢٩) $٥س + ٣ص = ١٥$ ٣، ٥

٣٠) $ص = \frac{٢}{٣}س + ١$ $-١\frac{١}{٢}$، ١

مسائل مهارات التفكير العليا

٣١) **تحدّ:** انسخ كل جدول مما يأتي وأكمله، ثم حدد أيّها يمثّل علاقة خطية، وفسّر إجابتك. ٣١-٣٦) انظر ملحق الإجابات

محيط المربع	
طول الضلع	المحيط
١	٤
٢	٨
٣	١٢

مساحة المربع	
طول الضلع	المساحة
١	١
٢	٤
٣	٩

حجم المكعب	
طول الضلع	الحجم
١	١
٢	٨
٣	٢٧

٣٢) **تبرير:** بيّن نقاط الاختلاف في التمثيل البياني للمعادلة ص = ٢س+١ التي مجالها {١، ٢، ٣، ٤} والمعادلة ص = ٢س+١ التي مجالها جميع الأعداد الحقيقية.

مسألة مفتوحة: أعط مثالًا لمعادلة خطية على الصورة أس+ ب ص = جـ لكل حالة مما يأتي:

٣٣) أ = ٠

٣٤) ب = ٠

٣٥) جـ = ٠

٣٦) **اكتب:** اشرح كيف تجد المقطعين السيني والصادي من معادلة خطية، ولخّص طريقة تمثيل معادلة خطية بيانيًّا.

تدريب على اختبار

٣٧) يقطع مهند ٨ كيلومترات على دراجته الهوائية في ٣٠ دقيقة. ما الوقت الذي سيحتاج إليه لقطع ٣٠ كيلومترًا بهذا المعدّل تقريبًا؟ د

أ) ٨ ساعات.

جـ) ٦ ساعات و٣٢ دقيقة.

ب) ساعتان.

د) ساعة واحدة و ٥٣ دقيقة.

٣٨) إذا كان لدى هند ٢٠٠٠٠ ريال مضى عليها عام هجري كامل، فما مقدار الزكاة المستحقة على هذا المبلغ، علمًا بأن نسبة الزكاة هي ٢,٥ ٪ ؟ ب

أ) ٢٥ ريالًا.

جـ) ٥٠ ريالًا.

ب) ٥٠٠ ريال.

د) ٥٠٠٠ ريال.

مراجعة تراكمية

٣٩) إذا كان: د(س) = $-٣س^٢ + ٨س - ١$ فأوجد د(-١). (الدرس ٢-٢) ١٢-

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٥)

٤٠) $|س+٥| = -٨$ ∅

٤١) $|٨ - ٥س| = ١٢$ $\{٤، -\frac{٤}{٥}\}$

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٣)

٤٢) $١٥ = ٤أ - ٥$ ٥

٤٣) $\frac{ص}{٥} + ٩ = ٦$ ١٥-

تنبيه لحل أسئلة

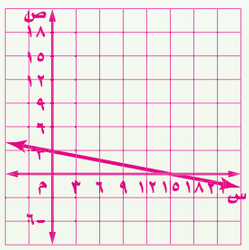
ورقة المربعات: يحتاج الطلاب إلى ورق مربعات لحل الأسئلة ٢٦ – ٢٨

٤ التقويم

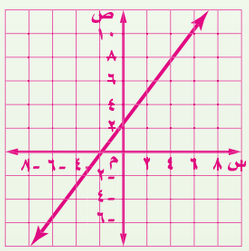
بطاقة مكافأة: اكتب نسخًا متعددة لخمس معادلات خطية لتوزيعها على الطلاب، وأعط كلًّا منهم معادلة. واطلب إليهم تعيين المقطعين السيني والصادي وتسليمك أعمالهم قبل خروجك من الفصل.

إجابات:

٢٧)



٢٨)



تنويع التعليم

فوق

توسع: وضح للطلاب أن التمثيل البياني للدالة الخطية يكون متصلًا، ويمثل جميع حلول المعادلة الخطية. وكل زوج مرتب على الخط المتصل يحقق معادلته. وعندما تكون قيم المتغيرات في المعادلة أعدادًا كلية فقط، فإنه لا يمكن وصل النقاط لتشكّل خطًّا. ويكون هذا النوع من التمثيل البياني منفصلًا.

اطلب إلى الطلاب التفكير في مثال يوضح استعمال التمثيل المنفصل.

إجابة ممكنة: إذا كانت س تمثل عدد الأولاد في حديقة، وص تمثل عدد الرجال في الحديقة نفسها.

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٢ - ٣

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٤) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

٢-٣ تدريبات إعادة التعليم

تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

تمييز المعادلات الخطية وتحديد المقطعين: المعادلة الخطية هي المعادلة التي يمكنك كتابتها في الصورة أ س + ب ص = جـ. وتسمّى **الصورة القياسية** للمعادلة الخطية.

الصورة القياسية للمعادلة الخطية	أ س + ب ص = جـ، أ ≠ صفر، ولا تكون قيمتا أ وَ ب معًا صفرًا. أ، ب، جـ أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر لها هو ١.

مثال ١ حدّد ما إذا كانت المعادلة ص = ٦ − ٣س خطية. و إذا كانت كذلك، فاكتبها في الصورة القياسية.

أعد كتابة المعادلة في الصورة القياسية.

ص = ٦ − ٣س	المعادلة الأصلية
ص + ٣س = ٦ − ٣س + ٣س	أضف ٣س إلى الطرفين
٣س + ص = ٦	بسّط

هذه المعادلة بالصورة القياسية: أ = ٣، ب = ١، جـ = ٦، وهي معادلة خطية.

مثال ٢ حدّد ما إذا كانت المعادلة ٣س = ص + ٤ خطية. و إذا كانت كذلك، فاكتبها في الصورة القياسية.

بما أنّ الحدّ ٣ س هي فيه متغيران، فإنه لا يمكنك كتابة المعادلة في الصورة: أ س + ب ص = جـ؛ لذا فهي ليست معادلة خطية.

تمارين

حدّد ما إذا كانت كلّ معادلة فيما يأتي خطيةً أم لا. وإذا كانت كذلك، فاكتبها في الصورة القياسية:

١) ٢س = ٤ص — **نعم؛ ٢س − ٤ص = ٠**

٢) ٦ + ص = ٨ — **نعم؛ ص = ٢**

٣) ٤س − ٢س = ١ − — **نعم؛ ٤س − ٢س = −١**

٤) ٣س ص + ٨ = ٤ ص — **لا**

٥) ٣س − ٤ = ١٢ — **نعم؛ ٣س = ١٦**

٦) ص = س² + ٧ — **لا**

٧) ص − ٤س = ٩ — **نعم؛ ٤س − ص = −٩**

٨) س + ٨ = ٠ — **نعم؛ ٨س + ص = ٠**

٩) −٢س + ٣ = ٤ص — **نعم؛ ٢س + ٤ص = ٣**

١٠) ٢ + $\frac{١}{٢}$ س = ص — **نعم؛ س − ٢ص = −٤**

١١) $\frac{١}{٤}$ ص = ١٢ − ٤س — **نعم؛ ١٦س + ص = ٤٨**

١٢) ٣س ص − ص = ٨ — **لا**

١٣) ٦ س + ٤ص − ٣ = ٠ — **نعم؛ ٦س + ٤ص = ٣**

١٤) ص س − ٢ = ٨ — **لا**

١٥) ٦س − ٢ص = ٨ + ص — **نعم؛ ٦س − ٢ص = ٨**

١٦) $\frac{١}{٤}$ س − ١٢ص = ١ — **نعم؛ س − ٤٨ص = ٤**

١٧) ٣ + ص + س² = ٠ — **لا**

١٨) س² = ٢س ص — **لا**

تدريبات حل المسألة (١٦) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٢-٣ تدريبات حلّ المسألة

تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

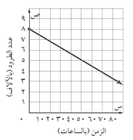
١) **كرة قدم،** فاز فريق أُحد في ٤ مباريات زيادة على عدد المباريات التي خسرها. ويمكنك تمثيل ذلك بالمعادلة ص = س + ٤، حيث س عدد المباريات التي خسرها الفريق، ص عدد المباريات التي فاز فيها. اكتب المعادلة بالصورة القياسية. **ص − س = ٤**

٢) **جبال،** ترتفع قمة جبلٍ ٢١٠٠ متر فوق سطح البحر. إذا تحدّد موقع شخص يتزلّج من قمة هذا الجبل بالمعادلة: ص = −٣٥ س + ٢١٠٠، حيث س الزمن بالدقائق، ص ارتفاع الشخص عن مستوى سطح البحر بالأمتار، فحدّد المقطع الصادي، وبيّن ما تعنيه القيمة الثابتة في هذه الحالة.

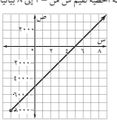
المقطع الصادي ٢١٠٠؛ وهي موقع الشخص قبل أن يبدأ النزول من قمة الجبل.

٣) **شحن بحري،** تحمل باخرة ٨٠٦٣ طردًا متماثلًا، ويمكن للعمال تنزيل حمولة الباخرة بمعدل طرد واحد كلّ دقيقة. باستعمال هذا المعدّل، اكتب معادلة ومثّلها بيانيًا لتحديد عدد الساعات التي يستغرقها العمال لتنزيل نصف الحمولة.

ص = ٨٠٦٣ − ٦٠س؛ نحو ٦٧,٢ ساعة أو ٦٧ ساعة و١٢ دقيقة.



٤) **تنظيف ملابس،** تمثّل المعادلة: ص = ١٠٠٠ س − ٥٠٠٠ الربح الشهري لشركة جديدةٍ لتنظيف الملابس، حيث الزمن س (بالأشهر) والربح ص (بالريال). وقد بدأت الشركة في العمل عندما كان الزمن صفرًا، وابتدأ التحضير مبكرًا قبل ثلاثة شهورٍ مع شراء المعدات والتجهيزات. مثّل المعادلة الخطية لقيم س من −٣ إلى ٨ بيانيًا.



٥) **نموّ العظام،** يمكنك توقُّع طول شخص بالمعادلة ع = ٢,٩ ل + ٧٠,٦، حيث ع الطول (بالسنتمترات)، وَ ل طول عظم الفخذ (بالسنتمترات).

أ) هل هذه معادلة خطية أم لا؟ وضّح ذلك.

نعم، يمكنك كتابة المعادلة في الصورة القياسية، حيث: أ = ١، ب = −٢,٩، جـ = ٧٠,٦

ب) أوجد المقطع (ل) والمقطع (ع) للمعادلة؟ وهل لهما معنى في هذه الحالة أم لا؟ وضّح ذلك.

المقطع الصادي ٧٠,٦؛ المقطع السيني ≈ −٢٤,٢؛ لا؛ وطول عظم الفخذ السالب ليس له معنى.

جـ) استعمل الدالة لإيجاد الطول التقريبي لشخصٍ طول عظم الفخذ لديه ٣٥ سنتمترًا.

١٧٢,١ سم

التدريبات الإثرائية (١٧) — فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٢-٣ التدريبات الإثرائية

انسحاب التمثيل البياني للمعادلة الخطية

يمكنك إجراء **انسحاب** على التمثيل البياني للمعادلة الخطية في المستوى الاحداثي، وهذا يعني تحريك الشكل إلى أعلى أو إلى أسفل أو إلى اليمين أو إلى اليسار دون تغيّر اتجاهه.

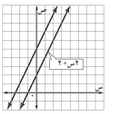
الانسحاب إلى أعلى أو إلى أسفل يؤثر في الإحداثيات الصادية لقيمة (س) المعطاة، والانسحاب يمينًا أو يسارًا يؤثر في الإحداثيات السينية لقيمة معلومة لـ ص.

مثال أجر انسحابًا للتمثيل البياني للمعادلة: ص = ٢س + ٢، ٣ وحدات إلى أعلى:

أعد ٣ لكل قيمة من قيم ص.

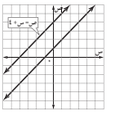
ص = ٢س + ٢	
س	ص
−١	٠
٠	٢
١	٤
٢	٦

الانسحاب	
س	ص
−١	٣
٠	٥
١	٧
٢	٩

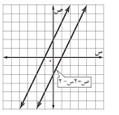


مثّل كلّ دالة فيما يأتي بيانيًا، ثم أجر انسحابًا للتمثيل البياني الناتج في المستوى الاحداثي نفسه:

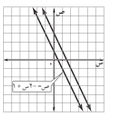
١) ص = س + ٤، ٣ وحدات إلى أسفل



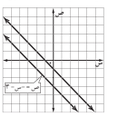
٢) ص = ٢س − ٢، وحدتان إلى اليسار



٣) ص = −٢س + ١، وحدة واحدة إلى اليمين



٤) ص = −س − ٣، وحدتان إلى أعلى



كتاب التمارين (١١) — دون ضمن فوق

٢ - ٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

حدّد المعادلات الخطية في كل ما يأتي، واكتبها بالصورة القياسية، ثم أوجد المقطعين السيني والصادي لكل منها:

١) ٤س ص + ٢ص = ٩ — لا

٢) ٨ − ٣ص = ٦ − ٤س — نعم؛ ٤س − ٣ص = ٢، المقطع السيني $\frac{١}{٢}$، والمقطع الصادي −٢

٣) ٧س + ص + ٣ = ص — نعم؛ ٧س − ص = −٣، المقطع السيني $\frac{-٣}{٧}$، لا يوجد مقطع صادي

٤) ٥ − ٢ص = ٣س — نعم؛ ٣س + ٢ص = ٥، المقطع السيني $\frac{٥}{٣}$، المقطع الصادي $\frac{٥}{٢}$

٥) $\frac{س}{٣}$ − $\frac{ص}{٤}$ = ١ — نعم؛ ٣س − ٤ص = ١٢، المقطع السيني ٤، المقطع الصادي −٣

٦) $\frac{٥}{س}$ − $\frac{٢}{ص}$ = ٧ — لا

مثّل كل معادلة مما يأتي بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي:

٧) $\frac{١}{٢}$ س − ص = ٢

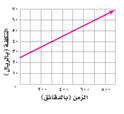
٨) ٥ص − ٢س = ٧

٩) ١,٥ س + ٣ص = ٩

١٠) **اتصالات،** تقاضى شركة هواتف ٢٥ ريالًا رسم اشتراك شهري بالإضافة إلى ٠,٠٥ ريال عن كل دقيقة. يمكن التعبير عن التكلفة الكلية للهاتف (ص) بالمعادلة: ص = ٠,٠٥ س + ٢٥، حيث تدل س على مدة المكالمات بالدقائق.

أ) أوجد المقطع الصادي للمعادلة. ٢٥

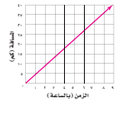
ب) مثّل المعادلة بيانيًا.



جـ) إذا كانت مدة المكالمات ١٤٠ دقيقة، فما التكلفة الشهرية للهاتف؟ ٣٢ ريالًا

١١) **أحياء بحرية،** على فرض أن الحوت المفترس يسبح بمعدّل ٤,٥ كيلومترات في الساعة، يمكن التعبير عن المسافة (ف) التي يقطعها الحوت في (ن) ساعة بالمعادلة ف = ٤,٥ ن.

أ) مثّل المعادلة بيانيًا.



ب) استعمل التمثيل البياني للتنبؤ بالزمن اللازم للحوت ليقطع مسافة ٣٠ كيلومترًا. بين ٦ و ٧ ساعات

ملحوظات المعلم

٢ - ٤ حل المعادلات الخطية بيانيًّا

فيما سبق
درست تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا باستعمال الجداول أو المقطعين.

والآن
- أحل المعادلات بيانيًا.
- أقدّر حل المعادلة بيانيًا.

المفردات
الدالة الخطية
الدالة المولدة (الأم)
الجذر
الأصفار

obeikaneducation.com

لماذا ؟

يبين الشكل المجاور المبلغ المتبقي بعد أن يدفع أحمد عددًا من أقساط تكلفة تقويم أسنانه، والذي تمثله الدالة :

ب = −٨٥ أ + ٥١٠٠

حيث أ عدد الدفعات التي قيمة كل منها ٨٥ ريالًا، و ب المبلغ المتبقي.

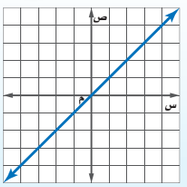
الحل بيانيًا : **الدالة الخطية** هي دالة تمثل بيانيًّا بمستقيم.

وأبسط دالة خطية هي د (س) = س، وتسمى **الدالة المولدة (الأم)** لمجموعة الدوال الخطية.

مفهوم أساسي — الدالة الخطية

الدالة المولدة (الأم)	د (س) = س
نوع التمثيل البياني	خط مستقيم
المجال	جميع الأعداد الحقيقية
المدى	جميع الأعداد الحقيقية

أضف إلى مطويتك

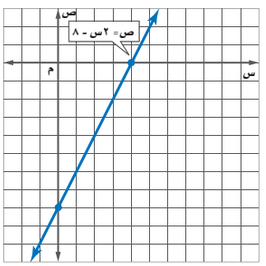


حل المعادلة أو **الجذر** هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة. وللمعادلة الخطية جذر واحد على الأكثر، ويمكنك إيجاد جذر المعادلة بتمثيل الدالة المرتبطة بها، ولكتابة هذه الدالة بمعادلة، عوّض صفرًا بدلًا من د (س).

المعادلة الخطية	الدالة المرتبطة
٢ س − ٨ = ٠	د (س) = ٢ س − ٨ أو ص = ٢ س − ٨

تسمى قيم س التي تجعل د (س) = ٠ **أصفار** الدالة.
ويقع صفر الدالة عند المقطع السيني لها، وجذر المعادلة هو قيمة المقطع السيني؛ ولذا فإن:

- ٤ هو المقطع السيني للمعادلة: ٢س − ٨ = ٠
- ٤ هو حل المعادلة: ٢ س − ٨ = ٠
- ٤ هو جذر المعادلة: ٢ س − ٨ = ٠
- ٤ هو صفر الدالة: د (س) = ٢س − ٨



ملاحظات الدرس

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٢ - ٤
تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا، وباستعمال الجداول، وإيجاد الجذور والأصفار، والمقطعين السيني والصادي.

الدرس ٢ - ٤
حل المعادلات بيانيًّا.
تقدير حل معادلة بيانيًّا.

ما بعد الدرس ٢ - ٤
تعيين ميل المستقيم.

٢ التدريس

أسئلة البناء
اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

واسأل:
- ما المبلغ المتبقي بعد تسديد ٢٠ دفعة؟ ٣٤٠٠ ريال
- كيف توظف التمثيل البياني للإجابة عن السؤال السابق؟ حدد الدفعة ٢٠ على المحور أ الذي يمثل عدد الدفعات، ثم ارسم خطًّا رأسيًّا من ٢٠ ليقطع المستقيم في نقطة، ثم أنزل عمودًا من هذه النقطة إلى المحور ب الذي يمثل المبلغ المتبقي، فعندئذٍ تمثل نقطة التقاطع مع المحور ب المبلغ المتبقي.
- كيف يُوظف التمثيل البياني لإيجاد عدد الدفعات الكلية؟ أوجد أين يقطع التمثيل البياني المحور أ الذي يمثل عدد الدفعات حيث يقطع التمثيل المحور في النقطة ٦٠؛ لذا سيكون هناك ما مجموعه ٦٠ دفعة.

مصادر الدرس ٢ - ٤

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٦٤)	• تنويع التعليم، ص (٦٤، ٦٧)	• تنويع التعليم، ص (٦٧)
كتاب التمارين	ص (١٢)	ص (١٢)	ص (١٢)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٨) • تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • كتاب التمارين، ص (١٢)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • كتاب التمارين، ص (١٢)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • التدريبات الإثرائية، ص (٢١) • كتاب التمارين، ص (١٢)

الحل بالتمثيل البياني:

المثال ١ يبين طريقة حل معادلة لها جذر واحد جبريًّا وبيانيًّا.

المثال ٢ يبين طريقة حل معادلة ليس لها حل جبريًّا وبيانيًّا.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثالان إضافيان

١ حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

أ) $٠ = \frac{١}{٢}س + ٣$ (–٦)

ب) $٢ = \frac{١}{٣}س + ٣$ (–٣)

٢ حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

أ) $٢س + ٥ = ٢س + ٣$

(لا يوجد حل)

ب) $٥س - ٧ = ٥س + ٢$

(لا يوجد حل)

المحتوى الرياضي

تعيين المعادلات: معظم المعادلات ذات المتغير الواحد لها جذر واحد على الأكثر، إلا أن هناك معادلات بمتغير واحد لها عدد لا نهائي من الجذور؛ غير أنها لا تعد معادلات خطية. فمثلًا:

$٢س - ٨ = ٢(س - ٤)$

عند تبسيطها تصبح على النحو الآتي:

$٢س - ٨ = ٢س - ٨$

أو صفر = صفر

وهذا يعني أن اختيار أي قيمة للمتغير س تمثل حلًّا للمعادلة.

إرشادات للمعلم الجديد

رمز الدالة: وضح للطلاب أن د(س) هي رمز خاص للدالة، وليست حاصل ضرب د في س.

مثال ١ حل المعادلة التي لها جذر واحد

حل كل معادلة فيما يأتي:

أ) $٠ = \frac{١}{٣}س - ٢$

الطريقة ١: الحل جبريًّا

$٠ = \frac{١}{٣}س - ٢$	المعادلة الأصلية
$٠ + ٢ = \frac{١}{٣}س - ٢ + ٢$	أضف ٢ إلى الطرفين
$٣(٢) = ٣(\frac{١}{٣}س)$	اضرب كل طرف في ٣
$٦ = س$	بسّط

الحل هو ٦.

ب) $٣س + ١ = -٢$

الطريقة ٢: الحل بيانيًّا

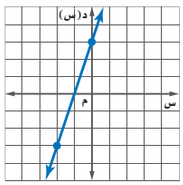
أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفها الأيسر صفرًا.

$٣س + ١ = -٢$	المعادلة الأصلية
$٣س + ١ + ٢ = -٢ + ٢$	أضف ٢ إلى الطرفين
$٣س + ٣ = ٠$	بسّط

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د (س) = ٣س + ٣

ولتمثيل الدالة بيانيًّا كوّن جدولًا.

س	د (س) = ٣س + ٣	د (س)	(س ، د (س))
–٢	د (–٢) = ٣ × –٢ + ٣	–٣	(–٢ ، –٣)
٠	د (٠) = ٣ × ٠ + ٣	٣	(٠ ، ٣)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند –١، لذا فإن الحل هو س = –١.

إرشادات للدراسة

الأصفار من الجدول: صفر الدالة هو المقطع السيني الذي قيمة ص عنده تساوي صفرًا.

تحقق من فهمك

أ١) $٠ = \frac{٢}{٥}س + ٦$ –١٥

ب١) $٠ = ١,٢٥س + ٣$ $-٢,٤$ أو $-\frac{١٢}{٥}$

إذا تضمنت المعادلة المتغير نفسه في كلا طرفيها، فضع المتغير في طرف واحد باستعمال الجمع أو الطرح، ثم أوجد الحل.

مثال ٢ معادلات ليس لها حل

حل كل معادلة فيما يأتي:

أ) $٣س + ٧ = ٣س + ١$

الطريقة ١: الحل جبريًّا

$٣س + ٧ = ٣س + ١$	المعادلة الأصلية
$٣س + ٧ - ١ = ٣س + ١ - ١$	اطرح ١ من الطرفين
$٣س + ٦ = ٣س$	بسّط
$٣س - ٣س + ٦ = ٣س - ٣س$	اطرح ٣س من الطرفين
$٦ = ٠$	بسّط

تنويع التعليم:

دون ضمن

إذا واجه بعض الطلاب صعوبة في تمثيل المعادلات،

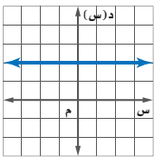
فقم بتشجيعهم على العمل في مجموعات صغيرة لحل المسائل مثل المثال ١ ب، مستعملًا بلاط أرض الغرفة لتكوين شبكة إحداثيات كبيرة. ثم عين طالبًا أو طالبين من أعضاء المجموعة لتكوين جدولٍ للقيم، واطلب إلى طالبين آخرين الوقوف في الزوجين المرتبين على الشبكة الإحداثية، وضع خيطًا يصل بينهما ملاصقًا لأرض الغرفة لتمثيل الخط. ثم اطلب إلى أحد الطلاب أن يحدد موقع تقاطع الخط مع محور السينات.

وهذا مستحيل، وتكون الدالة المرتبطة هي د(س) = ٦. وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما يكون د (س) = ٠ ، وحيث د (س) يساوي ٦ دائمًا فليس للمعادلة حل.

ب) ٢س – ٤ = ٢س – ٦

الطريقة ٢: **الحل بيانيًا**

٢س – ٤ = ٢س – ٦	المعادلة الأصلية
٢س – ٤ + ٦ = ٢س – ٦ + ٦	أضف ٦ إلى الطرفين
٢س + ٢ = ٢س	بسّط
٢س – ٢س + ٢ = ٢س – ٢س	اطرح ٢س من الطرفين
٢ = ٠	بسّط



مثّل الدالة المرتبطة د(س) = ٢ بيانيًّا، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.

تحقق من فهمك

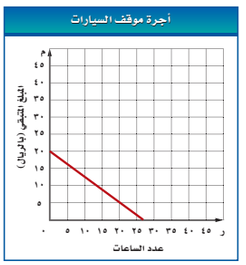
٢أ) ٤س + ٣ = ٤س – ٥ لايوجد حل **٢ب)** ٢ – ٣س = ٦ – ٣س لايوجد حل

تقدير الحل باستعمال التمثيل البياني: قد يزودك التمثيل البياني بحل تقديري. وفي هذه الحالة، استعمل الطريقة الجبرية لإيجاد الحل الدقيق.

مثال ٣ من واقع الحياة — التقدير باستعمال التمثيل البياني

مواقف سيارات: تمثل الدالة م = ٢٠ – ٠,٧٥ ر المبلغ (م) المتبقي مع أحمد بعد توقف سيارته (ر) ساعة في موقف للسيارات. أوجد صفر الدالة، وبيّن ما يعنيه في هذا السياق.

ر	م = ٢٠ – ٠,٧٥ ر	م	(ر ، م)
٠	م = ٢٠ – ٠,٧٥ × ٠	٢٠	(٠ ، ٢٠)
٥	م = ٢٠ – ٠,٧٥ × ٥	١٦,٢٥	(٥ ، ١٦,٢٥)



يبين التمثيل البياني أن المستقيم يقطع محور السينات عند ر ≈ ٢٧.

وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري.

م = ٢٠ – ٠,٧٥ ر	المعادلة الأصلية
٠ = ٢٠ – ٠,٧٥ ر	عوض القيمة صفرًا بدلًا من م
٠ + ٠,٧٥ ر = ٢٠ – ٠,٧٥ ر + ٠,٧٥ ر	أضف ٠,٧٥ ر إلى الطرفين
٠,٧٥ ر = ٢٠	بسط
٠,٧٥ ر / ٠,٧٥ = ٢٠ / ٠,٧٥	اقسم على ٠,٧٥
ر ≈ ٢٦,٦٧	بسط

فيكون صفر هذه الدالة هو ٢٦,٦٧ تقريبًا؛ لذا فأقصى عدد من الساعات الكاملة التي يمكن لأحمد إيقاف سيارته خلالها هو ٢٦ ساعة.

الربط مع الحياة

تظهر أهمية مواقف انتظار السيارات في استيعابها عددًا كبيرًا من السيارات بما يقضي على معاناة المواطنين وإعاقة سير المركبات والمشاة بسبب توقف السيارات على جوانب الطرق.

تقدير الحلول بالتمثيل البياني

المثال ٣ يبين طريقة تقدير أصفار الدالة باستعمال التمثيل البياني لهذه الدالة.

مثال إضافي

٣ **درجات حرارة:** تعبّر الدالة ص=–١٥+٣س عن درجة الحرارة الخارجية الفهرنهايتية في إحدى قرى آلاسكا، حيث تمثل س عدد الساعات بعد منتصف الليل، وتكون الدالة صحيحة لقيم س من منتصف الليل إلى الساعة ٤:٠٠ مساء. أوجد أصفار الدالة، وماذا تعني؟ ٥، عند الساعة ٥:٠٠ صباحًا تكون درجة الحرارة الفهرنهايتية صفرًا.

إرشادات للمعلم الجديد

التبرير: وجّه طلابك للبحث عن كلمات مفتاحية تصف الحالات التي يكون فيها تقريب التقدير إلى قيمة أكبر أو أقل ضروريًّا. فإنك على سبيل المثال تقرب إلى الأعلى إذا لم تحتج إلى كمية صغيرة جدًّا، وتقرب إلى الأدنى إذا لم تحتج إلى كمية كبيرة جدًّا.

التعليم باستعمال التقنيات

تسجيل مرئي: كوّن عرضًا مرئيًّا لكيفية حل المعادلات التي في طرفيها متغيرات. ثم أرسل العرض إلى جميع الطلاب ليشاركوا، ويجدوا مصدرًا إضافيًّا لهم خارج الصف.

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٧ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تنبيه لحل أسئلة

ورقة مربعات: تتطلب الأسئلة ٢٠– ٢٤ ، ٣٣ استعمال ورق مربعات.

تحقق من فهمك

٣) **مقصف مدرسة:** اشترى مقصف مدرسة علبة حلوى بمبلغ (٤٥) ريالًا. فإذا باع القطعة الواحدة بـ ١,٥ ريال، وكانت الدالة ص = ١,٥ س – ٤٥ تمثل الربح الذي يحققه عند بيع س قطعة من الحلوى، فأوجد صفر الدالة، وصِف ماذا يعني ذلك في سياق هذه المسألة.

٣٠؛ يجب أن يبيع المقصف ٣٠ قطعة حلوى قبل أن يحقق ربحًا.

تأكد

المثالان ١ ، ٢ حل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

١) –٢س + ٦ = ٠ ٣

٢) ٤س – ٢ = ٠ $\frac{١}{٢}$

٣) ٩س + ٣ = ٠ $-\frac{١}{٣}$

٤) ٠ = –س – ٨ –٨

٥) ٤س + ١١ = ٤س – ٢٤ لايوجد حل

٦) ٢س – ٥ = ٢س + ٨ لايوجد حل

مثال ٣ ٧) **خضار:** تمثل الدالة و = ٦٠ – ٢ن وزن الجزر المتبقي بالكيلو جرام في محل أحمد بعد بيعه (ن) كيسًا. أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

٣٠، يجب أن يبيع أحمد ٣٠ كيسًا ليكون وزن الجزر في محله صفرًا.

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢ حل كل معادلة فيما يأتي:

٨) ٠ = س + ٣ –٣

٩) ٥ – ٨س = ١٦ – ٨س لايوجد حل

١٠) ٣س – ١٠ = ٢١ + ٣س لايوجد حل

١١) ٤س – ٣٦ = ٠ ٩

١٢) ٠ = ٧س + ١٠ $-\frac{١٠}{٧} = -١\frac{٣}{٧}$

١٣) –٧س + ٣٥ = ٢٠ – ٧س لايوجد حل

مثال ٣ ١٤) أراد محمد شراء أقلام لأصدقائه بمبلغ (٧٥) ريالًا، والمعادلة م = –٣ د + ٧٥ تمثل المبلغ (م) بالريال المتبقي معه بعد شراء (د) قلمًا . أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

٢٥؛ يمكنه شراء ٢٥ قلمًا كحد أقصى بمبلغ (٧٥) ريالًا.

حل كل معادلة فيما يأتي:

١٥) ١٥ + ٦س = ٠ $-\frac{٥}{٢}$ أو $-٢\frac{١}{٢}$

١٦) ٠ = ١٣س + ٣٤ $-٢\frac{٨}{١٣} = -\frac{٣٤}{١٣}$

١٧) ٠ = ٢٢س – ١٠ $\frac{٥}{١١}$

١٨) ٠ = $\frac{٢}{٥}$س – $\frac{٣}{٤}$ $\frac{١٥}{٨}$ أو $١\frac{٧}{٨}$

١٩) **قالب ثلجي:** كانت درجة حرارة قالب ثلجي عند إخراجه من حافظة الثلج –١٠° س. وتمثل المعادلة: ت = ١,٢٥ هـ – ١٠ درجة حرارة الثلج بعد هـ ساعة من إخراجه. فما الوقت الذي يبدأ فيه القالب بالذوبان إذا تم إخراجه عند الساعة ٨:٠٠ صباحًا ؟ ٤:٠٠ عصرًا.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٨–١٤ ، ٢٥–٣٣
ضمن ضمن المتوسط	٨–٢٤ فردي ، ٢٥–٣٣
فوق فوق المتوسط	١٥–٣٣

حل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا، وتحقق من إجابتك جبريًّا: ٢٠-٢٣) للتمثيل انظر ملحق الإجابات

٢٠) ٧ − ٣س = ٨ − ٤س ١

٢١) ١٩ + ٣س = ١٣ + س −٣

٢٢) ١٥س − ٣٠ = ٥س − ٥٠ −٢

٢٣) $\frac{١}{٢}$ س − ٥ = ٣س − ١٠ ٢

٢٤) **منتجات الشعر:** تستعمل بعض المستحضرات الطبية المواد الكيماوية لجعل الشعر أكثر لمعانًا. وتُمَثل النسبة المئوية المتبقية لإكمال العملية بالمعادلة : ص = − ١٢,٥ س + ١٠٠ ؛ حيث س الزمن بالدقائق الذي يبقى فيه المستحضر على الشعر، ص النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

إرشادات للدراسة

صفر الدالة:
يُسمى صفر الدالة أيضًا جذر المعادلة أو المقطع السيني .

أ) أوجد صفر الدالة. ٨

ب) مثّل الدالة بيانيًّا. انظر ملحق الإجابات

جـ) بيّن ما يعنيه الصفر في هذه الحالة. يجب أن يبقى المستحضر على الشعر ٨ دقائق ليكون فعالًا تمامًا

د) اذكر كلًّا من مجال الدالة ومداها. المجال: ٠ ≤ س ≤ ٨ ، المدى: ٠ ≤ ص ≤ ١٠٠

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥-٢٧) انظر الهامش

٢٥) **تبرير:** وضح متى يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل المعادلة، ومتى يفضل حلها بالتمثيل البياني؟

٢٦) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة خطية جذرها $-\frac{٣}{٤}$. واكتب الدالة المرتبطة بها.

٢٧) **اكتب:** لخّص كيف تحل معادلة خطية جبريًّا وبيانيًّا.

تدريب على اختبار

٢٨) ما التقدير الأفضل للمقطع السيني للتمثيل البياني للدالة الخطية الممثلة في الجدول؟ ب

س	ص
٠	٥
١	٣
٢	١
٣	−١
٤	−٣

أ) بين ٠، ١

ب) بين ٢، ٣

جـ) بين ١، ٢

د) بين ٣، ٤

٢٩) يبين الجدول أدناه التكلفة جـ لاستئجار زورق مدة هـ ساعة. أ

الساعات (هـ)	١	٢	٣
التكلفة بالريال (جـ)	٢٥	٥٠	٧٥

أي المعادلات الآتية تمثل بيانات الجدول؟ أ

أ) جـ = ٢٥ هـ

ب) جـ = ٧٥ − ٢٥ هـ

جـ) جـ = هـ + ٢٥

د) جـ = ٢٥ هـ + ٧٥

مراجعة تراكمية

أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني لكل دالة خطية فيما يأتي: (الدرس ٢-٣)

٣٠) ص = ٢س + ١٠ −٥، ١٠

٣١) ٣ص = ٦س − ٩ $\frac{٣}{٢}$ ، −٣

٣٢) حل المعادلة: | س − ١ | = ٧. (الدرس ١-٥) {٨، −٦}

٣٣) مثّل العلاقة: {(١، ٣)، (٢، ٤)، (٣، ٥)، (٤، ٦)} بجدول، وبيانيًّا، وبالمخطط السهمي، ثم حدد كلًّا من مجالها ومداها. (الدرس ٢-١)
انظر ملحق الإجابات

٤ التقويم

تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب الكتابة عن أهمية الدرس السابق في تمثيل المعادلات الخطية لدرس اليوم (حل المعادلات الخطية بيانيًّا).

التقويم التكويني

تحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرسين (٢-٣)، (٢- ٤) بإعطائهم اختبارًا قصيرًا.

الاختبار القصير ٢، ص (٣٠)

إجابات:

٢٥) إجابة ممكنة: من الأفضل استعمال الطريقة الجبرية إذا كان المطلوب هو الإجابة الدقيقة.

٢٦) إجابة ممكنة: ٣+٤س = ٠؛ ص = +٤س أو د(س) = ٣ + ٤س

٢٧) إجابة ممكنة: لحل معادلة خطية جبريًّا، نحل المعادلة بالنسبة إلى س، أما لحلها بيانيًّا فنجد الدالة المرتبطة بجعل المعادلة مساويةً للصفر، ويتم عمل جدول بقيم مختلفة للإحداثي س، ثم نوجد القيم المقابلة لها للإحداثي ص، وبعدها نعيّن على التمثيل البياني أين يقطع الخط محور السينات لتكون نقطة القطع هي الحل، وإذا لم يقطعه فلا يوجد حل.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: حل ٠ < $\frac{١}{٣}$ س − ١ < ٣ س

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٢ - ٤

دون دون المتوسط　ضمن ضمن المتوسط　فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٨)　دون

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٢ تدريبات إعادة التعليم

حل المعادلات الخطية بيانيًا

الحل بيانيًا: يمكنك حلّ معادلة بالتمثيل البياني للدالة المرتبطة بها، وحل المعادلة هو المقطع السيني للدالة.

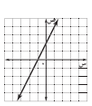
مثال حلّ المعادلة: ٢س − ٢ = −٤ بيانيًا.

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة، بحيث يكون طرفها الأيسر صفرًا. كوّن جدولًا للأزواج المرتبة للحل، ومثّل الدالة بيانيًا، ثم حدّد المقطع السيني.

٢س − ٢ = −٤	المعادلة الأصلية
٢س − ٢ + ٤ = −٤ + ٤	أضف ٤ إلى الطرفين
٢س + ٢ = ٠	بسّط
د(س) = ٢س + ٢	عوّض القيمة (صفر) بدلًا من (د س).

لتمثيل الدالة بيانيًا، كوّن جدولًا، ثم مثّل الأزواج المرتبة بيانيًا.

س	د(س) = ٢س + ٢	ص	(س، ص)
١	د(١) = ٢(١) + ٢	٤	(٤، ١)
−١	د(−١) = ٢(−١) + ٢	٠	(٠، −١)
−٢	د(−٢) = ٢(−٢) + ٢	−٢	(−٢، −٢)

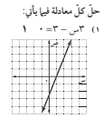
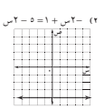
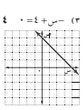
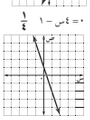
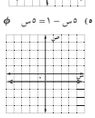
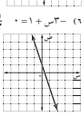


يقطع المستقيم محور السينات عند (−١، ٠)، وحلّ المعادلة هو س = −١.

تمارين

حلّ كلّ معادلة فيما يأتي:

١) ٣س − ٣ = ٠　٢) −٢س + ١ = ٥ − ٢س　٣) −س + ٤ = ٠　٤) ٠ = ٤س − ١　٥) ٥س − ١ = ٥س　٦) −٣س + ١ = ٠

تدريبات حل المسألة (٢٠)　دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٢ تدريبات حلّ المسألة

حل المعادلات الخطية بيانيًا

١) **وقود:** سافر حمد بسيارته من الرياض إلى الدمام، حيث كان خزان الوقود الذي سعته ٨٠ لترًا ممتلئًا. إذا كان معدل المسافة التي تسيرها السيارة بالوقود هو ٦ كيلومترات لكل لتر. والدالة: ف = ٨٠ − ٠,٢ ك تمثّل كمية الوقود المتبقية في الخزان بعد مسير ك كيلو مترًا، فأوجد صفر الدالة، وبيّن ما تعنيه هذه القيمة في هذا الموقف.

٤٠٠ : يمشي حمد بسيارته ٤٠٠ كلم حتى ينفذ الوقود

٢) **نقود:** يبلغ رصيد الجوهرة في البنك ٢٧٠٠٠ ريال، إذا كانت تسحب منه ١٥٠٠ ريال شهريًا، دون أن تضيف شيئًا للرصيد، والدالة: ص = ٢٧٠٠٠ − ١٥٠٠ س تمثّل المبلغ المتبقي في رصيد الجوهرة في البنك بعد (س) شهرًا، فأوجد صفر الدالة، وبيّن ما تعنيه هذه القيمة في هذا الموقف.

١٨ : ينتهي رصيد الجوهرة بعد ١٨ شهرًا

٣) **أقساط:** اشترى مشتري سيارة ثمنها ٩٦٠٠٠ ريال بالأقساط الشهرية بحيث يسدد ٢٤٠٠ ريال شهريًا والدالة م = ٩٦٠٠٠ − ٢٤٠٠ ن تمثّل المبلغ المتبقي من ثمن السيارة بعد تسديد (ن) من الدفعات الشهرية. أوجد صفر الدالة، وبيّن ما تعنيه هذه القيمة في هذا الموقف.

٤٠ : يحتاج مشتري إلى ٤٠ شهرًا لإتمام أقساط ثمن السيارة

٤) **فطائر:** لدى سهام ١٥٠ ريالًا لدفعها لشراء فطائر. والدالة: ر = ١٥٠ − ٨٠,٠ ص تمثّل المبلغ المتبقي بالريال بعد شراء ص فطيرة. أوجد صفر الدالة. وبيّن ما تعنيه هذه القيمة في هذا الموقف.

١٨٧,٥ : اشترت ١٨٨ فطيرة

٥) **سفر:** يرغب خالد في السفر من مدينة طريف إلى مكة المكرمة بالسيارة. إذا كان هناك ٣ طرق يمكن أن يسلكها خالد وهي:

الطريق	المسافة (كلم)
(أ) طريف – أجوف – حائل – مكة المكرمة	١٦٠٠
(ب) طريف – تبوك – المدينة المنورة – مكة المكرمة	٢٢٠٠
(جـ) طريف – القصيم – الرياض – مكة المكرمة	٢٠٠٠

أ) الدالة: ف = ١٦٠٠ − ١١٠ ن تمثّل المسافة المتبقية حتى يصل خالد إلى مكة المكرمة. إذا سار من دون توقّف ن ساعة باستعمال الطريق (أ)، فأوجد صفر الدالة، وبيّن ما تعنيه هذه القيمة في هذا الموقف.

١٤,٥٥ ساعة؛ يحتاج خالد إلى ١٤,٥٥ ساعة تقريبا حتى يصل إلى مكة المكرمة باستعمال الطريق (أ)

ب) الدالة: ف = ٢٢٠٠ − ١١٠ ن تمثّل المسافة المتبقية حتى يصل خالد إلى مكة المكرمة. إذا سار من دون توقّف ن ساعة باستعمال الطريق (ب)، فأوجد صفر الدالة، وبيّن ما تعنيه هذه القيمة في هذا الموقف.

٢٠ ساعة؛ يحتاج خالد إلى ٢٠ ساعة حتى يصل إلى مكة المكرمة باستعمال الطريق (ب)

د) اكتب دالة تمثّل المسافة المتبقية حتى يصل خالد إلى مكة المكرمة. إذا سار من دون توقف ن ساعة بسرعة ١١٠ كلم/ ساعة باستعمال الطريق (جـ)، أوجد صفر الدالة، وبيّن ما تعنيه هذه القيمة في هذا الموقف.

ف = ٢٠٠٠ − ١١٠ ن، ١٨,١٨ ساعة؛ يحتاج خالد إلى ١٨,١٨ ساعة تقريبا حتى يصل إلى مكة المكرمة باستعمال الطريق (جـ).

التدريبات الإثرائية (٢١)　فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٢ التدريبات الإثرائية

حل المعادلات غير الخطية بيانيًا

يمكنك حل المعادلة غير الخطية بالتمثيل البياني لمنحنى الدالة المرتبطة بها في المستوى الإحداثي، حيث يمكن إيجاد نقاط المقاطع السينيّة والصاديّة، والتي ستمثّل أزواجًا مرتبةً يمرُّ بها منحنى التمثيل البياني للدالة، والتوصيل بينها بشكل منحنٍ في المستوى الإحداثي، ثم تحديد حلول المعادلة، والتي هي المقاطع السينيّة للدالة. فمثلًا:

حل المعادلة: س٢ − ٣ = ١ بيانيًا.

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة، بحيث يكون طرفها الأيسر صفرًا.

س٢ − ٣ = ١	المعادلة الأصلية
س٢ − ٣ − ١ = ١ − ١	اطرح ١ من الطرفين
س٢ − ٤ = ٠	بسّط
د(س) = س٢ − ٤	الدالة المرتبطة

أوجد المقطع الصادي لتحديد النقطة التي يقطع فيها المنحنى محور الصادات.

د(س) = س٢ − ٤	عوّض عن س بصفر
ص = − ٤	د(س) = ص

فيكون المقطع الصادي − ١٤ أي أن المنحنى يقطع محور الصادات في النقطة (٠، − ٤)

أوجد المقاطع السينيّة لتحديد النقاط التي يقطع بها المنحنى محور السينات.

د(س) = س٢ − ٤	عوّض عن ص = د(س) بصفر
٠ = س٢ − ٤	
٠ + ٤ = س٢ − ٤ + ٤	أضف ٤ إلى الطرفين
٤ = س٢	بسّط
± ٤√ = س	تعريف الجذر التربيعي
± ٢ = س	

فيكون المقطعان السينيان هما ٢، − ٢ أي أن المنحنى يقطع محور السينات في النقطتين (٢، ٠)، (− ٢، ٠)

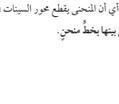
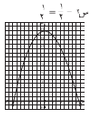
مثّل النقاط في المستوى الإحداثي ثم صِلْ بينها بخطٍّ منحنٍ.

أي أن حل المعادلة هو ٢، − ٢

تمارين

حل كل معادلة فيما يأتي بيانيًا:

١) س٢ − ٨ = ١　٢) ١٧ − س٢ = ١　٣) س٢ = $\frac{١}{٢}$

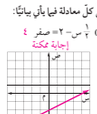



كتاب التمارين (١٢)　دون ضمن فوق

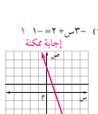
٢ - ٤ حل المعادلات الخطية بيانيًا

حلّ كلّ معادلة فيما يأتي بيانيًا:

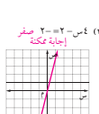
١) $\frac{١}{٢}$ س − ٢ = صفر　إجابة ممكنة



٢) −٣س + ٢ = −١　إجابة ممكنة



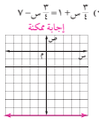
٣) ٤س − ٢ = −٢　صفر　إجابة ممكنة



٤) $\frac{١}{٢}$ س + ٢ = $\frac{١}{٢}$ س − ١　إجابة ممكنة

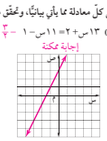
٥) $\frac{٣}{٤}$ س + ٤ = ٣　$-\frac{٣}{٤}$　إجابة ممكنة

٦) $\frac{٣}{٤}$ س + ١ = $\frac{٣}{٤}$ س − ٧　إجابة ممكنة

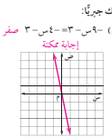


حلّ كلّ معادلة مما يأتي بيانيًا، وتحقّق من إجابتك جبريًا:

٧) ١٣س + ٢ = ١١س − ١　$\frac{٣}{٢}$ −　إجابة ممكنة



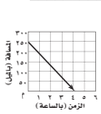
٨) −٥س − ٣ = −٤س − ٣　صفر　إجابة ممكنة



٩) $-\frac{١}{٢}$ س + ٢ = $\frac{٣}{٢}$ س − ١　٣　إجابة ممكنة

١٠) **مسافة:** تسير حافلة بسرعة ٦٠ ميلًا في الساعة نحو موقف الحافلات الذي يبعد مسافة ٢٥٠ ميلًا. فإذا كانت الدالة ف = ٢٥٠ − ٦٠ ن، تمثل بعد الحافلة عن الموقف بعد ن ساعة من نقطة الانطلاق. فأوجد صفر الدالة، وصف ما يعنيه في هذا السياق.

= ٤,١٧ ساعات؛ ستصل الحافلة الموقف بعد ٤,١٧ ساعات تقريبًا.



ملحوظات المعلم

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٢ - ٥

تمثيل الأزواج المرتبة على المستوى الإحداثي.

الدرس ٢ - ٥

استعمال معدل التغير لحل المسائل.

إيجاد ميل مستقيم.

ما بعد الدرس ٢ - ٥

كتابة معادلات التغير الطردي، وتمثيلها، وحلها.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثمَّ اسأل:

- كيف تكتب معدّل التغير للمسافة المقطوعة؟

$$\frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}}$$

- ماذا يمكن أن تكون نسبة معدّل التغير الذي قيمته ٢؟

إجابة ممكنة: $\frac{١٠}{٥}$ ، $\frac{٦}{٣}$ ، $\frac{٢}{١}$.

- أيهما تحتوي مسافة انحدار أكثر: اللعبة المائية التي معدل التغير فيها $\frac{١}{٢}$ ، أم التي معدّل التغير فيها $\frac{٥}{٢}$ ؟ ولماذا؟

$\frac{٥}{٢}$ ؛ لأن التغير في المسافة أكثر في معدل التغير $\frac{٥}{٢}$ منه في معدل التغير $\frac{١}{٢}$ ، وكلاهما له نفس التغير في الزمن.

معدل التغير والميل

فيما سبق

درست تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي.

والآن

- أستعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أجد ميل مستقيم.

المفردات

معدل التغير

الميل

obeikaneducation.com

لماذا ؟

تسمح لك إحدى الألعاب المائية بالانحدار لمسافة ٢٠ مترًا، ويصف معدّل التغير في هذه اللعبة نسبة تغير المسافة التي يقطعها الشخص بالنسبة للتغير في الزمن.

معدّل التغير: معدل التغير هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى.

مفهوم أساسي معدّل التغير

أضف إلى مطويتك

إذا كانت س هي المتغير المستقل، وص المتغير التابع فإن:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

مثال ١ من واقع الحياة إيجاد معدّل التغير

ألعاب مسلية: استعمل الجدول المجاور لإيجاد معدّل التغير، ثم فسر معناه.

عدد ألعاب الحاسوب (س)	التكلفة بالريال (ص)
٢	٧٨
٤	١٥٦
٦	٢٣٤

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}} \quad \begin{matrix}\leftarrow \text{الريالات} \\ \leftarrow \text{الألعاب}\end{matrix}$$

$$= \frac{\text{التغير في التكلفة}}{\text{التغير في عدد الألعاب}}$$

$$= \frac{١٥٦ - ٧٨}{٤ - ٢}$$

$$= \frac{٧٨}{٢} = \frac{٣٩}{١}$$

معدّل التغير هو $\frac{٣٩}{١}$ وهذا يعني أن كل لعبة تكلف ٣٩ ريالًا.

تحقق من فهمك

١) **تبليط:** يبين الجدول المجاور كيف تتغير مساحة السطح المبلط مع التغير في عدد البلاطات.

عدد البلاطات (س)	المساحة المبلطة (بالسنتمتر المربع) (ص)
٣	١٢٠٠
٦	٢٤٠٠
٩	٣٦٠٠

أ) أوجد معدّل التغير. ٤٠٠

ب) فسر معنى معدّل التغير.

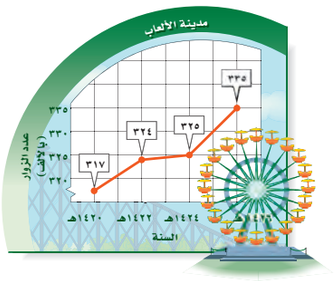
بلاطة واحدة تغطي ٤٠٠ سم^٢ من مساحة السطح.

مصادر الدرس ٢ - ٥

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٧١)	• تنويع التعليم، ص (٧١ ، ٧٢ ، ٧٤)	• تنويع التعليم، ص (٧١ ، ٧٢ ، ٧٤)
كتاب التمارين	ص (١٣)	ص (١٣)	ص (١٣)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٢٢) • تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • كتاب التمارين، ص (١٣)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • كتاب التمارين، ص (١٣)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • التدريبات الإثرائية، ص (٢٥) • كتاب التمارين، ص (١٣)

تعرفت من الأمثلة السابقة على معدلات التغير الثابتة، إلا أن كثيرًا من المواقف من واقع الحياة تتضمن معدّلات تغير ليست ثابتة.

مثال ٢ من واقع الحياة — معدل التغير غير الثابت



مدينة ألعاب: يبين التمثيل البياني المجاور عدد زوار إحدى مدن الألعاب.

أ) أوجد معدّل التغير في الفترة من ١٤٢٠ – ١٤٢٢هـ، وفي الفترة من ١٤٢٢ – ١٤٢٤هـ.

١٤٢٠هـ – ١٤٢٢هـ:

$$\frac{\text{التغير في عدد الزوار}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٣١٧ - ٣٢٤}{١٤٢٠ - ١٤٢٢} \quad \text{الزوّار} \rightarrow \quad \text{السنوات} \rightarrow \quad \text{عوّض}$$

$$= \frac{٧}{٢} = ٣,٥ \quad \text{بسّط}$$

ازداد عدد الزوار خلال هاتين السنتين ٧ آلاف، وذلك بمعدل تغير مقداره ٣,٥ آلاف في السنة.

١٤٢٢هـ – ١٤٢٤هـ:

$$\frac{\text{التغير في عدد الزوار}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٣٢٤ - ٣٢٥}{١٤٢٢ - ١٤٢٤} \quad \text{عوّض}$$

$$= \frac{١}{٢} = ٠,٥ \quad \text{بسّط}$$

زاد عدد الزوار خلال هاتين السنتين ألفًا، وذلك بمعدّل تغير مقداره ٥٠٠ زائر في السنة.

ب) فسّر معنى معدّل التغير في كل حالة.

في الفترة من ١٤٢٠هـ – ١٤٢٢هـ:
زاد عدد الذين زاروا مدن الألعاب بمعدل ٣٥٠٠ زائر كل سنة.

في الفترة من ١٤٢٢هـ – ١٤٢٤هـ
زاد عدد الذين زاروا مدن الألعاب بمعدل ٥٠٠ زائر كل سنة.

جـ) كيف يمكن إظهار معدلات التغير المختلفة على التمثيل البياني؟

هناك تغير رأسي أكبر في الفترة من ١٤٢٠هـ – ١٤٢٢هـ عن الفترة من ١٤٢٢هـ – ١٤٢٤هـ. ولذا يكون الجزء الذي يمثل الفترة من ١٤٢٠هـ – ١٤٢٢هـ أكثر ميلًا.

تحقق من فهمك

٢) عد إلى التمثيل البياني أعلاه، وأوجد – دون إجراء عمليات حسابية – فترة السنتين ذات معدل التغير الأكبر، ثم احسب للتحقق من إجابتك.

١٤٢٤هـ – ١٤٢٦هـ ؛ زاد عدد الزوار بمعدل ٥٠٠٠ زائر في السنة.

إرشادات للدراسة

المعدّل: يشير معدّل التغير الموجب إلى الزيادة مع تغير الزمن. أما معدّل التغير السالب فيشير إلى نقصان الكمية.

معدّل التغير

المثال ١ يبين طريقة إيجاد معدل التغير لموقف من واقع الحياة من خلال جدول من القيم.

المثال ٢ يبين طريقة وصف معدل التغير لمسألة من واقع الحياة والتي يكون فيها الفرق بين قيمتين من قيم ص مقسومًا على الفرق بين قيمتين من قيم س المناظرة لها ليس ثابتًا.

المثال ٣ يبين طريقة تحديد إن كانت الدالة خطية أم غير خطية.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

١ زمن القيادة: استعمل الجدول الآتي لإيجاد معدّل التغير، ثم فسر معناه.

زمن القيادة بالساعة	المسافة المقطوعة بالكيلومترات
س	ص
٢	١٦٠
٤	٣٢٠
٦	٤٨٠

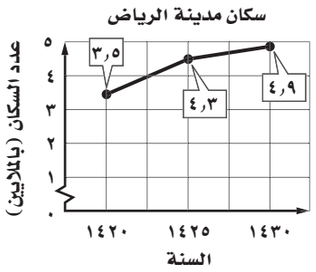
$\frac{٨٠}{١}$ ؛ وهذا يعني بأن السيارة تقطع في المتوسط ٨٠ كلم في الساعة.

إرشادات للمعلم الجديد

حسّ منطقي: وضح لطلابك أن الدالة الخطية لها معدّل تغير ثابت أو ميل ثابت بغض النظر عن زوج النقاط المستعملة في حسابه، وذلك بناءً على خصائص تشابه المثلثات. وصف لهم فكرة حساب ميل أضلاع مثلثين متشابهين يمكن تكوينهما على مستقيم.

مثالان إضافيان

٢ **السفر:** يبين التمثيل عدد سكان مدينة الرياض في السنوات ١٤٢٠، ١٤٢٥، ١٤٣٠هـ.



أ) أوجد معدّل التغير في السنوات: ١٤٢٠ – ١٤٢٥، ١٤٢٥ – ١٤٣٠.

١٦٠٠٠٠ نسمة سنويًّا؛

١٢٠٠٠٠ نسمة سنويًّا.

ب) وضح معنى معدّل التغير في كل سنة في كل من الفترتين.

متوسط الزيادة السنوية في الفترة ١٤٢٠ – ١٤٢٥هـ مقداره ١٦٠٠٠٠ نسمة.

ومتوسط الزيادة السنوية في الفترة من ١٤٢٥ – ١٤٣٠هـ مقداره ١٢٠٠٠٠ نسمة.

جـ) كيف تظهر معدلات التغير المختلفة في التمثيل؟ هناك تغير رأسي في الفترة ١٤٢٠ – ١٤٢٥هـ أكبر منه في الفترة ١٤٢٥ – ١٤٣٠هـ. وميل القطعة المستقيمة في الفترة ١٤٢٠–١٤٢٥هـ أكبر فهي أشد انحدارًا.

٣ بيّن أي الدوال الآتية خطية، وفسر إجابتك:

أ)

س	ص
١	٦
٢	١٢
٣	١٨
٤	٢٤

خطية؛ لأن معدّل التغير ثابت.

ب)

س	ص
١–	٥
٢–	١
٦	٤–
١٤	١٠–

ليست خطية؛ لأن معدّل التغير ليس ثابتًا.

إرشادات للدراسة

دالة خطية أم غير خطية؟

حتى تكون الدالة خطية يجب أن يكون معدل التغير ثابتًا؛ أي يجب أن يكون التغير في كل من قيم س، ص ثابتًا.

يكون معدل التغير للدالة ثابتًا إذا لم تتغير قيمته بين أي نقطتين على التمثيل البياني لتلك الدالة. والدوال الخطية لها معدّل تغير ثابت.

مثال ٣ معدلات التغير الثابتة

حدد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسر إجابتك:

أ)

س	ص
١	٦–
٤	٨–
٧	١٠–
١٠	١٢–
١٣	١٤–

معدّل التغير:

$\frac{-٨-(-٦)}{٤-١} = \frac{-٢}{٣}$

$\frac{-١٠-(-٨)}{٧-٤} = \frac{-٢}{٣}$

$\frac{-١٢-(-١٠)}{١٠-٧} = \frac{-٢}{٣}$

$\frac{-١٤-(-١٢)}{١٣-١٠} = \frac{-٢}{٣}$

بما أن معدّل التغير ثابت، فالدالة خطية.

ب)

س	ص
٣–	١٠
١–	١٢
١	١٦
٣	١٨
٥	٢٢

معدّل التغير:

$\frac{١٢-١٠}{-١-(-٣)} = ١$

$\frac{١٦-١٢}{١-(-١)} = ٢$

$\frac{١٨-١٦}{٣-١} = ١$

$\frac{٢٢-١٨}{٥-٣} = ٢$

بما أن معدّل التغير ليس ثابتًا، فالدالة ليست خطية.

تحقق من فهمك

٣أ)

س	ص
٣–	١١
٢–	١٥
١–	١٩
١	٢٣
٢	٢٧

لا، لا يوجد معدّل تغير ثابت.

٣ب)

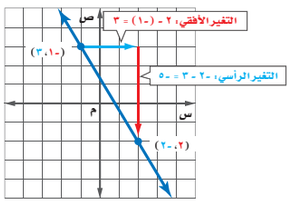
س	ص
١٢	٤–
٩	١
٦	٦
٣	١١
٠	١٦

نعم، معدّل التغير ثابت.

إيجاد الميل: **ميل** المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير في الإحداثي الصادي إلى التغير في الإحداثي السيني كلما انتقلت من نقطة إلى أخرى. وبالتالي يمكن استعماله لوصف معدل التغير.

إن ميل المستقيم يصف درجة انحداره، وكلما زادت القيمة المطلقة للميل كان المستقيم أشد انحدارًا.

يُظهر الرسم البياني المجاور مستقيمًا مارًّا بالنقطتين (–١ ، ٣) ، (٢ ، –٢).



الميل $= \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

$= \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

$= \frac{-٢-٣}{-١-٢} = -\frac{٥}{٣}$

لذا، فميل المستقيم هو $-\frac{٥}{٣}$.

وبما أن معدّل تغير الدالة الخطية ثابت، فيمكنك استعمال أي نقطتين على المستقيم غير الرأسي لتحديد ميله.

مفهوم أساسي

الميل

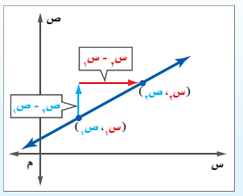
أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

الرموز: يمكن إيجاد الميل (م) للمستقيم غير الرأسي المار بالنقطتين $(س_١ ، ص_١)$ ، $(س_٢ ، ص_٢)$ على النحو الآتي:

$$م = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}} \rightarrow \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

الرسم



قراءة الرياضيات

تقرأ ص١ على الصورة صاد واحد. وتقرأ س٢ على الصورة سين اثنين. ويشير الرقمان ١، ٢ إلى النقطتين الأولى والثانية اللتين ترتبط بهما قيم س، ص.

يمكن أن يكون ميل مستقيم موجبًا أو سالبًا أو صفرًا أو غير مُعرَّف. فإذا لم يكن المستقيم أفقيًّا ولا رأسيًّا، فميله إما موجب وإما سالب.

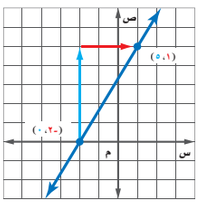
مثال ٤ الميل الموجب أو السالب أو الصفر

تنبيه!

ترتيب: كن حريصًا على عدم تبديل قيم س أو قيم ص.

أوجد ميل المستقيم المارّ بكل نقطتين من النقاط الآتية:

أ) (−٢، ٠)، (١، ٥)

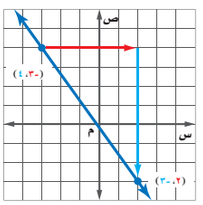


$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} \quad \text{(التغير الرأسي / التغير الأفقي)}$$

$$= \frac{٠ - ٥}{(-٢) - ١} \quad (-٢، ٠) = (س_١، ص_١)، (١، ٥) = (س_٢، ص_٢)$$

$$= \frac{٥}{٣} \quad \text{بسّط}$$

ب) (−٣، ٤)، (٢، −٣)

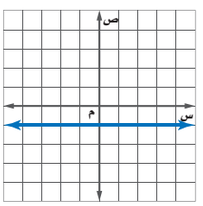


$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} \quad \text{(التغير الرأسي / التغير الأفقي)}$$

$$= \frac{٤ - (-٣)}{(-٣) - ٢} \quad (-٣، ٤) = (س_١، ص_١)، (٢، -٣) = (س_٢، ص_٢)$$

$$= \frac{٧}{-٥} = -\frac{٧}{٥} \quad \text{بسّط}$$

جـ) (−٣، −١)، (٢، −١)



$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} \quad \text{(التغير الرأسي / التغير الأفقي)}$$

$$= \frac{-١ - (-١)}{٢ - (-٣)} \quad \text{عوّض}$$

$$= \frac{٠}{٥} = ٠ \quad \text{بسّط}$$

تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٤أ) (−٤، −٢)، (٠، −٢) ٠ **٤ب)** (−٢، ٢)، (−٦، ٤) $-\frac{١}{٢}$

إيجاد الميل:

المثالان ٤، ٥ يبينان الحالات الأربع الممكنة عند إيجاد ميل المستقيم.

المثال ٦ يبين طريقة استعمال العمليات الجبرية لإيجاد الإحداثي المجهول عندما يكون الميل معلومًا.

المحتوى الرياضي

الميل صفر: الميل الذي قيمته صفر لا يعني أنه لا يوجد ميل، ولكنه يعني أن المستقيم لا يكون منحدرًا بل أفقيًّا.

مثال إضافي

٤ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

أ) (−٣، ٢)، (٥، ٥) $\frac{٣}{٨}$

ب) (−٣، −٤)، (−٢، −٨) −٤

جـ) (−٣، ٤)، (٤، ٤) صفر

إرشادات للمعلم الجديد

المستقيمات الأفقية: بعد مراجعة المثال ٤ جـ، اسأل الطلاب عن الطريقة التي يحددون من خلالها وقوع نقطتين على مستقيم أفقي دون اللجوء إلى التمثيل البياني للنقطتين.

المحتوى الرياضي

الميل والكسور الاعتيادية غير الفعلية: يُكتب الميل في العادة على صورة كسر أو عدد صحيح؛ لأن هذه الطريقة تزودنا بمعلومات عن اتجاه المستقيم. أما عند كتابته على صورة عدد كسري فإن الكشف عن هذه المعلومات ليس سهلًا.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: حل العديد من الأمثلة لمعادلات القيمة المطلقة على السبورة التفاعلية. ثم احفظ العمل في ملف وأرسله للطلاب لاستعماله كمصدر إضافي لهم.

تنويع التعليم:

دون ضمن فوق

إذا فرض بعض الطلاب تلقائيًّا أن النقطة الأولى هي $(س_١، ص_١)$، والنقطة التي تليها $(س_٢، ص_٢)$،

فقم بالتوضيح لهم أن تحديد أي النقطتين $(س_١، ص_١)$ وأيهما $(س_٢، ص_٢)$ هو تحديد عشوائي، واكتب زوجين من النقاط على بطاقات مرقمة، وأعط كل طالب بطاقة منها. واطلب إليهم أن يجدوا الميل بالطريقتين، ثم اسألهم أي الطريقتين تجعل الطرح أسهل.

المحتوى الرياضي

الميل غير المعرّف: الميل غير المعرّف يختلف عن الميل الذي قيمته صفر. فميل المستقيم الرأسي غير معرف لأن صيغة الميل تُعطى كسرًا مقامه صفر، والقسمة على صفر غير معرّفة.

مثالان إضافيان

٥ أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين (−٢، −٤)، (−٢، ٣).

غير معرّف

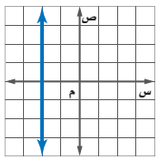
٦ أوجد قيمة "ر" التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (٦، ٣)، (ر، ٢) يساوي $\frac{١}{٢}$ ٤

تنبيه!

تجنب الخطأ: تابع الطلاب الذين يجدون ناتج الضرب التبادلي ذهنيًّا وينسون أن يضربوا كلًّا من ر، − ٤ في العدد ٣ عند حل المثال ٦

مثال ٥ الميل غير المعرّف

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (−٢ ، ٤)، (−٢ ، −٣):



$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$ التغير الرأسي / التغير الأفقي

$$= \frac{-٣ - ٤}{-٢ - (-٢)}$$ عوّض

$$= -\frac{٧}{٠}$$ أو غير معرّف — بسّط

تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوجين من النقاط الآتية:

أ) (٦ ، ٣)، (٦ ، ٧) غير معرف **ب)** (−٣ ، ٢)، (−٣ ، −١) غير معرف

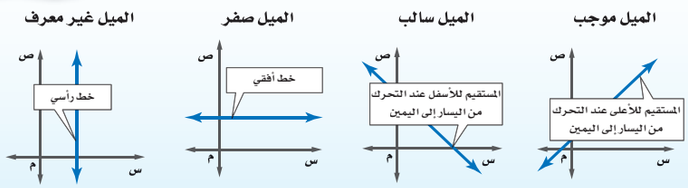
إرشادات للدراسة

الميل الذي قيمته صفر والميل غير المعرّف:
إذا كان الفرق في قيم ص صفرًا، فسيكون الخط أفقيًّا. وإذا كان الفرق في قيم س صفرًا، فسيكون الميل غير معرّف، وسيكون الخط رأسيًّا.

وفيما يلي ملخص الرسوم البيانية للمستقيمات المختلفة الميل:

مفهوم أساسي الميل

أضف إلى مطويتك



أحيانًا قد تعطى قيمة الميل ويطلب إليك إيجاد الإحداثي المجهول.

مثال ٦ إيجاد الإحداثي إذا عُلم الميل

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٤) ، (−٥ ، ر) يساوي $\frac{١}{٣}$.

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$ صيغة الميل

$$\frac{ر - ٤}{-٥ - ١} = \frac{١}{٣}$$ ضع (س١ ، ص١) = (١، ٤)، (س٢ ، ص٢) = (−٥، ر)

$$\frac{ر - ٤}{-٦} = \frac{١}{٣}$$ اطرح

$$٣(ر - ٤) = ١(-٦)$$ اضرب تبادليًّا

$$٣ر - ١٢ = -٦$$ خاصية التوزيع

$$٣ر = ٦$$ أضف ١٢ إلى كلا الطرفين، وبسّط

$$ر = ٢$$ اقسم على ٣ ، وبسّط

لذلك فإن المستقيم يمر بالنقطة (−٥، ٢).

تحقق من فهمك

٦) أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (−٢، ٦)، (ر ، −٤) يساوي −٥ . صفر

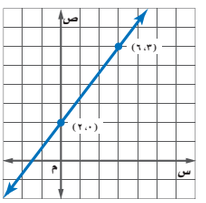
تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: امنح الطلاب فرصًا لتحليل الميل وذلك بإعطاء سياقات مختلفة للتمثيل، حيث يتغير الميل من نقطة إلى أخرى. ويمكن للطلاب اكتشاف لماذا تتزايد الخطوط المستقيمة أو تتناقص على نحوٍ سريع أو على نحوٍ ثابت أو ببطء.

تأكد

مثال ١ أوجد معدّل التغير الممثل في كلٍّ من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:

١) 

$\frac{٤}{٣}$

٢)

س	ص
٣	٦-
٥	٢
٧	١٠
٩	١٨
١١	٢٦

٤

مثال ٢ ٣) **مطاعم:** استعمل الشكل المجاور في الإجابة عما يأتي:

أ) أوجد معدّل التغير في الأسعار من ١٤٢٨ - ١٤٣٠هـ، وفسر معناه. ٢ ؛ زاد معدل أسعار الوجبات ريالين في السنة.

ب) دون إجراء الحسابات، أوجد فترة العامين التي كان معدّل تغيرها أكبر من معدل التغير في الفترة من ١٤٢٨ - ١٤٣٠هـ، وفسر إجابتك.
إجابة ممكنة: ١٤٢٤ - ١٤٢٦هـ؛ لأن القطعة المستقيمة التي تصل بينهما هي الأكثر ميلًا.

مثال ٣ حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسر إجابتك:

٤)

س	٧-	٤-	١-	٢	٥
ص	٥	٤	٣	٢	١

نعم؛ لأن قيم كل من س، ص تتغير بمقدار ثابت

٥)

س	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤
ص	٧	٥	٣	٠	٢-

لا؛ لأن قيم ص لا تنقص بمقدار ثابت.

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٦) (-٤، ٣)، (-٢، ١) -١

٧) (-٣، ٧)، (-٣، ٤) غير معرّف

مثال ٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

٨) (-٤، ر)، (-٨، ٣)، م = -٥ -١٧

٩) (٥، ٢)، (-٧، ر)، م = $\frac{٥}{٦}$ -٨

تدرب وحل المسائل

مثال ١ أوجد معدّل التغير لكل من الدالتين الممثلتين بالجدولين الآتيين:

١٠)

س	٥	١٠	١٥	٢٠
ص	٢	٣	٤	٥

$\frac{١}{٥}$

١١)

س	١	٢	٣	٤
ص	١٥	٩	٣	٣-

٦-

مثال ٢ ١٢) **سكان:** أوجد المعدّل السنوي للتغير في عدد سكان المدينة المنورة من عام ١٤١٤هـ إلى ١٤٢٦هـ؟ وفسّر معناه.
٢٦٠٠٠؛ معدل الزيادة السنوية في عدد سكان المدينة المنورة يساوي ٢٦٠٠٠ شخص

السنة	عدد سكان المدينة المنورة
١٤١٤هـ	٦٠٨٠٠٠
١٤٢٦هـ	٩٢٠٠٠٠

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ - ٩ للتأكد من فهم الطلاب.
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب حسب مستوياتهم.

إرشادات للمعلم الجديد

وقت إضافي: نظرًا لأهمية مفهوم الميل على مدار هذا الفصل، يجب على الطلاب أن يستوعبوا ويتقنوا مفهومه جيدًا.
وإذا كنت غير متأكد من ذلك فامنح هذا الدرس وقتًا إضافيًا لتوضيح ذلك لهم.

تنبيه لحل أسئلة:

ورقة المربعات: يحتاج الطلاب إلى ورق المربعات لحل الأسئلة ٢١، ٢٧ - ٢٩

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	١٠-١٩ ، ٢٢ ، ٢٤-٣٠
ضمن ضمن المتوسط	١١-١٩ فردي ، ٢٠-٢١ ، ٢٤-٣٠
فوق فوق المتوسط	٢٠-٣٠

٤ التقويم

بطاقة مكافأة: اعمل نسخًا متعددة لخمسة مستقيمات مختلفة ممثلة في المستوى الاحداثي. ثم أعط تمثيلاً لكل طالب، واطلب إليه إيجاد ميل المستقيم الذي معه وتسليمك الإجابة قبل مغادرتك الفصل.

التقويم التكويني

تأكد من فهم الطلاب للدرس (٢ – ٥) بإعطائهم اختبارًا قصيرًا.

الاختبار القصير ٣، ص (٣١)

مثال ٣ حدد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسر إجابتك:

١٣)

س	٧–	٥–	٣–	١–	٠
ص	١١	١٤	١٧	٢٠	٢٣

ليست خطية ؛ لأن قيم س لا تزداد بمعدل ثابت

١٤)

س	٠,٢–	٠	٠,٢	٠,٤	٠,٦
ص	٠,٧	٠,٤	٠,١	٠,٣	٠,٦

ليست خطية ؛ لأن قيم ص لا تنقص بمعدل ثابت

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

١٥) (٨، –٢)، (١، ١) $-\frac{٣}{٧}$ ١٦) (٢، ٢)، (–٢، –٢) ١ ١٧) (٦، –١٠)، (٦، ١٤) غير معرّف

مثال ٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

١٨) (١٢، ١٠)، (–٢، ر)، م = –٤ ٦٦ ١٩) (ر، –٥)، (٣، ١٣)، م = ٨ $\frac{٣}{٤}$

٢٠) **معدّل نمو الشعر:** طول شعر فاطمة ٢٥ سنتمترًا. وفي غضون ثلاثة أشهر نما شعرها ثلاثة سنتمترات أخرى. أجب عما يأتي مفترضًا أن شعرها ينمو بالمعدل نفسه: ب) انظر الهامش.

الزمن بالأشهر	٠	٣	٦
طول شعر فاطمة	٢٥	٢٨	٣١

أ) أكمل الجدول المجاور.

ب) مثّل العلاقة بين نمو شعر فاطمة والزمن بالأشهر بيانيًّا.

جـ) ما ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين نمو الشعر والزمن؟ وماذا يمثل؟

١؛ معدّل نمو شعرها ١ سم كل شهر، أو ٣ سم كل ٣شهور

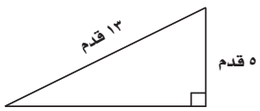
مسائل مهارات التفكير العليا

الربط مع الحياة

تتميز سيارات الدفع الرباعي بنظام حركي يوفر لها الأمان وسهولة الحركة على الطرق الرملية والجبلية والوعرة.

٢١) **تبرير:** لماذا لا تستعمل معادلة الميل في المستقيمات الرأسية؟ فسر ذلك. انظر الهامش.

٢٢) **تحدّ:** إذا كنت ترتفع ٥ أقدام لكل ١٣ قدمًا تتحركها إلى الأمام عند قيادة سيارتك في طريق جبلي، فما ميل الطريق؟ $\frac{٥}{١٢}$



٢٣) **تحدّ:** أوجد قيمة د التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (أ، ب)، (جـ، د) يساوي $\frac{١}{٢}$. $\frac{جـ - أ + ٢ب}{٢}$

٢٤) **اكتب:** بيّن العلاقة بين معدّل التغير والميل، وكيف يمكن إيجاد ميل مستقيم. انظر الهامش.

تدريب على اختبار

٢٥) اشترت روان حاسوبًا بقيمة ٤٠٠٠ ريال، فإذا علمت أن سعره ينخفض بصورة خطية، وكانت قيمته بعد سنتين ٢٥٠٠ ريال، فما مقدار الانخفاض السنوي في سعره؟ ب

أ) ١٥٠٠ ريال. ب) ٧٥٠ ريالًا.

جـ) ٢٥٠٠ ريال. د) ١٢٥٠ ريالًا

٢٦) **احتمال:** ما احتمال ظهور العدد ٥ عند إلقاء مكعب أرقام (١–٦) مرة واحدة؟ د

أ) $\frac{٥}{٦}$ ب) $\frac{١}{٥}$

جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{١}{٦}$

مراجعة تراكمية

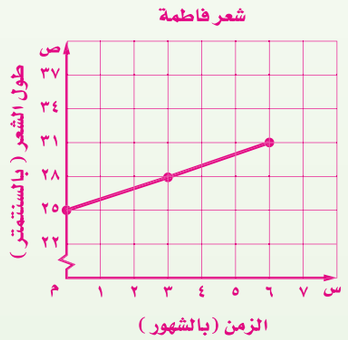
حل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا: الدرس (٢-٤)

٢٧) ٣س + ١٨ = ٠ –٦ ٢٨) ٨س – ٣٢ = ٠ ٤ ٢٩) ٠ = ١٢س – ٤٨ ٤

٣٠) حل المعادلة | س – ٣ | = ٨ . الدرس (١-٥) {١١، –٥}

إجابات:

٢٠ب)



٢١) الفرق في قيم س صفر دائمًا، والقسمة على صفر غير معرّفة.

٢٤) إجابة ممكنة: يمكن استعمال الميل لوصف معدل التغير. ومعدل التغير هو نسبة تصف كيف تتغير كمية بالنسبة إلى تغير كمية أخرى. وميل المستقيم هو نسبة أيضًا، ويمثل نسبة التغير في الإحداثي الصادي إلى التغير في الإحداثي السيني.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: تشير إشارة الطريق إلى الجبل إلى أن نسبة ارتفاعه ٥%. فإذا كان ارتفاع الطريق عند تلك النقطة هو ١٢٠٠ قدم، فارسم شكلاً يوضح هذه الحالة. وكم سيكون ارتفاع الطريق على بعد ٢٠٠٠ قدم أفقية عن إشارة الطريق؟ ١٣٠٠ قدم

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٢ - ٥

دون دون المتوسط　　ضمن ضمن المتوسط　　فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (٢٢)　دون

الاسم _____ التاريخ _____

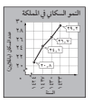
٢-٥ تدريبات إعادة التعليم

معدل التغير والميل

معدّل التغير، هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى.

مثال

سكان: يبيّن الشكل المجاور تقديرات النمو السكاني في المملكة العربية السعودية.



أ) أوجد معدّل التغير للسنوات ١٤٢٤ – ١٤٢٧، ثم للسنوات ١٤٣٠ – ١٤٣٣

١٤٢٤ – ١٤٢٧: $\frac{\text{التغير في عدد السكان}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٢٤,١ - ٢٠,٨}{١٤٢٧ - ١٤٢٤} = \frac{٣,٣}{٣} = ١,١$

١٤٣٠ – ١٤٣٣: $\frac{\text{التغير في عدد السكان}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٢٩,٢ - ٢٦,٧}{١٤٣٣ - ١٤٣٠} = \frac{٢,٥}{٣} \approx ٠,٨٣$

ب) فسّر معنى معدّل التغير في كلّ حالة.

من ١٤٢٤ – ١٤٢٧ كان النمو ١,١ مليون في السنة.

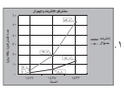
من ١٤٣٠ – ١٤٣٣ كان النمو حوالي ٠,٨٣ مليون.

جـ) كيف يمكنك إظهار معدلات التغير المختلفة على التمثيل البياني؟

هناك تغير رأسي أكبر للفترة ١٤٢٤ – ١٤٢٧ عن الفترة ١٤٣٠ – ١٤٣٣؛ لذا يكون الجزء الذي يمثل الفترة ١٤٢٤ – ١٤٢٧ أكثر ميلًا.

تمارين

١ **اتصالات**، يبيّن الشكل المجاور أعداد المشتركين في خدمات الجوال وخدمات الإنترنت في المملكة.



أ) أوجد معدّل التغير في عدد المشتركين في خدمات الجوال في الفترة: ١٤٢٤ – ١٤٢٧، ١٤٢٧ – ١٤٣٢.
فسّر معنى نتائجك.

٠,٧٦ في السنة؛ ١,٧٦ في السنة؛ معدّل الزيادة في الفترة الثانية كان أكبر؛ لزيادة انتشار الجوال في المملكة

ب) أوجد معدّل التغير في عدد المشتركين في الفترة ١٤٢٢ – ١٤٢٧، ١٤٢٧ – ١٤٣٢.
فسّر معنى نتائجك.

٢,٧٤ في السنة؛ ٠,٨ في السنة؛ معدل الزيادة في الفترة الثانية كان أكبر لزيادة انتشار الإنترنت في المملكة

جـ) ما النمط الذي تشاهده في الزيادة في كل ٥ سنوات.

ازدياد عدد المشتركين في خدمات الجوال وخدمات الإنترنت ليس ثابتًا.

الصف: الثالث المتوسط　الفصل ٢: الدوال الخطية　٢٢

تدريبات حل المسألة (٢٤)　دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٢-٥ تدريبات حلّ المسألة

معدّل التغير والميل

١ **طرق سريعة**، تُستعمل إشارات الطرق الموجودة في صورة الأشارة أدناه لتنبيه السائقين إلى انحدار في الطريق قد يقود إلى موقف خطر. ما ميل المنحدر الموصوف بالإشارة؟

$\frac{٨}{١٠٠}$

٢ **حدائق ترفيهية**، ارتفاع قطار الألعاب في حديقة ألعاب ١٣٨ قدمًا، ما ميل المسار الرأسي لقطار الألعاب بالنسبة للطريق؟ فسّر إجابتك.

الميل غير معرّف لأن المسار رأسي.

٣ **كثافة سكانية**، يبيّن الجدول الآتي الكثافة السكانية في المملكة العربية السعودية في سنوات مختلفة. أوجد متوسط معدّل التغيُّر السنوي لكثافة السكانية من ١٤٢٥ – ١٤٣١.

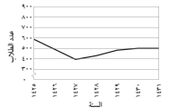
الكثافة السكانية	
السنة	عدد السكان في كلّ كيلومتر مربع
١٣٩٤	٣
١٤١٣	٨
١٤٢٥	١١
١٤٣١	١٣

ازدياد بنحو ٠,٣٣ شخص لكل كيلومتر مربع

٤ **عقارات**، إذا كان سعر الشقة في إحدى أحياء الرياض ٢٧٥٠٠٠ ريال في عام ١٤٢٥هـ وارتفع إلى حوالي ٢٨٨٠٠٠ في عام ١٤٢٧هـ، فأوجد المعدّل السنوي للتغيُّر في سعر الشقة من عام ١٤٢٥ – ١٤٢٧.

٦٥٠٠

٥ يبيّن الشكل الآتي عدد الطلاب في مدرسة ابتدائية:



أ) أوجد معدّل التغيُّر في عدد الطلاب في المدرسة بين عامي ١٤٢٥، ١٤٢٦؟

−٩٠ لكل سنة؛ أو $\frac{-٩٠}{١}$

ب) قارن بين معدّل التغيُّر في الفترتين ١٤٣٠ إلى ١٤٣١ و ١٤٢٥ إلى ١٤٢٦

في الفترة ١٤٣٠ – ١٤٣١ كان معدل التغير صفرًا، في حين كان المعدل $\frac{-٩٠}{١}$ في الفترة ١٤٢٥ – ١٤٢٦

جـ) فسّر معنى جزء الرسم الذي ميله صفر.

يشير الميل إلى عدم وجود تغيّر في الفترة ١٤٣٠ – ١٤٣١

الصف: الثالث المتوسط　الفصل ٢: الدوال الخطية　٢٤

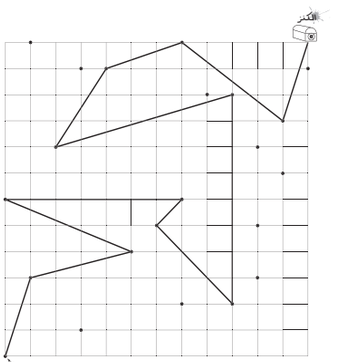
التدريبات الإثرائية (٢٥)　فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٢-٥ التدريبات الإثرائية

البحث عن الكنز باستعمال الميل

ارسم قطعًا مستقيمةً بالميل المعطى لكلٍّ منها كما هو مبيّن أدناه على الترتيب مستعملًا تعريف الميل. والحل الصحيح سيقود إلى الكنز.



١) ٣　٢) $\frac{١}{٤}$　٣) $-\frac{٢}{٥}$　٤) صفر　٥) ١　٦) −١

٧) الميل غير معرّف　٨) $\frac{٢}{٧}$　٩) $\frac{٣}{٢}$　١٠) $\frac{١}{٣}$　١١) $-\frac{٣}{٤}$　١٢) ٣

الصف: الثالث المتوسط　الفصل ٢: الدوال الخطية　٢٥

كتاب التمارين (١٣)　دون ضمن فوق

٢ - ٥ معدّل التغير والميل

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:

١)

−٣

٢)

٣

٣)

صفر

٤) (٣،٦)، (٧،٤−)　−٧　٥) (٩−،٣−)، (٧−،٥−)　−١　٦) (٦،٢−)، (٥،٤−)　٢

٧) (٧،٤−)، (٨،٤)　−٤　٨) (٨−،٧−)، (٧−،٥)　غير معرّف　٩) (٩،٥)، (٣،٩)　صفر

١٠) (٢،١٥)، (٦−،٥)　$-\frac{١}{٥}$　١١) (٩،٣)، (٢−،٨)　$\frac{١}{٥}$　١٢) (٧−،٥−)، (٧،٨)　$\frac{١٣}{٤}$

١٣) (١٠،١٢)، (١٢،٥)　غير معرف　١٤) (٠،٢)، (٠،٩−)، (٠،٥)، (٠،٩−)　صفر　١٥) $\left(\frac{٧}{٨}، \frac{٥}{٨}\right)$، $\left(-\frac{١}{٢}، \frac{٧}{٨}\right)$　$\frac{١}{٢}$

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

١٦) (٢−، ر)، (٧،٦)، م = $\frac{١}{٢}$　٣

١٧) (٣−، ٤−)، (٥، ر)، م = $\frac{١}{٤}$　٤

١٨) (٣−، ٤−)، (٥−، ر)، م = $-\frac{٥}{٢}$　٥

١٩) (٥−، ر)، (٣، ١)، م = $\frac{٧}{٥}$　٤−

٢٠) (٤، ١)، (٥، ر)، م غير معرّف　١

٢١) (٧−، ٢)، (٨−، ر)، م = ٠　٧

٢٢) (٧، ر)، (١١، ٨)، م = $-\frac{١}{٥}$　١٦

٢٣) (٢، ر)، (٥، ر)، م = صفر　٢

٢٤) **مبيعات**، كان عدد المشتركين في العدد الأول من إحدى الصحف ١٢١٢٥ مشتركًا، وبعد ٥ سنوات أصبح ١٠١٠٠ مشتركًا. فما معدل التغير السنوي في عدد المشتركين؟ **−٤٠٥ مشتركًا لكل سنة**

الفصل ٢　الدوال الخطية　١٣

ملحوظات المعلم

٦-٢ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

فيما سبق
درست الدوال الخطية

والآن
- أتعرف المتتابعات الحسابية.
- أمثل المتتابعات الحسابية بدوال خطية.

المفردات
المتتابعة
الحدّ
المتتابعة الحسابية
الأساس

obeikaneducation.com

لماذا؟

في تدريب لسباق ٢٠٠٠ متر، سجل مدرب أوقات فريقه على النحو الآتي:

- ٤٠٠ متر في دقيقة و٣٢ ثانية.
- ٨٠٠ متر في ٣ دقائق و٤ ثوانٍ.
- ١٢٠٠ متر في ٤ دقائق و٣٦ ثانية.
- ١٦٠٠ متر في ٦ دقائق ٨ ثوانٍ.

وأنهى الفريق السباق كاملًا في زمن قدره ٧ دقائق و٤٠ ثانية.

تعرّف المتتابعات الحسابية: يمكنك ربط نمط زمن الفريق بدوال خطية. و**المتتابعة** هي مجموعة مرتبة من الأعداد ، ويُسمى كل عدد فيها **حدًّا**. انظر إلى النمط في سباق الجري أعلاه وكوّن جدولًا، ثم حلّل البيانات

المسافة بالأمتار	٤٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٦٠٠	٢٠٠٠
الزمن بالدقائق والثواني	١:٣٢	٣:٠٤	٤:٣٦	٦:٠٨	٧:٤٠

+ ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢

وكلما ازدادت المسافة في فترات منتظمة، زاد الزمن بمقدار دقيقة واحدة و ٣٢ ثانية. وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت، فهي **متتابعة حسابية**. ويسمى الفرق بين الحدين المتتاليين **الأساس**، ويرمز إليه بالرمز «د».

مفهوم أساسي — المتتابعة الحسابية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: المتتابعة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى **أساس المتتابعة**.

أمثلة

٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ...
+٢ +٢ +٢ +٢
د = ٢

٣٣، ٢٩، ٢٥، ٢١، ١٧، ...
-٤ -٤ -٤ -٤
د = −٤

وتدل النقاط الثلاث المستعملة في المتتابعة على استمرارها على هذا النمط، وتشير إلى وجود المزيد من حدود المتتابعة التي لم تكتب.

٦-٢ ملاحظات الدرس

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٢ - ٦
تمييز الدوال الخطية.

الدرس ٢ - ٦
تعرّف المتتابعات الحسابية.
تمثيل المتتابعات الحسابية بدوال خطيّة.

ما بعد الدرس ٢ - ٦
كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثم اسأل:

- ما النمط الذي تلاحظه في المسافات؟
  تزداد المسافات بمقدار ثابت قدرها ٤٠٠م.
- ما النمط الذي تلاحظه في زمن فريق السباق؟ كل زمن يزيد على الزمن السابق له بدقيقة و ٣٢ ثانية.
- كيف تجد الزمن الذي يحتاج إليه الفريق لقطع مسافة ٢٠٠٠م؟
  ٦:٠٨ + ١:٣٢ = ٧:٤٠

مصادر الدرس ٢ - ٦

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٧٨)	• تنويع التعليم، ص (٧٦ ، ٧٨)	• تنويع التعليم، ص (٧٦ ، ٧٨ ، ٨٠)
كتاب التمارين	ص (١٤)	ص (١٤)	ص (١٤)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٢٦) • تدريبات حل المسألة، ص (٢٨) • كتاب التمارين، ص (١٤)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٨) • كتاب التمارين، ص (١٤)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٨) • التدريبات الإثرائية، ص (٢٩) • كتاب التمارين، ص (١٤)

تعرّف المتتابعات الحسابية :

المثال ١ يبين طريقة تحديد إذا كانت المتتابعة حسابية أم لا.

المثال ٢ يبين طريقة إيجاد الحد التالي في متتابعة حسابية.

المثال ٣ يبين طريقة كتابة معادلة الحد النوني لمتتابعة حسابية لإيجاد أي حد في المتتابعة أو إيجاد رتبة حد فيها.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثالان إضافيان

١ **حدد إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية، وفسر إجابتك:**

أ) $-15، -13، -11، -9، \ldots$

نعم؛ متتابعة حسابية أساسها ٢.

ب) $\frac{7}{8}، \frac{5}{8}، \frac{1}{8}، \frac{-5}{8}، \ldots$

لا؛ ليس للمتتابعة أساس ثابت.

٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة الحسابية:

$-8، -11، -14، -17، \ldots$

$-20، -23، -26$

إرشادات للمعلم الجديد

البناء على المعرفة السابقة : اطلب متطوعًا من الصف ليعدّ اثنينات قفزيًّا بدءًا من الصفر ، ثم اطلب إلى متطوع آخر أن يعدّ ثلاثات بدءًا بالصفر. ومتطوع ثالث أن يعدّ خمسات بدءًا من الصفر. ووضح للطلاب أنه عندما يُستعمل أي عدد سواء أكان: ١، ٢، ٣، ٥، أو $\frac{1}{8}$ في العدّ فإن المتتابعة حسابية، وبما أن الفرق ثابت فإنهم يستعملون المتتابعات الحسابية.

إرشادات للدراسة

أساس المتتابعة

إذا كانت حدود المتتابعة الحسابية متزايدة فالأساس موجب، وإذا كانت متناقصة فالأساس سالب.

مثال ١ تمييز المتتابعة الحسابية

حدد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسر إجابتك:

أ) $-4، -2، 0، 2، \ldots$

$-4 \xrightarrow{+2} -2 \xrightarrow{+2} 0 \xrightarrow{+2} 2$

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت ، فالمتتابعة حسابية.

ب) $\frac{1}{2}، \frac{5}{8}، \frac{3}{4}، \frac{13}{16}، \ldots$

$\frac{1}{2} \xrightarrow{+\frac{1}{8}} \frac{5}{8} \xrightarrow{+\frac{1}{8}} \frac{3}{4} \xrightarrow{+\frac{1}{16}} \frac{13}{16}$

ليست متتابعة حسابية؛ لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابتًا.

تحقق من فهمك نعم؛ متتابعة حسابية أساسها ٤

أ) $-26، -22، -18، -14، \ldots$

ب) $1، 4، 9، 25، \ldots$ لا؛ الفرق غير ثابت

يمكن استعمال أساس المتتابعة الحسابية لإيجاد الحد التالي فيها.

مثال ٢ إيجاد الحد التالي

أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة الحسابية: ١٥، ٩، ٣، -3،....

الخطوة ١ : أوجد الأساس بطرح الحدود المتتالية.

$15 \quad 9 \quad 3 \quad -3$

$-6 \quad -6 \quad -6$

الأساس -6 .

الخطوة ٢ : أضف -6 إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي.

$-3 \quad -9 \quad -15 \quad -21$

$-6 \quad -6 \quad -6$

الحدود الثلاثة التالية هي: $-9، -15، -21$.

تحقق من فهمك

٢) أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة: ٥, ٩، ١١، ٥, ١٢، ١٤،... ٥, ١٥، ١٧، ٥, ١٨، ٢٠

يمكن التعبير عن أي حد من حدود المتتابعة الحسابية بدلالة الحد الأول $أ_1$ والأساس د كما يأتي:

الحد	الرمز	بدلالة $أ_1$ ، د	العدد (على فرض أن $أ_1 = 8$ ، د = ٣).
الحد الأول	$أ_1$	$أ_1$	٨
الحد الثاني	$أ_2$	$أ_1 + د$	$8 + 1(3) = 11$
الحد الثالث	$أ_3$	$أ_1 + 2د$	$8 + 2(3) = 14$
الحد الرابع	$أ_4$	$أ_1 + 3د$	$8 + 3(3) = 17$
⋮	⋮	⋮	⋮
الحد العام	أن	$أ_1 + (ن - 1)د$	$8 + (ن - 1)(3)$

مفهوم أساسي الحد النوني في متتابعة حسابية

أضف إلى مطويتك

يُعبّر عن الحد النوني لمتتابعة حسابية حدها الأول $أ_1$، وأساسها د بالصيغة: أن = $أ_1$ + (ن−١) د ،حيث ن عدد صحيح موجب.

تاريخ الرياضيات

ابن حمزة المغربي:

عالم مسلم عاش في القرن ١٠هـ، درس المتتابعات الحسابية والهندسية، والربط بينها، ليضع أسس علم اللوغاريتمات في كتابه "تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد".

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع : يمكن برمجة المتتابعة الحسابية على الحاسبة البيانية وعرض النتائج في قوائم. ويمكن للطلاب المتفوقين أو الذين يستمتعون لدى استعمالهم التقنيات أن يضعوا مجموعة من الإرشادات لبرمجة متتابعة حسابية وتطوير درس لزملائهم في تحليل المتتابعة، باستعمال الحاسبة البيانية.

مثال ٣ إيجاد الحد النوني

أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: −١٢، −٨، −٤، ٠، ...

الخطوة ١: أوجد الأساس.

−١٢ −٨ −٤ ٠

+٤ +٤ +٤

الأساس ٤

الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

$أ_ن = أ_١ + (ن - ١) د$	معادلة الحد النوني بشكل عام
$= -١٢ + (ن - ١)٤$	$أ_١ = -١٢ ، د = ٤$
$= -١٢ + ٤ن - ٤$	خاصية التوزيع
$= ٤ن - ١٦$	بسّط

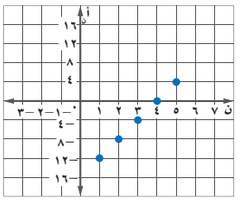
ب) أوجد الحد التاسع في المتتابعة السابقة.

عوّض ٩ بدلًا من ن في معادلة الحد النوني التي توصلت إليها في الفقرة أ.

$أ_ن = ٤ن - ١٦$	معادلة الحد النوني
$أ_٩ = ٤(٩) - ١٦$	ن = ٩
$أ_٩ = ٣٦ - ١٦$	اضرب
$أ_٩ = ٢٠$	بسّط

جـ) مثّل الحدود الخمسة الأولى من المتتابعة بيانيًّا.

ن	٤ن − ١٦	$أ_ن$	(ن، $أ_ن$)
١	٤(١) − ١٦	−١٢	(١، −١٢)
٢	٤(٢) − ١٦	−٨	(٢، −٨)
٣	٤(٣) − ١٦	−٤	(٣، −٤)
٤	٤(٤) − ١٦	٠	(٤، ٠)
٥	٤(٥) − ١٦	٤	(٥، ٤)



د) ما الحد الذي قيمته ٣٢؟

عوّض ٣٢ بدلًا من $أ_ن$ في معادلة الحد النوني.

$أ_ن = ٤ن - ١٦$	معادلة الحد النوني
$٣٢ = ٤ن - ١٦$	$أ_ن = ٣٢$
$٣٢ + ١٦ = ٤ن - ١٦ + ١٦$	أضف ١٦ إلى الطرفين
$٤٨ = ٤ن$	بسّط
$١٢ = ن$	اقسم على ٤

إذن الحد الذي قيمته ٣٢ هو الثاني عشر.

تحقق من فهمك

بناءً على المتتابعة الحسابية: ٣، −١٠، −٢٣، −٣٦، ... أجب عمّا يأتي:

٣أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة. $أ_ن = -١٣ن + ١٦$

٣ب) أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة. −١٧٩

٣جـ) مثّل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانيًّا. انظر الهامش.

٣د) ما الحد الذي يساوي −١١٤؟ ١٠

إرشادات للدراسة

الحد النوني:

بما أن ن تمثل ترتيب الحد، فإن قيمها هي الأعداد الصحيحة الموجبة.

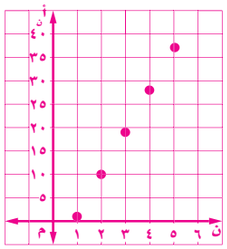
مثال إضافي

٣ أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية:
١، ١٠، ١٩، ٢٨، ...

$أ_ن = ٩ن - ٨$

ب) أوجد الحد الثاني عشر في المتتابعة السابقة. $أ_{١٢} = ١٠٠$

جـ) مثّل الحدود الخمسة الأولى من المتتابعة بيانيًّا.



د) ما الحدّ الذي قيمته ١٧٢؟
الحد العشرون.

المحتوى الرياضي

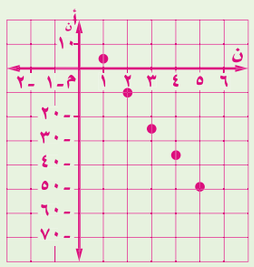
المتتابعات الحسابية: يمكن إيجاد أي حد بعد الحد الأول عن طريق إضافة الأساس، ويعبر عن الحد النوني للمتتابعة الحسابية التي حدّها الأول $أ_١$ وأساسها د بالمعادلة $أ_ن = أ_١ + (ن - ١)د$؛ ن عدد صحيح موجب.

التعليم باستعمال التقنيات

مدونة: اطلب إلى طلابك أن يبينوا كيف يمكنهم إيجاد حد معين في متتابعة حسابية. وتأكد من أنهم يستعملون معادلة الحد النوني للمتتابعة. وليقم طلاب الصف باختيار أفضل طريقة توضح ذلك، ثم إضافتها إلى موقع الصف الإلكتروني واتخاذها مرجعًا لهم.

إجابة (تحقق من فهمك):

٣جـ)



تنبيه!

تجنب الأخطاء: تأكد من أن الطلاب يحافظون على ترتيب المتغيرات في المعادلة $أ_ن = أ_١ + (ن - ١)د$؛ إذ إنه من السهل التعويض عن الخطأ عند استعمال هذه المعادلة.

المتتابعات الحسابية والدوال: كما رأيت في المثال ٣ التمثيل البياني للحدود الأولى للمتتابعة الحسابية يظهر أنها تقع على خط مستقيم. فالمتتابعة الحسابية هي دالة خطية يكون فيها (ن) متغيرًا مستقلًا، أن متغيرًا تابعًا، (د) هو الميل؛ لذا يمكن إعادة كتابة معادلة الحد النوني على صورة الدالة:
ق(ن) = (ن−١) د+ أ١، حيث ن عدد صحيح موجب.

وعلى الرغم من أن مجال معظم الدوال الخطية هو الأعداد الحقيقية، فإن مجال الدالة في المثال ٣ هو مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة، ومداها هو مجموعة الأعداد الصحيحة.

مثال ٤ من واقع الحياة المتتابعة الحسابية باعتبارها دالة

دعوة: المتتابعة الحسابية ٠,٢٥ ريال، ٠,٥٠ ريال، ٠,٧٥ ريال، ١ ريال، ... تمثل تكلفة الرسائل النصية التي أرسلها منصور لأصدقائه لحضور حفل زفافه مقابل إرساله رسالة واحدة، رسالتين، ٣ رسائل، ٤ رسائل، ...

أ) اكتب دالة تعبر عن هذه المتتابعة.

٠,٢٥ ، ٠,٥٠ ، ٠,٧٥ ، ١

+٠,٢٥ +٠,٢٥ +٠,٢٥

الحد الأول في المتتابعة أ١ هو ٠,٢٥، وأساسها ٠,٢٥ أيضًا.

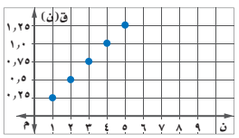
أن = أ١ + (ن − ١) د	معادلة الحد النوني
= ٠,٢٥ + (ن − ١) ٠,٢٥	أ١ = ٠,٢٥، د = ٠,٢٥
= ٠,٢٥ + ٠,٢٥ن − ٠,٢٥	خاصية التوزيع
= ٠,٢٥ن	بسّط.

فتكون الدالة: ق (ن) = ٠,٢٥ن.

ب) مثّل الدالة بيانيًّا، وحدّد مجالها.

معدّل التغير للدالة ٠,٢٥ ، كوّن جدولًا للدالة، ثم عيِّن النقاط بيانيًّا.

ن	ق (ن)
١	٠,٢٥
٢	٠,٥٠
٣	٠,٧٥
٤	١
٥	١,٢٥



بما أن مجال الدالة هو عدد الرسائل التي بعثها منصور؛ لذا فالمجال = {١، ٢، ٣،...}

تحقق من فهمك

٤) الوثب الطويل: يبين الجدول الآتي أطوالَ وَثبات محمد في أثناء تدربه على الوثب الطويل بالمدرسة:

الوثبة	١	٢	٣	٤
طول الوثبة (بالمتر)	٢	٢,١	٢,٢	٢,٣

أ) اكتب دالة تمثّل المتتابعة الحسابية. ف(ن) = ٠,١ن + ١,٩

ب) مثّل الدالة بيانيًّا. انظر الهامش.

الربط مع الحياة

يُعدُّ الرياضي السعودي حسين السبع أول واثب عربي يتخطى حاجز ٨ أمتار، وذلك بعد أن سجَّل ٨,٠٤ أمتار في تصفيات دورة الألعاب الأولمبية بالعاصمة الصينية عام ٢٠٠٨م.

تنويع التعليم:

دون ضمن فوق

إذا كان لدى الطلاب اهتمام بالطبيعة،

فقم بتشجيع مشاركتهم في المتتابعات التي تظهر غالبًا فيها، واطلب إليهم أخذ صور فوتوغرافية لها أو الحصول على صور من المجلات العلميّة أو من أي وسيلة أخرى عن الطبيعة.

المتتابعات الحسابية والدوال:

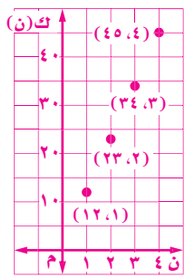
المثال ٤ يبين طريقة حل مسألة من واقع الحياة بكتابة دالة وتمثيلها بيانيًّا لتمثل متتابعة حسابية.

مثال إضافي

٤ الصحف: تمثل المتتابعة الحسابية ١٢، ٢٣، ٣٤، ٤٥، .... الوزن الكلي لرزمة صحف بالأونصات بعد إضافة أية صحيفة جديدة إليها.

أ) اكتب دالة تعبر عن هذه المتتابعة. ك (ن)= ١١ ن+ ١

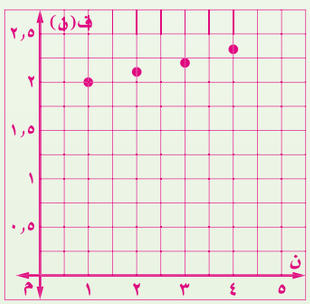
ب) مثّل الدالة وحدّد مجالها.



المجال = ١، ٢، ٣، ....

إجابة تحقق من فهمك:

٤ب)



تأكد

مثال ١ حدد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسر إجابتك:

١) ١٨، ١٦، ١٥، ١٣، ... لا؛ الفرق غير ثابت ٢) ٤، ٩، ١٤، ١٩، ... نعم؛ الأساس ٥

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

٣) ١٢، ٩، ٦، ٣، ... ٠، −٣، −٦ ٤) −٢، ٢، ٦، ١٠، ... ١٤، ١٨، ٢٢

مثال ٣ اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًّا: للتمثيل البياني. انظر الهامش

٥) ١٥، ١٣، ١١، ٩، ... $أ_ن = ١٧ - ٢ن$ ٦) −١، −٠,٥، ٠، ٠,٥، ١، ... $أ_ن = ٠,٥ن - ١,٥$

مثال ٤ ٧) **توفير:** يملك يوسف ٥٢٥ ريالًا في حساب توفيره. وبعد شهر أصبح لديه ٥٨٠ ريالًا، وفي الشهر التالي بلغ رصيده ٦٣٥ ريالًا. وبعد الشهر الثالث كان رصيده ٦٩٠ ريالًا. اكتب دالة تعبر عن المتتابعة الحسابية، ثم مثّلها بيانيًّا. ق(ن) = ٥٥ن + ٥٢٥، انظر الهامش للتمثيل البياني.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حدد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسر إجابتك:

٨) −٣، ١، ٥، ٩، ... نعم، الأساس ٤ ٩) $\frac{١}{٢}، \frac{٣}{٤}، \frac{٥}{٨}، \frac{٧}{١٦}$، ... لا، الفرق غير ثابت

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتابعة حسابية فيما يأتي:

١٠) ٠,٠٢، ٠,٠٨، ١,١٤، ٢,٢، ٣,٢، ... ١١) ٢١، ١٩، ١٧، ١٥، ...

١٢) $١\frac{١}{٣}، ٢\frac{٢}{٣}، ٣، ٣\frac{١}{٣}$، ... ١٣) $-\frac{١}{٢}، ٠، \frac{١}{٢}، ١$، ...

(للتمثيل انظر ملحق الإجابات).

مثال ٣ اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًّا:

١٤) −٣، −٨، −١٣، −١٨، ... $أ_ن = -٥ن + ٢$ ١٥) −٢، ٣، ٨، ١٣، ... $أ_ن = ٥ن - ٧$

١٦) −٠,٧٥، −٠,٥، −٠,٢٥، ٠، ... $أ_ن = ٠,٢٥ن - ١$ ١٧) −١١، −١٥، −١٩، −٢٣، ... $أ_ن = -٤ن - ٧$

مثال ٤ ١٨) **حدائق ترفيهية:** لعب حمد وأصدقاؤه في مدينة الألعاب لعبتين خلال الساعة الأولى، وبعد ساعتين كانوا قد لعبوا ٤ ألعاب، و بعد ثلاث ساعات ٦ ألعاب.

أ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية. ق(ن) = ٢ن

ب) مثّل الدالة بيانيًّا، وحدد المجال. انظر ملحق الإجابات

١٩) مستعملًا التمثيل البياني المجاور لمتتابعة حسابية:

أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى. −٣، −١، ١، ٣، ٥

ب) اكتب معادلة الحد النوني. $أ_ن = ٢ن - ٥$

جـ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية. ف(ن) = ٢ن − ٥

٢٠) **إعلانات:** تتقاضى إحدى الصحف أجور الإعلانات بحسب عدد كلمات الإعلان. اكتب دالة تعبر عن تكاليف الإعلان.

ف(ن) = ١,٥ن + ٢٠.

الإعلانات اليومية في الصحيفة	
١٠ كلمات ٣٥ ريالًا ١٥ كلمة ٤٢,٥ ريالًا	٢٠ كلمة ٥٠ ريالًا ٢٥ كلمة ٥٧,٥ ريالًا

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٧ للتأكد من فهم الطلاب.

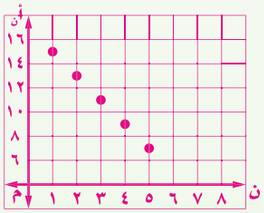
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تنبيه لحل أسئلة

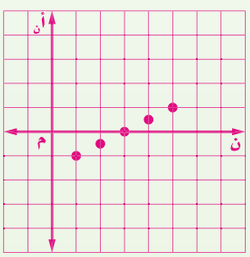
ورقة مربعات: تتطلب الأسئلة ٥–٧، ١٤–١٧ ، ٣٣–٣٤ استعمال ورق مربعات.

إجابات:

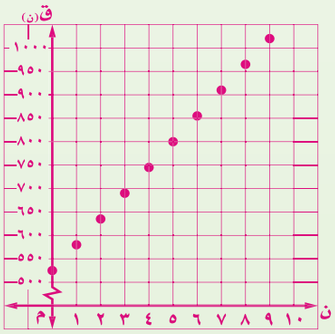
٥)



٦)



٧)



تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٨–١٧ ، ٢٥ ، ٢٩–٣٦
ضمن ضمن المتوسط	٩–١٧ فردي ، ١٩–٢٥ ، ٢٩–٣٦
فوق فوق المتوسط	١٩–٣٦

٢١) ما الحد الأول في متتابعة حسابية حدها الرابع يساوي ٨ وأساسها ٢؟ ٢

٢٢) متتابعة حسابية أساسها −٥. إذا كان $أ_{١٢}$ يساوي ٢٢ فما قيمة $أ_{١}$؟ ٧٧

٢٣) ما الحد الذي قيمته − ٣٦ في المتتابعة الحسابية ٢٨، ٢٠، ١٢، ٤، ...؟ ٩

٢٤) **تمثيلات متعددة:** في متتابعة فيبوناشي قيمة أي حد (بعد أول حدين)، تساوي مجموع الحدين السابقين له.
والحدود الستة الأولى لها هي: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...

أ) جبريًا: اكتب معادلة الحد النوني إذا كانت ن ≥ ٣. $أ_{ن} = أ_{ن-٢} + أ_{ن-١}$

ب) جبريًا: أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة. ٦١٠

جـ) تحليليًا: بيِّن ما إذا كانت متتابعة فيبوناشي حسابية أم لا؟ ليست حسابية؛ لأن الفرق بين كل حدين متتاليين فيها غير ثابت.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) **مسألة مفتوحة:** كوّن متتابعة حسابية أساسها −١٠. إجابة ممكنة: ٢، −٨، −١٨، −٢٨، ...

٢٦) **تحدٍّ:** أوجد قيمة س التي تجعل س+٨، ٤س+٦، ٣س الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية. −١

٢٧) بيّن إذا كانت المتتابعة: س−١ ، ٣س+٢ ، ٥س+٥ ، ... حسابية أم لا، وفسّر إجابتك. انظر الهامش

٢٨) **تحدٍّ:** بيِّن هل المتتابعة في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسّر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

أ) ٢ س+١، ٣ س+١، ٤ س+١... انظر الهامش **ب)** ٢س، ٤س، ٨س، ... انظر الهامش

٢٩) **اكتب:** وضح كيف تجد حدًّا معينًا في متتابعة حسابية، وكيف تكتب المتتابعة الحسابية كدالة خطية.

تدريب على اختبار

٣٠) أي العلاقات الآتية تمثل دالة؟ د

أ) {(−٥، ٦)، (٤، −٣)، (٢، −١)، (٤، ٢)}

ب) {(٣، −١)، (٣، −٥)، (٣، ٤)، (٣، ٦)}

جـ) {(−٢، ٣)، (٠، ٣)، (−٢، −١)، (−١، ٢)}

د) {(−٥، ٦)، (٤، −٣)، (٢، −١)، (٠، ٢)}

٣١) أوجد معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: −٧، −٤، −١، ٢، ... جـ

أ) $أ_{ن} = ٣ن - ٤$ **ب)** $أ_{ن} = -٧ن + ١$ **جـ)** $أ_{ن} = ٣ن - ١٠$ **د)** $أ_{ن} = -٧ن + ٤$

مراجعة تراكمية

٣٢) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٩، ٢)، (−٣، −١). (الدرس ٢-٥) $\frac{١}{٤}$

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا: (الدرس ٢-٤)

٣٣) ٣س + ٣ = −١ $-\frac{٤}{٣}$

٣٤) $\frac{٢}{٣}$ س − ١ = ٠ $\frac{٣}{٢}$

٣٥) حل المعادلة ٥س +٧ = −٨، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ١-٣) −٣

٣٦) حل المعادلة ٣س = −١٢. (الدرس ١-٢) −٤

تمثيلات متعددة: يستعمل الطلاب التحليل، والجبر في السؤال ٢٤ لاكتشاف متتابعة فيبوناتشي وإيجاد الحدود المطلوبة.

٤ التقويم

فهم الرياضيات: اطلب إلى الطلاب أن يبينوا كيف يمكنهم إيجاد الحد الخامس عشر للمتتابعة الحسابية: −٣، −١، ١، ٣، ...

التقويم التكويني

تأكد من استيعاب الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرس (٢-٦)، بإعطائهم اختبارًا قصيرًا.

الاختبار القصير ٤، ص (٣١)

إجابات:

٢٧) حسابية؛ الفرق بين أي حدين متتاليين ثابتٌ، الأساس ٢س + ٣ .

٢٨أ) حسابية؛ الفرق بين أي حدين متتاليين ثابتٌ، الأساس س .

٢٨ب) ليست حسابية؛ الفرق بين أي حدين متتاليين غير ثابت.

٢٩) إجابة ممكنة: أوجد أولًا الأساس للمتتابعة المعطاة. ثم استعمل الصيغة $أ_{ن} = أ_{١} + (ن - ١)$ د، في التعويض عن ن بترتيب الحد المطلوب. فالمتتابعة الحسابية هي دالة خطية يمثل فيها د الميل، ن المتغير المستقل، $أ_{ن}$ المتغير التابع.

تنويع التعليم

فوق

توسع: اطلب إلى الطلاب إيجاد الحد الأول والأساس للمتتابعة الحسابية التي حدها الرابع ٢٧ وحدها الثامن ٥٩. (مساعدة: افترض أن الحد الرابع هو الحد الأول بصورة مؤقتة، فيكون الحد الثامن هو الحد الرابع)
$أ_{١} = ٣$ ، د = ٨

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٢ - ٦

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (٢٦) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

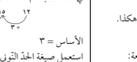
٢-٦ تدريبات إعادة التعليم
المتتابعات الحسابية كدوالّ خطّيّة

تعرّف المتتابعات الحسابية: المتتابعة هي مجموعة مرتّبة من الأعداد. إذا كان الفرق بين كلّ حدّين متتاليين ثابتًا، فإن المتتابعة حسابية.

المتتابعة الحسابية	نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدارٍ ثابت يُسمّى أساس المتتابعة.
حدود المتتابعة الحسابية	إذا كان $أ_١$ الحد الأول لمتتابعة حسابية أساسها د، فإن المتتابعة هي: $أ_١، أ_١ + د، أ_١ + ٢د، أ_١ + ٣د، ...$
الحد النوني في المتتابعة الحسابية	$أ_ن = أ_١ + (ن - ١) د$

مثال ١ حدّد ما إذا كانت المتتابعة:
١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ... حسابية أم لا، وفسّر إجابتك.
أوجد أساس المتتابعة، إذا كان ذلك ممكنًا.
بما أنّ: ٣ − ١ = ٥ − ٣ = ٧ − ٥ = ٢، وهكذا،
فإنّ الأساس هو ٢
وبما أنّ الفرق بين كلّ حدٍّ والذي يليه في المتتابعة:
١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ... ثابت، فإن المتتابعة حسابية.

مثال ٢ اكتب معادلة الحدّ النوني للمتتابعة الحسابية: ١٢، ١٥، ١٨، ٢١، ...
في هذه المتتابعة $أ_١ = ١٢$. أوجد الأساس.



الأساس = ٣
استعمل صيغة الحدّ النوني لكتابة معادلته:
$أ_ن = أ_١ + (ن - ١) د$ معادلة الحد النوني
$أ_ن = ١٢ + (ن - ١) \times ٣$ $أ_١ = ١٢، د = ٣$
$أ_ن = ١٢ + ٣ن - ٣$ خاصية التوزيع
$أ_ن = ٩ + ٣ن$ بتبسيط
معادلة الحدّ النوني هي $أ_ن = ٣ن + ٩$

تمارين
حدّد ما إذا كانت كلّ متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا. واكتب نعم أو لا. وفسّر إجابتك:
١) ١، ٥، ٩، ١٣، ١٧، ... نعم؛ د = ٤
٢) ٨، ٤، ٠، −٤، −٨، ... نعم؛ د = −٤
٣) ١، ٣، ٩، ٢٧، ٨١، ... لا؛ لا يوجد فرق ثابت

أوجد الحدود الثلاثة التالية في كلّ متتابعة حسابية فيما يأتي:
٤) ٩، ١٣، ١٧، ٢١، ٢٥، .... ٢٩، ٣٣، ٣٧
٥) ٤، ٠، −٤، −٨، −١٢، .... −١٦، −٢٠، −٢٤
٦) ١، ٤، ٧، ١٠، ١٣، .... ٣٥، ٤١، ٤٧

اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي. ثم مثّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًا:
٧) ١، ٣، ٥، ٧، ... $أ_ن = ٢ن - ١$
٨) −١، −٤، −٧، −١٠، ... $أ_ن = -٣ن + ٢$
٩) −٤، −٩، −١٤، −١٩، ... $أ_ن = -٥ن + ١$

تدريبات حل المسألة (٢٨) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٢-٦ تدريبات حلّ المسألة
المتتابعات الحسابية كدوالّ خطّيّة

١) **كتب:** تبيع إحدى المكتبات كتابًا ثقافيًا بـ ٢٢ ريالًا، ويزيد الثمن ١٧ ريالًا لكل نسخة إضافية. والجدول أدناه يبيّن الثمن حتى ٥ نسخ:

عدد نسخ الكتاب	١	٢	٣	٤	٥
الثمن (ريالات)	٢٢	٣٩	٥٦	٧٣	٩٠

ما ثمن ٩ نسخ من هذا الكتاب؟
١٥٨ ريالًا

٢) **مسرح:** رُتّبت مقاعد مسرح، بحيث كان في الصف الأول ٢٠ مقعدًا، وفي الصف الثاني ٢٢ مقعدًا، وفي الصف الثالث ٢٤ مقعدًا، وهكذا ... حتى ٢٥ صفًا. ما عدد المقاعد في الصف الأخير؟
٦٨ مقعدًا

٣) **قراءة:** اشترت عهود كتابًا عدد صفحاته ٢٣٠ صفحةً، فقرأت ١٤ صفحةً في اليوم الأول، و١٢ صفحةً في اليوم الثاني، و١٠ صفحةً في اليوم الثالث. إذا واصلت عهود القراءة بهذا النمط، فكم صفحةً يتبقى عليها بعد اليوم العاشر؟
١٠٨ صفحات

٤) **نظرية الأعداد:** إحدى المتتابعات الأكثر شهرة في الرياضيات هي متتابعة فيبوناتشي، وقد سُمّيتْ باسم فيليس فيبوناتشي (١١٧٠م – ١٢٥٠م).
الحدود الأولى من متتابعة فيبوناتشي هي:
١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ١٣، ٢١، ٣٤، ٥٥، ٨٩، ...
هل هذه متتابعة حسابية؟
فسّر إجابتك.
لا؛ لأن الفرق بين كل حدين متتاليين ليس ثابتًا.

٥) **ادخار:** قرّر سليمان أن يبدأ الادخار من أجل شراء شقة. وقد بدأ بإيداع مبلغ ٢٥٠٠٠ ريال، ثمّ ٥٠٠٠ ريال شهريًا، ليكون المبلغ بعد شهر يساوي ٣٠٠٠٠ ريال.
أ) اكتب معادلة الحد النوني لهذه المتتابعة.
$أ_ن = ٢٥٠٠٠ + ٥٠٠٠ن$
ب) ما المبلغ الذي ادّخره سليمان بعد ٢٤ شهرًا؟
١٤٥٠٠٠ ريال

التدريبات الإثرائية (٢٩) — فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٢-٦ التدريبات الإثرائية
المتسلسلات الحسابية

المتسلسلة الحسابية هي متسلسلة يمكنك إيجاد أيّ حدٍّ فيها بعد الحد الأول، بإضافة العدد نفسه إلى الحد السابق.
لتكن جـ$_ن$ تمثّل المتسلسلة التي فيها كلّ حدٍّ يزيد بـ ٣ على سابقه.
جـ$_ن$ = ٢ + ٥ + ٨ + ١١ + ١٤ + ١٧ + ٢٠

وسنبقي المتسلسلة نفسها إذا عكسنا ترتيب جمع حدودها؛ لذا هيّا نعكس ترتيب الحدود، ونُضيف المتسلسلتين إحداهما إلى الأخرى حدًّا بحدٍّ. وهذا موضّح على اليسار.
لتكن أ تمثّل الحد الأول من المتسلسلة، ل تمثّل الحد الأخير من المتسلسلة.

جـ$_ن$ = ٢ + ٥ + ٨ + ١١ + ١٤ + ١٧ + ٢٠
جـ$_ن$ = ٢٠ + ١٧ + ١٤ + ١١ + ٨ + ٥ + ٢
٢جـ$_ن$ = ٢٢ + ٢٢ + ٢٢ + ٢٢ + ٢٢ + ٢٢ + ٢٢
= ٧ (٢٢)
جـ$_ن$ = $\frac{٧ (٢٢)}{٢}$ = ٧ (١١) = ٧٧

ولتكن ن تمثّل عدد الحدود في المتسلسلة. في المثال السابق: أ = ٢، ل = ٢٠، ن = ٧، لاحظ: عندما نجمع المتسلسلتين حدًّا بحدٍّ أي الحد الأول من الأولى مع الحد الأول من الثانية، وهكذا ...، فإن مجموع كلّ زوج من الحدود يساوي ٢٢.
ويمكنك إيجاد المجموع بإضافة الحد الأخير إلى الأول، ٢ + ٢٠ أو أ + ل. ولاحظ أن هناك ٧ أزواج مجاميع أيضًا؛ لذا فإن قيمة ٢جـ هي ٧(٢٢) أو ن (أ + ل) في الحالات العامة، وبما أنّ هذا هو مِثْلا مجموع المتسلسلة، فإنه يمكنك استعمال الصيغة جـ$_ن$ = $\frac{ن (أ + ل)}{٢}$ لإيجاد مجموع أيّ متسلسلةٍ حسابية.

مثال ١ أوجد مجموع المتسلسلة: ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩
أ = ١، ل = ٩، ن = ٩ جـ$_ن$ = $\frac{٩ (١ + ٩)}{٢}$ = $\frac{٩ \times ١٠}{٢}$ = ٤٥

مثال ٢ أوجد مجموع المتسلسلة: −٩ + (−٥) + (−١) + ٣ + ٧ + ١١ + ١٥
أ = −٩، ل = ١٥، ن = ٧ جـ$_ن$ = $\frac{٧ (-٩ + ١٥)}{٢}$ = $\frac{٧ \times ٦}{٢}$ = ٢١

أوجد مجموع كلّ متسلسلةٍ حسابيةٍ فيما يأتي:
١) ٣ + ٦ + ٩ + ١٢ + ١٥ + ١٨ + ٢١ + ٢٤ **١٠٨**
٢) ١٠ + ١٥ + ٢٠ + ٢٥ + ٣٠ + ٣٥ + ٤٠ + ٤٥ + ٥٠ **٢٧٠**
٣) −٢١ + (−١٦) + (−١١) + (−٦) + (−١) + ٤ + ٩ + ١٤ **−٢٨**
٤) الأعداد الكلية الزوجية من ٢ إلى ١٠٠ **٢٥٥٠**
٥) الأعداد الكلية الفردية بين صفر و ١٠٠ **٢٥٠٠**

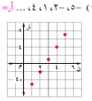
كتاب التمارين (١٤) — دون ضمن فوق

٢ - ٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

حدد إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:
١) ٢١، ١٣، ٥، −٣، ... نعم؛ الأساس = −٨
٢) ١٢، ٥، −٢، ٢٩، ٤٦، ... لا؛ الفرق غير ثابت
٣) −٢، ٢، −١، ١، −٤، ... لا؛ الفرق غير ثابت
٤) ١، ٩، ٤، ١٦، ... لا؛ الفرق غير ثابت
٥) ١٦، ٩، ٤، ١، ... نعم؛ الأساس = −٧
٦) −٢، ١، ٢، ٥، ٦، ٨، ١، ٣، ٠، ... لا؛ الفرق غير ثابت

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:
٧) ٨٧، ٧٦، ٦٥، ٥٤، ... ٤٣، ٣٢، ٢١
٨) −٤٩، −٣٥، −٢١، −٧، ... ٧، ٢١، ٣٥
٩) $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٢}$، $\frac{٣}{٤}$، صفر، ... $-\frac{١}{٤}$، $-\frac{١}{٢}$، $-\frac{٣}{٤}$
١٠) −١٠، −٣، ٤، ١١، ... ١٨، ٢٥، ٣٢
١١) ١٢، ١٠، ٨، ٦، ... ٠، ٢، ٤
١٢) ١٢، ٧، ٢، −٣، ... −٨، −١٣، −١٨

اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًا:
١٣) ٩، ١٣، ١٧، ٢١، ... أ$_ن$ = ٤ن + ٥
١٤) −٥، −٢، ١، ٤، ... أ$_ن$ = ٣ن − ٨
١٥) ١٩، ٣١، ٤٣، ٥٥، ... أ$_ن$ = ١٢ن + ٧



١٦) **توفير:** لدى سعد ١١٥ ريالًا، ويوفر ٣٥ ريالًا أسبوعيًا.
أ) اكتب الدالة التي تبين المبلغ الإجمالي لسعد بعد عدد من الأسابيع. أ$_ن$ = ٣٥ن + ١١٥
ب) ما المبلغ الذي يملكه سعد بعد ٣٠ أسبوعًا؟ ١١٦٥ ريالًا

١٧) **عروض:** يرتب محمد علب المناديل الورقية في أعمدة لعرضها، بحيث ينقص كل عمود بمقدار علبتين عن سابقه. فإذا علمتَ أن العمود الأول به ٢٣ علبة.
أ) اكتب دالة تمثل المتتابعة الحسابية. أ$_ن$ = −٢ن + ٢٥
ب) كم علبة في العمود العاشر؟ ٥

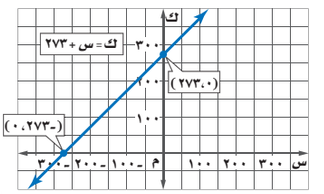
ملحوظات المعلم

١) مثّل العلاقة الآتية بجدول، وبمخطط سهمي، وبيانيًا، ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداها: انظر ملحق الإجابات
{(-٣ ، ٢) ، (-٤ ، ٣) ، (-١ ، ٠) ، (١ ، -٢) ، (٠ ، ٣) }.

إذا كان د (س) = ٥ - ٢ س ، هـ (س) = س^{٢} + ٧ س
فأوجد قيمة كل من :

٢) هـ (٣) ٣٠ ٣) د (-٦ص) ٥+١٢ص

٤) **درجة الحرارة:** يبين الشكل أدناه معادلة تحويل درجات الحرارة السيليزية (س) إلى درجات الحرارة على مقياس كلفن (ك).



انظر الهامش

أ) حدد كلًّا من المتغير المستقل، والمتغير التابع، وفسّر ذلك.

ب) أوجد المقطع س والمقطع ك، وماذا يعني كل منهما في هذه الحالة؟ انظر الهامش

مثّل كلًّا من المعادلات الآتية بيانيًا: ٥-٨) انظر الهامش.

٥) ص = س + ٢

٦) ص = ٤ س

٧) س + ٢ص = -١

٨) -٣س = ٥ - ص

حل كل معادلة مما يأتي بيانيًا:

٩) ٤س + ٢ = ٠ $-\frac{١}{٢}$

١٠) ٠ = ٦ - ٣س ٢

١١) ١٢س = ٤س + ١٦ ٢

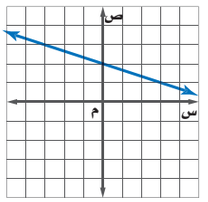
أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

١٢) (٥، ٨)، (-٣، ٧) $\frac{١}{٨}$

١٣) (٥، -٢)، (٣، -٢) ٠

١٤) (٦، -٣)، (٦، ٤) غير معرّف

١٥) **اختيار من متعدد:** أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل؟ ب



أ) -٣

ب) $-\frac{١}{٣}$

جـ) ٣

د) $\frac{١}{٣}$

١٦) **اختيار من متعدد:** ما قيمة ر التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٠) ، (ر، ٣) يساوي ٢؟ ب

أ) $\frac{٢}{٥}$ جـ) ٣

ب) $\frac{٥}{٢}$ د) -٣

١٧) أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة:

٥، ٦، ٨، ١١، ١٥، ... ٢٠، ٢٦، ٣٣

بيّن ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت حسابية فما أساسها؟

١٨) -٤٠، -٣٢، -٢٤، -١٦، ... نعم، ٨

١٩) ٠,٧٥، ٠,٥، ١,٣، ٦، ١٢، ... لا

مخطط المعالجة

المستوى ١	ضمن المتوسط	المستوى ٢	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب فيما لايزيد على ٢٥٪ تقريبًا من التمارين،	إذا	أخطأ بعض الطلاب في ٥٠٪ تقريبًا من التمارين،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	المصدر الآتي:
كتاب الطالب	الدروس ٢-١ إلى ٢-٦	زيارة الموقع	www.obeikaneducation.com
دليل المعلم	مشروع الفصل ص (٤٢)		
زيارة الموقع	www.obeikaneducation.com		

المعالجة

بناءً على نتائج اختبار الفصل استعمل مخطط المعالجة في مراجعة المفاهيم التي لاتزال تشكل تحديًا للطلاب.

إجابات:

١٤أ) المتغير المستقل : درجات الحرارة السليزية.

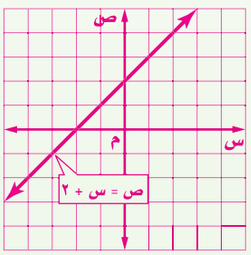
والمتغير التابع : درجات الحرارة على مقياس كلفن.

درجة الحرارة على مقياس كلفن تعتمد على درجة الحرارة السليزية.

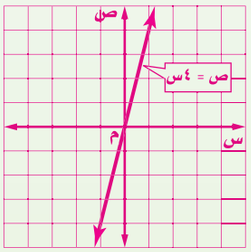
٤ب) المقطع السيني - ٢٧٣، ويعني ذلك أن -٢٧٣ سيليزي = ٠ كلفن .

والمقطع الصادي ٠ ، ٢٧٣، ويعني ذلك أن ٠ سيليزي = ٢٧٣ كلفن.

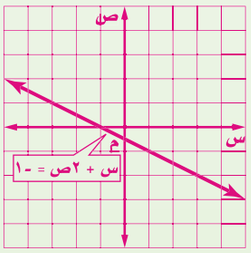
٥)



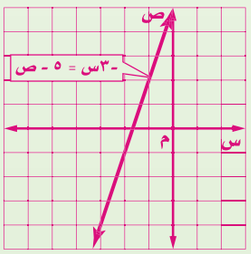
٦)



٧)



٨)



الفصل ٣

مخطط الفصل

الخطة الزمنية		
التدريس	المراجعة و التقويم	المجموع
(١١) حصة	(٣) حصص	(١٤) حصة

التقويم التشخيصي
التهيئة، ص (٨٣)

	الدرس ٣-١ حصتان	الدرس ٣-٢ ثلاث حصص	الدرس ٣-٣ ثلاث حصص	الدرس ٣-٤ ثلاث حصص
العنوان	تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًا	كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع	كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة	المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة
الأهداف	• كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع وتمثيلها بيانيًا. • تمثيل بيانات من واقع الحياة باستعمال معادلات مكتوبة بصيغة الميل والمقطع.	• كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع. • كتابة معادلة مستقيم علمت إحداثيات نقطتين يمر بهما بصيغة الميل والمقطع.	• كتابة معادلات خطية بصيغة الميل ونقطة • كتابة معادلات خطية بصيغ مختلفة.	• كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا. • كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا معلومًا.
المفردات	صيغة الميل والمقطع	التنبؤ الخطي	صيغة الميل ونقطة	- المستقيمان المتوازيان - المستقيمان المتعامدان
التمثيلات المتعددة		ص (٩٤)		ص (١٠٦)
مصادر الدرس	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٦) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٨) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (٩) فوق • كتاب التمارين ص(١٥) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٠) دون • تدريبات حل المسألة، ص (١٢) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (١٣) فوق • كتاب التمارين ص(١٦) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٤) دون • تدريبات حل المسألة، ص (١٦) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (١٧) فوق • كتاب التمارين ص(١٧) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٨) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٢١) فوق • كتاب التمارين ص(١٨) دون ضمن فوق
التقنيات لكل درس	السبورة التفاعلية، ص (٨٦)	التسجيل الصوتي، ص (٩١)	السبورة التفاعلية، ص (٩٧)	السبورة التفاعلية، ص (١٠٢)
تنويع التعليم	ص (١٢، ١٣، ١٦)	ص (٢١، ٢٣)	ص (٣٠، ٣١)	

التقويم التكويني
اختبار منتصف الفصل، ص (٥١)

التقويم الختامي
- اختبار الفصل ص (١٠٧)
- اختبار تراكمي ص (١٠٨، ١٠٩)

المفاتيح: دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تحليل الدوال الخطية

نتائج البحوث ...

يتضمن السؤال الجيد تحديًا لتفكير الطلاب في مفاهيم الدرس الرئيسة والذهاب إلى ما هو أبعد من المراجعة البسيطة أو ترديد ما يقال في الفصل، كما يعمل على زيادة التفاعل بين الطلاب ومشاركة بعضهم بعضًا في أفكارهم.

- **أكد على أن مفهوم الميل هو أحد المفاهيم التي ستستعمل على نحوٍ واسع في التفاضل والتكامل.**
- **يساعد فهم الطلاب لما يمثله الميل على إتقانهم مهارات هذا الفصل.**

مهارة الدراسة

يمكن أن يساعد استعمال المثال وطريقة الخطوات المتتابعة، الطلابَ على تحقيق فهم أفضل لخطوات الكثير من العمليات الرياضية. ولتوضيح هذه العملية عليهم فهم طريقة إجراء كل خطوة، وتبريرها.

زوّد الطلاب بالوصف المبين جانبًا لاتخاذه مثالاً يوضح طريقة كتابة معادلة المستقيم بمعلومية نقطتين يمر بهما. واطلب إليهم بعد تنفيذ الدرس ٣ – ٢ وصف طريقة كتابة معادلة المستقيم بمعلومية الميل ونقطة يمر بها.

يسهم هذا النشاط وما شابهه في بناء استقلالية الطلاب من خلال الخطط الخاصة بهم.

الفكرة الرئيسة:	الخطوات المتتابعة	مثال: (١، ٥)، (–١، ١)
إيجاد معادلة مستقيم بمعلومية نقطتين يمر بهما	الخطوة ١: أوجد ميل المستقيم	$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ $م = \frac{٥ - ١}{١ - (-١)}$ $م = \frac{٤}{٢} = ٢$
	الخطوة ٢: اختر إحدى النقطتين وأوجد المقطع الصادي	ص = م س + ب ١ = ٢(–١) + ب ٣ = ب
	الخطوة ٣: اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع	استعمل م = ٢ ، ب = ٣ ص = م س + ب ص = ٢س + ٣

الفصل ٣ التقويم والمعالجة

	التشخيص	المعالجة
التقويم التشخيصي	**بداية الفصل ٣**	
	التهيئة للفصل ٣ ، ص (٨٣)	مخطط المعالجة، ص (٨٢ جـ)
	بداية كل درس	
	فيما سبق، والآن، لماذا؟	مراجعة المفاهيم والمهارات الأساسية مع الطلاب
التقويم التكويني	**خلال كل درس وبعده**	
	تحقق من فهمك، لكل مثال تأكد مسائل مهارات التفكير العليا مراجعة تراكمية أمثلة إضافية تنبيه! الخطوة ٤، التقويم الاختبارات القصيرة ، ص (٤٩، ٥٠) www.obeikaneducation.com	تدريبات المهارات، الفصل ٣ تنويع التعليم تنويع الواجبات المنزلية تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٣ www.obeikaneducation.com
	منتصف الفصل	
	اختبار منتصف الفصل، ص (٤٨) اختبار منتصف الفصل، ص (٥١) www.obeikaneducation.com	تدريبات المهارات، الفصل ٣ تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٣ www.obeikaneducation.com
	نهاية الفصل	
	اختبار الفصل، ص (٧٥) www.obeikaneducation.com	تدريبات المهارات، الفصل ٣ تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٣ www.obeikaneducation.com
التقويم الختامي	**بعد انتهاء الفصل ٣**	
	اختبار الفصل، النماذج ١، ٢أ، ٢ب ، ص (٥٣-٥٨) اختبار الفصل، النموذج ٣ ، ص (٥٩، ٦٠) اختبار المفردات ، ص (٥٢) اختبار الفصل ذو الإجابة المطولة ، ص (٦١) اختبار تراكمي ، ص (٦٢-٦٤) www.obeikaneducation.com	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٣ www.obeikaneducation.com

كتاب الطالب | دليل المعلم | مصادر المعلم للأنشطة الصفية | دليل التقويم | شبكة الإنترنت

الفصل ٣

تنويع التعليم

البديل ١ جميع المستويات دون ضمن فوق

المتعلمون المتفاعلون: وزع الطلاب إلى مجموعات ثلاثية، أو رباعية. وبما أن هنالك مهام عدة تتطلب الكتابة والتمثيل البياني لمعادلة بصيغة الميل والمقطع. لذا اطلب إلى كل عضو في المجموعة أن يقرر أي المهام سيقوم بها. فمثلاً، يقوم أحد الطلاب بكتابة المعادلة بمعلومية الميل والمقطع الصادي، ويقوم طالب آخر بإعادة كتابة معادلة معطاة بصيغة الميل والمقطع، ويمكن للطلاب الآخرين في المجموعة استعمال المقطع الصادي والميل لتمثيل المعادلة بيانيًّا.

المتعلمون الاجتماعيون: اطلب إلى كل طالب تمثيل النقطة (٢، ١) على ورقة رسم بياني، ثم استعمال مسطرة لرسم مستقيم يمر بهذه النقطة ويقطع المحور الصادي، ثم اطلب إليهم المقارنة بين مستقيماتهم وناقش معهم سبب اختلافها، واسألهم: ما الذي كان ينبغي تزويدهم به إضافة لتلك النقطة ليتمكنوا من رسم المستقيم نفسه؟ الميل أو نقطة أخرى

ثم مثّل وبقية طلبة الصف واكتب المعادلات الممثلة للمستقيم المار بالنقطة (٢، ١) وميله ٣، والمستقيم المار بالنقطتين (٢، ١)، (١، ٣).

البديل ٢ دون المتوسط دون

زوّد الطلاب بأربع معادلات بصيغة الميل والمقطع، على أن تكون لها جميعًا الميل نفسه، واطلب إليهم تمثيل كل معادلة بيانيًّا، ومدّ المستقيمات لتقطع محور (ص). ثم اطلب إليهم كتابة معادلة كل مستقيم على المستقيم نفسه، وناقشهم في العلاقة بين التمثيل البياني للمستقيم ومعادلته؛ أيْ بين الميل ومعامل س، وبين المقطع الصادي، وقيمة ب.

البديل ٣ فوق المتوسط فوق

زوِّد الطلبة ببعض درجات الحرارة السيليزية وما يقابلها بالفهرنهايتية، ثم اطلب إليهم إيجاد العلاقة الخطية التي تربط بينهما، وتمثيلها بيانيًّا.

المحتوى الرياضي

الترابط الرأسي

ما قبل الفصل ٣

مواضيع سابقة قبل الصف الثالث المتوسط

- تمثيل العلاقات بين الكميات باستعمال الأشكال.
- استعمال العمليات لحل مسائل تتضمن أعدادًا نسبية.

مواضيع سابقة من الصف الثالث المتوسط

- المعادلات الخطية وحلها.
- تطوير مفهوم الميل باعتباره معدل تغير، وإيجاد الميل من التمثيلات البيانية والجداول والتمثيلات الجبرية.
- تفسير معنى الميل في مواقف باستعمال التمثيلات البيانية والتمثيلات الجبرية.

الفصل ٣

مواضيع من الصف الثالث المتوسط

- كتابة معادلات المستقيمات باستعمال خصائصها.
- تفسير أثر تغير الميل والمقطع الصادي والتنبؤ بها في مواقف تطبيقية.

ما بعد الفصل ٣

الإعداد للمرحلة الثانوية

- إنشاء أشكال الانتشار وتفسيرها، ومواءمة الشكل مع البيانات، وإجراء التنبؤات باستعمال الدوال.
- حل أنظمة من المعادلات.
- استعمال الدوال للتوصل إلى نموذج وإجراء التنبؤات.

ملخص الدروس

٣-١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًّا

تُسمى المعادلة ص= م س+ ب صيغة الميل والمقطع؛ حيث م الميل، ب المقطع الصادي، وتوفر هذه الصيغة طريقتين لتمثيل المستقيم بيانيًّا:

- اختر أي قيمتين لـ (س)، وعوضهما في المعادلة لإيجاد قيم ص المرتبطة بهما، وذلك للحصول على زوجين مرتبين يمكن تمثيلهما بيانيًّا، ثم ارسم المستقيم الذي يمر بهاتين النقطتين.
- عين نقطة المقطع الصادي نقطة بداية، ثم استعمل الميل لتحديد المسافة والاتجاه الخاص بالتحرك إلى الأعلى/ الأدنى، وإلى اليمين/ اليسار وذلك لإيجاد نقطة أخرى على المستقيم، ثم ارسم المستقيم.

٣-٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

المعادلة العامة بصيغة الميل والمقطع هي ص = م س+ ب، وتعد هذه المعادلة نقطة البداية لكتابة معادلة بالاستعانة بنوعين من المعلومات المعطاة:

- الميل (م)، ونقطة معلومة (س، ص).

الخطوة ١: عوض قيم م، س، ص في صيغة الميل والمقطع وأوجد قيمة ب.

الخطوة ٢: اكتب صيغة الميل والمقطع بتعويض قيم م، ب في الصورة ص= م س+ ب

- نقطتان معلومتان.

الخطوة ١: استعمل النقطتين لإيجاد الميل م.

الخطوة ٢: اختر إحدى النقطتين لاستعمالها.

الخطوة ٣: اتبع خطوات كتابة معادلة مستقيم باستعمال الميل م، والنقطة (س، ص).

٣-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

تم اشتقاق المعادلة في صيغة الميل ونقطة من تعريف الميل من خلال استعمال إحداثيات نقطتين على المستقيم. افرض أن النقطتين هما: (س، ص)، (س$_١$، ص$_١$).

فباستعمال تعريف الميل، تجد أن م = $\frac{ص - ص_١}{س - س_١}$، وعند ضرب كل طرف من طرفي المعادلة في (س− س$_١$) فإن الناتج الذي هو ص− ص$_١$= م (س− س$_١$) يمثل صيغة الميل ونقطة.

٣-٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

يستعمل التمثيل البياني وخصائص الأشكال في الهندسة الإحداثية لإثبات توازي مستقيمين أو تعامدهما.

- عندما يقع المستقيمان في المستوى نفسه ولهما الميل نفسه فهما متوازيان.
- عندما لا يكون للخطين الميل نفسه فإنهما يتقاطعان، وإذا كانا يشكلان زاوية قائمة عند نقطة تقاطعهما فإنهما متعامدان، وعندها يكون ميل أحدهما مقلوب معكوس الآخر وناتج ضربهما (−١).

ملحوظات المعلم

مشروع الفصل

التوجه للسفر

يستعمل الطلبة ما تعلموه حول كتابة المعادلات الخطية وتمثيلها للتعامل مع المسافات أو تكاليف السفر في أثناء الإجازة.

- اطلب إلى الطلاب افتراض وجهة لسفر كل منهم في الإجازة، ثم اطلب إليهم تحديد المسافة س التي سيقطعونها لأقرب كيلومتر.
- اطلب إليهم كتابة المعادلة التي تمثل التكلفة ص لاستعمال سيارة أجرة تتقاضى ٥ ريالات بالإضافة إلى ريالين لكل كيلومتر بصيغة الميل والمقطع وتمثيلها بيانيًّا. ثم اطلب إليهم استعمال المعادلة والتمثيل البياني لإيجاد تكلفة السفر في جميع الرحلات التي حددوها.
- أخبر الطلاب بأن سيارة أجرة أخرى تتقاضى ٤ ريالات بالإضافة إلى ٣ ريالات عن كل كيلومتر، واطلب إليهم كتابة المعادلة التي تمثل ذلك، ثم تمثيل المعادلة في المستوى الإحداثي نفسه الذي مثلوا فيه المعادلة الأولى. أي العرضين السابقين أقل تكلفة؟

المفردات قدم مفردات الفصل باستعمال النمط الآتي:

التعريف تكتب صيغة الميل والمقطع للمعادلة على الصورة:

ص= م س+ ب، م: الميل، ب: المقطع الصادي.

مثال: ميل المعادلة ص= ٣س+ ٥ هو ٣، والمقطع الصادي ٥.

اسأل: هل يقع الميل في الطرف الأيمن أم الطرف الأيسر من المعادلة؟ الطرف الأيسر.

المطويات منظم أفكار

غرضها: يكتب الطلاب ملاحظاتهم عن الدوال الخطية والعلاقات وإعطاء أمثلة عليها.

وظيفتها: اطلب إلى الطلاب تكوين مطوياتهم وتسميتها كما عرضت. مع تسمية كل جيب بعنوان درس من دروس الفصل، وعلى الطلاب كتابة قائمة بمفردات كل درس على بطاقة فهرسة، وكتابة تعريف هذه المفردات على ظهر البطاقة، ثم وضع البطاقة في الجيب الملائم. ويمكن استعمال البطاقات في اختبار الطلاب بعضهم بعضًا.

وقت استعمالها: شجع الطلاب على الاستمرار في إضافة المزيد إلى مطوياتهم خلال دراستهم الفصل، واستعمالها في المراجعة لاختبار الفصل.

تنويع التعليم

نموذج بناء المفردات، ص (٤٧) .

يكمل الطلاب هذا النموذج بكتابة تعريف كل مفردة جديدة تظهر لهم في أثناء دراسة الفصل أو مثال عليها، ويستفيدون من ذلك في أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

فيما سبق

درست تمثيل الدوال الخطية بيانيًّا.

والآن

- اكتب المعادلات الخطية بصيغها المختلفة وأمثلها بيانيًّا.
- اكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معلومة ويوازي / يعامد مستقيمًا معلومًا.

لماذا ؟

سفر: يختلف عدد الرحلات الجوية من سنة إلى أخرى، وبناءً على البيانات السنوية لعدد الرحلات يمكن إيجاد معدل التغير السنوي لتحديد النموذج الخطي المستعمل للتنبؤ بعدد الرحلات في السنوات القادمة.

المطويات منظم أفكار

تحليل الدوال الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول تحليل الدوال الخطية، مبتدئًا بورقة A3 .

١ **اطو** الحافتين الصغيرتين من الورقة طوليًّا بمقدار ٤ سم لكل منها.

٢ **اطو** الورقة من المنتصف طوليًّا وعرضيًّا، ثم افتح الطي، وقص على طول خط الطي من الأعلى إلى المركز.

٣ **اطو** النصف العلوي للورقة إلى أسفل، ثم اطو الورقة من المنتصف إلى الخلف واقلبها لتشكل جيبًا مع الحواف السلفية.

٤ **سمّ** غلاف المطوية بعنوان الفصل.

التهيئة للفصل ٣

تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من فهمك للمهارات السابقة الضرورية :

البديل الأول

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

أوجد قيمة ٣ أ^{٢} – ٢ أ ب + جـ عند القيم المعطاة :

١) أ = ٢، ب = ١، جـ = ٥ ١٣

٢) أ = –١، ب = ٠، جـ = ١١ ١٤

٣) أ = ٥، ب = –٣، جـ = –٩ ٩٦

٤) **استئجار سيارة :** تمثل تكلفة استئجار سيارة بالمعادلة ت = ٤٩ س + ٣,٠ ص ، حيث يمثل س عدد الأيام، وص عدد الكيلومترات. أوجد تكلفة استئجار السيارة مدة ٥ أيام لقطع مسافة ٤٢٥ كلم. (٣٧٢,٥ ريالًا)

حل كل معادلة فيما يأتي بالنسبة للمتغير المعطى:

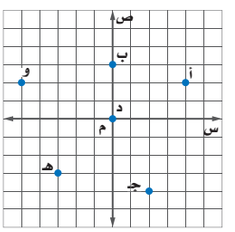
٥) س + ص = ٥ بالنسبة لـ ص ص = ٥ – س

٦) ٢س – ٤ص = ٦ بالنسبة لـ س س = ٣ + ٢ص

٧) ص – ٢ = س + ٣ بالنسبة لـ ص ص = س + ٥

٨) **هندسة :** إذا علمت أن قانون محيط المستطيل مح هو مح = ٢ل + ٢ض: ل = الطول، ض = العرض، فأوجد قيمة ض بدلالة كل من ل ، مح . ض = $\frac{\text{مح}}{٢}$ – ل

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي:



٩) أ (٤، ٢)

١٠) ب (٠، ٣)

١١) جـ (٢، –٤)

١٢) د (٠، ٠)

١٣) هـ (–٣، –٣)

١٤) و (–٥، ٢)

مراجعة سريعة

مثال ١

أوجد قيمة: ٢(م – ن)^{٢} + ٣ب عندما م = ٥، ن = ٢، ب = –٣.

٢(م – ن)^{٢} + ٣ب	العبارة الأصلية
= ٢(٥ – ٢)^{٢} + ٣(–٣)	عوّض عن م، ن، ب
= ٢(٣)^{٢} + ٣(–٣)	اطرح
= ٢(٩) + ٣(–٣)	أوجد قيمة القوة
= ١٨ + (–٩)	اضرب
= ٩	اجمع

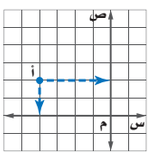
مثال ٢

حل المعادلة ٥س + ١٥ص = ٩ بالنسبة للمتغير س.

٥س + ١٥ص = ٩	المعادلة الأصلية
٥س + ١٥ص – ١٥ص = ٩ – ١٥ص	اطرح ١٥ ص من الطرفين
٥س = ٩ – ١٥ص	بسّط
$\frac{٥س}{٥} = \frac{٩ - ١٥ص}{٥}$	اقسم كل طرف ٥
س = $\frac{٩}{٥}$ – ٣ص	بسّط

مثال ٣

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل النقطة أ.



الخطوة ١ : ابدأ من النقطة أ.

الخطوة ٢ : أنزل خطًّا رأسيًّا إلى المحور (س)، فيكون الإحداثي السيني هو –٤.

الخطوة ٣ : أنزل خطًّا أفقيًّا إلى المحور (ص)، فيكون الإحداثي الصادي هو ٢.

إذن الزوج المرتب للنقطة أ هو (–٤، ٢).

البديل الثاني

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com .

المعالجة

استعمل نتائج الاختبار السريع ومخطط المعالجة أدناه لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب.

كما تساعدك أيضًا العبارة «إذا كان– فقم» في المخطط أدناه على تحديد المستوى المناسب، وتقترح مصادر لكل مستوى.

مخطط المعالجة

المستوى ١	ضمن المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب فيما لايزيد على ٢٥٪ تقريبًا من التمارين.
فقم	بمراجعة الدروس ١-١ ، ٢-١ من كتاب الطالب. وزيارة الموقع: www.obeikaneducation.com

المستوى ٢	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب في ٥٠٪ تقريبًا من التمارين،
فقم	بتحديد أخطائهم، وضع أنشطة علاجية لذلك. وزيارة الموقع: www.obeikaneducation.com

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٣ - ١

إيجاد معدلات التغير والميل.

الدرس ٣ - ١

كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع وتمثيلها بيانيًّا.

تمثيل بيانات من واقع الحياة بمعادلات بصيغة الميل والمقطع.

ما بعد الدرس ٣ - ١

كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع علمت نقطتان يمر بهما، أو علم ميله ونقطة يمر بها.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثمّ اسأل:

- كم سيكون عدد أبيات الشعر التي سيحفظها جميل بعد شهرين؟ ٥٦٠
- كم سيكون عدد أبيات الشعر التي سيحفظها جميل بعد ٤ أشهر؟ ٦٢٠
- هل سيكون الميل في التمثيل البياني للمعادلة ص= ٣٠س+ ٥٠٠ موجبًا أم سالبًا؟ موجبًا.

٣ - ١

تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًّا

فيما سبق

درست معدل التغير والميل.

والآن

- أكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، وأمثّلها بيانيًّا.
- أمثّل بيانات من واقع الحياة باستعمال معادلات مكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

المفردات

صيغة الميل والمقطع

obeikaneducation.com

لماذا؟

يحفظ جميل ٥٠٠ بيت من الشعر، وعندما اشترك في نادي الشعر بدأ بحفظ ٣٠ بيتًا جديدًا كل شهر. ولمعرفة عدد الأبيات (ص) التي يحفظها بعد (س) شهرًا نكتب المعادلة:

ص= ٣٠س+ ٥٠٠.

صيغة الميل والمقطع: يمكن كتابة أي معادلة خطية **بصيغة الميل والمقطع**. على النحو: ص= م س+ ب حيث م الميل، ب المقطع الصادي، وأي تغيير في قيمة أي منهما يؤدي إلى تغيير التمثيل البياني للمعادلة.

مفهوم أساسي صيغة الميل والمقطع

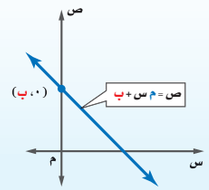
أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية هي: ص= م س+ ب، م = الميل، ب = المقطع الصادي.

مثال: ص= م س+ ب

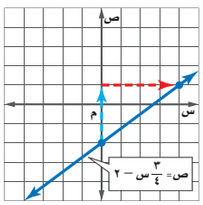
ص= ٢س+ ٦

الميل ← ٢، المقطع الصادي ← ٦



مثال ١ كتابة المعادلة وتمثيلها بيانيًّا

اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{٣}{٤}$، ومقطعه الصادي= −٢ بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا.



ص = م س + ب — صيغة الميل والمقطع

ص = $\frac{٣}{٤}$ س + (−٢) — عوّض عن م بـ $\frac{٣}{٤}$، وعن ب بـ (−٢)

ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٢ — بسّط

والآن، مثّل المعادلة بيانيًّا.

الخطوة ١: عيّن النقطة (٠، −٢) التي تمثّل المقطع الصادي

الخطوة ٢: الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{٣}{٤}$، تحرّك من النقطة (٠، −٢) بمقدار ٣ وحدات إلى أعلى، و٤ وحدات إلى اليمين وعيّن النقطة الجديدة.

الخطوة ٣: ارسم خطًّا مستقيمًا يمر بهاتين النقطتين.

تحقق من فهمك للتمثيل البياني انظر ملحق الإجابات

اكتب معادلة المستقيم في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا:

١أ) الميل= $-\frac{١}{٢}$، المقطع الصادي = ٣ — ص = $-\frac{١}{٢}$ س + ٣

١ب) الميل= −٣، المقطع الصادي = −٨ — ص = −٣س − ٨

مصادر الدرس ٣ - ١

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٨٧)	• تنويع التعليم، ص (٨٩)	• تنويع التعليم، ص (٨٩)
كتاب التمارين	ص (١٥)	ص (١٥)	ص (١٥)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٦) • تدريبات حل المسألة، ص (٨) • كتاب التمارين، ص (١٥)	• تدريبات حل المسألة، ص (٨) • كتاب التمارين، ص (١٥)	• تدريبات حل المسألة، ص (٨) • التدريبات الإثرائية، ص (٩) • كتاب التمارين، ص (١٥)

إذا لم تكن المعادلة مكتوبة بصيغة الميل والمقطع، فإن إعادة كتابتها بهذه الصيغة يسهل تمثيلها بيانيًّا.

إرشادات للدراسة

المتغيرات التابعة:
ص هو المتغير التابع؛ لأنه يعتمد على التغير في س.

مثال ٢ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

مثِّل المعادلة ٣س + ٢ص = ٦ بيانيًّا.

أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

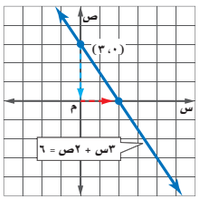
٣س + ٢ص = ٦	المعادلة الأصلية
٣س + ٢ص − ٣س = ٦ − ٣س	اطرح ٣ س من كلا طرفي المعادلة
٢ص = ٦ − ٣س	بسّط
٢ص = −٣س + ٦	٦ − ٣س = ٦ + (−٣س) = −٣س + ٦
$\frac{٢ص}{٢} = \frac{-٣س + ٦}{٢}$	اقسم كل طرف على ٢
ص = $-\frac{٣}{٢}$ س + ٣	صيغة الميل والمقطع

والآن، مثّل المعادلة بيانيًّا، الميل = $\frac{-٣}{٢}$، والمقطع الصادي = ٣.

الخطوة ١: عيّن المقطع الصادي (٠، ٣)

الخطوة ٢: الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{-٣}{٢}$، تحرّك من النقطة (٠، ٣) إلى أسفل ٣ وحدات ووحدتين إلى اليمين، وعيّن النقطة الجديدة.

الخطوة ٣: ارسم خطًّا مستقيمًا يصل بين النقطتين.



تحقق من فهمك

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا: انظر ملحق الإجابات.

١أ) ٣س − ٤ص = ١٢ **٢ب)** −٢س + ٥ص = ١٠

إرشادات للدراسة

الميل والاتجاه:
لتحديد النقطة الثانية التي يمر بها المستقيم؛ انطلاقًا من النقطة التي تمثل المقطع الصادي، نستعمل الميل، فإذا كان موجبًا فتحرك إلى أعلى وإلى اليمين. وإذا كان سالبًا؛ فإما أن يكون البسط سالبًا فتتحرك إلى أسفل، وإما أن يكون المقام سالبًا فتتحرك إلى اليسار. وفي كلتا الحالين نحصل على المستقيم نفسه.

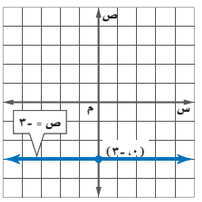
بما أن ميل المستقيمات الأفقية يساوي صفرًا، لذا فمعادلات المستقيمات الأفقية يمكن أن تُكتب بصيغة الميل والمقطع على الصورة: ص = ٠س + ب، أو ص = ب. أما الخطوط المستقيمة الرأسية فليس لها ميل، لذا، لا يمكن كتابة معادلاتها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

مثّل المعادلة ص = −٣ بيانيًّا.

الخطوة ١ عيّن المقطع الصادي (٠، −٣).

الخطوة ٢ الميل = ٠، ارسم خطًّا مستقيمًا يمر بالنقاط التي إحداثيها الصادي −٣.



تحقق من فهمك

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا: انظر ملحق الإجابات

٣أ) ص = ٥ **٣ب)** ٢ص = ١

صيغة الميل والمقطع

المثال ١ يبين طريقة كتابة معادلة خطية عُلِم ميلها ومقطعها الصادي، وكيفية تمثيلها بيانيًّا.

المثال ٢ يبين طريقة إعادة كتابة معادلة خطية بصيغة الميل والمقطع، من أجل تمثيلها بيانيًّا.

المثال ٣ يبين طريقة التمثيل البياني لمعادلة خطيّة ميلها صفر.

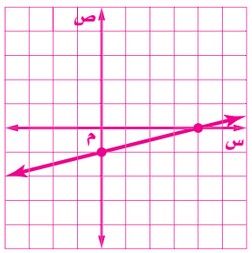
المثال ٤ يبين طريقة كتابة معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم ممثل بيانيًّا.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

١ اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{١}{٤}$، ومقطعه الصادي = −١ بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا. ص = $\frac{١}{٤}$ س − ١



٢ مَثِّل المعادلة ٥س + ٤ص = ٨ بيانيًّا. انظر الهامش

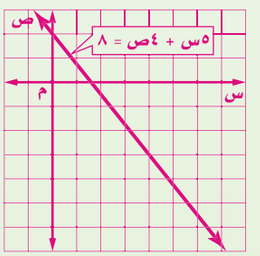
٣ مثل المعادلة ص = −٧ بيانيًّا. انظر الهامش

تنبيه!

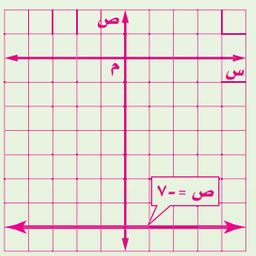
تجنب الأخطاء: ذكّر الطلاب بأنه ليس من الضروري أن يكون الثابت ب موجبًا دائمًا في المعادلات، بل يمكن أن يكون سالبًا.

إجابات (أمثلة إضافية):

٢)

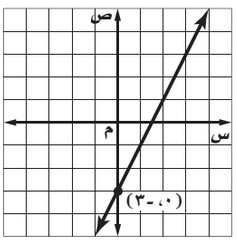


٣)



مثال إضافي

مثال من اختبار: أي مما يأتي يمثّل معادلة المستقيم المبين في الشكل الآتي: ب



أ) ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٣

ب) ص = ٢س − ٣

جـ) ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٣

د) ص = −٢س − ٣

المحتوى الرياضي

صيغة الميل والمقطع: صيغة الميل والمقطع لمعادلة مستقيم هي ص= م س+ ب، حيث يمثل (ب) المقطع الصادي للتمثيل البياني للمعادلة، وهو الإحداثي الصادي للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات. أما (م) فيمثل ميل المستقيم.

تمثيل بيانات من واقع الحياة

المثال ٥ يبين طريقة تمثيل بيانات من واقع الحياة بمعادلة بصيغة الميل والمقطع، وكيفية استعمال تلك المعادلة لحل المسألة.

التعليم باستعمال التقنيات

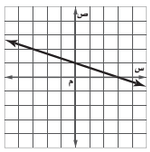
السبورة التفاعلية: اسحب ورقة التمثيل البياني إلى السبورة، وارسم مستقيمًا عليها، واطلب إلى الطلاب كتابة معادلته باستعمال صيغة الميل والمقطع. ثم اسحب مستقيمات من مواقع مختلفة من السبورة، واطلب إلى الطلاب كتابة معادلة كل مستقيم، وناقش معهم كيف تتشابه هذه المعادلات، وكيف تختلف.

لاحظ أن معادلات المستقيمات الأفقية لا تتضمن المتغير س، وأن تمثيلها لا يقطع محور السينات ما عدا التمثيل البياني للمعادلة ص= ٠ الذي ينطبق على محور السينات.

قد تحتاج أحيانًا إلى كتابة معادلة عرف تمثيلها البياني. ولإجراء ذلك، عيّن المقطع الصادي، ثم استعمل الحركة أفقيًّا ورأسيًّا لإيجاد نقطة أخرى على الشكل، ثم اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٤ من اختبار

أيّ مما يأتي يمثّل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟



أ) ص = −٣س + ١

ب) ص = −٣س + ٣

جـ) ص = − $\frac{١}{٣}$ س + ١

د) ص = − $\frac{١}{٣}$ س + ٣

إرشادات للاختبار

حذف البدائل (الخطأ)

حلّل التمثيل البياني وأوجد الميل والمقطع الصادي، ثم احذف البدائل التي لا تتوافق مع الشكل.

اقرأ السؤال:

أنت بحاجة إلى معرفة كل من: الميل والمقطع الصادي للمستقيم من أجل كتابة معادلته.

حل السؤال:

الخطوة ١: بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ١)، لذا فالمقطع الصادي يساوي (١)، وتكون الإجابة الصحيحة هي أ أو جـ.

الخطوة ٢: للانتقال من النقطة (٠، ١) إلى (٣، ٠)، تحرك وحدة واحدة إلى الأسفل وثلاث وحدات إلى اليمين، فالميل يساوي − $\frac{١}{٣}$.

الخطوة ٣: اكتب المعادلة: ص= م س+ ب

ص= − $\frac{١}{٣}$ س+ ١.

تحقق: يمر المستقيم بالنقطة (−٣، ٢) أيضًا، وتكون هذه النقطة حلًّا للمعادلة إن كانت صحيحة.

ص = − $\frac{١}{٣}$ س + ١

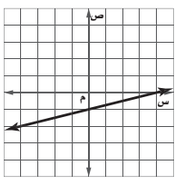
٢ ≟ − $\frac{١}{٣}$ (−٣) + ١

٢ ≟ ١ + ١

٢ = ٢ ✓ الإجابة الصحيحة هي جـ .

تحقق من فهمك

٤) أيّ مما يأتي يمثل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟ أ



أ) ص = $\frac{١}{٤}$ س − ١

ب) ص = ٤س − ١

جـ) ص = ٤س + ٤

د) ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٤

تمثيل بيانات من واقع الحياة: يمكن تمثيل بيانات من واقع الحياة بمعادلة خطية إذا كان معدل تغيرها ثابتًا، فالمعدل الثابت للتغير يمثل الميل، والمقطع الصادي هو النقطة التي تكون عندها قيمة المتغير المستقل تساوي صفرًا.

مثال ٥ من واقع الحياة: كتابة معادلة خطية وتمثيلها بيانيًّا

مدارس: استعمل المعلومات الواردة إلى اليمين عن عدد طالبات المرحلة الثانوية في المملكة.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد طالبات المرحلة الثانوية بعد عام ١٤٢٧ هـ.

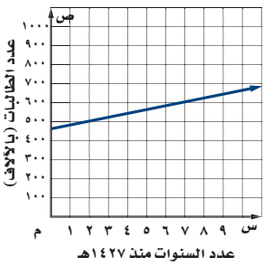
التعبير اللفظي	عدد الطالبات	يساوي	معدل التغير	في	عدد السنوات	زائد	العدد في البداية	
المتغير	ليكن ص= عدد الطالبات ، س= عدد السنوات منذ عام ١٤٢٧هـ .							
المعادلة	ص	=	٢٠	×	س	+	٤٧١	

المعادلة هي ص= ٢٠ س+ ٤٧١

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

المقطع الصادي هو نقطة البداية، لذا فالمستقيم يمر بالنقطة (٠، ٤٧١) .

معدل التغير هو الميل، لذا فالميل يساوي ٢٠.



جـ) قدّر عدد الطالبات عام ١٤٣٧ هـ .

ص= ٢٠ س + ٤٧١	اكتب المعادلة
= ٢٠×(١٠) + ٤٧١	عوّض عن س بـ (١٠)
= ٦٧١	بسّط

فيكون عدد طالبات المرحلة الثانوية عام ١٤٣٧ هـ نحو ٦٧١ ألف طالبة.

الربط مع الحياة

كان عدد طالبات المرحلة الثانوية في المملكة عام ١٤٢٧هـ نحو ٤٧١ ألف طالبة، وقد ازداد هذا العدد بمعدل ٢٠ ألف طالبة تقريبًا كل سنة.

تحقق من فهمك

٥) **مهرجان خيري:** بلغت تكلفة وجبات العشاء في مهرجان خيري ١١٦٠ ريالًا ، فإذا بيعت الوجبة الواحدة بـ ٥ ريالات.

أ) فاكتب معادلة تبين مقدار ربح المهرجان عند بيع (ن) وجبة . (ر= ٥ن– ١١٦٠)

ب) مثّل هذه المعادلة بيانيًّا. انظر الهامش

جـ) أوجد مقدار الربح إذا بيعت ٨٠٠ وجبة. (٢٨٤٠ ريالًا).

تأكد

مثال ١ اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا: للتمثيل انظر ملحق الإجابات

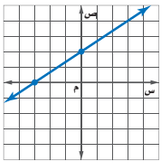
١) الميل: ٢، المقطع الصادي: ٤ ص=٢س+٤ ٢) الميل: $\frac{٣}{٤}$ ، المقطع الصادي: –١. ص= $\frac{٣}{٤}$ س –١

المثالان ٢ ، ٣ مثل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا: ٣– ٤ انظر ملحق الإجابات.

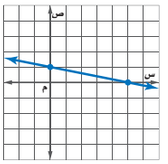
٣) –٤س + ص = ٢ ٤) ٢س + ص = –٦

مثال ٤ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:

٥) ص= $\frac{٢}{٣}$ س + ٢



٦) ص= –$\frac{١}{٥}$ س + ١



مثال إضافي

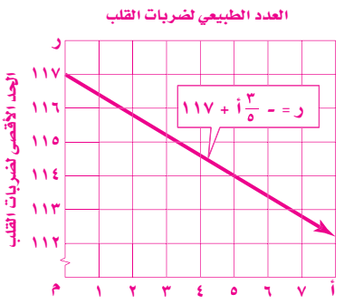
٥ صحة: يبلغ المعدل الأقصى الطبيعي لعدد ضربات القلب لشخص عمره ٢٥ سنة يمارس الرياضة بهدف حرق الدهون ١١٧ ضربة في الدقيقة، وينخفض عدد الضربات بمقدار ٣ ضربات في الدقيقة كل خمس سنوات بعد عمر ٢٥ سنة.

أ) اكتب معادلة مستقيم لإيجاد الحد الأقصى الطبيعي لعدد ضربات القلب لشخص عمره فوق ٢٥ سنة ويمارس الرياضة.

ر= – $\frac{٣}{٥}$ أ + ١١٧.

(ر) تساوي العدد الأقصى الطبيعي للضربات لشخص عمره أكثر من ٢٥ سنة، (أ) عدد السنوات بعد ٢٥.

ب) مثّل المعادلة بيانيًّا.



جـ) أوجد الحد الأقصى الطبيعي لعدد ضربات القلب لشخص عمره ٥٥ سنة ويمارس الرياضة. (٩٩ ضربة في الدقيقة)

تنويع التعليم:

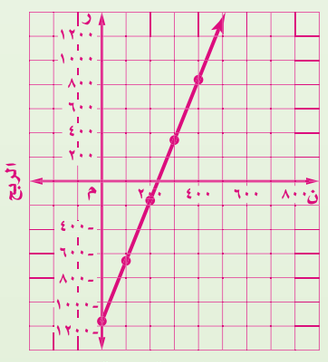
دون

إذا واجه بعض الطلاب صعوبة في التعامل مع المسائل اللفظية لأنهم لا يستطيعون فهم المطلوب فيها.

فقم بتوجيه هؤلاء الطلاب إلى رسم صورة أو تمثيل المعلومات المعطاة قبل كتابة المعادلة. ويمكنك في المثال الإضافي (٥)، أن تجعل الطلبة ينفذون **الفرع** (ب) أولًا باستعمال نقطة البداية ومعدل التغير لتحديد النقاط الأخرى في الشكل، ثم اطلب إليهم كتابة المعادلة التي تصف المستقيم الناتج.

إجابة (تحقق من فهمك):

٥ب)



مثال ٥ ٧) **نقود:** اشترى محمد أجهزة كهربائية بالتقسيط حيث دفع ٧٥٠ ريالًا دفعة أولى، ويدفع ١٠٠ ريال كل أسبوع.

أ) اكتب معادلة للمبلغ الكلي الذي سيدفعه بعد (س) أسبوعًا. ل = ١٠٠س + ٧٥٠

ب) مثّل المعادلة بيانيًا. انظر الهامش

جـ) أوجد المبلغ الذي يدفعه محمد بعد ٨ أسابيع. ١٥٥٠ ريالًا

تدرب وحل المسائل

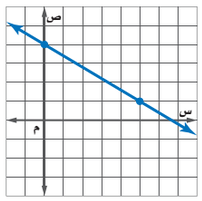
مثال ١ اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًا: للتمثيل انظر ملحق الإجابات

٨) الميل: ٥، المقطع الصادي: ٨ ص=٥س+٨ ٩) الميل:٣، المقطع الصادي: −٤ ص=٣س−٤

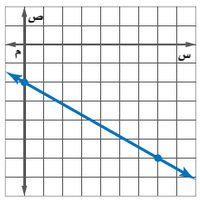
المثالان ٢ ، ٣ مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًا: ١٠−١١ انظر ملحق الإجابات

١٠) −٥س + ص = ١ ١١) ص = ٧

مثال ٤ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:

١٢) 

ص = −$\frac{٣}{٥}$ س + ٤

١٣) 

ص = −$\frac{٤}{٧}$ س − ٢

مثال ٥ ١٤) **المها العربي:** المها العربي من الثدييات المعرضة للانقراض. وقد أنشأت المملكة عدة محميات للحفاظ عليها، فكان عددها عام ١٤١٧هـ، نحو ٤٠٠ رأس، وقد ازداد هذا العدد بمعدل ٥٠ رأسًا تقريبًا كل سنة.

أ) اكتب معادلة تمثل عدد المها في المملكة بعد (س) سنة منذ ١٤١٧هـ. ع = ٤٠٠ + ٥٠ س

ب) مثّل المعادلة بيانيًا. انظر الهامش

جـ) قدّر عدد المها عام ١٤٣٣هـ؟ ١٢٠٠ رأس

١٥) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله = −$\frac{٣}{٧}$، ومقطعه الصادي: ٢ ص=−$\frac{٣}{٧}$ س+٢

١٦) مثّل المعادلة ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٣ بيانيًا: انظر الهامش

اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع :

١٧) الميل: −١، المقطع الصادي: ٠ ص = −س ١٨) الميل: −٥ , ١، المقطع الصادي: −٢٥ , ٠ ص=−١,٥ س−٠,٢٥

١٩) اكتب معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل وميله ٣. ص = ٣س

٢٠) **درّاجات:** يتقاضى محل لتأجير الدرّاجات النارية ٥ ريالات بالإضافة إلى ٢٥ ريالًا عن كل ساعة.

أ) اكتب معادلة التكلفة الكلية لاستئجار دراجة نارية مدة (س) ساعة بصيغة الميل والمقطع. ك= ٢٥س+٥

ب) مثّل المعادلة بيانيًا. انظر ملحق الإجابات

جـ) ما تكلفة تأجير درّاجتين مدة ٨ ساعات؟ ٤١٠ ريالات

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٨−١٤ ، ٢٢−٢٣ ، ٢٥−٣٢
ضمن ضمن المتوسط	٩−١٣ فردي ، ١٤ ، ١٧−١٩ فردي ، ٢٠−٢٣
فوق فوق المتوسط	١٥−٣٢

٣ التدريب

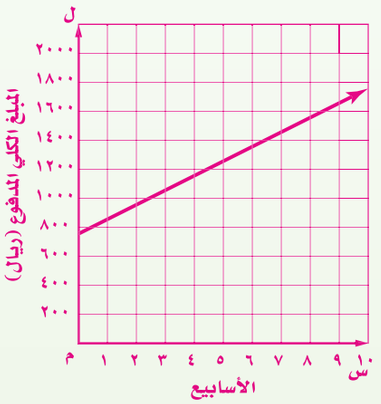
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ − ٧ للتأكد من فهم الطلاب.

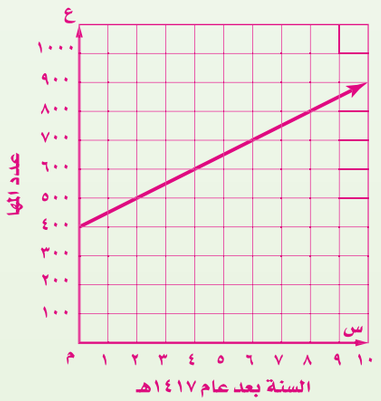
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

إجابات:

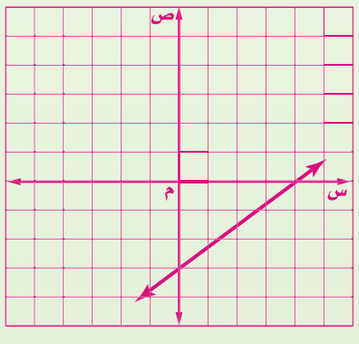
٧ب)



١٤ب)



١٦)



٢١) **مجلات:** تم بيع ٥٠٠٠٠ نسخة من إحدى المجلات في سنتها الأولى، وازداد هذا العدد بعد ذلك بمعدل ٥٠٠٠ في السنة.

أ) اكتب معادلة تمثّل عدد النسخ المبيعة (ن) بعد (ص) سنة. ن = ٥٠٠٠ص + ٥٠٠٠٠

ب) ماذا يمثّل الميل؟ الزيادة في عدد نسخ المجلة المبيعة كل سنة.

جـ) ماذا يمثّل المقطع الصادي؟ عدد النسخ في السنة الأولى.

د) إذا بدأت المجلة سنة ١٤١٠هـ، ففي أي سنة يصل عدد النسخ المبيعة إلى ١٥٠٠٠٠ وفق المعدل نفسه؟ ١٤٣٠هـ

الربط مع الحياة

ظهرت أول مجلة في المملكة عام ١٣٧٣هـ تحت اسم «قافلة الزيت»، وكان يكتب فيها أدباء على مستوى العالم العربي.

مسائل مهارات التفكير العليا

انظر ملحق الإجابات

٢٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب موقفًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بدالة خطية، ثم اكتب هذه الدالة ومثلها بيانيًّا.

٢٣) **تبرير:** بيِّن ما إذا كان من الممكن كتابة معادلة الخط الرأسي بصيغة الميل والمقطع أم لا، وفسّر إجابتك. لا؛ لأن الخط الرأسي ليس له ميل.

٢٤) **تحدٍّ:** لخِّص الخصائص المشتركة للتمثيلات البيانية للمعادلات الآتية: إجابة ممكنة: جميعها مستقيمات ص = ٢س + ٣، ص = ٤س + ٣، ص = –س + ٣، ص = – ١٠س + ٣ تقطع محور الصادات عند ٣.

٢٥) **اكتب:** وضح كيف تجد معدل تغير معادلة بالصيغة القياسية. انظر الهامش.

تدريب على اختبار

٢٦) يحتوي مخزن للإلكترونيات على س قرصًا مدمجًا، فإذا بيع منها ٣٥٠ قرصًا، وأُضيف إليها ٣ ص من الأقراص، فأي عبارة مما يأتي تمثّل عدد الأقراص التي أصبحت موجودة في المخزن؟ ب

أ) ٣٥٠ + ٣ص – س جـ) س + ٣٥٠ + ٣ ص

ب) س – ٣٥٠ + ٣ ص د) ٣ ص – ٣٥٠ – س

٢٧) تحتاج وصفة كعكة الفواكه إلى ٥٠ مللترًا من عصير البرتقال لكل ١٥٠ مللترًا من عصير الليمون، فإذا استعملت فدوى ٦٠٠ مللتر من عصير الليمون، فكم مللترًا من عصير البرتقال تم استعماله؟ جـ

أ) ١٥٠ جـ) ٢٠٠

ب) ٦٠٠ د) ٥٠

مراجعة تراكمية

٢٨) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية ٣، ٧، ١١، ١٥، ... (الدرس ٢-٦) أ ن = ٤ن – ١

٢٩) أوجد الحدين الرابع والخامس للمتتابعة ١,٥، ٢,٦، ٣,٧، ... (الدرس ٢-٦) ٤,٨ ، ٥,٩

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية: (الدرس ٢-٥)

٣٠) (٢، ٣)، (٩، ٧) $\frac{٤}{٧}$

٣١) (–٣، ٦)، (٢، ٤) $\frac{-٢}{٥}$

٣٢) حل المعادلة ٣ – ٢س = ٦. (الدرس ١-٣) $\frac{-٣}{٢}$

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اكتب المعادلتين ٣س+٢ص = ٨، –٣س+ ٢ص = ٨ على السبورة، وذكّر الطلاب بأنهما قد كُتبتا بالصورة القياسية لمعادلة الخط المستقيم. واسألهم عن جوانب تشابه المعادلتين وجوانب اختلافهما، ثم اطلب إليهم أن يبينوا كيف تتشابه التمثيلات البيانية لهما وكيف تختلف. معاملا س متعاكسان، على حين أن معاملي ص متساويان، والثابت بعد إشارة المساواة هو نفسه في المعادلتين، وميلا المعادلتين هما $\frac{-٣}{٢}$، $\frac{٣}{٢}$ وكل منهما هو معكوسٌ للآخر. لكن المقطع الصادي لهما متساوٍ ويساوي ٤.

تنبيه لحل أسئلة

ورق مربعات: يحتاج الطلاب إلى ورق مربعات لحل الأسئلة ١– ٤، ٨–١١، ١٤، ١٦، ٢٠، ٢٢.

٤ التقويم

فهم الرياضيات: اطلب إلى الطلاب كتابة ملخص لطريقة تمثيل معادلة بيانيًّا دون إيجاد نقاط تحققها.

الاختبار القصير ١، ص (٤٩)

إجابة

٢٥) إجابة ممكنة: افترض أن معامل ص لا يساوي صفرًا، فعلينا أولاً إعادة كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع، وبما أن معدل التغير يمثل الميل أيضًا، لذا فإن معامل المتغير س هو معدل التغير.

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٣ - ١

دون دون المتوسط　ضمن ضمن المتوسط　فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (٦)　دون

الاسم _____ التاريخ _____

٣-١ تدريبات إعادة التعليم

تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًا

صيغة الميل والمقطع

صيغة الميل والمقطع	ص = م س + ب، حيث م الميل، ب المقطع الصادي.

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم الذي ميله −٤، ومقطعه الصادي ٣ بصيغة الميل والمقطع.

ص = م س + ب　صيغة الميل والمقطع

ص = −٤ س + ٣　عوّض عن م بـ −٤، وعن ب بـ ٣

مثال ٢ مثّل المعادلة ٣ س − ٤ ص = ٨ بيانيًا.

٣ س − ٤ ص = ٨　المعادلة الأصلية

−٤ ص = −٣ س + ٨　اطرح ٣ س من كلا طرفي المعادلة

$\frac{-٤ص}{-٤} = \frac{-٣س + ٨}{-٤}$　اقسم كل طرف على −٤

ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٢　بسّط

المقطع الصادي لـ ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٢ يساوي −٢ والميل يساوي $\frac{٣}{٤}$، لذا مثّل بيانيًا النقطة (٠، −٢). ومن هذه النقطة تحرّك إلى أعلى ٣ وحدات، وإلى اليمين ٤ وحدات، وارسم خطًا مستقيمًا يصل بين النقطتين.

تمارين

اكتب معادلة كلّ مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

١) الميل: ٨، المقطع الصادي: −٣　ص = ٨ س − ٣　٢) الميل: −٢، المقطع الصادي: −١　ص = −٢ س − ١

اكتب معادلة المستقيم الممثّل في كلّ مما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

٣) ص = ٢ س − ٢　٤) ص = − س + ٢　٥) ص = $\frac{٣}{٢}$ س − ٥

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًا:

٦) ص = ٢ س + ١　٧) ص = −٣ س + ٢　٨) ص = − س − ١

تدريبات حل المسألة (٨)　دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

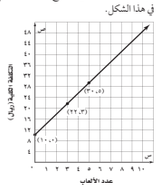
٣-١ تدريبات حل المسألة

تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًا

١) **توفير،** أعطى عبدالله ولده ناصر ١٠٠ ريال، وبدأ ناصر إضافة ٢٥ ريالًا كل شهر إلى هذا المبلغ لشراء جهاز ألعاب تكلفته ٢٧٥ ريالًا. اكتب معادلة خطية بصيغة الميل والمقطع لعدد الأشهر س المتطلّبة لتوفير مبلغ ٢٧٥ ريالًا.

٢٧٥ = ٢٥ س + ١٠٠

٢) **ألعاب،** تتقاضى مدينة ألعاب مبلغ ١٠ ريالات رسم دخول، إضافة إلى ٤ ريالات لكلّ لعبة. بيّن الشكل أدناه التمثيل البياني لمعادلة التكلفة ص لعدد الألعاب س. اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثّل في هذا الشكل.



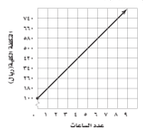
ص = ٤ س + ١٠

٣) **قماش،** لديك كوبون مشتريات بمجاني بقيمة ٥٠ ريالًا من أحد متاجر القماش. إذا اشتريت قماشًا سعره ٧,٥ ريالات للمتر، بيّن المعادلة ص = ٧,٥ س + ٥٠ تكلفة شراء س متر من القماش. ما الميل والمقطع الصادي للمعادلة؟

الميل: ٧,٥، المقطع الصادي: ٥٠

٤) **أعمال،** تحتاج شركة بناء إلى استئجار آلة حفريات لمدة ٧ ساعات، وتتقاضى شركة التأجير ٨٠ ريالًا عن كلّ ساعة عمل، إضافة إلى ١٠٠ ريال رسوم خدمات غير مستردة. اكتب معادلة لإيجاد التكلفة الكلية لاستئجار الآلة لمدة س ساعة، ومثّلها بيانيًا.

ص = ٨٠ س + ١٠٠



٥) **تصنيع،** ازداد إنتاج مصنع من أقلام الرصاص خلال الفترة ١٤٢٢–١٤٢٥ بمعدل ٠,١٧ في السنة، وأُنتج حوالي ٦,٠٧ ملايين قلم عام ١٤٢٢.

أ) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة لإيجاد عدد أقلام الرصاص ع التي أنتجها المصنع في أي سنة س بين ١٤٢٢، ١٤٢٥.

ع = ٠,١٧ س + ٦,٠٧

ب) ما عدد أقلام الرصاص التي أنتجها المصنع سنة ١٤٢٥ تقريبًا؟

٦,٥٨ ملايين

جـ) إذا استمر إنتاج المصنع بالمعدّل نفسه خلال الفترة ١٤٢٦–١٤٣٠، فما عدد أقلام الرصاص التي أنتجها المصنع سنة ١٤٣٠ تقريبًا؟

٧,٤٣ ملايين

التدريبات الإثرائية (٩)　فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٣-١ التدريبات الإثرائية

استعمال المعادلات، الكتلة المثالية

يمكنك إيجاد الكتلة المثالية لشخص على النحو الآتي:

يفترض أن كتلة المرأة ١٠٠ باوند لأول ٥ أقدام من طولها، و ٥ باوندات إضافية لكل بوصة بعد الأقدام الخمسة (٥ أقدام = ٦٠ بوصة). ويفترض أن كتلة الرجل ١٠٦ باوندات لأول ٥ أقدام من طوله، و ٦ باوندات إضافية لكل بوصة بعد الأقدام الخمسة. تستعمل هاتان الصيغتان مع الأفراد ذوي البنية العظمية الطبيعية.

لتحديد بنيتك العظمية، لفّ إصبعيك الإبهام والسبابة حول رسغ اليد الأخرى. إذا تلامس الإبهام والسبابة فقط فلديك بنية عظمية طبيعية. وإذا تداخلا فإن بنيتك العظمية صغيرة. أمّا إذا لم يتداخلا فإن لديك بنية عظمية كبيرة. على الأفراد ذوي البنية العظمية الصغيرة أن يعملوا على إنقاص كتلتهم المثالية المحسوبة بنسبة ١٠٪، أمّا الأفراد ذوو البنية العظمية الكبيرة فعليهم زيادة هذه القيمة بنسبة ١٠٪.

احسب الكتلة المثالية للأشخاص في الحالات الآتية:

١) امرأة طولها ٥ أقدام و٤ بوصات، والبنية العظمية طبيعية. **١٢٠ باوندًا**

٢) رجل طوله ٥ أقدام و١١ بوصة، والبنية العظمية كبيرة. **١٨٩,٢ باوندًا**

٣) رجل طوله ٦ أقدام و٥ بوصات، والبنية العظمية صغيرة. **١٨٧,٢ باوندًا**

٤) أنت إذا كان طولك على الأقل ٥ أقدام. **متنوع الإجابات**

للتمارين ٥–٩، استعمل المعلومات الآتية:

افترض أن رجلًا طوله س بوصة، وكان ذا بنية عظمية طبيعية. إذا كان طوله ٥ أقدام على الأقل، فإنّ س − ٦٠ يعبّر عن عدد البوصات التي تزيد عن ٥ أقدام لطول هذا الرجل. ولكلّ بوصة من هذه البوصات تزداد كتلته المثالية بمقدار ٦ باوندات، لذا فالكتلة المناسبة له (ص) تُعطى بالصيغة الآتية: ص = ٦(س − ٦٠) + ١٠٦ أو ص = ٦ س − ٢٥٤. وإذا كان الرجل ذا بنية عظمية كبيرة، فإنّ المعادلة تصبح: ص = ٦ س − ٢٥٤ + ١٠, ٠ (٦ س − ٢٥٤).

٥) اكتب صيغة الكتلة المثالية لرجل طوله س بوصة، ذي بنية عظمية كبيرة، ثمّ اكتبها مستعملًا صيغة الميل والمقطع.

ص = ٦,٦٠ س − ٢٧٩,٤

٦) استنتج صيغة الكتلة المثالية لامرأة طولها س بوصة، ذات بنية عظمية طبيعية، ثمّ اكتبها مستعملًا صيغة الميل والمقطع.　**ص = ٥ س − ٢٠٠**

٧) استنتج صيغة الكتلة المثالية لامرأة طولها س بوصة، ذات بنية عظمية كبيرة، ثمّ اكتبها مستعملًا صيغة الميل والمقطع.

ص = ٥,٥ س − ٢٢٠

٨) استنتج صيغة الكتلة المثالية ص لرجل طوله س بوصة، ذي بنية عظمية صغيرة، ثمّ اكتبها مستعملًا صيغة الميل والمقطع.

ص = ٥,٤ س − ٢٢٨,٦

٩) أوجد الأطوال التي تتساوى عندها كتلة الذكور ذوي البنية العظمية الطبيعية مع كتلة الإناث ذوات البنية العظمية الكبيرة.　**٦٨ بوصة، أو ٥ أقدام و٨ بوصات**

كتاب التمارين (١٥)　دون ضمن فوق

الفصل الثالث: تحليل الدوال الخطية

٣ - ١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًا

اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

١) الميل $\frac{١}{٤}$، المقطع الصادي ٣.　ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٣

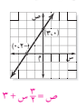
٢) الميل $\frac{٣}{٥}$، المقطع الصادي − ٤.　ص = $\frac{٣}{٥}$ س − ٤

٣) الميل ١,٥، المقطع الصادي − ١.　ص = ١,٥ س − ١

٤) الميل − ٢,٥، المقطع الصادي ٣,٥.　ص = − ٢,٥ س + ٣,٥

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:

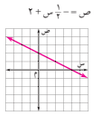
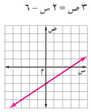
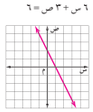
٥) 　ص = $\frac{٢}{٥}$ س + ٢

٦)  　ص = $\frac{٣}{٢}$ س + ٣

٧) 　ص = − $\frac{٣}{٢}$ س − ٢

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًا:

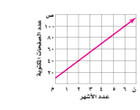
٨) ص = − $\frac{١}{٢}$ س + ٢　٩) ٣ ص = ٢ س − ٦　١٠) ٦ ص + ٣ ص = ٦

١١) **روايات،** كتبت مها ١٠ صفحات من رواية، وتخطط لكتابة ١٥ صفحة إضافية كل شهر حتى تنهي الرواية.

أ) اكتب معادلة لإيجاد العدد الكلي لصفحات الرواية المكتوبة (ص) بعد (ن) شهرًا. ص = ١٠ + ١٥ ن

ب) مثّل هذه المعادلة بيانيًا.



جـ) أوجد عدد الصفحات المكتوبة بعد ٥ أشهر. ٨٥ صفحة

ملحوظات المعلم

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٣ - ٢

تمثيل المستقيمات بمعلومية الميل والمقطع الصادي.

الدرس ٣ - ٢

كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع بمعلومية الميل ونقطة واحدة، أو بمعلومية نقطتين يمر بهما.

ما بعد الدرس ٣ - ٢

كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثمّ اسأل:

- ما النقطتان اللتان ستظهران على تمثيل البيانات؟
  (١٤٢٧، ١٤٧)، (١٤٣٠، ٤١٠)
- كيف يمكنك إيجاد ميل المستقيم الممثل لهذه البيانات؟
  $\frac{٤١٠-١٤٧}{١٤٣٠-١٤٢٧} = \frac{٢٦٣}{٣}$
- كيف يمكنك استعمال المعادلة التي تمثل هذا الوضع في التنبؤ بإيراد المملكة في سنة معينة؟
  عوض عدد السنوات بدلًا من (س) وحل لإيجاد (ص).

كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

فيما سبق

درست تمثيل مستقيم عُلم ميله ومقطعه الصادي.

والآن

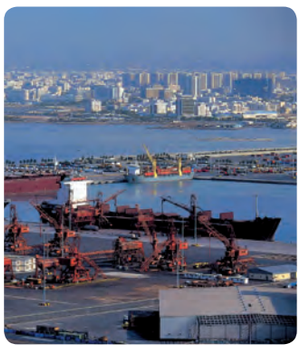
- أكتب معادلة مستقيم إذا علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع.
- أكتب معادلة مستقيم علمت إحداثيات نقطتين يمر بهما بصيغة الميل والمقطع.

المفردات

التنبؤ الخطي

obeikaneducation.com

لماذا ؟



وصلت إيرادات المملكة عام ١٤٢٧ هـ إلى ١٤٧ مليار ريال، وفي عام ١٤٣٠ هـ إلى ٤١٠ مليارات ريال. إن معرفة هذه المعلومات تمكنك من كتابة معادلة خطية تستطيع من خلالها التنبؤ بإيرادات المملكة في السنوات القادمة إذا افترضت أن الإيرادات تزداد بالمعدل نفسه سنويًّا.

كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع: يبين المثال أدناه طريقة كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ١ **كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع**

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ١) وميله ٣.

حيث أُعطي في هذا المثال ميل المستقيم ولم يعط المقطع الصادي له، لذا فإنك تحتاج لإيجاده أولًا.

الخطوة ١: أوجد المقطع الصادي.

ص = م س + ب	صيغة الميل والمقطع
١ = ٣(٢) + ب	عوّض عن م بـ ٣، وعن ص بـ ١، وعن س بـ ٢
١ = ٦ + ب	بسّط
١ − ٦ = ٦ + ب − ٦	اطرح ٦ من كل طرف
−٥ = ب	بسّط

الخطوة ٢: اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

ص = م س + ب	صيغة الميل والمقطع
ص = ٣س − ٥	عوّض عن م بـ ٣، وعن ب بـ −٥

فتكون المعادلة هي: ص = ٣س − ٥.

تحقق من فهمك

١) **اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٢، ٥) وميله ٣.** ص = ٣س + ١١

كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتان يمر بهما: يمكنك استعمال نقطتين يمر بهما خط مستقيم لإيجاد الميل أولًا، ثم اتباع الخطوات نفسها في المثال (١) لكتابة المعادلة.

مصادر الدرس ٣ - ٢

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٩٢)	• تنويع التعليم، ص (٩٢ ، ٩٥)	• تنويع التعليم، ص (٩٥)
كتاب التمارين	ص (١٦)	ص (١٦)	ص (١٦)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٠) • تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • كتاب التمارين، ص (١٦)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • كتاب التمارين، ص (١٦)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • التدريبات الإثرائية، ص (١٣) • كتاب التمارين، ص (١٦)

مثال ٢ كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتان يمر بهما

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٣، ١)، (٢، −٤) :

الخطوة ١: أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين.

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$ صيغة الميل

$$= \frac{-٤ - ١}{٣ - ٢}$$ $(س_١، ص_١) = (٣، ١)$، $(س_٢، ص_٢) = (٢، -٤)$

$$= \frac{-٥}{-١} = ٥$$ بسّط

الخطوة ٢: استعمل أيًّا من النقطتين لإيجاد المقطع الصادي.

ص = م س + ب صيغة الميل والمقطع

−٤ = (٥)(٢) + ب عوض عن م بِـ (٥)، وعن س بِـ (٢)، وعن ص بِـ (−٤)

−٤ = ١٠ + ب بسّط

−٤ − (١٠) = ١٠ + ب − (١٠) اطرح (١٠) من كل طرف

−١٤ = ب بسّط

الخطوة ٣: اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع الصادي.

ص = م س + ب صيغة الميل والمقطع الصادي

ص = ٥ س + (−١٤) عوض عن م بِـ (٥)، وعن ب بِـ (−١٤)

فتكون المعادلة هي: ص = ٥س − ١٤.

تحقق من فهمك

اوجد معادلة المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

أ) (−١، ١٢)، (٤، −٨). ص = −٤س + ٨ **ب)** (−٤، −٢)، (−٥، −٦). ص = ٤س + ١٤

إرشادات للدراسة

اختيار نقطة

عند إعطاء نقطتين على مستقيم، يمكنك اختيار أيّ منهما لتكون $(س_١، ص_١)$، وتأكد من اتساق اختيارك خلال حل المسألة.

مثال ٣ من واقع الحياة استعمال صيغة الميل والمقطع الصادي

رحلات جوية: يبين الجدول المجاور معدل عدد الرحلات الجوية المغادرة إلى إحدى عواصم البلدان خلال سنوات معينة. اكتب معادلة يمكنك استعمالها للتنبؤ بعدد الرحلات المغادرة إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه.

السنة	عدد الرحلات
٢٠٠٤م	٣٥٤
٢٠٠٥م	٣٦٦
٢٠٠٦م	٣٧٨
٢٠٠٧م	٣٩٠

افهم: تعلم عدد الرحلات الجوية في السنوات ٢٠٠٤–٢٠٠٧م، وتريد كتابة معادلة تساعدك على التنبؤ بعدد الرحلات المغادرة.

خطط: افترض أن (س) تمثل السنوات منذ عام ٢٠٠٠، (ص) تمثل عدد الرحلات الجوية. واكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٥، ٣٦٦)، (٦، ٣٧٨).

حل: أوجد الميل م.

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$ صيغة الميل

$$= \frac{٣٧٨ - ٣٦٦}{٦ - ٥}$$ عوّض $(س_١، ص_١) = (٥، ٣٦٦)$ و $(س_٢، ص_٢) = (٦، ٣٧٨)$

$$= \frac{١٢}{١} = ١٢$$ بسّط

كتابة معادلة مستقيم عُلم ميله ونقطة يمر بها

المثال ١ يبين طريقة كتابة معادلة مستقيم عُلم ميله ونقطة يمر بها.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى فهم الطلاب.

مثال إضافي

١ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، −٣) وميله $\frac{١}{٢}$.

ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٤

كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتان يمر بهما

المثال ٢ يبين طريقة كتابة معادلة مستقيم عُلمت نقطتان يمر بها.

المثال ٣ يبين طريقة حل مسألة من واقع الحياة بكتابة معادلة مستقيم عُلمت نقطتان يمر بهما.

المثال ٤ يبين طريقة استعمال معادلة خطية للتنبؤ بالقيم في مسألة من واقع الحياة.

مثال إضافي

٢ اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:

أ) (−٣، −٤)، (−٢، −٨)

ص = −٤س − ١٦

ب) (٦، −٢)، (٣، ٤)

ص = −٢س + ١٠

التعليم باستعمال التقنيات

التسجيل الصوتي: اطلب إلى الطلاب تسجيلًا يوضح دلالات الأعداد التي تظهر في المعادلة بصيغة الميل والمقطع لمسألة معطاة من واقع الحياة، ويمكن إعادة تشغيل هذا التسجيل عند المراجعة قبل البدء بالواجبات أو الاختبار القصير.

اختر النقطة (٦، ٣٧٨)، وأوجد المقطع الصادي للمستقيم.

ص = م س + ب — صيغة الميل والمقطع الصادي

٣٧٨ = ١٢ (٦) + ب — عوّض عن م بـ ١٢، وعن س بـ ٦، وعن ص بـ ٣٧٨

٣٧٨ = ٧٢ + ب — بسّط

٣٠٦ = ب — اطرح ٧٢ من كل طرف

استعمل م = ١٢، ب = ٣٠٦ — لكتابة المعادلة

ص = م س + ب — صيغة الميل والمقطع الصادي

ص = ١٢ س + ٣٠٦ — عوّض عن م بـ ١٢، وعن ب بـ ٣٠٦

تحقق: تحقق من صحة الحل باستعمال إحداثيات النقطة الأخرى.

ص = ١٢ س + ٣٠٦ — المعادلة الأصلية

٣٦٦ ≟ ١٢ (٥) + ٣٠٦ — عوّض عن س بـ ٥، وعن ص بـ ٣٦٦

٣٦٦ = ٣٦٦ ✓ — بسّط

تحقق من فهمك

٣) رواتب: يتقاضى طلال أجرة أسبوعية قدرها ٣٥١ ريالًا مقابل ساعات عمله الأساسية مضافًا إليها ساعة عمل إضافية . فإذا عمل الأسبوع الماضي ٥ ساعات إضافية وتقاضى مبلغًا إجماليًا قدره ٤١٥ ريالًا، فاكتب معادلة خطية لإيجاد أجرته الكلية (جـ) إذا عمل (س) ساعة إضافية. جـ = ١٦ س + ٣٣٥

يمكنك استعمال المعادلة الخطية لإجراء تنبؤات حول القيم التي تتجاوز مدى البيانات، وتُسمى هذه العملية **التنبؤ الخطي**.

مثال ٤ من واقع الحياة — **التنبؤ باستعمال صيغة الميل والمقطع**

رحلات جوية: استعمل المعادلة في المثال ٣ لتقدير عدد الرحلات الجوية عام ٢٠١٢م.

ص = ١٢ س + ٣٠٦ — المعادلة الأصلية

= ١٢ (١٢) + ٣٠٦ — عوّض عن س بـ ١٢

= ٤٥٠ — بسّط

التقدير المناسب لمعدل الرحلات الجوية يساوي ٤٥٠ رحلة.

الربط مع الحياة

تنامى حركة النقل الجوي باطراد نتيجة الطفرات السريعة التي يشهدها هذا المجال الحيوي، وتزداد الرحلات الجوية لمواكبة كثافة المسافرين، خصوصًا في الأعياد والإجازات ومواسم الحج والعمرة.

تحقق من فهمك

٤) رواتب: استعمل المعادلة (الناتجة في التحقق من فهمك ٣) للتنبؤ بالمبلغ المستحق الذي يتقاضاه طلال في الأسبوع إذا عمل ٨ ساعات إضافية. ٤٦٣ ريالًا

المحتوى الرياضي

صيغة الميل والمقطع: إذا علمتَ إحداثيات نقطتين يمر بهما مستقيم، وأردت كتابة معادلته بصيغة الميل والمقطع فاستعمل هاتين النقطتين لإيجاد الميل، ثم عوض إحداثيات إحدى النقطتين في المعادلة ص= م س+ ب، وحلها لإيجاد قيمة المقطع الصادي ب.

مثالان إضافيان

٣ اقتصاد: يوفر معاذ بشكل منتظم مبلغًا من المال كل شهر، فإذا وفر ٢٥ ريالًا في شهر محرم، و٣٠ ريالًا في شهر صفر، فاكتب معادلة خطية للتنبؤ بما يوفره في نهاية كل شهر من أشهر السنة.

ص= ٥ س+ ٢٠

٤ اقتصاد: يرغب معاذ في شراء آلة حاسبة علمية ثمنها ٨٠ ريالًا. استعمل معادلة التنبؤ في المثال ٣ لتحديد إذا كان المبلغ الذي يوفره في شهر شعبان كافيًا لشراء الحاسبة أم لا. ووضح إجابتك.

إذا استمر توفيره بالمعدل نفسه فإن مقدار ما يوفره في شهر شعبان سيكون ٦٠ ريالًا. لذا يحتاج إلى ٢٠ ريالًا أخرى لشراء الحاسبة العلمية.

تنبيه!

أخطاء مفاهيمية: ذكّر الطلاب بأن المتغيرين س، ص في المعادلة يمثلان أي زوج من قيم س، ص التي تحقق المعادلة. وأن إحداثيات النقطة المعطاة هي إحدى هذه الأزواج.

تأكد أن طلابك يفهمون أنه مع الحاجة إلى استعمال نقطتين فقط لكتابة المعادلة، فإن معادلات التنبؤ بمسائل من واقع الحياة تتضمن بيانات لنقاط أكثر.

تنويع التعليم:

دون ضمن

إذا اختلط الأمر على بعض الطلاب عند تعلم أكثر من طريقة لكتابة المعادلة الخطية،

فقم بتوجيههم إلى استعمال تعريف الميل لاشتقاق المعادلة باستعمال صيغة الميل والمقطع. ويمكن استعمال الأسلوب نفسه لكتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة في الدرس ٣-٣. ويتعلم المتعلمون المنطقيون بصورة أفضل عند ربط المفاهيم الجديدة بالمفاهيم السابقة.

تأكد

مثال ١ ١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (–٤، ٦) وميله –٢. ص = –٢س – ٢

مثال ٢ ٢) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (–٧، –٣)، (–٣، ٥). ص = ٢س + ١١

المثالان ٣ ، ٤ ٣) **سكان:** بلغ عدد سكان المملكة عام ١٤٢٦هـ نحو ٢٣,٤ مليون نسمة، ويزداد عددهم بمعدل ٠,٧٥ مليون نسمة سنويًّا.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد سكان المملكة (ك) بالملايين بعد (ص) سنة منذ ١٤٢٦هـ. ك = ٢٣,٤ + ٠,٧٥ ص

ب) إذا استمرت الزيادة نفسها، فكم يصبح عدد سكان المملكة عام ١٤٤٠هـ؟ ٣٣,٩ مليون نسمة

تدرب وحل المسائل

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كل مما يأتي: انظر الهامش

٤) (٣ ، ١)؛ الميل = ٢. ٥) (–١ ، ٤)؛ الميل = –١. ٦) (١ ، ٠)؛ الميل = ١.

مثال ٢ اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي: انظر الهامش

٧) (٩ ، –٢)، (٤ ، ٣). ٨) (–٥ ، ٣)، (٠ ، –٧). ٩) (–١ ، –٣)، (–٢ ، ٣).

المثالان ٣ ، ٤ ١٠) **سيارات:** يحرك سامي سيارة لعبة باستعمال جهاز التحكم عن بعد بسرعة ثابتة. فبدأ بتحريك السيارة عندما كانت على بُعد ٥ أقدام منه، وبعد ثانيتين أصبح بُعدها ٣٥ قدمًا.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد بعد السيارة (ف) عن سامي بعد (ن) ثانية. ف = ١٥ن + ٥

ب) قدّر المسافة التي تقطعها السيارة بعد ١٠ ثوانٍ. ١٥٥ قدمًا

إرشادات لحل المسألة

تحديد الإجابات المعقولة

تحديد معقولية الإجابة مفيد عندما لا يكون الجواب الدقيق ضروريًّا.

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كل ممايأتي: انظر الهامش

١١) (٤ ، ٢)؛ الميل = $\frac{١}{٢}$. ١٢) (٤ ، ٦)؛ الميل = $\frac{-٣}{٤}$. ١٣) (–٤ ، –٢)؛ الميل = $\frac{-٣}{٥}$.

١٤) **طلاب:** قدّر عدد خريجي الجامعات من حملة البكالوريوس في المملكة عام ١٤٢٠هـ بنحو ٣٨ ألف طالب وطالبة، ووصل هذا العدد عام ١٤٢٤هـ إلى ٥٣ ألف طالب وطالبة.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد الخريجين من حملة البكالوريوس (ك) بعد (ع) سنة من العام ١٤٢٠، حيث ع = (صفر) في العام ١٤٢٠هـ. ك = ٣,٧٥ع + ٣٨

ب) مثّل المعادلة بيانيًّا. انظر الهامش

جـ) قدّر عدد الخريجين عام ١٤٣٦هـ. ٩٨ ألف طالب وطالبة

١٥) **نادٍ رياضي:** يقدم نادٍ رياضي عرضًا للعضوية مقابل ٢٦٥ ريالًا، ودروسًا في التمارين الرياضية بمبلغ إضافي مقداره ٥ ريالات لكل درس.

أ) اكتب معادلة تمثّل التكلفة الكلية لعضو حضر س درسًا. ص = ٥س + ٢٦٥

ب) إذا كان المبلغ الذي دفعه مالك ٥٠٠ ريال في إحدى السنوات، فما عدد دروس التمارين الرياضية التي حضرها؟ ٤٧ درسًا

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٣ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

إرشادات للمعلم الجديد

الحس المنطقي: ذكّر الطلاب بأن معامل س يمثل الميل فقط عندما تكون المعادلة بصيغة الميل والمقطع. ووضح ذلك بمثال لمعادلتين؛ إحداهما بصيغة الميل والمقطع، والأخرى ليست بهذه الصيغة.

إجابات:

٤) ص = ٢س – ٥

٥) ص = –س + ٣

٦) ص = س – ١

٧) ص = –س + ٧

٨) ص = –٢س – ٧

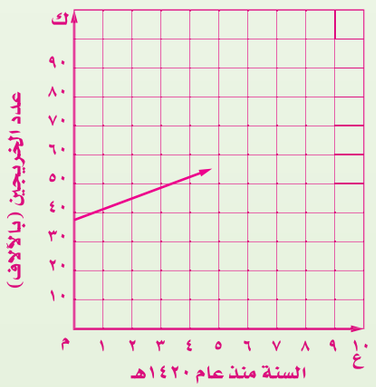
٩) ص = –٦س – ٩

١١) ص = $\frac{١}{٢}$ س

١٢) ص = $\frac{-٣}{٤}$ س + ٩

١٣) ص = $\frac{-٣}{٥}$ س – ٤ $\frac{٢}{٥}$

١٤ب)



تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٤–١٠ ، ٢٢ ، ٢٤–٣٢
ضمن ضمن المتوسط	٥–١٩ فردي ، ٢٠–٢٢ ، ٢٤–٣٢
فوق فوق المتوسط	١١–٣٢

تنبيهات لحل أسئلة

ورق مربعات: يحتاج الطلاب إلى ورق مربعات لحل الأسئلة ١٤ ، ٢١ ، ٢٩.

منقلة ومسطرة: يحتاج الطلاب إلى منقلة ومسطرة لحل سؤال ٢١.

تمثيلات متعددة: يستعمل الطلاب التمثيل البياني والتحليل الجبري لمقارنة ميلي الخطين المتعامدين في سؤال ٢١.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: على الطلاب أن يلاحظوا أن كلًّا من أحمد وسمير في السؤال ٢٢، قد فعلا شيئًا مختلفًا في المعادلة التي كتبها أسفل الصيغة ص= م س+ ب، لذا وضح لهم أنه من المهم المحافظة على قيم س، ص بصورة صحيحة.

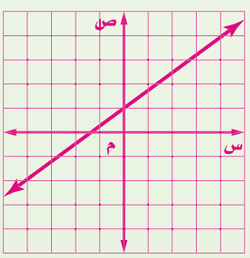
إجابات:

١٨) لا؛ عوّض عن س بِـ ٣، وعن ص بِـ −١ فتكون النتيجة خاطئة.

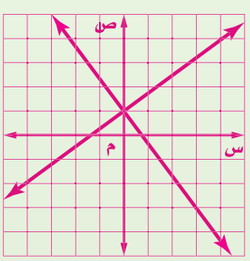
١٩) نعم؛ عوّض عن س بِـ ٦، وعن ص بِـ −٢ تكون النتيجة صحيحة.

٢٠ب) ٢٠٣٢ م ؛ ستكون في هذا العام كمية النفايات صفرًا، وبعد ذلك تصبح كمية سالبة وهذا مستحيل.

٢١أ)



٢١ب) إجابة ممكنة



اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي :

١٦) $(\frac{٥}{٤}، ١)، (-\frac{١}{٤}، \frac{٣}{٤})$. ص= $\frac{١}{٦}$ س+ $\frac{١٩}{٢٤}$

١٧) $(\frac{٥}{١٢}، -١)، (\frac{-٣}{٤}، \frac{١}{٦})$. ص= −س− $\frac{٧}{١٢}$

بيّن هل تقع النقطة على المستقيم المُعطاة معادلته؟ وبيّن سبب ذلك. انظر الهامش.

١٨) (٣، −١)، ص= $\frac{١}{٣}$ س+ ٥

١٩) (٦، −٢)، ص= $\frac{١}{٢}$ س− ٥

الربط مع الحياة

يدعو ديننا الإسلامي الحنيف إلى المحافظة على نظافة البيئة، وتحريم تلويثها وإفسادها؛ حتى لا تتأثر صحة الإنسان وسائر المخلوقات سلبًا.

٢٠) **بيئة:** طبّق مصنع برنامجًا لتقليل النفايات، ففي عام ١٩٩٨م كانت كمية النفايات ٩٤٦ طنًّا، ثم بدأت تتناقص بعد ذلك بمعدل ٢٨,٤ طنًّا سنويًّا.

أ) كم طنًّا تصل كمية النفايات عام ٢٠١٠م؟ (٦٠٥,٢ أطنان)

ب) في أيّ عام يصبح الاستمرار في هذا الاتجاه مستحيلًا؟ وضح إجابتك. انظر الهامش

٢١) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال، العلاقة بين ميلي المستقيمين المتعامدين. انظر الهامش

أ) **بيانيًا:** مثّل المستقيم ص = $\frac{٣}{٤}$ س+ ١ على ورقة رسم بياني.

ب) **شكليًا:** ارسم مستقيمًا يعامد المستقيم المرسوم باستعمال مسطرة غير مدرجة ومنقلة.

جـ) **جبريًا:** أوجد معادلة المستقيم الذي يتعامد مع المستقيم الأصلي، وصف الطريقة التي استعملتها لكتابة المعادلة.

د) **تحليليًا:** قارن ميلي المستقيمين، وصف العلاقة بينهما.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٢) **اكتشف الخطأ:** كتب كل من أحمد وسمير معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٣، −٢)، (٦، ٤). فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ وضح السبب.

٢٢) أحمد؛ لأن سمير قام بتبديل الإحداثيين س، ص في النقطة التي استعملها في الخطوة ٣.

أحمد

م = $\frac{٤-(-٢)}{٦-٣}$ = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

ص = م س + ب

−٢ = ٢(٣) + ب

−٢ = ٦ + ب

−٨ = ب

ص = ٢س − ٨

سمير

م = $\frac{٤-(-٢)}{٣-٦}$ = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

ص = م س + ب

٦ = ٢(٤) + ب

٦ = ٨ + ب

−٢ = ب

ص = ٢س − ٢

٢٣) **تحدَّ:** إذا كانت النقاط (٣، ٧)، (−٦، ١)، (٩، هـ) تقع على المستقيم نفسه، فأوجد قيمة هـ، وبيّن خطوات الحل.

٢٣) ١١؛ استعمل أول نقطتين لإيجاد معادلة المستقيم، ثم استبدل قيمتي س، ص بـ ٩، هـ على الترتيب، وحلّ المعادلة بالنسبة لِـ هـ .

٢٤) **تبرير:** تعلم أن الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: أ س+ ب ص = جـ .

أ) أعد كتابة هذه المعادلة بصيغة الميل والمقطع. ص = − $\frac{أ}{ب}$ س + $\frac{جـ}{ب}$

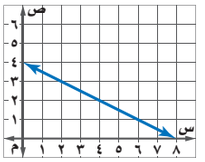
ب) ما ميل المستقيم ؟ − $\frac{أ}{ب}$

جـ) ما قيمة المقطع الصادي؟ $\frac{جـ}{ب}$

٢١جـ) إجابة ممكنة: ص= − $\frac{٤}{٣}$ س+ ١، يمر المستقيم بالنقطتين (٠، ١)، (−٣، ٥)، وباستعمال هاتين النقطتين نجد أن ميل المستقيم = − $\frac{٤}{٣}$، وبما أن المقطع الصادي هو ١، لذا نعوض ١ في المعادلة بدلاً من ب، و(− $\frac{٤}{٣}$) بدلاً من الميل في المعادلة : ص= م س+ ب ، فنحصل على : ص= − $\frac{٤}{٣}$ س+ ١

٢١د) ميل المستقيم الأصلي $\frac{٣}{٤}$، وميل المستقيم المتعامد معه = − $\frac{٤}{٣}$، إذن ميل أحد المستقيمين هو مقلوب معكوس ميل الآخر.

٢٥) **مسألة مفتوحة:** اكتب مسألة من واقع الحياة تناسب التمثيل المجاور، ثم عرّف المتغيرين، وصِف العلاقة بينهما، واكتب معادلة تمثل هذه العلاقة، وصف معنى كل من الميل والمقطع الصادي. انظر الهامش



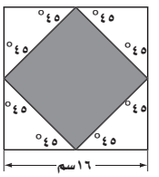
٢٦) **اكتب:** ما المعلومات الضرورية لكتابة معادلة مستقيم؟ وضح إجابتك.
معرفة الميل والمقطع الصادي، أو الميل وإحداثيات نقطة تقع عليه، أو إحداثيات نقطتين

تدريب على اختبار

٢٧) يحصل ماجد على خصم نسبته ١٢٪، فإذا اشترى سلعة بمبلغ ٣٥٥ ريالًا، فما مقدار الخصم على هذا المبلغ إلى أقرب ريال؟ د

أ) ١٢ ريالًا
جـ) ٣٦ ريالًا
ب) ٣٠ ريالًا
د) ٤٣ ريالًا

٢٨) **هندسة:** في الشكل أدناه، تم توصيل منتصفات أضلاع المربع للحصول على مربع أصغر. فما مساحة المربع المظلل؟ ب



أ) ٦٤ سم٢
جـ) ٢٤٨ سم٢
ب) ١٢٨ سم٢
د) ٢٥٦ سم٢

مراجعة تراكمية

٢٩) مثّل المعادلة: ص = ٣س+٢ بيانيًّا. (الدرس ٢-٣) انظر ملحق الإجابات

٣٠) **أرصاد جوية:** يُعبّر عن المسافة (ف) بالأميال التي يقطعها صوت الرعد (ن) بالثواني بالمعادلة: ف = ٠,٢١ ن (الدرس ٢-٣)

أ) مثّل المعادلة بيانيًّا. انظر الهامش

ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير الزمن المستغرق بين حدوث الرعد وسماع صوته من مسافة ٣ أميال. ١٤ ث تقريبًا

٣١) حل المعادلة: $-١٤ - \frac{ن}{٩} = ٩$ ، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ١-٣) −٢٠٧

٣٢) حل المعادلة: ٣س = ٣س + ١. (الدرس ١-٤) لايوجد لها حل

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اكتب النقطتين (٣، ٤)، (٥، ٤) على السبورة، واطلب إلى الطلاب إيجاد قيمة المقطع الصادي (ب) للمستقيم المار بهما ، وبعد الانتهاء من ذلك، اكتب النقطتين (٣، ٥)، (٣، ٤) على السبورة، واطلب إليهم إيجاد قيمة ب للمستقيم المار بهما مع الشرح.
ب= ٤؛ لا يوجد مقطع صادي؛ لأن النقطتين تقعان على خط رأسي.

٤ التقويم

تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب أن يوضحوا كيف ساعد الدرس السابق على كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع في الدرس الحالي.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرس (٣– ٢).

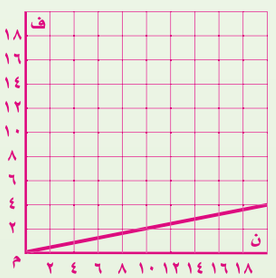
الاختبار القصير ٢، ص (٤٩)

اختبار منتصف الفصل، ص (٥١)

إجابات:

٢٥) إجابة ممكنة: يتدفق الماء من قارورة بها ٤ لترات بمعدّل $\frac{١}{٢}$ لتر في الثانية؛ افرض أن ص تمثل عدد لترات الماء الموجودة في القارورة، س تمثل زمن (بالثواني) تدفق الماء من القارورة؛ بزيادة ثانية واحدة تقل كمية الماء في القارورة $\frac{١}{٢}$ لتر؛ فتكون المعادلة هي ص = $-\frac{١}{٢}$ س + ٤؛ حيث يمثل الميل معدّل تغير الماء المتدفق من القارورة وهو $\frac{١}{٢}$ لتر في الثانية، والمقطع الصادي يمثل كمية الماء في القارورة عندما كانت ممتلئة وهي ٤ لترات.

٣٠أ)



الفصل ٣

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٣ - ٢

دون دون المتوسط — ضمن ضمن المتوسط — فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٠) دون

الاسم _____ التاريخ _____

٣-٢ تدريبات إعادة التعليم

كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

كتابة معادلة مستقيم عُلم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٤، ٢) وميله ٣.

ميل المستقيم يساوي ٣، ولإيجاد المقطع الصادي عوّض عن (م) بـ (٣)، وعن (س، ص) بـ (−٤، ٢) في صيغة الميل والمقطع، ثمّ أوجد ب.

ص = م س + ب — صيغة الميل والمقطع

٢ = ٣(−٤) + ب — م = ٣، ص = ٢، س = −٤

٢ = −١٢ + ب — اضرب

١٤ = ب — أضف ١٢ إلى كلا الطرفين

لذا المعادلة هي: ص = ٣ س + ١٤

مثال ٢ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٢، −١) وميله $\frac{١}{٤}$.

ميل المستقيم يساوي $\frac{١}{٤}$، عوّض عن (م) بـ $\frac{١}{٤}$، وعن (س، ص) بـ (−٢، −١) في صيغة الميل والمقطع، ثمّ أوجد ب.

ص = م س + ب — صيغة الميل والمقطع

−١ = $\frac{١}{٤}$(−٢) + ب — م = $\frac{١}{٤}$، ص = −١، س = −٢

−١ = −$\frac{١}{٢}$ + ب — اضرب

ب = −$\frac{١}{٢}$ — أضف $\frac{١}{٢}$ إلى كلا الطرفين

لذا المعادلة هي: ص = $\frac{١}{٤}$ س − $\frac{١}{٢}$

تمارين

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كلٍّ ممّا يأتي:

١)
ص = ٢ س − ١

٢)
ص = −٢ س

٣)
ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

٤) (٨، ٢)؛ الميل = $\frac{٣}{٤}$
ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ٨

٥) (−١، −٣)؛ الميل = ٥
ص = ٥ س + ٢

٦) (٤، −٥)؛ الميل = −$\frac{١}{٢}$
ص = −$\frac{١}{٢}$ س − ٣

٧) (−٥، ٤)؛ الميل = ٠
ص = ٤

٨) (٢، ٢)؛ الميل = $\frac{١}{٢}$
ص = $\frac{١}{٢}$ س + ١

٩) (١، −٤)؛ الميل = −٦
ص = −٦س + ٢

١٠) (−٣، ٠)؛ الميل = ٢
ص = ٢س + ٦

١١) (٠، ٤)؛ الميل = −٣
ص = −٣س + ٤

١٢) (٠، ٣٥٠)؛ الميل = $\frac{١}{٥}$
ص = $\frac{١}{٥}$ س + ٢٥٠

الصف: الثالث المتوسط — ١٠ — الفصل ٣: تحليل الدوال الخطية

تدريبات حل المسألة (١٢) دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٣-٢ تدريبات حل المسألة

كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

١) **تبرعات:** قام معاذ وأصدقاؤه ببيع البسكويت لجمع تبرعات لصالح أشخاص محتاجين. وقد باعوا ٢٢ قطعة في اليوم الأول وجمعوا ٨٨ ريالًا، ثمّ باعوا ١٥ قطعة في اليوم الثاني وجمعوا ٦٠ ريالًا. إذا كانت س تمثّل عدد قطع البسكويت المبيعة، ص تمثّل المبلغ الكلّي المجموع، فأوجد ميل المستقيم الذي يمكن أن يمر بالنقطتين المعلومتين.
٤

٢) **أعمال:** يحصل علاء على ٣٠٠٠ ريال زيادة سنوية إذا كان أداؤه متميزًا. فإذا بدأ عمله براتب سنوي مقداره ٤١٢٥٠ ريالًا، وكان أداؤه متميزًا دائمًا، فاكتب معادلة تمثّل راتبه ص بعد ن سنة.
ص = ٣٠٠٠ ن + ٤١٢٥٠

٣) **صيانة:** يدفع أنس مبلغ ٤٠ ريالًا شهريًّا لشركة صيانة مكيّفات، بغض النظر عن عدد مرّات صيانة مكيّفات بيته. إذا كانت ن تمثّل عدد عدد مرّات صيانة مكيّفات بيته في الشهر، ص تمثّل تكلفة هذه الصيانة بالريال، فما معادلة المستقيم الذي يمثّل هذه المعلومات؟ وما ميله؟
ص = ٤٠، الميل = ٠، المستقيم أفقي

٤) **مقاسات أحذية:** يبين الجدول أدناه مقاسات الأحذية النسائية في بريطانيا مقارنة بمقاسات الأحذية النسائية في الولايات المتحدة.

مقاسات الأحذية النسائية	
بريطانيا	الولايات المتحدة
٣	٥,٥
٣,٥	٦
٤	٦,٥
٤,٥	٧
٥	٧,٥
٥,٥	٨
٦	٨,٥

أ) اكتب معادلة مستقيم لتحديد مقاس أي حذاء نسائي في الولايات المتحدة، إذا عُلم مقاسه في بريطانيا.
ص = س + ٢,٥

ب) ما ميل المستقيم؟ وما مقطعه الصادي؟
الميل = ١، المقطع = ٢,٥

جـ) هل يمثّل المقطع الصادي قيمة معطاة في هذه البيانات؟
لا يمثّل المقطع الصادي قيمة معطاة في هذه البيانات؛ لأنه لا يوجد المقاس صفر لأي حذاء نسائي في بريطانيا. وعلى أية حال فإنّ ٢,٥ هي المقطع الصادي للمستقيم إذا استمرت البيانات إلى مالا نهاية في الاتجاهين.

الصف: الثالث المتوسط — ١٢ — الفصل ٣: تحليل الدوال الخطية

التدريبات الإثرائية (١٣) فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٣-٢ التدريبات الإثرائية

مماس المنحنى

مماس المنحنى هو مستقيم يقطع المنحنى في نقطة. وميل المماس عند نقطة التماس يساوي ميل المنحنى عند هذه النقطة. ويمكنك إيجاد معادلة المماس للمنحنى في الدوال التربيعية التي صيغتها:
(أس^{٢} + ب س + جـ). ويتمّ هذا لأنّ ميل أي مستقيم يمر في نقطتين على المنحنى يساوي ميل المماس للمنحنى عند النقطة التي الإحداثي السيني لها هو متوسط قيمتَي س في هاتين النقطتين.

مثال لإيجاد معادلة المماس للمنحنى ص = س^{٢} + ٣س + ٢ عند النقطة (٢، ١٢)، أوجد أولًا نقطتين على المنحنى تبعد فيهما قيمتا (س) المسافة نفسها عن قيمة س للنقطة التي يمر عبرها المماس.

الخطوة ١: أوجد نقطتين أخريين، استعمل س = ١، س = ٣.
عندما س = ١ فإنّ ص = ١^{٢} + ٣(١) + ٢ = ٦
عندما س = ٣ فإنّ ص = ٣^{٢} + ٣(٣) + ٢ = ٢٠
لذا الزوجان المرتّبان هما (١، ٦)، (٣، ٢٠).

الخطوة ٢: أوجد ميل المستقيم المار بهاتين النقطتين.
م = $\frac{٢٠ - ٦}{٣ - ١}$ = ٧

الخطوة ٣: والآن استعمل هذا الميل والنقطة (٢، ١٢) لإيجاد معادلة المماس.
ص = م س + ب — صيغة الميل والمقطع
١٢ = ٧(٢) + ب — عوّض عن س بـ ٢، وعن ص بـ ١٢، وعن م بـ ٧
−٢ = ب — حلّ في ب
لذا معادلة المماس للمنحنى ص = س^{٢} + ٣س + ٢ عند النقطة (٢، ١٢) هي: ص = ٧س − ٢.

في التمارين ١ − ٣، أوجد معادلة مماس المنحنى عند النقطة المعطاة:

١) ص = س^{٢} − ٣س + ٧، (٢، ٥)
ص = س + ٢

٢) ص = ٣س^{٢} + ٤س − ٥، (−٤، ٢٧)
ص = −٢٠س − ٥٢

٣) ص = ٥ − س^{٢}، (١، ٤)
ص = −٢س + ٦

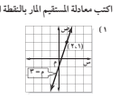
٤) أوجد ميل المماس للمنحنى المعطاة معادلته بالصيغة العامة ص = أس^{٢} + ب س + جـ، عند النقطة س = ٠
م = ب

الصف: الثالث المتوسط — ١٣ — الفصل ٣: تحليل الدوال الخطية

كتاب التمارين (١٦) دون ضمن فوق

٣ − ٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كل مما يأتي:

١) 
ص = ٣ س − ١

٢)
ص = −٢ س − ٢

٣)
ص = −س − ٤

٤) (−٥، ٤)، الميل − ٣
ص = −٣ س − ١١

٥) (٤، ٣)، الميل $\frac{١}{٢}$
ص = $\frac{١}{٢}$ س + ١

٦) (١، −٥)، الميل − $\frac{٣}{٢}$
ص = −$\frac{٣}{٢}$ س − $\frac{٧}{٢}$

٧) (٣، ٧)، الميل $\frac{٢}{٧}$
ص = $\frac{٢}{٧}$ س + $\frac{٦}{٧}$

٨) (−٢، $\frac{٥}{٢}$)، الميل − $\frac{١}{٢}$
ص = −$\frac{١}{٢}$ س + $\frac{٣}{٢}$

٩) (٥، ٠)، الميل ٠
ص = ٠

اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:

١٠)
ص = س − ٦

١١)
ص = −س + ٥

١٢)
ص = −٢ س − ٥

١٣) (٠، −٤)، (٥، −٤)
ص = −٤

١٤) (−٤، −٢)، (٤، ٠)
ص = $\frac{١}{٤}$ س − ١

١٥) (−٢، −٣)، (٤، ٥)
ص = $\frac{٣}{٢}$ س − $\frac{١}{٢}$

١٦) (٠، ١)، (٥، ٣)
ص = $\frac{٢}{٥}$ س + ١

١٧) (−٣، ٠)، (١، −٦)
ص = −$\frac{٣}{٢}$ س − $\frac{٩}{٢}$

١٨) (١، ٠)، (٥، −١)
ص = −$\frac{١}{٤}$ س + $\frac{١}{٤}$

١٩) **لياقة بدنية:** تبلغ تكلفة (٧) جلسات لياقة بدنية ٨٢ ريالًا، وتكلفة (١١) جلسة ١٢٢ ريالًا. اكتب معادلة خطية لإيجاد التكلفة الكلية (ك) لـ س جلسة، ثم استعمل المعادلة لإيجاد تكلفة ٤ جلسات. ك = ١٠ س + ١٢، ٥٢ ريالًا

الفصل ٣ تحليل الدوال الخطية — ١٦

ملحوظات المعلم

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٣ - ٣

كتابة معادلات خطية بمعلومية الميل ونقطة أو معلومية نقطتين.

الدرس ٣ - ٣

كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة.

كتابة معادلة المستقيم بصيغ مختلفة.

ما بعد الدرس ٣ - ٣

كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا.

كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا معلومًا.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثمّ اسأل:

- ما ميل المعادلة ص = ١٥٦س + ٥٥
  ١٥٦
- أوجد نقطة واحدة ممثلة للمستقيم.
  إجابة ممكنة (٠، ٥٥)
- اكتب معادلة المستقيم بدلالة الميل والنقطة المعطاة، وأي نقطة (س، ص).
  إجابة ممكنة: $\frac{ص - ٥٥}{س - ٠} = ١٥٦$

كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

فيما سبق

درست كتابة المعادلات الخطية إذا عُلم الميل ونقطة، أو علمت نقطتان.

والآن

- أكتب معادلات خطية بصيغة الميل ونقطة.
- أكتب معادلات خطية بصيغ مختلفة.

المفردات

صيغة الميل ونقطة

obeikaneducation.com

لماذا ؟

تهدف مسابقة الملك عبد العزيز الدولية لحفظ القرآن الكريم وتفسيره إلى التآخي والمحبة بين المتسابقين من شتى دول العالم الإسلامي، وقد رصدت لذلك مكافآت مجزية. وقد بدأت هذه المسابقة عام ١٣٩٩هـ بـ ٥٥ مشاركًا، وتزايد العدد خلال ثلاثين عامًا بمعدل ١٥٦ مشاركًا سنويًّا.

ويمكنك التعبير عن عدد المشاركين في المسابقة سنويًّا بالمعادلة: ص = ١٥٦س + ٥٥، حيث تمثل س عدد السنوات بعد عام ١٣٩٩هـ، ص عدد المشاركين.

صيغة الميل ونقطة : يمكنك كتابة معادلة المستقيم **بصيغة الميل ونقطة** إذا علمت إحداثيات نقطة يمر بها وميله.

مفهوم أساسي صيغة الميل ونقطة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: تعبر المعادلة الخطية ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$) عن معادلة المستقيم غير الرأسي بصيغة الميل ونقطة، حيث (س$_١$، ص$_١$) نقطة معطاة تقع على المستقيم، م ميل هذا المستقيم.

الرموز: ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$)

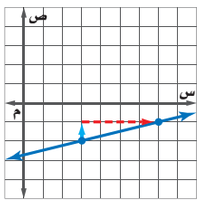
مثال ١ كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة وتمثيلها بيانيًّا

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، −٢) وميله $\frac{١}{٤}$ بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانيًّا.

ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$) صيغة الميل ونقطة

ص − (−٢) = $\frac{١}{٤}$ (س − ٣) (س$_١$، ص$_١$) = (٣، −٢)، م = $\frac{١}{٤}$

ص + ٢ = $\frac{١}{٤}$ (س − ٣) بسّط



وللتمثيل البياني عيّن النقطة (٣، −٢) واستعمل الميل لإيجاد نقطة أخرى على المستقيم، ثم ارسم المستقيم الواصل بين هاتين النقطتين.

تحقق من فهمك ص − ١ = −٦(س + ٢) للتمثيل انظر ملحق الإجابات

١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٢، ١) وميله −٦ بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانيًّا.

مصادر الدرس ٣ - ٣

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (٩٨)	• تنويع التعليم، ص (٩٨ ، ١٠٠)	• تنويع التعليم، ص (١٠٠)
كتاب التمارين	ص (١٧)	ص (١٧)	ص (١٧)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٤) • تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • كتاب التمارين، ص (١٧)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • كتاب التمارين، ص (١٧)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • التدريبات الإثرائية، ص (١٧) • كتاب التمارين، ص (١٧)

صيغ المعادلات الخطية: إذا عُلم ميل المستقيم وإحداثيا نقطة أو عُلمت نقطتان، فيمكنك كتابة المعادلة الخطية بإحدى الطرائق الآتية:

إرشادات للدراسة

الميل:
يظل الميل ثابتًا عند أي نقطتين على المستقيم، ويمكن تسمية أي منهما $(س_١ ، ص_١)$ والأخرى $(س_٢ ، ص_٢)$

ملخص المفهوم — كتابة المعادلات

أضف إلى مطويتك

المعطى: الميل ونقطة

الخطوة ١: عوّض عن قيم م، $س_١$، $ص_١$ في المعادلة:
$ص - ص_١ = م (س - س_١)$، أو
عوّض عن قيم م، س، ص في صيغة الميل والمقطع وحلها لإيجاد قيمة ب.

الخطوة ٢: أعد كتابة المعادلة بالصيغة المطلوبة.

المعطى: نقطتان

الخطوة ١: أوجد الميل.

الخطوة ٢: اختر إحدى النقطتين.

الخطوة ٣: اتبع الخطوات نفسها الواردة في كتابة معادلة المستقيم إذا عُلم الميل ونقطة.

مثال ٢ — الصورة القياسية لمعادلة مستقيم

اكتب المعادلة $ص - ١ = -\frac{٢}{٣}(س - ٥)$ بالصورة القياسية.

$ص - ١ = -\frac{٢}{٣}(س - ٥)$	المعادلة الأصلية
$٣(ص - ١) = ٣ \left(-\frac{٢}{٣}\right)(س - ٥)$	اضرب كل طرف في العدد (٣) للتخلص من الكسر
$٣(ص - ١) = -٢(س - ٥)$	بسّط
$٣ص - ٣ = -٢س + ١٠$	خاصية التوزيع
$٣ص = -٢س + ١٣$	أضف (٣) إلى كل طرف
$٢س + ٣ص = ١٣$	أضف ٢س إلى كل طرف

تحقق من فهمك

٢) اكتب $ص - ١ = ٧(س + ٥)$ بالصورة القياسية. $٧س - ص = -٣٦$

مراجعة المفردات

الصورة القياسية للمعادلة الخطية
هي أ س + ب ص = جـ، أ ≥ ٠، أ، ب لا تساوي صفرًا معًا، أ، ب، جـ أعداد صحيحة العامل المشترك الأكبر لها يساوي ١.

لإيجاد المقطع الصادي لمعادلة، أعد كتابتها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٣ — صيغة الميل والمقطع

اكتب المعادلة $ص + ٣ = \frac{٣}{٢}(س + ١)$ بصيغة الميل والمقطع.

$ص + ٣ = \frac{٣}{٢}(س + ١)$	المعادلة الأصلية
$ص + ٣ = \frac{٣}{٢}س + \frac{٣}{٢}$	خاصية التوزيع
$ص = \frac{٣}{٢}س - \frac{٣}{٢}$	اطرح ٣ من كل طرف

تحقق من فهمك

٣) اكتب المعادلة $ص + ٦ = -٣(س - ٤)$ بصيغة الميل والمقطع. $ص = -٣س + ٦$

صيغة الميل ونقطة

المثال ١ يبين طريقة كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة إذا عُلِم الميل ونقطة تقع على المستقيم.

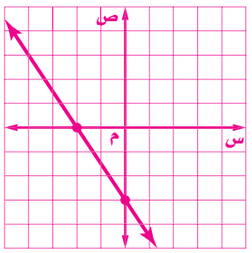
التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

١ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٢، ٠) وميله $-\frac{٣}{٢}$ بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانيًّا.

$ص = -\frac{٣}{٢}(س + ٢)$



صيغ المعادلات الخطية

المثال ٢ يبين طريقة كتابة معادلة مستقيم بالصورة القياسية إذا أُعطيت معادلته بصيغة الميل ونقطة.

المثال ٣ يبين طريقة كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع إذا أُعطيت معادلته بصيغة الميل ونقطة.

المثال ٤ يبين طريقة استعمال صيغة الميل ونقطة لكتابة معادلة مستقيم يمثل جزء منه ضلعًا لشكل هندسي.

مثالان إضافيان

٢ اكتب المعادلة: $ص = \frac{٣}{٤}س - ٥$ بالصورة القياسية.

$٣س - ٤ص = ٢٠$

٣ اكتب المعادلة:

$ص - ٥ = \frac{٤}{٣}(س - ٣)$ بصيغة الميل والمقطع.

$ص = \frac{٤}{٣}س + ١$

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: اسحب المستوى الإحداثي على السبورة وعيّن نقطتين فيه، واطلب إلى الطلاب إيجاد المعادلة الممثلة للخط المار بهما، ثم اسحب النقاط إلى مواقع أخرى من المستوى وكرر العملية.

تنبيه!

تجنّب الأخطاء: أكد للطلاب أن أ، ب، جـ في الصورة القياسية تكون جميعها أعدادًا صحيحة، والمثال ٢ هو تدريب على المعالجة الجبرية.

حقائق الضرب: من الطرق الأخرى لكتابة المعادلة في المثال ٣ بصيغة الميل والمقطع هي تحديد الميل م، ولإيجاد المقطع الصادي افترض أن س = ٠، ثم حل المعادلة بالنسبة للمتغير ص، فتكون القيمة الناتجة عن ذلك هي قيمة ب في المعادلة المكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

المحتوى الرياضي

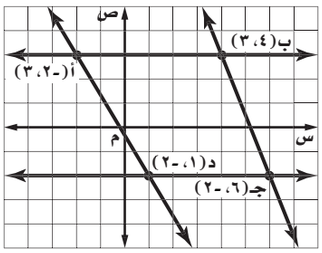
صيغة الميل ونقطة: إذا كانت النقطة (س$_١$، ص$_١$) تقع على المستقيم الذي ميله م، يمكن بصورة عامة استعمال صيغة تعريف الميل في كتابة المعادلة لجميع النقاط (س، ص).

م = $\frac{\text{ص} - \text{ص}_١}{\text{س} - \text{س}_١}$ وبضرب طرفي المعادلة في س – س$_١$ ينتج أن:

ص – ص$_١$ = م (س – س$_١$) وهذه هي صورة معادلة المستقيم التي تعرف بصيغة الميل ونقطة.

مثال إضافي

٤ هندسة: يبين الشكل الآتي شبه المنحرف أ ب جـ د وقاعدتاه $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$.



أ) اكتب معادلة المستقيم الذي يحتوي الضلع ب جـ في صيغة الميل ونقطة.

ص – ٣ = – $\frac{٥}{٢}$ (س – ٤)

أو ص + ٢ = – $\frac{٥}{٢}$ (س – ٦)

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

٥س + ٢ص = ٢٦.

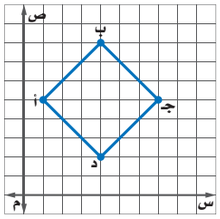
ويفيد استعمال الصيغ المختلفة للمعادلات الخطية في موضوعات أخرى.

مثال ٤ صيغة الميل ونقطة والصورة القياسية

إرشادات للدراسة

الميل في المربع

الأضلاع المتقابلة وغير الرأسية في المربع لها الميل نفسه. وإذا كانت إحداثيات أحد الرؤوس غير معطاة، فاستعمل ميل الضلع المقابل لإيجادها.



هندسة: يبين الشكل المجاور المربع أ ب جـ د .

أ) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن $\overline{\text{جـ د}}$ بصيغة الميل ونقطة.

الخطوة ١: أوجد ميل $\overline{\text{جـ د}}$.

م = $\frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$ صيغة الميل

= $\frac{٢ - ٥}{٤ - ٧}$ = ١ (س$_١$، ص$_١$) = (٤، ٢)، (س$_٢$، ص$_٢$) = (٧، ٥)

الخطوة ٢: عوض في صيغة الميل ونقطة.

ص – ص$_١$ = م(س – س$_١$) صيغة الميل ونقطة

ص – ٢ = ١(س – ٤) (س$_١$، ص$_١$) = (٤، ٢)

أو: ص – ٥ = ١(س – ٧) على اعتبار أن (س$_٢$، ص$_٢$) = (٧، ٥)

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

ص – ٢ = (س – ٤)	المعادلة الأصلية	ص – ٥ = ١(س – ٧)
ص – ٢ = س – ٤	خاصية التوزيع	ص – ٥ = س – ٧
ص = ١س – ٢	أضف ٢ إلى كل طرف	ص = س – ٢
– س + ص = – ٢	اطرح –١س من كل طرف	– س + ص = – ٢
س – ص = ٢	اضرب كل طرف في (–١)	س – ص = ٢

تحقق من فهمك

ص – ٨ = –١(س – ٤) أو ص – ٥ = –١(س – ٧)

٤أ) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{\text{ب جـ}}$ بصيغة الميل ونقطة.

٤ب) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{\text{ب جـ}}$ بالصورة القياسية . س + ص = ١٢

تأكد

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم في كل حالة مما يأتي بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانيًّا: انظر ملحق الإجابات

١) يمر بالنقطة (–٢، ٥)، وميله –٦

٢) يمر بالنقطة (–٢، –٨)، وميله $\frac{٥}{٦}$

مثال ٢ اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية:

٣) ص + ٢ = $\frac{٧}{٨}$ (س – ٣) ٧س – ٨ص = ٣٧

٤) ص + ٧ = –٥(س + ٣) ٥س + ص = –٢٢

٥) ص + ٢ = $\frac{٥}{٣}$ (س + ٦) ٥س – ٣ص = –٢٤

تنويع التعليم:

دون ضمن

إذا واجه بعض الطلاب مشكلة في تذكر أي المستقيمين: الرأسي أم الأفقي يكون ميله (٠)،

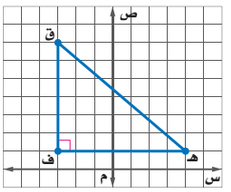
فقم بتذكيرهم باستعمال كلمة أفقي وفيها حرف ف عليه نقطة (.)؛ لتساعدهم على تذكر أن ميل المستقيم الأفقي يساوي (٠)، بينما كلمة رأسي لا تحتوي على حرف بنقطة (.).

مثال ٣ اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع: ص = $-\frac{٣}{٤}$ س + $\frac{١٣}{٤}$

٦) ص − ١٠ = ٤(س + ٦) ٧) ص − ٧ = $-\frac{٣}{٤}$(س + ٥) ٨) ص − ٩ = س + ٤

ص = ٤س + ٣٤ ص = س + ١٣

مثال ٤ ٩) **هندسة:** استعمل المثلث القائم ف ق هـ للإجابة عما يأتي:



أ) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{ق هـ}$. ص − ٧ = $-\frac{٦}{٧}$(س + ٣)

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

٦س + ٧ص = ٣١

تدرب وحل المسائل

انظر الهامش

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم في كل حالة مما يأتي بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّله بيانيًا:

١٠) يمر بالنقطة (٥، ٣)؛ وميله ٧ ١١) يمر بالنقطة (٢، −١)؛ وميله −٣

١٢) اكتب معادلة المستقيم الأفقي المار بالنقطة (−٦، ٠) بصيغة الميل ونقطة. ص = ٠

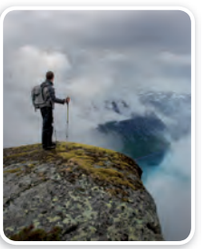
مثال ٢ اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية: انظر الهامش

١٣) ص − ١٠ = ٢(س − ٨) ١٤) ص − ٦ = −٣(س + ٢) ١٥) ص + ٤ = $\frac{٢}{٣}$(س + ٧)

مثال ٣ اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع: انظر الهامش

١٦) ص − ٦ = −٢(س − ٧) ١٧) ص + ٥ = ٦(س + ٧) ١٨) ص + ٢ = $\frac{١}{٦}$(س − ٤)

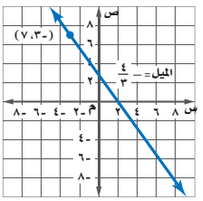
مثال ٤ ١٩) معتمدًا على الشكل الوارد في مثال ٤ .اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{أد}$ بصيغة الميل ونقطة، ثم بالصورة القياسية. انظر الهامش



اكتب معادلة المستقيم في كل من السؤالين الآتيين بالصورة القياسية:

٢٠) ص + ٨ = $-\frac{١١}{١٢}$(س − ١٤) ٢١) ص − ٣ = ٢,٥ (س + ١) ٥س − ٢ص = −١١

١١س + ١٢ص = ٥٨



٢٢) اكتب معادلة المستقيم الممثل في الشكل المجاور بصيغة الميل ونقطة.

ص − ٧ = $\frac{-٤}{٣}$(س + ٣)

الربط مع الحياة

ينخفض الضغط الجوي وتقل كمية الأكسجين كلما ارتفعنا إلى أعلى، ويسبّب التعرض للضغط الجوي المنخفض لفترات طويلة أمراضًا معينة.

٢٣) **طقس:** الضغط الجوي هو دالة خطية في الارتفاع. فالضغط الجوي يساوي ٥٩٨ ملمتر زئبق عند ارتفاع ١,٨ كيلومترًا، ويساوي ٥٧٧ ملمتر زئبق عند ارتفاع ٢,١ كيلومترًا.

أ) اكتب صيغة الضغط الجوي على صورة دالة في الارتفاع. د(س) = −٧٠س + ٧٢٤، س تمثل الارتفاع

ب) ما الارتفاع بالكيلومترات الذي تساوي عنده قيمة الضغط الجوي ٦٥٧ ملمتر زئبق؟

٠,٩٦ كيلو متر تقريبًا

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٩ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تنبيه لحل أسئلة

ورق مربعات: يحتاج الطلاب إلى ورق مربعات لحل الأسئلة ١، ٢، ١٠، ١١.

إجابات:

لتمثيل ١٠ ، ١١
انظر ملحق الإجابات

١٠) ص − ٣ = ٧(س − ٥)

١١) ص + ١ = −٣(س − ٢)

١٣) ٢س − ص = ٦

١٤) ٣س + ص = ٠

١٥) ٢س − ٣ص = −٢

١٦) ص = −٢س + ٢٠

١٧) ص = ٦س + ٣٧

١٨) ص = $\frac{١}{٦}$ س − $\frac{٨}{٣}$

١٩) ص − ٥ = −(س − ١)؛
أو ص − ٢ = −(س − ٤)؛
س + ص = ٦

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	١٠–١٩ ، ٢٤–٢٥ ، ٢٨–٣٣
ضمن ضمن المتوسط	١١–١٩ فردي ، ٢٠–٢٥ ، ٢٨–٣٣
فوق فوق المتوسط	٢٠–٣٣

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٤) **اكتشف الخطأ:** يكتب كل من أنس وأيمن معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين (٣، −٧)، (−٦، ٤) بصيغة الميل ونقطة. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

أنس

ص − ٧ = −$\frac{١١}{٩}$ (س + ٣)

أيمن

ص − ٤ = −$\frac{٩}{١١}$ (س + ٦)

كلاهما إجابته خاطئة؛ فقد استعمل أنس النقطة (−٣، ٧) بدلًا من (٣، −٧)، واستعمل أيمن التغير في س مقسومًا على التغير في ص.

٢٥) **تبرير:** اكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين (−٤، ٨)، (٣، −٧). وما ميله؟ وأين يقطع كلًّا من محوري السينات والصادات؟ انظر الهامش

٢٦) **تحدٍّ:** اكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين (ف ، جـ)، (هـ ، ي) بصيغة الميل ونقطة. ص − جـ = $\frac{ي - جـ}{هـ - ف}$ (س − ف)

٢٧) **مسألة مفتوحة:** صف موقفًا من واقع الحياة يتضمن معدلًا ثابتًا للتغير وقيمة للمتغير ص تقابل قيمة محددة للمتغير س ، ومثّل هذا الموقف باستعمال معادلة خط مستقيم بصيغة الميل ونقطة، وبصيغة الميل والمقطع. انظر الهامش

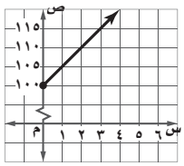
٢٨) **اكتب:** وضح كيف يمكنك استعمال صيغة الميل لكتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة. انظر الهامش

تدريب على اختبار

٢٩) **قسائم مشتريات:** يقدم متجر قسيمة مشتريات لعملائه بقيمة ٥ ريالات عن كل ٧٥ ريالًا من المشتريات. إذا أراد عميل أن يحصل على قسيمة شرائية بقيمة ٣٥ ريالًا، فبكم ريالًا يجب عليه أن يشتري؟ جـ

أ) ٣٧٥ ريالًا
جـ) ٥٢٥ ريالًا
ب) ١٠٥ ريالًا
د) ٢٦٢٥ ريالًا

٣٠) أي العبارات الآتية يمثلها الشكل أدناه؟ ب



أ) لديك ١٠٠ ريال، وتصرف منها ٥ ريالات أسبوعيًّا.
جـ) تحتاج ١٠٠ ريال لشراء جهاز، وتوفر ٥ ريالات أسبوعيًّا.
ب) لديك ١٠٠ ريال، وتوفر ٥ ريالات أخرى أسبوعيًّا.
د) تحتاج ١٠٠ ريال لشراء جهاز، وتصرف ٥ ريالات أسبوعيًّا.

مراجعة تراكمية

٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٤، ٢)، (−٢، −٤) بصيغة الميل والمقطع. (الدرس ٣-٢) ص = س − ٢

٣٢) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله −٢، ومقطعه الصادي ٦ بصيغة الميل والمقطع. (الدرس ٣-١) ص = − ٢ س + ٦

٣٣) **مسرح مدرسي:** يحتوي مسرح على ٧ صفوف من المقاعد المرتبة على شكل متتابعة حسابية، كما في الجدول المجاور. فإذا حضر الحفل ٣٨٦ شخصًا، فهل يكون المسرح قد تجاوز ما يستوعبه؟ (الدرس ٢-٦) نعم؛ فهناك ٣٦٤ مقعدًا فقط.

الصف	عدد المقاعد
السابع	٧٦
السادس	٦٨
الخامس	٦٠

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اكتب المعادلة ٤س + ٣ص = ٨ على السبورة، واطلب إلى الطلاب إعادة كتابتها بصيغة الميل والمقطع، وتحديد الميل، ثم استنتاج العلاقة بين الميل وقيم كل من أ، ب عندما تكون المعادلة مكتوبة بالصورة القياسية: أ س + ب ص = جـ . ص = − $\frac{٤}{٣}$ س + $\frac{٨}{٣}$ ؛ الميل هو − $\frac{٤}{٣}$.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: على الطلاب الانتباه إلى أن ميل المعادلات مختلف عند حل السؤال ٢٤.

٤ التقويم

فهم الرياضيات: أحضر صندوقين؛ أحدهما به بطاقات كتب عليها قيم ميل، والآخر به بطاقات كتب عليها أزواج مرتبة.

اطلب إلى الطلاب اختيار بطاقة من كلا الصندوقين، أو بطاقتي أزواج مرتبة واستعمالهما في كتابة معادلة المستقيم بالصيغ الثلاث ومناقشتها في الصف.

الاختبار القصير ٣، ص (٥٠)

إجابات:

٢٥) ص = − $\frac{١٥}{٧}$ س − $\frac{٤}{٧}$ ،
م = − $\frac{١٥}{٧}$ ؛ − $\frac{٤}{١٥}$ ؛ − $\frac{٤}{٧}$

٢٧) أنفق علي ١٤ ريالًا في مدينة ألعاب، وتضمن المبلغ رسم الدخول، ولعب ٥ ألعاب سعر الواحدة منها ريالان؛ ص − ١٤ = ٢(س − ٥)؛ ص = ٢س + ٤

٢٨) اكتب المعادلة وذلك بكتابة الكسر الذي يمثل الميل في الجزء الأيمن واتخاذ (س، ص) نقطة أولى، و(س١، ص١) نقطة ثانية. ثم اضرب كل طرف من طرفي المعادلة في (س − س١) الذي يمثل مقام الكسر إلى يسار إشارة المساواة.

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٣ - ٣

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٤) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

٣-٣ تدريبات إعادة التعليم

كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

صيغة الميل ونقطة

صيغة الميل ونقطة	ص – ص$_{١}$ = م(س – س$_{١}$). تعبّر هذه المعادلة الخطية عن معادلة المستقيم غير الرأسي بصيغة الميل ونقطة، حيث (س$_{١}$، ص$_{١}$) نقطة معطاة تقع على المستقيم، م ميل هذا المستقيم.

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٦) وميله $\frac{٥}{٢}$ بصيغة الميل ونقطة.

ص – ص$_{١}$ = م (س – س$_{١}$) صيغة الميل ونقطة

ص – ١ = $\frac{٥}{٢}$ (س – ٦) م = $\frac{٥}{٢}$، (س$_{١}$، ص$_{١}$) = (٦، ١)

لذا المعادلة هي: ص – ١ = $\frac{٥}{٢}$ (س – ٦)

مثال ٢ اكتب معادلة المستقيم الأفقي المار بالنقطة (٤، –١) بصيغة الميل ونقطة.

ص – ص$_{١}$ = م (س – س$_{١}$) صيغة الميل ونقطة

ص – (–١) = ٠ (س – ٤) م = ٠، (س$_{١}$، ص$_{١}$) = (٤، –١)

ص + ١ = ٠ بسّط

لذا المعادلة هي: ص + ١ = ٠

تمارين

اكتب معادلة المستقيم في كلٍّ مما يأتي بصيغة الميل ونقطة:

١)
ص – ١ = ٤ (س – ٢)

٢)
ص – ٢ = ٠

٣)
ص + ٢ = –٢ (س–٣)

٤) (٢، ١)، م = ٤ ص – ١ = ٤ (س – ٢)

٥) (–٢، ٧)، م = ٦ ص – ٢ = ٦(س + ٧)

٦) (٣، ٨)، م = ١ ص – ٢ = س – ٨

٧) (–٦، ٧)، م = ٠ ص – ٧ = ٠

٨) (٤، ٩)، م = $\frac{٣}{٤}$ ص – ٩ = $\frac{٣}{٤}$ (س – ٤)

٩) (–٤، –٥)، م = $-\frac{١}{٢}$ ص + ٥ = $\frac{-١}{٢}$ (س + ٤)

١٠) اكتب معادلة المستقيم الأفقي المار بالنقطة (٤، –٢) بصيغة الميل ونقطة.

ص + ٢ = ٠

١١) اكتب معادلة المستقيم الأفقي المار بالنقطة (٥، ٦) بصيغة الميل ونقطة.

ص – ٦ = ٠

١٢) اكتب معادلة المستقيم الأفقي المار بالنقطة (٠، ٥) بصيغة الميل ونقطة.

ص = ٠

تدريبات حل المسألة (١٦) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٣-٣ تدريبات حل المسألة

كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

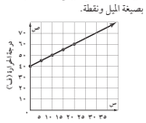
١) **دراجات هوائية:** يقود سمير دراجته بسرعة ١٢ ميلًا في الساعة، وهذا يعني أنّه يقود دراجته بسرعة ١٢ ميلًا في ساعة واحدة، ٢٤ ميلًا في ساعتين، وهكذا. إذا كانت ن تمثّل عدد ساعات سير الدراجة، ف تمثّل المسافة المقطوعة، فاكتب المعادلة التي تمثل العلاقة بين المسافة والزمن بصيغة الميل ونقطة.

ف – ١٢ = ١٢ (ن – ١)

٢) **هندسة:** يختلف محيط مربع باختلاف طول ضلعه. فإذا كانت صيغة الميل والنقطة لمعادلة دالة المحيط ص هي: ص – ٤ = ٤(س – ١)، حيث س طول الضلع، فاكتب هذه المعادلة في الصورة القياسية.

٤س – ص = ٠

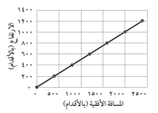
٣) **طبيعة:** يتناسب عدد زقزقات صرصار الليل طرديًّا مع درجات الحرارة الخارجية في علاقة خطية شبه تامة. ويمكنك تمثيل العلاقة بالمعادلة ت = ن + ٤٠، حيث تمثل ت درجة الحرارة الفهرنهايتية، ن تمثّل عدد الزقزقات التي يصدرها صرصار الليل في ١٤ ثانية. استعمل المعلومات المبينة على التمثيل البياني أدناه لكتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة.



إجابة ممكنة:

ص – ٦٠ = ١ (ن – ٢٠)

٤) **طيران:** أقلعت طائرة نفاثة وبدأت بالارتفاع على نحو ثابت بمقدار ٢٠ قدمًا لكل ٤٠ قدمًا من المسافة الأفقية المقطوعة. والتمثيل البياني أدناه يبيّن مسار الطائرة.



أ) اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة للمستقيم الذي يمثّل مسار الطائرة.

ص – ٠ = ٠,٥ (س – ٠)

ب) اكتب المعادلة الناتجة في الفرع (أ) بصيغة الميل والمقطع.

ص = ٠,٥س + ٠

جـ) اكتب المعادلة في الصورة القياسية.

ص – ٠,٥س = ٠

التدريبات الإثرائية (١٧) — فوق

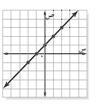
الاسم _____ التاريخ _____

٣-٣ التدريبات الإثرائية

النقاط الواقعة على استقامة واحدة

تعلمت سابقًا كيف تجد ميل المستقيم المارّ بين نقطتين، فهل يتأثر الميل بالنقطتين المختارتين؟ كيف يؤثر اختيار النقطتين في صيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم؟

١) اختر ثلاثة أزواج مرتبة مختلفة من التمثيل البياني المجاور، واكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع مستعملًا كلّ زوج منها.



ص = س + ١

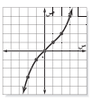
٢) ما العلاقة بين هذه المعادلات؟ **هي نفسها**

٣) ماذا تستنتج من إجاباتك على التمرينين ١، ٢؟

معادلة المستقيم هي نفسها بغض النظر عن النقاط المختارة

عندما يحتوي المستقيم نفسه نقاطًا معيّنة، فإنّ هذه النقاط تكون على استقامة واحدة. وحتى لو بدت النقاط أنها تقع على مستقيم عند التوصيل بينها، فهذا لا يعني دائمًا أنها كذلك فعلًا. وعند تدقيق أزواج النقاط على المستقيم، يمكنك تحديد إن كان المستقيم يمثّل علاقة خطية أم لا.

٤) اختر عدة أزواج مرتبة من التمثيل البياني المجاور، واكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع مستعملًا كلّ زوج منها.



ص = ٠س، ص = ٢س –٢؛ ص = ٢س + ١

٥) ماذا تستنتج من التمثيل البياني للمعادلات الواردة في التمرين ٤؟ هل هذا التمثيل مستقيم؟

لا؛ النقاط ليست على استقامة واحدة. التمثيل البياني ليس خطًّا مستقيمًا.

كتاب التمارين (١٧) — دون ضمن فوق

٣ – ٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

اكتب معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة تقع عليه في كل حالة مما يأتي:

١) (٢، ٢)، م = –٣ ص – ٢ = –٣ (س – ٢)

٢) (١، –٦)، م = –١ ص + ٦ = –(س – ١)

٣) (–٣، –٤)، م = ٠ ص + ٤ = ٠

٤) (١، ٣)، م = $-\frac{٣}{٤}$ ص – ٣ = $-\frac{٣}{٤}$ (س – ١)

٥) (–٨، ٥)، م = $\frac{٣}{٥}$ ص – ٥ = $\frac{٣}{٥}$ (س + ٨)

٦) (٣، –٣)، م = $\frac{١}{٣}$ ص + ٣ = $\frac{١}{٣}$ (س – ٣)

اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية:

٧) ص – ١١ = ٣ (س – ٢) ٣ س – ص = ٥

٨) ص – ١٠ = –(س – ٢) س + ص = ١٢

٩) ص + ٧ = ٢ (س + ٥) ٢ س – ص = –٣

١٠) ص – ٥ = $\frac{٣}{٢}$ (س + ٤) ٣ س – ٢ ص = ٢٢

١١) ص + ٢ = $-\frac{٣}{٤}$ (س + ١) ٣ س + ٤ ص = –١١

١٢) ص – ٦ = $\frac{٥}{٤}$ (س – ٣) ٤ س – ٣ ص = ٦

١٣) ص + ٤ = ١,٥ (س + ٢) ٣ س – ٢ ص = ٢

١٤) ص – ٣ = ٢,٤ (س – ٥) ١٢ س + ٥ ص = ٧٥

١٥) ص – ٤ = ٢,٥ (س + ٣) ٥ س – ٢ ص = ٢٣

اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

١٦) ص + ٢ = ٤ (س + ٢) ص = ٤ س + ٦

١٧) ص + ١ = –٧ (س + ١) ص = –٧ س – ٨

١٨) ص – ٣ = –٥ (س + ١٢) ص = –٥ س – ٥٧

١٩) ص – ٥ = $\frac{٣}{٤}$ (س + ٤) ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ١١

٢٠) ص – $\frac{١}{٢}$ = –٣ (س + $\frac{١}{٢}$) ص = –٣ س – $\frac{١}{٢}$

٢١) ص – $\frac{٣}{٤}$ = –٢ (س – $\frac{١}{٤}$) ص = –٢ س + $\frac{٧}{٤}$

٢٢) **إنشاءات:** تتقاضى شركة ٨٥ ريالًا عن كل ساعة عمل لإزالة الرّدم مضافًا إليها رسوم تدفع لمرة واحدة، فإذا كان المبلغ الذي تقاضته الشركة مقابل ٩ ساعات عمل هو ٨٨٥ ريالًا، فأجب عما يأتي:

أ) اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة لإيجاد المبلغ الكلي (ص) الذي تتقاضاه الشركة لعدد (س) من الساعات.

ص – ٨٨٥ = ٨٥(س – ٩)

ب) اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع. ص = ٨٥ س + ١٢٠

جـ) ما قيمة الرسوم الإضافية؟ ١٢٠ ريالًا

ملحوظات المعلم

٣ - ٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

فيما سبق

درست كتابة المعادلات الخطية بصيغة الميل ونقطة.

والآن

- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا.
- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا معلومًا.

المفردات

المستقيمان المتوازيان

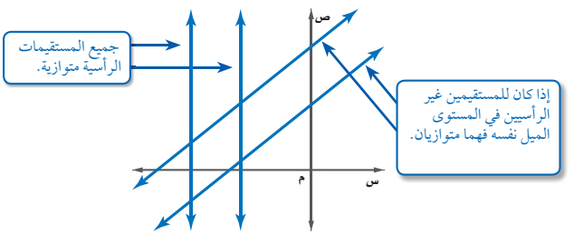
المستقيمان المتعامدان

obeikaneducation.com

لماذا ؟

عند النظر إلى المربعات والمستطيلات والمستقيمات في اللوحة الفنية المجاورة، تجد أن بعض الخطوط المستقيمة تتقاطع لتكوّن زوايا قائمة، وبعضها الآخر لا يتقاطع أبدًا.

المستقيمان المتوازيان: المستقيمان الواقعان في المستوى نفسه ولا يقطع أحدهما الآخر، يسميان **مستقيمين متوازيين**، ويكون لهما الميل نفسه.



ولكتابة معادلة مستقيم علمت إحدى نقاطه ومعادلة مستقيم آخر يوازيه، أوجد أولًا ميل المستقيم المعلوم، ثم عوض عن الميل والنقطة المعطاة في المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة.

مثال ١ **المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا**

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٣، ٥) والموازي للمستقيم ص= ٢س - ٤.

الخطوة ١: بما أن ميل المستقيم ص= ٢س- ٤ يساوي ٢، فإن ميل المستقيم الموازي له يساوي ٢ أيضًا.

الخطوة ٢: أوجد المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل والمقطع.

ص - ص١ = م(س - س١)	صيغة الميل ونقطة
ص - ٥ = ٢[س - (-٣)]	عوّض عن م بـ (٢)، وعن (س١، ص١) بـ (-٣، ٥)
ص - ٥ = ٢(س + ٣)	بسّط
ص - ٥ = ٢س + ٦	خاصية التوزيع
ص - ٥ + ٥ = ٢س + ٦ + ٥	أضف (٥) إلى كل طرف.
ص = ٢س + ١١	بسّط.

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي: ص=٢س+١١

تحقق من فهمك

١) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، -١) والموازي للمستقيم ص=$\frac{١}{٤}$س+ ٧. ص + ١ = $\frac{١}{٤}$ (س - ٤)

ملاحظات الدرس

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٣ - ٤

كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة.

الدرس ٣ - ٤

كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا.

كتابة معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا معلومًا.

ما بعد الدرس ٣ - ٤

حل المتباينات الخطية باستعمال الجمع والطرح.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

ثمّ اسأل:

- كيف تصف العلاقة بين المستقيمات الرأسية في الشكل؟
  متوازية وميلها غير معرّف.
- كيف تصف العلاقة بين المستقيمات الأفقية في الشكل؟
  متوازية ولها الميل نفسه.

مصادر الدرس ٣ - ٤

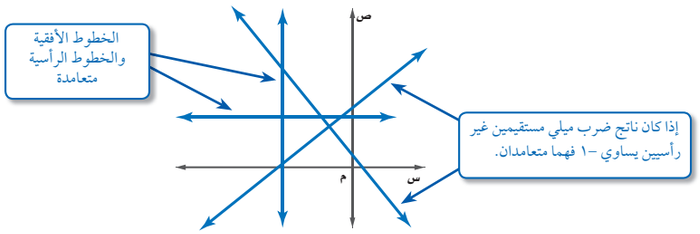
المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (١٠٣)	• تنويع التعليم، ص (١٠٦)	• تنويع التعليم، ص (١٠٦)
كتاب التمارين	ص (١٨)	ص (١٨)	ص (١٨)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٨) • تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • كتاب التمارين، ص (١٨)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • كتاب التمارين، ص (١٨)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • التدريبات الإثرائية، ص (٢١) • كتاب التمارين، ص (١٨)

المستقيمان المتعامدان: المستقيمان اللذان يتقاطعان مكوّنيْن زوايا قوائم يسميان **مستقيمين متعامدين**، ويكون ميل كل منهما معكوس مقلوب الآخر. فمثلًا إذا كان ميل أحدهما ٤، فإن ميل المستقيم العمودي عليه يساوي $-\frac{١}{٤}$.

مراجعة المفردات

معكوس المقلوب

معكوس مقلوب العدد $\frac{أ}{ب}$ هو $-\frac{ب}{أ}$.

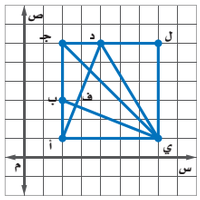


باستعمال الميل يمكنك تحديد هل المستقيمان متعامدان أم لا.

مثال ٢ من واقع الحياة **ميلا المستقيمين المتعامدين**

تصميم: يبين الشكل الآتي مخططًا لشعار إحدى الشركات ممثلًا على المستوى الإحداثي:

أ) هل ∠ د ف ي قائمة؟



إذا كان الضلعان $\overline{ب ي}$ ، $\overline{أ د}$ متعامدين، فإن ∠ د ف ي تكون قائمة.

أوجد ميل كل من $\overline{ب ي}$ ، $\overline{أ د}$.

$$\text{ميل } \overline{ب ي} = \frac{١ - ٣}{٧ - ٢} = \frac{-٢}{٥}$$

$$\text{ميل } \overline{أ د} = \frac{٦ - ١}{٤ - ٢} = \frac{٥}{٢}$$

بما أن $\frac{-٢}{٥} \times \frac{٥}{٢} = -١$. فالضلعان متعامدان، إذن ∠ د ف ي قائمة.

ب) هل كل ضلعين متقابلين في الشكل أ جـ ل ي متوازيين؟

إذا كان الضلعان المتقابلان متوازيين فإن لهما الميل نفسه.

ميل $\overline{أ جـ} = \frac{١ - ٦}{٢ - ٢}$ (غير معرف) وميل $\overline{ل ي} = \frac{١ - ٦}{٧ - ٧}$ (غيرمعرف)، لذا $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ل ي}$ رأسيان ويوازيان محور الصادات وبالتالي فهما متوازيان.

ميل $\overline{جـ ل} = \frac{٦ - ٦}{٢ - ٧} = ٠$ ، وميل $\overline{أ ي} = \frac{١ - ١}{٢ - ٧} = ٠$ ، لذا فالضلعان $\overline{جـ ل}$ ، $\overline{أ ي}$ أفقيان ويوازيان محور السينات، وبالتالي فهما متوازيان.

تحقق من فهمك

ليستا متعامدتين؛ لأن ميل $\overline{ك ر} = \frac{٦}{٥}$ ، ميل $\overline{س ت} = \frac{١}{٥}$ ، وحاصل ضربهما لايساوي −١ .

٢) إنشاءات: تظهر على واجهة منزل عارضتان خشبيتان، مُثّلت إحداهما بالقطعة المستقيمة $\overline{ك ر}$ التي طرفاها ك (−٦، ٢)، ر (−١، ٨)، ومُثّلت العارضة المتصلة بها بالقطعة المستقيمة $\overline{س ت}$ التي طرفاها س (−٣، ٦)، ت (−٨، ٥). فهل هاتان العارضتان متعامدتان؟ وضح إجابتك.

يمكنك أن تحدد ما إذا كان المستقيمان الممثلان بيانيًّا متوازيين أم متعامدين بمقارنة ميليهما.

المستقيمات المتوازية

المثال ١ يبين طريقة كتابة معادلة مستقيم يمّر بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا، بصيغة الميل والمقطع.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من فهم الطلبة للمفاهيم.

مثال إضافي

١ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، −٢) والموازي للمستقيم ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٧.

ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٤.

المستقيمات المتعامدة

المثال ٢ يبين طريقة تحديد إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين في مواقف عملية.

المثال ٣ يبين طريقة تحديد إذا كانت تمثيلات معادلات معلومة متوازية أم متعامدة.

المثال ٤ يبين طريقة كتابة معادلة مستقيم يمر بنقطة معطاة، ويعامد مستقيمًا معلومًا في صيغة الميل والمقطع.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: أعط الطلاب معادلة مستقيم ونقطة لا تقع عليه، واطلب إلى أحدهم توضيح كيف يجد معادلة مستقيم موازٍ للمستقيم المعلوم ويمر بتلك النقطة، واطلب إلى طالب آخر توضيح كيف يجد معادلة مستقيم عمودي على الخط المعطى ويمر بتلك النقطة.

المحتوى الرياضي

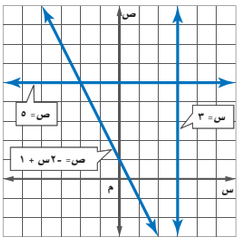
المستقيمات المتوازية والمتعامدة: جميع المستقيمات الرأسية متوازية، وكذلك جميع المستقيمات الأفقية متوازية، وكل مستقيم رأسي يعامد جميع المستقيمات الأفقية، وبالمثل، فإن كل مستقيم أفقي يعامد جميع المستقيمات الرأسية. وأي مستقيمين غير رأسيين يكونان متوازيين إذا كان لهما الميل نفسه، ومتعامدين إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي −١.

مثال ٣ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:

ص= ٥، س= ٣، ص= −٢س+ ١

مثّل كل معادلة على المستوى الإحداثي.



من التمثيل البياني يمكنك ملاحظة أن المستقيم ص= ٥ يوازي محور السينات، وأن المستقيم س= ٣ يوازي محور الصادات، لذا فهما متعامدان، ولا يتوازى أي مستقيمين من الثلاثة.

تحقق من فهمك

٣) حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك :

٦س− ٢ص= −٢، ص= ٣ س− ٤، ص= ٤.

قراءة الرياضيات

التوازي والتعامد

يستعمل الرمز // للدلالة على التوازي، والرمز ⊥ للدلالة على التعامد.

٣) ص= ٣س− ٤، ٦س− ٢ص = −٢ متوازيان؛ لأن ميل كليهما يساوي ٣، ولا يتعامد أي مستقيمين منها.

يمكنك كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا آخر علمت معادلته.

مثال ٤ المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا معلومًا

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٤، ٦)، والمعامد للمستقيم ٢س+ ٣ص= ١٢ بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة ١: أوجد ميل المستقيم المعطى بإيجاد قيمة ص.

٢س + ٣ص = ١٢	المعادلة الأصلية
٢س − ٢س + ٣ص = − ٢س + ١٢	اطرح ٢س من كلا الطرفين
٣ص = −٢س + ١٢	بسّط
$\frac{٣ص}{٣} = \frac{-٢س + ١٢}{٣}$	اقسم كل طرف على ٣
ص = $-\frac{٢}{٣}$ س + ٤	بسّط.

الميل = $-\frac{٢}{٣}$.

الخطوة ٢: ميل المستقيم المعامد للمستقيم المعطى هو معكوس مقلوب العدد $-\frac{٢}{٣}$؛ أيَّ $\frac{٣}{٢}$.

أوجد معادلة المستقيم العمودي.

ص − ص١ = م(س − س١)	صيغة الميل ونقطة
ص − ٦ = $\frac{٣}{٢}$(س − (−٤))	(س١، ص١) = (−٤، ٦)، م = $\frac{٣}{٢}$
ص − ٦ = $\frac{٣}{٢}$(س + ٤)	بسّط
ص − ٦ + ٦ = $\frac{٣}{٢}$ س + ٦ + ٦	طبق خاصية التوزيع، ثم أضف ٦ إلى كل طرف
ص = $\frac{٣}{٢}$ س + ١٢	بسّط.

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي: ص= $\frac{٣}{٢}$س+١٢

تحقق من فهمك

٤) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، ٧) والمعامد للمستقيم ص = $\frac{٣}{٢}$ س − ١ بصيغة الميل والمقطع. ص = $-\frac{٣}{٢}$ س + ١٣

إرشادات للدراسة

تمثيل المسألة بيانيًا

مثّل معادلة المستقيم المعلوم على ورقة رسم بياني، ثم عيّن النقطة المعطاة ، واستعمل مسطرة لرسم المستقيم العمودي المار بالنقطة المعطاة.

تنويع التعليم

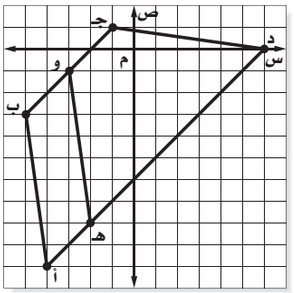
دون

الطلاب الحركيون: قد يكون لدى الطلاب ألفة بالمفردتين: التوازي، التعامد، ومع ذلك اطلب إليهم استعمال مساطرهم لتمثيل خطوط متوازية ومتعامدة على ورقة مربعات قبل حل الأمثلة.

أمثلة إضافية

٢ **هندسة:** ارتفاع شبه المنحرف هو طول القطعة المستقيمة العمودية على كلتا قاعدتيه. وقاعدتا شبه المنحرف أ ب جـ د هما أد ، ب جـ .

أ) هل يمكن استعمال هـ و لقياس ارتفاع شبه منحرف؟ فسر إجابتك.



لا، ميل ب جـ = ١، ميل هـ و = −٧
بما أن −٧ × ١ ≠ −١، فإن هـ و ليس عموديًّا على ب جـ ، إذن لا يمكن استعماله لإيجاد ارتفاع أ ب جـ د.

ب) هل القاعدتان متوازيتان؟
نعم؛ لأن ميليهما متساويان وكل منهما يساوي ١ .

٣ حدد إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:

٣س+ ص= ١٢، ص= $\frac{١}{٣}$ س+٢، ٢س− ٦ص= −٥ .

المستقيمان ص= $\frac{١}{٣}$ س+ ٢، ٢س− ٦ص= −٥ متوازيان؛ لأن لهما الميل نفسه، والمستقيم ٣س + ص = ١٢ عمودي على كل منهما؛ لأن حاصل ضرب ميله (−٣) وميل أي منهما ($\frac{١}{٣}$) يساوي (−١).

٤ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، −١) والمعامد للمستقيم ٧س− ٢ص= ٣ ؟

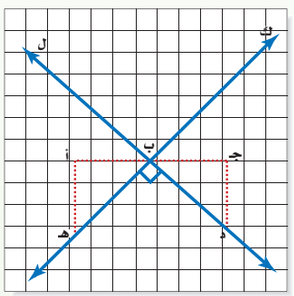
ص= $-\frac{٢}{٧}$ س+ $\frac{١}{٧}$

إرشادات للمعلم الجديد

مفهوم هندسي: حقيقة أن «أي مستقيمين غير رأسيين يكونان متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميليهما (−١)» تعتمد على خصائص المثلثات المتشابهة، ففي الشكل التالي المستقيمان ل، ك متعامدان حيث أن:

ميل ل يساوي $\frac{-\text{جـ د}}{\text{ب جـ}}$،

ميل ك يساوي $\frac{\text{أ هـ}}{\text{أ ب}}$



المثلثات أ ب هـ، ب جـ د متشابهان

وينتج من التشابه أن

$\frac{\text{أ هـ}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{جـ د}}$

أي أن ميل ك $= \frac{-١}{\text{ميل ل}}$

ميل ك × ميل ل $= -١$

إجابات:

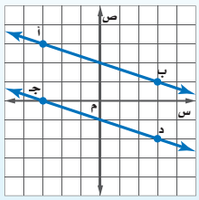
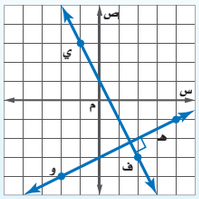
٤) بما أن القطعتين المستقيمتين ي هـ، ف ل موازيتان لمحور الصادات فهما متوازيتان، وبما أن ي ف، هـ ل موازيتان لمحور السينات فهما متوازيتان، ي هـ عمودية على كل من ي ف، هـ ل، وبالمثل ف ل عمودية على كل من ي ف، هـ ل. وبما أن ميل ي ل $= -١$، وميل ف هـ يساوي ١، وبما أن ميل إحدى القطعتين المستقيمتين مقلوب معكوس ميل الأخرى، فإن ي ل ⊥ ف هـ، ويكون الشكل الرباعي الناتج مربعًا.

٥) تمثيل ص $= -٢$س يعامد التمثيل البياني للمستقيمين الآخرين؛ ميله مقلوب معكوس ميل الآخر؛ ٢ص $=$ س و ٤ص $= ٢$س $+ ٤$ متوازيان؛ الميل متساوٍ.

ملخص المفهوم

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

أضف إلى مطويتك

النوع	المستقيمات المتوازية	المستقيمات المتعامدة
التعبير اللفظي:	يكون المستقيمان غير الرأسيين متوازيين إذا تساوى ميلاهما.	يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي −١.
التعبير بالرموز:	أ ب // جـ د	هـ و ⊥ ف ي
نماذج:		

تأكد

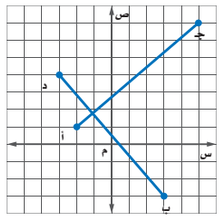
مثال ١ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع :

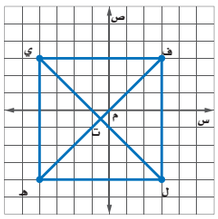
١) (−١، ٢)، ص $= \frac{١}{٢}$ س $- ٣$ ص $= \frac{١}{٢}$ س $+ ٢\frac{١}{٢}$ ٢) (٠، ٤)، ص $= -٤$ س $+ ٥$ ص $= -٤$ س $+ ٤$

مثال ٢ ٣) **حدائق:** حديقة على شكل مضلع رباعي رؤوسه: أ (−٢، ١)، ب (٣، −٣)، جـ (٥، ٧)، د (−٣، ٤)، يقطعها الممران أ جـ، ب د. فهل هذان الممران متعامدان؟ فسِّر إجابتك.

نعم؛ لأن ميل أ جـ $= \frac{٦}{٧}$، وميل ب د $= -\frac{٧}{٦}$ وحاصل ضربهما −١

٤) **هندسة:** المربع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان، وكل ضلعين متجاورين متعامدان، وقطراه متعامدان أيضًا. حدّد إذا كان الشكل الرباعي ف ي هـ ل مربعًا أم لا، وفسر إجابتك. انظر الهامش





مثال ٣ حدد إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ٥، ٦ متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك.

٥) ص $= -٢$س، ٢ص $=$ س، ٤ص $= ٢$س $+ ٤$ ٦) ص $= \frac{١}{٢}$ س، ٣ص $=$ س، ص $= -\frac{١}{٢}$ س

مثال ٤ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي :

٥) انظر الهامش.

٦) ليس بينهما توازٍ أو تعامد .

٧) (−٢، ٣)، ص $= -\frac{١}{٢}$ س $- ٤$ ص $= ٢$س $+ ٧$ ٨) (−١، ٤)، ص $= ٣$ س $+ ٥$ ص $= -\frac{١}{٣}$ س $+ ٣\frac{٢}{٣}$

تدرب وحل المسائل

مثال ١ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

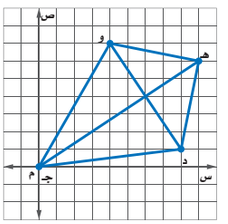
٩) (٤، −٣)، ص = ٣ س − ٥ ص = ٣س − ١٥ ١٠) (٠، ٢)، ص = −٥ س + ٨ ص = − ٥س + ٢

١١) (−٢، ٣)، ص = − $\frac{٣}{٤}$ س + ٤ ١٢) (٩، ١٢)، ص = ١٣ س − ٤ ص = ١٣س − ١٠٥

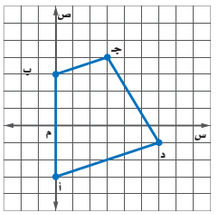
مثال ٢

١٣) **هندسة:** يمثل الشكل جـ د هـ و طائرة ورقية. هل قطراها متعامدان؟ فسر إجابتك.

نعم؛ لأن ميلهما $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٢}$ وحاصل ضربهما −١



١٤) **هندسة:** شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان فقط. فهل الشكل أ ب جـ د شبه منحرف؟ فسر إجابتك.



نعم؛ لأن ميل $\overline{ب جـ}$ = ميل $\overline{أ د}$ = $\frac{١}{٣}$

١٥) حدّد ما إذا كان المستقيمان ص = −٦س + ٤، ص = $\frac{١}{٦}$ س، متعامدين أم لا، وفسر إجابتك. انظر الهامش

مثال ٣ حدّد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ١٥، ١٦ متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:

١٦) ٢س − ٨ص = −٢٤ ، ٤س + ص = −٢، س − ٤ص = ٤ انظر الهامش

١٧) ٣س − ٩ص = ٩ ، ٣ص = س + ١٢ ، ٢س − ٦ص = ١٢ جميعها متوازية

١٨ − ٢١ انظر الهامش

مثال ٤ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

١٨) (−٣، −٢)، ص = −٢س + ٤ ١٩) (−٥، ٢)، ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٣ ٢٠) (−٤، ٥)، ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٦

٢١) اكتب معادلة المستقيم المعامد للمستقيم ص = − $\frac{١}{٢}$ س − ٤ والمار بمقطعه السيني بصيغة الميل والمقطع.

حدّد ما إذا كان المستقيمان في كل مما يأتي متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك:

٢٢) ص = ٤س + ٣ غير ذلك ٢٣) ص = −٢س متوازيان ٢٤) ٣س + ٥ص = ١٠ متعامدان

٤س + ص = ٣ ٢س + ص = ٣ ٥س − ٣ص = −٦

٢٥) اكتب معادلة المستقيم الموازي للمستقيم ص = ٧س − ٣ والمار بنقطة الأصل. ص = ٧ س

٢٦) **علم الآثار:** وجد عالم آثار في منطقة ما قطعة فخارية عند النقطة (٢، ٦) ، وقطعة معدنية عند النقطة (٤، −١)، فهل يتعامد المستقيم المار بكل من القطعة الفخارية والقطعة المعدنية مع المستقيم المار بالنقطتين (٧، ١٠) ، (١٤، ١٢)؟ فسر إجابتك. نعم؛ ميل الأول $\frac{-٧}{٢}$ ، وميل الثاني $\frac{٢}{٧}$.

٢٧) **تصميم:** أنشأ عبدالله تصميمًا باستعمال برنامج حاسوبي حيث رسم قطعة مستقيمة تمر بالنقطتين (−٢، ١)، (٤، ٣)، ثم قطعة أخرى تمر بالنقطتين (٢، −٧)، (٨، −٣)، فهل تصلح هذه النقاط لتكون رؤوسًا لمستطيل؟ فسر إجابتك. انظر الهامش.

الربط مع الحياة

يجمع علماء الآثار القطع الأثرية ويحللونها للحصول على معلومات عن الحضارات القديمة. ويتميزون بالكفاءة والدقة والقدرة على الربط بين الآثار وصولًا إلى النظريات والحقائق العلمية.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٩−٢٠ ، ٣٠−٤١
ضمن ضمن المتوسط	٩−٢٤ فردي ، ٢٥−٢٨ ، ٣٠−٤١
فوق فوق المتوسط	٢٢−٤١

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ − ٨ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تنبيه لحل أسئلة

ورقة المربعات يحتاج الطلاب إلى ورقة مربعات لحل السؤالين ٢٧ ، ٣١

تنبيه!

تجنب الأخطاء: شجع الطلاب على فهم العملية المستعملة بدلاً من تبسيط الإجراءات، فمثلاً، ما الذي يعرفونه من المعطيات؟ وماذا يعرفون عن المستقيمات المتعامدة؟ وما الذي يحتاجون إليه لكتابة معادلة جديدة؟

إجابات:

١٥) نعم؛ الميلان −٦ وَ $\frac{١}{٦}$

١٦) ٢س − ٨ص = −٢٤ وَ ٤س + ص = −٢ متعامدان؛ ٢س − ٨ص = −٢٤ وَ س − ٤ص = ٤ متوازيان.

١٨) ص = $\frac{١}{٢}$ س − $\frac{١}{٢}$

١٩) ص = −٢س − ٨

٢٠) ص = −٣س − ٧

٢١) ص = ٢س + ١٦

٢٧) لا؛ القطعة المستقيمة الواصلة بين (−٢، ١) ، (٤ ، ٣) لا تعامد القطعة المستقيمة الواصلة بين (٤ ، ٣) ، (٨ ، −٣).

تمثيلات متعددة: يستعمل الطلاب في السؤال ٢٨، تمثيلاً في المستوى الإحداثي، ويحللونه للمقارنة بين متوازيات الأضلاع والمستطيلات.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: يجب أن يلاحظ الطلاب أن فيصل وأسامة في السؤال ٣٢ استعملا ميلين مختلفين في المعادلة الأولى. لذا بَيِّن لهم أنه بمجرد تحديد هذا الاختلاف فإنه يتعين عليهم استقصاؤه.

٤ التقويم

بطاقة مكافأة: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا معادلة مستقيم على الصورة: أ س + ب ص = جـ ويمثلوها بيانيًّا، ثم اطلب إليهم رسم مستقيمين يوازيان هذا المستقيم، وصف خصائص هذه المستقيمات باستعمال كل من أ، ب، جـ .

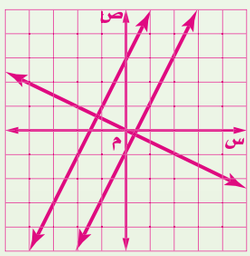
التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرس ٣ – ٤

الاختبار القصير ٤، ص (٥٠)

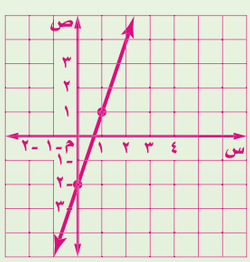
إجابات:

٣١) إجابة ممكنة



٣٣) إذا كان ميل المستقيمان متساويًا فإنهما متوازيان ، وإذا كان حاصل ضرب ميلهما يساوي – ١ فإنهما متعامدان.

٤٠)



٢٨) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة. انظر ملحق الإجابات.

أ) **بيانيًا:** مثّل النقاط أ(–٣، ٣)، ب(٣، ٥)، جـ(–٤، ٠) على المستوى الإحداثي.

ب) **تحليليًا:** حدّد إحداثيات النقطة الرابعة د ليتشكل متوازي أضلاع من النقاط الأربع، وفسّر إجابتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) **تحدٍّ:** إذا وازى المستقيمُ المار بالنقطتين (–٢، ٤)، (٥، د) المستقيمَ ص = ٣س + ٤، فما قيمة د؟ ٢٥

٣٠) **تبرير:** هل المستقيم الأفقي يعامد المستقيم الرأسي أحيانًا أم دائمًا أم لا يعامده أبدًا؟ فسر إجابتك. دائمًا؛ لأن تقاطعهما يشكل زوايا قائمة.

٣١) **مسألة مفتوحة:** مثّل بيانيًّا مستقيمًا يوازي المستقيم ص = ٢س – ١، ومستقيمًا آخر يعامده. انظر الهامش

٣٢) **اكتشف الخطأ:** يحاول فيصل وأسامة إيجاد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ والمار بالنقطة (–٣، ٥). فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك. فيصل؛ لأنه حدد ميل المستقيم العمودي بشكل صحيح.

فيصل	أسامة
ص – ٥ = –٣ [س – (–٣)]	ص – ٥ = ٣ [س – (–٣)]
ص – ٥ = –٣(س + ٣)	ص – ٥ = ٣(س + ٣)
ص = –٣س – ٩ + ٥	ص = ٣س + ٩ + ٥
ص = –٣س – ٤	ص = –٣س + ١٤

٣٣) **اكتب:** وضح كيف يمكنك أن تحدد ما إذا كان مستقيمان معطيان متوازيين أم متعامدين. انظر الهامش

تدريب على اختبار

٣٤) أي نقطتين فيما يأتي يمر بهما مستقيم يوازي مستقيمًا ميله $\frac{٣}{٤}$ ؟ أ

أ) (٠، ٥)، (–٤، ٢) جـ) (٠، ٠)، (٠، –٢)

ب) (٠، ٢)، (–٤، ١) د) (٠، –٢)، (–٤، –٢)

٣٥) **إجابة قصيرة:** يملأ خالد بركة ماء سعتها ٦٠٠٠ جالون بمعدل ثابت، وبعد ٤ ساعات كان في البركة ٨٠٠ جالون. فما عدد الساعات اللازمة لملء البركة كاملة؟ ٣٠ ساعة

مراجعة تراكمية

اكتب كل معادلة مما يأتي بالصورة القياسية: (الدرس ٣-٣)

٣٦) ص – ١٣ = ٤(س – ٢) ٤س – ص = ٥

٣٧) ص – ٥ = –٢(س + ٢) ٢س + ص = ١

٣٨) ص + ٣ = –٥(س + ١) ٥س + ص = –٨

٣٩) **تأجير قوارب:** استأجر محمود ورفاقه قاربًا لمدة ٣ ساعات مقابل ٩٠ ريالًا. (الدرس ٣-٢)

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد التكلفة الكلية (ك) لاستئجار القارب مدة (هـ) ساعة. ك = ٢٥هـ + ١٥

ب) كم ريالًا يكلف استئجار القارب مدة ٨ ساعات؟ ٢١٥ ريالًا

٤٠) مثّل المستقيم ص = ٣س – ٢ بيانيًّا. (الدرس ٣-١) انظر الهامش

٤١) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم ص + ٢س = ٨ (الدرس ٢-٣) ٤ ، ٨

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اكتب النقاط أ (–٤، –١)، ب(١، ٤)، جـ (٤، ١)، د(–١، –٤) على السبورة. واطلب إلى الطلاب تحديد الشكل الهندسي الناتج من وصل هذه النقاط ببعضها للحصول على مضلع، وتفسير إجاباتهم.

مستطيل، بما أن ميل $\overline{أب}$ = ١، وميل $\overline{جـد}$ = ١، إذن $\overline{أب}$ يوازي $\overline{جـد}$ ، وبما أن ميل $\overline{أد}$ = –١، ميل $\overline{ب جـ}$ = –١، إذن $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، ولذا يكون الشكل متوازي أضلاع، وبما أن ميل كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ مقلوب معكوس ميل الآخر، فإن $\overline{أب} \perp \overline{ب جـ}$ ، مما يجعل الشكل مستطيلاً. وبما أن قطريه غير متعامدين، فالشكل ليس مربعًا.

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٣ - ٤

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٨) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

٣-٤ تدريبات إعادة التعليم

المستقيمات الموازية

المستقيمان المتوازيان هما المستقيمان الواقعان في المستوى نفسه، ولا يقطع أحدهما الآخر، ولهما الميل نفسه.

مثال اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (−١، ٦) والموازي للمستقيم ص = ٢ س + ١٢.

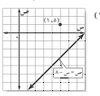
المستقيم الموازي لـ ص = ٢ س + ١٢ له الميل نفسه ٢. عوّض عن م بـ ٢، وعن (س، ص) بـ (−١، ٦) في صيغة الميل ونقطة.

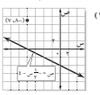
ص − ص١ = م (س − س١)	صيغة الميل ونقطة
ص − ٦ = ٢ (س − (−١))	عوّض عن م بـ ٢، وعن (س١، ص١) بـ (−١، ٦)
ص − ٦ = ٢ (س + ١)	بسّط
ص − ٦ = ٢ س + ٢	خاصية التوزيع
ص = ٢ س + ٨	صيغة الميل والمقطع

لذا المعادلة هي: ص = ٢ س + ٨

تمارين

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كلٍّ مما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

١) 
ص = س − ٤

٢) 
ص = −$\frac{١}{٢}$ س + ٢

٣)
ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ٧

٤) (−٢، ٦)، ص = ٤ س − ٢
ص = ٤ س + ١٠

٥) (٤، ٦)، ص = $\frac{١}{٢}$ س + ١
ص = −$\frac{١}{٢}$ س + ٢

٦) (٤، −٢)، ص = −٢ س + ٣
ص = −٢ س + ٦

٧) (−٤، ٢)، ص = −٣ س + ١٠
ص = −٣ س − ٢

٨) (−٦، ١)، ٣ س + ص = ١٢
ص = −٣ س + ٢

٩) (٤، −٦)، ص + ٢ س = ٥
ص = −$\frac{١}{٢}$ س − ٤

١٠) أوجد معادلة المستقيم الذي مقطعه الصادي ٢، والموازي للمستقيم ٤ س + ٢ ص = ٨
ص = −٢ س + ٢

١١) أوجد معادلة المستقيم الذي مقطعه الصادي −١، والموازي للمستقيم س − ٣ ص = ٦
ص = $\frac{١}{٣}$ س − ١

١٢) أوجد معادلة المستقيم الذي مقطعه الصادي −٤، والموازي للمستقيم ص = ٦
ص = ٠ س − ٤

تدريبات حل المسألة (٢٠) — دون ضمن فوق

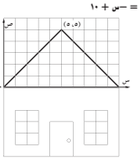
الاسم _____ التاريخ _____

٣-٤ تدريبات حل المسألة

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

١) **فن العمارة:** رُسم المنظر الأمامي لمنزل على ورقة رسم بياني. والمعادلة ص = س تمثل الجانب الأيسر لسطح المنزل. فإذا كانت خطوط السطح تتقاطع بزوايا قوائم، وقمة السطح تُمثل بالنقطة (٥، ٥)، فاكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم التي تمثل الجانب الأيمن للسطح.

ص = −س + ١٠



٢) **آثار:** يقارن عالم آثار موقع صندوق جواهر اكتُشف مع موقع جدار من القرميد. فإذا كانت المعادلة ص = −$\frac{٥}{٣}$ س + ١٣ تمثل الجدار، وكان الصندوق يقع عند النقطة (٩، ١٠)، فاكتب معادلة تمثل المستقيم العمودي على الجدار ويمر بموقع الصندوق.

ص = $\frac{٣}{٥}$ س + ٢

٣) **هندسة:** ينشأ مثلث قائم الزاوية بتقاطع المستقيمات س = ٢، ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ ومستقيم رابع. أوجد معادلة هذا المستقيم الرابع المار بالنقطة (٢، ٠).

(إرشاد: ارسم تمثيلًا بيانيًا لمساعدتك على مشاهدة المستقيمات).

ص = $\frac{١}{٣}$ س − ١

٤) **تصميم داخلي:** تخطّط سلمى لرسم شكل جزيرة في أرضية مطبخ منزلها. وهي ترسم الشكل المطلوب بالتوصيل بين رؤوس البلاطات المربعة ذات العلاقة، ثم تسجّل موقع كل رأس في الجدول الآتي.

الرأس	بعد الرأس عن الجدار الغربي (عدد البلاطات)	بعد الرأس عن الجدار الجنوبي (عدد البلاطات)
أ	٥	٤
ب	٣	٨
جـ	٧	١٠
د	١١	٧

أ) ما عدد أزواج الأضلاع المتوازية في الشكل الذي صُمّم؟ فسّر إجابتك.

زوج واحد: الضلعان ب جـ ، أ د متوازيان لأن ميليهما ٠,٥ متساويان.

ب) ما عدد أزواج الأضلاع المتعامدة في الشكل الذي صُمّم؟

فسّر إجابتك. زوجان: $\overline{ب\,جـ} \perp \overline{أ\,ب}$، $\overline{أ\,ب} \perp \overline{أ\,د}$

لأن ميل $\overline{أ\,ب}$ = −٢، وهو معكوس مقلوب ميل $\overline{ب\,جـ}$، $\overline{أ\,د}$.

جـ) ما شكل الجزيرة الجديدة؟

شبه منحرف

التدريبات الإثرائية (٢١) — فوق

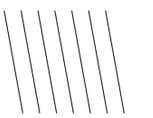
الاسم _____ التاريخ _____

٣-٤ التدريبات الإثرائية

حزمة المستقيمات

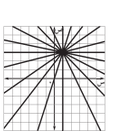
تُسمّى جميع المستقيمات التي تمر بنقطة واحدة في المستوى نفسه حزمة مستقيمات.

وتُسمّى جميع المستقيمات التي لها الميل نفسه ولكنها تختلف في المقاطع حزمة مستقيمات متوازية.

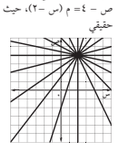


مثّل بيانيًا بعض المستقيمات في كلّ حزمة مستقيمات فيما يأتي:

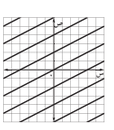
١) حزمة المستقيمات المارّة بالنقطة (١، ٣)



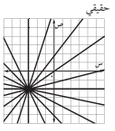
٢) حزمة المستقيمات التي تمثلها المعادلة: ص − ٤ = م (س − ٢)، حيث م أي عدد حقيقي



٣) حزمة المستقيمات الموازية للمستقيم س − ٢ ص = ٧



٤) حزمة المستقيمات التي تمثلها المعادلة: ص = م س + ٣م − ٢، حيث م أي عدد حقيقي



كتاب التمارين (١٨) — دون ضمن فوق

٣ - ٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة، والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

١) (٢، ٣)، ص = س + ٥
ص = س − ١

٢) (−٢، ٥)، ص = −٤ س + ٢
ص = −٤ س − ٣

٣) (−٤، −٦)، ص = −$\frac{١}{٣}$ س + ١
ص = −$\frac{٣}{٤}$ س − ٣

٤) (٥، ٤)، ص = $\frac{٣}{٥}$ س − ٢
ص = $\frac{٣}{٥}$ س + ٢

٥) (١٢، ٣)، ص = $\frac{٤}{٣}$ س + ٥
ص = $\frac{٤}{٣}$ س − ١٣

٦) (٣، ١)، ٢ ص = ٧ س + ٧
ص = −٢ س + ٧

٧) (٣، ٤)، ٢ ص = ٣ س − ٣
ص = $\frac{٣}{٢}$ س + ٦

٨) (−١، −٢)، ٣ س − ص = ٥
ص = ٣ س + ١

٩) (٨، −٢)، ٥ س − ٤ ص = ١
ص = $\frac{٥}{٤}$ س + ١٢

١٠) (−١، −٤)، ٩ س + ٣ ص = ٨

١١) (٥، ٦)، ٤ س + ٣ ص = ١
ص = −$\frac{٤}{٣}$ س − ٢

١٢) (١، ٣)، ٢ ص + ٥ س = ٧
ص = −$\frac{٢}{٥}$ س + $\frac{١١}{٥}$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة، والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

١٣) (−٢، −٢)، ص = −$\frac{١}{٣}$ س + ٩
ص = ٣ س + ٤

١٤) (٥، ٦)، س − ص = ٥
ص = −س − ١

١٥) (−٤، −٣)، ٤ س + ص = ٧
ص = $\frac{١}{٤}$ س − ٢

١٦) (١، ٠)، ص + ٥ ص = ١٥
ص = ٥ س + ١

١٧) (٤، ٢)، س − ٦ ص = ٢
ص = −٦ س + ١٦

١٨) (−١، −٧)، ٣ ص + ١٢ ص = −٦
ص = ٤ س − ٣

١٩) (−٤، ١)، ٤ ص + ٧ ص = ٦
ص = $\frac{٧}{٤}$ س + ٨

٢٠) (٥، ١٠)، ٥ س + ٤ ص = ٨
ص = $\frac{٤}{٥}$ س − ٣

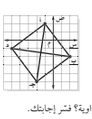
٢١) (−٤، ٥)، ٢ ص − ٥ ص = −١٠
ص = −$\frac{٥}{٢}$ س + ٥

٢٢) (١، ١)، ٣ س + ٢ ص = −٧
ص = $\frac{٢}{٣}$ س − $\frac{٥}{٣}$

٢٣) (−٦، −٥)، ٤ س + ٣ ص = −٦
ص = $\frac{٣}{٤}$ س − $\frac{١}{٤}$

٢٤) (−٣، ٥)، ٥ س − ٦ ص = ٩
ص = −$\frac{٦}{٥}$ س + $\frac{٧}{٥}$

٢٥) **هندسة:** بين إذا كان قطرا الشكل الرباعي أب جـ د يعامد كل منهما الآخر؟ وفسر إجابتك.



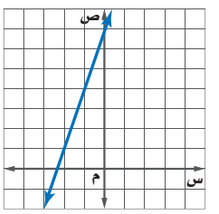
نعم، متعامدان؛ لأن ميليهما ٧، −$\frac{١}{٧}$ ، وكلاهما معكوس مقلوب الآخر.

٢٦) **هندسة:** هل المثلث أب جـ الذي رؤوسه أ (٠، ٤)، ب (٢، ١)، جـ (٤، ٦)، قائم الزاوية؟ فسّر إجابتك.

نعم، الضلعان أ ب، أ جـ متعامدان؛ لأن ميليهما ٢، −$\frac{١}{٢}$ ، وكلاهما معكوس مقلوب الآخر.

ملحوظات المعلم

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل بيانيًّا في الشكل الآتي:

١) 

ص = ٣س + ٧

مثّل بيانيًّا كلًّا من المعادلتين الآتيتين : انظر الهامش

٢) ص = ٢س + ٣

٣) ص = $\frac{١}{٣}$ س − ٢

٤) **قوارب:** اكتب بصيغة الميل والمقطع المعادلة التي تمثل تكلفة استئجار قارب (ص) واستعماله مدة (ن) ساعة.
ص = ٦٠ن + ٢٠

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم في كل مما يأتي:

٥) (٢، ٥)، الميل ٣. ص − ٥ = ٣ (س − ٢)

٦) (−٣، −١)، الميل $\frac{١}{٢}$. ص + ١ = $\frac{١}{٢}$ (س + ٣)

٧) (−٣، ٤)، (١، ١٢). إجابة ممكنة: ص − ٤ = ٢ (س + ٣)

٨) **اختيار من متعدد:** ما معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠، ٠) وميله = −٤ ؟ جـ

أ) ص = س − ٤ جـ) ص = −٤س

ب) ص = −٤ س + ٤ د) ص = ٤ − س

٩) اكتب المعادلة ص + ٣ = $\frac{١}{٢}$ (س − ٥) على الصورة القياسية.
س − ٢ص = ١١

اكتب بصيغة الميل والمقطع كل معادلة فيما يأتي:

١٠) ص − ٣ = ٤(س + ٣) ص = ٤س + ١٥

١١) ص + ١ = $\frac{١}{٢}$ (س − ٨) ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٥

١٢) ص + ٤ = −٧ (س − ٣) ص = −٧س + ١٧

١٣) بيِّن ما إذا كان المستقيمان :
ص = −٦س + ٨ ، ٣س + $\frac{١}{٢}$ ص = −٣ متوازيين، أم متعامدين، أم غير ذلك. وفسّر إجابتك. انظر الهامش

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

١٤) (٣، −٤)، ص = − $\frac{١}{٣}$ س − ٥ ص = ٣س − ١٣

١٥) (٠، −٣)، ص = −٢س + ٤ ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٣

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

١٦) (−٤، −٥)، −٤س + ٥ص = −٦ ص = $\frac{٤}{٥}$ س − $\frac{٩}{٥}$

١٧) (−١، −٤)، −س − ٢ص = ٠ ص = − $\frac{١}{٢}$ س − $\frac{٩}{٢}$

١٨) **اختيار من متعدد:** ثمن وجبة الطعام في أحد المطاعم ١٢ ريالًا مضافًا إليها ٢,٥٠ ريال لكل نوع إضافي من المقبلات. أي المعادلات الآتية تمثل ثمن وجبة طعام مع العدد(ت) من المقبلات. جـ

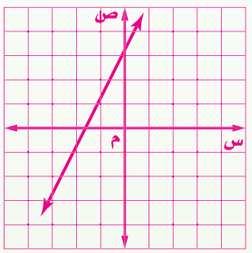
أ) ص = ١٢ت + ٢,٥ جـ) ص = ١٢ + ٢,٥ ت

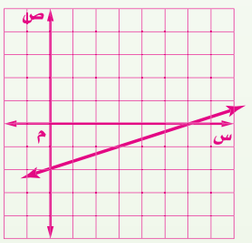
ب) ص = ١٤,٥٠ ت د) ص = ٢,٥٠ت − ١٢

المعالجة

بناء على نتائج اختبار الفصل استعمل مخطط المعالجة في مراجعة المفاهيم التي لاتزال تشكل تحديًا للطلاب.

إجابات:

٢)


٣)


١٣) متوازيان ؛ لأن لهما الميل نفسه، ويساوي (−٦)

مخطط المعالجة

المستوى ١	ضمن المتوسط	المستوى ٢	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب فيما لايزيد على ٢٥٪ تقريبًا من التمارين.	إذا	أخطأ بعض الطلاب في ٥٠٪ تقريبًا من التمارين.
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	المصدر الآتي:
كتاب الطالب	الدروس ٣-١، ٣-٢ ، ٣-٣ ، ٣-٤	زيارة الموقع	www.obeikaneducation.com
دليل المعلم	مشروع الفصل ص (٨٢)		
زيارة الموقع	www.obeikaneducation.com		

تشخيص أخطاء الطلاب.

تفحص إجابات الطلاب على كل فقرة؛ إذ قد تشير إجاباتهم إلى أخطاء شائعة وأخطاء مفاهيمية.

١) أ) عدم فهم العلاقة بين الميل والمقاطع.
ب) عدم فهم العلاقة بين الميل والمقاطع.
جـ) عدم فهم العلاقة بين الميل والمقاطع.
د) الإجابة صحيحة.

٢) أ) التحقق من المعادلة عند ١٥° فقط
ب) التحقق من المعادلة عند ١٠° فقط.
جـ) الإجابة صحيحة.
د) التحقق من المعادلة عند ١٠° فقط.

٣) أ) أخطأ في الإشارة.
ب) الإجابة الصحيحة.
جـ) عكس البسط والمقام مع خطأ في الإشارة.
د) عكس البسط والمقام.

٤) أ) أخطأ في استخدام العملية المناسبة.
ب) أخطأ في استخدام العملية المناسبة.
جـ) أخطأ في استخدام العملية المناسبة.
د) الإجابة الصحيحة.

٥) أ) لم يقسم على معامل المتغير.
ب) أخطأ في إيجاد ناتج القسمة.
جـ) الإجابة الصحيحة.
د) أخطأ في الإشارة.

٦) أ) الإجابة الصحيحة.
ب) أوجد قيمة ب + ٤.
جـ) أخطأ في استخدام العملية المناسبة.
د) أهمل وجود الأقواس، وأخطأ في استعمال العمليات.

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) إذا كان للمستقيم ميل موجب ومقطع صادي سالب، فماذا يحدث للمقطع السيني إذا زاد كلٌّ من الميل والمقطع الصادي إلى مثليه؟ د

أ) يصبح المقطع السيني أربعة أمثال الأصلي.

ب) يصبح المقطع السيني مثلي الأصلي.

جـ) يصبح المقطع السيني $\frac{١}{٤}$ الأصلي.

د) يبقى المقطع السيني كما هو.

٢) يبين الجدول أدناه العلاقة بين درجات الحرارة السيليزية والفهرنهايتية. فأي المعادلات الخطية الآتية تمثل هذه العلاقة؟ جـ

الدرجات السيليزية (س)	الدرجات الفهرنهايتية (ف)
١٠°	٥٠°
١٥°	٥٩°
٢٠°	٦٨°
٢٥°	٧٧°
٣٠°	٨٦°

أ) $ف = \frac{٨}{٥}س + ٣٥$
جـ) $ف = \frac{٩}{٥}س + ٣٢$
ب) $ف = \frac{٤}{٥}س + ٤٢$
د) $ف = \frac{١٢}{٥}س + ٢٦$

٣) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٠، ٥)، (٦، ٢) يساوي: ب

أ) $\frac{١}{٣}$
جـ) ٢
ب) $-\frac{١}{٢}$
د) -٢

٤) حل المعادلة: $\frac{س}{١٢} = ٥$ هو: د

أ) $\frac{١٢}{٥}$
جـ) ١٧
ب) $\frac{٥}{١٢}$
د) ٦٠

٥) حل المعادلة: $-٩ = ٣ت + ٦$ هو: جـ

أ) -١٥
جـ) -٥
ب) -٣
د) ٥

٦) حل المعادلة: $٣(ب + ٤) = ٣٣$ هو: أ

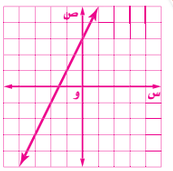
أ) ٧
جـ) ١٥
ب) ١١
د) ٢٦

الفصول: ١ - ٣

إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٧) مثّل الدالة ص= ٢س + ٣ بيانيًّا.



٨) وضِّح كيف تحدد ما إذا كان مستقيمان متوازيين أم متعامدين.
إجابة ممكنة: أقارن بين ميلي المستقيمين. فإذا كان لهما الميل نفسه فهما متوازيان، وإذا كان ميل أحدهما معكوسَ مقلوبِ الآخر فهما متعامدان.

٩) حل المعادلة ٢(س−١) =٨ إذا كانت مجموعة التعويض هي: { ١، ٣، ٥، ٧، ٩ } . ٥

١٠) اكتب كلًّا من مجال ومدى العلاقة:
{ (١، ٣) ، (٢، ٤) ، (٣، ٥) ، (٤، ٦) }.
المجال = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}
المدى = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

١١) حدد ما إذا كانت العلاقة الآتية دالة أم لا، وفسر إجابتك:
{ (٨، ٤) ، (٦، ٣) ، (٤، ٢) ، (٢، ١) ، (٠، ٠) }
نعم ؛ لأن كل عنصر في المجال ارتبط بعنصر واحد فقط في المدى.

١٢) حل المعادلة: |س − ٦| = ١١. ١٧ ، −٥

١٣) حل المعادلة: ٢٥س − ٢٢٠ = ٥س ١١

١٤) اكتب المعادلة: ٢٥ س − ٣٥ = ٥ ص بالصورة القياسية.
٥س − ص = ٧

إجابة مطولة

أجب عن كلِّ سؤال موضحًا خطوات الحل:

١٥) منطاد على ارتفاع ٦٠ قدمًا فوق الأرض بدأ الصعود بمعدل ١٥ قدمًا في الدقيقة.

أ) كون جدولًا يبين ارتفاع المنطاد بعد انقضاء ١، ٢، ٣، ٤ دقائق.

الزمن (بالدقيقة)	١	٢	٣	٤
ارتفاع المنطاد (بالقدم)	٧٥	٩٠	١٠٥	١٢٠

ب) لتكن (ن) تمثل الزمن بالدقائق منذ بداية صعود المنطاد. اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد الارتفاع (ع) للمنطاد بعد (ن) دقيقة. ع= ٦٠ + ١٥ن

جـ) استعمل المعادلة التي كتبتها، وأوجد ارتفاع المنطاد في الفرع ب لتجد الارتفاع بالأقدام للمنطاد بعد ٨ دقائق من بدء صعوده.
١٨٠ قدمًا

للمساعدة ..															
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
فراجع الدرس ..	٢-٣	٢-٣	٢-٥	١-٢	١-٣	١-٣	٢-٣	٣-٤	١-١	٢-١	٢-٢	١-٥	١-٤	٣-٣	٢-٦

التقويم التكويني:

يمكن استعمال هذه الصفحات لتختبر مدى تقدم الطالب.

بديل الواجب المنزلي

التهيئة للفصل ٤: حدد الأسئلة ص (١١١) واجبًا منزليًّا لتقويم مهارات المتطلبات السابقة للفصل القادم.

الفصل ٤

مخطط الفصل

التقويم التشخيصي
اختبار سريع ص (١١١)

	الدرس ٤-١	حصتان	استكشاف ٤-٢	حصة واحدة	الدرس ٤-٢	ثلاث حصص
العنوان	حل المتباينات بالجمع أو بالطرح		معمل الجبر: حل المتباينات		حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة	
الأهداف	• حل متباينات خطية باستعمال الجمع. • حل متباينات خطية باستعمال الطرح.		• استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المتباينات.		• حل المتباينات الخطية باستعمال الضرب. • حل المتباينات الخطية باستعمال القسمة.	
المفردات	الصفة المميزة للمجموعة				خاصية الضرب للمتباينات خاصية القسمة للمتباينات	
التمثيلات المتعددة	ص (١١٦)				ص (١٢٢)	
مصادر الدرس	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٦) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٨) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٩) فوق • كتاب التمارين ص(١٩) دون ضمن فوق				• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٠) دون • تدريبات حل المسألة، ص (١٢) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (١٣) فوق • كتاب التمارين ص(٢٠) دون ضمن فوق	
التقنيات لكل درس	السبورة التفاعلية، ص (١١٤)				السبورة التفاعلية، ص (١١٩)	
تنويع التعليم	ص (١١٤، ١١٦)				ص (١١٩، ١٢٢)	

المفاتيح: دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

المتباينات الخطية

الخطة الزمنية		
التدريس	المراجعة و التقويم	المجموع
(١٤) حصة	(٢) حصة	(١٦) حصة

الدرس ٤-٣ حصتان	استكشاف ٤-٤ حصة واحدة	الدرس ٤-٤ حصتان	الدرس ٤-٥ ثلاث حصص
حل المتباينات المتعددة الخطوات	معمل الجبر: قراءة العبارات المركبة	حل المتباينات المركبة	حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة
• حل متباينات خطية تتضمن أكثر من عملية واحدة. • حل متباينات خطية تتضمن خاصية التوزيع.	• تحديد صحة أو خطأ العبارات المركبة التي تحتوي أداة الربط (و) ، (أو).	• حل متباينات مركبة تحتوي أدلة الربط (و) وتمثيل مجموعة حلها بيانيًا. • حل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (أو) وتمثيل مجموعة حلها بيانيًا.	• حل متباينات القيمة المطلقة (>) وتمثيلها بيانيًا. * حل متباينات القيمة المطلقة (<) وتمثيلها بيانيًا.
		المتباينة المركبة التقاطع الاتحاد	
ص (١٢٦)		ص (١٣٢)	ص (١٣٧)
• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٤) دون • تدريبات حل المسألة، ص (١٦) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (١٧) فوق • كتاب التمارين ص(٢١) دون ضمن فوق		• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٨) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٢١) فوق • كتاب التمارين ص(٢٢) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٢٢) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٢٥) فوق • كتاب التمارين ص(٢٣) دون ضمن فوق
السبورة التفاعلية، ص (١٢٥)		الكاميرا الرقمية، ص (١٣١)	الكاميرا الرقمية، ص (١٣٦)
ص (١٢٥ ، ١٢٧)		ص (١٣٢ ، ١٣٣)	ص (١٣٥ ، ١٣٨)

التقويم التكويني
اختبار منتصف الفصل، ص (٧٠)

التقويم الختامي
• اختبار الفصل ص (١٣٩)

الفصل ٤ التقويم والمعالجة

	التشخيص	المعالجة
التقويم التشخيصي	**بداية الفصل ٤**	
	التهيئة للفصل ٤ ، ص (١١١)	مخطط المعالجة، ص (١١٠ ج)
	بداية كل درس	
	فيما سبق، والآن، لماذا؟	مراجعة المفاهيم والمهارات الأساسية مع الطلاب
التقويم التكويني	**خلال كل درس وبعده**	
	تحقق من فهمك، لكل مثال تأكد مسائل مهارات التفكير العليا مراجعة تراكمية أمثلة إضافية تنبيه! الخطوة ٤، التقويم الاختبارات القصيرة ، ص (٦٨، ٦٩) www.obeikaneducation.com	تدريبات المهارات، الفصل ٤ تنويع التعليم تنويع الواجبات المنزلية تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٤ www.obeikaneducation.com
	منتصف الفصل	
	اختبار منتصف الفصل، ص (٧٠) www.obeikaneducation.com	تدريبات المهارات، الفصل ٤ تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٤ www.obeikaneducation.com
	نهاية الفصل	
	اختبار الفصل، ص (١٣٩) www.obeikaneducation.com	تدريبات المهارات، الفصل ٤ تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٤ www.obeikaneducation.com
التقويم الختامي	**بعد انتهاء الفصل ٤**	
	اختبار الفصل، النماذج ١، ٢ أ، ٢ ب ، ص (٧٢-٧٧) اختبار الفصل، النموذج ٣ ، ص (٧٨، ٧٩) اختبار المفردات ، ص (٧١) اختبار الفصل ذو الإجابة المطولة ، ص (٨٠) اختبار تراكمي ، ص (٨١-٨٣) www.obeikaneducation.com	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٤ www.obeikaneducation.com

كتاب الطالب | دليل المعلم | مصادر المعلم للأنشطة الصفية | دليل التقويم | شبكة الإنترنت

تنويع التعليم

البديل ١ جميع المستويات دون ضمن فوق

المتعلمون البصريون / المكانيون: ارسم على شفافية خط أعداد كبير مع خطين متقطعين أفقيين فوقه للمساعدة. كما يمكن رسم خط الأعداد والخطين المتقطعين على قطعة من الورق ثم يُغطى بطبقة شفافة.

أعط الطلاب متباينة مركبة على صورة عبارتين. واطلب إليهم تمثيل مجموعة حل كل من المتباينتين على أحد الخطين المتقطعين باستعمال قلم ألوان قابل للمسح، ثم مسح أجزاء التمثيل التي لا يشترك فيها الخطان المتقطعان إذا احتوت المتباينة أداة الربط (و)؛ مما يعطيهم صورة واضحة عن الجزء الذي يجب استعماله لتمثيل الحل على خط الأعداد.

المتعلمون المنطقيون: اكتب المعادلة س − ١٢ = ٨ على السبورة. وراجع خاصيتي الجمع والطرح في المساواة أثناء حل المعادلة لإيجاد قيمة س. ثم بدّل إشارة > مكان إشارة المساواة.

ناقش أوجه الشبه بين الحلين، وكرر ذلك باستعمال إشارات المتباينة كلها.

البديل ٢ دون المتوسط دون

اكتب: + ، − ، > ، < على بطاقات لاصقة. واطلب إلى الطلاب أن يكتبوا على دفاترهم متباينة معامل س فيها سالب مثل:

[−] ٤ س [<] [+] ٨ مستعملين البطاقات اللاصقة. وبين لهم أنه نظرًا إلى أن معامل س سالب فيجب تغيير كل الإشارات إلى عكسها لتصبح المتباينة

[+] ٤س [>] [−] ٨، وعليه فيمكنهم حل المتباينة دون قلق بالنسبة للإشارة.

البديل ٣ دون المتوسط دون

إذا واجه الطلاب صعوبة في اختيار إشارة المتباينة المناسب للمسألة اللفظية فاطلب إليهم استعمال الجدول صفحة ١١٤ لكتابة كل عبارة من عبارات المتباينات على بطاقة مع كتابة الإشارة المناسبة على ظهرها. ويمكنهم اختيار البطاقة التي تحمل التعبير نفسه المستعمل في المسألة والتي تكون إشارة المتباينة المناسبة للمسألة على ظهرها عند حل مسائل لفظية كالمثال ٤ صفحة ١١٤ .

البديل ٤ فوق المتوسط فوق

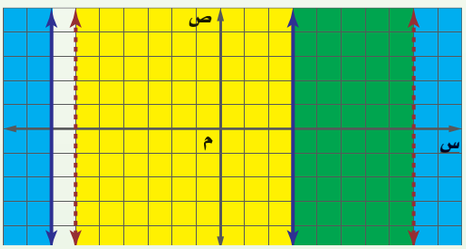
اطلب إلى الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لحل متباينات قيمة مطلقة مركبة مرتبطة بأداة الربط (و) أو (أو).

وعلى سبيل المثال

$|س + ٢| \geq ٥$ وَ $|س - ١| > ٧$

$س + ٢ \geq ٥$ أو $س + ٢ \leq -٥$ وَ $-٧ > س - ١ > ٧$

$س \geq ٣$ أو $س \leq -٧$ $-٦ > س > ٨$



- هل يمكن تمثيل مجموعة الحل على خط الأعداد، أم في المستوى؟ المستوى.
- ماذا تمثل منطقة الحل؟ تقاطع تمثيلي المتباينتين

الفصل ٤ المحتوى الرياضي

الترابط الرأسي

ما قبل الفصل ٤

مواضيع سابقة قبل الصف الثالث المتوسط

- استعمال أشكال ڤن لعرض العلاقات.
- استعمال خاصية التوزيع لتبسيط المعادلات الجبرية.
- تحويل المعادلات الخطية وحلها.
- تمثيل معادلة الخط المستقيم بيانيًّا.

الفصل ٤

مواضيع من الصف الثالث المتوسط

- تكوين متباينات خطية لحل المسائل.
- استقصاء طرائق حل المتباينات الخطية باستعمال خصائص المتباينة.
- حل المتباينات الخطية.
- تفسير حل المتباينات الخطية والتحقق من معقوليته.

ما بعد الفصل ٤

الإعداد للمرحلة الثانوية

- استعمال المهارات الجبرية المطلوبة لحل المعادلات والمتباينات في مواقف حل المسألة.
- استعمال الطرائق الجبرية أو التمثيل البياني أو الجداول لحل أنظمة من المتباينات.
- حل متباينات تربيعية باستعمال التمثيل البياني والجداول والطرائق الجبرية.

ملخص الدروس

٤-١ حل المتباينات بالجمع وبالطرح

يمكن حل بعض المعادلات باستعمال خاصيتي الجمع والطرح على المساواة لفصل المتغير الذي معامله يساوي ١ في أحد طرفي المعادلة (الدرس ٢ – ١). ويمكن حل بعض المتباينات أيضًا بطريقة مماثلة إلى حد كبير.

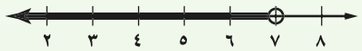
تنص خاصيتا الجمع والطرح في المتباينات على أن طرح أو إضافة أي عدد إلى كل طرف من طرفي متباينة صحيحة ينتج متباينة صحيحة أيضًا.

ويمكن التعبير عن حل المتباينة بطرائق عدة، منها:

- كتابة الحل على صورة مجموعة بذكر الصفة المميزة مثل:

{س | س < ٧}، وتُقرأ «مجموعة كل الأعداد س حيث س أقل من ٧».

- وتعني الإشارة < أن ٧ هو الحد الفاصل، وهو ليس من ضمن مجموعة الحل.
- ويمكن تمثيل الحل بيانيًّا على خط الأعداد على النحو الآتي:



إذْ تدل الدائرة غير المظللة عند ٧ على أن العدد ٧ ليس من ضمن مجموعة الحل. ويدل السهم الغامق الذي يشير إلى اليسار على أن حل هذه المتباينة هو جميع الأعداد التي تقل عن ٧.

على حين يشير السهم إلى يمين الحد الفاصل إلى أن الحل هو الأعداد التي تزيد على الحد.

وفي حالة احتواء المتباينة على إحدى الإشارتين ≤ أو ≥ ، فإن العدد الحدي يكون ضمن مجموعة الحل، وترسم دائرة مظللة عند العدد الحدي على خط الأعداد.

٤-٢ حل المتباينات بالضرب وبالقسمة

يمكن حل بعض المعادلات باستعمال خاصيتي الضرب والقسمة على المساواة لإيجاد قيمة المتغير عندما يكون معامله عدد لا يساوي العدد ١ (الدرس ٢ – ٢). وتحل بعض المتباينات بطريقة مماثلة إلى حد كبير، إلا أن هناك فرقًا رئيسًا واحدًا وهو أنه يجب عكس اتجاه رمز المتباينة عند ضرب كل من طرفي المتباينة في العدد السالب نفسه أو قسمة طرفيها على العدد السالب نفسه.

المتباينات الخطية

٤-٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

يمكن حل المتباينات المتعددة الخطوات بالإجراءات ذاتها المستعملة في حل المعادلات المتعددة الخطوات (الدرس ١ – ٣). إذ يمكن حل هذه المتباينات باستعمال خصائص المتباينة وخطة الحل عكسيًّا. فبعد تبسيط كل من الطرفين باستعمال خاصية التوزيع و/ أو بجمع الحدود المتشابهة، حُل المتباينة بترتيب معاكس لترتيب العمليات. وذلك بأن تستعمل خاصيتي الجمع والطرح على المتباينات أولًا، ثم خاصيتي الضرب أو القسمة على المتباينات.

- إذا تم تبسيط المتباينة إلى عبارة غير صحيحة أبدًا مثل ٤ > ٨، فإن مجموعة الحل عندئذ هي المجموعة الخالية ∅ التي لا تحتوي أية عناصر.
- إذا نتج عن الحل عبارة صحيحة دائمًا مثل ٥ > ٣، فإن مجموعة الحل عندئذ هي مجموعة الأعداد الحقيقية كلها {س | س عدد حقيقي}.

٤-٤ حل المتباينات المركبة

إذا تم ربط متباينتين بأداة الربط (و) أو (أو)، فإن النتيجة تُسمى متباينة مركبة.

- إذا احتوت المتباينة المركبة أداة الربط (و)، فإن حلها هو الحل المشترك للمتباينتين معًا. والتمثيل البياني هو تقاطع التمثيلين البيانين لحلي المتباينتين.
- إذا احتوت المتباينة المركبة أداة الربط (أو)، فإن حلها هو حل إحدى المتباينتين أو كلتيهما. والتمثيل البياني للحل هو اتحاد تمثيلي حل المتباينتين.

كما أن الخصائص المستعملة لحل المتباينات المركبة هي نفسها المستعملة في حل المتباينات.

٤-٥ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

يمكن حل متباينات القيمة المطلقة جبريًّا بكتابتها على صورة متباينات مركبة.

وهناك حالتان ممكنتان عند حل متباينات القيمة المطلقة المركبة:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة موجبة أو صفرًا.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

مجموعة حل المتباينة |س| < ن هي {س| –ن < س< ن}.

مجموعة حل المتباينة |س| ≤ ن هي {س| –ن ≤ س ≤ ن}.

مجموعة حل المتباينة |س| > ن هي {س| س > ن أو س <–ن}.

مجموعة حل المتباينة |س| ≥ ن هي {س| س ≤ ن أو س ≥–ن}.

مشروع الفصل

نعم لترشيد استهلاك المياه

يستعمل الطلاب ما تعلموه عن كتابة المتباينات وحلها وتمثيلها بيانيًّا للتعامل مع حقائق متعلقة باستهلاك المياه والوضع المائي في المملكة.

- وزّع الطلاب في مجموعات، واطلب إلى كل مجموعة اختيار إحدى الجهات ذات الصلة بالوضع المائي لجمع المعلومات عن كميات الأمطار ومصادر المياه ومعدل استهلاك الفرد الواحد من المياه وغيرها من المعلومات ذات الصلة.
- اطلب إلى الطلاب اقتراح وسائل من شأنها أن تقلل استهلاك المياه.
- اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا متباينات بالكلمات والرموز تتعلق بكميات استهلاك المياه س، على سبيل المثال، معدّل الاستهلاك اليومي للفرد من الماء في السعودية يصل إلى ٢٨٦ لترًا، يمكن كتابتها على الصورة س ≥ ٢٨٦ .
- اطلب إلى الطلاب أن يجروا مسحًا على ٥٠ شخصًا على الأقل ويطرحوا عليهم السؤال الآتي:
«هل تستعمل أي وسائل لترشيد استهلاك المياه في منزلك؟»

ثم يجمعوا البيانات ويحسبوا: العدد الكلي للأشخاص الذين أجرى عليهم المسح؛ وعدد الذين أجابوا بِـ «نعم»، ويكتبوا نسبة الذين أجابوا بِـ «نعم» على صورة كسر اعتيادي، ونسبة مئوية.

المفردات قدم مفردات الفصل باستعمال النمط الآتي:

التعريف الصفة المميزة للمجموعة هي طريقة مختصرة لكتابة مجموعة الحل.

مثال: اكتب حل المتباينة س − ١ ≤ ٣ باستعمال الصفة المميزة

{ س | س ≤ ٤ }

اسأل: اكتب حل المتباينة س + ٢ > ٥ باستعمال الصفة المميزة؟

{س | س > ٣}

المطويات منظم أفكار

غرضها يكتب الطلاب ملاحظاتهم حول الطرائق المختلفة لحل المتباينات عند عرض تلك الطرائق في دروس الفصل.

وظيفتها اطلب إلى الطلاب تكوين مطوياتهم وتسميتها كما عرضت، وأن يكتبوا ملاحظاتهم في الأقسام المناسبة بالإضافة إلى الأشكال والأمثلة عند دراسة كل درس من دروس الفصل.

وقت استعمالها شجع الطلاب على الإضافة بصورة مستمرة إلى مطوياتهم خلال دراستهم الفصل واستعمالها في المراجعة لاختبار الفصل.

تنويع التعليم

نموذج بناء المفردات، ص (٦٦) .

يكمل الطلاب هذا النموذج بكتابة تعريف كل مفردة جديدة تظهر لهم في أثناء دراسة الفصل أو مثال عليها، ويستفيدون من ذلك في أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

الفصل ٤

المتباينات الخطية

فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية.

والآن

- أحل متباينات ذات خطوة واحدة، وأخرى متعددة الخطوات.
- أحل متباينات مركبة ، وأخرى تتضمن القيمة المطلقة.

لماذا ؟

مياه: تعاني دول مجلس التعاون لدول الخليج العربي من نقص كميات الأمطار السنوية. وتشير الإحصاءات إلى أن معدل الأمطار السنوي يتراوح بين ٧٠ إلى ١٣٠ ملمترًا، باستثناء السلاسل الجبلية في الجنوب الغربي للمملكة العربية السعودية وجنوب عُمان التي قد يصل معدل الأمطار في كل منها إلى أكثر من ٥٠٠ ملم.

المطويات منظم أفكار

المتباينات الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المتباينات الخطية مبتدئًا بورقة A4 .

١ **اطو** جانبي الورقة طوليًّا بحيث تلتقي الحافتان في الوسط.

٢ **اعد** طي الورقة نصفين.

٣ **افتح** الورقة وقصّ كلًا من الطرفين على خط الطي العرضي حتى تصل إلى الخط الرأسي.

٤ **سمّ** الطيات الأربع بأرقام الدروس.

التهيئة للفصل ٤

تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من فهمك للمهارات السابقة الضرورية :

البديل الأول

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

أوجد قيمة كل من العبارتين الآتيتين عند القيم المعطاة بجوارهما :

١) ٣س + ص إذا كانت س = −٤ ، ص = ٢ −١٠

٢) −٢م + ٣ك إذا كانت م = −٨ ، ك = ٣ ٢٥

٣) **سيارات:** تمثل العبارة $\frac{\text{ف كلم}}{\text{ل لتر}}$ معدل استهلاك الوقود في السيارة. احسب (إلى أقرب جزء من عشرة) معدل استهلاك سيارة للوقود إذا استهلكت ١٢ لترًا من البنزين عندما قطعت ٩٥ كلم. ٧,٩

حل كلًّا من المعادلات الآتية:

٤) س + ٨ = −٣ −١١ ٥) ٤س = −١٦ −٤

٦) $\frac{\text{س}}{٣}$ = ٧ ٢١ ٧) ٢س + ١ = ٩ ٤

٨) ٩س + ٢ = ٣س − ١٠ −٢

٩) ٣(س − ٢) = −٢(س + ١٣) −٤

١٠) **نقود:** في حصالة صالح ٣٢٥ ريالًا، ويرغب في أن يدخر ١٠٠ ريال كل شهر. اكتب معادلة لإيجاد المبلغ (م) الذي سيصبح معه بعد (ن) شهرًا .

م = ١٠٠ن + ٣٢٥

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

١١) |س + ١١| = ١٨ {−٢٩، ٧}

١٢) |٣س − ٢| = ١٦ $\{-\frac{١٤}{٣}، ٦\}$

١٣) **دراسة:** في دراسة مسحية، وجد أن ٧٢٪ من الأشخاص يفضلون قراءة الكتب الدينية ، فإذا كانت نسبة الخطأ في النتائج ٢٪، فما الحدان الأدنى والأعلى للنسبة المئوية للذين يفضلون قراءة الكتب الدينية. ٧٠٪، ٧٤٪

مراجعة سريعة

مثال ١

أوجد قيمة −٣س^{٢} + ٤س − ٦ إذا كانت س = −٢.

−٣س^{٢} + ٤س − ٦	المعادلة الأصلية
= −٣(−٢)^{٢} + ٤(−٢) − ٦	عوّض س = −٢
= −٣(٤) + ٤(−٢) − ٦	احسب القوة
= −١٢ + (−٨) − ٦	اضرب
= −٢٦	اجمع واطرح

مثال ٢

حل المعادلة: −٢(س − ٤) = ٧س − ١٩.

−٢(س − ٤) = ٧س − ١٩	المعادلة الأصلية
−٢س + ٨ = ٧س − ١٩	خاصية التوزيع
−٢س + ٨ + ٢س = ٧س − ١٩ + ٢س	أضف ٢س
٨ = ٩س − ١٩	بسّط
٨ + ١٩ = ٩س − ١٩ + ١٩	أضف ١٩
٢٧ = ٩س	بسّط
٣ = س	اقسم كلا الطرفين على ٩

مثال ٣

حل المعادلة : |س − ٤| = ٩.

إذا كانت |س − ٤| = ٩، فإما أن تكون

س − ٤ = ٩	أو س − ٤ = −٩
س − ٤ + ٤ = ٩ + ٤	س − ٤ + ٤ = −٩ + ٤
س = ١٣	س = −٥

إذن مجموعة الحل: {−٥، ١٣}.

البديل الثاني

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com .

المعالجة

استعمل نتائج الاختبار السريع ومخطط المعالجة أدناه لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب.

كما تساعدك أيضًا العبارة إذا كان .. فقم في المخطط أدناه على تحديد المستوى، المناسب وتقترح مصادر لكل مستوى.

مخطط المعالجة

المستوى ١ — ضمن المتوسط

إذا: أخطأ بعض الطلاب فيما لايزيد على ٢٥٪ تقريبًا من التمارين.

فقم: باختيار أحد المصادر الآتية:

مراجعة الدروس ١-٢ ، ١-٥ من كتاب الطالب.

متابعة مشروع الفصل كتاب المعلم ص (١١٠)

زيارة الموقع: www.obeikaneducation.com

المستوى ٢ — دون المتوسط

إذا: أخطأ بعض الطلاب في ٥٠٪ تقريبًا من التمارين.

فقم: بتحديد أخطائهم، وضعْ أنشطة علاجية لذلك.

زيارة الموقع: www.obeikaneducation.com

٤ - ١ ملاحظات الدرس

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٤ - ١

حل المعادلات بالجمع أو بالطرح.

الدرس ٤ - ١

حل المتباينات الخطية بالجمع أو بالطرح.

ما بعد الدرس ٤ - ١

حل نظام من متباينتين خطيتين.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟"

ثم اسأل:

- إذا أكل كل من الشخصين طعامًا يحتوي سعرات أقل من الكمية المقترحة بمقدار ٢٠٠ سعرة حرارية فهل سيحصل الذي عمره ١٣ سنة على سعرات أقل من الذي عمره ١٦ سنة؟ فسّر. نعم، ٢٢٢٠ – ٢٠٠ = ٢٠٢٠ و ٢٧٥٥ – ٢٠٠ = ٢٥٥٥ ، ٢٥٥٥ > ٢٠٢٠
- إذا أكل كل من الشخصين طعامًا يحتوي الكمية نفسها من السعرات زيادة على الكميات اليومية المقترحة أو دون تلك الكميات، فهل يمكن أن يحصل كل منهما على الكمية نفسها من السعرات؟ فسّر ذلك. كلا، لا تتغير إشارة المتباينة بإضافة الكمية نفسها إلى طرفي المتباينة أو طرحها.

٤ - ١ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

فيما سبق

درست حل معادلات خطية باستعمال الجمع والطرح.

والآن

- أحل متباينات خطية باستعمال الجمع.
- أحل متباينات خطية باستعمال الطرح.

المفردات

الصفة المميزة للمجموعة

obeikaneducation.com

لماذا ؟

تبين المعلومات الواردة في الجدول أدناه أن المخصصات اليومية المقترحة من السعرات الحرارية للذكور الذين تتراوح أعمارهم بين ١١–١٤ سنة، تقل عن الكمية المقترحة للذين تتراوح أعمارهم بين ١٥–١٨ سنة.

السعرات الحرارية	
العمر ١١-١٤ سنة	العمر ١٥-١٨ سنة
٢٢٢٠	٢٧٥٥

٢٧٥٥ > ٢٢٢٠

إذا أكل شخص عمره ١٣ سنة وشخص عمره ١٦ سنة طعامًا يحتوي كمية من السعرات تزيد ١٥٠ سعرًا على الكمية المقترحة لكل منهما، فإن كمية السعرات الحرارية التي حصل عليها الذي عمره ١٣ سنة تبقى أقل من التي حصل عليها الذي عمره ١٦ سنة.

٢٢٢٠ + ١٥٠ ؟ ٢٧٥٥ + ١٥٠

٢٣٧٠ > ٢٩٠٥

حل المتباينات باستعمال الجمع يوضح هذا المثال خاصية الجمع للمتباينات.

مفهوم أساسي خاصية الجمع للمتباينات

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا أضيف العدد نفسه إلى كل من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

الرموز: العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد: أ ، ب ، جـ :

١) إذا كانت أ < ب ، فإن أ + جـ < ب + جـ .

٢) إذا كانت أ > ب ، فإن أ + جـ > ب + جـ .

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتي ≤ و ≥ .

مثال ١ الحل بالجمع

حل المتباينة س – ١٢ ≤ ٨ . وتحقق من صحة الحل.

س – ١٢ ≤ ٨	المتباينة الأصلية
س – ١٢ + ١٢ ≤ ٨ + ١٢	أضف ١٢ إلى كلا الطرفين
س ≤ ٢٠	بسّط

لذا فمجموعة الحل هي: { كل الأعداد الأكبر من أو تساوي ٢٠} .

تحقق للتحقق من صحة الحل عوّض عن س في المتباينة الأصلية بثلاثة أعداد مختلفة على أن يكون أحدها ٢٠، والعدد الثاني أكبر من ٢٠ والعدد الثالث أصغر من ٢٠.

تحقق من فهمك

حل كلاً من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

أ) ٢٢ > م – ٨ {كل الأعداد الأقل من ٣٠} ب) د – ١٤ ≤ – ١٩ { كل الأعداد الأكبر من أو تساوي –٥}

مصادر الدرس ٤ - ١

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (١١٤)	• تنويع التعليم، ص (١١٦)	• تنويع التعليم، ص (١١٦)
كتاب التمارين	ص (١٩)	ص (١٩)	ص (١٩)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٦) • تدريبات حل المسألة، ص (٨) • كتاب التمارين، ص (١٩)	• تدريبات حل المسألة، ص (٨) • كتاب التمارين، ص (١٩)	• تدريبات حل المسألة، ص (٨) • التدريبات الإثرائية، ص (٩) • كتاب التمارين، ص (١٩)

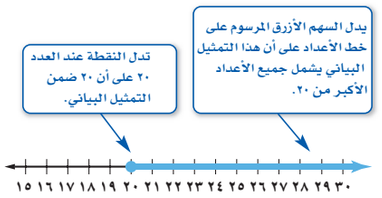
قراءة الرياضيات

الصفة المميزة للمجموعة

تقرأ { س| س ≤ ٢٠} مجموعة كل الأعداد س، حيث س أكبر من أو تساوي ٢٠.

الطريقة المختصرة لكتابة مجموعة الحل هي استعمال **الصفة المميزة للمجموعة**، وتكون مجموعة الحل للمثال ١ بهذه الطريقة هي { س | س ≤ ٢٠}.

ويمكن تمثيل هذه المجموعة بيانيًّا على خط الأعداد، ويجب التحقق إن كانت نقطة طرف التمثيل البياني للمتباينة دائرة أو نقطة. فإذا كانت نقطة الطرف غير متضمنة في التمثيل البياني فاستعمل دائرة، أما إذا كان التمثيل يتضمنها فاستعمل نقطة.



حل المتباينات باستعمال الطرح يستعمل الطرح أيضًا لحل المتباينات.

مفهوم أساسي — **خاصية الطرح للمتباينات**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا طرح العدد نفسه من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

الرموز: العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد: أ ، ب ، جـ .

١) إذا كانت أ > ب ، فإن أ – جـ > ب – جـ .

٢) إذا كانت أ < ب ، فإن أ – جـ < ب – جـ .

وتبقى هذه الخاصية صحيحة أيضًا في حالتي ≤ و ≥ .

إرشادات للاختبار

فصل المتغير

عند حل المتباينات يكون الهدف فصل المتغير في أحد طرفيها. وهو الهدف نفسه في حل المعادلات.

مثال ٢ — **الحل بالطرح**

حل المتباينة: م + ١٩ > ٥٦ .

م + ١٩ > ٥٦	المتباينة الأصلية
م + ١٩ – ١٩ > ٥٦ – ١٩	اطرح ١٩ من كلا الطرفين
م > ٣٧	بسّط

تحقق من فهمك

٢) حل المتباينة ف + ٨ ≥ ١٨ . { ف | ف ≥ ١٠}

حل المتباينات بالجمع

المثال ١ يبين طريقة حل المتباينة الخطية باستعمال خاصية الجمع للمتباينات.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

١ حل المتباينة: س – ١٢ > ٦٥،

وتحقق من صحة الحل.

س > ٧٧ أو {كل الأعداد التي تزيد على ٧٧}

حل المتباينات بالطرح

المثال ٢ يبين طريقة حل المتباينات الخطية باستعمال خاصية الطرح للمتباينات.

المثال ٣ يبيّن طريقة حل المتباينة الخطية التي تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها وطريقة تمثيل الحل بيانيًّا.

المثال ٤ يبيّن طريقة كتابة متباينة خطية تمثل مسألة من واقع الحياة.

مثال إضافي

٢ حل المتباينة: س + ٢٣ < ١٤ .

{ س | س < –٩ }

إرشادات للمعلم الجديد

حس منطقي بيّن للطلاب أنه يمكن كتابة معادلة مثل ٥ = س على الصورة س = ٥؛ وذلك بسبب خاصية التماثل على المساواة، إلا أنه لا يمكن كتابة متباينة مثل ٣ < ص على الصورة ص > ٣. وذكّرهم بأن رأس إشارة المتباينة يشير إلى المقدار الأصغر؛ لذا فإن المتباينة ٣ < ص تُكتب على الصورة ص > ٣ إذا كان المطلوب وضع ص في الجهة اليمنى من المتباينة.

عند حل المتباينة لا تقتصر عملية الطرح على الثوابت فقط ، ولكن يمكن طرح المتغيرات من كلا طرفيها.

إرشادات للدراسة

كتابة المتباينات:
تبسيط المتباينة بجعل المتغير في طرفها الأيمن كما في المتباينة أ ≤ ٦، يساعد على كتابة مجموعة الحل باستعمال الصفة المميزة للمجموعة بسهولة.

مثال ٣ المتغير في طرفي المتباينة

حل المتباينة: ٣ أ + ٦ ≥ ٤ أ ، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد.

٣ أ + ٦ ≥ ٤ أ	المتباينة الأصلية
٣أ – ٣ أ + ٦ ≥ ٤ أ – ٣ أ	اطرح ٣ أ من كلا طرفي المتباينة
٦ ≥ أ	بسّط

بما أن المتباينة ٦ ≥ أ هي نفسها أ ≤ ٦، فإن مجموعة الحل هي {أ | أ ≤ ٦}.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد: انظر الهامش

٣أ) ٩ن – ١ > ١٠ن **٣ب)** ٥هـ ≥ ١٢ + ٤هـ

يمكنك حل المسائل اللفظية التي تحتوي عبارات مثل " أكبر من "، أو " أقل من " باستعمال المتباينات.

ملخص المفهوم العبارات التي تدل على متباينات

أضف إلى مطويتك

>	<	≥	≤
أقل من أصغر من	أكبر من أكثر من	أقل من أو يساوي، على الأكثر، لا يزيد على	أكبر من أو يساوي، على الأقل، لا يقل عن

مثال ٤ من واقع الحياة استعمال المتباينات لحل المسائل

وظائف: **اشترطت مؤسسة على أحمد ألا يقل معدل إدخاله على الحاسوب عن ٦٤ كلمة في الدقيقة ليحصل على وظيفة فيها. فإذا كان معدله الآن ٤٨ كلمة في الدقيقة، فكم يجب أن يزيد معدل الكلمات التي يدخلها حتى يحصل على الوظيفة؟**

التعبير اللفظي: يجب أن يصبح معدّل إدخاله ٦٤ كلمة في الدقيقة على الأقل.

المتغير: افترض أن ن = عدد الكلمات التي يجب أن يزيدها على معدله.

المتباينة: ٤٨ + ن ≤ ٦٤

٤٨ + ن ≤ ٦٤	المتباينة الأصلية
٤٨ + ن – ٤٨ ≤ ٦٤ – ٤٨	اطرح ٤٨ من الطرفين
ن ≤ ١٦	بسّط

يجب أن يزيد أحمد معدل الكلمات التي يدخلها بمقدار ١٦ كلمة في الدقيقة أو أكثر.

تحقق من فهمك

٤) تسوق: يرغب خالد في إنفاق ١٩٥ ريالًا في مركز تجاري، فاشترى قميصًا بمبلغ ٧٥ ريالًا، وحزامًا بمبلغ ٤٢ ريالًا. فإذا أراد أن يشتري بنطالًا، فما المبلغ الذي يمكن أن يدفعه لذلك؟
لا يزيد على ٧٨ ريالًا

الربط مع الحياة
من الاختراعات المؤثرة في حياة البشرية ظهور الحاسب الآلي واستخدامه في مجالات الكتابة والطباعة وغيرها، ودوره في إنجاز الأعمال بسرعة ودقة.

مثالان إضافيان

٣ حل المتباينة ١٢ن – ٤ ≥ ١٣ن، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.
مجموعة الحل: {ن | ن ≤ –٤}

٤ ألعاب: مع بلال ٢٥ ريالًا تكفي لشراء لعبتين. فإذا كان ثمن إحداها ١٠ ريالات، فما الحد الأعلى لثمن اللعبة الثانية؟ لا يزيد ثمن اللعبة الثانية على ١٥ ريالًا.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية : **اعرض خط أعداد على السبورة، واطلب إلى الطلاب حل عدة متباينات، واختر بعضهم ليمثلوا حلولهم على خط الأعداد.**

المحتوى الرياضي

تكوين متباينات متكافئة: يمكنك أن تعوض مكان كل من طرفي المتباينة عبارة تكافئ ذلك الطرف. فعلى سبيل المثال، المتباينة ٢ (٣+ س) > ٥ تكافئ ٦+ ٢س >٥. ويمكن أن تجمع العدد الحقيقي نفسه إلى كلا طرفي المتباينة أو تطرحه.

إرشادات للمعلم الجديد

الصفة المميزة للمجموعة: إن قراءة الصفة المميزة للمجموعة أمر جديد على الطلاب؛ لذا أتح لهم فرصًا كافية للتدرب على قراءة المجموعات بصوت عالٍ.

تنويع التعليم:

إذا واجه بعض الطلاب صعوبة في فهم بعض العبارات التي تستعمل للدلالة على المتباينات مثل «على الأكثر»،

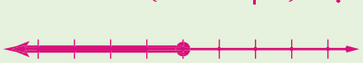
فقم بتوجيههم إلى العمل في مجموعات ثنائية لكتابة مسائل لفظية باستعمال هذه العبارات، وكتابة متباينات تمثل تلك المسائل.

دون

إجابات (تحقق من فهمك)

٣أ) {ن | ن > –١}

٣ب) {هـ | هـ ≥ ١٢}



تأكد

المثالان ١ ، ٢ حل كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد: ١-٦ انظر الهامش

١) س − ٣ > ٧

٢) ٥ ≤ ٧ + ص

٣) ق + ٦ > ٢

٤) ١١ ≥ ك + ٤

٥) ١٠ < ن − ١

٦) ٨ ن ≤ ٧ ن − ٣

المثال ٣ عرِّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة وحلها:

٧) ناتج جمع عدد وأربعة لا يقل عن ١٠ . إجابة ممكنة: لتكن ن = العدد. ن + ٤ ≤ ١٠ ، {ن | ن ≤ ٦}

٨) ناتج جمع عدد وثلاثة يقل عن مثليهِ. إجابة ممكنة: لتكن ن = العدد، ٣ + ن < ٢ ن ؛ {ن | ن > ٣}

المثال ٤

٩) **مدينة ألعاب:** تتحرك أرجوحة إلى الأمام وإلى الخلف وترتفع قليلًا في كل مرة بحيث لا يتجاوز أقصى ارتفاع لها ١٣٧ قدمًا. فإذا كان ارتفاع الأرجوحة بعد ٣٠ ثانية هو ٤٥ قدمًا، فكم قدمًا يمكن أن يزيد ارتفاعها على ذلك؟ لا يزيد على ٩٢ قدمًا.

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢ حل كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد: ١٠-١٨) انظر ملحق الإجابات

١٠) ف − ٦ ≤ ٣

١١) ر − ٨ ≥ ٧

١٢) ت − ٣ > −٨

١٣) ١٣ < ١٨ + ر

١٤) ٥ + جـ ≥ ١

١٥) −٢٣ ≤ ق − ٣٠

١٦) و − ٥ ≥ ٢و

١٧) ٣ص + ٦ ≥ ٢ص

١٨) −٩ + ٢ أ > ٣ أ

مثال ٣ عرِّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة، وحلها:

١٩) ناتج طرح ٨ من عدد ما أقل من ٢١. إجابة ممكنة: ن − ٨ < ٢١ ؛ {ن | ن < ٢٩}

٢٠) مِثْلا عدد ما أكبر من مجموع ذلك العدد وَ ٩. إجابة ممكنة: ٢ ن > ن + ٩ ؛ {ن | ن < ٩}

مثال ٤ حل كلًّا من المسائل (٢١-٢٤) بتعريف متغير، وكتابة متباينة، ثم حلها:

٢١) **توفير:** يريد غانم أن يشتري سيارة ثمنها ٥٤٤٠٠ ريال على الأقل. وقد وفّر ١٣٠٠٠ ريال، فما المبلغ المتبقي عليه لشراء السيارة؟

٢٢) **تقنية:** أظهرت دراسة حديثة أن أكثر من ٢١ مليونًا ممن هم بين سن الثانية عشرة والسابعة عشرة يستعملون الإنترنت. منهم ١٦ مليونًا يستعملون الإنترنت في المدرسة، فما عدد الذين يستعملون الإنترنت خارج المدرسة؟ انظر الهامش

٢٣) **مكتبة:** أضاف أحمد ٢٠ كتابًا جديدًا إلى مكتبته فأصبح لديه أكثر من ٦١ كتابًا. فكم كتابًا كان لديه؟ انظر الهامش

٢٤) **كرة سلة:** أراد أحد اللاعبين إحراز ١٥٠ نقطة على الأقل في هذا الموسم. وسجل حتى الآن ١٢٣ نقطة، فكم نقطة بقيت عليه؟ انظر ملحق الإجابات

٢١) إجابة ممكنة: ب + ١٣٠٠٠ ≥ ٥٤٤٠٠، {ب | ب ≥ ٤١٤٠٠}؛ المبلغ المتبقي على غانم يجب ألّا يقل عن ٤١٤٠٠ ريال

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	١٠-٢٢ ، ٢٩ ، ٣١-٣٧
ضمن ضمن المتوسط	١١-٢١ فردي ، ٢٣-٢٥ ، ٢٧-٣١ فردي ، ٣٢-٣٧
فوق فوق المتوسط	٢٣-٣٧

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٩ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب حسب مستوياتهم.

إجابات:

١) {س | س < ١٠}

٢) {ص | ص ≥ −٢}

٣) {ق | ق > −٤}

٤) {ك | ك ≤ ٧}

٥) {ن | ن > ١١}

٦) {ن | ن ≤ −٣}

٢٢) إجابة ممكنة: افترض أن ن = عدد الذين يستعلمون الإنترنت خارج المدرسة بالملايين؛ ن > ٢١ − ١٦؛ {ن | ن > ٥}؛ هناك أكثر من ٥ ملايين من الشباب يستعملون الإنترنت خارج المدرسة.

٢٣) إجابة ممكنة: افترض أن ق = عدد الكتب الموجودة في مكتبة أحمد أصلاً ؛ ق + ٢٠ > ٦١؛ {ق | ق > ٤١}؛ أيْ أنه كان في المكتبة أصلاً أكثر من ٤١ كتابًا.

تمثيلات متعددة : يستعمل الطلاب في السؤال ٢٨ التمثيل الهندسي، والمتباينة الخطية، وجدول القيم، والتحليل اللفظي؛ لتوضيح تأثر المتباينة عند ضرب كل من طرفيها في العدد نفسه، أو قسمتهما على العدد نفسه.

إرشادات للمعلم الجديد

التحقق من صحة الحل: يجب على الطلاب أن يتحققوا دائمًا من صحة الحل، ولكنهم غالبًا ما يهملون هذه الخطوة بسبب تعجلهم في إنهاء الواجب المطلوب منهم. لذا ذكّرهم بأهمية التحقق من الحل في المتباينات بصورة خاصة.

٤ التقويم

تعلم لاحق: اطلب إلى الطلاب أن يدونوا توقعاتهم عن العلاقة بين الدرس الحالي والدرس القادم حول حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة.

إجابة:

٢٩) كلا الخطين مظلل إلى اليسار، هناك دائرة عند العدد ٤ في المتباينة س< ٤ تدل على أن ٤ ليست ضمن التمثيل ، وهناك نقطة عند ٤ في المتباينة س≥ ٤ تدل على أن العدد ٤ ضمن التمثيل .

الربط مع الحياة

يقبل الشباب على العمل التطوعي لكونه واجبًا وطنيًا وإنسانيًا شرعه ديننا، يقوي الترابط، ويعمق الانتماء والمسؤولية، ويستثمر أوقاتهم فيما يفيد التنمية والارتقاء بالفرد والمجتمع.

٢٥) **متطوعون:** يتطوع بعض الشباب لخدمة حجاج بيت الله الحرام في مكة المكرمة ومنى. ويقول أحدهم: إن بإمكانه أن يتطوع لمدة لا تتجاوز ٣٠ ساعة في الأسبوع. فإذا تطوع المدة المبينة في الجدول المجاور، فما المدة التي يستطيع أن يتطوع بها هذا الأسبوع؟ إجابة ممكنة: افترض أن الزمن المتبقي = ن ساعة. $٥\frac{١}{٣} + ٤\frac{١}{٤} + ن \geq ٣٠$ فيكون الوقت المتبقي ٢٠ ساعة و ٢٥ دقيقة على الأكثر.

المكان	الزمن
مكة المكرمة	٥ ساعات و ٢٠ دقيقة
منى	٤ ساعات و ١٥ دقيقة

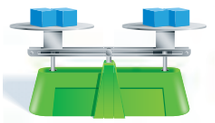
حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا على خط الأعداد:

٢٦) $٩,١ص + ٤,٥ > ١٠,١ص$

٢٧) $\frac{٣}{٢}د - \frac{٢}{٣} \geq \frac{٤}{٩} + \frac{١}{٢}د$

انظر ٢٦، ٢٧) ملحق الإجابات

٢٨) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة عمليتي الضرب والقسمة على المتباينات. انظر ملحق الإجابات



أ) هندسيًّا: افترض وجود ١٢ كجم على الكفة اليمنى للميزان، و ١٨ كجم على الكفة اليسرى. وضح بالرسم هذا الموقف.

ب) عدديًّا: اكتب متباينة تمثل هذا الموقف.

جـ) جدوليًّا: أنشئ جدولًا يبين نتيجة جعل الأوزان على كلتا الكفتين: مثلين، وثلاثة أمثال، وأربعة أمثال. وأنشئ جدولًا آخر يبين نتيجة إنقاص الأوزان على كلتا الكفتين بنسبة $\frac{١}{٢}$، و $\frac{١}{٣}$، و $\frac{١}{٤}$ وخصص عمودًا للمتباينة في كلا الجدولين.

د) لفظيًّا: صف تأثير ضرب أو قسمة كل من طرفي المتباينة، في العدد الموجب نفسه، على المتباينة.

مسائل مهارات التفكير العليا

انظر الهامش

٢٩) **تبرير:** حدد أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين التمثيل البياني لكل من المتباينتين س < ٤ وَ س ≥ ٤.

٣٠) **تحدٍّ:** افترض ب > د + $\frac{١}{٣}$، جـ + ١ > أ − ٤، د + $\frac{٥}{٨}$ > أ + ٢. رتب الأعداد أ، ب، جـ، د من الأصغر إلى الأكبر. جـ > أ > د > ب

٣١) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاث متباينات خطية تكافئ ص > −٣. ٣١ ، ٣٢) انظر ملحق الإجابات

٣٢) **اكتب:** لخص عملية حل المتباينات الخطية وتمثيل مجموعة حلها على خط الأعداد.

تدريب على اختبار

٣٣) ما مجموعة حل المتباينة ٧ + س > ٥؟ جـ

أ) {س | س > ٢}

ب) {س | س < ٢}

جـ) {س | س > −٢}

د) {س | س < −٢}

٣٤) كان متوسط درجات ١٠ طلاب في مادة الكيمياء ٧٨. ثم اكتشف المعلم أنه أخطأ في رصد درجة أحد هؤلاء الطلاب فكانت أقل من درجته الحقيقية بعشر درجات. فكم يصبح متوسط درجات الطلاب بعد التعديل؟ ٧٩

مراجعة تراكمية

٣٥) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٣ ، ٢) والمعامد للمستقيم ص = −٣س + ٧. (الدرس ٣-٢) ص = $\frac{١}{٣}$س + ٣

٣٦) أوجد قيمة الحد الثامن عشر في المتتابعة : −٩، −٧، −٥، −٣، ... (الدرس ٢-٦) ٢٥

٣٧) حل المعادلة : | ٣س − ٦ | = ١٢. (الدرس ١-٥) ٦، −٢

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اكتب المتباينات الثلاث الآتية على السبورة:

ص > ٣ ، ص + ١ > ٤ ، ٥ > ص + ٢

واطلب إلى الطلاب حلها والمقارنة بين الحلول، ثم كتابة ثلاث متباينات أخرى تكافئ ص > ٣.

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٤ - ١

دون دون المتوسط — ضمن ضمن المتوسط — فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (٦) دون

الاسم _____ التاريخ _____

٤-١ تدريبات إعادة التعليم

حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

حل المتباينات باستعمال الجمع: يُستعمَل الجمع لحل المتباينات. إذا أُضيف العدد نفسه إلى كلٍّ من طرفَي متباينة صحيحة، فإنّ المتباينة الناتجة تبقى صحيحةً.

خاصية الجمع للمتباينات	العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد أ، ب، جـ : ١) إذا كانت أ > ب، فإنّ أ + جـ > ب + جـ ٢) إذا كانت أ < ب، فإن أ + جـ < ب + جـ

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتَي ≤ و ≥

مثال ١ حُلّ المتباينة: س − ٨ ≥ −٦ ، ثم مثّل مجموعة حلّها بيانيًّا على خط الأعداد.

س − ٨ ≥ −٦ المتباينة الأصلية

س − ٨ + ٨ ≥ −٦ + ٨ أضف ٨ إلى كلا الطرفين

س ≥ ٢ بسّط

لذا مجموعة الحل هي: {س | س ≥ ٢}

وتُمثّل بيانيًّا على خط الأعداد على النحو المبيّن:

مثال ٢ حُلّ المتباينة: ٤ − ٢أ > −أ، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا على خط الأعداد.

٤ − ٢أ > −أ المتباينة الأصلية

٤ − ٢أ + ٢أ > −أ + ٢أ أضف ٢أ إلى كلا الطرفين

٤ > أ بسّط

أ < ٤

بما أن المتباينة ٤ > أ هي نفسها أ < ٤، فإنّ مجموعة الحل هي: {أ | أ < ٤}، وتُمثّل بيانيًّا على خط الأعداد على النحو المبيّن:

تمارين

حُلّ كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل، ثم مثّل مجموعة حلّها بيانيًّا على خط الأعداد:

١) ت − ١٢ ≤ ١٦ {ت | ت ≤ ٢٨}

٢) ن − ١٢ > ٦ {ن | ن > ١٨}

٣) ٦ ≥ ق − ٣ {ق | ق ≤ ٩}

٤) ن − ٨ > −١٣ {ن | ن > −٥}

٥) −١٢ > −١٢ + ص {ص | ص > ٠}

٦) −٦ > م − ٨ {م | م > ٢}

حُلّ كلًّا من المتباينات الآتية:

٧) −٣س ≥ ٨ − ٤س {س | س ≥ ٨}

٨) ٠,٦ ≤ ١٢ − ٤ ، ٠ن {ن | ن ≤ ٦٠}

٩) −٨ك − ١٢ < −٩ك {ك | ك < ١٢}

١٠) −ص > −٢ص {ص | ص > ٠}

١١) ع − $\frac{١}{٣}$ ≥ $\frac{٤}{٣}$ {ع | ع ≥ $\frac{٥}{٣}$}

١٢) −٢ب > −٤ − ٣ب {ب | ب > −٤}

عرّف كلّ متغيرٍ فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة وحلّها:

١٣) ناتج طرح ٤ من عددٍ ما، أصغر من ١٤ **العدد = ع ؛ ع − ٤ < ١٤ ؛ {ع | ع < ١٨}**

١٤) يزيد الفرق بين عددين على ١٢، وأحد العددين هو ٣ **العدد = ع ؛ ع − ٣ > ١٢ ؛ {ع | ع > ١٥} أو ٣ − ع > ١٢ ؛ {ع | ع < −٩}**

الصف: الثالث المتوسط — الفصل ٤: المتباينات الخطية — ٦

تدريبات حل المسألة (٨) دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-١ تدريبات حل المسألة

حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

١) **أصوات:** حشرة الزيز الإفريقية هي الحشرة الأعلى صوتًا. فهي تُصدر أصواتًا قد تصل شدتها إلى ١٠٥ ديسبل على بُعد ٢٠ بوصةً، والحيوان الثديّ الأعلى صوتًا هو الحوت الأزرق، وصوته أعلى من صوت الزيز الإفريقية بمستويات قد تصل إلى ٨٣ ديسبل. ما مقدار شدة صوت الحوت الأزرق؟

أصغر من ١٨٨ ديسبل

٢) **نفايات:** إذا كان متوسط وزن كمية النفايات في إحدى البيئات ٢,١ كجم تقريبًا للشخص الواحد يوميًّا، ويمكن إعادة تدوير ١,١ كجم تقريبًا منها على الأقل، فما مقدار وزن ما يتبقّى منها؟

١ كيلوجرام على الأكثر تقريبًا

٣) **تسوُّق:** ذهب خالد إلى المركز التجاري ومعه ٧٥ ريالًا، واشترى كتابًا بـ ١٥ ريالًا، وحقيبة بـ ١٩ ريالًا، وجوارب بـ ٤,٧٥ ريالاتٍ. إذا أراد أن يشتري لعبة فيديو، فما ثمن لعبة الفيديو التي يمكنه شراؤها؟

٣٦,٢٥ ريالًا على الأكثر

٤) **مدرسةٌ:** عمل خليل مديرًا لمدرسةٍ مدة ٢٠٧٩ يومًا، وهذه المدّة تقل ٥٤٦٣ يومًا عن المدة التي عمل فيها عبد الرحمن مديرًا لهذه المدرسة. فكم يومًا يتعيّن أن يعمل سعود المدير الجديد (الحالي) للمدرسة، كي تزيد مدة إدارته للمدرسة على مدة إدارة عبد الرحمن للمدرسة؟

أكثر من ٧٥٤٢ يومًا

٥) **الطقس:** طوّر العالم تيودور فوجيتا تصنيفًا للأعاصير الدوّارة تبعًا لسرعة الرياح والأضرار التي تسبّبها، والجدول الآتي يبيّن هذا التصنيف:

المستوى	الاسم (بحسب شدة الإعصار)	مدى سرعة الرياح (ميل لكل ساعة)
٠	خفيف	٤٠ − ٧٢
١	متوسط	٧٣ − ١١٢
٢	شديد	١١٣ − ١٥٧
٣	عنيف	١٥٨ − ٢٠٦
٤	مدمّر	٢٠٧ − ٢٦٠
٥	ماحق	٢٦١ − ٣١٨
٦	خارج التصوُّر	٣١٩ − ٣٧٩

أ) افترض أن سرعة الرياح لأحد الأعاصير من المستوى ٣ كانت ١٦٢ ميلًا في الساعة، اكتب متباينةً لتحديد مقدار الزيادة على سرعة الرياح لهذا الإعصار، قبل أن يصبح من المستوى ٤، ثمّ حُلّ هذه المتباينة.

١٦٢ + س ≤ ٢٠٧ ؛ س ≤ ٤٥ ؛ ٤٥ ميلًا في الساعة على الأقل

ب) إذا كانت سرعة الرياح لأحد الأعاصير ١٥٨ ميلًا في الساعة على الأقل، فاكتب متباينةً تصف الفرق بين سرعة الرياح لهذا الإعصار وسرعة الرياح لأبطأ إعصارٍ، ثمّ حُلّ هذه المتباينة.

٤٠ + ص ≤ ١٥٨

ص ≤ ١١٨ ؛ ١١٨ ميلًا في الساعة على الأقل

الصف: الثالث المتوسط — الفصل ٤: المتباينات الخطية — ٨

التدريبات الإثرائية (٩) فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-١ التدريبات الإثرائية

متباينات المثلث

تذكّر أن القطعة المستقيمة تُسمّى بالحرفين الدّالين على طرفيها، فطرفا القطعة المستقيمة أ ب (وتُكتب $\overline{أب}$)، هما النقطتان أ، ب، ويرمز لطول القطعة أ ب بالرمز أ ب من دون وضع شَرْطة.

أ ب > ب جـ ق ∠ أ > ق ∠ ب

تبيّن العبارة التي عن اليمين في السطر السابق أنّ $\overline{أب}$ أطول من $\overline{ب جـ}$. والعبارة التي عن اليسار تبيّن أنّ قياس الزاوية أ أصغر من قياس الزاوية ب.

المتباينات الثلاث الآتية صحيحة لأي مثلثٍ أ ب جـ، مهما كانت أطوال أضلاعه:

أ) أ ب + ب جـ > أ جـ

ب) إذا كان أ ب > أ جـ، فإنّ ق ∠ جـ > ق ∠ ب

جـ) إذا كان: ق ∠ جـ > ق ∠ ب، فإنّ أ ب > أ جـ

استعمل متباينات المثلث الثلاث للإجابة عمّا يأتي:

١) رتّب أضلاع المثلث د هـ و تصاعديًّا تبعًا لأطوالها.

$\overline{د و}$، $\overline{د هـ}$، $\overline{هـ و}$

٢) ما أقصر قطعةٍ مستقيمةٍ في الشكل المجاور؟

$\overline{ل م}$

٣) بيّن لماذا لا يمكن أن تشكّل الأطوال: ٥ سم، ١٠ سم، ٢٠ سم أضلاع مثلثٍ.

لأنّ ٥ + ١٠ أصغر من ٢٠

٤) إذا كان طولا ضلعين في مثلثٍ ٣ سم وَ ٧ سم، فما القيمتان اللّتان يتعيّن أن ينحصر بينهما طول الضلع الثالث؟

٤ سم و ١٠ سم

٥) المثلث س ص ع، فيه: س ص = ١٥، ص ع = ١٢، س ع = ٩، أيّ زواياه هي الأكبر؟ وأيّ زواياه هي الأصغر؟

∠ ع هي الأكبر؛ ∠ ص هي الأصغر

٦) رتّب الزوايا ∠ أ، ∠ جـ، ∠ أ ب جـ، ∠ أ ب د في الشكل المجاور تصاعديًّا تبعًا لقياساتها.

∠ أ ب د، ∠ أ، ∠ أ ب جـ، ∠ جـ

الصف: الثالث المتوسط — الفصل ٤: المتباينات الخطية — ٩

كتاب التمارين (١٩) دون ضمن فوق

الفصل الرابع: المتباينات الخطية

٤ - ١ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

اختر لكل متباينة فيما يأتي التمثيل البياني المناسب لها:

١) −٨ ≤ س − ١٥ ب

٢) ٤س + ٣ < ٥س د

٣) ٨س > ٧س − ٤ أ

٤) ١٢ + س ≥ ٩ جـ

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل، ثم مثّله على خط الأعداد:

٥) ر − (−٥) > −٢ {ر | ر > −٧}

٦) ٣س + ٨ ≤ ٤س {س | س ≥ ٨}

٧) ن − ٢,٥ ≤ −٥ {ن | ن ≤ −٢,٥}

٨) ١,٥ < ص + ١ {ص | ص > ٠,٥}

٩) ع + ٣ > $\frac{٢}{٣}$ {ع | ع > −$\frac{١}{٣}$}

١٠) $\frac{١}{٢}$ ≥ جـ − $\frac{٣}{٤}$ {جـ | جـ ≤ $\frac{١}{٤}$}

عرف المتغير في كل مما يأتي، واكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل: ١١ − ١٣ إجابة ممكنة: افرض أن العدد = ن

١١) مجموع عدد مع ١٧ لا يقل عن ٢٦. ن + ١٧ ≤ ٢٦ ؛ {ن | ن ≤ ٩}

١٢) مِثْلا عدد ناقص ٤ أقل من ثلاثة أمثال ذلك العدد. ٢ن − ٤ < ٣ن ؛ {ن | ن > −٤}

١٣) ثمانية زائد أربعة أمثال عدد أكبر من خمسة أمثال ذلك العدد. ٨ + ٤ن > ٥ن ؛ {ن | ن < ٨}

١٤) **غلاف جوي:** يتراوح ارتفاع طبقة التروبوسفير عن سطح الأرض بين ٩,٦ كلم إلى ١٩,٢ كلم تبعًا للموقع والفصل من السنة. فإذا حلقت طائرة على ارتفاع ٩,٣ كلم في طبقة عمقها ١٣,٨ كلم، فكم كيلومترًا تستطيع الطائرة أن ترتفع دون أن تخرج من طبقة التروبوسفير؟ ٤,٥ كلم على الأكثر

الفصل ٤ المتباينات الخطية — ١٩

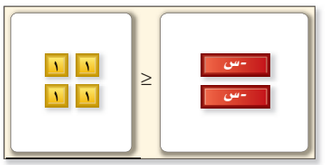
ملحوظات المعلم

يمكن استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المتباينات .

نشاط حل المتباينات

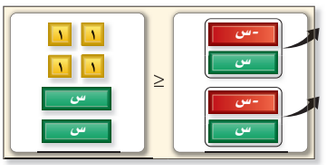
حل المتباينة: $-٢س \geq ٤$.

الخطوة ١: استعمل بطاقة لاصقة لتغطي إشارة المساواة على لوحة المعادلة، واكتب على البطاقة إشارة ≥ ثم مثّل المتباينة ببطاقات الجبر.



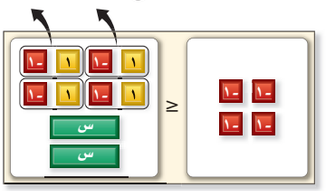
$-٢س \geq ٤$

الخطوة ٢: بما أنك لا تريد إيجاد قيم س السالبة فيجب حذف بطاقات س السالبة بإضافة بطاقتين من س الموجبة إلى كل طرف من طرفي اللوحة، وحذف الأزواج الصفرية.



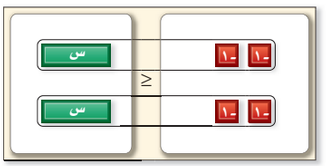
$-٢س + ٢س \geq ٤ + ٢س$

الخطوة ٣: أضف ٤ من بطاقات العدد سالب ١ إلى طرفي اللوحة، واحذف الأزواج الصفرية.



$-٤ \geq ٢س$

الخطوة ٤: افصل البطاقات إلى مجموعتين.



$-٢ \geq س$ أو $س \leq -٢$

التمثيل والتحليل

استعمل بطاقات الجبر لحل كل من المتباينات الآتية:

١) $-٣س > ٩$ {س | س < -٣} ٢) $-٤س > -٤$ {س | س < ١} ٣) $-٥س \leq ١٥$ {س | س ≥ -٣} ٤) $-٦س \geq -١٢$ {س | س ≤ ٢}

٥) هل معامل س موجب أم سالب في كل من المتباينات السابقة؟ سالب

٦) ماذا تلاحظ على إشارة المتباينة وموقع المتغير في الأسئلة ١-٤، وحلولها ؟ انظر الهامش

٧) مثّل حل المتباينة: $٣س \geq ١٢$ بيانيًّا. وبيِّن كيف يختلف حل هذه المتباينة عن حل المتباينة : $-٣س \geq ١٢$. انظر ملحق الإجابات

٨) اكتب قاعدة لحل متباينات تتضمن الضرب والقسمة. انظر ملحق الإجابات

(**إرشاد** : تذكّر أن القسمة على عدد تكافئ الضرب في مقلوب ذلك العدد).

إجابة:

٦) عند كتابة حل المتباينة (في كل من الأسئلة ١-٤) مع بقاء المتغير في الطرف نفسه كما في المتباينة الأصلية فإن إشارة المتباينة تنعكس.

من المحسوس إلى المجرد

يطلب السؤال ٨ من الطلاب التوصل إلى تعميم لما يحدث للمتباينة عند ضرب طرفيها في عدد موجب أو سالب، أو عند قسمتها على عدد موجب أو سالب.

١ التركيز

الهدف: استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المتباينات.

المواد اللازمة لكل مجموعة

- بطاقات الجبر ولوحة المعادلة
- بطاقات لاصقة فارغة

إرشادات التدريس

اطلب إلى الطلاب استعمال بطاقة لاصقة لتغطية إشارة المساواة في لوحة المعادلة، وأن يكتبوا عليها الإشارة ≥ ممّا سيمكّنهم من تمثيل المتباينات باستعمال بطاقات الجبر ولوحة المعادلة.

٢ التدريس

العمل في مجموعات متعاونة:

وزع الطلاب في مجموعات ثنائية أو ثلاثية ووضح لهم النشاط، ثم اطلب إليهم حل السؤالين ١ ، ٢ .

- تأكد من كتابة إشارة المتباينة على البطاقة اللاصقة بصورة صحيحة ليطابق المتباينة الأصلية.
- عندما ينتهي الطلاب من فصل بطاقات س، ذكّرهم بأن يقسموا بطاقات العدد -١ إلى مجموعتين متساويتين لتماثل عدد بطاقات س.
- يمكن للطلاب أن يدوّروا اللوحة ١٨٠° لقراءة المتباينة بوجود المتغير في الطرف الأيمن إذا كانت بطاقات س على الطرف الأيسر من المتباينة.

التدريب اطلب إلى الطلاب حل الأسئلة ٣-٨ .

٣ التقويم

التقويم التكويني

استعمل السؤالين ٥، ٦ لتقويم مدى فهم الطلاب لوجوب تغيير اتجاه إشارة المتباينة عند ضرب طرفيها في عدد سالب، أو قسمتها على عدد سالب.

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٤ - ٢

حل المعادلات بالضرب أو بالقسمة.

الدرس ٤ - ٢

حل المتباينات الخطية باستعمال الضرب.

حل المتباينات الخطية باستعمال القسمة.

ما بعد الدرس ٤ - ٢

حل نظام من متباينتين خطيتين.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟"

ثم اسأل:

- ماذا يمثل المتغير ك في المتباينة ٤٥ ك ≥ ٢٥٠؟ عدد زجاجات العطر
- لماذا استعمل الرمز "≥" لتمثيل الموقف؟ لدى سعود ٢٥٠ ريالًا لشراء العطور، لذا يجب أن يكون ناتج ضرب عدد الزجاجات في ثمن الزجاجة الواحدة أقل من أو يساوي ٢٥٠ ريالًا.
- ما العملية التي يمكن أن تجريها لجعل المتغير في أحد طرفي المتباينة؟ أقسم كلًّا من طرفي المتباينة على ٤٥.

حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

فيما سبق

درست حل معادلات باستعمال الضرب والقسمة.

والآن

- أحل متباينات خطية باستعمال الضرب.
- أحل متباينات خطية باستعمال القسمة.

المفردات

خاصية الضرب للمتباينات

خاصية القسمة للمتباينات

obeikaneducation.com

لماذا؟

حصل سعود على جائزة تسوق مقدارها ٢٥٠ ريالًا من محل لبيع العطور.

فإذا كان ثمن زجاجة العطر الذي يريد شراءه ٤٥ ريالًا، فإن عدد زجاجات العطر (ك) التي يمكن أن يشتريها يمثل بالمتباينة ٤٥ك ≥ ٢٥٠ .

حل المتباينات باستعمال الضرب: إذا ضربت كلًّا من طرفي متباينة في عدد موجب فستبقى المتباينة صحيحة.

٤ < ٢	المتباينة الأصلية
٤(٣) ؟ ٢(٣)	اضرب كلًّا من الطرفين في ٣.
١٢ < ٦	بسّط.

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة بقي كما هو.

أما إذا ضربت طرفي المتباينة في عدد سالب فإن اتجاه إشارة المتباينة يتغير.

٧ > ٩	المتباينة الأصلية
٧(−٢) ؟ ٩(−٢)	اضرب كلا الطرفين في −٢
−١٤ < −١٨	بسّط.

يوضح المثالان السابقان خاصية الضرب للمتباينات.

مفهوم أساسي خاصية الضرب للمتباينات

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي	بالرموز	أمثلة
إذا ضُرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد موجب تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي عددين حقيقيين أ، ب ولأي عدد موجب جـ إذا كان أ > ب فإن أ جـ > ب جـ، وإذا كان أ > ب فإن أ جـ < ب جـ .	٦ > ٣,٥ ٦(٢) > ٣,٥ (٢) ١٢ > ٧ و ٢,١ > ٥ (٢,١) (٠,٥) > (٥)×(٠,٥) ١,٠٥ > ٢,٥
إذا ضُرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد سالب يتعين تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي عددين حقيقيين أ، ب ولأي عدد سالب جـ، إذا كان أ >ب فإن أ جـ < ب جـ، وإذا كان أ > ب فإن أ جـ < ب جـ.	٧ > ٤,٥ ٧ (−٣) > ٤,٥ (−٣) −٢١ < −١٣,٥ و ٣,١ > ٥,٢ (٣,١) (−٤) < (٥,٢) (−٤) −١٢,٤ < −٢٠,٨

وتبقى هذه الخاصية صحيحة للمتباينات في حالتي ≤ و ≥.

مصادر الدرس ٤ - ٢

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم		• تنويع التعليم ص(١١٩ ، ١٢٢)	• تنويع التعليم ص(١١٩ ، ١٢٢)
كتاب التمارين	ص (٢٠)	ص (٢٠)	ص (٢٠)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٠) • تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • كتاب التمارين، ص (٢٠)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • كتاب التمارين، ص (٢٠)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • التدريبات الإثرائية، ص (١٣) • كتاب التمارين، ص (٢٠)

مثال ١ من واقع الحياة — كتابة المتباينات وحلها

دراسة مسحية: في استطلاع أجرته إحدى المدارس، أجاب ثُمن أفراد العينة، وعددهم أقل من ٨٤ طالبًا، بأنهم لم يتناولوا أي وجبة غداء سريعة خلال الفصل الدراسي الماضي . فما عدد أفراد العينة؟

افهم تعلم عدد الطلاب الذين لم يتناولوا أي وجبة غداء من مطاعم الوجبات السريعة ونسبتهم من عدد الطلاب الذين تم استطلاع آرائهم.

خطّط افترض أن ن= عدد أفراد العينة، ثم اكتب جملة تمثّل هذا الموقف.

التعبير اللفظي	ثمن	مضروبًا في	عدد الطلاب الذين تم استطلاع آرائهم	أقل من	٨٤
المتباينة	$\frac{١}{٨}$	×	ن	<	٨٤

حل حل المتباينة لإيجاد قيمة ن.

$\frac{١}{٨}$ن < ٨٤ — المتباينة الأصلية

(٨)$\frac{١}{٨}$ن < (٨)٨٤ — اضرب كلًّا من الطرفين في ٨

ن < ٦٧٢ — بسّط

تحقق للتحقق من الإجابة عوّض بعدد أقل من ٦٧٢ في المتباينة الأصلية.
إذا كانت ن = ٨٠، فإن $\frac{١}{٨}$(٨٠) = ١٠، والعدد ١٠ أقل من العدد ٨٤، (١٠ < ٨٤).

لذا فمجموعة الحل هي: {ن| ن< ٦٧٢}، إذن عدد أفراد العينة أقل من ٦٧٢ طالبًا .

تحقق من فهمك

١) **علم النبات:** تتركز أشجار النخيل بصفة خاصة في العالم العربي، حيث يوجد به أكثر من ٦٠ مليون شجرة تمثل نحو ثلاثة أخماس أشجار النخيل في العالم. فما عدد أشجار النخيل في العالم؟

إجابة ممكنة: هناك أكثر من ١٠٠ مليون شجرة نخيل في العالم

يمكنك استعمال النظير الضربي لحل المتباينات.

الربط مع الحياة

شجرة النخيل هي الشجرة الوحيدة التي لايسقط ورقها، وكل جزء فيها فائدته عظيمة: ثمارها، ليفها، ساقها، سعفها، جريدها، خوصها.

مثال ٢ — الحل بالضرب

حل المتباينة $-\frac{٣}{٧}$ر > ٢١ وتحقق من صحة الحل.

$-\frac{٣}{٧}$ر > ٢١ — المتباينة الأصلية.

$\left(-\frac{٧}{٣}\right)\left(-\frac{٣}{٧}ر\right) < ٢١\left(-\frac{٧}{٣}\right)$ — اضرب في $-\frac{٧}{٣}$، وغيّر اتجاه إشارة المتباينة. .

ر < −٤٩ — بسّط، وتحقق من صحة الحل بالتعويض.

مجموعة الحل هي: {ر | ر < −٤٩}.

تحقق من فهمك حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢أ) $\frac{ن}{٦}$ ≥ ٨ — ن ≤ −٤٨

٢ب) $-\frac{٤}{٣}$ف > −١٠ — ف > ٧$\frac{١}{٢}$

٢جـ) $\frac{١}{٥}$م ≤ −٣ — م ≤ −١٥

٢د) $\frac{٣}{٨}$ت > ٥ — ت > ١٣$\frac{١}{٣}$

إرشادات للدراسة

التحقق من صحة الحل
يمكنك التحقق من صحة الحل في المثال ١ بتعويض عدد أكبر من ٦٧٢ وإثبات أن المتباينة الناتجة غير صحيحة.

حل المتباينات باستعمال الضرب

المثال ١ يبين طريقة حل المتباينة الخطية بضرب كل من طرفيها في العدد الموجب نفسه.

المثال ٢ يبين طريقة حل المتباينة الخطية بضرب كل من طرفيها في العدد السالب نفسه.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

مثالان إضافيان

١ **نزهة:** يمشي سليمان بمعدل $\frac{٦}{٥}$ كيلومتر في الساعة. فكم ساعة يحتاج حتى يصل إلى الحديقة العامة إذا علمت أن المسافة إلى الحديقة ٣ كلم على الأقل؟ اكتب متباينة ثم حلها لإيجاد الزمن.
$\frac{٦}{٥}$س ≥ ٣ ؛ {س|س ≥ ٢,٥}
يحتاج سليمان إلى ساعتين ونصف الساعة على الأقل

٢ حل المتباينة: $-\frac{٣}{٥}$د ≤ ٦.
{د | د ≥ −١٠}

المحتوى الرياضي

إشارة المتباينة: تبقى خاصية الضرب في المتباينات صحيحة للمتباينات التي تحتوي الرمز ≥ أو ≤ .

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: اطلب إلى الطلاب كتابة جملة تمثل موقفًا من واقع الحياة. ثم ظلل كل قيمة أو كلمة أساسية، واطلب إلى طالب آخر أن يكتب المتباينة وأن يضع خطًا تحت الأجزاء المناظرة للأجزاء المظللة في الجملة.

تنويع التعليم:

ضمن فوق

إذا فهم بعض الطلاب طريقة حل المتباينات باستعمال الضرب.

فقم بتوجيههم أن يشرحوا كيف يحلون المتباينات بالقسمة. ويتعين عليهم أن يقترحوا طريقة حل المتباينات بالقسمة من خلال معرفتهم بطريقة حل المتباينات بالضرب؛ لأن القسمة هي الضرب في مقلوب العدد.

حل المتباينات باستعمال القسمة

يبين **المثال ٣** طريقة حل المتباينة بقسمة كل من طرفيها على عدد موجب وآخر سالب

مثال إضافي

٣ حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين:

أ) ١٢ ك ≤ ٦٠. ك ≤ ٥

ب) −٨ق > ١٣٦. ق > −١٧

تنبيه!

تجنب الأخطاء: بيّن للطلاب أنه من الأسهل استعمال القسمة لحل المتباينة عندما تتضمن أعدادًا صحيحة، واستعمال الضرب عندما تتضمن كسورًا.

تجنب الأخطاء: بين للطلاب أن قواعد خاصية القسمة تنص على أنه يمكن قسمة كل من طرفي المتباينة على عدد موجب أو عدد سالب. ولكن لا يجوز القسمة على الصفر؛ لأن القسمة على الصفر غير معرّفة.

إرشادات للمعلم الجديد

التحقق من صحة الحل: ناقش الطلاب في الأعداد التي يمكن استعمالها للتحقق من صحة الحل بعد حل المتباينة. فعلى سبيل المثال: هل يمكن استعمال ت = ٠ للتحقق من صحة الحل في المثال ٣أ؟

تنبيه!

الإشارة السالبة: لا يعني وجود الإشارة السالبة في المتباينة ضرورة تغير اتجاه إشارتها. فعند حل المتباينة $\frac{ب}{-٣} > -٥$ لا يتغير اتجاه إشارة المتباينة.

حل المتباينات بالقسمة: إذا قسمت كل طرف من طرفي المتباينة على عدد موجب، تبقى المتباينة الناتجة صحيحة.

$-١٠ > -٥$ المتباينة الأصلية

$\frac{-١٠}{٥} \stackrel{؟}{>} \frac{-٥}{٥}$ اقسم كلا الطرفين على ٥.

$-٢ > -١$ بسّط.

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة بقي كما هو.

إذا قسمت كل طرف من طرفي المتباينة على عدد سالب، يتغير اتجاه إشارة المتباينة الناتجة لتكون صحيحة.

$١٥ > ١٨$ المتباينة الأصلية

$\frac{١٥}{-٣} \stackrel{؟}{<} \frac{١٨}{-٣}$ اقسم كلا الطرفين على −٣.

$-٥ < -٦$ بسّط.

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة يتغير عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب.

يوضح هذان المثالان **خاصية القسمة للمتباينات.**

مفهوم أساسي — **خاصية القسمة للمتباينات** — أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي	بالرموز	أمثلة
إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد موجب، تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي موجب جـ إذا كان أ < ب فإن $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$. وإذا كان أ > ب فإن $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$.	٤,٥ > ٢,١ و $\frac{٤,٥}{٣} > \frac{٢,١}{٣}$ ؛ ١,٥ < ٥ و $\frac{١,٥}{٠,٥} < \frac{٥}{٠,٥}$ ؛ ٠,٧ < ١,٥ و ٣ < ١٠
إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد سالب، يجب تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة.	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي سالب جـ إذا كان أ < ب، فإن $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$. وإذا كان أ > ب، فإن $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$.	٦ < ٢,٤ و $\frac{٦}{-٦} > \frac{٢,٤}{-٦}$ ؛ −١,٨ > −٣,٦ و $\frac{-١,٨}{-٩} < \frac{-٣,٦}{-٩}$ ؛ −١ > −٠,٤ و −٠,٢ < −٠,٤

وتبقى هذه الخاصية صحيحة للمتباينات في حالتي ≤ و ≥

مثال ٣ — **الحل بالقسمة**

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

أ) ٦٠ت > ٨

٦٠ت > ٨ المتباينة الأصلية

$\frac{٦٠ت}{٦٠} > \frac{٨}{٦٠}$ اقسم كلا الطرفين على ٦٠

$ت > \frac{٢}{١٥}$ بسّط

ب) −٧د ≥ ١٤٧

−٧د ≥ ١٤٧ المتباينة الأصلية

$\frac{-٧د}{-٧} \leq \frac{١٤٧}{-٧}$ اقسم كلا الطرفين على −٧

د ≤ −٢١ بسّط

تحقق من فهمك

٣أ) ٨ف > ٥٨ ٣ب) −٤٢ > ٦ر ٣جـ) −١٢هـ > ١٥ ٣د) $-\frac{١}{٢}$ن > ٦

٣أ) ف > $٧\frac{١}{٤}$

٣ب) ر > −٧

٣جـ) هـ > $-\frac{٥}{٤}$

٣د) ن > −١٢

تأكد

مثال ١

لتكن ك = عدد الكتب المبيعة؛ ١٥ ك > ٥٥٠٠ ؛ ك > ٣٦٦,٦٧ ؛ تم بيع ٣٦٧ كتابًا على الأقل.

١) **كتب:** جمعت دار نشر أكثر من ٥٥٠٠ ريال من بيع كتاب جديد، ثمن النسخة الواحدة ١٥ ريالًا. عرّف متغيرًا، واكتب متباينة تمثل عدد الكتب المبيعة، ثم حلها وفسّر الحل.

المثالان ٢، ٣

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢) ٣٠ < $\frac{١}{٢}$ ن ن > ٦٠ ٣) ٩ل > ١٠٨ ل > ١٢ ٤) $\frac{جـ}{٦}$ ≤ ٧ جـ ≥ −٤٢ ٥) −٨٤ > ٧م م > −١٢

تدرب وحل المسائل

مثال ١

عرّف متغيرًا في كل من السؤالين ٦ ، ٧ واكتب متباينة، وحلها، ثم فسر الحل:

٦) **هاتف نقال:** اشترى سعد بطاقة هاتف بمبلغ ٥٠ ريالًا، فإذا كان سعر الدقيقة ٠,٢٤ ريال، فكم دقيقة يمكنه أن يتكلم بهذه البطاقة؟ ٦) افترض د = عدد الدقائق فيكون ٠,٢٤ د ≤ ٥٠، د ≤ ٢٠٨,٣، إذن يمكن لسعد التكلم ٢٠٨ دقائق كاملة على الأكثر.

٧) **نقود:** يحتاج رائد إلى ٥٦٠ ريالًا على الأقل لتغطية نفقات رحلته. وقد بدأ بتوفير ٢٥ ريالًا من مصروفه كل أسبوع. فبعد كم أسبوع يمكنه القيام بالرحلة؟ انظر الهامش.

المثالان ٢، ٣

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٨) $\frac{١}{٤}$ م ≥ −١٧ م ≥ −٦٨ ٩) −١١ < $\frac{جـ}{١١}$ جـ > ١٢١ ١٠) $\frac{س}{-٢}$ ≥ −١٠ س ≥ ٢٠

١١) $\frac{ف}{-٦}$ > −٧٢ ف > ٤٣٢ ١٢) $\frac{٢}{٣}$ هـ > ١٤ هـ > ٢١ ١٣) $\frac{١}{-٦}$ ن ≥ −١٨ ن ≤ ١٠٨

١٤) ٦ص ≥ ٩٦ ص ≥ ١٦ ١٥) ٤س > ٦٤ س > ١٦ ١٦) −٣٢ > −٢ع ع > −١٦

١٧) −٦ط > −٧٢ ط > ١٢ ١٨) −٣٣ ≤ −٣س س ≤ ١١ ١٩) −٧ف > ٥ ف < $\frac{٥}{٧}$

٢٠) **دورات تدريبية:** من متطلبات الحصول على شهادة في إحدى الدورات حضور المشترك $\frac{٣}{٥}$ أيام التدريب على الأقل. فإذا حقق سالم هذا الشرط بحضوره ١٥ يومًا تدريبيًّا. فما الحد الأعلى لعدد أيام التدريب في هذه الدورة؟ افترض ن = عدد أيام التدريب فيكون ١٥ ≤ $\frac{٣}{٥}$ ن ، ٢٥ يومًا كحد أعلى.

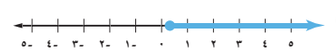
٢١) **متحف:** أراد مدرس التاريخ في مدرسة متوسطة اصطحاب طلابه لزيارة متحف. فإذا كان سعر بطاقة دخول المتحف للفرد ٨ ريالات. فما عدد الطلاب الذين يمكن أن يزوروا المتحف بمبلغ ٢٦٠ ريالًا؟ لايزيد على ٣٢ طالبًا.

٢٢) **بنزين:** إذا كان سعر لتر البنزين لا يقل عن ٠,٤٥ ريال، فكم لترًا من البنزين (لأقرب جزء من عشرة) يمكن أن يشتري خالد بمبلغ ٢٤ ريالًا؟ لا يزيد على ٥٣,٣ لترًا.

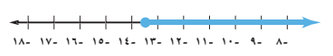
اكتب أمام كل متباينة رمز التمثيل البياني لحلها:

٢٣) −$\frac{٢}{٣}$ هـ ≥ ٩ ب ٢٤) ٢٥ ك ≤ ٨ أ ٢٥) ٣,٦س > −٤,٥ د ٢٦) ٢,٣ > −٥ت جـ

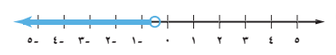
أ)



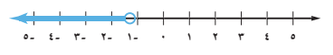
ب)

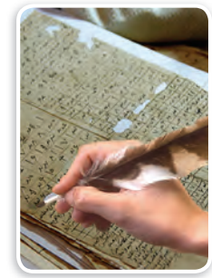


جـ)



د)





تاريخ الرياضيات

أول من ابتكر الكسور العشرية هو العالم الرياضي المسلم غياث الدين الكاشي.

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٥ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب حسب مستوياتهم.

إجابة:

٧) افترض أن س = عدد الأسابيع التي يجب أن يوفر فيها رائد ؛
٢٥ س ≤ ٥٦٠ ؛
س ≤ ٢٢,٤ ؛
وهذا يعني أن على رائد أن يوفر مدة ٢٣ أسبوعًا حتى يجمع المبلغ الكافي للرحلة.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٦–١٩ ، ٢٩ ، ٣١–٣٩
ضمن ضمن المتوسط	٧–١٩ فردي ، ٢٠ ، ٢٣–٢٥ ، ٢٧–٢٩ ، ٣١–٤٠
فوق فوق المتوسط	٢٠–٤٠

تمثيلات متعددة : يستعمل الطلاب في السؤال ٢٨ التمثيل الهندسي، المعادلة، جدول القيم، التحليل العددي؛ لإيجاد العلاقة بين أبعاد هرم قاعدته مربعة وحجمه.

تنبيه!

اكتشف الخطأ : على الطلاب أن يلاحظوا في السؤال ٢٩ أن الفرق الوحيد بين حلّيْ طلال وجمال هو في إشارة المتباينة. وبما أن حل المتباينة يتضمن القسمة على عدد موجب فإن إشارة المتباينة في الحل لا تتغير عما كانت عليه في المتباينة الأصلية.

٤ التقويم

بطاقة مكافأة : اطلب إلى الطلاب كتابة فقرة قصيرة حول ما ينبغي تذكره عند حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة.

الاختبار القصير ١، ص (٦٨)

إجابات:

٢٨ جـ)

ل	١	٣	٦	٩	١٢
ع	٢١٦	٢٤	٦	$\frac{٨}{٣}$	$\frac{٣}{٢}$

٣٣) إجابة ممكنة: يتغير اتجاه إشارة المتباينة عند الضرب أو القسمة على عدد سالب، لتبقى المتباينة صحيحة.
مثال: عند قسمة $-٢س > ٤$ على -٢ ينتج أن $س < -٢$.

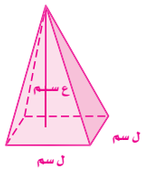
٣٦) $\{أ \mid أ > -٨\}$

٣٧) $\{ص \mid ص \leq -٣٥\}$

٣٨) $\{ب \mid ب < ٧\}$

٢٧) **حلوى:** أشار ثلثا طلاب الصف الثالث في مدرسة متوسطة، وعددهم أقل من ٣٦ طالبًا، إلى أنهم يفضلون الشوكولاتة على غيرها من الحلوى. فما عدد طلاب الصف؟ أقل من ٥٤ طالبًا.

٢٨) **تمثيلات متعددة:** حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ مساحة قاعدته × الارتفاع.



أ) هندسيًا: ارسم هرمًا قاعدته مربعة طول ضلعها ل سم وارتفاعه ع سم.

ب) عدديًا: إذا كان حجم الهرم ٧٢ سم^٣، فاكتب معادلة لإيجاد ارتفاعه. ع = $\frac{٢١٦}{ل^٢}$

جـ) جدوليًا: أنشئ جدولًا يبين قيم ع عندما ل = ١، ٣، ٦، ٩، ١٢ انظر الهامش

د) عدديًا: اكتب متباينة لقيم ل الممكنة على أن يكون ل > ع، واكتب متباينة أخرى لقيم ع الممكنة على أن يكون ل > ع.
ل > ع عندما ٠ < ل < ٦، ل > ع عندما ع < ٦

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) **اكتشف الخطأ:** حل كل من طلال وجمال المتباينة ٦ د ≤ −٨٤. فأيّهما كانت إجابته صحيحة؟ اشرح تبريرك.

طلال	جمال
٦د ≤ −٨٤	٦د ≤ −٨٤
$\frac{٦د}{٦} \leq \frac{-٨٤}{٦}$	$\frac{٦د}{٦} \geq \frac{-٨٤}{٦}$
د ≤ −١٤	د ≥ −١٤

طلال؛ لأنه لا يحتاج لعكس اتجاه إشارة المتباينة عند القسمة على عدد موجب.

٣٠) لا، مجموعة حل $س^٢ > ١$ تتضمن قيمًا سالبة.

٣٠) **تحد:** حدد إذا كانت المتباينتان $س^٢ > ١$، س > ١ متكافئتين أم لا، وفسر إجابتك.
أحيانًا، فهي صحيحة عندما أ > ٠، ب > ٠

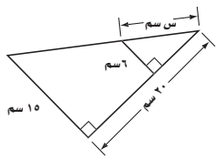
٣١) **تبرير:** وضح إذا كانت العبارة "إذا كان أ > ب فإن $\frac{١}{أ} > \frac{١}{ب}$" صحيحة أحيانًا، أم دائمًا، أم غير صحيحة أبدًا"، وفسر إجابتك.

٣٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب موقفًا من واقع الحياة يمثل المتباينة $-\frac{٥}{٨} \leq$ س. إجابة ممكنة: لا تزيد درجة الحرارة في مكان ما على $\frac{-٥°}{٨}$ سيليزية.

٣٣) **اكتب:** اشرح الحالات التي يتغير فيها اتجاه إشارة المتباينة، وأعط أمثلة تؤيد ذلك. انظر الهامش.

تدريب على اختبار

٣٤) **إجابة قصيرة:** أوجد قيمة س في الشكل الآتي. ١٠ سم.



٣٥) ما حلُّ المعادلة : ٤ س−٣ = −٢س ؟ جـ

أ) −٢ ب) $-\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) ٢

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل، ثم مثّله على خط الأعداد: (الدرس ٤-١) انظر الهامش

٣٦) −٨ + ٤أ > ٥أ **٣٧)** ص + ١١ ≤ −٢٤ **٣٨)** ٧ − ٢ب > − ب

٣٩) مثل المعادلة ك= ٧٥ + ٥ ,١٦س بيانيًّا، ثم أوجد قيمة ك عندما س = ٨ . (الدرس ٢-٣) انظر ملحق الإجابات.

٤٠) حل المعادلة: ٢س − ٣ = ٨س + ٤ . (الدرس ١-٤) $-\frac{٧}{٦}$

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلاب حل: ٢ ن+ ٤ ≠ ١٢، ثم مناقشة الحل، وكتابة متباينات مختلفة باستعمال الرمز ≠ وحلها. {ن | ن ≠ ٤}

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٤ - ٢

دون دون المتوسط | ضمن ضمن المتوسط | فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٠) دون

الاسم ________ التاريخ ________

٤-٢ تدريبات إعادة التعليم

حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

حل المتباينات باستعمال الضرب: إذا ضربتَ كلًّا من طرفَي متباينةٍ في عددٍ موجب، ستبقى المتباينة صحيحةً. أمّا إذا ضربتَ كلًّا من طرفَي متباينةٍ في عددٍ سالبٍ، فإنّ اتجاه إشارة المتباينة سوف يتغيَّر.

خاصية الضرب للمتباينات	لأيِّ عددين حقيقيين أ، ب: ١) ولأي عددٍ حقيقيٍّ موجب جـ، إذا كان أ > ب، فإنّ: أ جـ > ب جـ ، وإذا كان أ < ب، فإنّ أ جـ < ب جـ. ٢) ولأي عددٍ حقيقيٍّ سالب جـ ، إذا كان أ > ب، فإنّ: أ جـ < ب جـ ، وإذا كان أ < ب، فإنّ أ جـ > ب جـ.

وتبقى هذه الخاصية صحيحةً للمتباينات في حالتَي ≤ و ≥

مثال ١ حُلّ المتباينة $-\frac{ص}{٨} \ge ١٢$

$-\frac{ص}{٨} \ge ١٢$ المتباينة الأصلية

$(-٨)\left(-\frac{ص}{٨}\right) \le (-٨)\,١٢$ اضرب كلًّا من الطرفين في −٨ وغيِّر اتجاه إشارة المتباينة

ص ≤ −٩٦ بسّط

لذا مجموعة الحل هي :{ص|ص ≤ −٩٦}

مثال ٢ حُلّ المتباينة $\frac{٣}{٤}ك > ١٥$

$\frac{٣}{٤}ك > ١٥$ المتباينة الأصلية

$\left(\frac{٤}{٣}\right)\left(\frac{٣}{٤}ك\right) > \left(\frac{٤}{٣}\right)١٥$ اضرب كلًّا من الطرفين في $\frac{٤}{٣}$

ك > ٢٠ بسّط

لذا مجموعة الحل هي: {ك | ك > ٢٠}

تمارين

حُلّ كلًّا من المتباينات الآتية:

١) $\frac{ص}{٦} \ge ٢$ **{ص|ص ≥ ١٢}**

٢) $-\frac{ن}{٥٠} > ٢٢$ **{ن|ن < −١١٠٠}**

٣) $\frac{٣}{٥}هـ \ge -٣$ **{هـ|هـ ≥ −٥}**

٤) $-\frac{ب}{٦} < -٦$ **{ب|ب > ٣٦}**

٥) $\frac{١}{٤}ن \ge ١٠$ **{ن|ن ≥ ٤٠}**

٦) $-\frac{٢}{٣}ب > \frac{١}{٣}$ **{ب|ب < $-\frac{١}{٢}$}**

٧) $\frac{٣}{٥}م < -\frac{٣}{٢٠}$ **{م|م < $-\frac{١}{٤}$}**

٨) $-٢,٥ \ge \frac{-٢هـ}{٤}$ **{هـ|هـ ≥ ٥}**

٩) $\frac{ق}{٥} \ge -٢$ **{ق|ق ≥ −١٠}**

١٠) $-\frac{٣}{٤} > \frac{-٩ب}{٥}$ **{ب|ب > $\frac{٥}{١٢}$}**

١١) $\frac{ن}{١٠} \ge ٥,٤$ **{ن|ن ≥ ٥٤}**

١٢) $\frac{٢أ}{٧} \ge -٦$ **{أ|أ ≥ −٢١}**

عرّف كلَّ متغيِّرٍ فيما يأتي، ثمّ اكتب المتباينة وحلّها:

١٣) نصف عددٍ ما يساوي ١٤ على الأقلّ. **العدد = ع؛ $\frac{١}{٢}$ع ≥ ١٤؛ {ع|ع ≥ ٢٨}**

١٤) معكوس ثُلثِ عددٍ ما أكبر من ٩. **العدد = ع؛ $-\frac{١}{٣}$ع > ٩؛ {ع|ع < −٢٧}**

١٥) خُمس عددٍ ما يساوي ٣٠ على الأكثر. **العدد = ع؛ $\frac{١}{٥}$ع ≤ ٣٠؛ {ع|ع ≤ ١٥٠}**

الصف: الثالث المتوسط — ١٠ — الفصل ٤ : المتباينات الخطية

تدريبات حل المسألة (١٢) دون ضمن فوق

الاسم ________ التاريخ ________

٤-٢ تدريبات حل المسألة

حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

١) **بيتزا:** طلب أحمد وصديقه طبق بيتزا، وأكل أحمد ٣ قطع من أصل ١٠ قطع، فدفع ٨,٤٠ ريالاتٍ مقابل حصته. افترض أن أحمد دفع ثمن ما أكله، فما مقدار أعلى سعرٍ ممكنٍ لطبق البيتزا؟
س ≤ ٢٨ ريالًا

٢) **تصنيع:** يُنتج مصنع أثاثٍ ما لا يقل عن ٢٥٠٠٠ طاولةٍ سنويًّا. ولوحظ أنّ ٩٨٪ منها غير معيبة. ما الحد الأدنى لعدد الطاولات المعيبة؟
٥٠٠ طاولةٍ على الأقل

٣) **مدرسة:** حصل عبد الملك على الدرجات الآتية في الاختبارات الثلاثة الأولى في الكيمياء لهذا الفصل الدراسي: ٨٦، ٨٨، ٧٨. ما أقل درجة يتعيّن أن يحصل عليها عبد الملك في الاختبار الرابع، إذا أراد أن يكون معدّله في الاختبارات الأربعة ٨٣ على الأقل؟
٨٠

٤) **مناسبات:** قدَّمت إحدى الصالات عرضًا بالإعفاء من أجرة الصالة، إذا كان ثمن الوجبات التي ستُقدَّم في الحفل لا يقل عن ١٥٠٠٠ ريالٍ. فإذا أراد صاحبُ حفلةٍ أن يُعفَى من أجرة الصالة، وكان عدد الحضور لديه ٢٥٠ شخصًا، فما أقل مبلغٍ عليه أن يدفعه عن كلِّ شخصٍ؟
٦٠ ريالًا

٥) **فيزياء:** تُحدِّد كثافة المادة ما إذا كانت ستطفو أم ستغطس في سائل. كثافة الماء ١ جرام لكل مللترٍ. وأي جسمٍ كثافته أكبر من ذلك سيغطس في الماء، وأي جسمٍ كثافته أصغر من ذلك سيطفو على سطح الماء. وتُحسب الكثافة بالصيغة

ث = $\frac{ك}{ح}$ ، حيث ث الكثافة، ك الكتلة، ح الحجم. والجدول الآتي يبيّن كثافة بعض المحاليل الكيميائية الشائعة:

المحلول	الكثافة (جم/ مل)
محلول كلوريد الكالسيوم المركز	١,٤٠
٧٠٪ أيزوبروبيل الكحول	٠,٩٢

أ) تختلف أنواع البلاستيك في كثافتها عند تصنيعها. لذا تتغير أحجامها بحسب كتلها المعطاة. يغطس قرصٌ من البولسترين(وهو بلاستيك مصنّع) في محلولٍ من الماء والكحول، ولكنه يطفو في محلول كلوريد الكالسيوم. إذا كانت كتلة القرص ٠,٤ جرام، فما أكبر حجمٍ ممكنٍ له. اكتب متباينة لذلك؟
ح < ٠,٤٣٥

ب) ما أقل حجمٍ ممكنٍ له. اكتب متباينةً لذلك؟
ح > ٠,٢٨٦

الصف: الثالث المتوسط — ١٢ — الفصل ٤ : المتباينات الخطية

التدريبات الإثرائية (١٣) فوق

الاسم ________ التاريخ ________

٤-٢ التدريبات الإثرائية

المتباينات التربيعية

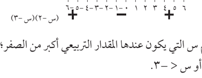
كما هو الحال في المتباينات الخطية، يمكنك حلُّ متبايناتٍ من درجاتٍ أعلى، والمتباينات التربيعية هي متباينات من الدرجة الثانية؛ والمثال الآتي يبين كيفية حل المتباينات التربيعية.

مثال حُلّ المتباينة: (س+ ٣) (س− ٢) > ٠

الخطوة ١ : أوجد قيم س التي تجعل الطرف الأيمن يساوي صفرًا.
وبمعنى آخر ما هي قيم س التي تجعل: س + ٣=٠ أو س−٢= ٠
س = −٣ أو ٢

الخطوة ٢ : مثّل هاتين النقطتين بيانيًّا على خط الأعداد. ضع وفق خط الأعداد إشارة (+)، إذا كانت س + ٣ موجبة في تلك المنطقة، أو إشارة (−)، إذا كانت س + ٣ سالبة في تلك المنطقة. وكرّر الشيء نفسه مع س − ٢ وضَعِ الإشارات الخاصة بهذا العامل فوق الإشارات التي وضعتها للعامل س + ٣.

الخطوة ٣ : اكتب إشارة ناتج ضرب العاملين تحت خط الأعداد. يتعيّن أن يبدو مخطط الإشارات الذي أنشأته على النحو الآتي:



المناطق الموجبة النهائية ترتبط بقيم س التي يكون عندها المقدار التربيعي أكبر من الصفر؛
لذا حَلُّ هذه المتباينة هو: س > ٢ أو س < −٣.

حُلّ كلًّا من المتباينات الآتية:

١) (س − ١) (س + ٢) > ٠ **س > ١ أو س< −٢**

٢) (س + ٥) (س + ٢) > ٠ **س< −٥ أو س > −٢**

٣) (س − ١) (س− ٥) < ٠ **٥> س > ١**

٤) (س + ٢) (س− ٤) ≤ ٠ **٤ ≥ س ≥ −٢**

٥) (س − ٣) (س + ٢) ≥ ٠ **س ≥ ٣ أو س ≤ −٢**

٦) (س + ٣) (س − ٤) ≤ ٠ **٤ ≥ س ≥ −٣**

الصف: الثالث المتوسط — ١٣ — الفصل ٤ : المتباينات الخطية

كتاب التمارين (٢٠) دون ضمن فوق

٤ - ٢ حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

اختر لكل متباينة فيما يأتي التعبير اللفظي المطابق لها:

١) −٤ن ≥ ٥ د
٢) $\frac{٤}{٥}$ن > ٥ و
٣) ٤ن ≤ ٥ هـ
٤) $\frac{٤}{٥}$ن ≤ ٥ ب
٥) ٤ن < ٥ جـ
٦) −٤ن < ٥ أ

أ) سالب أربعة أمثال عدد يقل عن خمسة.
ب) أربعة أخماس عدد لا يزيد على خمسة.
جـ) أربعة أمثال عدد يقل عن خمسة.
د) سالب أربعة أمثال عدد لا يقل عن خمسة.
هـ) أربعة أمثال عدد يساوي خمسة على الأكثر.
و) أربعة أخماس عدد يزيد على خمسة.

حُلّ كلاًّ من المتباينات الآتية، وتحقّق من صحة الحل:

٧) $-\frac{أ}{٥} < -١٤$ {أ | أ > ٧٠}

٨) −١٣هـ ≤ ٥٢ {هـ | هـ ≥ −٤}

٩) $\frac{ب}{١٦} \ge -٦$ {ب | ب ≥ −٩٦}

١٠) $\frac{٢}{٣}$ن > −١٢ {ن | ن > −١٨}

١١) $-\frac{٥}{٩}$ت < ٢٥ {ت | ت > −٤٥}

١٢) $-\frac{٣}{٥}$م ≤ −٦ {م | م ≥ ١٠}

١٣) −٣ب < ٠,٧٥ {ب | ب > −٠,٢٥}

١٤) −٠,٩جـ > −٩ {جـ | جـ < ١٠}

١٥) $\frac{١٠}{٣}$ك ≥ −١٠ {ك | ك ≥ −٣}

١٦) −١٥ ص < ٣ {ص | ص > $-\frac{١}{٥}$}

١٧) ٢,٦ ع ≥ −٢٠,٨ {ع | ع ≥ −٨}

١٨) ٠ > −٠,٥ ص {ص | ص > ٠}

عرف المتغير في كل مما يأتي، واكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل: ١٩ – ٢١ إجابة ممكنة: افرض أن العدد = ن

١٩) سالب ثلاثة أمثال عدد يساوي على الأقل ٥٧. −٣ن ≥ ٥٧؛ { ن | ن ≤ −١٩}

٢٠) لا يزيد ثلثا عدد على −١٠. $\frac{٢}{٣}$ن ≤ −١٠؛ {ن | ن ≤ −١٥}

٢١) سالب ثلاثة أخماس عدد أقل من −٦. $-\frac{٣}{٥}$ن < −٦؛ { ن | ن > ١٠}

٢٢) **فيضانات:** يرتفع منسوب المياه في أحد الأودية بمعدل ٣ بوصات كل ساعة. وإذا ارتفع لأكثر من ٢٤ بوصة سيحدث فيضان. فما المدة التي يمكن أن يستمر فيها ارتفاع منسوب المياه بهذا المعدل دون حدوث فيضان؟
لا تزيد على ٨ ساعات.

٢٣) **مبيعات:** يحقق مخزن مواد تموينية ربحًا قدره ٥,٥٠ ريالات من بيع كيس السكر الواحد. فإذا أراد المخزن أن يحقق ربحًا لا يقل عن ٥٢٢٥ ريالًا. فكم كيسًا من السكر يجب أن يبيع؟ ٩٥٠ كيسًا على الأقل.

الفصل ٤ المتباينات الخطية — ٢٠

ملحوظات المعلم

٤ - ٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

فيما سبق
درست حل معادلات متعددة الخطوات.

والآن
- أحل مُتباينات خطية تتضمن أكثر من عملية واحدة.
- أحل متباينات خطية تتضمن خاصية التوزيع.

obeikaneducation.com

لماذا ؟

يحصل مندوب مبيعات على راتب شهري يضاف إليه عمولة تبعًا لمبيعاته. ويمكن استعمال متباينة متعددة الخطوات لإيجاد قيمة المبيعات التي تحقق للمندوب دخلًا شهريًا يلبي طموحه.

حل المتباينات المتعددة الخطوات: يمكن حل المتباينات المتعددة الخطوات بإلغاء أثر العمليات بالطريقة نفسها التي اتبعتها في حل المعادلات المتعددة الخطوات.

مثال ١ من واقع الحياة **حل المتباينة المتعددة الخطوات**

مبيعات: يعمل عبد المجيد مندوب مبيعات براتب شهري قدره ٦٠٠٠ ريال وعمولة مقدارها ١٠ ٪ من مبيعاته، فإذا كان هدفه أن يكسب ١٢٠٠٠ ريال شهريًّا على الأقل. فاكتب متباينة وحلها لإيجاد قيمة المبيعات اللازمة لتحقيق هدفه؟

الراتب الأساسي + (العمولة × المبيعات) ≥ الدخل المطلوب

$٦٠٠٠ + ٠,١٠س \geq ١٢٠٠٠$ بالتعويض

$٠,١٠س \geq ٦٠٠٠$ اطرح ٦٠٠٠ من كلا الطرفين

$س \geq ٦٠٠٠٠$ اقسم كلا الطرفين على ٠,١٠

لذا، يجب أن لا تقل مبيعاته عن ٦٠٠٠٠ ريال ليحقق هدفه.

تحقق من فهمك

١) **نقود:** أعلنت إحدى المطابع عن عرض خاص لطباعة ٤٠٠ نسخة من نشرة إعلانية بأقل من ١٣٣,٥٠ ريالًا. فإذا علمت أن سعر الطباعة يشمل رسومًا مقدارها ١٣,٥٠ ريالًا، فما سعر طباعة النسخة الواحدة من النشرة الإعلانية؟ أقل من ٠,٣٠ ريال

عند ضرب المتباينة في عدد سالب أو قسمتها عليه يتغير اتجاه إشارة المتباينة، وتنطبق هذه الخاصية على المتباينات المتعددة الخطوات.

مثال ٢ **متباينة تتضمن معاملًا سالبًا**

حل المتباينة: $-١١ص - ١٣ > ٤٢$.

$-١١ص - ١٣ > ٤٢$ المتباينة الأصلية

$-١١ص > ٥٥$ أضف ١٣ إلى كلا الطرفين

$\frac{-١١ص}{-١١} < \frac{٥٥}{-١١}$ اقسم كلا الطرفين على −١١ وغيّر اتجاه إشارة المتباينة

$ص < -٥$ بسّط

لذا، فمجموعة الحل هي: {ص | ص < −٥}.

تحقق من فهمك حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين:

٢أ) $٢٣ \leq ١٠ - ٢ك$ {ك | ك ≤ −٦,٥}

٢ب) $٤٣ > -٤ص + ١١$ {ص | ص < −٨}

ملاحظات الدرس ٤ - ٣

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٤ - ٣
حل معادلات متعددة الخطوات .

الدرس ٤ - ٣
حل متباينات خطية تتضمن أكثر من عملية واحدة.
حل متباينات خطية تتضمن خاصية التوزيع.

ما بعد الدرس ٤ - ٣
حل نظام من متباينتين خطيتين.

٢ التدريس

أسئلة البناء
اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثم اسأل:
- ما المعلومات التي يتطلبها تكوين المتباينة لإيجاد قيمة المبيعات؟
الراتب الشهري، نسبة العمولة، الدخل الشهري الذي يلبي طموحه.
- لماذا تستعمل إشارة المتباينة " ≤ " لتمثيل الموقف؟ لأن الدخل الذي يحصل عليه المندوب يجب أن يساوي على الأقل الدخل الشهري الذي يلبي طموحه.

مصادر الدرس ٤ - ٣

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (١٢٥)	• تنويع التعليم، ص (١٢٥ ، ١٢٧)	• تنويع التعليم، ص (١٢٥ ، ١٢٧)
كتاب التمارين	ص (٢١)	ص (٢١)	ص (٢١)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٤) • تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • كتاب التمارين، ص (٢١)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • كتاب التمارين، ص (٢١)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • التدريبات الإثرائية، ص (١٧) • كتاب التمارين، ص (٢١)

حل المتباينات المتعددة الخطوات

المثال ١ يبين طريقة حل متباينة متعددة الخطوات.

المثال ٢ يبين طريقة حل متباينة متعددة الخطوات تتضمن معاملاً سالبًا.

المثال ٣ يبين طريقة كتابة متباينة وحلها.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

١ **فاكس:** خصص أنس مبلغ ٣٤٥ ريالاً لخدمة الفاكس. فإذا كانت الشركة التي يتعامل معها تتقاضى رسمًا قدره ٧٥ ريالًا لتفعيل الخدمة، و ٠,٢٥ ريال عن كل صفحة يتم إرسالها بالفاكس. فما عدد الصفحات التي يمكن أن يرسلها أنس دون أن يتجاوز المبلغ المخصص؟ استعمل المتباينة ٧٥ + ٠,٢٥ ص ≤ ٣٤٥. إذن يمكن أن يرسل أنس ١٠٨٠ صفحة على الأكثر بالفاكس.

٢ حل المتباينة ١٣ − ١١ د ≤ ٧٩، وتحقق من صحة الحل.
{د | د ≥ −٦}

٣ عرّف متغيرًا واكتب متباينة وحل المسألة الآتية، ثم تحقق من صحة الحل: «أربعة أمثال عدد زائد اثني عشر أقل من ذلك العدد ناقص ثلاثة»
افترض أن العدد = ن؛
٤ن + ١٢ > ن − ٣؛ {ن | ن > −٥}

حل المتباينات التي تتضمن خاصية التوزيع

المثال ٤ يبين طريقة استعمال خاصية التوزيع لحل المتباينات المتعددة الخطوات.

المثال ٥ يبين طريقة حل متباينة على أن تكون المجموعة الخالية أو مجموعة الأعداد الحقيقية كلها حلًّا لها.

يمكن تحويل الجمل الرياضية إلى متباينات متعددة الخطوات، ثم حلها باستعمال خصائص المتباينات.

مثال ٣ كتابة المتباينة وحلها

عرف المتغير، واكتب المتباينة، ثم حلها.

خمسة ناقص ستة أمثال عدد أكبر من أربعة أمثال ذلك العدد زائد ٤٥.

خمسة	ناقص	ستة أمثال عدد	أكبر من	أربعة أمثال العدد	زائد	خمسة وأربعين
٥	−	٦ن	>	٤ن	+	٤٥

٥ − ٦ن > ٤٥	
−٦ن > ٤٠	اطرح ٤ن من طرفي المتباينة
$\frac{-٦ن}{-٦} < \frac{٤٠}{-٦}$	اطرح ٥ من طرفي المتباينة
ن < −٤	اقسم طرفي المتباينة على −٦، وغيّر اتجاه إشارة المتباينة
	بسّط

لذا، فمجموعة الحل هي {ن | ن < −٤}

تحقق من فهمك

٣) نصف عدد زائد اثنين أكبر من سبعة وعشرين.

٣) إجابة ممكنة: افترض أن العدد = ن
$\frac{١}{٢}$ن + ٢ > ٢٧ ؛
{ن | ن > ٥٠} .

حل المتباينات التي تتضمن خاصية التوزيع عند حل متباينات تحتوي على أقواس استعمل أولًا خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس، ثم استعمل ترتيب العمليات لتبسيط المتباينة الناتجة.

مراجعة المفردات

ترتيب العمليات
١) احسب قيمة العبارات داخل الأقواس.
٢) احسب قيمة كل القوى.
٣) اضرب و/ أو اقسم من اليمين إلى اليسار.
٤) اجمع و/ أو اطرح من اليمين إلى اليسار.

مثال ٤ خاصية التوزيع

حل المتباينة: ٤(٣ت − ٥) + ٧ ≤ ٨ت + ٣.

٤(٣ت − ٥) + ٧ ≤ ٨ت + ٣	المتباينة الأصلية
١٢ت − ٢٠ + ٧ ≤ ٨ت + ٣	خاصية التوزيع
١٢ت − ١٣ ≤ ٨ت + ٣	جمّع الحدود المتشابهة
٤ت − ١٣ ≤ ٣	اطرح ٨ ت من الطرفين
٤ت ≤ ١٦	أضف ١٣ إلى كلا الطرفين
$\frac{٤ت}{٤} \leq \frac{١٦}{٤}$	اقسم طرفي المتباينة على ٤
ت ≤ ٤	بسّط

لذا فمجموعة الحل هي: {ت | ت ≤ ٤}.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٤أ) ٦(٥ع − ٣) ≥ ٤٢ {ع | ع ≥ ٢}

٤ب) ٢ (هـ + ٦) > −٣ (٨ − هـ) {هـ | هـ > ٣٦}

تنبيه!

خاصية التوزيع
إذا ضرب عدد سالب في مجموع حدين أو الفرق بينهما، فتذكّر أن توزع العدد مع إشارته السالبة على كل حد من الحدين بين القوسين.

إذا كانت نتيجة حل المتباينة عبارة صحيحة دائمًا، فإن مجموعة حل المتباينة هي مجموعة الأعداد الحقيقية، وتكتب على الصورة {س | س عدد حقيقي}. أمّا إذا كانت نتيجة الحل عبارة غير صحيحة أبدًا، فإن مجموعة الحل هي المجموعة الخالية وهي المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر ويعبر عنها بالرمز Ø.

إرشادات للدراسة

المجموعة الخالية

لا تستعمل الصيغة المميزة للمجموعة عندما تكون مجموعة حل المتباينة هي المجموعة الخالية. وبدلًا من ذلك يعبّر عن مجموعة الحل بالرمز ∅ .

مثال ٥ **المجموعة الخالية ومجموعة جميع الأعداد الحقيقية**

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

أ) ٩ت − ٥(ت − ٥) ≥ ٤(ت − ٣)

٩ت − ٥(ت − ٥) ≥ ٤(ت − ٣)	المتباينة الأصلية
٩ت − ٥ت + ٢٥ ≥ ٤ت − ١٢	خاصية التوزيع
٤ت + ٢٥ ≥ ٤ت − ١٢	جمع الحدود المتشابهة
٤ت + ٢٥ − ٤ت ≥ ٤ت − ١٢ − ٤ت	اطرح ٤ ت من كلا الطرفين
٢٥ ≥ −١٢	بسّط

بما أن نتيجة الحل عبارة غير صحيحة أبدًا، فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي المجموعة الخالية ∅ .

ب) ٣(٤م + ٦) ≥ ٤٢ + ٦(٢م − ٤)

٣(٤م + ٦) ≥ ٤٢ + ٦(٢م − ٤)	المتباينة الأصلية
١٢م + ١٨ ≥ ٤٢ + ١٢م − ٢٤	خاصية التوزيع
١٢م + ١٨ ≥ ١٢م + ١٨	جمع الحدود المتشابهة
١٢م + ١٨ − ١٢م ≥ ١٢م + ١٨ − ١٢م	اطرح ١٢م من الطرفين
١٨ ≥ ١٨	بسّط

بما أن نتيجة الحل عبارة صحيحة دائمًا، فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي مجموعة الأعداد الحقيقية.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٥أ) {جـ | جـ عدد حقيقي}

٥أ) ١٨ − ٣(٨جـ + ٤) ≤ −٦(٤جـ − ١)

٥ب) ٤٦ ≥ ٨م − ٤(٢م + ٥) ∅

تأكد

مثال ١

١) **قوارب:** إذا أراد أربعة أشخاص ركوب قارب ومعهم حمولة مقدارها ٤٠ كجم، فاكتب متباينة لإيجاد معدل الوزن المسموح به للشخص الواحد (ن)، وحلها، علمًا بأن حمولة القارب ٤٠٠ كجم.

٤ن + ٤٠ ≤ ٤٠٠؛ ن ≤ ٩٠، وزن الشخص الواحد ٩٠ كجم على الأكثر

مثال ٢

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٢) −٣س + ٧ > ٤٣ {س | س > −١٢}

٣) ٤م − ١٧ > ٦م + ٢٥ {م | م > −٢١}

مثال ٣

عرف المتغير، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

٤) أربعة أمثال عدد ناقص ٦ أكبر من ٨ مضافًا إليها مِثْلا ذلك العدد.

إجابة ممكنة: لتكن ن = العدد ؛ ٤ن − ٦ > ٨ + ٢ن ؛ {ن | ن > ٧}.

المثالان ٤ ، ٥

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٥) −٦ ≥ ٣(٥ص − ٢) {ص | ص ≤ ٠}

٦) −٥(ق + ٤) > ٣(ق − ٤) {ق | ق > −١}

٧) ٣ − ٨س ≤ ٩ + ٢(١ − ٤س) ∅

تنويع التعليم:

دون ضمن فوق

إذا كان في صفك طلاب لهم اهتمام بالعلوم الطبيعية.

فقم بالإشارة لهم أن هناك مواقف طبيعية كثيرة يمكن ربطها بالمتباينات الخطية مثل الموقف الوارد في كل من السؤالين ١٧ ، ٢٠. واطلب إلى الطلاب أن يكتبوا ملاحظاتهم حول أمثلة أخرى في كراساتهم، وأن يشاركوا طلاب الصف فيها.

المحتوى الرياضي

خاصية التوزيع: يمكنك عند إيجاد قيمة عبارة تحتوي أقواسًا أن توزع الحد الموجود خارج القوس على كل حد من الحدود داخل هذا القوس مما يسمح لك بحذف الأقواس، فعلى سبيل المثال، استعمل خاصية التوزيع في العبارة ٣(٤ج+ ٢) للتخلص من الأقواس: ١٢ج+٦.

مثالان إضافيان

٤ حل المتباينة:

٦ج+ ٣ (٢− ج) ≤ −٢ج+ ١، وتحقق من صحة الحل.

{ج|ج ≤ −١}

٥ حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين:

أ) −٧(ك+ ٤) + ١١ك ≤ ٨ك − ٢(٢ك+ ١) ∅

ب) ٢(٤ر+ ٣) ≥ ٢٢+ ٨(ر− ٢)

{ر | ر عدد حقيقي}

تنبيه!

أخطاء مفاهيمية: قد يفترض بعض الطلاب خطأً أن حل جميع المتباينات التي يحذف المتغير فيها هو المجموعة الخالية ∅ ؛ لذا ذكّرهم بأن عليهم تبسيط المتباينة لتحديد إذا كانت تمثل عبارة صحيحة أم لا. فإذا كانت المتباينة صحيحة فإن مجموعة حلها هي مجموعة الأعداد الحقيقية كلها، وتكون المجموعة الخالية مجموعة الحل في حالة واحدة فقط وهي عندما تكون المتباينة الناتجة غير صحيحة.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: اكتب متباينة متعددة الخطوات على السبورة، واطلب إلى أحد الطلاب حلها، وتمثيل مجموعة الحل بيانيًا. ثم ناقش الطلاب وتوصل معهم إلى الخطوات العامة لحل المتباينة المتعددة الخطوات، وبيّن لهم ضرورة تغيير إشارة المتباينة عند الضرب في أو القسمة على عدد سالب.

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٧ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تمثيلات متعددة: يستعمل الطلاب في السؤال ١٩ خط الأعداد، جدول القيم، التحليل المنطقي لوصف حل متباينتين خطيتين.

إجابات:

١٩ب)

١٩جـ)

النقاط	س > ٤	س < ٩	كلتا المتباينتين صحيحة
١	خطأ	صحيحة	خطأ
٢	خطأ	صحيحة	خطأ
٣	خطأ	صحيحة	خطأ
٤	خطأ	صحيحة	خطأ
٥	صحيحة	صحيحة	صحيحة
٦	صحيحة	صحيحة	صحيحة
٧	صحيحة	صحيحة	صحيحة
٨	صحيحة	صحيحة	صحيحة
٩	صحيحة	خطأ	خطأ
١٠	صحيحة	خطأ	خطأ

١٩د) النقاط التي تجعل المتباينة س > ٤ صحيحة تقع في المنطقة الحمراء، والنقاط التي تجعل المتباينة س < ٩ صحيحة تقع في المنطقة الزرقاء، ومن ثَم النقاط التي تجعل المتباينة ٤ < س < ٩ صحيحة هي المنطقة المظللة بالقلم الفسفوري.

تدرب وحل المسائل

مثال ١

٨) **تسوق:** يريد سليمان شراء حاسوب ثمنه ٢١٩٥ ريالًا وعددًا من البرمجيات التعليمية ثمن الواحدة ٥٠ ريالًا. فإذا كان معه ٢٥٠٠ ريال، فاكتب متباينة لإيجاد أكبر عدد من البرمجيات يمكن أن يشتريها، ثم حلها، وفسّر إجابتك. ٢١٩٥ + ٥٠س ≤ ٢٥٠٠؛ س ≤ ٦,١ ، يمكنه أن يشتري ٦ برمجيات على الأكثر.

مثال ٢

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٩) ٣٧ > ٧ – ١٠د {د | د > –٣}

١٠) $-\frac{٥}{٤}$ ص + ٦ > ١٢ {ص | ص > $-\frac{٢٤}{٥}$}

مثال ٣

عرف متغيرًا في كل من الأسئلة (١١–١٣)، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

١١) ثلاثة أرباع عدد ناقص تسعة يساوي على الأقل اثنين وأربعين.

١٢) عشرة لا تزيد على ٤ أمثال مجموع مثلي عدد مع ثلاثة.

١٣) ثلاثة أمثال مجموع عدد مع سبعة أكبر من خمسة أمثال ذلك العدد ناقص ثلاثة عشر.

المثالان ٤ ، ٥

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

١٤) –٣(٧ن + ٣) > ٦ن. {ن | ن > $-\frac{١}{٣}$}

١٥) ٣(٢ – ب) > ١٠ – ٣(ب – ٦).

١٦) حل المتباينة: ٦(م – ٣) > ٥(٢م + ٤)، موضحًا كل خطوة مع التبرير.

الربط مع الحياة

تحرك الجمال رجليها الواقعتين على أحد جانبي جسمها معًا عندما تمشي، بعكس معظم الحيوانات الأخرى.

١٧) **علوم:** درجة حرارة جسم الجمل الطبيعية ٩٧,٧° ف في الصباح. وإذا لم يشرب ماءً حتى الظهر ترتفع درجة حرارته إلى أكثر من ١٠٤° ف. اكتب متباينة تمثل درجة حرارة جسم الجمل عند الظهر إذا لم يشرب ماء بكل من درجتي الحرارة الفهرنهايتية (ف)، والسيليزية (س)، علمًا بأن ف = $\frac{٩}{٥}$ س + ٣٢ ف > ١٠٤، س > ٤٠

١٨) **هدايا:** يريد حسن أن يشتري هدية لوالدته بمبلغ لا يقل عن ٥٠٠ ريال. ويملك الآن ٣٨٠ ريالًا، ويمكنه توفير ١٠ ريالات يوميًّا.

أ) اكتب متباينة لإيجاد عدد الأيام اللازمة ليحقق هدفه، ثم حلها. ٣٨٠ + ١٠ ي ≤ ٥٠٠، {ي | ي ≤ ١٢}

ب) مثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

١٩) **تمثيلات متعددة:** سوف تحل في هذه المسألة المتباينات المركّبة، مثل التي يكون فيها العدد س أكبر من ٤، وأقل من ٩.

أ) عدديًّا: اكتب متباينتين منفصلتين لهذه العبارة. س > ٤؛ س < ٩

ب) بيانيًّا: مثّل مجموعة حل المتباينة الأولى باللون الأحمر، ومجموعة حل المتباينة الثانية باللون الأزرق، وظلّل بالقلم الفسفوري جزء التمثيل البياني الذي يتداخل فيه اللونان. انظر الهامش

جـ) جدوليًّا: أنشئ جدولًا باستعمال عشر نقاط من خط الأعداد الذي مثّلته متضمنة أعدادًا من الجزأين. استعمل عمودًا لكل متباينة وعمودًا ثالثًا بعنوان «حل مشترك»، واملأ الجدول بكتابة «صح» أو «خطأ». انظر الهامش

د) لفظيًّا: صف العلاقة بين الأجزاء الملونة في التمثيل البياني والجدول. انظر الهامش

هـ) منطقيًّا: ماذا تتوقع أن يكون التمثيل البياني للمتباينة ٤ < س < ٩؟

سيكون التمثيل هو الجزء المظلل بالقلم الفسفوري من خط الأعداد.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٨–١٥ ، ٢٦ ، ٢٨–٣٨
ضمن ضمن المتوسط	٩–١٥ فردي ، ١٦–٢٠ ، ٢١–٢٤ فردي ، ٢٦ ، ٢٨–٣٨
فوق فوق المتوسط	١٦–٣٨

عرف المتغير في المسألة الآتية، واكتب المتباينة، ثم حلها، وفسّر إجابتك: بحاجة إلى أكثر من ٨ أسابيع.

٢٠) **حيوانات:** وزن حصان ٤١٤ كجم، ووزنه الطبيعي أقل من ٣٩٠ كجم، ويمكن أن يفقد من وزنه ٣ كجم في الأسبوع باستعمال برنامج غذائي معين. فكم أسبوعًا يلزم ليصل إلى وزنه الطبيعي؟

٢١) **نظرية الأعداد:** أوجد جميع المجموعات المكونة من ثلاثة أعداد صحيحة زوجية موجبة متتالية لا يزيد مجموعها على ٣٦. ٢، ٤، ٦؛ ٤، ٦، ٨؛ ٦، ٨، ١٠؛ ٨، ١٠، ١٢؛ ١٠، ١٢، ١٤.

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٢) ٢(س − ٤) ≥ ٢ + ٣(س − ٦) {س | س ≤ ٨}

٢٣) ١٣س − ١١ ≥ ٧س + ٣٧ {س | س ≥ ٨}

٢٤) ٤,٧ − ٢,٥ع > ١,٥ + ٥,٦ع {ع | ع > −٢}

٢٥) ٢س − $\frac{٢}{٣}$ ≤ س − ٢٢ {س | س ≤ − $\frac{٦٤}{٣}$}

الربط مع الحياة

يعتني الطبيب البيطري بالحيوانات المصابة أو المريضة. ويمكن أن يعمل في أماكن كثيرة مثل حديقة الحيوان ومراكز الأبحاث أو في عيادة خاصة.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٦) **تبرير:** اشرح كيف يمكن أن تحل المتباينة: −٣ف + ٧ ≤ −٢ دون أن تضرب كلا الطرفين في عدد سالب أو تقسمهما عليه.

٢٧) **تحدٍّ:** إذا كان للمتباينة أس+ب < أ س+جـ عدد لا نهائي من الحلول، فما مجموعة حل المتباينة: أس+ ب > أ س + جـ؟ وضح الطريقة التي عرفت بها الإجابة.

٢٨) **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينتين مختلفتين تحلان بخطوات متعددة ولهما التمثيل البياني نفسه؟ انظر الهامش

٢٩) حدد المتباينة التي تختلف عن المتباينات الثلاث الأخرى. وفسّر إجابتك. انظر الهامش

٤ص + ٩ > −٣	٣ص − ٤ > ٥	−٢ص + ١ > −٥	−٥ص + ٢ > −١٣

٣٠) **اكتب:** اشرح متى تكون مجموعة حل المتباينة المجموعة الخالية أو مجموعة كل الأعداد الحقيقية، وأعط مثالًا على كل حالة. انظر الهامش

٢٦) أضف ٣ ف، ٢ إلى كل طرف، فتصبح المتباينة ٩ ≤ ٣ ف، ثم اقسم كل طرف على ٣ لتحصل على ٣ ≤ ف.

٢٧) ∅ ؛ إذا كانت المتباينة الأولى صحيحة دائمًا، فعكسها خطأ دائمًا.

تدريب على اختبار

٣١) ما مجموعة حل المتباينة: ٤ت+٢ > ٨ ت − (٦ت −١٠)؟ جـ

أ) {ت|ت > −٦,٥}

ب) {ت|ت > −٦,٥}

جـ) {ت|ت>٤}

د) {ت|ت > ٤}

٣٢) **إجابة قصيرة:** تلقى ماجد ٧٢ ريالًا مقابل ٤ ساعات عمل. فكم ساعة يعمل بهذا المعدل، حتى يحصل على ١١٧٠ ريالًا؟ ٦٥ ساعة

مراجعة تراكمية

٣٣) حل المتباينة: $\frac{ص}{٢}$ ≥ −٥ وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٤-٢) {ص | ص ≥ −١٠}

٣٤) حل المتباينة: ف − ٩ > ٢ وتحقق من صحة الحل ومثّله على خط الأعداد. (الدرس ٤-١) ٣٤–٣٥ انظر ملحق الإجابات

٣٥) حل المعادلة : ٢(س − ٣) = ٥س + ١٢ بيانيًّا، وتحقق من صحة الحل جبريًّا. (الدرس ٢-٤)

إذا كان ق(س) = ٤س − ٣ ، هـ(س) = ٢س^{٢} + ٥، فأوجد كلًّا مما يأتي: (الدرس ٢-٢)

٣٦) ق(−٢) −١١

٣٧) هـ(٢) − ٥ ٨

٣٨) ق(جـ + ٣) ٤جـ + ٩

٤ التقويم

تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب أن يفسروا العلاقة بين الطرائق التي تعلموها لحل متباينات خطية متعددة الخطوات والطرائق التي تعلموها في دروس سابقة، مثل حل معادلات خطية متعددة الخطوات واستعمال خاصية التوزيع.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرس ٤–٣

الاختبار القصير ٢، ص (٦٨)

اختبار منتصف الفصل، ص (٧٠) .

إجابات:

٢٨) إجابة ممكنة: ٢س + ٤ > ٢ و ٣س + ١ > −٢ كلتاهما لهما التمثيل البياني نفسه س > −١.

٢٩) ٤ص + ٩ > −٣؛ إذ إنها المتباينة الوحيدة من بين المتباينات الأربع التي مجموعة حلها ليست {ص | ص > ٣}.

٣٠) إجابة ممكنة: المجموعة الخالية هي مجموعة حل المتباينة التي نتيجتها عبارة خطأ كما في ١٢ > −١٥. أما المتباينة التي تبقى صحيحة مهما كانت قيمة س فتكون مجموعة حلها هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية كما في ١٢≥١٢.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اطلب إلى الطلاب شرح كيفية استعمال التمثيل البياني للمعادلة ص=−٢س+٦ لحل المتباينة −٢س+٦ > ٠.
تفسير ممكن: المقطع السيني للمعادلة هو (س= ٣) وهو حل المعادلة −٢س+ ٦= ٠، فتكون جميع قيم س التي تزيد على المقطع السيني تمثل حلولاً للمتباينة −٢س+ ٦ > ٠ إذن س < ٣.

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٤ - ٣

دون المتوسط | ضمن المتوسط | فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٤) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٣ تدريبات إعادة التعليم

حل المتباينات المتعددة الخطوات

حل المتباينات المتعددة الخطوات، يمكنك حل المتباينات الخطيّة المتعددة الخطوات بإلغاء أثر العمليات بالحل بالطريقة نفسها التي اتبعتها في حل المعادلات المتعددة الخطوات.

مثال ١ حُلّ المتباينة: $٦س - ٤ \geq ٢س + ١٢$

المتباينة الأصلية $٦س - ٤ \geq ٢س + ١٢$

اطرح $٢س$ من كلا الطرفين $٦س - ٤ - ٢س \geq ٢س + ١٢ - ٢س$

بسّط $٤س - ٤ \geq ١٢$

أضف ٤ إلى كلا الطرفين $٤س - ٤ + ٤ \geq ١٢ + ٤$

بسّط $٤س \geq ١٦$

اقسم كلا الطرفين على ٤ $\frac{٤س}{٤} \geq \frac{١٦}{٤}$

بسّط $س \geq ٤$

لذا مجموعة الحل هي: $\{س \mid س \geq ٤\}$

مثال ٢ حُلّ المتباينة: $-٣ < ٤ + ٥أ - ١٥$

المتباينة الأصلية $-٣ < ٤ + ٥أ - ١٥$

أضف ١٥ إلى كلا الطرفين $-٣ + ١٥ < ٤ + ٥أ - ١٥ + ١٥$

بسّط $١٢ < ٤ + ٥أ$

اطرح ٤ من كلا الطرفين $١٢ - ٤ < ٤ + ٥أ - ٤$

بسّط $٨ < ٥أ$

اقسم كلا الطرفين على ٥ $\frac{٨}{٥} < \frac{٥أ}{٥}$

بسّط $\frac{٨}{٥} < أ$

لذا مجموعة الحل هي: $\{أ \mid أ > \frac{٨}{٥}\}$

تمارين

حُلّ كلًّا من المتباينات الآتية، ثم تحقق من صحة الحل:

١) $١١ص + ١٣ \leq -١$ {ص | ص ≤ -١٢}

٢) $٥٨ - ١٠ > ٦ - ٢ن$ {ن | ن < ٨}

٣) $\frac{ف}{٧} + ١ < -٥$ {ف | ف < -٤٢}

٤) $٥٦ + ١٢ > ٨ + ٨٥$ {ن | ن > ٢}

٥) $-١٢ < ٥ - ٨ر - ١٨$ {ر | ر > ٢}

٦) $-٤ب + ٢٤ \geq ١٢$ {ب | ب ≤ ٣}

٧) $\frac{-٣س + ٢}{٥} \geq ١٢$ {س | س ≤ -٦}

٨) $٧,٣ص - ٨ < ١٤,٤ص + ٤,٩$ {ص | ص > ٦}

٩) $-٨م - ٣ < ١٨ - م$ {م | م $< ٣-$}

١٠) $-٤ص - ١٠ > ١٩ - ٢ص$ {ص | ص $> ١٤\frac{١}{٢}$}

١١) $٥٩ - ٢ن + ٤٥ > ٠$ {ن | ن < ٢}

١٢) $\frac{٤س - ٢}{٥} \geq -٤$ {س | س $\leq -٤\frac{١}{٢}$}

عرّف كلّ متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة وحلّها:

١٣) سالب ثلاثة أمثال عددٍ ما، زائد أربعةٍ، لا يزيد عن العدد نفسه ناقص ثمانية.

العدد = ع؛ $-٣ع + ٤ \geq ع - ٨$؛ {ع | ع ≤ ٣}

١٤) رُبع عددٍ ما ناقص ثلاثة، يساوي اثنين على الأقل.

العدد = ع؛ $\frac{١}{٤}ع - ٣ \geq ٢$؛ {ع | ع ≥ ٢٠}

١٥) مجموع عددٍ ما مع اثني عشر، لا يزيد على مجموع مثلّي العدد نفسه مع -٨ **العدد = ع؛ $ع + ١٢ \geq ٢ع + (-٨)$؛ {ع | ع ≥ ٢٠}**

تدريبات حل المسألة (١٦) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٣ تدريبات حل المسألة

حل المتباينات المتعددة الخطوات

١) **البحث على الشاطئ:** فقد خالد ساعته على الشاطئ. ولإيجادها استأجر آلة للكشف عن المعادن مقابل مبلغ ١٥ ريالًا، تُدفع مرةً واحدةً، بالإضافة إلى ريالين عن كل ساعة بحث. إذا أراد خالد ألّا ينفق على ذلك أكثر من ٣٥ ريالًا، فما أطول مدة يمكنه استعمال آلة الكشف عن المعادن؟

١٠ ساعات على الأكثر

٢) **أعمار:** بلال وبدر وياسم ثلاثة إخوة، والفرق بين عمر كلّ واحدٍ منهم وأخيه الذي يليه سنة واحدة. ومجموع أعمارهم أكبر من عمر والدهم ذي الستين عامًا. فما أصغر عمر ممكن لأكبر الإخوة سنًّا؟

٢٢ سنة على الأقل

٣) **سيارة أجرة:** ركب فوازّ سيارة أجرة. إذا اتّفق مع سائق السيارة على دفع ٢,٥٠ ريال عن أول $\frac{١}{٥}$ كيلومتر وَ ٠,٥٠ ريال عن كلّ $\frac{١}{٥}$ كيلومتر إضافيٍّ، وكان معه ١٧ ريالًا، فما أقصى مسافة يمكن لفوازّ أن يقطعها في السيارة بهذا المبلغ؟

١٠ كيلومترات على الأكثر

٤) **ملاعب:** يتعيّن ألّا يزيد محيط ملعب مستطيل الشكل على ١٢٠ مترًا لأن هذا هو طول السياج المتوافر لإحاطة الملعب. إذا كان عرض الملعب لا يمكن أن يزيد على ٢٢ مترًا، فما القيم الممكنة لطول الملعب؟

أكبر من أو يساوي ٣٨ مترًا وأصغر من ٦٠

٥) **أدوية:** صيغة (كلارك) الآتية تُستعمل لتحديد جرعة الأطفال من الأدوية المعطاة من دون وصفة طبيّة:

جرعة الأطفال = $\frac{\text{وزن الطفل (بالباوند)}}{١٥٠} \times$ جرعة الكبار

أ) إذا كانت جرعة الكبار من دواءٍ معيّن ١٠٠٠ ملجرام، وكان وزن طفلٍ ما ٩٠ باوندًا على الأكثر، فما الجُرعة المقترحة لهذا الطفل؟

س $\geq$ ٦٠٠؛ لا تزيد على ٦٠٠ ملجرام

ب) يظهر الملصق أدناه على علبة دواء للأطفال والكبار. ما الحدّان (الأدنى والأقصى) لجرعة الكبار من هذا الدواء بالملليترات؟

ك $\leq$ ١٥,٧٨ ملتر، ك $\geq$ ٣١,٢٥

الوزن (باوند)	العمر (سنة)	الجرعة
أقل من ٤٨	تحت ٦ سنوات	راجع الطبيب
٤٨ – ٩٥	٦ – ١١	٢ ملعقة صغيرة أو ١٠ مل

التدريبات الإثرائية (١٧) — فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٣ التدريبات الإثرائية

حل المتباينات المتعددة الخطوات

منجزات متميزة

شهد عهد خادم الحرمين الشريفين الملك فهد بن عبد العزيز تحقيق منجزات متميزة في المجالات الاقتصادية والاجتماعية كافة، تُوجت بتطوّر كبير في المجتمع، انعكس على الارتقاء بمستوى المعيشة، وإنشاء البنية الصناعية في المملكة. وقد حدثت في عهده أضخم توسعةٍ لِلحرمين الشريفين. وستتعلم عند حل الأسئلة الآتية مزيدًا من الحقائق عن حياة الملك فهد بن عبد العزيز ومنجزاته.

حُلّ كلًّا من المتباينات الآتية، ثم املأ الفراغ في العبارة بالكلمة أو شبه الجملة المكتوبة إزاء المتباينة المكافئة لها؛ لتكوّن عبارةً صحيحةً:

١) $-٧ك < ١٠$

(أ) ك > -٥ الرياض

ب) ك < -٥ الدمام

جـ) ك ≥ ١٢ جدة

٢) ٥ كبر -٩

(أ) افتتح مؤتمر القمة الإسلامي المنعقد في شهر ربيع الثاني عام ١٤٠٤هـ في...

ب) ر ≥ -٤ مكة المكرمة

جـ) ر ≤ -٤ القاهرة

(د) ر ≥ ١٤ الدار البيضاء

٣) $-ص \geq -٩$

صدر أمرٌ ملكيٌّ سنة ١٣٧٧هـ بتعيينه وزيرًا...

(أ) ص ≤ ٩ للمعارف

ب) ص ≤ -٩ للداخلية

جـ) ص ≥ ٩ للخارجية

٤) $-٣ + ق < ١٢$

تُمثّل عهده بصدور النظام الأساسي للحكم ونظام المناطق ونظام...

(أ) ق > -٤ مجلس التعاون

(ب) ق < ١٥ مجلس الشورى

جـ) ق > -١٥ مجلس النواب

٥) $٥ + ٤ص - ١٤ \geq ٩ص$

عُيّن وليّ للعهد في السابع عشر من ربيع الأول عام...

(أ) س ≥ ٩ ١٣٨٧ هـ

(ب) س ≥ ٣ ١٣٩٥ هـ

جـ) س ≤ -٩ ١٣٨٤ هـ

٦) $-ت + ٧ > ٧ + ت$

بُويع ملكًا على البلاد، في الحادي والعشرين من شعبان عام...

(أ) ت > ٧ ١٣٩٥ هـ

(ب) ت > ٠ ١٤٠٢ هـ

جـ) ت < -٧ ١٣٩٧ هـ

٧) $٣ع + ٨ \leq ١٤ - ١٠$

في سنة ١٤٠٤هـ عقد لقاءً مع طلاب جامعة...

(أ) ع ≥ ١ الملك فهد

(ب) أ ≤ ١٨ الملك عبد العزيز

(ج) أ ≥ ١٨ الملك سعود

٨) $٥٦ - ٥٨ > -١٢$

زادت في عهده مشاركة المرأة في نواحي الحياة المختلفة. فقد عُيّنت إحدى النساء الآتية أسماؤهن في مركز مرموق في الأمم المتحدة...

(أ) ن > ٦ ثريا عبيد

(ب) ن > -٦ لما السليمان

جـ) ن > -١٠ نورا الفايز

كتاب التمارين (٢١) — دون ضمن فوق

٤ - ٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

يزر كلًّا من الحلين الآتيين:

١) $\frac{٣س - ١٢}{٨} > -٩$

اضرب كلا الطرفين $\times ٨$

$٨ \times \frac{٣س - ١٢}{٨} > ٨ \times (-٩)$

$٣س - ١٢ > -٧٢$

اطرح ١٢ من كلا الطرفين $-١٢ - ٣س > -٧٢ - ١٢$

$-٣س > -٦٠$

اقسم كلا الطرفين على -٣ وغيّر اتجاه إشارة المتباينة $\frac{-٣س}{-٣} < \frac{-٦٠}{-٣}$

$س < ٢٠$

٢) $٢(٢هـ + ٢) > ٢(٣هـ + ٥) - ١٢$

$٤هـ + ٤ > ٦هـ + ١٠ - ١٢$

$٤هـ + ٤ > ٦هـ - ٢$

$٤هـ + ٤ - ٦هـ < ٦هـ - ٢ - ٦هـ$

$-٢هـ + ٤ < -٢$

$-٢هـ + ٤ - ٤ < -٢ - ٤$

$-٢هـ < -٦$

$\frac{-٢هـ}{-٢} > \frac{-٦}{-٢}$

$هـ > ٣$

خاصية التوزيع

i) ؟

طرح ٦هـ من كلا الطرفين

ب) ؟

طرح ٤ من كلا الطرفين

جـ) ؟

د) ؟

اقسم كلا الطرفين على -٢ وغيّر اتجاه إشارة المتباينة

حلّ كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٣) $-٥ - \frac{ب}{٦} \leq -٩$ {ب | ب ≥ ٢٤}

٤) $١٣ < ١ - \frac{١}{٣}أ$ {أ | أ > ٢١}

٥) $\frac{٣ت}{٢} > -٨$ {م | م > -١٩}

٦) $\frac{٣ف - ١}{٥} > ٧$ {ف | ف > ١٥}

٧) $هـ \geq \frac{٦هـ + ٣٠}{٥}$ {هـ | هـ ≤ -٣}

٨) $٣(ع + ١) + ١١ < -٢(ع + ١٣)$ {ع | ع < -٨}

٩) $٣ر + ٢(٤ر + ٢) \geq ٢(٦ر + ١)$ {ر | ر ≤ ٢}

١٠) $٥٥ - ٣(ن - ٦) \leq ٥٠$ {ن | ن ≤ -٩}

عرف المتغير في كل مما يأتي، واكتب متباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل: ١٢، ١٣، إجابة ممكنة: افرض أن العدد = ن

١١) يقل عدد عن ربع مجموع ثلاثة أمثاله بواحد. $ن > \frac{١}{٤}(٣ن + ٤)$؛ {ن | ن > ٤}

١٢) مثلًا مجموع عدد مع أربعة لا يزيد على ناتج طرح أربعة من ثلاثة أمثال مجموع ذلك العدد مع سبعة. $٢(ن + ٤) \geq ٣ن + ٧ - ٤$؛ {ن | ن ≤ -٩}

١٣) **هندسة:** مثلث قائم الزاوية طول قاعدته ١٦ مترًا، ولا تزيد مساحته على ١٢٠ مترًا مربعًا. فكم يمكن أن يكون ارتفاعه؟ لا يزيد على ١٥ مترًا.

١٤) **السيرة النبوية:** بدأ خالد في قراءة السيرة النبوية الشريفة في جلسات مدة كل منها $\frac{٣}{٤}$ الساعة لمدة ١٢ ساعة على الأقل في الأسبوع. فإذا قرأ هذا الأسبوع ٣ ساعات، فما عدد الجلسات المتبقية عليه ليحقق الهدف المحدد لعدد ساعات القراءة الأسبوعية؟ ١٢ جلسة على الأقل.

ملحوظات المعلم

١ التركيز

الهدف: تحديد صحة أو خطأ العبارات المركبة التي تحتوي أداة الربط (و) أو (أو).

إرشادات التدريس

ذكّر الطلاب بتعريف الجمل المركبة في اللغة قبل تنفيذ هذا النشاط، وأن يعلموا أن الجملة المركبة تتكون من عبارتين مستقلتين مربوطتين بحرف عطف أو علامة ترقيم أو كلتيهما. ووضح لهم أيضًا أن العبارة المركبة في هذا النشاط تتكون من عبارتين مربوطتين بإحدى أداتي الربط و، أو.

٢ التدريس

اطلب إلى الطلاب قراءة الفقرة الواردة في بداية الدرس، ثم اسأل:

- ما العبارة المركبة الصحيحة حول أعداد أرجل العنكبوت والحصان التي يمكن أن تكونها باستعمال أداة الربط (و)؟
  للعنكبوت ثماني أرجل، وللحصان أربع أرجل.
- اكتب عبارة مركبة صحيحة أخرى، حول عدد أرجل العنكبوت والحصان يمكن تكوينها باستعمال أداة الربط (أو)؟
  للعنكبوت ثماني أرجل، أو للحصان أربع أرجل.
- متى تكون العبارة المركبة المربوطة بأداة الربط (أو) خطأ؟ تكون العبارة خطأ عندما تكون كلتا العبارتين التي تتكون منهما خطأ.

تدريب: اطلب إلى الطلاب حل الأسئلة ١، ٢، ٥، ٦.

قراءة العبارات المركبة

تتألف العبارة المركبة من عبارتين بسيطتين مربوطتين بأحد الحرفين و، أو، وقبل أن تتمكن من تحديد هل العبارة المركبة صحيحة أم خطأ ينبغي أن تعرف معنى الحرفين (و)، (أو).

للعنكبوت ثماني أرجل و للحصان خمس أرجل.

حتى تكون العبارة المركبة التي تتضمن أداة الربط (و) صحيحة، يجب أن تكون كلتا العبارتين البسيطتين صحيحتين.

للعنكبوت ثماني أرجل. ← صحيحة

للحصان خمس أرجل. ← خطأ

وبما أن إحدى العبارتين خطأ، فإن العبارة المركبة خطأ.

أما أداة الربط (أو) في العبارة المركبة فتعني في اللغة أحد الأمرين لا كليهما.

فعلى سبيل المثال: في العبارة "يمكنك أن تدرس في جامعة الملك فهد أو في جامعة الملك سعود» تعني: أن تدرس في أحدى الجامعتين وليس في كليهما.

ولكنها في الرياضيات تعني أحد الأمرين أو كليهما.

وحتى تكون العبارة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) صحيحة، يجب أن تكون واحدة على الأقل من العبارتين البسيطتين صحيحة؛ فالعبارة « للعنكبوت ثماني أرجل، أو للحصان خمس أرجل» صحيحة؛ لأن العبارة البسيطة «للعنكبوت ثماني أرجل» صحيحة.

تمارين:

حدد ما إذا كانت كل من العبارات المركبة الآتية صحيحة أم لا، وفسر إجابتك: انظر ملحق الإجابات

١) العدد ٥ أولي أو العدد ٢ فردي.

٢) للمثلث ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا.

٣) ١١ > ٥ أو ٩ > ٧

٤) -٢ > ٠ و ٣ > ٧

٥) ٨ ≠ ٨ أو -٢ > -٥

٦) ٥ > ١٠ و ٤ > -٢

٣ التقويم

التقويم التكويني

استعمل السؤالين ٣، ٤ لتقويم فهم الطلاب للحالات التي تكون فيها العبارة المركبة التي تحتوي إحدى أداتي الربط: و، أو صحيحة أو خطأ.

من المحسوس إلى المجرد

في التمارين ٣-٦ يطبق الطلاب فهمهم للعبارات المركبة على متباينات مركبة.

٤ - ٤ حل المتباينات المركبة

فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

والآن

- أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (و)، وأمثّل مجموعة حلها بيانيًا.
- أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (أو)، وأمثّل مجموعة حلها بيانيًا.

المفردات

المتباينة المركبة
التقاطع
الاتحاد

obeikaneducation.com

لماذا؟

كانت درجة الحرارة السيليزية العظمى في مدينة الرياض في أحد أيام شهر صفر ٢٧°، ودرجة الحرارة السيليزية الصغرى ١٣°. فإذا مثل الرمز (ح) درجة الحرارة فيمكن أن تكتب متباينتين لتمثيل هذا الموقف.

لا تقل درجة الحرارة عن ١٣° ولا تزيد على ٢٧°

ح ≤ ١٣° ، ح ≥ ٢٧°

ويمكن دمج المتباينتين ح ≤ ١٣° وَ ح ≥ ٢٧° معًا دون استعمال أداة الربط (و) في متباينة واحدة كما يأتي:

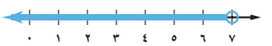
١٣° ≥ ح ≥ ٢٧°

المتباينات التي تحتوي أداة الربط (و): تشكّل المتباينتان ح ≤ ١٣° وَ ح ≥ ٢٧° معًا **متباينة مركبة**، وتكون صحيحة فقط إذا كانت المتباينتان المكونتان لها صحيحتين. ويتكون تمثيلها البياني من منطقة تداخل التمثيلين البيانيين للمتباينتين، ويُسمى هذا **تقاطع** التمثيلين البيانيين.

يمكن إيجاد التقاطع بتمثيل كل متباينة، ثم بتحديد منطقة التقاطع

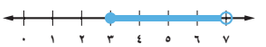
س ≤ ٣

س > ٧



س ≤ ٣ و س > ٧

٣ ≥ س > ٧



تُقرأ العبارة ٣ ≥ س >٧ على النحو الآتي: س أكبر من أو تساوي ٣ وأقل من ٧، أو تقع س بين ٣ و ٧ مع تضمين العدد ٣.

مثال ١ حل المتباينة المركبة وتمثيل التقاطع

حل المتباينة: −٢ ≥ س −٣ > ٤، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا.

اكتب أولًا هذه المتباينة على صورة متباينتين باستعمال (و)، ثم حل كلًا من المتباينتين.

اكتب المتباينتين: −٢ ≥ س −٣ و س − ٣ > ٤

أضف ٣ إلى كل من الطرفين: −٢ + ٣ ≥ س − ٣ + ٣ ، س − ٣ + ٣ > ٤ + ٣

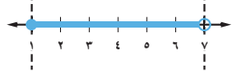
بسّط: ١ ≥ س ، س > ٧

مجموعة الحل هي { س| ١ ≥ س> ٧ } . والآن مثّل مجموعة الحل بيانيًا.

تمثيل ١ ≥ س أو س ≤ ١

تمثيل س > ٧

تحديد تقاطع التمثيلين



ملاحظات الدرس

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٤ - ٤

حل معادلات القيمة المطلقة.

الدرس ٤ - ٤

حل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (و)، وتمثيل مجموعة الحل بيانيًا.

حل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (أو)، وتمثيل مجموعة الحل بيانيًا.

ما بعد الدرس ٤ - ٤

حل نظام من متباينتين خطيتين.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس.

ثم اسأل:

- ما رمز المتباينة الذي يمثل العبارة «لا يقل عن» عندما نقول: إن درجة الحرارة لا تقل عن ١٣ °؟ ≤
- ما أقل درجة حرارة؟ ١٣°
- ما أعلى درجة حرارة؟ ٢٧°
- هل وصلت درجة الحرارة السيليزية إلى ٢٠ ° في ذلك اليوم؟ وضح إجابتك. نعم، لأن ٢٠° أكبر من ١٣°، وأقل من ٢٧°

مصادر الدرس ٤ - ٤

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (١٣٢)	• تنويع التعليم، ص (١٣٢، ١٣٣)	• تنويع التعليم، ص (١٣٢، ١٣٣)
كتاب التمارين	ص (٢٢)	ص (٢٢)	ص (٢٢)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٨) • تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • كتاب التمارين، ص (٢٢)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • كتاب التمارين، ص (٢٢)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • التدريبات الإثرائية، ص (٢١) • كتاب التمارين، ص (٢٢)

المتباينات المركبة التي تحتوي أداة الربط (و)

المثال ١ يبين طريقة حل المتباينة المركبة التي تحتوي أداة الربط (و) وطريقة تمثيل مجموعة الحل بيانيًّا.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

تنبيه!

أخطاء مفاهيمية: قد يفترض الطلاب أن مجموعة الحل {س | ١ ≤ س < ٧} تتضمن العدد ٧. ولكن بما أن العبارة أقل من ٧ أيْ لا تتضمن ٧، فإن مجموعة الحل لا تتضمن العدد ٧.

مثالان إضافيان

١ حل المتباينة: ٧ < س + ٢ ≤ ١١، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

{س | ٥ < س ≤ ٩}

٢ رحلة: يوجد في منتجع غرف فندقية وشاليهات. إذا علمت أن تكلفة الغرفة الفندقية في الليلة ٢٨٥ ريالًا على الأكثر، وتكلفة الشاليه في الليلة ٣٢٥ ريالًا على الأقل. فاكتب متباينة مركبة تمثل ما يمكن أن يدفعه الزائر في هذا المنتجع في الليلة الواحدة، ومثّلها بيانيًّا.

{م | م ≤ ٣٢٥ أو م ≥ ٢٨٥ }

حيث تمثل م المبلغ الذي يدفعه الزائر في الليلة الواحدة.

المتباينات المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو)

المثال ٢ يبين طريقة كتابة متباينة مركبة تحتوي أداة الربط (أو) لموقف من واقع الحياة، وطريقة تمثيلها بيانيًّا.

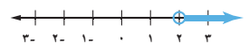
تحقق من فهمك

١) حل المتباينة ٦ ≥ ر+٧ > ١٠، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

{ ر | -١ ≤ ر < ٣ }

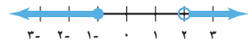
المتباينات التي تحتوي أداة الربط (أو): يحتوي نوع آخرُ من المتباينات المركبة كلمة (أو). وتكون المتباينة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) صحيحة إذا كانت إحدى المتباينتين المكونتين لها على الأقل صحيحة. ويتكون تمثيلها البياني من **اتحاد** تمثيل المتباينتين.

س > ٢



س ≥ -١

س > ٢ أو س ≥ -١



عند حل مسائل لفظية على المتباينات استعمل إحدى الإشارتين ≤ أو ≥، عند وجود كلمات تدل على تضمين طرف المتباينة في الحل مثل على الأكثر، على الأقل.

واستعمل إحدى الإشارتين > أو< عند ورود كلمات مثل بين، أقل من، أكثر من.

قراءة الرياضيات

على الأكثر

عبارة على الأكثر تعني ≤، وتقرأ: أصغر من أو يساوي ويمكن أن تقرأ: ليس أكثر من.

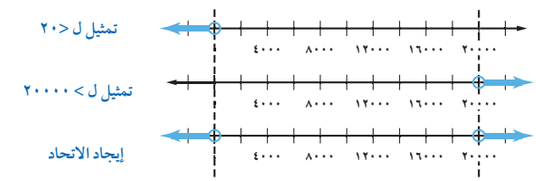
مثال ٢ من واقع الحياة — كتابة متباينة مركبة وتمثيلها بيانيًّا

صوت: **يمكن أن تسمع أُذن الإنسان الأصوات التي لا يقل ترددها عن ٢٠ هرتز ولايزيد على ٢٠٠٠٠ هرتز. اكتب المتباينة المركّبة التي تمثّل الترددات التي لا يسمعها البشر، ومثّلها بيانيًّا.**

تبين هذه المسألة الترددات التي يسمعها البشر، وعلينا أن نجد الترددات التي لا يسمعها البشر.

التعبير اللفظي	التردد	أقل من	٢٠ هرتز	أو التردد أكثر من ٢٠٠٠٠ هرتز
الرموز	افترض أن ل تمثل التردد			
المتباينة	ل	>	٢٠	أو ل > ٢٠٠٠٠

ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا.



لاحظ أن التمثيلين لا يتقاطعان. لا يستطيع البشر سماع الأصوات التي ترددها أقل من ٢٠ هرتز، أو التي ترددها أكبر من ٢٠٠٠٠ هرتز. والمتباينة المركبة هي:

{ ل|ل < ٢٠ أو ل >٢٠٠٠٠ }

تحقق من فهمك

٢) صناعة: تنتج شركة جهازًا لا يقل طوله عن ١١,٢سم، ولا يزيد على ١١,٤ سم. اكتب متباينة مركبة تصف الأطوال الممكنة لهذا الجهاز، ومثّلها بيانيًّا.

١١,٢ ≤ ل ≤ ١١,٤

المحتوى الرياضي

عبارات الوصل: عندما تستعمل (و) لربط متباينتين تُسمى المتباينة الناتجة عبارة وصل. ولحل هذا النوع من المتباينات أوجد قيمة المتغير التي تجعل المتباينتين صحيحتين معًا.

إرشادات للمعلم الجديد

رمزا التقاطع والاتحاد: بين للطلاب أن رمز التقاطع هو ∩ . ويمكن كتابة مجموعة الحل في المثال١ على الصورة {س | س ≤ ١} ∩ {س | س > ٧}. وأن رمز الاتحاد هو ∪ ، ويمكن كتابة مجموعة الحل في المثال ٣ على الصورة {م | م ≤ -٣} ∪ {م | م > ٥}.

إرشادات للدراسة

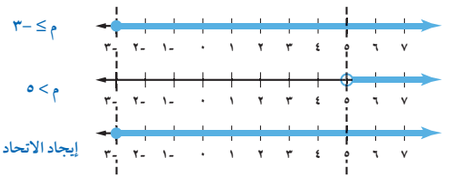
التقاطع والاتحاد

في المتباينات المركبة حرف (أو) يعني الاتحاد وحرف (و) يعني التقاطع.

مثال ٣ حل المتباينة وتمثيل الاتحاد

حل المتباينة $-٢م + ٧ \geq ١٣$ أو $٥م + ١٢ > ٣٧$، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

$-٢م + ٧ \geq ١٣$	أو	$٥م + ١٢ > ٣٧$
$-٢م + ٧ - ٧ \geq ١٣ - ٧$	اطرح	$٥م + ١٢ - ١٢ > ٣٧ - ١٢$
$-٢م \geq ٦$	بسّط	$٥م > ٢٥$
$\frac{-٢م}{-٢} \leq \frac{٦}{-٢}$	اقسم	$\frac{٥م}{٥} < \frac{٢٥}{٥}$
$م \leq -٣$	بسّط	$م > ٥$

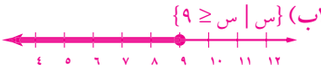


لاحظ أن التمثيل البياني للمتباينة م ≤ −٣ يحتوي جميع نقاط التمثيل البياني للمتباينة م > ٥. لذا يكون الاتحاد هو التمثيل البياني للمتباينة م ≤ −٣، وتكون مجموعة الحل {م| م ≤ −٣}.

تحقق من فهمك

٣أ) {أ | أ > ٣ أو أ ≤ ٤}

٣ب) {س | س ≥ ٩}



حل كلًّا من المتباينتين المركّبتين الآتيتين، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٣أ) أ + ١ > ٤ أو أ − ١ ≤ ٣

٣ب) س ≥ ٩ أو ٢ + ٤س > ١٠

تأكد

المثالان ١، ٣ ١-٤ انظر ملحق الإجابات.

حل كلًّا من المتباينات المركبة الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

١) ٤ ≥ ف − ٨ وَ ف − ١٤ ≥ ٢

٢) ر + ٦ > −٨ أو ر − ٣ < −١٠

٣) ٤أ + ٧ ≤ ٣١ أو أ > ٥

٤) ٢ ≥ ق + ٤ > ٧

مثال ٢

٥) **درّاجات:** ينصح صانعو الدراجات الجبلية ألا يقل ضغط الهواء في الإطارات عن ١٦ كجم للبوصة المربعة الواحدة ولا يزيد على ٣٦ كجم.
فإذا كان ضغط الهواء في إطارات دراجة ١١ كجم للبوصة المربعة الواحدة، فما مدى الضغط الذي ينصح بإضافته إلى الإطارات؟ ٥ ≤ س ≤ ٢٥

تدرب وحل المسائل

المثالان ١، ٣ ٦-٩ انظر ملحق الإجابات.

حل كلًّا من المتباينات المركبة الآتية، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٦) ن + ٢ ≥ −٥ وَ ن + ٦ ≤ −٦

٧) ص − ١ ≤ ٧ أو ص + ٣ > −١

٨) −٥ > ٣ب + ٧ ≥ ٢٢

٩) −٣ ≥ ٧م + ٤ > ١٨

مثال إضافي

٣ حل المتباينة المركبة:

٤ك − ٧ ≥ ٢٥، أو ١٢ − ٩ك ≤ ٣٠

ومثل مجموعة الحل بيانيًّا.

{ك|ك ≥ ٨}

التعليم باستعمال التقنيات

الكاميرا الرقمية:

اختر طالبًا يعرض حل مثال باستعمال الكاميرا الرقمية. وتأكد من أن الطالب يستعمل التمثيل البياني لإيجاد مجموعة حل المتباينة.

إرشادات للمعلم الجديد

التبرير: قد يخلط الطلاب بين مفهومي "التقاطع والاتحاد"؛ لذا اطلب إليهم أن يقارنوا بين معنى هاتين الكلمتين في مواقف حياتية. فقد يقترح الطلاب طريقين متقاطعين مثالًا للتقاطع، وانضمام مناطق عدة لتكوّن اتحادًا معًا مثالًا لمفهوم الاتحاد.

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ − ٥ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٦-١١، ٢٦-٢٨، ٣٠-٣٤
ضمن ضمن المتوسط	٧-١٧ فردي، ١٨-٢٨، ٣٠-٣٤
فوق فوق المتوسط	١٢-٣٤

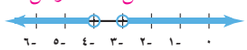
مثال ٢ ١٠) **سرعة:** تبين اللوحتان المجاورتان أقصى سرعة وأدنى سرعة على طريق. عبّر عن ذلك بمتباينة، ومثّلها بيانيًا. ١٠-١١ انظر الهامش

١١) **نظرية الأعداد:** أوجد جميع المجموعات التي يتكون كل منها من عددين صحيحين فرديين موجبين متتاليين مجموعهما على الأقل ٨ ويقل عن ٢٤.

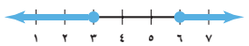
اكتب متباينة مركّبة تعبر عن كل تمثيل بياني فيما يأتي:

١٢) $-١ \geq س \geq ٤$

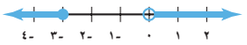
١٣) $س > -٤$ أو $س < -٣$



١٤) $س \geq ٣$ أو $س \leq ٦$



١٥) $س \geq -٣$ أو $س < ٠$



حل كلًّا من المتباينتين المركبتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا: ١٦، ١٧) انظر ملحق الإجابات

١٦) $٣ب + ٢ < ٥ب - ٦ \geq ٢ب + ٩$

١٧) $٥ن - ١ > -١٦$ أو $-٣ن - ١ > ٨$

الربط مع الحياة

تراقب إحدى المنظمات مواقع السلاحف البحرية. حيث تساعد البيانات التي جمعها العلماء على تتبع أنماط هجرتها.

١٨) **أفاعٍ:** تعيش معظم الأفاعي في المناطق التي لا تقل درجة الحرارة فيها عن ٢٤ سيليزية ولا تزيد على ٣٣° سيليزية. اكتب متباينة تمثل درجات حرارة المناطق التي لا تعيش فيها الأفاعي. $س > ٢٤$ أو $س < ٣٣$

١٩) **سلاحف:** نادرًا ما تفقس بيوض السلاحف البحرية في درجة حرارة أقل من ٢٣° أو فوق ٣٣° سيليزية. اكتب متباينة تمثل درجات الحرارة التي يجب أن تحضن فيها البيوض كي تفقس. $٢٣° \geq ت \geq ٣٣°$

٢٠) **هندسة:** تنص متباينة المثلث على أن مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

$س + ٩ > ٤$، $س > -٥$؛ $س + ٤ > ٩$، $س > ٥$؛ $٤ + ٩ > س$، $س < ١٣$

أ) اكتب ثلاث متباينات تعبّر عن العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث المجاور، وحلها.

ب) أعطِ أربعة أطوال ممكنة للضلع الثالث في هذا المثلث. إجابة ممكنة: ٦، ٩، ١٠، ١١

جـ) اكتب متباينة مركبة تمثل قيم س الممكنة. $٥ < س < ١٣$

٢١) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة: الخطأ المطلق للقياس الذي يساوي نصف وحدة القياس، والخطأ النسبي وهو نسبة الخطأ المطلق إلى القياس نفسه.

أ) **جدوليًا:** انقل الجدول الآتي وأكمله:

القياس	الخطأ المطلق	الخطأ النسبي
١٤,٣ سم	$\frac{١}{٢}(٠,١) = ٠,٠٥$ سم	$\frac{٠,٠٥ \text{ سم}}{١٤,٣ \text{ سم}} \approx ٠,٠٠٣٥$ أو ٠,٤٪
١,٨٥ سم	٠,٠٠٥ سم	$\approx ٠,٠٠٢٧$ أو ٠,٣٪
٦١,٢ سم	٠,٠٥ سم	$\approx ٠,٠٠٠٨٢$ أو ٠,٠٨٪
٢٣٧ سم	٠,٥ سم	$\approx ٠,٠٠٢١$ أو ٠,٢٪

ب) **تحليليًا:** إذا كان طول قطعة مستقيمة ١٢,٨ سم، فاحسب الخطأ المطلق، ثم اكتب مدى الأطوال الممكنة. ٠,٠٥ سم؛ ١٢,٧٥ سم - ١٢,٨٥ سم

جـ) **منطقيًا:** إلى أيّ حد تقيس دقة الطول بالسنتمترات لكي يكون الخطأ المطلق أقل من ٠,٠٥ سم؟ لأقرب جزء من مئة

تمثيلات متعددة: يستعمل الطلاب في السؤال ٢١ جدولًا للقياسات، التحليل المنطقي لمقارنة الخطأ في قياسات الطول.

إجابات:

١٠) افترض أن ع تمثل السرعة،
$٦٠ \leq ع \leq ١٢٥$

١١) إجابة ممكنة:
افترض س = العدد الأصغر لعددين فرديين متتاليين، فيكون
$٢س + ٢ \geq ٢٤$
$٣، ٥؛ ٥، ٧؛ ٧، ٩؛ ٩، ١١$

تنويع التعليم:

دون ضمن فوق

إذا واجه بعض الطلاب صعوبة عند محاولتهم تحديد إذا كانت المسألة اللفظية تمثل متباينة مركبة تحتوي إحدى أداتي الربط (و، أو) أم لا،

فقم بوضع كل واحد من هؤلاء الطلاب مع أحد الطلاب من ذوي المستوى المتقدم، واطلب إليهما مناقشة الأسئلة ١٨-٢٠ وحلها، وشجعهما على أن يؤدي كل منهما دورًا نشطًا وفاعلًا في حل هذه المسائل.

عرف متغيرًا في كل من الأسئلة (٢٢ – ٢٤)، واكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل:

٢٢) عدد ناقص ثمانية لا يزيد على ١٤ ولا يقل عن ٥. $٥ \leq ن - ٨ \leq ١٤$

٢٣) ناتج جمع ثلاثة أمثال عدد مع أربعة يقع بين –٨ و ١٠. $-٨ < ٣ن + ٤ < ١٠$

٢٤) ناتج ضرب عدد في –٥ يزيد على ٣٥ أو يقل عن ١٠. $-٥ن > ٣٥$ أو $-٥ن < ١٠$؛ {ن | ن > –٧ أو ن < –٢}

٢٥) **أعاصير:** تصنف قوة الأعاصير في ٥ فئات تبعًا لسرعة رياحها.

الفئة	سرعة الرياح ميل / ساعة
١	٧٤–٩٥
٢	٩٦–١١٠
٣	١١١–١٣٠
٤	١٣١–١٥٥
٥	> ١٥٥

أ) اكتب متباينة مركبة تعبر عن سرعة الرياح في إعصار من الفئة ٣، ثم في إعصار من الفئة ٤. $١١١ \leq س \leq ١٣٠$؛ $١٣١ \leq س \leq ١٥٥$

ب) ما تقاطع التمثيلين البيانيين للمتباينتين اللتين كتبتهما في الفرع أ؟ Ø

الربط مع الحياة

تحدث معظم الأعاصير في المناطق المدارية. وقد ضربت الولايات المتحدة ٤ أعاصير بين العامين ٢٠٠١م، ٢٠٠٤م، صنفت ثلاثة منها من الفئات ٣، ٤، ٥.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٦) **اكتشف الخطأ:** حلَّ كل من سعد ومسفر المتباينة $٣ < ٢س - ٥ < ٧$. فأيهما إجابته صحيحة؟ وضح تبريرك. كلاهما خطأ؛ لم يضف سعد ٥ إلى ٧، ولم يضف مسفر ٥ إلى ٣.

سعد	مسفر
$٣ < ٢س - ٥ < ٧$	$٣ < ٢س - ٥ < ٧$
$٨ < ٢س < ٧$	$٣ < ٢س < ١٢$
$٤ < \frac{٧}{٢} س < ٤$	$٦ > س > \frac{٣}{٢}$

٢٧) **تبرير:** اكتب متباينة مركبة يكون تمثيلها البياني المجموعة الخالية، ومتباينة أخرى يكون تمثيلها البياني مجموعة جميع الأعداد الحقيقية.

٢٧) المجموعة الخالية: إجابة ممكنة: $س \geq –٤$ و $س \leq ١$
جميع الأعداد الحقيقية: إجابة ممكنة: $س \geq ٥$ أو $س \leq ١$

٢٨) **مسألة مفتوحة:** أعطِ مثالًا لمتباينة مركبة تحتوي (أو) وحلولها كثيرة وغير منتهية. انظر الهامش

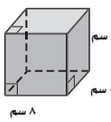
٢٩) **اكتب:** أعطِ مثالًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بمتباينة مركبة، ثم حلها. انظر الهامش

تدريب على اختبار

٣٠) ما مجموعة حل المتباينة: $–٧ < س + ٢ < ٤$؟ جـ

أ) {س| –٥ < س<٦}
جـ) {س|– ٩<س<٢}
ب) {س|–٥ <س<٢}
د) {س|–٩ <س<٦}

٣١) **هندسة:** ما مساحة سطح المنشور الرباعي المجاور؟ جـ



أ) ٢٤٩,٦ سم^٢
جـ) ٣١٣,٦ سم^٢
ب) ٢٧٨,٤ سم^٢
د) ٣٧١,٢ سم^٢

مراجعة تراكمية

٣٢) يتقاضى عامل في مصنع أجرًا شهريًّا مقداره ٣٠٠٠ ريال بالإضافة إلى ٢٠ ريالًا عن كل ساعة عمل إضافية. فإذا أراد الحصول في هذا الشهر على ٣٤٣٠ ريالًا على الأقل، فما عدد الساعات الإضافية التي يجب أن يعملها؟ (الدرس ٤-٣) ٢٢ ساعة على الأقل.

٣٣) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وميله $\frac{٣}{٢}$. (الدرس ٣-٣) انظر الهامش

٣٤) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٦)، (٦ ، ١). (الدرس ٢-٥) –١

تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال ٢٦ بيّن للطلاب أن كلًّا من سعد ومسفر قد أعطى نتيجة مختلفة عن الآخر في الخطوة الأولى من الحل. لذا يجب على الطلاب تحديد الخطوة الأولى لحل المتباينة. وعند التدقيق في إجابة كل من سعد ومسفر تلاحظ أن كلًّا منهما قد أضاف ٥ إلى أحد طرفي المتباينة، لذا ذكّر الطلاب بأنه يجب أن تُجرى العملية نفسها على طرفي المتباينة لتبقى المتباينة صحيحة.

٤ التقويم

فهم الرياضيات: اطلب إلى الطلاب أن يخبروا زملاءهم بالفرق بين المتباينة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) والمتباينة المركبة التي تحتوي أداة الربط (و).

الاختبار القصير ٣، ص (٦٩)

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اطلب إلى الطلاب إيجاد قيمة ك التي تجعل مجموعة حل المتباينة: ك – ٥ ≤ س – ٦ ≤ ٣ هي {س | ٦ ≤ س ≤ ٩}. ٥

إجابات:

٢٨) إجابة ممكنة: $س \geq ٢$ أو $س \leq ٤$

٢٩) تتراوح درجة حرارة جسم الإنسان الطبيعية بين ٣٦,١ ، ٣٧,٥°؛ $٣٧,٥ \geq س \geq ٣٦,١$

٣٣) $ص - ٢ = \frac{٣}{٢}(س - ١)$

الفصل ٤

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٤ - ٤

دون دون المتوسط — ضمن ضمن المتوسط — فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٨) دون

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٤ تدريبات إعادة التعليم

حل المتباينات المركبة

المتباينات التي تحتوي أداة الربط (و)، تكون المتباينة المركبة التي تحوي أداة الربط (و) صحيحةً فقط إذا كانت المتباينتان المكوّنتان لها صحيحتين.

والتمثيل البياني للمتباينة المركبة التي تحوي أداة الربط (و)، هو منطقة تداخل التمثيلين البيانيين للمتباينتين. أي أن كلّ حلٍّ للمتباينة المركبة هو حلٌّ لكلٍّ من المتباينتين المكوّنتين لها.

مثال ١ مثّل بيانيًّا مجموعة حل المتباينة:

س > ٢ وَ س ≤ −١

تمثيل س > ٢

تمثيل س ≤ −١

تحديد تداخل التمثيلين

مجموعة الحل هي: {س | −١ ≤ س < ٢}

مثال ٢ حُلّ المتباينة: −١ < س + ٢ < ٣، ثمّ مثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

−١ < س + ٢ وَ س + ٢ < ٣

−١ − ٢ < س + ٢ − ٢ ، س + ٢ − ٢ < ٣ − ٢

−٣ < س ، س < ١

تمثيل س > −٣

تمثيل س < ١

تحديد تداخل التمثيلين

مجموعة الحل هي: {س | −٣ < س < ١}

تمارين

مثّل مجموعة حل كلٍّ من المتباينات المركبة الآتية بيانيًّا:

١) ب > −١ وَ ب ≤ ٣

٢) −٥ ≤ ق ≤ ٢

٣) س > −٣ وَ س ≤ ٤

٤) −٢ ≤ ب < ٤

٥) −٣ < د وَ د < ٢

٦) −١ ≤ ب ≤ ٣

حُلّ كلًّا من المتباينات المركبة الآتية، ثمّ مثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٧) ٤ < ك + ٣ ≤ ٥ {ك | ١ < ك ≤ ٢}

٨) −٣ ≤ ب − ٥ < ٢ {ب | ٢ ≤ ب < ٧}

٩) −٤ < س + ٢ ≤ −٢ {س | −٦ < س ≤ −٤}

١٠) ص − ١ < ٢ وَ ص + ٢ ≤ ١ {ص | −١ ≤ ص < ٣}

١١) ن − ٢ > −٣ وَ ن + ٤ < ٦ {ن | −١ < ن < ٢}

١٢) د − ٣ < ٦ د + ١٢ < ٢ د + ٣٢ {د | −٣ < د < ٥}

الصف: الثالث المتوسط — الفصل ٤: المتباينات الخطية — ١٨

تدريبات حل المسألة (٢٠) دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٤ تدريبات حل المسألة

حل المتباينات المركبة

١) **طقس:** شاهد سلطان التمثيل البياني أدناه في النشرة الجوية في إحدى الصحف، والذي يبيّن مدى درجات الحرارة السيليزية المتوقعة لليوم التالي. اكتب متباينةً تعبّر عن التمثيل البياني.

١٥ ≤ س ≤ ٢٢

٢) **برك سباحة:** درجة الحامضية أو القاعدية pH لعينَي شخص هي ٧,٢، لذا يتعيّن أن تتراوح درجة الحامضية أو القاعدية المثالية لمياه بركة سباحة بين ٧,٠ ، ٧,٦ كي لا تؤذي العينين. اكتب متباينةً تعبّر عن مستويات درجات الحامضية أو القاعدية غير المناسبة لعينَي شخصٍ.

س ≤ ٧,٠ أو س ≤ ٧,٦

٣) **لوحات الإعلانات:** تشترط إحدى البلديات أن يكون ارتفاع لوحة الإعلانات ٨ أقدام، وأن يقل ارتفاعها مع العمود الذي يحملها عن ٢٠ قدمًا، أو أن يزيد على ٣٥ قدمًا، كي لا تؤثر في خطوط الكهرباء. اكتب متباينةً مركبةً تعبّر عن الارتفاعات الممكنة للأعمدة.

س < ١٢ أو س > ٢٧

٤) **صحة:** يضخُّ قلب الإنسان من ٧٧٠٠٠٠ إلى ١٦٠٠٠٠٠ جالونٍ من الدم عبر جسمه سنويًّا. إذا علمت أن السنة = ٣٦٥ يومًا، فما كمية الدم التي يضخها القلب عبر هذا الجسم في اليوم الواحد؟

من ٢١١٠ جالونات إلى ٤٣٨٤ جالونًا تقريبًا

٥) **صحة:** يُعَدُّ مؤشر كتلة الجسم مقياسًا لحالة وزن الجسم. ويُحسب هذا المؤشر للشخص الذي يزيد عمره على ٢٠ سنةً باستعمال الصيغة الآتية:

مؤشر كتلة الجسم = $\frac{\text{الوزن بالكيلوجرامات}}{(\text{الطول بالأمتار})^2}$

والجدول أدناه يبيّن معنى قيمٍ مختلفةٍ لمؤشر كتلة جسمٍ:

مؤشر كتلة الجسم	حالة الوزن
أقل من ١٨,٥	أقل من الطبيعي
١٨,٥ – ٢٤,٩	طبيعي
٢٥ – ٢٩,٩	أكثر من الطبيعي
٣٠ أو أكثر	سمين

أ) اكتب متباينةً مركبةً تعبّر عن المدى الطبيعي لمؤشر كتلة الجسم.

٢٥ > س ≤ ١٨,٥

ب) اكتب متباينةً مركّبةً تعبّر عن وزن شخصٍ بالغٍ، طوله ١,٨٣ متر، ومؤشر كتلة جسمه يقع ضمن الطبيعي.

٦٢,٠ ≤ و ≤ ٨٣,٤

الصف: الثالث المتوسط — الفصل ٤: المتباينات الخطية — ٢٠

التدريبات الإثرائية (٢١) فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٤ التدريبات الإثرائية

حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

يُسمّى المقداران الواقعان على جانبَي رمز المتباينة الجزء الأول والجزء الثاني للمتباينة أحيانًا، وإذا كان رمزا المتباينة في متباينتين يُشيران إلى الاتجاه نفسه، يقال إن للمتباينتين المعنى نفسه. فمثلًا: المتباينتان: أ < ب، جـ < د لهما المعنى نفسه، والمتباينتان أ < ب ، جـ > د لهما معنيان متعاكسان.

ستستكشف فيما يأتي بعض خصائص المتباينات:

ثلاثة من العبارات الأربع الآتية صحيحة لأي عددين أ، ب (أو لجميع الأعداد أ، ب، جـ، د).

اكتب كلًّا من هذه العبارات بصيغةٍ جبريةٍ. وإذا كانت العبارة صحيحةً لجميع الأعداد فأثبت ذلك، وإلّا فأعط مثالًا يبيّن أنها غير صحيحة:

١) أعط متباينةً، وكوّن متباينةً جديدةً مكافئةً لها بتبديل جزأيها وعكس معناها.

إذا كانت أ < ب ، فإنّ ب > أ.

أ < ب ، أ − ب < صفر، −ب < −أ، (−١)(−ب) > (−١)(−أ) ، ب > أ

٢) أعط متباينةً، وكوّن متباينةً جديدةً مكافئةً لها بتغيير إشارتَي جزأيها وعكس معناها.

إذا كانت أ > ب، فإنّ −أ < −ب.

أ > ب ، أ − ب > ٠، −ب > −أ، −أ < −ب

٣) أعط متباينتين لهما المعنى نفسه، ومجموع الأجزاء المتناظرة لهما يكوّن جزأين لمتباينةٍ مكافئةٍ لها المعنى نفسه.

إذا كانت أ > ب وَ جـ > د، فإنّ أ + جـ > ب + د.

أ > ب وَ جـ > د، لذا (أ − ب) وَ (جـ − د) عددان موجبان، ومجموعهما عدد موجب أيضًا.

أ − ب + جـ − د > ٠، لذا أ + جـ > ب + د

٤) أعط متباينتين لهما المعنى نفسه، والفرق بين الأجزاء المتناظرة لهما يكوّن جزأين لمتباينةٍ مكافئةٍ لها المعنى نفسه.

إذا كانت أ > ب وَ جـ > د، فإنّ أ − جـ > ب − د.

هذه المتباينة غير صحيحة. فمثلًا: ٥ > ٤ وَ ٣ > ١، لكن ٥ − ٣ ≯ ٤ − ١

الصف: الثالث المتوسط — الفصل ٤: المتباينات الخطية — ٢١

كتاب التمارين (٢٢) دون ضمن فوق

٤ - ٤ حل المتباينات المركّبة

مثّل مجموعة حل كل من المتباينات المركبة الآتية بيانيًّا:

١) −٤ ≤ ن ≤ ١

٢) س > ٠ أو س < ٣

٣) ق < −٣ أو ق ≤ ٤

٤) −٤ ≤ ب ≤ ٤

اكتب المتباينة المركّبة التي تعبر عن كل تمثيل بياني مما يأتي:

٥) س ≤ ٣ أو س ≥ −٣

٦) س < ٢ أو س ≤ ٣

٧) ٠ ≤ س < ٥

٨) −٥ < س < ٠

حل كلًّا من المتباينات المركبة الآتية، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٩) ك − ٣ < −٧ أو ك + ٥ ≤ ٨ {ك | ك < −٤ أو ك ≤ ٣}

١٠) −ن < ٢ أو ٢ن − ٣ > ٥ {ن | ن > −٢}

١١) ٥ < ٣هـ + ٢ ≤ ١١ {هـ | ١ < هـ ≤ ٣}

١٢) ٢س − ٤ > −٦ و ٣س + ١ < ١٣ {س | −١ < س < ٤}

عرف المتغير في كل مما يأتي، واكتب المتباينة ثم حلها، وتحقق من صحة الحل: ١٣ ، ١٤ إجابة ممكنة: افرض أن العدد = ن

١٣) مِثْلا عدد زائد واحد أكبر من خمسة وأقل من سبعة. ٥ < ٢ن + ١ < ٧ ؛ {ن | ٢ < ن < ٣}

ن − ١ ≤ ٩، أو ٢ن ≤ ٢٤؛ {ن | ن ≤ ١٠ أو ن ≤ ١٢}

١٤) عدد ناقص واحد يساوي تسعة على الأكثر، أو مِثْلا العدد يساوي أربعة وعشرين على الأقل.

١٥) **أرصاد جوية:** تهب الرياح الغربية القوية من الغرب إلى الشرق في حزام يمتد بين خطي العرض ٤٠°، ٦٠° في كل من نصفي الكرة الأرضية الشمالي والجنوبي.

أ) اكتب متباينة تمثل خطوط العرض التي تهبّ فيها الرياح الغربية. {ر | ٤٠ ≤ ر ≤ ٦٠}

ب) اكتب متباينة تمثّل خطوط العرض التي لا تهبّ فيها الرياح الغربية. {ر | ر < ٤٠ أو ر > ٦٠}

١٦) **تغذية:** تحتوي قطعة كعك على ٩ جرامات من الدهون. فما كمية الدهون التي تستهلكها عندما تأكل عددًا من قطع الكعك لا يقل عن ٤ ولا يزيد على ٧؟ ٣٦ جم − ٦٣ جم.

الفصل ٤ المتباينات الخطية — ٢٢

ملحوظات المعلم

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٤ ـ ٥

حل معادلات القيمة المطلقة.

الدرس ٤ ـ ٥

حل متباينات القيمة المطلقة (>) وتمثيلها بيانيًّا.

حل متباينات القيمة المطلقة (<) وتمثيلها بيانيًّا.

ما بعد الدرس ٤ ـ ٥

حل نظام من متباينتين خطيتين.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟"

ثم اسأل:

- كيف يمكن أن يمثل طول الجزرة الصغيرة (س) المقطعة إلى شرائح بالآلة باستعمال متباينة القيمة المطلقة؟
$|س - ٣| \geq \frac{١}{٨}$
- ما التمثيل البياني لطول الجزرة الصغيرة التي تقطعها الآلة؟

- إذا كانت دقة الآلة ضمن $\frac{١}{٤}$ سم. فهل سيكون هامش الخطأ أكبر من ذلك أم أصغر؟ أكبر

٤ ـ ٥ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

والآن

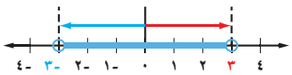
- أحل متباينات القيمة المطلقة (>) وأمثلها بيانيًّا.
- أحل متباينات القيمة المطلقة (<) وأمثلها بيانيًّا.

obeikaneducation.com

لماذا؟

تستعمل بعض الشركات متباينات القيمة المطلقة لضبط جودة منتجاتها. فلعمل قطع جزر صغيرة تستعمل آلة لتقطيع حبات الجزر الطويلة إلى شرائح بطول ٣ سنتمترات. فإذا تراوحت دقة الآلة ضمن $\frac{١}{٨}$ سنتمتر، فإن أطوال الشرائح تتراوح بين $\frac{٧}{٨}$ ٢ سنتمتر إلى $\frac{١}{٨}$ ٣ سنتمترات.

متباينات القيمة المطلقة (>): المتباينة $|س| > ٣$ تعني أن المسافة بين س وَ ٠ أقل من ٣.



إذن $س > -٣$ و $س < ٣$. ومجموعة الحل هي: $\{س | -٣ < س < ٣\}$.

وعند حل متباينات القيمة المطلقة، تؤخذ الحالتان الآتيتان بعين الاعتبار:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

وتكون مجموعة الحل هي تقاطع حلّ هاتين الحالتين.

مثال ١ حل متباينات القيمة المطلقة (>)

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

أ) $|م + ٢| > ١١$

أعد كتابة $|م + ٢| > ١١$ لكل من الحالتين ١، ٢.

الحالة ١: م + ٢ غير سالبة.

$م + ٢ > ١١$

$م + ٢ - ٢ > ١١ - ٢$

$م > ٩$

و

الحالة ٢: م + ٢ سالبة.

$-(م + ٢) > ١١$

$م + ٢ < -١١$

$م + ٢ - ٢ < -١١ - ٢$

$م < -١٣$

إذن $م > ٩$ وَ $م < -١٣$. وتكون مجموعة الحل هي: $\{م | م < -١٣ > م > ٩\}$.

ب) $|ص - ١| > -٢$

$|ص - ١|$ لا يمكن أن تكون سالبة؛ لذا لا يمكن أن تكون $|ص - ١|$ أقل من -٢، وعليه، لا يوجد حل لهذه المتباينة، وتكون مجموعة حلها هي المجموعة الخالية $\varnothing$.

تحقق من فهمك $\{ن | ٦ \leq ن \leq ١٠\}$

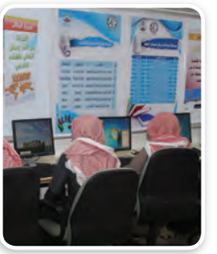
أ) $|ن - ٨| \geq ٢$

ب) $|٢جـ - ٥| > -٣$ $\varnothing$

مصادر الدرس ٤ ـ ٥

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (١٣٥)	• تنويع التعليم، ص (١٣٥ ، ١٣٨)	• تنويع التعليم، ص (١٣٨)
كتاب التمارين	ص (٢٣)	ص (٢٣)	ص (٢٣)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٢٢) • تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • كتاب التمارين، ص (٢٣)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • كتاب التمارين، ص (٢٣)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • التدريبات الإثرائية، ص (٢٥) • كتاب التمارين، ص (٢٣)

مثال ٢ من واقع الحياة — استعمال متباينات القيمة المطلقة



إنترنت: أظهرت دراسة مسحية حديثة أن ٦٥ ٪ من الشباب يستعملون الإنترنت. فإذا كان هامش الخطأ ضمن ٣ نقاط مئوية، فأوجد مدى النسبة المئوية للشباب الذي يستعملون الإنترنت.

بما أن الفرق بين النسبة المئوية الفعلية للذين يستعملون الإنترنت والنسبة الواردة في الدراسة أقل من أو تساوي ٣٪، فإن $|س - ٦٥| \geq ٣$، حيث تمثل س النسبة المئوية الفعلية.

حل المتباينة في كل من الحالتين.

الحالة ١: س − ٦٥ غير سالبة

$س - ٦٥ \geq ٣$

$س - ٦٥ + ٦٥ \geq ٣ + ٦٥$

$س \geq ٦٨$

و

الحالة ٢: س − ٦٥ سالبة

$-(س - ٦٥) \geq ٣$

$س - ٦٥ \leq -٣$

$س \leq ٦٢$

إذن مدى النسبة المئوية الفعلية للشباب الذين يستعملون الإنترنت هو: $\{س | ٦٢ \geq س \geq ٦٨\}$.

الربط مع الحياة

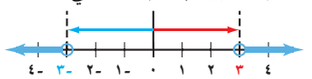
وافق مجلس الوزراء الموقر على إدخال الإنترنت للمملكة رسميًّا عام ١٤١٧هـ، ويقدر عدد المستفيدين منه حاليًّا بنحو ١٠ ملايين نسمة.

تحقق من فهمك

٢) كيمياء: درجة انصهار الجليد هي ٠ °سيليزية. لكن خالدًا لاحظ في أثناء إجراء تجربة أن درجة انصهار الجليد تتغير ضمن ١ °سيليزية. اكتب مدى درجات الحرارة التي لاحظها خالد.

$\{ت | -١ \geq ت \geq ١\}$

متباينات القيمة المطلقة (<): إن المتباينة $|س| < ٣$ تعني أن المسافة بين س و ٠ أكبر من ٣.



إذن $س < -٣$ أو $س > ٣$. وتكون مجموعة الحل هي: $\{س | س < -٣ \text{ أو } س > ٣\}$.

وكما هو الحال في المثال السابق يجب أن نأخذ الحالتين التاليتين بعين الاعتبار:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

مثال ٣ — حل متباينات القيمة المطلقة (<)

حل المتباينة $|٣ن + ٦| \leq ١٢$، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا.

أعد كتابة المتباينة $|٣ن + ٦| \leq ١٢$ في الحالتين ١ ، ٢ أعلاه.

الحالة ١: ٣ن + ٦ غير سالبة.

$٣ن + ٦ \leq ١٢$

$٣ن + ٦ - ٦ \leq ١٢ - ٦$

$٣ن \leq ٦$

$ن \leq ٢$

أو

الحالة ٢: ٣ن + ٦ سالبة.

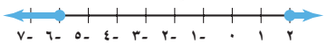
$-(٣ن + ٦) \leq ١٢$

$٣ن + ٦ \geq -١٢$

$٣ن \geq -١٨$

$ن \geq -٦$

إذن $ن \leq ٢$ أو $ن \geq -٦$. ومجموعة الحل هي: $\{ن | ن \leq ٢ \text{ أو } ن \geq -٦\}$.



إرشادات للدراسة

القيمة المطلقة

إن مجموعة حل المتباينة $|أ| \leq ب$ حيث أ عبارة خطية بمتغير واحد، ب عدد سالب، هي دائمًا مجموعة الأعداد الحقيقية؛ لأن $|أ|$ أكبر أو يساوي صفرًا دائمًا، وبذلك يكون $|أ|$ دائمًا أكبر من ب.

تحقق من فهمك انظر الهامش

٣) حل كلًّا من المتباينات التالية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

أ) $|ر - ٦| \leq -٥$

ب) $|٢ك + ١| \leq ٧$

متباينات القيمة المطلقة

المثال ١ يبين طريقة حل متباينة القيمة المطلقة على الصورة $|س| < ن$.

المثال ٢ يبين طريقة حل متباينة القيمة المطلقة التي تتضمن موقفًا من واقع الحياة.

المثال ٣ يبين طريقة حل متباينة القيمة المطلقة على الصورة $|س| > ن$.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

١ حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

أ) $|ن - ٣| \geq ١٢$

$\{ن | ن \leq -٩ \text{ أو } ن \geq ١٥\}$

ب) $|س + ٦| < -٨$ ∅

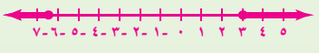
المحتوى الرياضي

الوصل أو الفصل: عندما تكون ب > ٠ فإن المتباينات على الصورة $|س| < ب$ تكافئ عبارة الوصل س < ب و س > −ب. والمتباينات على الصورة $|س| > ب$ تكافئ عبارة الفصل س > ب أو س < − ب.

إجابة (تحقق من فهمك):

٣أ) $\{ر | ر \text{ عدد حقيقي}\}$

٣ب) $\{ك | ك \leq ٣ \text{ أو } ك \geq -٥, ٦\}$



تنويع التعليم:

دون ضمن

إذا لم يفهم بعض الطلاب لماذا تعاد كتابة المتباينة $|م + ٢| < ١١$ على الصورة $م + ٢ < ١١$ و $م + ٢ < -١١$،

فقم بالطلب إليهم إعادة كتابة المتباينة على الصورة $-(م + ٢) < ١١$، وأن يضربوا كلا الطرفين في −١ للحصول على $م + ٢ > -١١$.

فهذه الطريقة تجعل تحويل إشارة المتباينة أكثر وضوحًا؛ لأنه يتعين تغيير الإشارة عند الضرب في −١.

مثالان إضافيان

٢ حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

أ) $|٣ص - ٣| > ٩$

{ص|ص< -٢ أو ص > ٤}

ب) $|٢س + ٧| \leq -١١$

{س|س عدد حقيقي}

٣ **أمطار:** إذا كان المعدل السنوي للأمطار في منطقة الرياض ١٠٠ملم، ومع ذلك فقد تختلف كمية الأمطار في سنة ما عن هذا المعدل بمقدار ١٥ ملم. فما مدى كميات الأمطار التي تسقط سنويًّا في منطقة الرياض؟

{س| ٨٥ ≤ س ≤ ١١٥}

التعليم باستعمال التقنيات

الكاميرا الرقمية:

اطلب إلى الطلاب استعمال الكاميرا الرقمية لالتقاط صور لكل خطوة من خطوات الحل الذي ينفذونه، ثم اختر عددًا منهم ليعرضوا الصور التي التقطوها على صورة عرض شرائح وأن يشرحوا كل خطوة في الحل.

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٧ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٨–١٦ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٥–٤٦
ضمن ضمن المتوسط	٩–٢٥ فردي ، ٢٩–٣٣ ، ٣٥–٤٦
فوق فوق المتوسط	١٧–٤٦

تأكد

المثالان ١ ، ٣ حل كلًّا من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا: ١–٦ انظر ملحق الإجابات

١) $|ي + ٣| > ٧$ ٢) $|ت + ٤| \geq -٢$ ٣) $|جـ + ٢| > -٢$

٤) $|ب - ٢| \leq ٨$ ٥) $|ن + ٥| \leq ٣$ ٦) $|ك - ٥| > ٣$

مثال ٢ ٧) **أسهم:** بلغ سعر سهم إحدى الشركات ٧٠,٨٥ ريالًا. وقد تذبذب هذا السعر ضمن ٠,٧٥ ريال في اليوم. أوجد مدى سعر التداول لهذا السهم. {م | ٧٠,١٠ ≤ م ≤ ٧١,٦٠}

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٣ حل كلًّا من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا: ٨–١٦ انظر ملحق الإجابات

٨) $|٢جـ - ١| \geq ٧$ ٩) $|و + ٥| > -٨$ ١٠) $|ر + ٢| < ٦$

١١) $|ك - ٤| < ٣$ ١٢) $|٢هـ - ٣| \leq ٩$ ١٣) $|٥ل + ٣| > -٩$

١٤) $|-٢س - ٣| > -٤$ ١٥) $|ن + ٨| > ١٦$ ١٦) $|ر + ١| \geq ٢$

مثال ٢ ١٧) **غوص:** يجب أن يبقى ضغط أسطوانة الغوص ١١٣٦ كجم لكل بوصة مربعة، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٢٢٧ كجم. اكتب مدى الضغط المثالي لأسطوانة الغوص. {ض | ٩٠٩ ≤ ض ≤ ١٣٦٣}

حل كلًّا من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا: ١٨–٢٥ انظر ملحق الإجابات

١٨) $|٤ن + ٣| \leq ١٨$ ١٩) $\left|\frac{٣هـ + ١}{٢}\right| < ٨$

٢٠) $\left|\frac{٢ب - ٨}{٤}\right| \leq ٩$ ٢١) $\left|\frac{٧جـ + ٣}{٢}\right| \geq -٥$

٢٢) $\left|\frac{٢ق + ٣}{٢}\right| < -٧$ ٢٣) $|-هـ + ١,٥| > ٣$

٢٤) $|٥ت - ٢| \geq ٦$ ٢٥) $|-٣ل - ٧| < ٥$

٢٦) **ادّخار:** يدّخر سعد في العادة ٥٠٠ ريال شهريًّا، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٦٠ ريالًا.

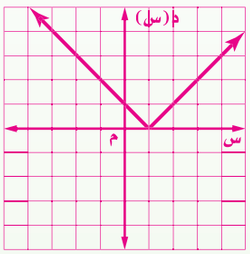
أ) اكتب مدى المبلغ الذي يدخره سعد شهريًّا. {خ | ٤٤٠ ≤ خ ≤ ٥٦٠}

ب) مثّل هذا المدى بيانيًّا.

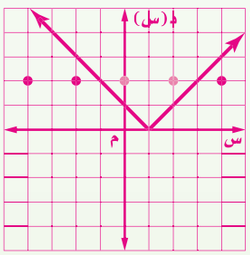
تمثيلات متعددة : يستعمل الطلاب في السؤال ٣٥، جدول القيم والتمثيل البياني في المستوى الإحداثي لوصف متباينات القيمة المطلقة.

إجابة :

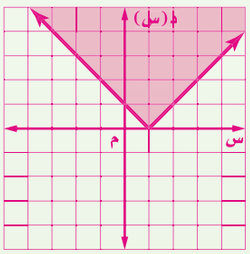
٣٥ب)



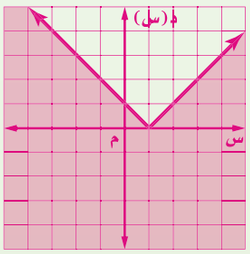
٣٥جـ)



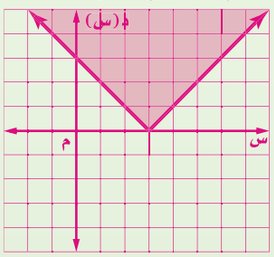
٣٥د) د(س) ≤ |س − ١|



٣٥د) د(س) ≥ |س − ١|



٣٥هـ) د(س) ≤ |س − ٣|

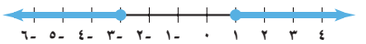


٢٧) **كيمياء:** يوجد الماء في حالات ثلاث: صلبة وسائلة وغازية. ويتجمد عند درجة ٠° سيليزية، ويتبخر عند درجة ١٠٠° سيليزية. اكتب مدى درجات الحرارة التي لا يكون فيها الماء سائلًا.
{د | د < ٠ أو د > ١٠٠}

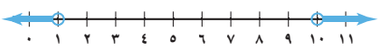
اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:

٢٨)

|س| > ٢

٢٩) 

|س + ١| ≤ ٢

٣٠) 

|س − ٥,٥| < ٤,٥

٣١) **حيوانات:** تبلغ درجة الحرارة الطبيعية لجسم الشاة السليمة ٣٩° سيليزية، وقد تزيد أو تقل عن ذلك بمقدار ١° سيليزية. فما مدى درجة حرارة جسم الشاة السليمة؟ {د | ٣٨ ≤ د ≤ ٤٠}

عبّر عن كل من العبارتين الآتيتين باستعمال متباينة تتضمن قيمة مطلقة:

٣٢) تبلغ درجة الحرارة المثلى داخل الثلاجة ٣٨° ف بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ١,٥° ف. | س − ٣٨| ≤ ١,٥

الربط مع الحياة

تمثل الأغنام والماعز عصب الثروة الحيوانية في الوطن العربي الذي يضم نحو ١١٨ مليون رأس من الأغنام و٦٧ مليون رأس من الماعز.

٣٣) يحفظ مثبت السرعة سرعة السيارة عند ٨٨ كيلومترًا/ ساعة بزيادة أو نقصان مقداره ٥ كيلومترات/ ساعة. | س − ٨٨| ≤ ٥

٣٤) يجب أن تبقى درجة حموضة بركة السباحة ٧,٥ بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٠,٣ ، اكتب مدى درجة الحموضة المثالية للبركة. | ح − ٧,٥| ≤ ٠,٣

٣٥) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة التمثيل البياني لمتباينات القيمة المطلقة في المستوى الإحداثي.

أ) جدوليًا: انقل الجدول الآتي وأكمله، وعوّض في المتباينة قيم س وقيم د (س) لكل نقطة، ثم بين هل العبارة الناتجة صحيحة أم خاطئة:

النقطة	د(س) ≤ | س − ١|	صحيحة / خاطئة	د(س) ≥ | س − ١|	صحيحة / خاطئة
(٢،٤−)	٢ ≤ ٥	خطأ	٢ ≥ ٥	صحيحة
(٢،٢−)	٢ ≤ ٣	خطأ	٢ ≥ ٣	صحيحة
(٢،٠)	٢ ≤ ١	صحيحة	٢ ≥ ١	خطأ
(٢،٢)	٢ ≤ ١	صحيحة	٢ ≥ ١	خطأ
(٢،٤)	٢ ≤ ٣	خطأ	٢ ≥ ٣	صحيحة

ب) بيانيًا: مثّل الدالة د(س) = | س − ١| بيانيًا. ب – هـ انظر الهامش

جـ) بيانيًا: عيّن في المستوى الإحداثي جميع النقاط التي تجعل د(س) ≤ | س − ١| عبارة صحيحة بلون أحمر، وعيّن جميع النقاط التي تجعل د(س) ≥ | س − ١| صحيحة باللون الأزرق.

د) منطقيًا: كوّن تخمينًا حول شكل التمثيل البياني للمتباينتين د(س) ≤ | س − ١| ، د(س) ≥ | س − ١| ، وأضف إلى الجدول نقاطًا جديدة للتحقق من صحة تخمينك.

هـ) بيانيًا: استعمل ما اكتشفته في هذه المسألة لتمثيل المتباينة د(س) ≤ | س − ٣| .

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٦) **اكتشف الخطأ:** مثّل أحمد حل المتباينة |٢أ – ٣| > ١.
كما في الشكل المجاور. فهل كان على صواب؟ فسّر إجابتك.

إجابة ممكنة: لا؛ لأن أحمد نسي تغيير اتجاه إشارة المتباينة في الحالة السالبة للقيمة المطلقة.

٣٧) **تبرير:** هل يتكون التمثيل البياني لمتباينة القيمة المطلقة من اتحاد تمثيلين أحيانًا أم دائمًا، أم أنه لا يكون كذلك أبدًا؟ اشرح إجابتك. أحيانًا. قد يكون التمثيل تقاطع تمثيلين، أو مجموعة خالية أو جميع الأعداد الحقيقية.

٣٨) **تحدٍّ:** بين لماذا لا يكون حل المتباينة |ت| > صفر مجموعة الأعداد الحقيقية جميعها.
إجابة ممكنة: إذا كانت ت = صفرًا، فإن القيمة المطلقة = صفرًا، وليست أكبر من صفر.

٣٩) **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينة قيمة مطلقة تمثل موقفًا من واقع الحياة، وحلها، ثم فسر الحل.
إجابة ممكنة: | م – ٣٧| > ١ ، المدى { م | ٣٦ < م < ٣٨ }، تتراوح درجة حرارة الإنسان السليم بين ٣٦ ، ٣٨ درجة مئوية

٤٠) **اكتب:** اشرح كيف تحدد ما إذا كانت متباينة القيمة المطلقة تتحول إلى متباينة مركبة تحتوي (و)، أو متباينة مركبة تحتوي (أو). انظر الهامش

تدريب على اختبار

٤١) **إجابة قصيرة:** سحبت بطاقة عشوائيًّا من كيس يحتوي ٩ بطاقات مرقمة بأرقامٍ مختلفة من ١–٩.
ما احتمال أن يكون الرقم المسحوب فرديًّا؟ $\frac{٥}{٩}$

٤٢) مجموعة حل المعادلة |٢ن –٣| = ٥ هي: ب
أ) {–٤ ، –١} جـ) {١ ، ١}
ب) {–١ ، ٤} د) { ٤ ، ٤}

مراجعة تراكمية

٤٣) **حل المتباينة:** ٦ ≥ ٢ت – ٤ ≥ ٨ ، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا. (الدرس ٤-٤) انظر الهامش

٤٤) **حدد ما إذا كان المستقيمان ص= ٢س+٨ ، س+ص= ٤ متعامدين أم لا، وفسر إجابتك.** (الدرس ٣-٤)
لا؛ لأن حاصل ضرب ميلهما ≠ – ١

٤٥) **هندسة:** يزيد قياس إحدى زوايا مثلث ١٠° عن قياس الزاوية الثانية، وقياس الزاوية الثالثة يساوي مثلي مجموع قياسي الزاويتين الأولى والثانية. أوجد قياس كل من زوايا المثلث. (الدرس ١-٣) ٢٥°، ٣٥°، ١٢٠°

٤٦) **حل المعادلة:** $\frac{ت}{٥}$ = ٢٠ ، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٢) ١٠٠

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: ارسم خط أعداد على السبورة أو على شفافية تعرض بجهاز العرض. واطلب إلى أحد الطلاب أن يستعمل خط الأعداد الذي رسمته لإنشاء تمثيل بياني لمتباينة قيمة مطلقة. واطلب إلى جميع الطلاب أن يكتبوا المتباينة التي يمثلها ذلك التمثيل البياني.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: اقترح على الطلاب أن يحلوا المتباينة في السؤال ٣٦ كي يحددوا الخطأ الذي وقع فيه أحمد. واطلب إليهم أن يوضحوا ما يجب عليهم فعله لحل المتباينة في الحالة٢ وعلاقة ذلك بالخطأ الظاهر في التمثيل البياني.

٤ التقويم

تعلم لاحق: اطلب إلى الطلاب أن يدونوا توقعاتهم عن العلاقة بين الدرس الحالي والدرس القادم حول حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًّا.

التقويم التكويني

تحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرسين ٤– ٤، ٤–٥ .

الاختبار القصير ٤، ص (٦٩)

إجابات:

٤٠) إجابة ممكنة : إذا كانت القيمة المطلقة إلى يمين رمز المتباينة < أو ≤ فتستعمل "و" في الجمل المركبة ، أما إذا كان رمز المتباينة > أو ≥ فتستعمل "أو" في الجمل المركبة ، فإذا كانت |س| < ن ، فالحل هو س < ن و س > – ن، وإذا كانت |س| > ن ، فالحل هو س > ن أو س< – ن.

٤٣) { ت| ٥ ≤ ت ≤ ٦}

مصادر الدرس ٤ - ٥

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (٢٢) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٥ تدريبات إعادة التعليم

حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

متباينات القيمة المطلقة (<، ≤، عند حلّ متباينات القيمة المطلقة،

توخذ الحالتان الآتيتان بعين الاعتبار بالنسبة للمتباينات التي تحتوي على < أو ≤: | إذا كانت |س| < د، فإنّ س > -د و س < د

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

تذكّر أنّ المتباينات التي تحتوي على أداة الربط (و)، مرتبطة بالتقاطع.

مثال **حلّ المتباينة:** |٣ + ٤| < ١٠، ثمّ مثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

أعد كتابة المتباينة: |٣ + ٤| < ١٠ في الصورة: ٣ + ٤ < ١٠ و ٣ + ٤ > -١٠

٣ + ٤ < ١٠ و ٣ + ٤ > -١٠

٣ + ٤ - ٤ < ١٠ - ٤ ٣ + ٤ - ٤ > -١٠ - ٤

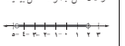
٣ < ٦ ٣ > -١٤

$\frac{٣}{٣} < \frac{٦}{٣}$ $\frac{٣}{٣} > \frac{-١٤}{٣}$

أ < ٢ أ > $-٤\frac{٢}{٣}$

مجموعة الحل هي: {أ | $-٤\frac{٢}{٣}$ < أ < ٢}

والآن مثّل مجموعة الحل بيانيًّا.



تمارين

حلّ كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

١) |ص| > ٣ — {ص | ص > ٣ أو ص < -٣}

٢) |س - ٤| > ٤ — {س | س > ٨ أو س < ٠}

٣) |ص + ٣| ≥ ٢ — {ص | ص ≥ -١ أو ص ≤ -٥}

٤) |ب + ٢| ≥ ٣ — {ب | ب ≥ ١ أو ب ≤ -٥}

٥) |ك - ٢| ≥ ٥ — {ك | ك ≥ ٧ أو ك ≤ -٣}

٦) |ت + ٢| ≤ ٤ — {ت | -٦ ≤ ت ≤ ٢}

٧) |٢ن| ≥ ٨ — {ن | ن ≥ ٤ أو ن ≤ -٤}

٨) |٥ص - ٢| ≥ ٧ — {ص | ص ≥ ١ أو ص ≤ $-\frac{٥}{٨}$}

٩) |م - ٠,٢| > ٠,٥ — {م | م > ٠,٧ أو م < -٠,٣}

تدريبات حل المسألة (٢٤) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٤-٥ تدريبات حل المسألة

حل المتباينات التي تتضمّن القيمة المطلقة

حل جمل مفتوحة تتضمن القيمة المطلقة

١) **مقياس السرعة:** إذا كان مقياس السرعة في بعض السيارات ضمن ± ٢,٥ من السرعة الفعلية للسيارة دقيقًا، وأشار مقياس السرعة لسيارة تسير على طريق خارجي إلى ٩٦ كيلومترًا في الساعة، فما مدى السرعات الفعلية الممكنة التي تكون قد سارت بها هذه السيارة؟

{ن | ٩٣,٥ ≤ ن ≤ ٩٨,٥}

٢) **كعك:** تريد سعاد أن تصنع طبق كعكٍ، فأخذت تبحث عن وصفات أطباق مختلفة من الكعك، فكانت جميع الوصفات التي وجدتها تطلب أن تكون درجة حرارة الفرن بين ١٧٧° س و ٢٠٣° س. اكتب متباينة قيمة مطلقة تمثل درجات الحرارة (د) التي تطلبها أطباق الكعك التي وجدتها سعاد.

| د - ١٩٠ | ≥ ١٣

٣) **رماية:** يُثبّت مركز الهدف في مسابقة للرماية في دورة العاب أولمبية على ارتفاع ١٣٠ سنتمترًا عن الأرض. ويتعيّن على الرامي أن يُصيب بسهمه نقطة لا تبعد أكثر من ٣,٠٥ سنتمترات عن مركز الهدف، كي يحصل على الحد الأعلى من النقاط وهو ١٠ نقاط.

أ) اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة تمثل القيم الممكنة لارتفاع النقطة التي يُصيبها السهم عن الأرض حتى يجوز الرامي ١٠ نقاط.

إ ع - ١٣٠ | ≤ ٣,٠٥

ب) مثّل مجموعة حل المتباينة التي كتبتها في الفرع أ بيانيًّا.

٤) **أوانس:** إذا كان الوزن الطبيعي الصحي للأرنب هو ٥ كجم بزيادة أو نقص كجم واحد. اكتب متباينة قيمة مطلقة تمثل الأوزان غير الصحية للأرانب.

| و - ٥ | ≤ ١

٥) **إحصاءات:** يُعدّ المتوسط الحسابي أكثر المقاييس الإحصائية شيوعًا. والمقياس الذي يليه في الأهمية هو الانحراف المعياري الذي يمثّل تباعد القيم عن متوسطها الحسابي. وعلى سبيل المثال، في اختبار للرياضيات، كان المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب ٧٦، والانحراف المعياري ١١. وهذا يعني أن درجات الطلاب ضمن انحرافٍ معياريٍّ واحدٍ عن المتوسط الحسابي، تزيد ١١ درجةً على هذا المتوسط أو تقل ١١ درجةً عنه.

أ) اكتب متباينة قيمة مطلقة لإيجاد مدى درجات الرياضيات لهذا الاختبار التي تقع ضمن انحرافٍ معياريٍّ واحدٍ عن المتوسط الحسابي.

| س - ٧٦ | ≥ ١١

ب) ما مدى درجات الرياضيات في هذا الاختبار، التي تزيد أو تقل عن المتوسط الحسابي بمقدار انحرافين معياريين؟

٩٨ إلى ٥٤

التدريبات الإثرائية (٢٥) — فوق

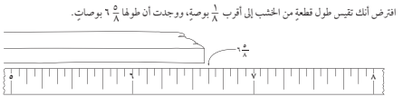
الاسم _____ التاريخ _____

٤-٥ التدريبات الإثرائية

دقة القياس

تعتمد دقة القياس على كلٍّ من ضبط القياس، وعدد الأجزاء التي تنقسم إليها وحدة القياس في المسطرة التي تستعملها.

افترض أنك تقيس طول قطعةٍ من الخشب إلى أقرب $\frac{١}{٨}$ بوصة، ووجدت أن طولها $٦\frac{٥}{٨}$ بوصات.



بيّن الشكل السابق أن طول القطعة الفعلي يقع بين $٦\frac{٩}{١٦}$ بوصاتٍ و $٦\frac{١١}{١٦}$ بوصاتٍ. ويمكنك كتابة هذا الطول مستعملًا الرمز ± ويُقرأ زائد أو ناقص، أو بصورةٍ متباينةٍ مركبةٍ على النحو الآتي:

$٦\frac{٥}{٨} \pm \frac{١}{١٦}$ بوصة $٦\frac{٩}{١٦}$ بوصاتٍ ≤ ق ≤ $٦\frac{١١}{١٦}$ بوصاتٍ

ويُسمّى $\frac{١}{١٦}$ بوصة في هذا المثال الخطأ المطلق.

والخطأ المطلق في القياس يساوي نصف أصغر وحدةٍ مستعملةٍ في القياس.

اكتب كلًّا من القياسات الآتية بصورةٍ متباينةٍ مركبةٍ، مستعملًا متغير القياس الفعلي ق:

١) $٥\frac{١}{٢} \pm \frac{١}{٢}$ بوصة

٢) ٣,٧٨ ± ٠,٠٠٥ كيلجم

٣) ٧,١١ ± ٠,٠٠٥ جم

$٥\frac{١}{٢}$ بوصات ≤ ق ≤ $٥\frac{٣}{٢}$ بوصات

٣,٧٧٥ كيلجم ≤ ق ≤ ٣,٧٨٥ كيلجم

٧,١٠٥ جم ≤ ق ≤ ٧,١١٥ جم

٤) $١٦\frac{١}{٢}$ ± $\frac{١}{٢}$ باردة

٥) ٢٢ ± ٠,٥ سم

٦) $\frac{٩}{١٦} \pm \frac{١}{٢٥٦}$ بوصة

$١٥\frac{١}{٢}$ باردة ≤ ق ≤ $١٦\frac{١}{٢}$ باردة

٢١,٥سم ≤ ق ≤ ٢٢,٥سم

$\frac{١٧}{٢٥٦}$ بوصة ≤ ق ≤ $\frac{١٩}{٢٥٦}$ بوصة

اكتب أصغر وحدةٍ مستعملةٍ في كلٍّ من القياسات الآتية، والخطأ المطلق لكلٍّ منها:

٧) ٩,٥ بوصاتٍ ≤ ق ≤ ١٠,٥ بوصاتٍ

١بوصة؛ $\frac{١}{٢}$ بوصة

٨) $٤\frac{١}{٤}$ بوصات ≤ ق ≤ $٤\frac{٣}{٤}$ بوصاتٍ

$\frac{١}{٤}$ بوصة؛ $\frac{١}{٨}$ بوصة

٩) $٢٤\frac{١}{٢}$ سم ≤ ق ≤ ٢٣ سم

١ سم؛ $\frac{١}{٢}$ سم

١٠) ٧,١٣٥ ملم ≤ ق ≤ ٧,١٤٥ ملم

٠,٠١ ملم؛ ٠,٠٠٥ ملم

كتاب التمارين (٢٣) — دون ضمن فوق

٤ - ٥ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

اختر لكل جملة مفتوحة فيما يأتي التمثيل البياني المناسب لها:

١) |س - ٣| ≤ ١ أ

٢) |٢س + ١| > ٥ جـ

٣) |٥ - س| ≤ ٣ ب

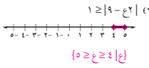
عبر عن كل جملة فيما يأتي بمتباينة تتضمن قيمة مطلقة:

٤) الارتفاع القياسي لبنية معينة ٣٣ سنتمترًا ويتفاوت طولها بما لايتجاوز ٥ سنتمترات. | س - ٣٣ | ≤ ٥

٥) تراوحت معظم درجات طلاب الفصل في اختبار اللغة الإنجليزية حول الدرجة ٨٥، بما لايتجاوز ٤ درجات. | د - ٨٥ | ≤ ٤

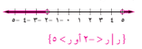
حلّ كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

٦) |٤ع - ٩| ≥ ١



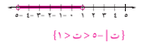
{ع | ع ≤ ٢ أو ع ≥ ٥}

٧) |٣ - ٢ر| > ٧



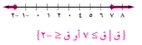
{ر | ر < -٢ أو ر > ٥}

٨) |٣ت + ٦| > ٩



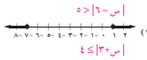
{ت | ت < -٥ أو ت > ١}

٩) |ق - ٥| ≤ ٩

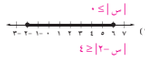


{ق | ق ≤ ٧ أو ق ≥ -٢}

اكتب جملة مفتوحة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات الآتية:

١٠) 

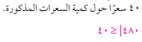
| س - ٦ | > ٥

١١) 

| س | ≤ ٠

١٢)

| س + ٣ | ≤ ٤

١٣) 

| س - ٢ | ≥ ٤

١٤) **مطعم:** إذا علمت أن وجبة الدجاج المشوي مع الخضراوات تحتوي في العادة ٤٨٠ سعرًا حراريًّا. ويتفاوت العدد الفعلي للسعرات الحرارية تبعًا لوزن الدجاجة، بما لا يتجاوز ٤٠ سعرًا حول كمية السعرات المذكورة.

أ) اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة تمثل هذا الموقف. | س - ٤٨٠ | ≤ ٤٠

ب) اكتب المتباينة التي تمثل مدى عدد السعرات الحرارية التي تحتويها وجبة الدجاج المشوي مع الخضراوات.

٤٤٠ ≤ س ≤ ٥٢٠

ملحوظات المعلم

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ومثِّل مجموعة حلها على خط الأعداد:

١) س − ٩ > −٤ س > ٥

٢) ٦ب ≤ ٥ب − ٣ ب ≤ −٣

٣) **اختيار من متعدد:** لدى سعد ٣١ كتابًا ولدى خالد ٥٨ كتابًا. فكم كتابًا يجب أن يضيف سعد إلى مجموعته ليصبح لديه عدد من الكتب أكبر مما لدى خالد؟ جـ

أ) ٢١ على الأكثر

ب) ٢٧

جـ) ٢٨ على الأقل

د) أكثر من ٣٠

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة حلها:

٤) $\frac{١}{٥}$ هـ − ٣ > ١٥ هـ > ١٥

٥) ٧ع ≥ −٤٢ ع ≥ −٦

٦) −٩م > −٣٦ م < ٤

٧) $\frac{ق}{٤}$ + ٣ ≥ −٩ ق ≥ −٤٨

٨) −٢(س − ٤) > ٥س − ١٣ س > ٣

٩) **مدينة الألعاب:** زار أحمد مدينة الألعاب خلال عيد الأضحى المبارك. وقرَّر أن يصرف مبلغًا لا يزيد على ٤٠ ريالًا. إذا كانت أجرة اللعبة الواحدة تكلِّف ٧ ريالات، فاكتب متباينة تمثل هذا الموقف. ٧ س ≤ ٤٠

حل كلًّا من المتباينتين المركبتين الآتيتين، ومثِّل مجموعة حلها بيانيًّا: ١٠، ١١ انظر الهامش

١٠) ص − ٨ < −٣ أو ص + ٥ > ١٩

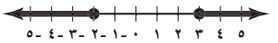
١١) −١١ ≤ ٢هـ − ٥ ≤ ١٣

عرف المتغير في كل مما يأتي، واكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل:

١٢) عدد ناقص ٤ لا يزيد على ٨. ١٢–١٣ انظر الهامش

١٣) تسعة أمثال عدد ناقص أربعة يساوي ثلاثة وعشرين على الأقل.

١٤) **اختيار من متعدد:** أي المتباينات المركبة الآتية حلها ممثَّل على خط الأعداد أدناه؟ ب



أ) −٢ ≥ س > ٣ جـ) س > −٢ أو س ≤ ٣

ب) س ≥ −٢ أو س ≤ ٣ د) −٢ > س ≥ ٣

حل كلًّا من المتباينات الآتية، ومثِّل مجموعة حلها بيانيًّا: ١٥–١٨ انظر ملحق الإجابات

١٥) |ب − ٥| > ٣ ١٦) |٢ف + ٧| ≤ ٢١

١٧) |−٤م + ٣| ≥ ١٥ ١٨) $\left|\frac{س − ٣}{٤}\right|$ > ٥

١٩) **بيع بالتجزئة:** عرض أحد المتاجر خصمًا قدره ١٥ ريالًا على أي زوج من الأحذية.

أ) إذا كان أعلى ثمن لزوج من الأحذية ١٤٩,٩٥ ريالًا، وأقل ثمن ٨٤,٩٥ ريالًا. فما مدى أثمان الأحذية بعد الخصم؟ ٦٩,٩٥ ≤ س ≤ ١٣٤,٩٥

ب) إذا خيَّر شخص عند شراء زوج من الأحذية ثمنه ١٠٩,٩٥ ريالات بين أن يحصل على خصم مقداره ١٥ ريالًا أو خصم بنسبة ١٥٪، فأي العرضين أفضل له؟ خصم ١٥٪

الفصل ٤ اختبار الفصل

المعالجة

بناء على نتائج اختبار الفصل استعمل مخطط المعالجة في مراجعة المفاهيم التي لاتزال تشكل تحديًّا للطلاب.

إجابات:

١٠) ص > ٥ أو ص > ١٤

١١) −٣ ≤ هـ ≤ ٩

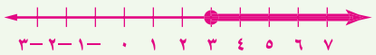
١٢) افترض أن العدد = س؛

س − ٤ ≥ ٨؛

س ≥ ١٢ .

١٣) افترض أن العدد = س ؛

٩س − ٤ ≤ ٢٣ ؛ س ≤ ٣



مخطط المعالجة

المستوى ١	ضمن المتوسط	المستوى ٢	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب في حل ٢٥٪ من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلاب في حل ٥٠٪ من الأسئلة،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	المصدر الآتي:
كتاب الطالب	الدروس ٤-١ إلى ٤-٥		
دليل المعلم	مشروع الفصل ص (١١٠)		
زيارة الموقع	www.obeikaneducation.com	زيارة الموقع	www.obeikaneducation.com

الفصل ٥

مخطط الفصل

التقويم التشخيصي
اختبار سريع ص (١٤١)

	الدرس ٥-١ ثلاث حصص	توسع ٥-١ حصة واحدة	الدرس ٥-٢ ثلاث حصص
العنوان	حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا	معمل الحاسبة البيانية: النظام المكون من معادلتين	حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض
الأهداف	• تعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين. • حل نظام مكون من معادلتين خطيتين.	• استعمال الحاسبة البيانية لحل نظام من معادلتين.	• حل نظام مكون من معادلتين بالتعويض. • حل مسائل من واقع الحياة (تتضمن نظامًا من معادلتين) باستعمال التعويض.
المفردات	نظام من معادلتين النظام المتسق النظام المستقل النظام غير المستقل النظام غير المتسق		التعويض
التمثيلات المتعددة	ص (١٤٦)		
مصادر الدرس	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٦) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٨) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٩) فوق • كتاب التمارين ص(٢٤) دون ضمن فوق		• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٠) دون • تدريبات حل المسألة، ص (١٢) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (١٣) فوق • كتاب التمارين ص(٢٥) دون ضمن فوق
التقنيات لكل درس	السبورة التفاعلية، ص (١٤٣)		تسجيل سمعي، ص (١٥٣)
تنويع التعليم	ص (١٤٣، ١٤٦)		ص (١٥١، ١٥٤)

المفاتيح: دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

أنظمة المعادلات الخطية

الخطة الزمنية		
التدريس	المراجعة و التقويم	المجموع
(١٤) حصة	(٣) حصص	(١٧) حصة

الدرس ٥-٣ ثلاث حصص	الدرس ٥-٤ حصتان	الدرس ٥-٥ حصتان
حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح	حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب	تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين
• حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الجمع. • حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الطرح.	• حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الضرب. • حل مسائل من واقع الحياة تتضمن أنظمة من معادلتين.	• تحديد أفضل الطرائق لحل نظام من معادلتين. • حل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية.
الحذف		
ص (١٥٩)		
• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٤) دون • تدريبات حل المسألة، ص (١٦) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (١٧) فوق • كتاب التمارين ص(٢٦) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٨) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٢١) فوق • كتاب التمارين ص(٢٧) دون ضمن فوق	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٢٢) دون • تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية،ص (٢٥) فوق • كتاب التمارين ص(٢٨) دون ضمن فوق
تسجيل مرئي، ص (١٥٦)	مدونة، ص (١٦٢)	الكاميرا الرقمية، ص (١٦٧)
ص (١٥٧ ، ١٦٠)	ص (١٦٣ ، ١٦٤)	ص (١٦٨ ، ١٦٩)

التقويم التكويني
اختبار منتصف الفصل، ص (٨٩)

التقويم الختامي
- اختبار الفصل ص (١٧١)
- اختبار تراكمي ص (١٧٢، ١٧٣)

ماذا تقول الأبحاث ...

يشير سميث (Smith، ١٩٩٧) إلى أن التقنية الحديثة تسمح بتمثيلات أنظمة المعادلات الجبرية والعددية، والصور الهندسية، بسهولة وفي متناول الجميع، وتكامل هذه التمثيلات المختلفة وربطها بالمنهاج، ويساعد الطلاب على التفكير الناقد في هذه الأنظمة لتبني وجهات نظر جديدة، وليكونوا أكثر ثقة بنتائجهم.

- يستعمل الطلاب الحاسبات البيانية في توسع ٥ – ١، لتمثيل الأنظمة، بناءً على المفاهيم التي نوقشت في الدرس (٥ – ١)
- ويتم ربط الطرائق الجبرية في حل الأنظمة خلال الفصل، بالتمثيلات البيانية.

الفصل ٥

التقويم والمعالجة

	التشخيص	المعالجة
التقويم التشخيصي	**بداية الفصل ٥**	
	التهيئة للفصل ٥ ، ص (١٤١)	مخطط المعالجة، ص (١٤٠ جـ)
	بداية كل درس	
	فيما سبق، والآن، لماذا؟	مراجعة المفاهيم والمهارات الأساسية مع الطلاب
التقويم التكويني	**خلال كل درس وبعده**	
	تحقق من فهمك، لكل مثال تأكد مسائل مهارات التفكير العليا مراجعة تراكمية أمثلة إضافية تنبيه! الخطوة ٤، التقويم الاختبارات القصيرة ، ص (٨٧، ٨٨) www.obeikaneducation.com	تدريبات المهارات، الفصل ٥ تنويع التعليم تنويع الواجبات المنزلية تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٥ www.obeikaneducation.com
	منتصف الفصل	
	اختبار منتصف الفصل، ص (٨٩) www.obeikaneducation.com	تدريبات المهارات، الفصل ٥ تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٥ www.obeikaneducation.com
	نهاية الفصل	
	اختبار الفصل، ص (١٧١) www.obeikaneducation.com	تدريبات المهارات، الفصل ٥ تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٥ www.obeikaneducation.com
التقويم الختامي	**بعد انتهاء الفصل ٥**	
	اختبار الفصل، النماذج ١، ٢أ، ٢ب ، ص (٩١-٩٦) اختبار الفصل، النموذج ٣ ، ص (٩٧، ٩٨) اختبار المفردات ، ص (٩٠) اختبار الفصل ذو الإجابة المطولة ، ص (٩٩) اختبار تراكمي ، ص (١٠٠-١٠٢) www.obeikaneducation.com	تدريبات إعادة التعليم، الفصل ٥ www.obeikaneducation.com

كتاب الطالب | دليل المعلم | مصادر المعلم للأنشطة الصفية | دليل التقويم | شبكة الإنترنت

الفصل ٥

تنويع التعليم

البديل ١ جميع المستويات دون ضمن فوق

المتعلمون المتفاعلون: وزع الطلاب في مجموعات ثنائية أو مجموعات صغيرة، وحدد لهم أنظمة من معادلتين لحلها. واطلب إليهم استعمال ملخص المفهوم، صفحة (١٦٦) أو ناقشهم لتحديد أفضل طريقة تستعمل لحل النظام الذي عينته لهم، وتأكد من أن جميع أفراد المجموعة يشاركون في النقاش.

المتعلمون البصريون: اكتب معادلات خطية عدة على السبورة، ومثّل كلًّا منها بنظام إحداثي على شفافية منفصلة. ثم اكتب زوجًا من هذه المعادلات على صورة نظام من معادلتين. وضع الشفافيتين اللتين تمثلانهما بعضهما فوق بعض لإيجاد نقطة التقاطع. وكرر ذلك مع زوج آخر من المعادلات.

البديل ٢ دون المتوسط دون

زوّد الطلاب بنسخ من التمثيل البياني لنظام من معادلتين خطيتين واكتب المعادلتين على السبورة، واطلب إليهم تحديد المستقيم الممثل لكل معادلة ، ثم اطلب إليهم تحديد النقاط التي تنتمي إلى كل معادلة والتحقق من أن الحل يحقق كلتا المعادلتين.

البديل ٣ فوق المتوسط فوق

اطلب إلى الطلاب كتابة جملة حول عدد من منزلتين على أحد وجهي بطاقة، وكتابة نظام من معادلتين وحله لإيجاد العدد على الوجه الآخر للبطاقة. ثم اطلب إليهم تبادل البطاقات فيما بينهم، وحل لغز العدد.

مجموع رقمي عدد مكون من منزلتين يساوي ٧. وإذا عكس وضع المنزلتين يصبح العدد الجديد أكبر من العدد الأصلي بمقدار ٩.

أ + ع = ٧
١٠أ + ع = ٩ + ١٠ع + أ
أ = ٤، ع = ٣
العدد الأصلي ٣٤.

الترابط الرأسي

ما قبل الفصل ٥

مواضيع سابقة قبل الصف الثالث المتوسط

- تمثيل أزواج مرتبة في المستوى الإحداثي.
- عرض علاقات باستعمال أشكال ڤن.
- تمثيل المعادلات الخطية.
- استعمال خصائص المساواة لحل المعادلات.
- تحليل مواقف تتضمن دوال خطية وصياغة المعادلات الخطية لمسائل وحلها.

الفصل ٥

مواضيع من الصف الثالث المتوسط

- تحليل المواقف وصياغة أنظمة من المعادلات الخطية بـِ متغيرين لحل المسائل.
- حل نظام من معادلتين خطيتين باستعمال التمثيلات البيانية والطرق الجبرية.
- تفسير وتحديد معقولية الإجابات في حل نظام من معادلتين .

ما بعد الفصل ٥

الإعداد للمرحلة الثانوية

- تحليل مواقف وصياغة أنظمة من المعادلات في متغيرين أو أكثر، أو متباينات بمتغيرين لحل المسائل.
- استعمال الطرق الجبرية أو التمثيل البياني أو الجداول أو المصفوفات لحل نظام من المعادلات أو المتباينات.
- تفسير وتحديد معقولية الحل لأنظمة من المعادلات أو المتباينات الخطية في سياق معلوم.

ملخص الدروس

٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًّا

يمكن حل نظام من المعادلات بتمثيلها بيانيًّا في المستوى الإحداثي نفسه، وحل نظام من معادلتين خطيتين هو زوج مرتب يحقق كلتا المعادلتين، ويتصف النظام المكون من معادلتين خطيتين بما يأتي:

- له حل واحد: يتقاطع التمثيل البياني للمعادلتين في نقطة واحدة، ويقال عن النظام في هذه الحالة إنه متسق ومستقل.
- لا يوجد له حل: يكون التمثيل البياني للمعادلتين هو مستقيمين متوازيين، ولا يوجد زوج مرتب يحقق كلتا المعادلتين، ويقال إن النظام غير متسق.
- له عدد لا نهائي من الحلول: يقع تمثيلا المعادلتين على المستقيم نفسه، وهناك عدد لا نهائي من الحلول التي تحقق كلتا المعادلتين، ويقال عن النظام إنه متسق وغير مستقل.

له حل واحد | لايوجد له حل | له عدد لا نهائي من الحلول

٥-٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

قد يكون من الصعب في بعض الأحيان تحديد الحل الدقيق لنظام من المعادلات من تمثيل بياني معطى؛ لذا يمكن استعمال الطرق الجبرية لإيجاد الحل الدقيق، والتعويض هو أحد هذه الطرق، ولاستعمال التعويض:

- حل إحدى المعادلتين في أحد المتغيرين بالنسبة للمتغير الآخر.
- عوّض العبارة الناتجة في المعادلة الأخرى، وبهذا يمكن التخلص من أحد المتغيرين.
- حل المعادلة الناتجة لإيجاد قيمة المتغير الأول.
- عوض قيمة هذا المتغير في المعادلة الأصلية لإيجاد قيمة المتغير الثاني.

إذا كان للنظام حل واحد، فاكتب القيمتين الناتجتين على صورة زوج مرتب.

ويكون للنظام عدد لا نهائي من الحلول إذا أدى حله إلى عبارة صحيحة (مثل: ٣ = ٣)، ولا يكون له حل إذا أدى حله إلى عبارة خاطئة (مثل – ٢ = ٤).

٥-٣ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

من الطرائق الأخرى لحل نظام من معادلتين طريقة الحذف باستعمال الجمع أو الطرح. وعند استعمال هذه الطريقة يتم دمج المعادلتين معًا للتخلص من أحد المتغيرين، ويمكن جمع إحدى المعادلتين إلى الأخرى أو طرحها منها باستعمال خصائص المساواة على الجمع والطرح.

ولاستعمال هذه الطريقة:

- اجمع المعادلتين إذا كان معامل أحد المتغيرين هو نظير جمعي أو معكوس لمعامله في المعادلة الأخرى.
- اطرح المعادلتين إذا كان معاملا أحد المتغيرين متساويين. وحل المعادلة الناتجة بعد حذف أحد المتغيرين لإيجاد قيمة المتغير الآخر، ثم عوض قيمة هذا المتغير في إحدى المعادلتين الأصليتين لإيجاد قيمة المتغير الآخر (المحذوف)، ويكتب الحل على صورة زوج مرتب.

٥-٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

إذا لم يكن معاملا أحد المتغيرين متساويين ولا أحدهما معكوسًا للمعامل في المعادلة الأخرى، فعندئذٍ يمكن استعمال الضرب. وتتطلب هذه الطريقة تغيير إحدى المعادلتين أو كلتيهما باستعمال خصائص المساواة على الضرب.

ولاستعمال هذه الطريقة:

- اضرب كل حد في إحدى المعادلتين في العدد نفسه، أو اضرب المعادلتين في عددين مختلفين؛ ليكون المعاملان لأحد المتغيرين متساويين أو متعاكسين.
- حل النظام باتباع خطوات حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح.

٥-٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

تم دراسة خمس طرائق لحل نظام من معادلتين، ويفضل استعمال كل طريقة مع أنظمة معينة.

- يستعمل التمثيل البياني إذا كان التقدير كافيًا.
- يستعمل التعويض إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين −١ أو ١.
- يستعمل الحذف باستعمال الجمع إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين معكوسًا لنظيره في المعادلة الأخرى.
- يستعمل الحذف باستعمال الطرح إذا كان لأحد المتغيرين في المعادلتين معاملان متساويان.
- يستعمل الحذف باستعمال الضرب إذا لم يكن معامل أحد المتغيرين (١) أو (−١)، ولم يكن معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين معكوسًا لمعامله في المعادلة الأخرى.
- تحقق من صحة الحل في المسائل من واقع الحياة، في سياق المسألة أو الموقف.

مشروع الفصل

دخول الحدائق

يستعمل الطلاب ما تعلموه عن كتابة وحل أنظمة المعادلات الخطية في التعامل مع مسائل من واقع الحياة.

- اطلب إلى كل طالب أن يحدد المبلغ الكلي الذي تدفعه عائلته عند زيارة إحدى الحدائق أو المهرجانات التي يختلف فيها ثمن تذكرة الصغار عن ثمن تذكرة الكبار.
- عيّن شريكًا لكل طالب، وليكن س يشير إلى سعر تذكرة الصغير، ص يشير إلى سعر تذكرة الكبير، ثم اكتب نظامًا يكون حله سعر تذكرة الصغير وسعر تذكرة الكبير الذين دخلوا الحديقة بالمبلغ الكلي المدفوع. فمثلا إذا دخل ٥ صغار، ٤ كبار من عائلة ودفعوا ٦٥ ريالًا، وإذا دخل ٣ صغار، ٥ كبار من عائلة أخرى ودفعوا كذلك مبلغ ٦٥ ريالًا فيمكن التعبير عن ذلك بالنظام الآتي:

٥س + ٤ص = ٦٥

٣س + ٥ص = ٦٥

- اطلب إلى كل طالب منهما حل النظام، ثم تبادل الحلول وتحديد سعر تذكرة كل من الصغير والكبير لدخول الحديقة ثم اطلب إليهم تمثيل النظام بيانيًّا. هل تتساوى نتائجهما؟

المفردات قدم للطلاب المفردات بالطريقة الآتية:

التعريف: نظام المعادلات هو مجموعة من المعادلات تحتوي على المتغيرات نفسها، وهنا سنتناول النظام المكون من معادلتين خطيتين فقط.

مثال: ص = ٣٤,٢ – ٩,١٤ س

ص = ٣,٣ + ٤,٧ س

اسأل: ما المتغيرات في كلتا المعادلتين؟ س، ص.

المطويات منظم أفكار

غرضها يكتب الطلاب ملاحظاتهم حول حل المعادلات الخطية، في أثناء تقديمها خلال دروس هذا الفصل.

وظيفتها اطلب إلى الطلاب تكوين مطوياتهم كما هو موضح، واطلب إليهم كتابة مصطلح أو مفهوم من كل درس على الجزء الخاص به، وكتابة تعريف المفهوم أو المصطلح تحته، مع إعطاء مثالٍ عليه.

وقت استعمالها شجع الطلاب على أن يستمروا في إضافة ملاحظاتهم إلى مطوياتهم خلال دراستهم للفصل، وشجعهم على استعمالها استعدادًا لاختبار الفصل.

تنويع التعليم

نموذج بناء المفردات، ص (٨٥) .

يكمل الطلاب هذا النموذج بكتابة تعريف كل مفردة جديدة تظهر لهم في أثناء دراسة الفصل أو مثال عليها، ويستفيدون من ذلك في أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

الفصل ٥ أنظمة المعادلات الخطية

فيما سبق

درست حلّ المعادلات الخطية في متغير واحد.

والآن

- أحل نظام معادلتين خطيتين بيانيًا.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالتعويض.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالحذف.
- أحل مسائل لفظية من واقع الحياة تؤول إلى نظام من معادلتين خطيتين.

لماذا ؟

حدائق: باعت حديقة الحيوانات بالرياض في أحد الأيام تذاكر دخول بقيمة ٣٥٠٠ ريال. فإذا كان سعر التذكرة ١٠ ريالات للكبير، ٥ ريالات للصغير ، فيمكنك استعمال نظام من معادلتين خطيتين لمعرفة عدد الكبار وعدد الصغار الذين اشتروا التذاكر عند معرفة إجمالي عدد التذاكر المبيعة.

المطويات منظم أفكار

أنظمة المعادلات الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك مبتدئًا بورقة A4 .

١ **اطو** الورقة طوليًّا من المنتصف.

٢ **قص** النصف العلوي خمسة أجزاء بالتساوي.

٣ **سم** الأجزاء الخمسة بأرقام الدروس وعناوينها.

التهيئة للفصل ٥

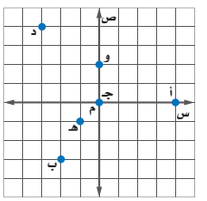
تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من فهمك للمهارات السابقة الضرورية :

البديل الأول

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

سم الزوج المرتب الممثل لكل نقطة فيما يأتي:



١) أ (٤، ٠)
٢) د (-٣، ٤)
٣) ب (-٢، -٣)
٤) جـ (٠، ٠)
٥) هـ (-١، -١)
٦) و (٠، ٢)

حلّ كل معادلة فيما يأتي:

٧) ٢س + ٤ = ١٢. ٤

٨) ٣س = - ٩. -٣

٩) م + ٢ = ٦. ٤

١٠) ٢ = م س + ب ، م ، ب ثابتان. $\frac{٢-ب}{م}$

١١) ب = ٢ل + (-٤)، ب ثابت. $\frac{ب+٤}{٢}$

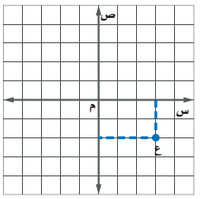
١٢) ٢٠ - ١٠ص = ٤٠. -٢

١٣) **هندسة:** إذا كانت م = $\frac{١}{٢}$ ق × ع، تمثل صيغة مساحة المثلث، حيث م المساحة، ق قاعدة المثلث، ع ارتفاعه. فأوجد مساحة المثلث الذي طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٥ سم. ٢٥ سم^٢

مراجعة سريعة

مثال ١

سم الزوج المرتب الذي يمثل النقطة ع في المستوى الإحداثي.



ارسم خطًّا رأسيًّا من النقطة ع إلى محور السينات، لتّحدد الإحداثي السيني للنقطة وهو (٣).

ارسم خطًّا أفقيًّا من النقطة إلى محور الصادات، لتّحدد الإحداثي الصادي للنقطة وهو (-٢).

إذن الزوج المرتب للنقطة ع هو (٣، -٢).

مثال ٢

حل المعادلة -١٢ + ٣ ص = ٣٦ .

-١٢ + ٣ ص = ٣٦	المعادلة الأصلية
-١٢ + ٣ ص + ١٢ = ٣٦ + ١٢	أضف ١٢ إلى كل من الطرفين
٣ ص = ٤٨	بسّط
$\frac{٣ص}{٣} = \frac{٤٨}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣
ص = ١٦	بسّط

البديل الثاني

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com .

المعالجة

استعمل نتائج اختبار التهيئة ومخطط المعالجة أدناه لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب، كما تساعدك العبارة «إذا ... فقم» في المخطط أدناه على تحديد المستوى المناسب، وتقترح مصادر لكل مستوى.

مخطط المعالجة

المستوى ١	ضمن المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب فيما لايزيد على ٢٥٪ تقريبًا من التمارين،
فقم	بمراجعة تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي، وحل المعادلات الخطية.
	وزيارة الموقع: www.obeikaneducation.com
المستوى ٢	**دون المتوسط**
إذا	أخطأ بعض الطلاب في ٥٠٪ تقريبًا من التمارين،
فقم	بتحديد أخطائهم، وضع أنشطة علاجية لذلك .
	وزيارة الموقع: www.obeikaneducation.com

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٥ - ١

تمثيل الدوال الخطية بيانيًّا.

الدرس ٥ - ١

تعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين إن وجدت.

حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانيًّا.

ما بعد الدرس ٥ - ١

حل نظام مكون من معادلتين خطيتين باستعمال الطرق الجبرية.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثم اسأل:

- علام تدل نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين للمعادلتين؟ إن القيمة الكلية للمبيعات وتكاليف الإنتاج الكلية متساويتان.
- ما المبلغ الذي تحدده نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين؟ ٢٥٠٠ ريال.
- ما عدد حلول نظام المعادلتين؟ وضح إجابتك. حل واحد؛ لأن التمثيلين البيانيين للمعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة.

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًّا

فيما سبق

درست التمثيل البياني للمعادلات الخطية.

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين.
- أحلّ نظامًا مكونًا من معادلتين خطيتين بيانيًا.

المفردات

نظام من معادلتين
النظام المتسق
النظام المستقل
النظام غير المستقل
النظام غير المتسق

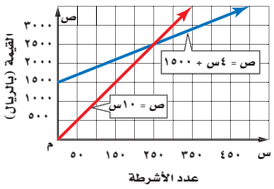
obeikaneducation.com

لماذا ؟

بلغت تكاليف إعداد مادة أشرطة علمية ١٥٠٠ ريال، وكان تسجيل الشريط الواحد يكلف ٤ ريالات ويباع بـ ١٠ ريالات، ويرغب مدير الإنتاج في معرفة عدد الأشرطة التي عليه بيعها حتى يحقق ربحًا.

إن التمثيل البياني لنظام المعادلات يساعد على معرفة الوضع الذي يحقق ربحًا، ويمكن التعبير عن تكاليف الإنتاج الكلية بالمعادلة ص = ٤س+١٥٠٠؛ حيث ص تمثل تكلفة الإنتاج، س عدد الأشرطة المنتجة.

يمكن تمثيل القيمة الكلية للمبيعات بالمعادلة ص = ١٠س، حيث تمثل ص القيمة الكلية للمبيعات، س عدد الأشرطة المبيعة.

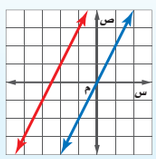
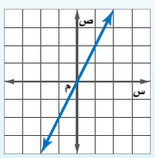
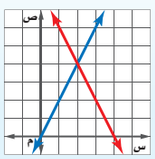


يمكننا تمثيل هاتين المعادلتين بيانيًّا من معرفة متى يبدأ تحقيق الربح. وذلك بتحديد النقطة التي يتقاطع فيها المستقيمان، وهو ما يحدث عند بيع ٢٥٠ شريطًا؛ أيْ أن تحقيق الربح يبدأ عند بيع أكثر من ٢٥٠ شريطًا.

عدد الحلول الممكنة: تشكّل المعادلتان ص = ٤س+١٥٠٠، ص = ١٠س **نظامًا من معادلتين**، ويُسمى الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا لكلا المعادلتين حلًّا للنظام.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يسمى **نظامًا متسقًا**، وتتقاطع تمثيلاته البيانية في نقطة واحدة، أو تشكّل مستقيمًا واحدًا.
- إذا كان للنظام حل واحد فقط، يسمى **نظامًا مستقلًّا**، وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول يسمى **نظامًا غير مستقل**؛ وهذا يعني وجود عدد غير محدود من الحلول تحقق كلتا المعادلتين.
- إذا لم يكن للنظام أي حل، يسمى **نظامًا غير متسق**، وتشكل تمثيلاته البيانية مستقيمات متوازية.

مفهوم أساسي — الحلول الممكنة — أضف إلى مطويتك

عدد الحلول	لا يوجد حل	عدد لا نهائي	واحد فقط
المصطلح	غير متسق	متسق وغير مستقل	متسق ومستقل
التمثيل البياني			

مصادر الدرس ٥ - ١

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (١٤٦)	• تنويع التعليم، ص (١٤٣ ، ١٤٦)	• تنويع التعليم، ص (١٤٣)
كتاب التمارين	ص (٢٤)	ص (٢٤)	ص (٢٤)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٦) • تدريبات حل المسألة، ص (٨) • كتاب التمارين، ص (٢٤)	• تدريبات حل المسألة، ص (٨) • كتاب التمارين، ص (٢٤)	• تدريبات حل المسألة، ص (٨) • التدريبات الإثرائية، ص (٩) • كتاب التمارين، ص (٢٤)

إرشادات للدراسة

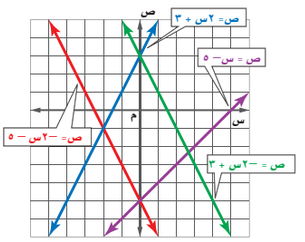
عدد الحلول

عندما تُكتب كل من المعادلتين على الصيغة ص= م س+ب، فإن قيم م، ب تحدد عدد الحلول.

المقارنة بين قيم م، ب	عدد الحلول
قيمتا م مختلفتان	١
قيمتا م متساويتان، وقيمتا ب مختلفتان.	لا يوجد
قيمتا م متساويتان، وقيمتا ب متساويتان.	لانهائي

مثال ١ عدد الحلول

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان النظام الآتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًا أم غير مستقل.



أ) ص = –٢س + ٣

ص = س – ٥

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة، فهناك حل واحد للنظام، ويكون النظام متسقًا ومستقلًا.

ب) ص = –٢س – ٥

ص = –٢س + ٣

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام، ويكون النظام غير متسق.

تحقق من فهمك

١أ) ص =٢س+٣ متسق ومستقل
ص= –٢س +٣

١ب) ص= س –٥ متسق ومستقل
ص= –٢س –٥

الحل بالتمثيل البياني: من الطرائق المستعملة في حل نظام من معادلتين تمثيلهما بيانيًّا في المستوى البياني نفسه، وإيجاد النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان والتي تمثل حل النظام.

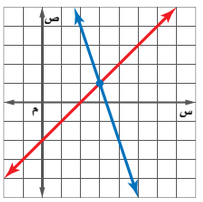
مثال ٢ الحل بالتمثيل البياني

مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

أ) ص = –٣س + ١٠

ص = س – ٢

يظهر من التمثيل البياني أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٣، ١)، ويمكن التحقق من ذلك بالتعويض عن س بـ ٣، وعن ص بـ ١.



تحقق ص = –٣س + ١٠ المعادلة الأصلية

١ ≟ –٣(٣) + ١٠ عوض

١ ≟ –٩ + ١٠ اضرب

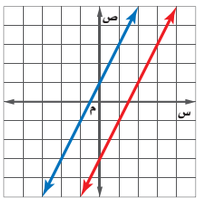
١ = ١ ✓

ص = س – ٢ المعادلة الأصلية

١ ≟ ٣ – ٢ عوض

١ = ١ ✓ اضرب

إذن للنظام حل واحد، هو (٣، ١).



ب) ٢س – ص = –١

٤س – ٢ص = ٦

بما أن للمعادلتين الميل نفسه، ومقطعاهما الصاديان مختلفان، فالمستقيمان الممثلان للمعادلتين متوازيان، وبما أنهما لا يتقاطعان في أية نقطة فلا يوجد حلّ لهذا النظام.

مراجعة المفردات

المستقيمات المتوازية

لا تتقاطع أبدًا، ولها الميل نفسه.

عدد الحلول المحتملة

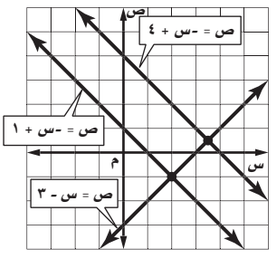
المثال ١ يبين طريقة إيجاد عدد الحلول لنظام من معادلتين وكيفية تحديد إذا كان النظام متسقًا أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

١ استعمل التمثيل البياني الآتي لتحدد إذا كان النظام التالي متسقًا أم غير متسقٍ، ومستقلاً أم غير مستقل:



أ) ص = – س + ١

ص = – س + ٤ غير متسق

ب) ص = س – ٣

ص= – س + ١

متسق ومستقل

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: أنشئ جدولًا يشتمل على الأعمدة الآتية: لا يوجد حل، حل واحد، عدد لا نهائي من الحلول، واكتب أنظمة مختلفة من المعادلات على السبورة، واطلب إلى الطلاب تحريك كل نظام ووضعه في العمود المناسب.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اكتب نظامًا من ثلاث معادلات بمتغيرين على السبورة، واطلب إلى الطلاب تحديد إذا كان للنظام حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم لا يوجد له حل، وإذا كان له حل واحد فاطلب إليهم كتابته.

فمثلًا: س + ص = ٢

س – ص = ٠

ص = – ٢

لا يوجد لهذا النظام حل؛ لأن المستقيمات الثلاثة لا تتقاطع في نقطة واحدة.

الحل بالتمثيل البياني

المثال ٢ يبين طريقة حل نظام من معادلتين بالتمثيل البياني.

المثال ٣ يبين طريقة استعمال نظام من معادلتين لحل مسألة من واقع الحياة.

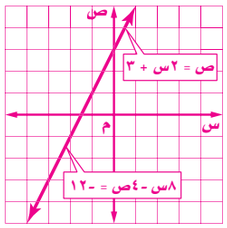
مثالان إضافيان

٢ مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان الحل واحدًا فاكتبه.

أ) ص = ٢س + ٣

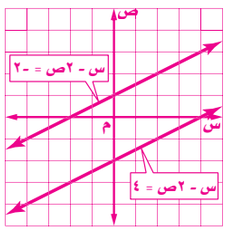
٨س − ٤ص = −١٢

عدد لا نهائي من الحلول.

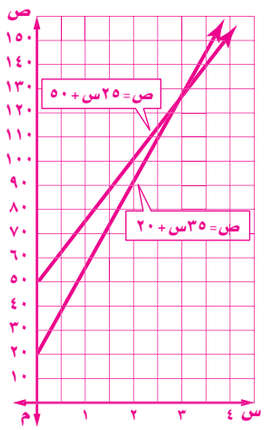


ب) س − ٢ص = ٤ لا يوجد حل.

س − ٢ص = −٢



٣ دراجات هوائية: قطع عبد الرحيم ٢٠ كلم في الأسبوع الماضي على دراجته، ويخطط ليقطع بها ٣٥ كلم كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما فهد فقد قطع بها ٥٠ كلم في الأسبوع الماضي ويخطط ليقطع بها ٢٥ كلم كل أسبوع من الأسابيع، الأسبوع الذي يتساوى فيه ما قطعه كل من عبد الرحيم وفهد على دراجتيهما. الأسبوع الثالث.



تحقق من فهمك

مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

٢أ) س − ص = ٢

٣ص + ٢س = ٩ حل واحد (٣، ١)

٢ب) ص = −٢س − ٣

٦س + ٣ص = −٩ عدد لا نهائي من الحلول

يمكننا استعمال أنظمة المعادلات لحل مسائل متنوعة من واقع الحياة تتضمن متغيرين أو أكثر.

مثال ٣ من واقع الحياة كتابة نظام من معادلتين وحلّه

تُمور: يزداد إنتاج مزرعتي نخيل من التمور بانتظام تقريبًا عبر عدد من السنين. استعمل المعلومات الواردة في الجدول أدناه للتنبؤ بالسنة التي يصبح فيها إنتاج المزرعتين متساويًا على اعتبار أن معدل الزيادة يبقى ثابتًا خلال السنوات القادمة في كلتا المزرعتين.

المزرعة	كمية الإنتاج عام ١٤٢٩هـ (بالطن)	معدل الزيادة السنوية (بالطن)
الأولى	٣٠٩	٨
الثانية	٤١٨	٣

الربط مع الحياة

تعد التمور غذاءً صحيًّا مركزًا وطبيعيًّا، ومنجمًا للفيتامينات؛ لكثرة ما بها من عناصر معدنية وفيتامينات.

التعبير اللفظي: كمية الإنتاج الكلية = كمية الإنتاج عام ١٤٢٩هـ + معدل الزيادة × عدد السنوات بعد ١٤٢٩هـ

المتغيرات: لتكن ص = كمية الإنتاج الكلية ، س = عدد السنوات بعد ١٤٢٩هـ .

المعادلات:

المزرعة الأولى: ص = ٨ × س + ٣٠٩

المزرعة الثانية: ص = ٣ × س + ٤١٨

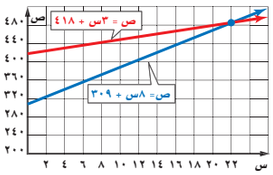
بتمثيل الدالتين: ص = ٨س + ٣٠٩ ، ص = ٣ س + ٤١٨ بيانيًّا نجد أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٢٢ ، ٤٨٥) تقريبًا.

تحقق استعمل التعويض للتحقق من صحة الإجابة.

ص = ٨س + ٣٠٩ ص = ٣س + ٤١٨

٤٨٥ ≟ ٨(٢٢) + ٣٠٩ ٤١٨ + ٣(٢٢) ≟ ٤٨٥

٤٨٥ = ٤٨٥ ✓ ٤٨٤ ≈ ٤٨٥ ✓



إذن سيكون إنتاج المزرعتين متساويًا بعد ٢٢ سنة من عام ١٤٢٩هـ ؛ أيْ في عام ١٤٥١هـ ، إذا بقي معدل الزيادة ثابتًا في كلتا المزرعتين.

تحقق من فهمك

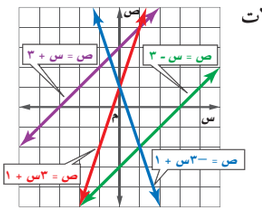
٣) ساعات: يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٤ ريالًا، ويوفر ١٠ ريالات في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالًا ويوفر ٧ ريالات في الأسبوع، فبعد كم أسبوعًا يصبح معهما المبلغ نفسه؟ ٤ أسابيع

المحتوى الرياضي

التمثيل البياني لنظام: إذا تقاطع التمثيل البياني لنظام في نقطة واحدة كان النظام متسقًا ومستقلًّا وله حل واحد. وإذا كان التمثيل يقع على المستقيم نفسه كان النظام متسقًا وغير مستقل وله عدد لا نهائي من الحلول، أما إذا كان التمثيل البياني متوازيًا فإن النظام غير متسق ولا حل له.

تأكد

مثال ١ استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



١) ص = −٣س + ١ ، ص = ٣س + ١
٢) ص = ٣س + ١ ، ص = س − ٣
٣) ص = س − ٣ ، ص = س + ٣
٤) ص = س + ٣ ، س − ص = −٣

١) متسق ومستقل.
٢) متسق ومستقل.
٣) غير متسق.
٤) متسق وغير مستقل.

مثال ٢ مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحدًا فاكتبه:

٥) ص = س + ٤ ، ص = −س − ٤
٦) ص = س + ٣ ، ص = ٢س + ٤

٥ ، ٦ انظر الهامش

مثال ٣ ٧) **قراءة:** يقرأ كلٌّ من صالح وعبدالله رواية طويلة كما في الشكل المقابل.

ص = ٢٠س + ٣٥، ص = ١٠س + ٨٥

أ) اكتب معادلة تعبر عن عدد الصفحات التي يقرؤها كلٌّ منهما.

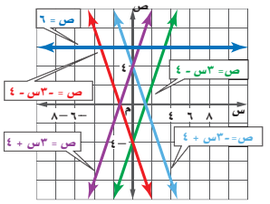
ب) مثّل كل معادلة بيانيًّا. انظر الهامش.

جـ) بعد كم يومًا يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبدالله؟ تحقق من إجابتك وفسرها.

(٥، ١٣٥). سيكون مجموع ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبدالله في اليوم السادس

تدرب وحل المسائل

مثال ١ استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان كل نظام فيما يأتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



٨) ص = −٣س + ٤ ، ص = −٣س − ٤
٩) ص = −٣س − ٤ ، ص = ٣س − ٤
١٠) ٣س − ص = −٤ ، ص = −٣س + ٤
١١) ٣س − ص = ٤ ، ٣س + ص = ٤

٨) غير متسق
٩) متسق ومستقل
١٠) متسق ومستقل
١١) متسق ومستقل

مثال ٢ مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا فاكتبه: ١٢–١٧) انظر ملحق الإجابات

١٢) ص = ٤س + ٢ ، ص = −٢س − ٣
١٣) ص = س − ٦ ، ص = س + ٢
١٤) س + ص = ٤ ، ٣س + ٣ص = ١٢
١٥) س − ص = −٢ ، −س + ص = ٢
١٦) س + ٢ص = ٣ ، س = ٥
١٧) ٢س + ص = −٤ ، ص + ٢س = ٣

٣ التدريب

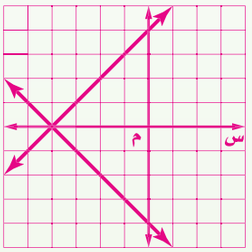
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٧ للتأكد من فهم الطلاب.

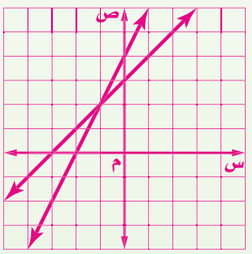
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

إجابات:

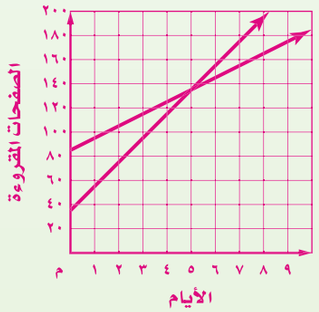
٥) حل واحد (−٤، ٠)



٦) حل واحد (−١، ٢)



٧ب)



تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٨–١٨ ، ٣٠ ، ٣٢–٣٩
ضمن ضمن المتوسط	٩–١٧ فردي ، ١٩–٢٥ فردي ، ٢٧–٣٠ ، ٣٢–٣٩
فوق فوق المتوسط	١٩–٣٩

مثال٣ ١٨) **هوايات:** يتنافس خالد وسعود في جمع الطوابع التذكارية، فإذا كان لدى خالد ٣٠ طابعًا، ويضيف إليها أسبوعيًّا ٤٠ طابعًا، ولدى سعود ٥٠ طابعًا، ويضيف إليها ٣٠ طابعًا كل أسبوع. انظر ملحق الإجابات

أ) فاكتب معادلة تعبر عن عدد الطوابع التي جمعها كل منهما.

ب) مثِّل كل معادلة بيانيًّا.

جـ) بعد كم أسبوعًا يصبح لدى كل منهما العدد نفسه من الطوابع؟

مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحدًا فاكتبه: للتمثيل البياني انظر ملحق الإجابات.

١٩) $ص = \frac{١}{٢}س$ حل واحد
$ص = س + ٢$ (−٤، −٢)

٢٠) $ص = ٢س - ١٧$ حل واحد
$ص = س - ١٠$ (٧، −٣)

٢١) $-٣س + ٤ص = ٢٤$ حل واحد
$٤س - ص = ٧$ (٤، ٩)

٢٢) $٢س - ٨ص = ٦$ عدد لانهائي
$س - ٤ص = ٣$

٢٣) $٤س - ٦ص = ١٢$ عدد لانهائي
$-٢س + ٣ص = -٦$

٢٤) $٢س + ٣ص = ١٠$ لايوجد حل
$٤س + ٦ص = ١٢$

٢٥) $٣س + ٢ص = ١٠$ حل واحد
$٢س + ٣ص = ١٠$ (٢، ٢)

٢٦) $\frac{٣}{٤}س + \frac{١}{٢}ص = \frac{١}{٤}$ حل واحد
$\frac{٢}{٣}س + \frac{١}{٦}ص = \frac{١}{٢}$ (١، −١)

الربط مع الحياة

تتيح آلات التصوير الرقمية للمصورين فرصة مشاهدة الصورة وإمكانية معالجتها وتعديلها ونقلها إلى الحاسوب وطباعتها.

٢٧) **تصوير:** افترض أن ص تمثل عدد آلات التصوير التي باعها متجر (بالمئات)، س تمثل عدد السنوات منذ عام ١٤٢٠هـ. إذا كانت المعادلة ص = ١٢,٥س + ١٠,٩ تعبر عن عدد آلات التصوير الرقمية المبيعة في كل عام منذ عام ١٤٢٠هـ، والمعادلة ص = −١,٩س + ٧٨,٨ تعبر عن عدد آلات التصوير العادية المبيعة.

أ) فمثّل كل معادلة بيانيًّا. انظر ملحق الإجابات.

ب) ما العام الذي تتجاوز فيه مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية؟ خلال عام ١٤٢٤هـ

جـ) في أي عام ستتوقف مبيعات آلات التصوير العادية؟ خلال عام ١٤٢٩هـ

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه: للتمثيل البياني انظر ملحق الإجابات.

٢٨) $٢ص = ١,٢س - ١٠$ لايوجد حل
$٤ص = ٢,٤س$

٢٩) $س = ٦ - \frac{٣}{٨}ص$ عدد لانهائي من الحلول
$٤ = \frac{٢}{٣}س + \frac{١}{٤}ص$

٣٠) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة طرائق متنوعة لإيجاد نقطة تقاطع تمثيلي معادلتين خطيتين.

أ) جبريًّا: حل المعادلة $\frac{١}{٢}س + ٣ = -س + ١٢$ جبريًّا. ٦

ب) بيانيًّا: حل نظام المعادلتين $ص = \frac{١}{٢}س + ٣$، $ص = -س + ١٢$ بيانيًّا. انظر الهامش.

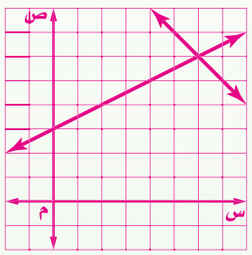
جـ) تحليليًّا: ما علاقة المعادلة في الفرع (أ) والنظام في الفرع (ب)؟

د) لفظيًّا: وضح كيف تستعمل التمثيل البياني في الفرع (ب) لحل المعادلة في الفرع (أ).

تمثيلات متعددة: يستعمل الطلاب في السؤال ٣٠ الجبر والتمثيل في المستوى الإحداثي لحل نظام من معادلتين وتفسير النتائج.

إجابة:

٣٠ب) (٦، ٦)



٣٠ جـ) كل طرف في المعادلة في الفرع (أ) يساوي أحد قيم ص في النظام في (ب).

٣٠ د) يمكنك إيجاد الحل بمعرفة الإحداثي السيني لنقطة تقاطع المستقيمين في النظام.

تنويع التعليم

دون ضمن

المتعلمون المتفاعلون: اطلب إلى الطلاب العمل في أزواج أو مجموعات للتحقق من صحة حلولهم للأسئلة ١٢ – ١٧، ١٩ – ٢٦، واقترح عليهم استعمال إرشادات الدراسة صفحة (١٤٣) للمقارنة بين قيم م، ب في كلتا المعادلتين في النظام إذا كانتا مكتوبتين على الصورة ص = م س + ب، واطلب إليهم كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع إذا تطلب الأمر ذلك.

٤ التقويم

بطاقة مكافأة: زوّد الطلاب بورق مربعات، واطلب إليهم رسم تمثيلٍ بياني يمثل نظامًا من معادلتين متسقًا وغير مستقل.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣١) تحد: استعمل التمثيل البياني لحل النظام ٢س+٣ص= ٥، ٣س+٤ص= ٦، ٤س+٥ص= ٧. (−٢، ٣). للتمثيل انظر الهامش.

٣٢) تبرير: بيّن هل النظام الذي يتكون من معادلتين وتشكّل كل من النقطتين (٠، ٠)، (٢، ٢) حلًّا له، تكون له حلول أخرى أحيانًا أم دائمًا أم ليس له أية حلول أخرى. دائمًا؛ إذا كانت المعادلات خطية وللنظام أكثر من حل واحد فإنه يكون متسقًا وغير مستقل، وهذا يعني أن له عددًا لا نهائيًّا من الحلول.

٣٣) أيٌّ من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسّر إجابتك: انظر الهامش

٣س − ٢ص = ١ ٢س + ٣ص = ١٨	٤س + ٢ص = ١٤ ١٢س + ٦ص = ١٨	−س + ٤ص = ٨ ٣س − ٦ص = ٦	٤س − ص = ٥ −٢س + ص = −١

٣٤) مسألة مفتوحة: اكتب ثلاث معادلات تشكّل مع المعادلة ص = ٥س−٣ أحد أنظمة المعادلات الآتية: غير متسق، متسق ومستقل، متسق وغير مستقل على الترتيب. إجابات ممكنة: ص = ٥س + ٣؛ ص = −٥س − ٣؛ ٢ص = ١٠س − ٦

٣٥) اكتب: صف مزايا ومساوئ استعمال التمثيل البياني لحل أنظمة المعادلات الخطية. انظر الهامش

تدريب على اختبار

٣٦) إجابة قصيرة: يمكن لأحد أنواع البكتيريا مضاعفة عدده كل ٢٠ دقيقة. فإذا كان عدد البكتيريا في الساعة ٩:٠٠ صباحًا ٤٥٠٠ ، فكم يصبح عند الساعة ١٢:٠٠ ظهرًا؟ (٢٣٠٤٠٠٠)

٣٧) هندسة: قُصت قطعة من السلك طولها ٨٤ سنتمترًا إلى قطع متساوية، ثم أُلصقت من نهاياتها لتشكّل أحرف مكعب. فما حجم هذا المكعب؟ ب

أ) ٢٩٤ سم^٣ جـ) ١١٥٨ سم^٣

ب) ٣٤٣ سم^٣ د) ٢٧٤٤ سم^٣

مراجعة تراكمية

٣٨) اختبار: يبين الجدول المجاور درجات هيثم في ٣ اختبارات للرياضيات، وبقي له اختبار رابع، وهو بحاجة إلى معدل لا يقل عن ٩٢ حتى يحصل على التقدير أ. (الدرس ٤-٣)

الاختبار	الدرجة
١	٩١
٢	٩٥
٣	٨٨

أ) إذا كان م يمثل درجته في الاختبار الرابع، فاكتب المتباينة الممثلة لهذا الموقف. $\frac{٩١ + ٩٥ + ٨٨ + م}{٤} \geq ٩٢$

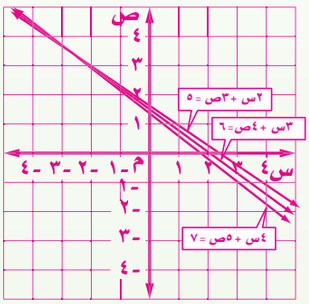
ب) إذا أراد هيثم الحصول على التقدير أ في الرياضيات، فكم يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع؟ ٩٤ على الأقل.

جـ) هل إجابتك معقولة؟ فسّر ذلك. نعم؛ لأن المعدل المرغوب أعلى مما كان عليه.

٣٩) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٣، ١)، والمعامد للمستقيم ص = $\frac{١}{٣}$س + ٢. (الدرس ٣-٤)
ص = −٣س − ٨

إجابات:

٣١)



٣٣) إجابة ممكنة:
٤س+٢ص = ١٤
١٢س + ٦ص = ١٨
فهذا النظام غير متسق، أما الأنظمة الأخرى فهي متسقة.

٣٥) يوضح التمثيل البياني عدد حلول نظام من المعادلات: حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم لا يوجد له حل، إلا أنه قد يصعب إيجاد القيم الدقيقة لكل من س، ص من التمثيل البياني.

١ التركيز

الهدف: استعمال الحاسبة البيانية TI – nspire لحل نظام من معادلتين خطيتين.

المواد اللازمة

- الحاسبة البيانية TI – nspire .

إرشادات التدريس

ذكّر الطلاب بأنه يجب حل المعادلة بالنسبة للمتغير ص قبل إدخالها في الحاسبة.

٢ التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

وزع الطلاب في مجموعات ثنائية أو ثلاثية متنوعة القدرات، واطلب إلى كل مجموعة حل النشاطين ١، ٢

النشاط ١:

- ذكّر الطلاب بأن يمسحوا جميع المعادلات أو الأشكال السابقة باختيار No عند ظهور شاشة Save في الخطوة ٢، واطلب إليهم تمثيل كل نظام بيانيًا باستعمال نافذة العرض القياسية، ثم تعديلها إلى مساحة مناسبة من خلال المفاتيح:

menu 4: Window / Zoom

1: Window Settings

ثم اختيار التدريج المناسب لكل من x وَ y إن لم تكن نقطة التقاطع واضحة.

التدريب: اطلب إلى الطلاب حل الأسئلة ١ – ٦

حل نظام من معادلتين خطيتين

يمكنك استعمال الحاسبة البيانية TI – nspire لتمثيل نظام من معادلتين وحله.

نشاط ١ حل نظام من معادلتين خطيتين

حل النظام الآتي مقربًا إلى أقرب جزء من مئة:

$$٥,٢٣\text{ س} + \text{ص} = ٧,٤٨$$
$$٦,٤٢\text{ س} - \text{ص} = ٢,١١$$

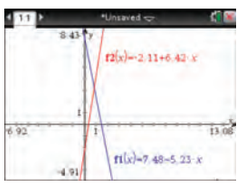
الخطوة ١: حل كل معادلة بالنسبة للمتغير ص لإدخالها في الحاسبة.

$٥,٢٣\text{س} + \text{ص} = ٧,٤٨$	المعادلة الأولى
$٥,٢٣\text{س} + \text{ص} - ٥,٢٣\text{ س} = ٧,٤٨ - ٥,٢٣\text{ س}$	اطرح ٥,٢٣ س من كلا الطرفين
$\text{ص} = ٧,٤٨ - ٥,٢٣\text{ س}$	بسّط
$٦,٤٢\text{ س} - \text{ص} = ٢,١١$	المعادلة الثانية
$٦,٤٢\text{ س} - \text{ص} - ٦,٤٢\text{ س} = ٢,١١ - ٦,٤٢\text{ س}$	اطرح ٦,٤٢ س من كلا الطرفين
$-\text{ص} = ٢,١١ - ٦,٤٢\text{ س}$	بسّط
$(-١)(-\text{ص}) = (-١)(٢,١١ - ٦,٤٢\text{ س})$	اضرب كلا الطرفين في (-١)
$\text{ص} = -٢,١١ + ٦,٤٢\text{ س}$	بسّط

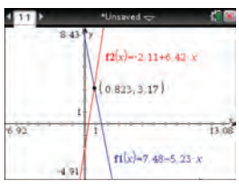
الخطوة ٢: مثّل كلًّا من المعادلتين بيانيًّا لإيجاد الحل.

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ، ثم اختر 1 New Document .

ملاحظة: إذا ظهرت شاشة Save فاختر Yes إذا أردت حفظ الملفات السابقة، أو No إذا أردت حذفها.



- اختر 2:Add Graphs فتظهر الشاشة المجاورة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 7.48 - 5.23x$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2(x) = -2.11 + 6.42x$ ثم اضغط enter ليظهر التمثيل البياني المجاور.



- اضغط menu واختر منها 7:Points & Lines ومنها اختر 3:Intersection Point(s) ، وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر لك نقطة التقاطع (0.823, 3.17) والتي هي حل النظام.

وعليه يكون حل النظام إلى أقرب جزء من مئة هو (٠,٨٢ ، ٣,١٧) .

من الطرق التي يمكنك استعمالها لحل معادلة بمتغير واحد ، تمثيل نظام المعادلتين الذي نكوّنه من تلك المعادلة ثم حله. ولإجراء ذلك، اكتب نظامًا من المعادلات باستعمال طرفي المعادلة، ثم استعمل الحاسبة البيانية لحله.

نشاط ٢ استعمال نظام من معادلتين لحل معادلة خطية

حل المعادلة ٥س+٦= −٤ مستعملًا نظامًا من معادلتين.

الخطوة ١: اكتب نظامًا من معادلتين، على أن يساوي كل طرف من طرفي المعادلة ص.

ص = ٥س + ٦ المعادلة الأولى

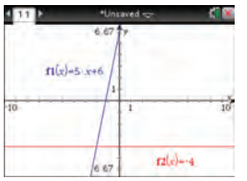
ص = −٤ المعادلة الثانية

الخطوة ٢:

- مثّل كلًّا من هاتين المعادلتين بيانيًّا مستعملًا المفاتيح التالية بالترتيب :

on 1:New Document 2:Add Graphs

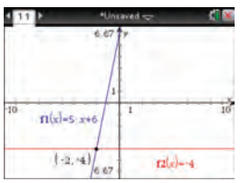
- أدخل المعادلة الأولى $f1(x) = 5x + 6$ ثم اضغط enter ، اضغط مفتاح tab وأدخل المعادلة الثانية $f2(x) = -4$ ثم اضغط enter فيظهر التمثيل البياني التالي:



- حدد نقطة التقاطع مستعملًا المفاتيح التالية بالترتيب :

menu 7:Points & Lines 3:Intersection Point(s)

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر لك نقطة التقاطع.



فيكون الحل = −٢

تمارين:

استعمل الحاسبة البيانية لحل كل من أنظمة المعادلات الآتية، وقرّب الحل إذا كان كسرًا عشريًّا إلى أقرب جزء من مئة:

١) ص = ٢ س − ٣
ص = −٠,٤ س + ٥ (٣,٣٣ ، ٣,٦٧)

٢) ص = ٦س + ١
ص = −٣,٢س − ٤ (−٠,٥٤ ، −٢,٢٦)

٣) ٧ س − ٢ ص = ١٦
١١س + ٦ص = ٣٢,٣ (٢,٥١ ، ٠,٧٨)

٤) ٣س + ٢ ص = ١٦
٥س + ص = ٩ (٠,٢٩ ، ٧,٥٧)

٥) ٠,٦٢ س + ٠,٣٥ ص = ١,٦٠
−١,٣٨ س + ص = ٨,٢٤ (−١,١٦ ، ٦,٦٣)

٦) ٧٥ س − ١٠٠ ص = ٤٠٠
٣٣ س − ١٠ص = ٧٠ (١,١٨ ، −٣,١٢)

استعمل الآلة الحاسبة البيانية لحل كل من المعادلات الآتية، وقرّب الحل إذا كان كسرًا عشريًّا إلى أقرب جزء من مئة:

٧) ٤س − ٢ = −٦ −١

٨) $٣ = ١ + \frac{س}{٢}$ ٤

٩) −٢ + ١٠س = ٨س − ١ ٠,٥

١٠) **اكتب:** وضح لماذا يمكنك حل معادلة مثل ر= أ س + ب بحل نظام المعادلتين: ص = ر ، ص= أ س + ب .

عند تقاطع التمثيلين البيانيين ص = ر، ص= أ س + ب ، تكون قيم ص متساوية، وعندها تكون ر = أ س + ب .

النشاط ٢ :

- يحتاج الطلاب في النشاط ٢، إلى مسح الشاشة السابقة بالضغط على No إذا أرادوا حذف الملفات السابقة و Yes إذا أرادوا حفظها للبدء بالنشاط.
- وذكّرهم بالضغط على (−) لإدخال − ٤ وليس استعمال مفتاح رمز الطرح.
- يجب على الطلاب في الخطوة ٢ أن يستعملوا المفاتيح نفسها المستعملة في النشاط ١/ الخطوة ٢.

ثم اسأل:

- ماذا يعني الحل في الخطوة ٢؟
  س = − ٢ عندما ص = − ٤.
  للمعادلة ص = ٥ س + ٦
- كيف يمكنك التحقق من صحة الحل؟
  بالتعويض بالعدد − ٢ بدلًا من س في المعادلة الأصلية للتحقق من أن المعادلة صحيحة.

التدريب: اطلب إلى الطلاب حل الأسئلة ٧ − ١٠.

٣ التقويم

التقويم التكويني

- استعمل السؤال ٥ لتقويم مهارة الطلاب في استعمال الحاسبة البيانية لحل نظام من معادلتين.
- استعمل السؤال ٨ لتقويم مهارة الطلاب في تمثيل نظام من معادلتين بيانيًّا لحل معادلة في متغير واحد.

من المحسوس إلى المجرد

يتطلب السؤال ١٠ من الطلاب إعطاء تفسيرٍ جبريٍّ لاستعمال نظام من معادلتين لحل معادلة خطية في متغير واحد.

توسيع المفهوم

ثم اسأل:

- متى لا يكون لنظام من معادلتين نقطة تقاطع؟ إجابة ممكنة: إذا كان تمثيله على صورة مستقيمين متوازيين.

توسع ٥-١: معمل الحاسبة البيانية: حل نظام من معادلتين خطيتين ١٤٩

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٥ - ١

دون دون المتوسط　ضمن ضمن المتوسط　فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (٦)　دون

الاسم _____ التاريخ _____

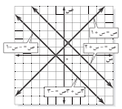
٥-١ تدريبات إعادة التعليم

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا

عدد الحلول الممكنة: تُشكّل معادلتان أو أكثر تتضمنان المتغيرات نفسها نظامًا معيّنًا من المعادلات. ويُسمّى الزوج المرتّب الذي يمثّل حلًا لكلّ من المعادلتين حلًّا للنظام. ويلخص الجدول أدناه معلومات حول أنظمة المعادلات الخطية:

التمثيل البياني	مستقيمان متقاطعان	المستقيم نفسه	مستقيمان متوازيان
عدد الحلول	واحد فقط	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلحات	متسق ومستقل	متسق وغير مستقل	غير متسق

مثال استعمل التمثيل البياني أدناه لتحديد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



أ) ص = − س + ٢
ص = س + ١

بما أن المستقيمين اللذين يمثّلان هاتين المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة، فهناك حل واحد للنظام، ويكون النظام متّسقًا ومستقلًّا.

ب) ص = − س + ٢
٣س + ٣ص = −٣

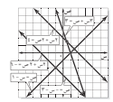
بما أن المستقيمين اللذين يمثّلان هاتين المعادلتين متوازيان، فلا يوجد حل للنظام، ويكون النظام غير متّسق.

جـ) ٣س + ٣ص = −٣
ص = − س − ١

بما أن المستقيمين اللذين يمثّلان هاتين المعادلتين ينطبقان على بعضهما، فهناك عدد لا نهائي من الحلول، ويكون النظام متّسقًا وغير مستقل.

تمارين

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متّسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



١) ص = − س − ٣　٢) ٣س + ٢ ص = − ٦
ص = س − ١　متسق ومستقل　ص = − س − ٣　متسق وغير مستقل
٣) ص = − س − ٣　٤) ٣س + ٢ ص = − ٦
٢ س + ٢ ص = ٤　غير متسق　٣س + ص = ٣　متسق ومستقل

تدريبات حل المسألة (٨)　دون ضمن فوق

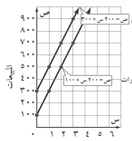
الاسم _____ التاريخ _____

٥-١ تدريبات حل المسألة

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا

١) **عمل،** سوف يبيع مصنع للقطع المعدنية ص قطعة بعد س يومًا وفق المعادلة ص = ٢٠٠ س + ٣٠٠، أمّا مصنع الأدوات المنزلية، فسوف يبيع ص أداة بعد س يومًا بحسب المعادلة ص = ٢٠٠ س + ١٠٠. لاحظ التمثيل البياني الآتي لنظام هاتين المعادلتين، وحدّد ما إذا كان لا يوجد له حل، أو له حل واحد، أو له عدد لا نهائي من الحلول.

لا يوجد حل



٢) **فن العمارة،** مصعدان في مبنى، يبدأ أحدهما من الدور الرابع ويرتفع ٣٥ قدمًا عن مستوى الأرض، ويهبط بمعدل ٢,٢ قدمًا في الثانية. ويبدأ الثاني من مستوى الأرض ويصعد بمعدل ١,٧ قدمًا في الثانية. اكتب نظام معادلات يعبّر عن هذا الوضع.

إجابة ممكنة:
ص = ٣٥ − ٢,٢س؛ ص = ١,٧ س

٣) **لياقة،** يشارك محمود وسعد في سباق للدراجات. ويقود محمود دراجته بسرعة ٢٠ قدمًا في الثانية، ويقود سعد دراجته بسرعة ١٥ قدمًا في الثانية. وقد وافق محمود على أن يتقدم سعد ١٥٠ قدمًا إلى الأمام كنقطة بداية. فإذا انتهى السباق بالتعادل، فكم يبعد خط النهاية عن نقطة بداية محمود؟

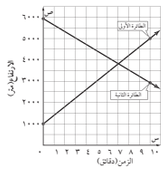
٤) **طيران،** تحلّق طائرتان بالقرب من مطار محلي، إحداهما على ارتفاع ١٠٠٠ متر، وتصعد رأسيًا بمعدل ٤٠٠ متر في الدقيقة، والأخرى على ارتفاع ٥٩٠٠ متر وتهبط رأسيًا بمعدل ٣٠٠ متر في الدقيقة.

أ) اكتب نظام معادلات يعبّر عن ارتفاع كل طائرة بعد س دقيقة.

ص = ٤٠٠ س + ١٠٠٠
ص = ٥٩٠٠ − ٣٠٠ س

ب) مثّل بيانيًا نظام المعادلات الذي كتبته في الفرع أ.

٦٠٠ قدم



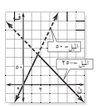
التدريبات الإثرائية (٩)　فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٥-١ التدريبات الإثرائية

التمثيل البياني لرحلة

تستعمل صيغة المسافة ف = ع ن لحلّ الكثير من المسائل. إذا مثّلتَ معادلة مثل ف = ٥٠ ن بيانيًا، فإن التمثيل البياني يعدّ نموذجًا لسيارة تسير بسرعة ٥٠ ميلًا في الساعة. ميل المستقيم هو السرعة. افترض أنّ الزمن الذي تستغرقه السيارة هو ن، والمسافة التي تقطعها بالأميال هي ف. وافترض أنك تسافر إلى بلدة قريبة وتعود، وكان معدل سرعتك ٥٠ ميلًا في الساعة ذهابًا، ٢٥ ميلًا في الساعة إيابًا. فإذا استغرقت الرحلة ٥ ساعات كاملة، فكم تبعد البلدة التي سافرت إليها عن مكان إقامتك؟



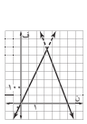
بيّن التمثيل البياني المجاور رحلتك التي قمت بها.
لاحظ أن رحلة الإياب تظهر بميل سالب؛ لأنك تقود سيارتك في الاتجاه المعاكس.

حلّ كل مسألة فيما يأتي:

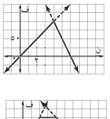
١) قدّر إجابة المسألة في المثال أعلاه. كم ميلًا تبعد البلدة التي سافرت إليها عن مكان إقامتك تقريبًا؟
٨٢ ميلًا تقريبًا

مثّل بيانيًا كلّ رحلة فيما يأتي وحلّ المسألة:

٢) يحتوي خزّان وقود طائرة على مقدار يكفي لمدة ٣ ساعات من الطيران الآمن. ومعدل سرعة الطائرة في رحلة الذهاب ٢٠٠ ميل في الساعة بعكس اتجاه الريح، ومعدل سرعتها في رحلة الإياب ٢٥٠ ميلًا في الساعة. فما الزمن المستغرق الممكن لرحلة الذهاب، وما مسافة رحلة الذهاب؟ **$\frac{2}{3}$ ساعة تقريبًا، ٢٣٣ ميلًا تقريبًا**



٣) افترض أنك تسافر إلى بلدة قريبة مسافة ١٠٠ ميل وتعود، وكان معدل سرعتك ٢٥ ميلًا في الساعة ذهابًا، ٥٠ ميلًا في الساعة إيابًا. فكم ساعة استغرقت الرحلة؟ **٦ ساعات**



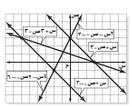
٤) افترض أنك ذهبتَ من بيتك بسيارتك إلى مركز تسوّق بسرعة ٥٠ ميلًا في الساعة، وقضيت ساعتين في المركز، ثمّ رجعتَ إلى بيتك بسرعة ٢٥ ميلًا في الساعة. إذا كان الزمن الكلّي المستغرق للرحلة ٨ ساعات، فكم يبعد مركز التسوق عن بيتك؟ **١٠٠ ميل**

كتاب التمارين (٢٤)　دون ضمن فوق

الفصل الخامس: أنظمة المعادلات الخطية

٥ - ١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا

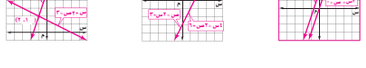
استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد إذا كان كل نظام فيما يأتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



١) س + ص = ٣　٢) ٢ س − ص = ٣
س + ص = − ٣　غير متسق　٤ س − ٢ ص = − ٦　متسق وغير مستقل
٣) س + ٣ ص = ٣　٤) ٣س + ٣ ص = ٣
س + ص = − ٣　متسق ومستقل　٢ س − ص = − ٣　متسق ومستقل

مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًا، وعيّن عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

٥) ٣ س − ص = − ٢　لا يوجد حل　٦) ص = ٢ س − ٣　عدد لا نهائي　٧) س + ٢ ص = ٣　حل واحد
٣ س − ص = ٠　٤ س = ٢ ص + ٦　من الحلول　٣ س − ص = − ٥　(− ٢، ١)



٨) **مبيعات،** يبيع متجرٌ ألعابًا وقرطاسية، فإذا باع في أسبوع ألعابًا وكراسات عددها ٤٠ بمبلغ إجمالي مقداره (١٨٠) ريالًا. فإذا علمتَ أن سعر الكراسة ٤ ريالات، واللعبة ٦ ريالات، فأجب عمّا يأتي:

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف. ل ف = ٤٠ ، ل + ٦ ف = ١٨٠

ب) مثّل هذا النظام بيانيًا.

جـ) ما عدد كل من اللعب والكراسات المبيعة في هذا الأسبوع؟
٣٠ كراسًا و ١٠ لعب.

ملحوظات المعلم

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٥ ـ ٢

حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانيًّا.

الدرس ٥ ـ ٢

حل نظام مكون من معادلتين خطيتين باستعمال التعويض.

حل مسائل من واقع الحياة تتضمن نظامًا من معادلتين باستعمال التعويض.

ما بعد الدرس ٥ ـ ٢

حل نظام مكون من معادلتين باستعمال الحذف.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثم اسأل:

- ما معدلات تناقص إنتاج كل من مزرعتي ناصر ومحمد؟ ٣ أطنان في السنة، ٤ أطنان في السنة.
- إذا كان س = عدد السنوات منذ السنة الأولى، ص = الإنتاج الكلي، فما المعادلتان اللتان تمثلان إنتاج كل من مزرعة ناصر، ومزرعة محمد في السنة س؟
ص = −٣س+١٦، ص = −٤س+٢٠
- لماذا يمكن أن يكون حل نظام مكوّن من معادلتين بالتعويض أفضل من التمثيل البياني لتحديد السنة التي يتساوى فيها إنتاج المزرعتين؟ إجابة ممكنة. استعمال التعويض يعطي الإجابة بسرعة وبأقل عدد من الخطوات.

حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

فيما سبق

درست حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانيًّا.

والآن

- أحل نظامًا مكونًا من معادلتين بالتعويض.
- أحل مسائل من واقع الحياة (تتضمن نظامًا من معادلتين) باستعمال التعويض.

المفردات

التعويض

obeikaneducation.com

لماذا؟

في إحدى السنوات أنتجت مزرعة ناصر ١٦ طنًّا من التمور، بينما أنتجت مزرعة محمد ٢٠ طنًّا. ثم بدأ إنتاج المزرعتين يتناقص سنويًّا، فبلغ في السنة التالية ١٣ طنًّا لمزرعة ناصر و١٦ طنًّا لمزرعة محمد.

فإذا استمر تناقص إنتاج كل من المزرعتين وفق المعدل نفسه، فمتى يتساوى الإنتاج السنوي للمزرعتين؟

الحل بالتعويض: يمكنك استعمال نظام مكوّن من معادلتين لإيجاد متى يتساوى إنتاج المزرعتين، وإحدى طرائق إيجاد الحل الدقيق لنظام المعادلات **التعويض**.

مفهوم أساسي — الحل بالتعويض

أضف إلى مطويتك

الخطوة ١: حل إحدى المعادلتين على الأقل باستعمال أحد المتغيرين إذا كان ذلك ضروريًّا.

الخطوة ٢: عوض المقدار الناتج من الخطوة (١) في المعادلة الثانية، ثم حلها.

الخطوة ٣: عوض القيمة الناتجة من الخطوة (٢) في أي من المعادلتين وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل على صورة زوج مرتب.

مثال ١ — حل نظام من معادلتين بالتعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

ص = ٢س + ١
٣س + ص = −٩

الخطوة ١: ← إحدى المعادلتين مكتوبة أساسًا بالنسبة إلى ص.

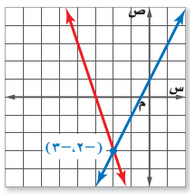
الخطوة ٢: عوض ٢س + ١ بدلًا من ص في المعادلة الثانية.

٣س + ص = −٩	المعادلة الثانية
٣س + ٢س + ١ = −٩	عوض عن ص بـ ٢س + ١
٥س + ١ = −٩	اجمع الحدود المتشابهة
٥س = −١٠	اطرح (١) من كلا الطرفين
س = −٢	اقسم كلا الطرفين على ٥

الخطوة ٣: عوض −٢ بدلًا من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

ص = ٢س + ١	المعادلة الأولى
= ٢ (−٢) + ١	عوض عن س بـ (−٢)
= −٣	بسّط

إذن الحل هو: (−٢، −٣).



إرشادات للدراسة

تحقق من صحة حلك

بعد إيجاد قيم المتغيرين، عوض بهما في كلتا المعادلتين لتتحقق من صحة الحل.

تحقق من فهمك

أ) ص = ٤س − ٦
٥س + ٣ص = −١ (١، −٢)

ب) ٢س + ٥ص = −١
ص = ٣س + ١٠ (−٣، ١)

مصادر الدرس ٥ ـ ٢

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (١٥١)	• تنويع التعليم، ص (١٥١ ، ١٥٤)	• تنويع التعليم، ص (١٥٤)
كتاب التمارين	ص (٢٥)	ص (٢٥)	ص (٢٥)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٠) • تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • كتاب التمارين، ص (٢٥)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • كتاب التمارين، ص (٢٥)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٢) • التدريبات الإثرائية، ص (١٣) • كتاب التمارين، ص (٢٥)

وإذا لم يكن أحد المتغيرين مكتوبًا وحده في طرف إحدى المعادلتين في النظام، فحل إحدى المعادلتين أولًا بالنسبة لهذا المتغير، ثم عوّض لحل النظام.

إرشادات للدراسة

صيغة الميل والمقطع

إذا كُتبت كل من المعادلتين بصيغة الميل والمقطع (ص= م س+ب)، فيمكن مساواتهما معًا، ثم إيجاد قيمة س، وتعويضها لإيجاد قيمة ص.

مثال ٢ الحل ثم التعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

س + ٢ص = ٦

٣س – ٤ص = ٢٨

الخطوة ١: حل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير س لأن معامل س= ١ .

س + ٢ص = ٦	المعادلة الأولى
س + ٢ص – ٢ص = ٦ – ٢ص	اطرح ٢ص من كلا الطرفين.
س = ٦ – ٢ص	بسّط

الخطوة ٢: عوض عن س بـ (٦–٢ص) في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة ص.

٣ (٦ – ٢ص) – ٤ص= ٢٨	عوض عن س بـ(٦–٢ص)
١٨ – ٦ص – ٤ص = ٢٨	خاصية التوزيع
١٨ – ١٠ص = ٢٨	اجمع الحدود المتشابهة
١٨ – ١٠ص – ١٨ = ٢٨ – ١٨	اطرح ١٨ من كلا الطرفين
–١٠ص = ١٠	بسّط
ص = –١	اقسم كلا الطرفين على –١٠

الخطوة ٣: أوجد قيمة س بالتعويض في المعادلة الأولى.

س + ٢ص = ٦	المعادلة الأولى
س + ٢ (–١) = ٦	عوض عن ص بـ(–١)
س – ٢ = ٦	بسّط
س = ٨	أضف ٢ إلى كلا الطرفين

الحل هو (٨، –١)

تحقق من فهمك

٢أ) ٤س + ٥ص = ١١ (٤، –١)

٢ب) س – ٣ص = –٩

٥س – ٢ص = ٧ (٣، ٤)

إرشادات للدراسة

النظام غير المستقل

هناك عدد لا نهائي من الحلول للنظام في المثال ٣؛ لأنه عند كتابة المعادلتين بصيغة الميل والمقطع تكونان متكافئتين، ولهما التمثيل البياني نفسه.

وبصورة عامة، إذا كانت نتيجة حل نظام من معادلتين جملة خطأ مثل ٣= –٢، فلا يوجد حل للنظام في هذه الحالة، أما إذا كانت النتيجة متطابقة مثل ٣=٣ فهناك عدد لا نهائيّ من الحلول.

مثال ٣ عدد لا نهائي من الحلول، أو لا يوجد للنظام حل

حل النظام الآتي مستعملًا التعويض:

ص = ٢س – ٤

–٦س + ٣ص = –١٢

عوض عن ص بـ (٢س–٤) في المعادلة الثانية.

–٦س + ٣ص = –١٢	المعادلة الثانية
–٦س + ٣ (٢س – ٤) = –١٢	عوض عن ص بـ(٢س–٤)
–٦س + ٦س – ١٢ = –١٢	خاصية التوزيع
–١٢ = –١٢	اجمع الحدود المتشابهة

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة، لذا يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

الحل بالتعويض

المثال ١ يبين طريقة حل نظام من معادلتين باستعمال التعويض.

المثال ٢ يبين طريقة حل إحدى المعادلتين بالنسبة لأحد المتغيرات، ثم تعويض هذا المتغير وحل النظام.

المثال ٣ يبين طريقة حل نظام من معادلتين له عدد لا نهائي من الحلول.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثالان إضافيان

١ استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

ص = – ٤ س + ١٢

٢ س + ص = ٢ (٥، – ٨)

٢ استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

س – ٢ ص = – ٣

٣ س + ٥ ص = ٢٤ (٣ ، ٣)

تنبيه!

تجنب الأخطاء: بيّن للطلاب أنه إذا لم تكن إحدى المعادلتين مكتوبة بالنسبة لأحد المتغيرين فلا بد من كتابة أحدهما كذلك أولًا، والخيار الأسهل في المثال ٢ هو كتابة المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير س وذلك بطرح ٢ ص من كل طرف.

تنويع التعليم:

دون ضمن

إذا واجه بعض الطلاب صعوبة في حل النظام باستعمال التعويض،

فقم باقتراح استعمال إرشادات الدراسة صفحة (١٥١) لكتابة كلتا المعادلتين بصيغة الميل والمقطع، ومساواة التعبيرين في س بعضهما ببعض، ثم حل المعادلة الناتجة لإيجاد قيمة س، واستعمالها لإيجاد قيمة ص، ثم اطلب إليهم المقارنة بين طرائق الحل وتحديد أيها أفضل.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من النظامين الآتيين مستعملًا التعويض.

٣أ) ٢س – ص = ٨

ص = ٢س – ٣ لا يوجد حل

٣ب) ٤س – ٣ص = ١

٦ص – ٨س = –٢ عدد لا نهائي من الحلول

حل مسائل من واقع الحياة: يمكنك استعمال التعويض لحل مسألة من واقع الحياة تتضمن نظامًا من معادلتين.

مثال ٤ من واقع الحياة كتابة نظام من معادلتين وحله

أجهزة: باع متجر أجهزة تسجيل وسماعات عددها ١٢٥ جهازًا، بسعر ١٠٤,٩٥ ريالات لجهاز التسجيل الواحد، و ١٨,٩٥ ريالًا للسمّاعة الواحدة، فإذا كان ثمن مبيعاته من هذه الأجهزة ٦٩٢٦,٧٥ ريالًا، فكم جهازًا باع من كل نوع؟

لتكن جـ= عدد أجهزة التسجيل، ت= عدد السماعات.

عدد الوحدات المبيعة	جـ	ت	١٢٥
السعر	١٠٤,٩٥جـ	١٨,٩٥ت	٦٩٢٦,٧٥

فتكون المعادلتان هما: جـ + ت = ١٢٥ ، ١٠٤,٩٥جـ + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥.

الخطوة ١: حل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير جـ .

جـ + ت = ١٢٥ المعادلة الأولى

جـ + ت – ت = ١٢٥ – ت اطرح ت من كلا الطرفين

جـ = ١٢٥ – ت بسّط

الخطوة ٢: عوض عن جـ بـ(١٢٥– ت) في المعادلة الثانية.

٦٩٢٦,٧٥ = ١٨,٩٥ت + ١٠٤,٩٥جـ المعادلة الثانية

٦٩٢٦,٧٥ = ١٨,٩٥ت + ١٠٤,٩٥ (١٢٥ – ت) عوض عن جـ بـ(١٢٥ –ت)

٦٩٢٦,٧٥ = ١٨,٩٥ت + ١٠٤,٩٥ – ١٣١١٨,٧٥ خاصية التوزيع

٦٩٢٦,٧٥ = ١٨,٩٥ت – ١٣١١٨,٧٥ اجمع الحدود المتشابهة

–٦١٩٢ = –٨٦ت اطرح ١٣١١٨,٧٥ من كلا الطرفين

ت = ٧٢ اقسم كلا الطرفين على –٨٦

الخطوة ٣: عوض عن ت بـ(٧٢) في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة جـ .

جـ + ت = ١٢٥ المعادلة الأولى

جـ + ٧٢ = ١٢٥ عوض عن ت بـ(٧٢)

جـ = ٥٣ اطرح ٧٢ من كلا الطرفين

إذن باع المتجر ٥٣ جهاز تسجيل، ٧٢ سمّاعة.

تحقق من فهمك

٤) رياضة: مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عددُ نقاط الفريق الأول يساوي ٥,٢ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟ ٢٦، ٥

مثال إضافي

٣ حل النظام الآتي مستعملًا التعويض:

٢ س + ٢ ص = ٨

س + ص = ٢ لا يوجد حل.

حل مسائل من واقع الحياة

المثال ٤ يبين طريقة كتابة نظام من معادلتين في مسألة من واقع الحياة وحله باستعمال التعويض.

مثال إضافي

٤ مهرجان: في أحد المهرجانات الثقافية تحدد ثمن تذكرة دخول الفرد بـ ٢٠ ريالًا، وتذكرة دخول العائلة بِـ ٥٠ ريالًا، وقد بلغ عدد التذاكر الفردية والعائلية المبيعة في أحد الأيام ١٥٠ تذكرة بقيمة إجمالية ٦٠٠٠ ريالٍ، فما عدد كل من التذاكر الفردية والعائلية المبيعة؟ ٥٠ تذكرة فردية و١٠٠ تذكرة عائلية.

المحتوى الرياضي

عدد لا نهائي من الحلول أو لا يوجد للنظام حل:

إذا كانت نتيجة حل نظام من معادلتين جملة صحيحة (مثل ٣ = ٣)، فالنظام له عدد لا نهائي من الحلول، ويحدث هذا إذا مثّلت المعادلتان المستقيم نفسه، وإذا كانت نتيجة حل النظام جملة خطأ (مثل ٣ = ٢) فلا يوجد حل للنظام وتمثل المعادلتان مستقيمين متوازيين، ويكون للمعادلتين الميل نفسه مع اختلاف المقطع الصادي عند كتابة كل منهما بالنسبة للمتغير ص.

تأكد

الأمثلة ١ - ٣ حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

١) س = ص − ٢ (٠، ٢)
٢) ٢س + ٣ص = ٤ لا يوجد حل
٣) س − ص = ١ عدد لا نهائي من الحلول
٤س + ص = ٢
٤س + ٦ص = ٩
٣س = ٣ص + ٣

مثال ٤ ٤) **هندسة:** إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س، ص يساوي ١٨٠°، وقياس الزاوية س يزيد بمقدار ٢٤° على قياس الزاوية ص، فأجب عما يأتي:

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف. س + ص = ١٨٠، س = ٢٤ + ص

ب) أوجد قياس كل زاوية. س = ١٠٢°، ص = ٧٨°

تدرب وحل المسائل

الأمثلة ١ - ٣ حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

٥) ص = ٤س + ٥
٦) ص = ٣س − ٣٤
٧) ص = ٣س − ٢
٢س + ص = ١٧ (٢، ١٣)
ص = ٢س − ٥ (٢٩، ٥٣)
ص = ٢س − ٥ (−٣، −١١)

٨) ٢س + ص = ٣
٩) ٣س + ٤ص = −٣
١٠) −١ = ٢س − ص عدد لا نهائي من الحلول
٤س + ٤ص = ٨ (١، ١)
س + ٢ص = −١ (−١، ٠)
٨س − ٤ص = −٤

١١) س = ص − ١
١٢) ص = −٤س + ١١
١٣) ص = −٣س + ١
− س + ص = −١ ليس لها حل
٣س + ص = ٩ (٣، ٢)
٢س + ص = ١ (١، ٠)

الربط مع الحياة

السياحة في بلادنا متنفس في الإجازات للأسر والوافدين والسياح؛ لما حبا الله به البلاد من مظاهر طبيعية وآثار تاريخية، تمنح زائريها الراحة والتوازن الذهني والجسماني.

١٤) ٣س + ص = −٥
١٥) ٥س − ص = ٥
١٦) −٥س + ٤ص = ٢٠
٦س + ٢ص = ١٠ ليس لها حل
−س + ٣ص = ١٣ (٥، ٢)
١٠س − ٨ص = −٤٠ عدد لا نهائي من الحلول

مثال ٤ ١٧) **سياحة:** يبين الجدول أدناه العدد التقريبي لزوار منطقتين سياحيتين في المملكة خلال عام ١٤٢٥ هـ، ومعدل التغير بالآلاف خلال السنة الواحدة:

المنطقة	عدد الزوّار	معدل التغير (بالآلاف في السنة الواحدة)
أ	٤٠,٣ ألفًا	زيادة ٠,٨
ب	١٧,٠ ألفًا	زيادة ١,٨

أ) عرّف المتغيرات، واكتب معادلة تمثل عدد زوار كل منطقة. انظر الهامش

ب) إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه، فبعد كم سنة تتوقع أن يصبح عدد الزوّار متساويًا في المنطقتين؟ ٢٣,٣ سنة، أيْ بعد ٢٣ سنة و ٤ أشهر تقريبًا

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٧ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

إجابة:

١٧أ) ليكن س = عدد السنوات بعد سنة ١٤٢٥هـ، ص = عدد الزوار بالآلاف.

ص = ٠,٨ س + ٤٠,٣

ص = ١,٨ س + ١٧,٠

التعليم باستعمال التقنيات

تسجيل سمعي: اطلب إلى الطلاب العمل في مجموعات بحيث تسجل كل مجموعة خطوات حل نظام من معادلتين خطيتين باستعمال التعويض، ثم استعمال هذه الخطوات لحل مسألة من أجل التأكد من أنها توضح طريقة حل النظام.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٥–١٦، ١٩–٣١
ضمن ضمن المتوسط	٥–١٥ فردي، ١٨، ١٩–٣١
فوق فوق المتوسط	١٧–٣١

٤ التقويم

فهم الرياضيات: اكتب نظامًا من معادلتين على السبورة، واطلب إلى الطلاب العمل ثنائيًّا في حله، بحيث يخبر أحدهما الآخر بطريقة حل النظام.

التقويم التكويني

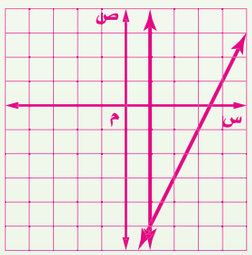
تأكد من فهم الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرسين (٥ – ١، ٥ – ٢)

الاختبار القصير ١، ص (٨٧)

إجابات:

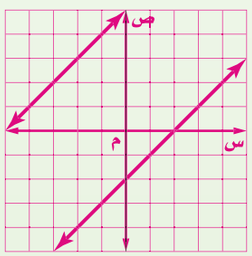
٢٠) إجابة ممكنة: يجب أن يكون الحل نفسه بغضّ النظر عن الطريقة، وقد يكون من الضروري التقدير عند استعمال التمثيل البياني. أما إذا كنت بحاجة إلى جواب دقيق فاستعمل طريقة التعويض.

٢٥)



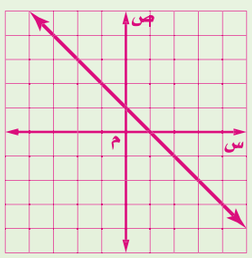
حل واحد (١، – ٥)

٢٦)



لا يوجد حل.

٢٧)



عدد لا نهائي من الحلول.

١٨) **رياضة:** يبين الجدول المجاور الزمن المسجل للاعبين في سباقات الماراثون خلال عامي ١٤٢٥هـ، ١٤٣٠هـ.

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
١٤٢٥هـ	١:٥١:٣٩	١:٥٤:٤٣
١٤٣٠هـ	١:٤٩:٣١	١:٥٨:٠٣

أ) إذا سجل الزمن لكل منهما بالساعات والدقائق والثواني، فأعد كتابته إلى أقرب دقيقة.
اللاعب (أ): ١١٢، ١١٠؛ اللاعب (ب): ١١٥، ١١٨.

ب) إذا اعتبرنا العام ١٤٢٥هـ صفرًا، وافترضنا ثبات معدل التغير بعد عام ١٤٢٥هـ، فاكتب معادلة تمثل الزمن المسجل (ص) لكلا اللاعبين في أي عام. ص = –٠,٤س + ١١٢؛ ص = ٠,٦س + ١١٥

جـ) إذا استمر التغير في الاتجاه نفسه، فهل يسجلان الزمن نفسه؟ فسّر إجابتك. لا؛ لأن التمثيلين لا يتقاطعان

مسائل مهارات التفكير العليا

١٩) **تحدّ:** كان عدد المتطوعين في العمل الخيري في إحدى القرى ٦٠ متطوعًا، فإذا كانت نسبة الرجال إلى النساء ٧: ٥، فأوجد عدد كل من الرجال والنساء المتطوعين. ٣٥ رجلًا، ٢٥ امرأة

٢٠) **تبرير:** قارن بين حل نظام من معادلتين بكل من: طريقة التمثيل البياني، وطريقة التعويض. انظر الهامش

٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظامًا من معادلتين له حل واحد، ووضح كيف يمكن أن يعبر عن مسألة من واقع الحياة، وصف دلالته. انظر ملحق الإجابات

٢٢) **اكتب:** وضح كيف تحدد الأفضل تعويضًا عند استعمال طريقة التعويض لحل نظام من معادلتين. المعادلة التي تحتوي على متغير معامله واحد

تدريب على اختبار

٢٣) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟ جـ

أ) ص = –٣س + ٤ ، –٦س – ٢ص = –٨

ب) س – ٢ص = ٨ ، ٢س = ٤ص + ٩

جـ) ص = ٥س + ١ ، ٤س + ص = ١٠

د) س + ص = ١ ، ص = ٣ – س

٢٤) ما مجموعة حل المعادلة: ٢ |ف| = ١٦، إذا كان ف عددًا صحيحًا؟ جـ

أ) { ٠، ٨ }

ب) { –٨، ٠ }

جـ) { –٨، ٨ }

د) { –٨، ٠، ٨ }

مراجعة تراكمية

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، ثم حدد ما إذا كان له حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فاكتبه: (الدرس ٥-١) انظر الهامش

٢٥) س = ١ ، ٢س – ص = ٧

٢٦) ص = س + ٥ ، ص = س – ٢

٢٧) س + ص = ١ ، ٣ص + ٣س = ٣

حلّ كل متباينة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٤-٣)

٢٨) ٦ف + ١ ≤ –١١ ف ≤ –٢

٢٩) ٢٤ < ١٨ + ٢ن ن > ٣

٣٠) $-١١ \le \frac{٢}{٥}ف + ٥$ ف ≥ –٤٠

٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٦، ١)، (١، ١). (الدرس ٣-٢) ص = ١

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اطلب إلى الطلاب كتابة نظام من معادلتين خطيتين له حل واحد، وإحدى معادلتيه ص = $\frac{١}{٣}$س – ٢ ، ثم اطلب إليهم حل النظام. إجابة ممكنة: ٢ س – ص = ٧ الحل (٣، – ١)

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٥ - ٢

دون دون المتوسط — ضمن ضمن المتوسط — فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٠) دون

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٢ تدريبات إعادة التعليم

حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

الحل بالتعويض: إحدى طرائق إيجاد الحل الدقيق لنظام من معادلتين هي **الحل بالتعويض**.

مثال ١ حُلّ النظام الآتي مستعملًا التعويض.

ص = ٢ س

٤ س − ص = − ٤

عوّض ٢ س بدلًا من ص في المعادلة الثانية.

٤س − ص = − ٤ المعادلة الثانية

٤س − ٢س = − ٤ عوّض عن ص بـ ٢ س

٢س = − ٤ اجمع الحدود المتشابهة

س = − ٢ اقسم كلا الطرفين على ٢ وبسّط

استعمل ص = ٢س لإيجاد قيمة ص.

ص = ٢س المعادلة الأولى

ص = ٢ (−٢) عوّض عن س بـ − ٢

ص = − ٤ بسّط

الحل هو (−٢، −٤).

مثال ٢ حُلّ النظام الآتي مستعملًا التعويض.

س + ٣ ص = ٧

٢ س − ٤ ص = − ٦

حُلّ المعادلة الأولى بالنسبة للمتغيّر س لأنّ معامل س = ١.

س + ٣ص = ٧ المعادلة الأولى

س + ٣ص − ٣ص = ٧ − ٣ص اطرح ٣ص من كلا الطرفين

س = ٧ − ٣ص بسّط

عوّض عن س بـ ٧ − ٣ص في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة ص.

٢س − ٤ص = − ٦ المعادلة الثانية

٢(٧ − ٣ص) − ٤ص = − ٦ عوّض عن س بـ ٧ − ٣ص

١٤ − ٦ ص − ٤ ص = − ٦ خاصية التوزيع

١٤ − ١٠ ص = − ٦ اجمع الحدود المتشابهة

١٤ − ١٠ ص − ١٤ = − ٦ − ١٤ اطرح ١٤ من كلا الطرفين

−١٠ ص = − ٢٠ بسّط

ص = ٢ اقسم كلا الطرفين على −١٠ وبسّط

استعمل ص = ٢ لإيجاد قيمة س.

س = ٧ − ٣ ص

س = ٧ − ٣(٢)

س = ١ الحل هو (١، ٢)

تمارين

حُلّ كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

١) ص = ٤س
٣س − ص = ١ **(−١، −٤)**

٢) س = ٢ص
ص = س − ٢ **(٢، ٤)**

٣) س = ٢ص − ٣
س = ٢ص + ٤ **لا يوجد حل**

٤) س − ٢ص = − ١
٣ص = س + ٤ **(٣، ٥)**

٥) س − ٤ص = ١
٢س − ٨ ص = ٢ **عدد لا نهائي**

٦) س + ٢ص = ٠
٣س + ٤ص = ٤ **(٤، −٢)**

٧) ٢ب = ٦أ − ١٤
٣أ − ب = ٧ **عدد لا نهائي**

٨) س + ص = ١٦
٢ص = −٢س + ٢ **لا يوجد حل**

٩) ص = − س + ٣
٢ص + ٢س = ٤ **لا يوجد حل**

الصف: الثالث المتوسط — الفصل ٥: أنظمة المعادلات الخطية — ١٠

تدريبات حل المسألة (١٢) دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٢ تدريبات حل المسألة

حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

١) **أعمال:** لاحظ صاحب محطة للمحروقات أن العرض والطلب على المحروقات في محطته يمكن التعبير عنهما بالمعادلتين الآتيتين:

س − ص = −٢

س + ص = ١٠

أوجد بالتعويض نقطة التوازن بين العرض والطلب التي يتقاطع عندها المستقيمان.

(٦، ٤)

٢) **هندسة:** مجموع قياسَي الزاويتين المتتامتين ٩٠°. إذا كانت الزاويتان أ، ب متتامتين، والفرق بين قياسيهما ٢٠°، فما قياس كل منهما؟

٣٥°، ٥٥°

٣) **نقود:** مع سمير أوراق نقدية من فئة الريال، وأوراق نقدية من فئة ٥ ريالات. عدد الأوراق النقدية التي معه من هاتين الفئتين ٦ أوراق، وقيمتها الكلّية ٢٢ ريالًا. إذا كانت س عدد الأوراق النقدية من فئة الريال، ص عدد الأوراق النقدية من فئة ٥ ريالات، فاكتب نظام معادلتين للتعبير عن هذه المعلومات، ثم أوجد عدد الأوراق النقدية التي مع سمير من كل فئة بالتعويض.

س + ص = ٦، س + ٥ص = ٢٢

ورقتان نقديتان من فئة الريال، و ٤ أوراق نقدية من فئة ٥ ريالات

٤) **كيمياء:** يجري محمود وسامح تجربة كيميائية، ويحتاجان إلى ٥٠ جرامًا من محلول مكوّن من ٦٥٪ حامض، ٣٥٪ ماء مقطر. ولديهما دورقان يشتملان على حامض مخفف: يشتمل الدورق أ على ٧٠٪ حامض، ٣٠٪ ماء مقطر، ويشتمل الدورق ب على ٢٠٪ حامض، ٨٠٪ ماء مقطر.

أ) اكتب نظام معادلتين يستطيع محمود وسامح استعماله لتحديد عدد الجرامات المتطلبة من كل دورق للحصول على المحلول المطلوب.

إجابة ممكنة:

س + ص = ٥٠؛ ٠,٧س + ٠,٢ص = ٠,٦٥(٥٠)

ب) حُلّ نظام المعادلتين. ما عدد الجرامات المتطلبة من كل دورق؟

٤٥ جرامًا من الدورق أ، ٥ جرامات من الدورق ب

الصف: الثالث المتوسط — الفصل ٥: أنظمة المعادلات الخطية — ١٢

التدريبات الإثرائية (١٣) فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٢ التدريبات الإثرائية

تقاطع المنحنيين لقطعين مكافئين

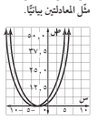
يمكنك استعمال التعويض لإيجاد تقاطع المنحنيين لقطعين مكافئين. عوّض عن ص في إحدى المعادلتين بدلالة س من المعادلة الثانية.

مثال أوجد تقاطع المنحنيين للقطعين المكافئين الآتيين:

ص = س² + ٥س + ٦

ص = س² + ٤س + ٣

مثّل المعادلتين بيانيًّا.



من الشكل أعلاه، لاحظ أن المنحنيين يتقاطعان في نقطة واحدة.

أوجد نقطة تقاطع المنحنيين مستعملًا التعويض.

س² + ٥س + ٦ = س² + ٤س + ٣

٥س + ٦ = ٤س + ٣ اطرح س² من كلا الطرفين

س + ٦ = ٣ اطرح ٤ س من كلا الطرفين

س = −٣ اطرح ٦ من كلا الطرفين

يتقاطع المنحنيان عند س = −٣

عوّض عن س بـ −٣ في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة ص.

ص = س² + ٥س + ٦ المعادلة الأصلية

ص = (−٣)² + ٥(−٣) + ٦ عوّض عن س بـ −٣

ص = ٩ − ١٥ + ٦ = ٠ بسّط

نقطة التقاطع هي (−٣، ٠).

تمارين

أوجد نقطة تقاطع المنحنيين مستعملًا التعويض في كل زوج من المعادلات فيما يأتي:

١) ص = س² + ٨س + ٧
ص = س² + ٢س + ١
(−١، ٠)

٢) ص = س² + ٦س + ٨
ص = س² + ٤س + ٤
(−٢، ٠)

٣) ص = س² + ٥س + ٦
ص = س² + ٧س + ٦
(٠، ٦)

الصف: الثالث المتوسط — الفصل ٥: أنظمة المعادلات الخطية — ١٣

كتاب التمارين (٢٥) دون ضمن فوق

٥ - ٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

حل كل نظام فيما يأتي مستعملًا التعويض:

١) س = ٢ ص + ٧ (١، −٣)
س = ص + ٤

٢) ٤ س − ٥ ص = − ٧ $(\frac{١}{٣}، ١\frac{٢}{٣})$
ص = ٥ س

٣) س + ٣ ص = − ٤ لا يوجد حل
٢ س + ٦ ص = ٥

٤) ص = ٢ س − ٢ (٤، ٦)
ص = س + ٢

٥) ص = ٢ س + ٦ لا يوجد حل
٢ س − ص = ٢

٦) ٣ س + ص = ١٢ (٧، −٩)
ص = − س − ٢

٧) س + ٢ ص = ١٣ (−٣، ٨)
− ٢ س − ٣ ص = − ١٨

٨) س − ٢ ص = ٣ عدد لا نهائي
٤ س − ٨ ص = ١٢ من الحلول

٩) س − ٥ ص = ٣٦ (−٤، −٨)
٢ س + ص = − ١٦

١٠) ٢ س − ٣ ص = − ٢٤ (−٦، ٤)
س + ٦ ص = ١٨

١١) س + ١٤ ص = ٨٤ (١٤، ٥)
٢ س − ٧ ص = − ٧

١٢) ٠,٣ س − ٠,٢ ص = ٠,٥ (٥، ٥)
س − ٢ ص = − ٥

١٣) ٠,٥ س + ٤ ص = − ١ (٦، −١)
س + ٢,٥ ص = ٣,٥

١٤) ٣س − ٢ ص = ١١ (٥، ٢)
س − $\frac{١}{٢}$ ص = ٤

١٥) $\frac{١}{٢}$ س + ٢ ص = ١٢ (١٢، ٣)
س − ٢ ص = ٦

١٦) **وظائف:** يعمل محمد في محل لبيع الأدوات الرياضية ويتقاضى ٥٠٠ ريال شهريًّا مضافًا إليها ٤٪ من قيمة مبيعاته، أو ٤٠٠ ريال شهريًّا مضافًا إليها ٥٪ من قيمة المبيعات.

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف. ص = ٠,٠٤ س + ٥٠٠ ، ص = ٠,٠٥ س + ٤٠٠

ب) ما قيمة المبيعات التي على محمد بيعها حتى يكون ما يتقاضاه متساويًا في الحالتين؟ ١٠٠٠٠ ريال

جـ) أي العرضين أفضل؟ الأول إذا كان يتوقع أن يبيع بأقل من ١٠٠٠٠ ريال ، والثاني إذا كان يتوقع أن يبيع بأكثر من ١٠٠٠٠ ريال.

١٧) **عصائر:** تباع الكأس الكبيرة من عصير البرتقال بـ ٨ ريالات، والصغيرة بـ ٥,٥ ريالات. فاذا باع محل ٨ كؤوس بمبلغ ٥٦,٥ ريالًا. فأجب عما يأتي:

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف. س + ص = ٨، ٨ س + ٥,٥ ص = ٥٦,٥

ب) ما عدد كلٍّ من كؤوس العصير الكبيرة والصغيرة التي باعها المحل؟ ٥ كبيرة، ٣ صغيرة

الفصل ٥ أنظمة المعادلات الخطية — ٢٥

ملحوظات المعلم

حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض.

والآن

- أحل نظامًا من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالجمع.
- أحل نظامًا من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالطرح.

المفردات

الحذف

obeikaneducation.com

لماذا ؟

يزيد عدد الأشهر (أ) التي ترتفع فيها درجة الحرارة العظمى في مدينة الرياض على ٣٠° س بمقدار شهرين على عدد الأشهر (ب) التي تنخفض فيها عن ٣٠° س. ويمثل النظام الآتي هذا الموقف:

أ + ب = ١٢

أ – ب = ٢

الحذف باستعمال الجمع: إذا جمعت هاتين المعادلتين فسوف يتم حذف المتغير (ب)، وتُسمى طريقة الجمع أو الطرح في حل النظام **الحذف**.

مفهوم أساسي — الحل بالحذف

أضف إلى مطويتك

الخطوة ١: اكتب النظام على أن يكون الحدان المتشابهان اللذان معامل أحدهما معكوس للآخر أو مساوٍ له بعضهما فوق بعض.

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

الخطوة ٣: عوض القيمة الناتجة في الخطوة ٢ في إحدى المعادلتين وحلها لإيجاد المتغير الثاني، واكتب الحل كزوج مرتب.

مثال ١ — الحذف باستعمال الجمع

استعمل الحذف لحل النظام:

٤س + ٦ص = ٣٢

٣س – ٦ص = ٣ ← **الخطوة ١:** كلا معاملي ٦ص، –٦ص معكوس للآخر

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين.

٤س + ٦ص = ٣٢

(+) ٣س – ٦ص = ٣

٧س = ٣٥ — حذف المتغير ص.

$\frac{٧س}{٧} = \frac{٣٥}{٧}$ — اقسم كلا الطرفين على ٧.

س = ٥ — بسّط.

الخطوة ٣: عوض عن س بـ ٥ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

٤س + ٦ص = ٣٢ — المعادلة الأولى

٤ (٥) + ٦ص = ٣٢ — عوض عن س بـ ٥

٢٠ + ٦ص = ٣٢ — اضرب

٢٠ + ٦ص – ٢٠ = ٣٢ – ٢٠ — اطرح ٢٠ من كلا الطرفين

٦ص = ١٢ — بسّط

$\frac{٦ص}{٦} = \frac{١٢}{٦}$ — اقسم كلا الطرفين على ٦

ص = ٢ — بسّط

إذن الحل هو (٥، ٢).

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٥ - ٣

استعمال خصائص المساواة لحل المعادلات.

الدرس ٥ - ٣

حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الجمع.

حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الطرح.

ما بعد الدرس ٥ - ٣

حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الضرب.

حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال القسمة .

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثم اسأل:

- لماذا تم تمثيل الموقف بالنظام أ + ب =١٢، أ – ب = ٢؟ لأن هناك ١٢ شهرًا في السنة، والفرق بين أ ، ب يساوي ٢.
- لماذا تم حذف ب عند جمع أ + ب = ١٢، أ – ب = ٢؟ لأن ب + (– ب) = ٠.
- إذا جمعت المعادلتين ينتج ٢ أ = ١٤، فما عدد الأشهر التي تكون فيها درجة الحرارة العظمى فوق ٣٠°س؟ (٧ أشهر)
- إذا علمت قيمة المتغير أ، فكيف يمكنك إيجاد قيمة ب؟ بتعويض قيمة أ في إحدى المعادلتين وحل المعادلة الناتجة في ب.
- متى يمكنك استعمال الحذف عن طريق الجمع لحل نظام من المعادلات؟ إذا كان معاملا أحد المتغيرين متعاكسين.

مصادر الدرس ٥ - ٣

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
كتاب المعلم	• تنويع التعليم، ص (١٥٧)	• تنويع التعليم، ص (١٥٧ ، ١٦٠)	• تنويع التعليم، ص (١٥٧ ، ١٦٠)
كتاب التمارين	ص (٢٦)	ص (٢٦)	ص (٢٦)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٤) • تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • كتاب التمارين، ص (٢٦)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • كتاب التمارين، ص (٢٦)	• تدريبات حل المسألة، ص (١٦) • التدريبات الإثرائية، ص (١٧) • كتاب التمارين، ص (٢٦)

الحذف باستعمال الجمع

المثال ١ يبين طريقة حلّ نظامٍ من معادلتين بالحذف باستعمال الجمع.

المثال ٢ يبين طريقة كتابة نظام من معادلتين وحله بالحذف باستعمال الجمع.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثالان إضافيان

١ استعمل الحذف لحل النظام :

$-٣س + ٤ص = ١٢$

$٣س - ٦ص = ١٨$ (-٢٤، -١٥)

٢ إذا كان أربعة أمثال عدد ناقص ثلاثة أمثال عدد آخر يساوي ١٢، ومِثْلا العدد الأول زائد ثلاثة أمثال العدد الثاني يساوي ٦، فأوجد العددين.

٣، ٠

التعليم باستعمال التقنيات

تسجيل مرئي : اطلب إلى الطلاب العمل في مجموعات وتسجيل أنفسهم وهم يعلّمون بعضهم بعضًا كيفية حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف، ثم تبادل تسجيلاتهم مع بقية زملائهم.

تحقق من فهمك

١أ) $-٤س + ٣ص = -٣$ ، $٤س - ٥ص = ٥$ (٠، -١)

١ب) $٤ص + ٣س = ٢٢$ ، $٣س - ٤ص = ١٤$ (٦، ١)

يمكنك استعمال طريقة الحذف لإيجاد عددين محددين يرتبطان معًا بعلاقة.

مثال ٢ كتابة نظام من معادلتين وحله

عددان، سالب ثلاثة أمثال الأول مضافًا إليه خمسة أمثال الثاني يساوي -١١، وثلاثة أمثال الأول مضافًا إليه سبعة أمثال الثاني يساوي -١ . فما العددان؟

سالب ثلاثة أمثال العدد الأولي زائد خمسة أمثال العدد الثاني يساوي -١١.

$-٣س + ٥ص = -١١$

ثلاثة أمثال العدد الأول زائد سبعة أمثال العدد الثاني يساوي -١.

$٣س + ٧ص = -١$

الخطوتان ١ ، ٢: اكتب المعادلتين رأسيًّا ثم اجمعهما.

$$\begin{array}{rl} -٣س + ٥ص = -١١ & \\ (+)\quad ٣س + ٧ص = -١ & \\ \hline ١٢ص = -١٢ & \text{حذف المتغير الأول س.} \\ \frac{١٢ص}{١٢} = \frac{-١٢}{١٢} & \text{اقسم كلا الطرفين على ١٢} \\ ص = -١ & \text{بسّط.} \end{array}$$

الخطوة ٣: عوض عن ص بـ -١ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة س.

$$\begin{array}{rl} ٣س + ٧ص = -١ & \text{المعادلة الثانية} \\ ٣س + ٧(-١) = -١ & \text{عوض عن ص بـ -١} \\ ٣س + (-٧) = -١ & \text{بسّط.} \\ ٣س + (-٧) + ٧ = -١ + ٧ & \text{أضف ٧ إلى كلا الطرفين.} \\ ٣س = ٦ & \text{بسّط.} \\ \frac{٣س}{٣} = \frac{٦}{٣} & \text{اقسم كلا الطرفين على ٣.} \\ س = ٢ & \text{بسّط.} \end{array}$$

العددان هما ٢، -١.

تحقق:

$$\begin{array}{rl} -٣س + ٥ص = -١١ & \text{المعادلة الأولى} \\ -٣(٢) + ٥(-١) \stackrel{؟}{=} -١١ & \text{عوض عن س بـ ٢، وعن ص بـ -١} \\ -١١ = -١١ \checkmark & \text{بسّط} \\ ٣س + ٧ص = -١ & \text{المعادلة الثانية} \\ ٣(٢) + ٧(-١) \stackrel{؟}{=} -١ & \text{عوض عن س بـ ٢، وعن ص بـ -١} \\ -١ = -١ \checkmark & \text{بسّط} \end{array}$$

تحقق من فهمك

٢) أوجد العددين اللذين مجموعهما يساوي -١٠، وسالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي ٢. ٤، -١٤

قراءة الرياضيات

الحذف: إذا أدى جمع أو طرح معادلتين إلى أن يكون ناتج معاملي أحد المتغيرين صفرًا، يقال عندئذٍ إنه تم حذف هذا المتغير.

إرشادات للدراسة

معاملات:

عندما يتساوى معاملا متغير، يؤدي طرح المعادلتين إلى حذفه، وعندما يكون أحد المعاملين معكوسًا للآخر، يؤدي جمع المعادلتين إلى حذفه أيضًا.

المحتوى الرياضي

الحذف باستعمال الجمع: يتطلب حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع إجراء عملية جمع للمعادلتين للتخلص من أحد المتغيرين وحل المعادلة الناتجة للمتغير المتبقي، ثم تعويض هذا الحل في إحدى المعادلتين الأصليتين لإيجاد قيمة المتغير الآخر، وتستعمل هذه الطريقة عندما يكون معاملا أحد المتغيرين س، ص معكوسًا للآخر.

الحذف باستعمال الطرح: يمكنك أحيانًا حذف متغير بطرح معادلة من أخرى.

مثال ٣ من اختبار — الحذف باستعمال الطرح

حل النظام: $٥ر + ٢ت = ٦$، $٩ر + ٢ت = ٢٢$

أ) $(-٧، ١٥)$ ب) $(٧، \frac{٨}{٩})$ جـ) $(-٧، ٤)$ د) $(٤، -\frac{٢}{٥})$

اقرأ الفقرة:

بما أن كلتا المعادلتين تشتمل على ٢ ت، فيمكن حل النظام بالحذف باستعمال الطرح.

حل الفقرة:

الخطوة ١: اطرح المعادلتين.

$٥ر + ٢ت = ٦$	اكتب نظام المعادلتين على أن تكون الحدود
$(-)\ ٩ر + ٢ت = ٢٢$	المتشابهة بعضها تحت بعض.
$-٤ر = -١٦$	حذف المتغير ت
$ر = ٤$	بسّط

الخطوة ٢: عوض عن ر بـ ٤ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ت.

$٥ر + ٢ت = ٦$	المعادلة الاولى
$٥ (٤) + ٢ت = ٦$	ر = ٤
$٢٠ + ٢ت = ٦$	بسّط
$٢٠ + ٢ت - ٢٠ = ٦ - ٢٠$	اطرح ٢٠ من كلا الطرفين
$٢ت = -١٤$	بسّط
$ت = -٧$	بسّط

فيكون الحل $(٤، -٧)$، والإجابة الصحيحة هي جـ.

تحقق من فهمك

٣) حل النظام: $٨ب + ٣جـ = ١١$ ب، $٨ب + ٧جـ = ٧$

أ) $(١، ٥-)$ ب) $(١، ٧٥-)$ جـ) $(١، ١، ٧٥)$ د) $(١، ١، ٥)$

مثال ٤ من واقع الحياة — كتابة نظام من المعادلات وحله

وظائف: يعمل كل من عبدالعزيز وعبدالرحمن في متجر، فيحصل عبدالعزيز على ٨,٥ ريالات في الساعة، وعبدالرحمن على ٧,٥ ريالات في الساعة، وبلغ مجموع ما حصلا عليه خلال يومين ٢٩٩,٥ ريالًا، وفي اليومين التاليين ضاعف عبدالرحمن عدد ساعات عمله فحصلا على ٤١٢ ريالًا، فما عدد الساعات التي عملها كل منهما في اليومين الأولين؟

افهم: أنت تعلم مقدار ما يحصل عليه كل منهما في الساعة ومجموع ما حصلا عليه معًا.

نريد معرفة عدد الساعات التي عملها كل منهما في اليومين الأولين.

الربط مع الحياة

اهتم الإسلام بالعمل اليدوي المهني والتقني، فمارسه الرسول صلى الله عليه وسلم والصحابة والتابعون بوصفه وسيلة إنتاجية وقيمة مهمة تؤدي إلى تطور البلاد وبناء حياة الإنسان والمجتمع.

الحذف باستعمال الطرح

المثال ٣ يبين طريقة حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الطرح.

المثال ٤ يبين طريقة كتابة نظام من المعادلات لمسألة من واقع الحياة باستعمال الطرح وحله بالحذف.

مثالان إضافيان

٣ استعمل الحذف لحل النظام:

٤ س + ٢ ص = ٢٨

٤ س − ٣ ص = ١٨ (٦، ٢)

٤ صيانة: تقاضى عامل صيانة مبلغ ١٠٢٠ ريالًا في الأسبوع الماضي مقابل صيانة ١٢ تلفازًا، وَ ٩ أجهزة تسجيل. كما تقاضى ٩٤٠ ريالًا خلال هذا الأسبوع مقابل صيانة ١٢ تلفازًا وَ ٧ أجهزة تسجيل. فما هي أجرة صيانة كل من جهازي التلفاز والتسجيل؟ ٥٥ ريالًا للتلفاز، ٤٠ ريالًا لجهاز التسجيل

المحتوى الرياضي

الحذف باستعمال الطرح:

حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الطرح يتطلب طرح إحدى المعادلتين من الأخرى لحذف إحدى المتغيرين . ويفضل أن يكون معاملا س أو ص متساويين في المعادلتين لاستعمال هذه الطريقة.

تنبيه!

تجنب الأخطاء: قد ينسى كثير من الطلاب توزيع إشارة السالب على كل حد من حدود المعادلة المطروحة عند استعمال الحذف باستعمال الطرح لحل نظام من معادلتين، وبما أن طرح عدد ما يعني جمع معكوسه؛ لذا يمكنك أن تقترح على الطلاب أن يغيروا إشارات حدود المعادلة ثم يقوموا بإجراء عملية جمع المعادلتين لحذف المتغير.

تنويع التعليم

دون ضمن

المتعلمون الحركيون: قد يستفيد الطلاب من النماذج المحسوسة في حل نظام من معادلتين خطيتين باستعمال الحذف؛ لذا اطلب إليهم كتابة حدود المعادلات على قطع من الورق أو استعمال قطع الجبر أو أية نماذج أخرى لتمثيل المعادلات، وعند حذف متغير، اطلب إليهم إزالة النموذج الممثل لهذا المتغير، مما يساعدهم على تذكر حذف المتغير.

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٥ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

إرشادات للدراسة

طريقة أخرى:
يمكنك ضرب إحدى المعادلتين في (–١)، ثم جمع المعادلتين بدلًا من طرحهما.

خطط: افترض أن جـ = عدد ساعات عمل عبدالعزيز ، د = عدد ساعات عمل عبدالرحمن.

أجرة عبد العزيز	زائد	أجرة عبد الرحمن	تساوي	٢٩٩,٥ ريالًا
٨,٥ جـ	+	٧,٥ د	=	٢٩٩,٥
أجرة عبد العزيز	زائد	أجرة عبد الرحمن	تساوي	٤١٢ ريالًا
٨,٥ جـ	+	٧,٥ (٢) د	=	٤١٢

حل: اطرح المعادلتين للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة الناتجة في المتغير الآخر.

٨,٥جـ + ٧,٥د = ٢٩٩,٥	اكتب المعادلتين رأسيًّا
٨,٥جـ + ٧,٥(٢)د = ٤١٢	
٨,٥جـ + ٧,٥٠د = ٢٩٩,٥	
(–) ٨,٥جـ + ١٥د = ٤١٢	بسّط.
–٧,٥د = –١١٢,٥	اطرح لحذف المتغير جـ .
$\frac{-٧,٥د}{-٧,٥} = \frac{-١١٢,٥}{-٧,٥}$	اقسم كلا الطرفين على –٧,٥.
د = ١٥	بسّط.

والآن عوض عن د بـ ١٥ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة جـ .

٨,٥ جـ + ٧,٥٠ د = ٢٩٩,٥	المعادلة الأولى
٨,٥ جـ + ٧,٥ (١٥) = ٢٩٩,٥	عوض عن د بـ ١٥
٨,٥ جـ + ١١٢,٥ = ٢٩٩,٥	بسّط
٨,٥ جـ = ١٨٧	اطرح ١١٢,٥ من كلا الطرفين
جـ = ٢٢	اقسم كلا الطرفين على ٨,٥

تحقق: عوض كلا المتغيرين في المعادلة الأخرى للتأكد من صحة الحل.

إذا كان جـ = ٢٢، د = ١٥، فإن ٨,٥ (٢٢) + ١٥(١٥) = ٤١٢

وعليه ففي اليومين الأولين عمل عبدالعزيز ٢٢ ساعة، وعبدالرحمن ١٥ ساعة .

تحقق من فهمك

٤) **حفلات:** أقام مسفر ومحمود حفلًا بمناسبة نجاحهما، فإذا كان عدد الأصدقاء الذين دعاهم مسفر يقل بـ ٥ عن الذين دعاهم محمود ، وكان مجموع الأصدقاء المدعوين ٤٧ ، فكم شخصًا دعا كل منهما؟ مسفر ٢١، محمود ٢٦

تأكد

المثالان ١ ، ٣

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١) ٥م – ب = ٧

٢) ٨س + ٥ص = ٣٨

٣) ٧ف + ٣جـ = –٦

٧م – ب = ١١ (٢، ٣) –٨س + ٢ص = ٤ (١، ٦) ٧ف – ٢جـ = –٣١ (–٣، ٥)

مثال ٢

٤) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٤، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢؟ ١٨، ٦

مثال ٤

٥) **طلاب:** يزيد عدد طلاب المرحلة الابتدائية في مدينة ما على عدد طلاب المرحلة المتوسطة بـ ١٨ ألف طالب. فإذا علمت أن عدد الطلاب في المرحلتين ٤٤ ألف طالب، فما عدد الطلاب في كل مرحلة؟ ٣١ ألف طالب في المرحلة الابتدائية، و ١٣ ألف طالب في المرحلة المتوسطة.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٦–١٤ ، ٢١–٢٢ ، ٢٤–٣٣
ضمن ضمن المتوسط	٧–١٧ فردي ، ١٨–٢٢ ، ٢٤–٣٣
فوق فوق المتوسط	١٥–٣٣

تدرب وحل المسائل

المثالان ١، ٣ حل كلاًّ من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

٦) $-ف + و = ٧$

٧) $ص + ز = ٤$

٨) $-٤س + ٥ص = ١٧$

ف + و = ١ (−٣، ٤)

ص − ز = ٨ (٦، −٢)

٤س + ٦ص = −٦ (−٣، ١)

٩) $أ + ٤ب = -٤$

١٠) $٩س + ٦ص = ٧٨$

١١) $٦س - ٢ص = ١$

أ + ١٠ب = −١٦ (٤، −٢)

٣س − ٦ص = −٣٠ (٧، ٤)

١٠س − ٢ص = ٥ (٢,٥، ١)

مثال ٢ ١٢) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٢ والفرق بينهما ١٢؟ ١٧، ٥

١٣) ما العددان اللذان مجموعهما ١١، وثلاثة أمثال أحدهما ناقص الآخر يساوي −٣؟ ٩، ٢

مثال ٤ ١٤) **شحن سيارات:** يمثل الجدول أدناه تكاليف شحن عدد من السيارات الصغيرة والكبيرة من مدينة إلى مدينة أخرى. أوجد أجرة شحن كل من السيارة الصغيرة والكبيرة. الكبيرة ٦٠٠ريال، الصغيرة ٤٠٠ريال

عدد السيارات الصغيرة	عدد السيارات الكبيرة	الأجرة الكلية (بالريال)
٢	٥	٣٨٠٠
٢	٣	٢٦٠٠

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: ١٦) $\left(١٢، -٤\frac{٧}{٨}\right)$

١٥) $٤(س + ٢ص) = ٨$

١٦) $\frac{١}{٢}س + \frac{٢}{٣}ص = ٢\frac{٣}{٤}$

١٧) $٤س + ٣ص = ٦$

٤س + ٤ص = ١٢ (٤، −١)

$\frac{١}{٤}س - \frac{٢}{٣}ص = ٦\frac{١}{٤}$

٣س + ٣ص = ٧ $\left(-١، ٣\frac{١}{٣}\right)$

الربط مع الحياة

افتُتح مهرجان جازان الشتوي الأول الذي تنظمه لجنة التنشيط السياحي بالمنطقة في عام ١٤٢٧ هـ، ويشتمل على ألعاب ترفيهية وعروض ومسابقات فنية ورياضية.

١٨) **فن العمارة:** يبلغ مجموع ارتفاعي برجي المملكة والفيصلية معًا ٥٦٧ مترًا، ويزيد ارتفاع برج المملكة على برج الفيصلية بـ ٣٣ مترًا.

أ) ما ارتفاع برج المملكة؟ ٣٠٠ متر

ب) ما ارتفاع برج الفيصلية؟ ٢٦٧ مترًا

١٩) **سباق الدرجات:** شارك ٨٠ متسابقًا في سباق الدراجات الهوائية ضمن ملتقى روائع جازان الرابع من فئتي الكبار والصغار. وكان عدد المشاركين من فئة الصغار أكثر من عدد المشاركين من فئة الكبار بـ ١٠.

أ) افترض أن س يمثل عدد المشاركين في فئة الصغار، ص يمثل عدد المشاركين في فئة الكبار. ثم اكتب نظامًا من معادلتين يمثّل هذا الموقف. س + ص = ٨٠، س = ١٠ + ص

ب) استعمل الحذف لحل هذا النظام. (٤٥، ٣٥)

جـ) فسّر الحل في سياق هذا الموقف. انظر الهامش.

د) مثّل هذا النظام بيانيًّا للتأكد من صحة الحل. انظر الهامش.

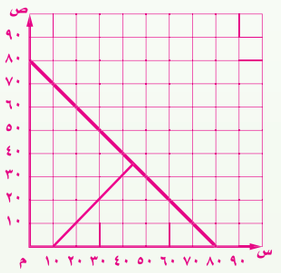
٢٠) **تمثيلات متعددة:** لديك ٩ قطع نقد، ٩ مشابك ورق، استعمل ٩ منها على الأكثر لإنشاء عدد معين من النقاط، وافترض أن كل مشبك قيمته نقطة واحدة وكل قطعة نقد قيمتها ٣ نقاط، وأن ن تمثل قطعة نقد، م تمثل مشبك ورق. فمثلًا:

تمثيلات متعددة يستعمل الطلاب في السؤال ٢٠ نموذجًا حسيًّا، وجدولًا للقيم لتوضيح حل نظام من معادلتين.

إجابة:

١٩جـ) هناك ٤٥ متسابقًا من فئة الصغار، و ٣٥ متسابقًا من فئة الكبار.

١٩د)



٤ التقويم

بطاقة مكافأة: اطلب إلى الطلاب كتابة نظام من معادلتين يمكن حله بالحذف باستعمال الطرح.

الاختبار القصير ٢، ص (٨٧)

اختبار منتصف الفصل، ص (٨٩).

إجابات:

٢٠جـ) إجابة ممكنة:

قطع النقد	٠	١	٢	٣	٤	٥
مشابك الورق	٩	٨	٧	٦	٥	٤
النقاط	٩	١١	١٣	١٥	١٧	١٩

٢٠د) نعم، بما أن قطعة النقد تعادل ٣ نقاط، فإن ٣ قطع منها تعادل ٩ نقاط، يضاف إليها ٦ نقاط من ٦ مشابك ورق فنحصل على ١٥ نقطة.

٢٣) ليكن أ يمثل رقم الآحاد في العدد، ب يمثل رقم العشرات في العدد فيكون أ + ب = ٨،

٧ (أ + ١٠ ب) = ١٨٢،

العدد هو ٢٦.

٢٤) إجابة ممكنة: يكون استعمال طريقة الحذف مفيدًا إذا كان معاملا أحد المتغيرين متساويين، أو كان أحدهما معكوسًا للآخر في المعادلتين.

إجابة ممكنة: ٤ قطع نقد، ٣ مشابك ورق

أ) **حسيًا:** كيف يمكنك أن تحصل على ١٥ نقطة مستعملًا كلا النوعين. قارن النمط الذي حصلت عليه بما حصل عليه زملاؤك.

ب) **تحليليًا:** مستعملًا ٩ قطع، اكتب نظامًا من معادلتين وحله لإيجاد عدد مشابك الورق وقطع النقد اللازمة للحصول على ١٥ نقطة.

جـ) **جدوليًا:** أنشئ جدولًا يبين عدد مشابك الورق المستعملة والعدد الكلي للنقاط إذا كان عدد قطع النقد ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥.

ن + م = ٩، ٣ ن + م = ١٥، ن = ٣، م = ٦

انظر الهامش

د) **لفظيًا:** هل تتطابق النتيجة في الجدول مع نتيجة (الإجابة عن الفرع ب)؟ فسّر إجابتك. انظر الهامش.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظامًا من معادلتين يمكن حله بحذف أحد متغيريه باستعمال الجمع، ثم اكتب قاعدة عامة لإنشاء مثل هذه الأنظمة.

إجابة ممكنة: ٢ س + ص = ٥، س − ص = ٥ ، يجب أن يكون معامل أحد المتغيرين في النظام هو معكوسًا للآخر في كلتا المعادلتين

٢٢) **تبرير:** إذا كانت النقطة (−٣، ٢) تمثل حل نظام معادلتين، وكانت إحدى معادلتيه هي س+٤ص= ٥، فأوجد المعادلة الثانية لهذا النظام، وفسّر كيف توصلت إليها. إجابة ممكنة: ص − س = ٥

٢٣) **تحدٍّ:** إذا كان ناتج ضرب عدد في ٧ يساوي ١٨٢، ومجموع رقميه يساوي ٨ ، فحدد المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لإيجاد هذا العدد، ثم حل النظام وأوجد العدد. انظر الهامش

٢٤) **اكتب:** بيّن متى يكون من المفيد استعمال الحذف لحل نظام من معادلتين. انظر الهامش.

تدريب على اختبار

٢٥) إذا استمر النمط الآتي، فما العدد الثامن؟ أ

٢، ٣، $\frac{٩}{٢}$، $\frac{٢٧}{٤}$، $\frac{٨١}{٨}$، ...

أ) $\frac{٢١٨٧}{٦٤}$ جـ) $\frac{٢٢٨١}{٦٤}$

ب) $\frac{٢٢٤٥}{٦٤}$ د) $\frac{٢٤٤٥}{٦٤}$

٢٦) ما حل نظام المعادلتين الآتيتين؟ ب

س + ٤ص = ١

٢س − ٣ص = −٩

أ) (١، ٠) جـ) ليس له حل

ب) (−٣، ١) د) يوجد عدد لانهائي من الحلول

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا التعويض، وبيّن ما إذا كان للنظام حل واحد، أم عدد لا نهائي من الحلول، أم ليس له حل: (الدرس ٥-٢)

٢٧) ص = ٦س
٢س + ٣ص = ٤٠ (٢، ١٢)

٢٨) س = ٣ص
٢س + ٣ص = ٤٥ (١٥، ٥)

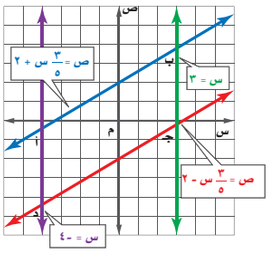
٢٩) س = ٥ص + ٦
س = ٥ص − ٢ ليس له حل

٣٠) **توفير:** يرغب كل من وائل ورياض في شراء دراجة، وقد وفّر وائل حتى الآن ٣٥ ريالًا ويخطط لتوفير ١٠ ريالات كل أسبوع. أما رياض فلديه الآن ٢٦ ريالًا ويخطط لتوفير ١٣ ريالًا في الأسبوع. (الدرس ٥-١)

أ) بعد كم أسبوعًا يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساويًا؟ ٣ أسابيع

ب) ما مقدار ما يوفره كل منهما حتى ذلك الوقت؟ ٦٥ ريالًا

٣١) **هندسة:** بيّن إذا كان الشكل أب جـ د متوازي أضلاع أم لا؟ وفسّر إجابتك. (الدرس ٣-٤)



نعم، بما أن كل زوج من الأضلاع المتقابلة لهما الميل نفسه أو ميلهما غير معرّف، فإنهما متوازيان.

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحلّ: (الدرس ١-٢)

٣٢) ٦جـ = −٤٨ −٨

٣٣) $\frac{٢}{٣}$ أ = ٨ ١٢

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اكتب معادلتين على السبورة لا تحتوي أي منهما على الثابت، واطلب إلى الطلاب إيجاد هذين الثابتين اللذين يحققان الحل المعطى، فمثلًا: اكتب النظام ٣ س + ٢ ص = ؟، ٥ س − ٢ ص = ؟، وأخبرهم بأن الحل هو (٠,٢٥ ، ١,٥). ٣ س + ٢ ص = ٥، ٥ س − ٢ ص = ٧

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٥ - ٣

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٤) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٣ تدريبات إعادة التعليم

حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

الحذف باستعمال الجمع، في أنظمة المعادلات التي يكون فيها معاملا س أو ص أحدهما معكوس للآخر، يكون حل النظام بجمع المعادلتين. تُسمّى هذه الطريقة الحذف، لأنه يتم التخلص من أحد المتغيرين.

مثال ١ حَلّ النظام الآتي مستعملًا طريقة الحذف

س−٣ ص =٧

٣س+٢ص =٩

اكتب المعادلتين رأسيًا، ثم اجمعهما لحذف ص.

س−٣ص = ٧

٣س+٢ص = ٩

٤س = ١٦

أوجد قيمة س:

$\frac{٤س}{٤} = \frac{١٦}{٤}$

س = ٤

عوّض عن س بـ ٤ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

٤−٣ص = ٧

٤−٣ص−٤ = ٧−٤

−٣ص = ٣

$\frac{-٣ص}{-٣} = \frac{٣}{-٣}$

ص = −١، الحل هو (٤، −١)

مثال ٢ مجموع عددين يساوي ٧٠، والفرق بينهما يساوي ٢٤. أوجد العددين؟

افترض أنّ س = العدد الأول، ص = العدد الثاني.

س + ص = ٧٠

س − ص = ٢٤

٢س = ٩٤

$\frac{٢س}{٢} = \frac{٩٤}{٢}$

س = ٤٧

عوّض عن س بـ ٤٧ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

٤٧ + ص = ٧٠

٤٧ + ص − ٤٧ = ٧٠ − ٤٧

ص = ٢٣

العددان هما ٤٧، ٢٣

تمارين

حَلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١) س + ص = −٤ ٢) ٢س − ٣ص = ١٤ ٣) ٣س − ص = −٩

س − ص = ٢ (−١، −٣) س + ٣ص = −١١ (١، −٤) −٣س − ٢ص = ٠ (−٣، ٣)

٤) −٣س − ٤ص = −١ ٥) ٣س + ص = ٤ ٦) −٢س + ٢ص = ٩

٣س − ص = −٤ (−١، ١) ٢س − ص = ٦ (−٢، ٢) ٢س − ص = −٦ $(-\frac{٣}{٢}، ٣)$

٧) ٢س + ٢ص = −٢ ٨) ٤س − ٢ص = −١ ٩) س − ص = ٢

٣س − ٢ص = ١١ (٢، −٢) −٤س + ٤ص = ٠ $(١، -\frac{١}{٢})$ س + ص = −٣ $(-\frac{٥}{٢}، \frac{١}{٢})$

١٠) ربا أكبر من أحمد، والفرق بين عمريهما ١٢ سنة، ومجموع عمريهما ٥٠ سنة. أوجد عمر كل منهما؟

عمر ربا ٣١ سنة؛ وعمر أحمد ١٩ سنة

تدريبات حل المسألة (١٦) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٣ تدريبات حل المسألة

حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

١) **لعبة الأرقام،** أعطى معلم الصف السادس طلابه المسألة الآتية:

ناتج إضافة مثلي عدد إلى عدد آخر يساوي ١٥، ومجموع العددين يساوي ١١. اعتقد محمود أن بإمكانه حل المسألة بكتابة نظام المعادلات الآتي:

٢س + ص = ١٥

س + ص = ١١

أوجد العددين مستعملًا طريقة الحذف.

(٧،٤)

٢) **سكان،** في سنة ٢٠٠٤م كان عدد سكان مدينة الخرج يزيد ١٠٠٠٠٠ تقريبًا على عدد سكان مدينة القريات، وكان مجموع عدد سكان المدينتين معًا ٣٠٠٠٠٠ تقريبًا في السنة نفسها. فكم كان عدد سكان كلٍّ من هاتين المدينتين في سنة ٢٠٠٤م تقريبًا؟

عدد سكان مدينة الخرج ٢٠٠٠٠٠ تقريبًا؛ وعدد سكان مدينة القريات ١٠٠٠٠٠ تقريبًا.

٣) **استقصاء،** علم عبد الواحد من صاحب مطبعة أنّ تكلفة طباعة ١٣ بطاقة غير ملوّنة و ٧ بطاقات ملوّنة تساوي ٣٧ ريالًا، وتكلفة طباعة ٦ بطاقات غير ملوّنة و ٧ بطاقات ملوّنة تساوي ٢٦،٥٠ ريالًا. استعمل نظام معادلات، ثمّ حُلّه بطريقة الحذف، وأوجد تكلفة طباعة البطاقة الملوّنة.

٢،٥٠ ريال

٤) **كرة القدم،** يبيّن الجدول الآتي متوسط سعر التذكرة لحضور مباريات كرة القدم للفريقين أ، ب في سنة ٢٠١٠م، والتغير في سعرها من ٢٠٠٩م إلى ٢٠١٠م:

الفريق	متوسط سعر التذكرة	التغير في السعر
أ	٥٣،٦٠ ريالًا	٠،٥٣ ريال
ب	٥٥،٩٣ ريالًا	−١،٠٨ ريال

أ) افترض أن سعر التذاكر استمر بالتغير في كل سنة بعد عام ٢٠١٠م وفق المعدل نفسه، وأنّ س عدد السنوات بعد ٢٠١٠م، ص متوسط سعر أيّ تذكرة. اكتب نظام معادلات يعبّر عن المعلومات في الجدول.

ص = ٠،٥٣ س + ٥٣،٦٠

ص = −١،٠٨ س + ٥٥،٩٣

ب) بعد كم سنة يتساوى متوسط سعر التذكرة للفريقين؟

س = ١،٤٥؛ سنة أو سنتان تقريبًا

التدريبات الإثرائية (١٧) — فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٣ التدريبات الإثرائية

حل نظام من المعادلات بثلاثة متغيرات

قد يشتمل نظام المعادلات على أكثر من معادلتين ومتغيرين. يمكنك حل نظام من ثلاث معادلات بثلاثة متغيرات باستعمال الحذف.

مثال حَلّ نظام المعادلات الآتي:

س + ص + ع = ٦

٣س − ص + ع = ٨

س − ع = ٢

الخطوة ١، تخلّص من ص في أول معادلتين مستعملًا الحذف.

س + ص + ع = ٦

٣ س − ص + ع = ٨

٤س + ٢ع = ١٤

الخطوة ٢، استعمل المعادلة التي وجدتها في الخطوة ١، والمعادلة الثالثة لحذف ع.

٤س + ٢ع = ١٤

س − ع = ٢

اضرب المعادلة (س − ع = ٢) في ٢ لحذف ع.

٤س + ٢ع = ١٤

٢س − ٢ع = ٤

٦س = ١٨

لذا س = ٣

الخطوة ٣، عوّض عن س بـ ٣ في المعادلة الثالثة الأصلية لإيجاد قيمة ع.

٣ − ع = ٢. لذا ع = ١

الخطوة ٤، عوّض عن س بـ ٣، وعن ع بـ ١ في إحدى المعادلتين الأصليتين الأولى أو الثانية لإيجاد قيمة ص.

٣ + ص + ١ = ٦ أي ٤ + ص = ٦. لذا ص = ٢

حل نظام المعادلات هو (٣، ٢، ١).

حَلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية:

١) ٣س + ٢ص + ع = ٤٢ ٢) س + ص + ع = −٣ ٣) س + ص + ع = ٧

٢ص + ع + ١٢ = ٣س ٣س + ٣ص + ٢ع = −٤ س + ٢ص + ع = ١٠

س − ٣ص = ٠ ٢س − ع = ٤ ٢ص + ع = ٥

س = ٩، ص = ٢، ع = ٩ **س = −٥، ص = ٢، ع = ٠** **س = ٥، ص = ٢، ع = −١**

كتاب التمارين (٢٦) — دون ضمن فوق

٥ - ٣ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

حل كل نظام فيما يأتي بالحذف:

١) س − ص = ١ ٢) ب + ك = −٢ ٣) ٤ س + ص = ٢٣

س + ص = −٩ (−٥، −٤) ب − ك = ٨ (−٥، ٣) ٣ س − ص = ١٢ (٣، ٥)

٤) ٢ س + ٥ ص = −٣ ٥) ٣ س + ٢ ص = −١ ٦) ٥ س + ٣ ص = ٢٢

٢ س + ٢ ص = ٦ (٦، −٣) ٤ س + ٢ ص = −٦ (−٥، ٧) ٥ س − ٢ ص = ٢ (٤، ٢)

٧) ٥ س + ٢ ص = ٧ ٨) ٣ س − ٩ ص = ١٢ ٩) −٤ جـ − ٢ د = −٢

−٢ س + ٢ ص = −١٤ (٣، −٤) ٣ س − ١٥ ص = −٦ (−١، ٧) ٢ جـ − ٢ د = −١٤ (−٥، ٢)

١٠) ٢ س − ٦ ص = ٦ ١١) ٧ س + ٢ ص = ٢ ١٢) ٤،٢٥ س − ١،٢٨ ص = −٩،٢

٢ س + ٣ ص = ٢٤ (٢، ٩) ٧ س − ٢ ص = −٣٠ (−٨، ٢) س + ١،٢٨ ص = ١٧،٦ $(\frac{٦}{٥}، ١٢،٥)$

١٣) ٢ س + ٤ ص = ١٠ ١٤) ٢،٥ س + ص = ١٠،٧ ١٥) ٦ م − ٨ ن = ٣

س − ٤ ص = −٢،٥ (١،٢٥، ٢،٥) ٢،٥ س + ٢ ص = ١٢،٩ (٢،٢، ٣،٤) ٢ م − ٨ ن = −٣ $(\frac{٣}{٤}، ١\frac{١}{٤})$

١٦) ٤ أ + ب = ٢ ١٧) −س − ص = −٢ ١٨) س − ص = ٨

٤ أ + ٣ ب = ١٠ (٤،٠، −٥) س − ص = ٤ (−١، ٣) س + ص = ١٩ (٥،٥، ١٣،٥)

١٩) عددان، مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٥، فما هما؟ ١٨، ٢٣

٢٠) عددان، ثلاثة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ٢٠، وأربعة أمثال الأول زائد الثاني يساوي ٣٦، فما العددان؟ ٨، ٤

٢١) عددان، إذا أضيف الأول إلى ثلاث أمثال الثاني كان الناتج ٢٤، وإذا أضيف خمسة أمثال الأول إلى ثلاثة أمثال الثاني يكون الناتج ٣٦، فما العددان؟ ٣، ٧

٢٢) **تنزيلات،** اشترى فيصل في موسم التنزيلات زوجين من الجوارب وقميصين بمبلغ ٨٣ ريالًا، واشترى راشد زوجين من الجوارب وقميصًا بمبلغ ٥٠ ريالًا، فما سعر كل من زوج الجوارب والقميص؟

زوج الجوارب ٨،٥٠ ريالات، القميص ٣٣ ريالًا.

ملحوظات المعلم

٥ ـ ٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

فيما سبق
درست حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح.

والآن
- أحل نظامًا من معادلتين بالحذف باستعمال الضرب.
- أحل مسائل من واقع الحياة تتضمن أنظمة من معادلتين.

obeikaneducation.com

لماذا؟

باعت مكتبة ٧٠ قلمًا بمبلغ ٢٦٠ ريالًا. وبناءً على القائمة أدناه يمكن كتابة المعادلتين الآتيتين لإيجاد عدد الأقلام المبيعة من كل نوع:

قلم حبر	٤ ريالات
قلم رصاص	ريالان

س + ص = ٧٠

٤س + ٢ص = ٢٦٠

الحذف باستعمال الضرب: لا يمكن حذف أي من المتغيرين بالجمع أو الطرح في النظام أعلاه، إلّا أنه يمكن حذف أحد المتغيرين باستعمال الضرب في مثل هذه الحالة.

مفهوم أساسي — الحل بالحذف

أضف إلى مطويتك

الخطوة ١: اضرب إحدى المعادلتين على الأقل في عددٍ ثابت للحصول على معادلتين فيهما حدان أحدهما معكوس للآخر.

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

الخطوة ٣: عوض عن قيمة المتغير الناتجة في الخطوة (٢) في إحدى المعادلتين، وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل على صورة زوج مرتب.

مثال ١ — ضرب معادلة لحذف أحد المتغيرين

استعمل الحذف لحل المعادلتين:

٥س + ٦ص = −٨

٢س + ٣ص = −٥

الخطوتان ١ و ٢: ٥س + ٦ص = −٨

٢س + ٣ص = −٥ ← اضرب كل حد في (−٢)

٥س + ٦ص = −٨

(+) −٤س − ٦ص = ١٠ — اجمع، حذف ص

س = ٢

الخطوة ٣: ٢س + ٣ص = −٥ — المعادلة الثانية

٢(٢) + ٣ص = −٥ — عوض عن س بـ ٢

٤ + ٣ص = −٥ — بسّط

٣ص = −٩ — اطرح ٤ من كلا الطرفين

ص = −٣ — اقسم كلا الطرفين على ٣

الحل هو (٢، −٣).

تحقق من فهمك

أ) ٦س − ٢ص = ١٠ ، ٣س − ٧ص = −١٩ (٣، ٤)

ب) ٩ر + ك = ١٣ ، ٣ر + ٢ك = −٤ (٢، −٥)

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٥ - ٤

استعمال خصائص المساواة لحل المعادلات.

الدرس ٥ - ٤

حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الضرب.

حل مسائل من واقع الحياة تتضمن أنظمة من المعادلات.

ما بعد الدرس ٥ - ٤

حل تطبيقات على النظام المكون من معادلتين .

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثم اسأل:

- ماذا تمثل المعادلة الأولى في نظام المعادلتين؟ ثمن قلم الحبر ٤ ريالات، والقلم الرصاص ريالان.
- ماذا تمثل المعادلة الثانية في نظام المعادلتين؟ مجموع أقلام الحبر وأقلام الرصاص المبيعة.
- ماذا يمثل حل النظام؟ عدد كل من أقلام الرصاص و أقلام الحبر المبيعة.
- إذا ضربت المعادلة الثانية في (− ٢)، فما المتغير الذي يمكن حذفه عند جمع المعادلتين؟ (ص)

مصادر الدرس ٥ - ٤

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (١٦٣)	• تنويع التعليم، ص (١٦٤)	• تنويع التعليم، ص (١٦٤)
كتاب التمارين	ص (٢٧)	ص (٢٧)	ص (٢٧)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (١٨) • تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • كتاب التمارين، ص (٢٧)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • كتاب التمارين، ص (٢٧)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٠) • التدريبات الإثرائية، ص (٢١) • كتاب التمارين، ص (٢٧)

الحذف باستعمال الضرب

المثال ١ يبين طريقة ضرب معادلة في النظام في عدد ما لحذف أحد المتغيرين.

المثال ٢ يبين طريقة ضرب كلتا المعادلتين في النظام في عدد لحذف أحد المتغيرين.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثالان إضافيان

١ استعمل الحذف لحلّ المعادلتين:

٢ س + ص = ٢٣

٣ س + ٢ ص = ٣٧ (٩، ٥)

٢ حل المعادلتين الآتيتين مستعملًا الحذف:

٤ س + ٣ ص = ٨

٣ س − ٥ ص = − ٢٣ (− ١، ٤)

التعليم باستعمال التقنيات

مدونة: اطلب إلى الطلاب كتابة توضيح في مدونة الصف الإلكترونية للطريقة التي يقررون من خلالها متى يستعملون الطرائق المختلفة لحل نظام من معادلتين.

أحيانًا نحتاج إلى ضرب كل معادلة في عدد مختلف لحل المعادلتين.

مثال ٢ ضرب كلتا المعادلتين لحذف أحد المتغيرين

إرشادات للدراسة

اختيار المتغير الذي يجب حذفه: يمكنك حذف أي متغير في النظام إذا لم يطلب منك إيجاد قيمة متغير محدد.

حل المعادلتين الآتيتين مستعملًا الحذف :

٤س + ٢ص = ٨

٣س + ٣ص = ٩

الطريقة ١: حذف المتغير س.

اضرب بـ ٣ ← ٤س + ٢ص = ٨ ← ١٢س + ٦ص = ٢٤

اضرب بـ −٤ ← ٣س + ٣ص = ٩ ← (+) −١٢س − ١٢ص = −٣٦

اجمع ← −٦ص = −١٢

تم حذف المتغير س ← $\frac{-٦ص}{-٦} = \frac{-١٢}{-٦}$

اقسم كلا الطرفين على −٦ ← ص = ٢

بسّط

الآن عوض عن ص بـ ٢ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة س.

٣س + ٣ص = ٩	المعادلة الثانية
٣س + ٣(٢) = ٩	عوض عن ص بـ ٢
٣س + ٦ = ٩	بسّط
٣س = ٣	اطرح ٦ من كلا الطرفين
$\frac{٣س}{٣} = \frac{٣}{٣}$	اقسم كل طرف على ٣
س = ١	الحل (١، ٢)

الطريقة ٢: حذف المتغير ص.

اضرب بـ ٣ ← ٤س + ٢ص = ٨ ← ١٢س + ٦ص = ٢٤

اضرب بـ −٢ ← ٣س + ٣ص = ٩ ← (+) −٦ س − ٦ص = −١٨

تم حذف المتغير ص ← ٦س = ٦

اقسم كلا الطرفين على ٦ ← $\frac{٦س}{٦} = \frac{٦}{٦}$

بسّط ← س = ١

والآن عوض عن س= ١ بإحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

٣س + ٣ص = ٩	المعادلة الثانية
٣(١) + ٣ص = ٩	عوض عن س بـ ١
٣ + ٣ص = ٩	بسّط
٣ص = ٦	اطرح ٣ من كلا الطرفين، ثم بسّط
$\frac{٣ص}{٣} = \frac{٦}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣
ص = ٢	بسّط

الحل هو (١، ٢) ويتطابق مع الحل الذي حصلنا عليه بالطريقة الأولى.

تحقق: عوض عن س بـ (١)، وعن ص بـ ٢ في المعادلة الأولى

٤س + ٢ص = ٨	المعادلة الأصلية
٤(١) + ٢(٢) ≟ ٨	عوض عن (س، ص) بـ (١، ٢).
٤ + ٤ ≟ ٨	اضرب
٨ = ٨ ✓	اجمع

١٦٢ الفصل ٥: أنظمة المعادلات الخطية

المحتوى الرياضي

الحذف باستعمال الضرب: تستعمل هذه الطريقة عندما لا يكون من الممكن حذف أي من المتغيرين س، ص بجمع المعادلتين أو طرحهما، وتستعمل خصائص الضرب على المساواة عند جمع المعادلتين أو طرحهما لحذف أحد المتغيرين، وذلك بضرب إحدى المعادلتين أو كلتيهما في أعداد تجعل من السهل حذف أحد المتغيرين عند جمع المعادلتين أو طرحهما في نظام المعادلتين الجديد.

تحقق من فهمك

٢أ) ٥س − ٣ص = ٦ ، ٢س + ٥ص = −١٠ (٠، −٢)

٢ب) ٦أ + ٢ب = ٢ ، ٤أ + ٣ب = ٨ (−١، ٤)

حل مسائل من واقع الحياة: قد يكون من الضروري استعمال الضرب قبل الحذف أحيانًا عند حل مسائل من واقع الحياة.

مثال ٣ من واقع الحياة — كتابة نظام من معادلتين وحله

طيران: تطير طائرة في اتجاه الريح بمعدل ٥٢٠ ميلًا في ٤ ساعات، وفي رحلة العودة تستغرق ٥ ساعات لقطع المسافة نفسها، أوجد سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.

ليكن أ = معدل سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.

و = معدل سرعة الريح.

	السرعة	الزمن	المسافة ف	السرعة × الزمن = ف
في اتجاه الريح	أ + و	٤	٥٢٠	٤ × (أ + و) = ٥٢٠
في عكس اتجاه الريح	أ − و	٥	٥٢٠	٥ × (أ − و) = ٥٢٠

فتكون المعادلتان هما: ٤ أ + ٤ و = ٥٢٠، ٥أ − ٥ و = ٥٢٠.

٤ أ + ٤ و = ٥٢٠ ← اضرب في ٥

٥ أ − ٥ و = ٥٢٠ ← اضرب في ٤

٢٠ أ + ٢٠ و = ٢٦٠٠

(+) ٢٠ أ − ٢٠ و = ٢٠٨٠ — اجمع

٤٠ أ = ٤٦٨٠ — حذف المتغير و

$\frac{٤٠\text{ أ}}{٤٠} = \frac{٤٦٨٠}{٤٠}$ — اقسم كلا الطرفين على ٤٠

أ = ١١٧ — بسّط

وبذلك يكون معدل سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة ١١٧ ميلًا في الساعة.

تحقق من فهمك

٣) زورق: يقطع زورق ٤ أميال في الساعة في اتجاه التيار، ويستغرق في رحلة العودة ١,٥ ساعة، أوجد معدل سرعة القارب في المياه الساكنة. $٣\frac{١}{٣}$ أميال/ ساعة

تأكد

المثالان ١، ٢ حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا الحذف:

١) ٢س − ص = ٤

٢) ٢س + ٧ص = ١

٣) ٤س + ٢ص = −١٤

٧س + ٣ص = ٢٧ (٣، ٢)

س + ٥ص = ٢ (−٣، ١)

٥س + ٣ص = −١٧ (−٤، ١)

مثال ٣

٤) **صيد:** يقطع قارب صيد مسافة ١٠ أميال في ٣٠ دقيقة في اتجاه مجرى النهر، إلا أنه يقطع المسافة نفسها في رحلة العودة في ٤٠ دقيقة، أوجد معدل سرعته في المياه الساكنة بوحدة ميل/ ساعة.
(١٧,٥ ميلًا/ ساعة).

حل مسائل من واقع الحياة

المثال ٣ يبين طريقة كتابة نظام من معادلتين لمسألة من واقع الحياة وحله بالحذف.

مثال إضافي

٣ صقور: يطير صقر في اتجاه الريح بمعدّل ٣٠٠ كلم في ٢,٥ ساعة، وفي رحلة العودة يستغرق ٣ ساعات لقطع المسافة نفسها، أوجد سرعة الصقر في الأجواء الساكنة. ١١٠ كلم في الساعة

تنبيه!

أخطاء شائعة: ينسى كثير من الطلاب ضرب كل حدّ في طرفي المعادلة في العدد نفسه عند استعمال الحذف باستعمال الضرب؛ لذا اقترح عليهم أن يضيفوا خطوة إضافية إلى الحل توضح عملية الضرب.

٣س+٢ص=٧ ⇐ ٢(٣س+٢ص)=٢(٧)

٢س − ٧ص = −١٢ ⇐

−٣(٢س − ٧ص) = −٣(−١٢)

تنويع التعليم:

دون

إذا واجه بعض الطلاب مشكلة في حل الأسئلة ١ – ٣،

فقم بالاقتراح عليهم تشكيل مجموعات ثنائية أو ثلاثية لمناقشة أفضل إستراتيجية لحل كل مسألة، ثم حلها معًا، وشجع الطلاب جميعًا على المشاركة، وذكّرهم بضرورة التحقق من حلولهم.

٣ التدريب

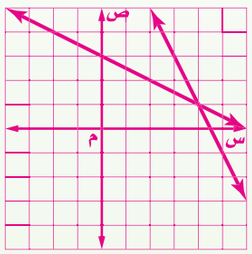
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ – ٤ للتأكد من فهم الطلاب.

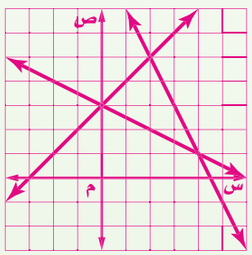
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

إجابات:

١٧ب)



١٧جـ)



تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢ حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

٥) س + ص = ٢
−٣س + ٤ص = ١٥ (−١، ٣)

٦) س − ص = −٨
٧س + ٥ص = ١٦ (−٢، ٦)

٧) ٦س + ص = −٣٩
٣س + ٢ص = −١٥ (−٧، ٣)

٨) ٢س + ٥ص = ١١
٤س + ٣ص = ١ (−٢، ٣)

٩) ٣س + ٤ص = ٢٩
٦س + ٥ص = ٤٣ (٣، ٥)

١٠) ٤س + ٧ص = −٨٠
٣س + ٥ص = −٥٨ (−٦، −٨)

١١) ١٢س − ٣ص = −٣
٦س + ص = ١ (٠، ١)

١٢) −٤س + ٢ص = ٠
١٠س + ٣ص = ٨ $\left(\frac{١}{٢}، ١\right)$

المثال ٣

١٣) **نظرية الأعداد:** ما العددان اللذان سبعة أمثال أحدهما زائد ثلاثة أمثال الآخر يساوي سالب واحد، ومجموعهما يساوي سالب ثلاثة ؟ ٢، −٥

١٤) **كرة قدم:** سجل أحد لاعبي كرة القدم (١٢) هدفًا في الدوري الممتاز. فإذا علمت أن ضعف عدد الأهداف التي سجلها في مرحلة الذهاب تزيد على ثلاثة أمثال أهدافه في مرحلة الإياب بـ ٤ ، فما عدد أهدافه في كل من مرحلتي الذهاب والإياب؟ (٨ ، ٤)

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١٥) −٠,٤س + ٠,٢٥ص = −٢,١٧٥
٢س + ص = ٧,٥ (٤,٥، −١,٥)

١٦) $\frac{١}{٤}$س + ٤ص = $٢\frac{٣}{٤}$
٣س + $\frac{١}{٢}$ص = $٩\frac{١}{٤}$ $\left(\frac{١}{٢}، ٣\right)$

تاريخ الرياضيات

الخوارزمي
(١٦٤هـ – ٢٣٢هـ):
هو أبوعبدالله محمد بن موسى الخوارزمي، وقد أسهم كثيرًا في تطور علوم الرياضيات، والجغرافيا، والفلك، ومن أشهر كتبه "الجبر والمقابلة".

١٧) **هندسة:** إذا علمت أن التمثيل البياني للمعادلتين س+٢ص= ٦، ٢س+ص= ٩ يشتمل على ضلعين من أضلاع مثلث، وأن نقطة تقاطع المستقيمين هي رأس المثلث، فأجب عن الأسئلة الآتية:

أ) ما إحداثيات رأس المثلث؟ (٤، ١)

ب) ارسم هذين المستقيمين، وعين رأس المثلث. انظر الهامش

جـ) إذا كان التمثيل البياني للمعادلة س−ص= −٣ يشمل الضلع الثالث للمثلث، فارسم هذا المستقيم على الشكل نفسه. انظر الهامش

د) أوجد إحداثيات الرأسين الآخرين للمثلث. (٠، ٣)؛ (٢، ٥)

١٨) **اختبارات:** اكتشف معلم أنه عكس درجة أحد طلابه في أثناء رصدها مما أخّر ترتيبه بين الأوائل، فأخبر الطالب وبيّن له أن مجموع رقمي درجته يساوي ١٤، والفارق بين درجتيه الحالية والصحيحة ٣٦ درجة. وطلب إليه أن يعرف درجته الصحيحة وسوف يكافئه. فما الدرجة الصحيحة؟ ٩٥

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٥–١٤ ، ١٩–٢١ ، ٢٣–٣٣
ضمن ضمن المتوسط	٥–١٥ فردي ، ١٧–٢١ ، ٢٣–٣٣
فوق فوق المتوسط	١٥–٣٣

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اطلب إلى الطلاب حل النظام الآتي أو حل نظام مشابه له باستعمال الحذف.

$\frac{١}{٢}$س − $\frac{٢}{٣}$ص = $\frac{٧}{٣}$

$\frac{٣}{٢}$س + ٢ص = −٢٥ (−٦، −٨)

مسائل مهارات التفكير العليا

١٩) **تبرير:** وضح كيف يمكنك تعرف نظام المعادلتين الخطيتين الذي له عدد لا نهائي من الحلول.

١٩) عندما تكون إحدى المعادلتين مضاعفة للأخرى

٢٠) **اكتشف الخطأ:** حل كل من سعيد وحسين نظامًا من معادلتين، فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

سعيد

٢ر + ٧ت = ١١

ر − ٩ت = −٧

٢ر + ٧ت = ١١

(−) ٢ر − ١٨ت = −١٤

٢٥ت = ٢٥

ت = ١

٢ر + ٧ت = ١١

٢ر + ٧(١) = ١١

٢ر + ٧ = ١١

٢ر = ٤

$\frac{٢ر}{٢} = \frac{٤}{٢}$

ر = ٢

الحل (٢، ١).

حسين

٢ر + ٧ت = ١١

(−) ر − ٩ت = −٧

ر = ١٨

٢ر + ٧ت = ١١

٢(١٨) + ٧ت = ١١

٣٦ + ٧ت = ١١

٧ت = −٢٥

$\frac{٧ت}{٧} = -\frac{٢٥}{٧}$

ت = −٣,٦

الحل (١٨، −٣,٦).

سعيد؛ لأنه حذف المتغير ر بضرب المعادلة الثانية في ٢ ثم طرح. أو ضرب في −٢ ثم جمع، أما حسين فلم يطرح المعادلتين بصورة صحيحة.

إجابة ممكنة: ٢س + ٣ص = ٨ ، ٤س + ٩ص = ٦

٢١) **مسألة مفتوحة:** اكتب نظامًا من معادلتين يمكن حله بضرب إحدى معادلتيه في −٣، ثم جمع المعادلتين معًا.

٢٢) **تحدٍّ:** إذا كان حل النظام: ٤س+٥ص= ٢، ٦س−٢ص= ب هو (٣، أ)، فأوجد قيمة كل من: أ، ب موضحًا خطوات الحل التي استعملتها. ٢٢-٢٣ انظر الهامش

٢٣) **اكتب:** وضح كيف تحدد المتغير الذي ينبغي حذفه باستعمال الضرب.

تدريب على اختبار

٢٤) ما الزوج المرتب الذي يمثل حل النظام الآتي : جـ

٢س − ٣ص = −٩

−س + ٣ص = ٦

أ) (٣، ٣) جـ) (−٣، ١)

ب) (−٣، ٣) د) (١، −٣)

٢٥) **احتمال:** يبين الجدول أدناه نتائج رمي مكعب أرقام. فما الاحتمال التجريبي لظهور العدد ٣ ؟ د

الناتج	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤	٨	٢	٠	٥	١

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) ٠,٢ د) ٠,١

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٣)

٢٦) ٦ق + هـ = −٧ (−١، −١)

٦ق + ٣هـ = −٩

٢٧) ٥س + ٣ك = −٩ (−٣، ٢)

٣س + ٣ك = −٣

٢٨) ٢س − ٤ز = ٦ (٩، ٣)

س − ٤ز = −٣

حل كل متباينة فيما يأتي، ومثل مجموعة حلها بيانيًّا: (الدرس ٤-٥) انظر الهامش

٢٩) |م − ٥| ≥ ٨

٣٠) |ك + ١١| > ٥

٣١) |٢و + ٩| < ١١

٣٢) |٢ر + ١| ≤ ٩

٣٣) إذا علمت أن د(س)=٣س−١، فما قيمة د(−٤)؟ (الدرس ٢-٢) −١٣

تنبيه!

اكتشف الخطأ: للسؤال ٢٠، اطلب إلى الطلاب أن يلاحظوا النظام الأصلي من المعادلات قبل تقويم عمل كل من سعيد وحسين، وهل وجد كل منهما طريقة لحذف أحد المتغيرين بشكل كامل؟

٤ التقويم

تعلم لاحق: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا عن ارتباط ما تعلموه في الدرس الحالي حول حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب بالدرس اللاحق تطبيقات على النظام المكوّن من معادلتين خطيتين.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرس (٥ – ٤)

الاختبار القصير ٣، ص (٨٨)

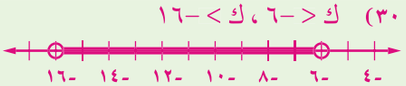
إجابات:

٢٢) أ = −٢، ب = ٢٢، عوض عن س بِـ (٣)، وعن ص بِـ (أ) في المعادلة الأولى وحلها لإيجاد قيمة أ= −٢، ثم عوض عن س بِـ ٣ وعن ص بِـ − ٢ في المعادلة الثانية وبسّطها للتوصل إلى أن ب = ٢٢.

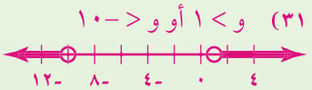
٢٣) إجابة ممكنة: يمكن حذف المتغير الذي له معامل غير صفري في كل معادلة باستعمال الضرب. وتكون الحسابات أسهل إذا كان من الممكن ضرب معادلة واحدة فقط أو حذف المتغير الذي معامله أصغر.

٢٩) م ≥ ١٣ ، م ≤ −٣

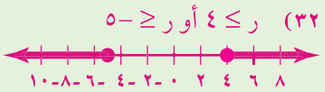
٣٠) ك > −٦ ، ك > −١٦



٣١) و > ١ أو و > −١٠



٣٢) ر ≤ ٤ أو ر ≥ −٥



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٥ - ٤

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (١٨) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٤ تدريبات إعادة التعليم

حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

الحذف باستعمال الضرب: لا يمكنك حل أنظمة المعادلات بجمع المعادلات أو طرحها مباشرة في بعض الأحيان، ولا بد من ضرب إحدى المعادلتين أو كليهما في عدد ما قبل حل النظام بالحذف في هذه الحالات.

مثال ١ حُلّ نظام المعادلات الآتي مستعملًا طريقة الحذف.

س + ١٠ص = ٣

٤س + ٥ص = ٥

إذا ضربت المعادلة الثانية في −٢، فيمكنك حذف المتغير ص.

س + ١٠ص = ٣

(+) −٨س − ١٠ص = −١٠

−٧س = −٧

$\frac{-٧س}{-٧} = \frac{-٧}{-٧}$

س = ١

عوّض عن س بـ ١ في إحدى المعادلتين.

١ + ١٠ص = ٣

١ + ١٠ص − ١ = ٣ − ١

$\frac{١٠ص}{١٠} = \frac{٢}{١٠}$

ص = $\frac{١}{٥}$، الحل هو $(١، \frac{١}{٥})$

مثال ٢ حُلّ نظام المعادلات الآتي مستعملًا طريقة الحذف.

٣س − ٢ص = −٧

٢س − ٥ص = ١٠

إذا ضربت المعادلة الأولى في ٢، والمعادلة الثانية في −٣، فيمكنك حذف المتغير س.

٦س − ٤ص = −١٤

(+) −٦س + ١٥ص = −٣٠

١١ص = −٤٤

$\frac{١١ص}{١١} = \frac{-٤٤}{١١}$

ص = −٤

عوّض عن ص بـ −٤ في إحدى المعادلتين.

٣س − ٢(−٤) = −٧

٣س + ٨ = −٧

٣س + ٨ − ٨ = −٧ − ٨

٣س = −١٥

$\frac{٣س}{٣} = \frac{-١٥}{٣}$

س = −٥، الحل هو (−٥، −٤)

تمارين

حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١) ٢س + ٣ص = ٦ ٢) ٢م + ٥ن = ٤ ٣) ٣أ − ب = ٢

س + ٢ص = ٥ (٤،−٣) −م + ٢ن = ٥ (−٢،١) أ + ٢ب = ٣ (١،١)

٤) ٤س + ٥ص = ٦ ٥) ٤س − ٣ص = ٢٢ ٦) ٣س − ٤ص = −٤

٦س − ٧ص = −٢٠ (−٢،١) ٢س − ص = ١٠ (٤،−٣) س + ٣ص = −١٠ (−٤،−٢)

٧) ٤س − ص = ٩ ٨) ٤أ − ٣ب = −٨ ٩) ٢س + ٢ص = ٥

٥س + ٢ص = ٨ (٢،−١) ٢أ + ٢ب = ٣ $(-\frac{١}{٢}، ٢)$ ٤س − ٤ص = ١٠ $(\frac{٥}{٢}، ٠)$

١٠) **بستنة:** حديقة طولها يزيد على ثلاثة أمثال عرضها بـ ٤ أمتار، فإذا كان محيطها ٧٢ مترًا، فما بُعداها؟ ٨م، ٢٨م

تدريبات حل المسألة (٢٠) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٤ تدريبات حل المسألة

حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

١) **ملعب:** افترض أن محيط أحد الملاعب ٣٢٠ مترًا، وطوله يزيد على عرضه بمقدار ٤٠ مترًا. طُلِبَ إلى أحد تحديد طول الملعب س وعرضه ص، فقدّم نظام المعادلات الآتي:

٢ س + ٢ ص = ٣٢٠

س − ص = ٤٠

حُلّ هذا النظام مستعملًا الحذف لإيجاد طول الملعب وعرضه.

الطول ١٠٠م، العرض ٦٠م

٢) **رياضة:** أنفق ٤ أصدقاء في أحد المواسم الرياضية مبلغ ٥٩٢,٣٠ ريالًا عند حضور مباراتين في كرة القدم ومباراة في كرة السلة، ومبلغ ٢٩١,٣١ ريالًا عند حضور مباراة في كرة القدم ومباراتين في كرة السلة. اكتب نظام معادلات لإيجاد مقدار ما أنفقه هؤلاء الأصدقاء عند حضور مباراة واحدة من كل نوع من هاتين اللعبتين، ثم حُلّه.

عند حضور كرة السلة: ٢٦٣,٤٤ ريالًا؛

عند حضور كرة القدم: ١٦٤,٤٢ ريالًا

٣) **فنون:** عرض مدير متحف للأطفال نموذجين من الصلصال والخشب أمام الزائرين. أوجد تكلفة كل نموذج لكل كيلوجرام من الجدول أدناه.

	صلصال (كجم)	خشب (كجم)	التكلفة الكلية
	٥	٤	٣٥,٥٠ ريالًا
	٣,٥	٦	٥٠,٤٥ ريالًا

الصلصال: ٧,٠ ريالًا للكيلو جرام الواحد

الخشب: ٨,٠٠ ريالات لكل كيلو جرام

٤) **أعمال:** افترض أنك بدأت عملًا ببيع الدراجات الهوائية، وكانت تكلفة المعدات والتجهيزات الأولية ١٥٠٠ ريال، وتكلفة شراء كل دراجة ٢٠٠ ريال، وسعر بيعها ٣٠٠ ريال.

أ) اكتب نظام معادلات للتعبير عن التكلفة الكلية والإيرادات، ثم حُلّه.

(التكلفة الكلية) ص = ٢٠٠س + ١٥٠٠

(الإيرادات) ص = ٣٠٠س

الحل هو (١٥، ٤٥٠٠)

ب) صف معنى الحل في سياق هذا الموقف.

يمثل الحل الزوج المرتب الذي تتساوى عنده التكلفة مع الإيرادات.

جـ) أعط مثالًا على عدد معقول من الدراجات التي يمكنك بيعها كي تربح، وأوجد الربح الذي تحصل عليه من هذا العدد.

إجابة ممكنة: ٢٠ دراجة؛ التكلفة الكلية ٥٥٠٠ ريال، والإيرادات ٦٠٠٠ ريال، والربح ٥٠٠ ريال

التدريبات الإثرائية (٢١) — فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٤ التدريبات الإثرائية

علماء وكتب

ازدهرت الحضارة العربية الإسلامية في مجالات عديدة ومتنوعة، وأسهم فيها الكثير من العلماء.

اكتب في كلٍّ مما يأتي أمام نظام المعادلات في العمود الأيمن (والذي يجاور اسم العالم)، رمز الحل الصحيح له من العمود الأيسر (والذي يجاور اسم الكتاب الذي ألّفه العالم):

الحسن بن الهيثم	س + ص = ٢ س − ص = ١٠	أ) (٤،١) المحيط
محمد بن موسى الخوارزمي	س = ٢ − ص ٢ص + س = ٩	ب) (٤، −٢) العقد الفريد
محمد الإدريسي	ص = ٢س + ٦ ص = − س − ٣	جـ) (−٢،٣) معجم البلدان
شمس الدين بن بطوطة	٢س + ٣ص = ٨ ٢س − ص = − ٨	د) (−٥،٧) الجبر والمقابلة
ياقوت الحموي	ص − ٣س = ٩ ٢ص + س = ٤	هـ) (٦، −٤) المناظر
أبو الريحان البيروني	ص = ٤ + ٢س ٦س − ٣ص = ١٢	و) (٤،−٢) تحفة النظار في غرائب الأمصار وعجائب الأسفار
أحمد بن ماجد	٣س − ٢ص = −٥ ٣ص − ٤س = ٨	ز) (−٣،٠) نزهة المشتاق في اختراق الآفاق
أبو نصر الفارابي	٣س − ص = ١٢ ص − ٣س = ١٥	م) (٢، −٣) البخلاء

ر) لا يوجد حل. إحصاء العلوم والتعريف بأغراضها

ط) عدد لا نهائي من الحلول. الآثار الباقية عن القرون الخالية

كتاب التمارين (٢٧) — دون ضمن فوق

٥ - ٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

حل كل نظام فيما يأتي بالحذف:

١) ٢ س − ص = − ١
٢) ٥ س − ٢ ص = − ١٠
٣) ٧ س + ٤ ص = − ٤
٣ س − ٢ ص = ١ (−٣،−٥)
٣ س + ٦ ص = ٦٦ (١٠،٢)
٥ س + ٨ ص = ٢٨ (٦،−٤)
٤) ٢ س − ٤ ص = − ٢٢
٥) ٣ س + ٢ ص = − ٩
٦) ٤ س − ٢ ص = ٣٢
٣ س + ٣ ص = ٣٠ (٧،٣)
٥ س − ٣ ص = ٤ (−١،−٣)
−٣ س − ٥ ص = − ١١ (٧،−٢)
٧) ٣ س + ٤ ص = ٢٧
٨) ٠,٥ س + ٠,٥ ص = − ٢
٩) ٢ س − $\frac{٣}{٤}$ ص = − ٧
٥ س − ٣ ص = ١٦ (٣،٥)
س − ٠,٢٥ ص = ٦ (٤،−٨)
س + $\frac{١}{٢}$ ص = ٠ (−٢،٤)
١٠) ٦ س − ٣ ص = ٢١
١١) ٣ س + ٢ ص = ١١
١٢) − ٣ س + ٢ ص = − ١٥
٢ س + ٢ ص = ٢٢ (٥،٦)
٢ س + ٦ ص = − ٢ (٢−،٥)
٢ س − ٤ ص = ٢٦ (١−،٦)

١٣) عددان، مجموعهما ١، وثمانية أمثال أحدهما مضافًا إلى خمسة أمثال الآخر يساوي − ١٣، فما العددان؟ ٦ ،− ٧

١٤) عددان؛ مثلّا أولهما مضافًا إلى ثلاثة أمثال الثاني يساوي ٤، وثلاثة أمثال الأول مضافًا إلى أربعة أمثال الثاني يساوي ٧، فما العددان؟ ٥ ،− ٢

١٥) **استثمارات:** استثمر محمد ١٠٠٠٠ ريال في مشروعين، وزاد المبلغ المستثمر في أحدهما بنسبة ٦ ٪، والمبلغ الآخر بنسبة ٩ ٪، فإذا كانت قيمة الزيادة الكلية ٨٤ ريالًا، فما المبلغ المستثمر في كلا المشروعين؟ ٧٢٠٠ ريال في المشروع الأول، ٢٨٠٠ ريال في المشروع الثاني

١٦) **نظرية الأعداد:** ما العدد الذي يتكون من رقمين مجموعهما يساوي ١١، ويزيد العدد الناتج عن عكس رقميه على العدد الأصلي بمقدار ٤٥؟ ٣٨

ملحوظات المعلم

١ التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس ٥ ـ ٥

حل نظام من معادلتين باستعمال التعويض والحذف.

الدرس ٥ ـ ٥

تحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين.

حل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية.

ما بعد الدرس ٥ ـ ٥

ضرب وحيدة حد في أخرى.

٢ التدريس

أسئلة البناء

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ثم اسأل:

- ماذا يمثل كل من المتغيرين س، ص في المسألة؟ يمثل المتغير ص المسافة التي قطعها أحمد في طوافه حول الكعبة، ويمثل المتغير س المسافة التي قطعها في سعيه بين الصفا والمروة.
- ما الطريقة التي يمكنك استعمالها لحل النظام؟ التعويض أو الحذف.

تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

فيما سبق

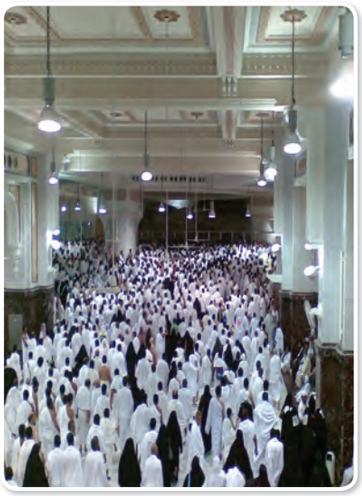
درست حل نظام من معادلتين بالتعويض أو بالحذف.

والآن

- أحدد أفضل الطرق لحل نظام من معادلتين.
- أحل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية.

obeikaneducation.com

لماذا؟



قطع أحمد في طوافه حول الكعبة وسعيه بين الصفا والمروة أثناء أدائه العمرة مسافة ٣١٠٠ مترًا تقريبًا، وكانت مسافة طوافه كاملة مساوية لمسافة أحد أشواط السعي.

يعبر عن المسافة التي قطعها أحمد في طوافه وسعيه بالمعادلة: س + ص = ٣١٠٠، ويعبر عن العلاقة بين مسافة الطواف ومسافة السعي بالمعادلة ص = $\frac{١}{٧}$ س حيث س تمثل مسافة السعي، ص مسافة الطواف.

يمكنك حل هذا النظام لإيجاد المسافة التي قطعها في كل من السعي، والطواف.

تحديد أفضل طريقة: تعلمت سابقًا خمس طرائق لحل أنظمة المعادلات الخطية، والجدول أدناه يبين أفضل حالة لاستعمال كل منها.

مفهوم أساسي حل نظام مكون من معادلتين خطيتين

أضف إلى مطويتك

الطريقة	أفضل حالة لاستعمالها
التمثيل البياني	لتقدير الحلول؛ فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلًّا دقيقًا.
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو −١.
الحذف باستعمال الجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوسًا جمعيًّا للآخر.
الحذف باستعمال الطرح	إذا كان معاملا أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين.
الحذف باستعمال الضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات (١) أو (−١)، وليس من السهل التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما.

تعد طريقتا التعويض والحذف من الطرائق الجبرية لحل أنظمة المعادلات، والطريقة الجبرية عادة تعد أفضل الطرق للحصول على إجابة دقيقة. أما التمثيل البياني باستعمال التقنيات أو بدونها فمناسب لتقدير الحل.

مصادر الدرس ٥ ـ ٥

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (١٦٨)	• تنويع التعليم، ص (١٦٨ ، ١٦٩)	• تنويع التعليم، ص (١٦٩)
كتاب التمارين	ص (٢٨)	ص (٢٨)	ص (٢٨)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (٢٢) • تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • كتاب التمارين، ص (٢٨)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • كتاب التمارين، ص (٢٨)	• تدريبات حل المسألة، ص (٢٤) • التدريبات الإثرائية، ص (٢٥) • كتاب التمارين، ص (٢٨)

مثال ١ اختيار أفضل طريقة

حدد أفضل طريقة لحل النظام الآتي، ثم حله:

٤س – ٤ص = ٨

–٨س + ص = ١٩

افهم: لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، انظر إلى معاملي كل حد.

خطط: بما أن معاملَيْ كل من المتغيرين س، ص في المعادلتين ليسا متساويين أو متعاكسين، إذن لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين، وبما أن معامل ص في المعادلة الثانية هو (١) إذن يمكنك استعمال التعويض.

حل: حل المعادلة الثانية بالنسبة إلى ص أولًا.

–٨س + ص = ١٩	المعادلة الثانية
–٨س + ص + ٨س = ١٩ + ٨س	أضف ٨ س إلى كلا الطرفين.
ص = ١٩ + ٨س	بسّط.

والآن، عوض عن المتغير ص في المعادلة الأولى بـ ١٩+٨س.

٤س – ٤ص = ٨	المعادلة الأولى
٤س – ٤(١٩ + ٨س) = ٨	عوّض
٤س – ٧٦ – ٣٢س = ٨	خاصية التوزيع
–٢٨س – ٧٦ = ٨	بسّط.
–٢٨س – ٧٦ + ٧٦ = ٨ + ٧٦	أضف ٧٦ إلى كلا الطرفين
–٢٨س = ٨٤	بسّط
$\frac{-٢٨س}{-٢٨} = \frac{٨٤}{-٢٨}$	اقسم كلا الطرفين على –٢٨
س = –٣	بسّط

والآن عوض عن المتغير س في المعادلة الثانية بـ –٣

–٨س + ص = ١٩	المعادلة الثانية
–٨(–٣) + ص = ١٩	س = –٣
ص = –٥	بسّط

فيكون حل هذا النظام هو (–٣، –٥).

تحقق: استعمل الحاسبة البيانية TI – nspire للتحقق من صحة الحل، وإن كانت طريقتك الجبرية في الحل صحيحة، فإن التمثيل البياني للمعادلتين سيتقاطع في النقطة (–٣، –٥).

تحقق من فهمك

أ) ٥س + ٧ص = ٢ ، –٢س + ٧ص = ٩ — الحذف بالطرح؛ (١، –١)

ب) ٣س – ٤ص = –١٠ ، ٥س + ٨ص = –٢ — الحذف بالضرب؛ (–٢، ١)

جـ) س – ص = ٩ ، ٧س + ص = ٧ — الحذف بالجمع؛ (٢، –٧)

د) ٥س – ص = ١٧ ، ٣س + ٢ص = ٥ — الحذف بالتعويض؛ (٣، –٢)

إرشادات للدراسة

طريقة بديلة

يمكن حل النظام في المثال (١)؛ بالحذف باستعمال الضرب، وذلك بضرب المعادلة الأولى في (٢)، ثم جمع المعادلتين لحذف المتغير س.

تحديد الطريقة الأفضل

المثال ١ يبين كيفية تحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

١ حدد أفضل طريقة لحل النظام الآتي ثم حله:

٢ س + ٣ ص = ٢٣

٤ س + ٢ص = ٣٤

أفضل طريقة هي الحذف باستعمال الضرب، والحل هو (٧ ، ٣).

إرشادات للمعلم الجديد

تبرير: شجع الطلاب على أخذ الوقت الكافي للتخطيط لحل المسألة قبل البدء بعملية الحسابات، وبين لهم أن هذا الوقت يساعدهم على التبصر في المسألة واختيار الطريقة الفضلى.

التعليم باستعمال التقنيات

الكاميرا الرقمية: اطلب إلى الطلاب إيجاد سعة بطاقة الذاكرة في الكاميرا الرقمية الخاصة بهم، وسعة ملف الصور في كل كاميرا. استعمل هذه المعلومات لإنشاء مثال صفي، فمثلاً، إذا كان سعة ملف الصور ٢ ميغابايت أو ٣ ميغابايت، وسعة بطاقة الذاكرة ٦٤ ميغابايت، فاطلب إليهم إيجاد عدد كل نوع من أنواع الصور التي يمكن التقاطها للحصول على عدد كلي يساوي ٣٠ صورة، لتصبح بطاقة الذاكرة ممتلئة.

المحتوى الرياضي

اختيار أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين: يمكن حل نظام من معادلتين بالتمثيل البياني أو الحذف أو التعويض، ويستعمل التمثيل البياني للحصول على حل تقريبي وتوفير صورة مرئية عن المسألة، ويستعمل الحذف أو التعويض لإيجاد الحل الدقيق، حيث يستعمل التعويض إذا كان معاملا أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين (١) أو (– ١)، ويستعمل الحذف باستعمال الجمع إذا كان معاملا أحد المتغيرين متعاكسين، ويستعمل الحذف باستعمال الطرح إذا كان معاملا أحد المتغيرين متساويين، والحذف باستعمال الضرب في جميع الحالات الأخرى.

تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

المثال ٢ يبين طريقة حل مسألة من واقع الحياة بكتابة نظام من معادلتين وحله.

مثال إضافي

٢ اتصالات: قدمت إحدى شركات الاتصالات عرضين للهاتف المحمول: الأول، ٤٥ ريالًا رسم شهري، وسعر المكالمة ٠,٢٥ ريال لكل دقيقة، والثاني، ٣٥ ريالًا رسم شهري، وسعر المكالمة ٠,٣٠ ريال لكل دقيقة. بعد كم دقيقة تتساوى تكلفة العرضين؟

ليكن س = عدد الدقائق.

ص = التكلفة الكلية

ص = ٤٥ + ٠,٢٥ س

ص = ٣٥ + ٠,٣٠ س

الحل (٢٠٠، ٩٥)، وهذا يعني أن تكلفة العرضين تكون متساوية ٩٥ ريالاً عندما يكون إجمالي زمن المكالمات في كل منهما ٢٠٠ دقيقة.

تطبيق أنظمة المعادلات الخطية: من الضروري تفسير كل حل في سياق الموقف الذي تعرضه المسألة، عند تطبيق أنظمة المعادلات الخطية في المسائل.

مثال ٢ من واقع الحياة: تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

بطاريق: هناك ١٧ نوعًا من البطاريق في العالم، أكبرها البطريق الإمبراطور، وأصغرها بطريق جالاباجوس ، ويبلغ مجموع طولي هذين النوعين ١٦٩ سنتمترًا، ويزيد طول بطريق الإمبراطور على مثلي طول بطريق جالاباجوس بمقدار ٢٢ سنتمترًا. أوجد طول كل منهما.

يعبر عن الطول الكلي للنوعين بالمعادلة جـ +ق = ١٦٩؛ حيث جـ طول البطريق الإمبراطور، ق طول بطريق جالاباجوس، والآن اكتب معادلة تمثل طول البطريق الإمبراطور.

التعبير اللفظي	طول بطريق الإمبراطور	=	٢٢ سم	زيادة على	مثلي طول جالاباجوس	
المتغيرات	ليكن جـ= طول الإمبراطور، ق= طول جالاباجوس					
المعادلة	جـ	=	٢٢	+	٢ ق	

أولاً: أعد كتابة المعادلة الثانية:

جـ = ٢٢ + ٢ق	المعادلة الثانية
جـ – ٢ق = ٢٢	اطرح ٢ق من كلا الطرفين

والآن، يمكنك استعمال الحذف بالطرح لحل نظام المعادلتين.

جـ + ق = ١٦٩	المعادلة الأولى
(–) جـ – ٢ق = ٢٢	اطرح المعادلة الثانية
٣ق = ١٤٧	احذف جـ.
$\frac{٣ق}{٣} = \frac{١٤٧}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣
ق = ٤٩	بسّط

والآن، عوض عن ق بـ ٤٩ في إحدى المعادلتين.

جـ = ٢٢ + ٢ق	المعادلة الثانية
= ٢٢ + ٢(٤٩)	ق = ٤٩
= ١٢٠	بسّط.

وبذلك يكون طول البطريق الإمبراطور ١٢٠ سم، وطول البطريق جالاباجوس ٤٩ سم.

هل هذا الحل منطقي في سياق المسألة؟

تحقق من ذلك وفق المعطيات، مجموع طولي النوعين = ١٢٠+ ٤٩= ١٦٩ سم، ٢٢+ ٢ (٤٩)= ١٢٠ سم.

الربط مع الحياة

هنالك أربعة أنواع من البطاريق ضمن القائمة المعرضة لخطر الانقراض، وهي التي تعيش بالقرب من المناطق المعمورة.

تحقق من فهمك

٢) تطوع: تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع؛ اكتب نظامًا من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوعًا يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساويًا. ص = ٥٠ + ٣س، ص = ٥س، ٢٥ أسبوعًا

تنويع التعليم:

دون ضمن

إذا واجه بعض الطلاب صعوبة في كتابة المعادلات اللازمة لنظام المعادلات في مسألة من واقع الحياة،

فقم بتزويدهم بالخطوات الآتية لمساعدتهم على الاستكشاف والتخطيط والحل والتحقق:

- حدد المسألة.
- سمِّ المتغيرات التي تستعمل للأشياء غير المعلومة.
- حوّل شروط المسألة إلى معادلتين.
- حلّ النظام باستعمال أفضل طريقة.
- حلّل الحل وفسره في سياق المسألة.

تأكد

مثال ١

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي ، ثمّ حلّه:

١) ٢س + ٣ص = −١١ ٢) ٣س + ٤ص = ١١ ٣) ٣س − ٤ص = −٥ ٤) ٣س + ٧ص = ٤

−٨س − ٥ص = ٩ ٢س + ص = −١ −٣س + ٢ص = ٣ ٥س − ٧ص = −١٢

مثال ٢

١) الحذف بالضرب؛ (٢، −٥)
٢) بالتعويض؛ (−٣، ٥)
٣) الحذف بالجمع ؛ $(-\frac{١}{٣}، ١)$
٤) الحذف بالجمع ؛ (−١، ١)

٥) **تسوّق:** اشترى عبدالله ٤ كراسات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالًا، واشترى عبدالرحمن كراسة وحقيبتين بمبلغ ٩٤ ريالاً.

أ) اكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف. انظر الهامش

ب) حدد أفضل طريقة لحل هذا النظام. بالتعويض

جـ) حل النظام. ثمن الكراسة ١٦ ريالاً وثمن الحقيبة ٣٩ ريالاً.

تدرب وحل المسائل

مثال ١

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه: ٦−٨. انظر الهامش

٦) ٣س − ٤ص = −٥ ٧) ٥س + ٨ص = ١ ٨) ص + ٤س = ٣

−٣س − ٦ص = −٥ −٢س + ٨ص = −٦ ص = −٤س − ١

مثال ٢

٩) س + ص = ٧٢٠
س = ٣ ص − ٨٠
(٥٢٠ ، ٢٠٠)

٩) **سكان:** بلغ مجموع عدد سكان محافظتي خميس مشيط وبيشة (في العام ١٤٣١هـ) نحو ٧٢٠ ألفًا، فإذا علمت أن عدد سكان خميس مشيط يقل بمقدار ٨٠ ألفًا عن ثلاثة أمثال عدد سكان بيشة، فاكتب نظامًا من معادلتين وحله لإيجاد عدد سكان كل محافظة منهما.

١٠) **آثار:** تبلغ مجموع مساحتي قصر ابن شعلان في القريات وقصر صاهود في الأحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع، أوجد مساحة كل قصر منهما. انظر الهامش

١١) تعرف نقطة التعادل بأنها النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع المصاريف، فإذا دفعت دار النشر ١٣٢٠٠ ريال لإعداد كتاب و٢٥ ريالًا تكاليف طباعة النسخة الواحدة، فما عدد النسخ التي يتعين بيعها لتخطي نقطة التعادل، علمًا أنها تبيع النسخة الواحدة بمبلغ ٤٠ ريالًا؟ فسر إجابتك. انظر الهامش

١٢) **تدوير:** يقوم محمد وصالح بتجميع الورق والبلاستيك المستعمل وبيعه من أجل تدويره كما في الجدول المقابل، وحصل محمد على ٣٣ ريالًا، وصالح على ٥٠ ريالًا مقابل ذلك.

المادة	الوزن المدور (كجم)	
	محمد	صالح
البلاستيك	٩	٩
الورق	٣٠	١١٥

أ) عين المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين خطيتين لهذا الموقف. انظر الهامش

ب) ما سعر الكيلوجرام الواحد من البلاستيك؟ ٣ريالات

الربط مع الحياة

تعد المكتبات مراكز إشعاع معرفي، ومرافق مهمة للمعلومات تنتقي مصادرها وتنظمها وتتيحها لطالبها؛ سواء للدراسة، أو للبحث، أو للثقافة العامة.

١٣) **مكتبات:** تقدم إحدى المكتبات عرضًا؛ فتبيع الكتاب ذا الغلاف المقوى والمجلد بـ ٤٠ ريالًا والكتاب غير المجلد بـ ٣٠ ريالًا، فإذا دفع عبد الحكيم ٢٩٠ ريالًا ثمنًا لـ٨ كتب، فما عدد الكتب المجلدة التي اشتراها؟ ٥ كتب

١٤) **قيادة سيارات:** قاد أشرف سيارته مسافة ٩٠ كيلو مترًا وكان معدل سرعة السيارة (ر) كلم في الساعة، وفي رحلة العودة زادت حركة السيارات، فأصبحت سرعة السيارة $(\frac{٣}{٤}$ ر) كلم في الساعة، فإذا استغرقت الرحلة كاملة ساعة و٤٥ دقيقة، فأوجد معدل سرعة السيارة في كل من رحلتي الذهاب والإياب؟

١٤) الذهاب ١٢٠ كلم/ س، الإياب ٩٠ كلم/ س

٣ التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة ١ − ٥ للتأكد من فهم الطلاب.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تنبيه!

تجنب الأخطاء: لا يفهم الطلاب عادة ماذا تعني إجاباتهم أو حلولهم في سياق المسألة المعطاة؛ لذا أكد عليهم ضرورة العودة إلى المسألة وقراءتها مرة أخرى للتأكد من أنهم قد أجابوا عن سؤالها، ومن المفيد أيضًا أن يعطوا إجاباتهم عن المسألة الحياتية في جملة لفظية.

إجابات:

٥ أ) ك=ثمن الكراس، ح=ثمن الحقيبة،
٤ك + ٣ ح = ١٨١،
ك + ٢ ح = ٩٤ .

٦) الحذف بالجمع؛ $(-\frac{١}{٣}، ١)$.

٧) الحذف بالطرح؛ $(١، -\frac{١}{٢})$.

٨) بالتعويض؛ لا يوجد حل.

١٠) قصر الصاهود ١٠٠٠٠ متر مربع، قصر ابن شعلان ٣٠٠٠ مترمربع .

١١) ٨٨٠ نسخة؛ إذا بيعت هذه النسخ سيكون الدخل والمصاريف مساويًا ٣٥٢٠٠ ريال.

١٢ أ) افترض س = ثمن كيلوجرام البلاستيك، ص = ثمن كيلو جرام الورق
٩س + ٣٠ص = ٣٣٠،
٩س + ١١٥ص = ٥٠

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	٦−١١ ، ١٥−١٦ ، ١٨−٢٩
ضمن ضمن المتوسط	٧−١١ فردي ، ١٢−١٦ ، ١٨−٢٩
فوق فوق المتوسط	١٢−٢٩

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اطلب إلى الطلاب أن يكتب كل واحدٍ منهم مسألة من واقع الحياة، يمكن حلها باستعمال نظام من معادلتين خطيتين، وذلك سيساعد كل الطلاب على فهم واستيعاب مفهوم النظام المكون من معادلتين خطيتين.

٤ التقويم

تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا كيف ساعد المفهوم السابق على فهم المفهوم الحالي.

الاختبار القصير ٤، ص (٨٨)

إجابات:

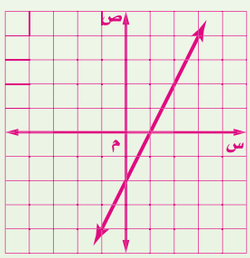
١٥) إجابة ممكنة: س + ص = ١٥، ٣ س + ٢ ص = ٣٥ ، س يمثل ثمن تذكرة طفل لمدينة ألعاب، ص يمثل تذكرة الشخص الكبير. يمكن استعمال التعويض لحل النظام.
(٥، ١٠) يعني أن ثمن تذكرة الطفل ٥ ريالات، وتذكرة الشخص الكبير ١٠ ريالات.

١٨) إجابة ممكنة: هل يمكن أن تكون هناك طريقة أخرى أفضل إذا كانت إحدى المعادلتين على الصورة ص = م س + ب؟

٢٠) إجابة ممكنة: تفضل طريقة التمثيل البياني في معرفة عدد الحلول الممكنة للنظام وإيجاد حل تقريبي، أما الطرق الجبرية فتوفر حلًّا دقيقًا.

٢٦) $-١ \geq س \geq ٥$

٢٩)



مسائل مهارات التفكير العليا

١٥) **مسألة مفتوحة:** كوّن نظامًا من معادلتين يمثّل موقفًا في الحياة، وصف الطريقة التي تستعملها لحل هذا النظام، ثم حله وفسّر معناه. انظر الهامش

١٦) **تبرير:** في نظام من معادلتين إذا كان س يمثل الزمن المستغرق في قيادة دراجة هوائية، ص تمثل المسافة المقطوعة ، وحل النظام هو (−١، ٧)، فاستعمل هذه المسألة لمناقشة أهمية تحليل الحل وتفسيره في سياق المسألة.

١٧) **تحدٍّ:** حل نظام المعادلتين الآتي باستعمال ثلاث طرائق مختلفة، ووضح خطوات الحل:

٤س + ص = ١٣ انظر ملحق الإجابات
٦س − ص = ٧

١٦) إجابة ممكنة: عليك أن تتحقق دائمًا من الإجابة للتأكد من أنها منطقية في سياق المسألة الأصلية وإلا فإنها تكون غير صحيحة. فالحل (−١، ٧) غير صحيح؛ لأن الوقت لا يمكن أن يكون سالبًا؛ لذا يجب إعادة الحل.

١٨) **اكتب سؤالاً:** يدّعي أحد الطلاب بأن الحذف هو أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات، اكتب سؤالًا تبين فيه خطأ هذا الادّعاء. انظر الهامش

١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

ص = س + ١ ص = ٣س	ص = س − ٤ $ص = \frac{٢}{س}$	−س + ص = ٠ ٥س = ٢ص	س − ص = ٣ $س + \frac{١}{٣}ص = ١$

١٩) النظام ص = س − ٤ ، $ص = \frac{٢}{س}$؛ لأنه الوحيد الذي لا يمثل نظامًا من معادلتين خطيتين.

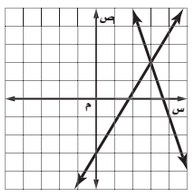
٢٠) **اكتب:** وضح متى يكون التمثيل البياني أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، ومتى تكون الطريقة الجبرية أفضل؟ انظر الهامش

تدريب على اختبار

٢١) إذا كان ٥س+٣ص= ١٢، ٤س−٥ص= ١٧ . فما قيمة ص؟ أ

أ) −١ ب) ٣ جـ) (−١، ٣) د) (٣، −١)

٢٢) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثل الشكل المجاور حلًّا له؟ أ



أ) ص= −٣س+١١
٣ص= ٥س−٩

ب) ص= −٣س+١١
٢ص= ٤س−٥

جـ) ص= ٥س−١٥
٢ص= س+٧

د) ص= ٥س−١٥
٣ص= ٢س+١٨

مراجعة تراكمية

حل كل نظام فيما يأتي مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٤)

٢٣) س + ص = ٣
٣س − ٤ص = −١٢ (٠، ٣)

٢٤) −٤س + ٢ص = ٠
٢س − ٣ص = ١٦ (−٤، −٨)

٢٥) ٤س + ٢ص = ١٠
٥س − ٣ص = ٧ (٢، ١)

٢٦) حل المتباينة: | س−٢ | ≥ ٣. (الدرس ٤-٥) انظر الهامش

حل كل معادلة فيما يأتي: (الدرس ١-٣)

٢٧) ٥ = ٤ت − ٧ ٣

٢٨) −٣س + ١٠ = ١٩ −٣

٢٩) حل المعادلة: ٢س + ٤ = ٦ بيانيًّا. (الدرس ٢-٤) انظر الهامش

مصادر المعلم للأنشطة الصفيّة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس ٥ - ٥

دون المتوسط — ضمن المتوسط — فوق فوق المتوسط

تدريبات إعادة التعليم (٢٢) — دون

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٥ تدريبات إعادة التعليم

تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

اختيار أفضل طريقة: تعلمت سابقًا خمس طرائق لحل أنظمة المعادلات الخطية: التمثيل البياني، التعويض، الحذف باستعمال الجمع، الحذف باستعمال الطرح، الحذف باستعمال الضرب. والطريقة الجيدة تُعدُّ أفضل الطرائق للحصول على إجابة دقيقة.

مثال اشترى محمد ٣ شطائر وقطعة حلوى بمبلغ ١٤ ريالاً، واشترى محسن شطيرتين وقطعة حلوى بمبلغ ١٠ ريالات. فإذا أنفق كل منهما المبلغ نفسه ثمنًا لكل شطيرة، والمبلغ نفسه ثمنًا لكل قطعة حلوى، فإنه يمكنك التعبير عن هذا الموقف بنظام المعادلات الآتي. حدّد أفضل طريقة لحل هذا النظام، ثم حُلّه.

٣س + ص = ١٤

٢س + ص = ١٠

- بما أنّ معاملَيْ كلٍّ من المتغيرين س، ص ليسا متعاكسين، فلا يمكنك استعمال طريقة الجمع لحذف أحد المتغيرين.
- بما أن معامل ص في كلتا المعادلتين ١، فيمكنك استعمال طريقة الطرح للحذف. ويمكنك استعمال طريقة التعويض أو طريقة الضرب للحذف أيضًا.

يستعمل الحل الآتي طريقة الطرح لحذف أحد المتغيرين.

٣س + ص = ١٤	اكتب المعادلتين رأسيًا، ثم اطرح
(+) −٢س − ص = − ١٠	حذف المتغير ص
س = ٤	بسّط
٣(٤) + ص = ١٤	عوّض عن س بـ ٤ في المعادلة الأولى
ص = ٢	بسّط

لذا ثمن الشطيرة ٤ ريالات، وثمن قطعة الحلوى ريالان.

تمارين

حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حُلّه:

١) ٥ص + ٣س = ١٦
٣س − ٥ص = − ٤
الحذف (×)؛ (٢،٢)

٢) ٣س − ٥ص = ٧
٢س + ٥ص = ١٣
الحذف (+)؛ (١،٤)

٣) ص + ٣س = ٢٤
٥س − ص = ٨
الحذف (+)؛ (٤، ١٢)

٤) −١١س − ١٠ص = ١٧
٥س − ٧ص = ٥٠
الحذف (×)؛ (٢، −٥)

تدريبات حل المسألة (٢٤) — دون ضمن فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٥ تدريبات حل المسألة

تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

١) **نقود:** يحتفظ أنس منذ زمن بـ ٩٤ قطعة نقدية من فئة ١٠ هللات وفئة ٢٥ هللة. فإذا كانت القيمة الكلية لهذه القطع ١٩,٣٠ ريالاً، فما عدد القطع النقدية من كل فئة؟

٢٨ قطعة من فئة ١٠ هللات؛ ٦٦ قطعة من فئة ٢٥ هللة

٢) **كيمياء:** ما عدد اللترات التي يتعيّن مزجها من محلول حامضي تركيزه ١٥٪ مع محلول حامضي تركيزه ٣٣٪ للحصول على ٢٠ لترًا من محلول حامضي تركيزه ٢١٪؟

تركيز المحلول	كمية المحلول (لتر)	كمية الحمض (لتر)
١٥٪	س	
٣٣٪	ص	
٢١٪	٤٠	

$\frac{2}{3}$ ٣٦ لترًا من محلول ١٥٪، $\frac{1}{3}$ ١٢ لترًا من محلول ٣٣٪

٣) **تسوق:** ذهبت عائكة وسامية للتسوق في إحدى البقّالات. اشترت كل منهما بطاطس وبصلًا. بيّن الجدول أدناه عدد الكيلوجرامات التي اشترتها كل منهما والمبلغ الذي أنفقته مقابل ذلك.

	بطاطس	بصل	المبلغ (بالريالات)
عائكة	٨	٧	١٨,٦٥
سامية	٢	١٠	١٢,٥

ما سعر شراء الكيلوجرام الواحد لكل من البطاطس والبصل؟ **البطاطس: ١,٥ ريال لكل كيلوجرام**
البصل: ٠,٩٥ ريال لكل كيلوجرام

٤) **تسوق:** قدّم محلّان تجاريان خصمين مختلفين لبيع الحقائب التي كانت تباع الواحدة منها بـ ٢٠ ريالًا قبل الخصم في كلا المحلّين. افترض أنّ المحل الأول قدّم خصمًا مئويًا مقداره س، وأنّ المحل الثاني قدّم خصمًا نقديًا مقداره ص ريالًا. دفع علاء ٦٣ ريالًا ثمنًا لـ ٣ حقائب من المحل الأول وحقيبة واحدة من المحل الثاني، ودفع ناصر ١٤٠ ريالًا ثمنًا لخمس حقائب من المحل الأول وَ ٤ حقائب من المحل الثاني. أوجد مقدار الخصم في كل محلّ.

المحل الأول ٢٠٪
المحل الثاني ٥ ريالات

٥) **سفر:** غادر قارب أحد الموانئ الساعة ٩ صباحًا بسرعة ١٠ أميال في الساعة ثم غادر قارب آخر الميناء نفسه الساعة ١,٣٠ ظهرًا بسرعة ٢٥ ميلًا في الساعة، وقطع كلاهما ١٠٠ ميل عند وصولهما إلى ميناء مجاور.

أ) ما المسافة التي قطعها القارب الثاني قبل لحاقه بالقارب الأول؟

٧٥ ميلًا

ب) أيّ القاربين يصل الميناء المجاور أوّلًا؟ وفي أي ساعة؟

القارب الثاني يصل أولًا؛ وفي الساعة ٥:٣٠ مساء اليوم نفسه.

التدريبات الإثرائية (٢٥) — فوق

الاسم _____ التاريخ _____

٥-٥ التدريبات الإثرائية

قاعدة كرامر

قاعدة كرامر طريقة لحل نظام من المعادلات. يمكنك استعمال هذه القاعدة بتكوين مصفوفة لتمثيل المعادلات. والمصفوفة هي طريقة لتنظيم البيانات.

مثال حُلّ نظام المعادلات الآتي مستعملًا قاعدة كرامر:

٢س + ٣ص = ١٣

س + ص = ٥

الخطوة ١، كوّن مصفوفة لتمثيل معاملات س، ص.

$أ = \begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} \\ ٢ & ٣ \\ ١ & ١ \end{vmatrix}$

الخطوة ٢، أوجد محدّد المصفوفة أ.

إذا كانت المصفوفة $أ = \begin{vmatrix} ب & جـ \\ د & هـ \end{vmatrix}$ فإن محدّدها يساوي ب هـ − جـ د

محدّد أ = ٢(١) − ١(٣) = −١

الخطوة ٣، عوض عن معاملات س في العمود الأول في المصفوفة أ بالحدين الثابتين ١٣، ٥، ثم أوجد محدّد المصفوفة الجديدة أ.

$أ_س = \begin{vmatrix} ١٣ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{vmatrix}$، ومحدّدها = ١٣(١) − ٥(٣) = −٢

الخطوة ٤، $س = \frac{\text{محدّد } أ_س}{\text{محدّد } أ} = \frac{-٢}{-١} = ٢$

الخطوة ٥، كرّر العملية نفسها لإيجاد قيمة ص. عوض عن معاملات ص في العمود الثاني في المصفوفة أ بالحدين الثابتين ١٣، ٥، ثم أوجد محدّد المصفوفة الجديدة $أ_ص$.

$أ_ص = \begin{vmatrix} ٢ & ١٣ \\ ١ & ٥ \end{vmatrix}$، ومحدّدها $أ_ص$ = ٢(٥) − ١(١٣) = −٣، ص = $\frac{\text{محدّد } أ_ص}{\text{محدّد } أ} = \frac{-٣}{-١} = ٣$.

لذا الحل هو (٢، ٣)

حُلّ نظام المعادلات الآتي مستعملًا قاعدة كرامر:

١) ٢س + ص = ١ (١،٠)
٢) س + ص = ٤ (٢،٢)
٣) س − ص = ٤ (٢،٦)
٣س + ٥ص = ٥
٢س − ٣ص = −٢
٣س − ٥ص = ٨

كتاب التمارين (٢٨) — دون ضمن فوق

٥ - ٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

١) ١,٥ س − ١,٩ ص = − ٢٩
س − ٠,٩ − ص = ٤,٥
التعويض؛ (٦٣، ٦٥)

٢) ١,٢ س − ٠,٨ ص = − ٦
٤,٨ س + ٢,٤ ص = ٦٠
الحذف بالضرب؛ (٥، ١٥)

٣) ١٨ س − ١٦ ص = − ٣١٢
٧٨ س − ١٦ ص = ٤٠٨
الحذف بالطرح؛ (١٢، ٣٣)

٤) ١٤ س + ٧ ص = ٢١٧
١٤ س + ٣ ص = ١٨٩
الحذف بالطرح؛ (١٢، ٧)

٥) س = ٣,٦ ص + ٠,٧
٢ س + ٠,٢ ص = ٣٨,٤
التعويض؛ (١٨,٧، ٥)

٦) ٥,٣ س − ٤ ص = ٤٣,٥
س + ٧ ص = ٧٨
التعويض؛ (١٥، ٩)

٧) **كتب:** تحتوي مكتبة على ٢٠٠٠ كتاب، وبيلغ عدد الكتب غير الروائية منها ثلاثة أمثال الكتب الروائية. اكتب نظامًا من معادلتين وحله لإيجاد عدد كل من النوعين.

س + ص = ٢٠٠٠ ١٥٠٠ غير روائية، ٥٠٠ كتب روائية
س = ٣ ص

٨) **أندية مدرسية:** يبلغ عدد أعضاء نادي الحاسوب ١٦ عضوًا، ويشترك فيه عضو كل شهر، أمّا النادي العلمي فعدد أعضائه ٨، ويشترك فيه عضوان كل شهر.
اكتب نظامًا من معادلتين وحلّه، لتحدد متى يصبح عدد الأعضاء في كلا النادين متساويًا. ص = ١٦ + س
ص = ٨ + ٢ س، ٨ أشهر

٩) يبيع راشد وسمير صنفين من الأدوات المكتبية بالسعر نفسه لكل صنف حسب الجدول المجاور.
فإذا باع راشد بمبلغ ٧٢ ريالًا، وسمير بمبلغ ١٠٠ ريال، فأجب عما يأتي:

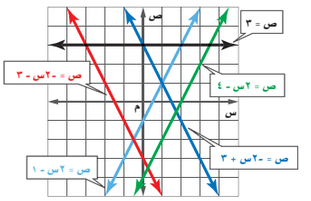
المواد	المبيع	
	راشد	سمير
كراسة	١٦	٢٠
مقلمة	٤	٦

أ) عيّن المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.
ليكن س = ثمن الكراسة، ص = ثمن المقلمة.
١٦ س + ٤ ص = ٧٢
٢٠ س + ٦ ص = ١٠٠

ب) ما ثمن الكراسة؟ ريالان

ملحوظات المعلم

مستعملًا التمثيل البياني أدناه، حدد خصائص كل نظام فيما يأتي من حيث كونه متسقًا أم غير متسق، ومستقلًا أم غير مستقل:



١) ص = ٢س − ١ ، ص = −٢س + ٣ — متسق ومستقل

٢) ص = −٢س + ٣ ، ص = −٢س − ٣ — غير متسق

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وحدّد عدد حلوله، وإن كان له حل واحد فاكتبه: للتمثيل انظر ملحق الإجابات

٣) ص = ٢س

ص = ٦ − س حل واحد؛ (٢، ٤)

٤) س − ص = ٤

س + ص = ١٠ حل واحد؛ (٧، ٣)

٥) ٢س + ٣ص = ٤

٢س + ٣ص = −١ لايوجد حل

حل النظام الآتي بالتعويض:

٦) ص = س + ٨

٢س + ص = −١٠ (−٦، ٢)

حل كلًّا من النظامين الآتيين بالحذف:

٧) س + ص = ١٣

س − ص = ٥ (٩، ٤)

٨) ٣س + ٧ص = ٢

٣س − ٤ص = ١٣ (٣، −١)

٩) **اختيار من متعدد:** ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي؟ ب

٦س − ٤ص = ٦

−٦س + ٣ص = ٠

أ) (٦، ٥) جـ) (١، ٠)

ب) (−٣، −٦) د) (٤، −٨)

١٠) **تسوّق:** اشترى فيصل ٨ كتب ومجلات لأبنائه بقيمة ١٧٥ ريالًا. فإذا كان ثمن الكتاب ٢٥ ريالًا، وثمن المجلة ٢٠ ريالًا، فما عدد كل من الكتب والمجلات التي اشتراها؟ ٥ مجلات، ٣ كتب

١١) **حدائق:** لدى عبد الكريم ٤٢ مترًا من السياج لإحاطة حديقته، فإذا كانت مزرعته مستطيلة الشكل وطولها يساوي مثلي عرضها ناقص ٣ أمتار. عرّف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد طول الحديقة وعرضها، ثم حل النظام باستعمال التعويض.

٢ ل + ٢ ض = ٤٢ ؛ ل = ٣ض، ض = ٨م

ل − ٢ ض = −٣

١٢) **مجلّات:** اشترك أحمد في المجلتين الرياضية والعلمية، فإذا تلقى هذا العام ٢٤ نسخة من كلتا المجلتين، وكان عدد نسخ المجلة العلمية أقل من مثلي عدد نسخ المجلة الرياضية بمقدار ٦، فعرّف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد عدد المجلات من كل نوع.

عدد المجلات العلمية = ع

عدد المجلات الرياضية = ر

ع + ر = ٢٤، ع − ٢ ر = −٦،

ع = ١٤، ر = ١٠.

المعالجة

بناء على نتائج اختبار الفصل استعمل مخطط المعالجة في مراجعة المفاهيم التي لاتزال تشكل تحديًّا للطلاب.

التقويم التكويني

يمكنك استعمال اختبار الفصل والاختبار التراكمي للتحقق من تقدم الطلاب في تعلم مفاهيم الفصل.

مخطط المعالجة

المستوى ١	ضمن المتوسط	المستوى ٢	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب فيما لايزيد على ٢٥٪ من التمارين تقريبًا،	إذا	أخطأ بعض الطلاب في ٥٠٪ من التمارين تقريبًا،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	المصدر الآتي:
كتاب الطالب	الدروس ٥-١ إلى ٥-٥	زيارة الموقع	www.obeikaneducation.com
دليل المعلم	مشروع الفصل ص (١٤٠)		
زيارة الموقع	www.obeikaneducation.com		

تشخيص أخطاء الطلاب.

تفحص إجابات الطلاب على كل فقرة:
إذ قد تشير إجاباتهم إلى أخطاء شائعة وأخطاء مفاهيمية.

١) أ) سوء فهم لمفهوم الحلول الممكنة لنظام من معادلتين.
ب) سوء فهم لمفهوم الحلول الممكنة لنظام من معادلتين.
جـ) سوء فهم لمفهوم الحلول الممكنة لنظام من معادلتين.
د) الإجابة الصحيحة.

٢) أ) الإجابة الصحيحة.
ب) جمع حدود س والثوابت بصورة غير صحيحة.
جـ) جمع حدود ص بصورة غير صحيحة.
د) جمع الحدود الثابتة بصورة غير صحيحة .

٣) أ) قلب النتائج.
ب) سوء فهم لطريقة حل نظام من معادلتين.
جـ) جمع المعادلتين وقسمة الثابت على المعاملات.
د) الإجابة الصحيحة.

٤) أ) الإجابة الصحيحة.
ب) أخطأ في إشارة العدد٣.
جـ) أخطأ في اتجاه إشارة المتباينة، وإشارة العدد ٣.
د) أخطأ في اتجاه إشارة المتباينة.

٥) أ) جمع حدود (س) بصورة غير صحيحة.
ب) جمع حدود (ص) بصورة غير صحيحة.
جـ) جمع حدود (س) والثوابت بصورة غير صحيحة.
د) الإجابة الصحيحة.

٦) أ) أخطأ ولم يقسم على معامل س.
ب) أخطأ في الإشارة عند إضافة −٥ لكل طرف في المتباينة.
جـ) أخطأ فضرب في معامل س بدلًا من القسمة عليه.
د) الإجابة الصحيحة.

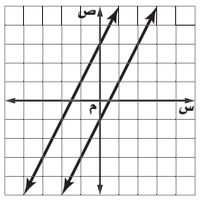
٧) أ) أخطأ ولم يضمّن طرفي المتباينة.
ب) الإجابة الصحيحة.
جـ) أخطأ في منطقة التمثيل البياني.
د) أخطأ فكتب عكس الإجابة الصحيحة تمامًا.

٨) أ) خطأ في التخمين أو الحساب.
ب) الإجابة الصحيحة.
جـ) خطأ في التخمين أو الحساب.
د) خطأ في التخمين أو الحساب.

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) أي المصطلحات الآتية يصف نظام المعادلتين الممثل بيانيًّا؟ د



أ) متسق
ب) متسق ومستقل
جـ) متسق وغير مستقل
د) غير متسق

٢) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي؟
ص=٤س−٧
٣س−٢ص=−١ أ

أ) (٣، ٥)
ب) (٤، −١)
جـ) (٥، −٢)
د) (−٦، ٢)

٣) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي؟ ب
٣س − ٨ص = −٥٠
٣س − ٥ص = −٣٨

أ) $\left(\frac{٥}{٨}، \frac{٣}{٢}\right)$
ب) (−٦، ٤)
جـ) $\left(-\frac{٢}{٧}، \frac{٤}{٩}\right)$
د) (٤، −٩)

٤) ماحل المتباينة: ٢س ≤ −٦ ؟ أ

أ) س ≤ −٣
ب) س ≤ ٣
جـ) س ≥ ٣
د) س ≥ −٣

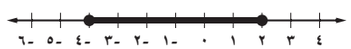
٥) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي؟ جـ
٣س + ٢ص = −٢
٢س − ٢ص = −١٨

أ) (١، ٣)
ب) (٧، −٤)
جـ) (−٤، ٥)
د) (−٢، −٣)

٦) ما حل المتباينة ٥ > ٢س + ٥ > ٧ ؟ د

أ) ٠ > س > ٢
ب) ٥ > س > ٦
جـ) ٠ > س > ٤
د) ٠ > س > ١

٧) ما متباينة القيمة المطلقة للتمثيل البياني التالي: ب



أ) |س+١| > ٣
ب) |س+١| ≥ ٣
جـ) |س+١| ≤ ٣
د) |س+١| < ٣

٨) مع أحمد وشقيقه ١٥ ريالًا يريدان أن يشتريا بها دفترين وعددًا من أقلام الرصاص، فإذا كان ثمن الدفتر ٦ ريالات وثمن قلم الرصاص ٠,٧٥ ريال. فما أكبر عدد ممكن من أقلام الرصاص يمكنهما شراؤه؟ ب

أ) ٣
ب) ٤
جـ) ٥
د) ٦

الفصل ٥ اختبار تراكمي (٢)

إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٩) خرج سعيد بسيارته في رحلة، وبعد أن توقف عند إحدى الإشارات وجد أن عليه أن يقطع ١٢ كيلو مترًا ليصبح ما قطعه مساويًا على الأقل لنصف المسافة الكلية البالغة ١٠٨ كيلومترات. فكم كيلو مترًا على الأقل يكون قد قطع عند توقفه عند الإشارة؟ على الأقل ٤٢ كيلومترًا

١٠) يقدم متجرٌ خصمًا قيمته ١٥ ريالًا على جميع السلع، فإذا أراد سالم شراء سلعة يتراوح ثمنها ما بين ٤٥ ريالًا إلى ٨٩ ريالًا، فكم يتوقع أن يدفع ثمنًا لها؟ ٣٠ ريالًا إلى ٧٤ ريالًا

١١) عددان مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٩.
فما العددان. ١٦، ٢٥

١٢) حل المتباينة ٢س ≤ ١٠، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

١٣) حل المتباينة |٣س−١| ≥ ٨، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

١٤) حل المتباينة ١ < ٢ك − ٥ ≤ ١٣، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

إجابة مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

١٥) **وجبات:** يبين الجدول أدناه ثمن وجبتي إفطار في أحد المطاعم.

الوجبة	الثمن (بالريال)
٣ شطائر ، علبتا عصير	١٣
٤ شطائر ، علبة عصير	١٤

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.
٣ش + ٢ع = ١٣
٤ش + ع = ١٤
ش = ثمن الشطيرة، ع = ثمن علبة العصير

ب) حل النظام الذي كتبته، وفسره في سياق المسألة.
ش = ٣ ، ع = ٢؛
ثمن الشطيرة = ٣ ريالات، وثمن علبة العصير = ٢ ريال

جـ) ما المبلغ الذي يدفعه شخص اشترى شطيرتين وعلبة عصير؟
٨ ريالاتٍ

للمساعدة ..															
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
فراجع الدرس ..	١-٥	٢-٥	٣-٥	٤-٢	٣-٥	٤-٤	٥-٤	٢-٥	٣-٤	٤-٤	٢-٥	٢-٤	٥-٤	٤-٤	٥-٥

التقويم التكويني:

يمكنك استعمال هاتين الصفحتين لتقويم مدى تقدم الطلاب.

الفصل الأول

الدرس ١-١، ص (١٤):

٤٥)

س	٣س + ٥	ص
-٢	٣(-٢) + ٥	-١
-١	٣(-١) + ٥	٢
٠	٣(٠) + ٥	٥
١	٣(١) + ٥	٨
٢	٣(٢) + ٥	١١

٤٦)

س	-٢س - ٣	ص
-٢	-٢(-٢) - ٣	١
-١	-٢(-١) - ٣	-١
٠	-٢(٠) - ٣	-٣
١	-٢(١) - ٣	-٥
٢	-٢(٢) - ٣	-٧

٤٧)

س	$\frac{١}{٢}$ س + ٢	ص
-٢	$\frac{١}{٢}$ (-٢) + ٢	١
-١	$\frac{١}{٢}$ (-١) + ٢	١,٥
٠	$\frac{١}{٢}$ (٠) + ٢	٢
١	$\frac{١}{٢}$ (١) + ٢	٢,٥
٢	$\frac{١}{٢}$ (٢) + ٢	٣

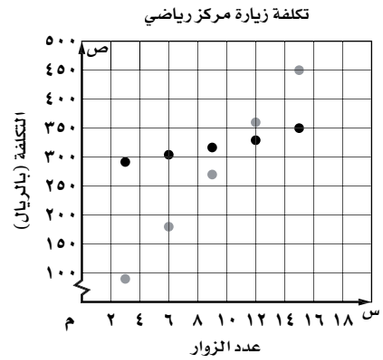
الدرس ١-٣، ص (٢٧):

٢٩أ) ٥س + ٢٧٥ = س (٦ + ١٥ + ٩)؛ ١١ زائرًا

٢٩ب)

عدد الزيارات	التكلفة للمشترك	التكلفة لغير المشترك
٣	٢٩٠	٩٠
٦	٣٠٥	١٨٠
٩	٣٢٠	٢٧٠
١٢	٣٣٥	٣٦٠
١٥	٣٥٠	٤٥٠

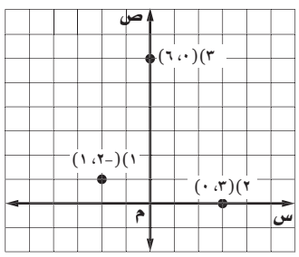
٢٩جـ)



كلتا الدالتين خطية. إذا كان عدد زيارات الشخص للمركز الرياضي أقل من ١١ زيارة يكون عدم الاشتراك أقل كلفة.

الفصل الثاني

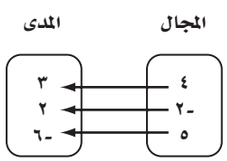
التهيئة للفصل ٢، ص (٤٣)

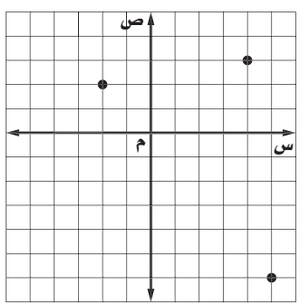


الدرس ٢-١، ص (٤٧-٤٩):

١أ)

س	ص
٤	٣
-٢	٢
٥	-٦



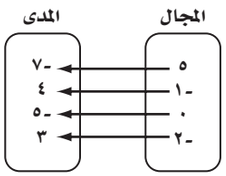


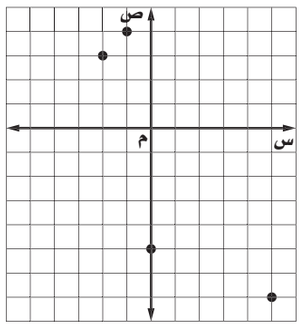
المجال = {-٢، ٤، ٥}؛ المدى = {-٦، ٢، ٣}

ملحق الإجابات

٢)

س	ص
٥	٧−
١−	٤
٠	٥−
٢−	٣

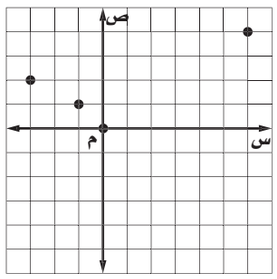


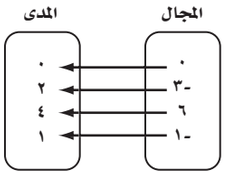


المجال = {−٢، −١، ٠، ٥}؛
المدى = {−٧، −٥، ٣، ٤}

٨)

س	ص
٠	٠
٣−	٢
٦	٤
١−	١

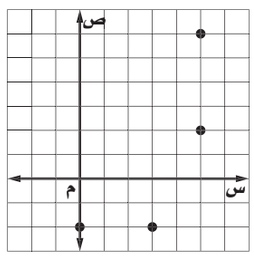


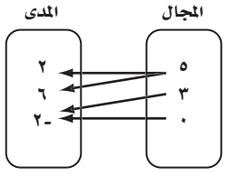


المجال = {−٣، −١، ٠، ٦}؛ المدى = {٠، ١، ٢، ٤}

٩)

س	ص
٥	٢
٥	٦
٣	٢−
٠	٢−

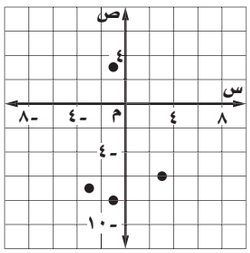


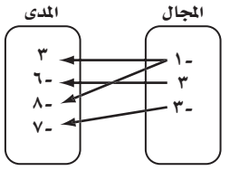


المجال = {٠، ٣، ٥}؛ المدى = {−٢، ٢، ٦}

١٠)

س	ص
١−	٣
٣	٦−
١−	٨−
٣−	٧−

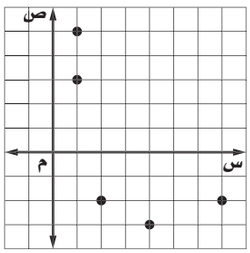


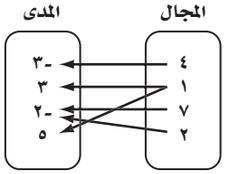


المجال = {−٣، −١، ٣}؛ المدى = {−٨، −٧، −٦، ٣}

١١)

س	ص
٤	٣−
١	٣
٧	٢−
٢	٢−
١	٥





المجال = {١، ٢، ٤، ٧}؛ المدى = {−٣، −٢، ٣، ٥}

٣١أ)

كتلة الجسم	٥٠	٥٥	٦٠	٦٥	٧٠	٧٥	٨٠
كتلة الماء	٣٣,٣	٣٦,٧	٤٠	٤٣,٣	٤٦,٧	٥٠	٥٣,٣

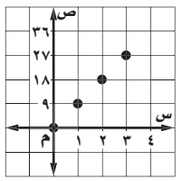
٣١ب) المتغير المستقل كتلة الجسم "جـ"، والمتغير التابع: كتلة الماء في الجسم "و".

٣١جـ) المجال = {٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠}؛
المدى = {٣٣,٣، ٣٦,٧، ٤٠، ٤٣,٣، ٤٦,٧، ٥٠، ٥٣,٣}

٣٢) إجابة ممكنة: عدد بطاقات المسرح المبيعة والثمن الكلي للبطاقات يمكن أن يُمثّل بعلاقة، إذ يعتمد الثمن الكلي للبطاقات على عدد البطاقات المبيعة.

{(٠ ، ٠) ، (١ ، ٩) ، (٢ ، ١٨) ، (٣ ، ٢٧)}.

عدد البطاقات المبيعة	الثمن الكلي بالريال
٠	٠
١	٩
٢	١٨
٣	٢٧



٣٤) إجابة ممكنة: تعتمد قيمة المتغير التابع على قيمة المتغير المستقل. ويعبر المتغير المستقل عن عمق الماء، بينما يعتمد الضغط تحت الماء على عمق الماء.

الدرس ٢-٢، (تحقق من فهمك)، ص (٥١):

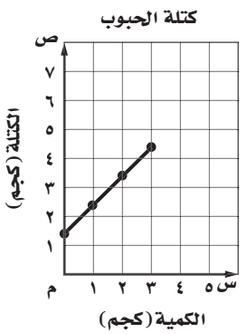
٢أ)

كمية الحبوب	٠	١	٢	٣
الكتلة	١,٣	٢,٣	٣,٣	٤,٣

٢ب) المجال = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

المدى = {١,٣ ، ٢,٣ ، ٣,٣ ، ٤,٣}

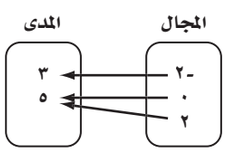
٢جـ) {(٠ ، ١,٣)، (١ ، ٢,٣)، (٢ ، ٣,٣)، (٣ ، ٤,٣)}



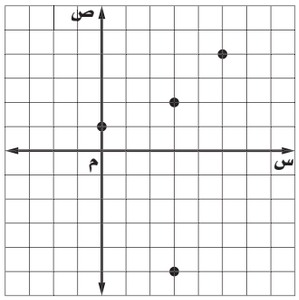
٢د) متصلة؛ إجابة ممكنة: لأنه قد يكون للحبوب أي كتلة أخرى ويكون للوعاء كتلة تقابل كل كتلة من كمية الحبوب.

الدرس ٢-٢، ص (٥٦):

٣٥) إجابة ممكنة: {(-٢، ٣)، (٠، ٣)، (٢، ٥)}.



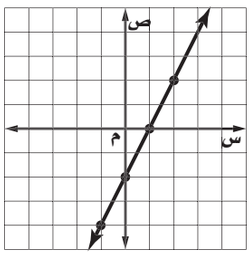
٣٦)



لا تمثل دالة؛ العنصر ٣ من عناصر المجال ارتبط بعنصرين من عناصر المدى وهما: -٥ ، ٢

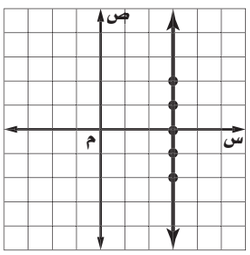
الدرس ٢-٣ ، (تحقق من فهمك) ص (٦٠):

٥أ)



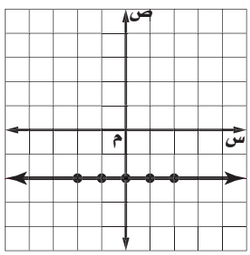
س	ص
-٢	-٦
-١	-٤
٠	-٢
١	٠
٢	٢

٥ب)



س	ص
٣	-٢
٣	-١
٣	٠
٣	١
٣	٢

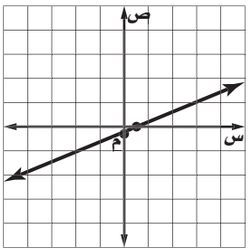
٥جـ)



س	ص
-٢	-٢
-١	-٢
٠	-٢
١	-٢
٢	-٢

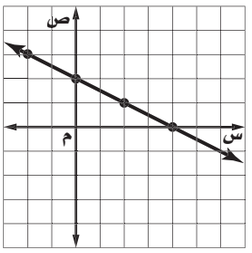
الدرس ٢-٣، ص (٦١، ٦٢):

٧)

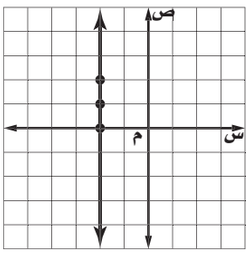


٨)

س	س + ٢ص = ٤	ص	(س، ص)
-٤	(-٤) + ٢ص = ٤	٤	(-٤، ٤)
-٢	(-٢) + ٢ص = ٤	٣	(-٢، ٣)
٠	٠ + ٢ص = ٤	٢	(٠، ٢)
٢	٢ + ٢ص = ٤	١	(٢، ١)
٤	٤ + ٢ص = ٤	٠	(٤، ٠)

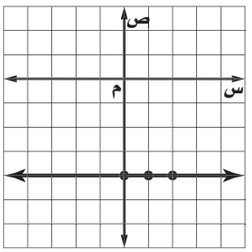


١٩)



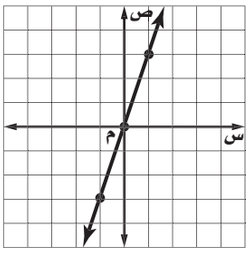
س	ص
-٢	٠
-٢	١
-٢	٢

٢٠)



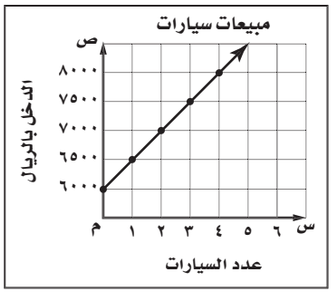
س	ص
٠	-٤
١	-٤
٢	-٤

٢١)



س	ص
٠	٠
١	٣
-١	-٣

٢٦أ)



٣١) إجابة ممكنة: الجدول ١ : نعم؛ استعملنا المعادلة مح= ٤س، وهي معادلة خطية.
الجدول٢: لا؛ استعملنا المعادلة م = س^{٢} وهي ليست معادلة خطية.

الجدول٣: لا؛ استعملنا المعادلة ح = س^{٣}، وهي ليست معادلة خطية.

٣٢) إجابة ممكنة: التمثيل البياني للمعادلة الأولى هو مجموعة من النقاط غير المتصلة ، بينما للمعادلة الثانية خط مستقيم . ومجموعة نقاط التمثيل البياني للمعادلة الأولى واقعة على المستقيم الذي يمثل التمثيل البياني للمعادلة الثانية.

٣٣) إجابة ممكنة : ص = ٨

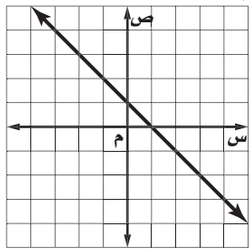
٣٤) إجابة ممكنة : س = ٥

٣٥) إجابة ممكنة : س – ص = ٠

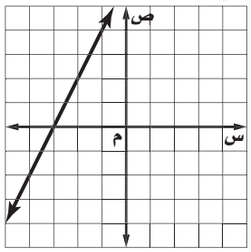
٣٦) إجابة ممكنة: لإيجاد المقطع السيني، افترض أن ص= ٠ وحل المعادلة لإيجاد قيمة س، ولإيجاد المقطع الصادي، افرض أن س= ٠ وحل المعادلة لإيجاد قيمة ص.
ولتمثيل معظم المعادلات الخطية، عيّن المقطع السيني والمقطع الصادي ثم صل بين النقطتين لتشكل مستقيمًا. وهناك طريقة أخرى لتمثيل المعادلة باختيار عدة قيم في المجال ثم تكوين الأزواج المرتبة، وتعيين النقاط الممثلة لهذه الأزواج، ثم الوصل بين هذه النقاط لتكوين المستقيم.

الدرس ٢-٤، ص (٦٧):

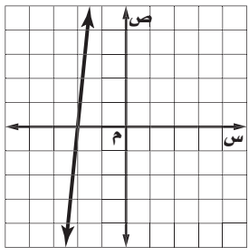
٢٠) إجابة ممكنة:



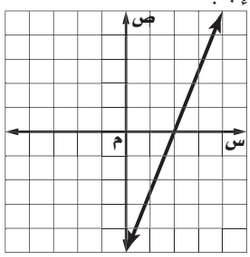
٢١) إجابة ممكنة:



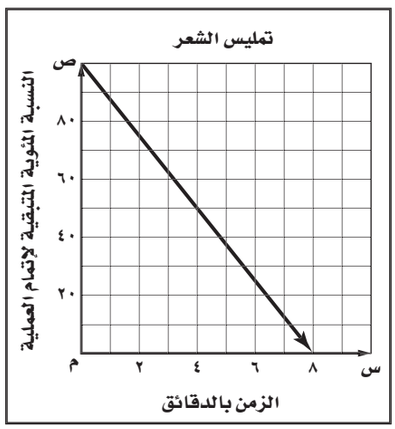
٢٢) إجابة ممكنة:



٢٣) إجابة ممكنة:



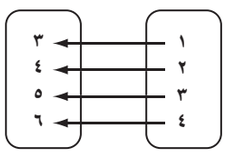
٢٤ب)



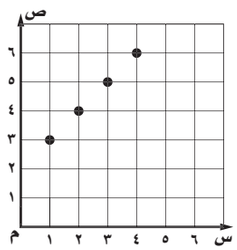
٣٣) جدول:

س	ص
١	٣
٢	٤
٣	٥
٤	٦

مخطط سهمي:



بيانيًّا:

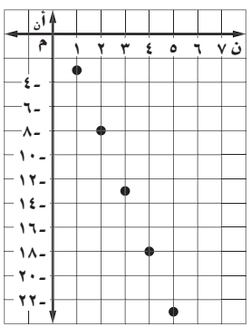


المجال :{١، ٢، ٣، ٤}؛

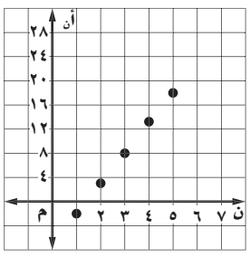
المدى :{٣، ٤، ٥، ٦}.

الدرس ٢-٦، ص (٧٩):

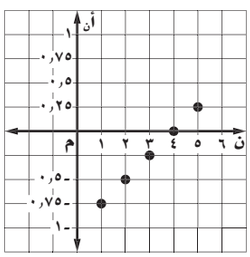
١٤)



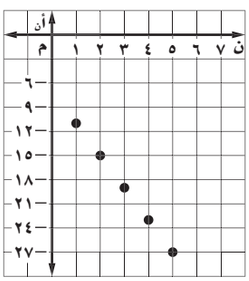
١٥)



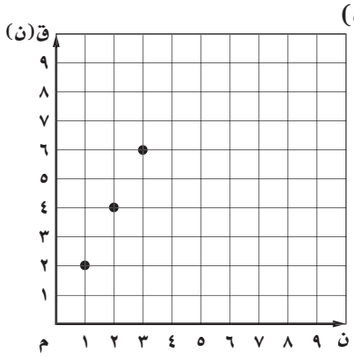
١٦)



١٧)



١٨ب)

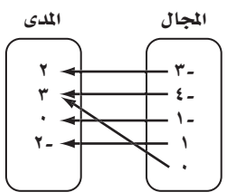


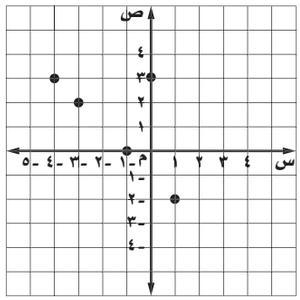
المجال :{١، ٢، ٣}

اختبار الفصل ٢ ، ص (٨١):

١)

س	ص
-٣	٢
-٤	٣
-١	٠
١	-٢
٠	٣





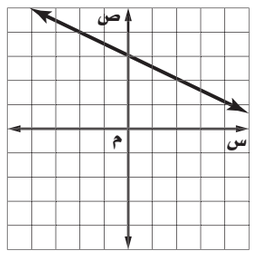
المجال :{-٣ ، -٤ ، -١ ، ١ ، -٢}؛

المدى :{٢ ، ٣ ، ٠ ، -٢}.

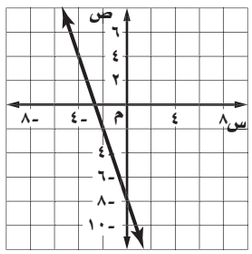
الفصل الثالث

الدرس ٣-١ ، تحقق من فهمك ، ص (٨٤-٨٥):

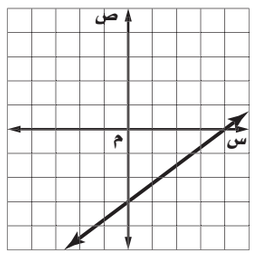
١أ)



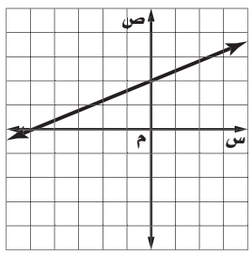
١ب)



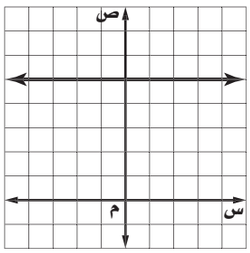
٢أ)



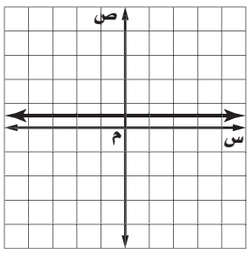
٢ب)



٣أ)

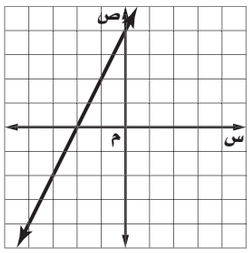


٣ب)

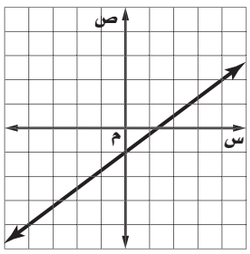


الدرس ٣-١ ، ص (٨٧-٨٩):

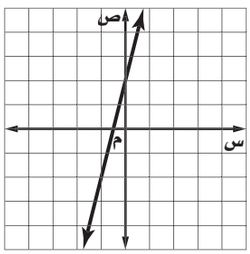
١) ص = ٢س + ٤



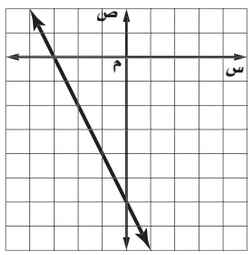
٢) ص = $\frac{٣}{٤}$ س - ١



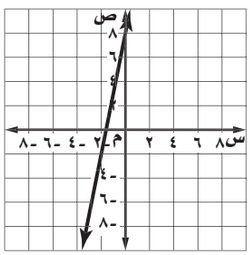
٣)



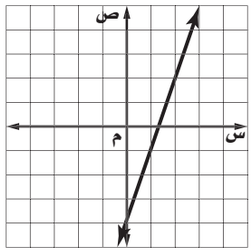
٤)



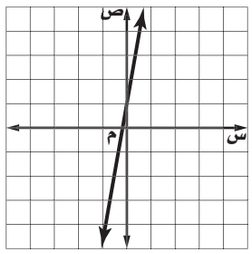
٨) ص = ٥س + ٨



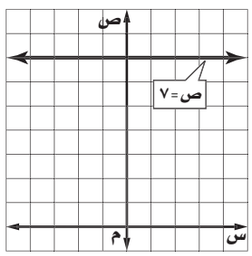
٩) ص = ٣س – ٤



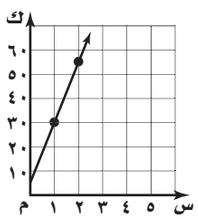
١٠)



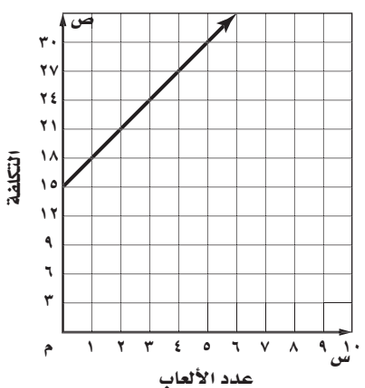
١١)



٢٠ ب)

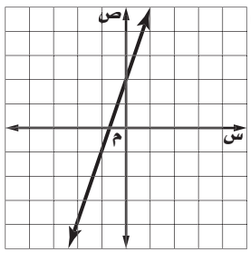


٢٢) إجابة ممكنة: رسم الدخول إلى مدينة الألعاب ١٥ ريالاً، وتكلفة اللعبة الواحدة ٣ ريالات، ص = ٣س +١٥.



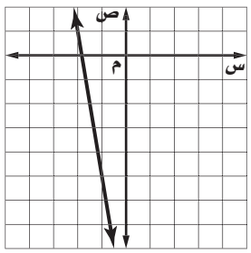
الدرس ٣-٢ ، ص (٩٥):

٢٩)



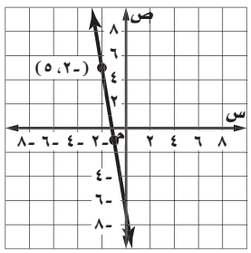
الدرس ٣-٣ ، تحقق من فهمك ، ص (٩٦):

١)

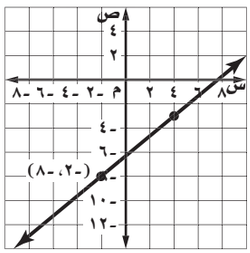


الدرس ٣-٣ ، ص (٩٨، ٩٩):

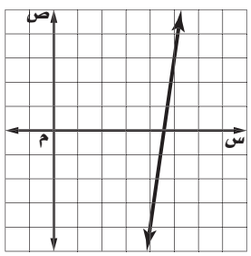
١) ص – ٥ = –٦ (س + ٢)



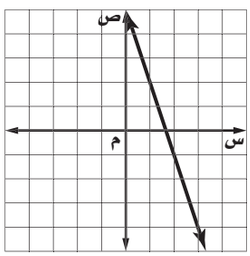
٢) ص + ٨ = $\frac{٥}{٦}$ (س + ٢)



١٠)

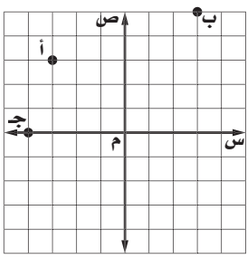


١١)



الدرس ٣-٤ ، ص (١٠٦):

٢٨أ)

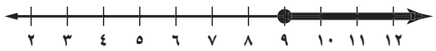


٢٨ب) إجابة ممكنة: (٢، ٢)، $\overline{أب}$ ، $\overline{جـب}$ لهما الميل نفسه ويساوي $\frac{١}{٣}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{ب د}$ لهما الميل نفسه ويساوي ٣.

الفصل الرابع

الدرس ٤-١، ص (١١٥، ١١٦):

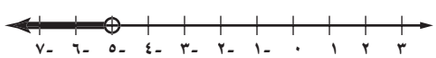
١٠) {ف | ف ≤ ٩}



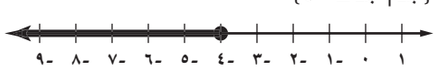
١١) {ر | ر ≥ ١٥}

١٢) {ت | ت > −٥}

١٣) {ر | ر < −٥}



١٤) {جـ | جـ ≥ −٤}



١٥) {ق | ق ≥ ٧}

١٦) {و | و ≤ −٥}

١٧) {ص | ص ≥ −٦}

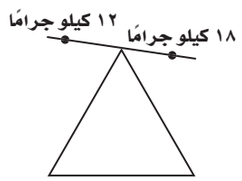
١٨) {أ | أ > −٩}

٢٤) إجابة ممكنة : افترض ن = عدد النقاط اللازمة ن + ١٢٣ ≤ ١٥٠؛ {ن | ن ≤ ٢٧}؛ يجب أن يسجل ٢٧ نقطة على الأقل.

٢٦) {ص | ص > ٤,٥}

٢٧) {د | د ≥ $1\frac{1}{9}$}

٢٨أ)



٢٨ب) ١٢ كيلوجرامًا < ١٨ كيلوجرامًا

٢٨ج)

١٨	>	١٢	
٣٦	>	٢٤	٢
٥٤	>	٣٦	٣
٧٢	>	٤٨	٤
٩	>	٦	$\frac{١}{٢}$
٦	>	٤	$\frac{١}{٣}$
$٤\frac{١}{٢}$	>	٣	$\frac{١}{٤}$

٢٨د) إذا ضرب طرفا متباينة صحيحة في عدد موجب تكون المتباينة الناتجة صحيحة، وإذا قسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد موجب تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.

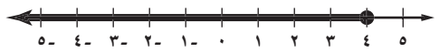
٣١) إجابة ممكنة : ص + ١ < −٢، ص − ١ < −٤، ص + ٣ < ٠ .

٣٢) إن حل المتباينة الخطية مشابه لحل المعادلة الخطية؛ إذ يجب أن تفصل المتغير في أحد طرفي المتباينة، وعند تمثيل المتباينة بيانيًّا استعمل دائرة مفتوحة إذا كانت المتباينة تضم إحدى الإشارتين < أو > ، وإن كانت غير ذلك فاستعمل دائرة مغلقة. وإذا كان المتغير في الجهة اليمنى من المتباينة وكانت إشارة المتباينة «أقل من» أو «أقل من أو يساوي» فإن التمثيل البياني يمتد إلى اليسار، وما عدا ذلك يمتد التمثيل البياني إلى اليمين.

استكشاف ٤-٢، ص (١١٧):

٧) إجابة ممكنة: س ≥ ٤؛ رمز المتباينة يبقى كما هو عند حل ٣س ≥ ١٢، بينما ينعكس اتجاهه عند حل −٣س ≥ ١٢.

س ≥ ٤

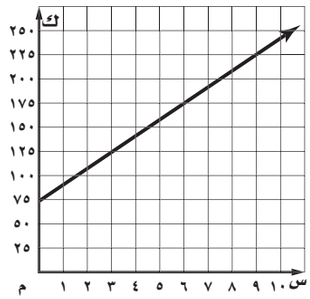


س ≤ −٤

٨) إجابة ممكنة: عند حل متباينات تتضمن الضرب يبقى رمز المتباينة دون تغيير عند الضرب في عدد موجب، ولكنه ينعكس عند الضرب في عدد سالب. وعند حل متباينات تتضمن القسمة يبقى رمز المتباينة دون تغيير عند القسمة على عدد موجب، ولكنه ينعكس عند القسمة على عدد سالب أو الضرب في مقلوب عدد سالب.

الدرس ٤-٢ ، ص (١٢٢):

٣٩)



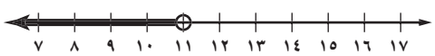
ك = ٢٠٧

الدرس ٤-٣ ، ص (١٢٦، ١٢٧):

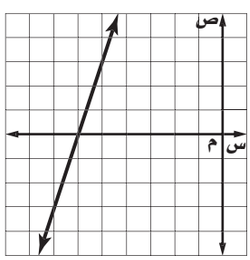
١٦)

٦(م − ٣) > ٥(٢م + ٤)	المتباينة الأصلية
٦م − ١٨ > ١٠م + ٢٠	خاصية التوزيع
٦م − ١٨ − ٦م > ١٠م + ٢٠ − ٦م	طرح ٦م من الطرفين
−١٨ > ٤م + ٢٠	بالتبسيط
−١٨ − ٢٠ > ٤م + ٢٠ − ٢٠	طرح ٢٠ من الطرفين
−٣٨ > ٤م	بالتبسيط
$\frac{-٣٨}{٤} > \frac{٤م}{٤}$	بالقسمة على ٤
−٩,٥ > م	بالتبسيط
{م | م < −٩,٥}	

٣٤) {ف | ف < ١١}



٣٥) −٦



استكشاف، ٤-٤ ، ص (١٢٨):

١) صحيحة؛ لأن العدد ٥ أولي، فإحدى العبارتين صحيحة؛ لذا فالعبارة المركبة صحيحة.

٢) صحيحة؛ لأن كلا جزئي العبارة المركبة صحيح؛ لذا فالعبارة المركبة صحيحة.

٣) خطأ؛ لأن كلا العبارتين خطأ؛ لذا فالعبارة المركبة خطأ.

٤) خطأ؛ لأن (−٢) ليس أكبر من (٠)، فإحدى العبارتين خطأ؛ لذا فالعبارة المركبة خطأ.

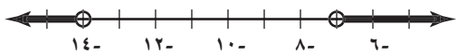
٥) صحيحة؛ لأن (−٢) أكبر من (−٥)، فإحدى العبارتين صحيحة؛ لذا فالعبارة المركبة صحيحة.

٦) خطأ؛ لأن ٥ ليس أكبر من ١٠، فإحدى العبارتين خطأ؛ لذا فالعبارة المركبة خطأ.

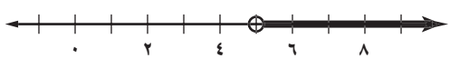
الدرس ٤-٤ ، ص (١٣١-١٣٢):

١) {ف | ١٢ ≤ ف ≤ ١٦}

٢) {ر | ر < −١٤ أو ر > −٧}

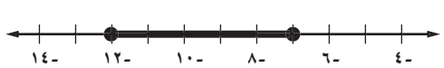


٣) {أ | أ > ٥}

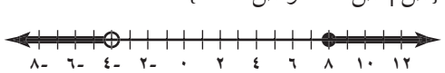


٤) {ق | −٢ ≤ ق < ٣}

٦) {ن | −١٢ ≤ ن ≤ −٧}



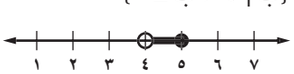
٧) {ص | ص ≤ ٨ أو ص < −٤}



٨) {ب | −٤ < ب ≤ ٥}

٩) {جـ | −١ ≤ جـ < ٢}

١٦) {ب | ٤ < ب ≤ ٥}

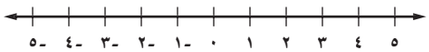


١٧) {ن | ن < −٣ أو ن > −٣}

الدرس ٤-٥ ، ص (١٣٦):

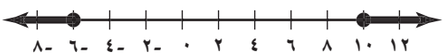
١) {ي | −١٠ < ي < ٤}

٢) ∅



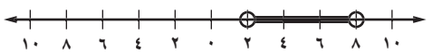
٣) {جـ | جـ عدد حقيقي}

٤) {ب | ب ≥ −٦ أو ب ≤ ١٠}



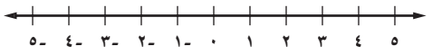
٥) {ن | ن ≥ −٨ أو ن ≤ −٢}

٦) {ك | ٢ < ك < ٨}

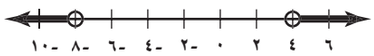


٨) {جـ | −٣ ≤ جـ ≤ ٤}

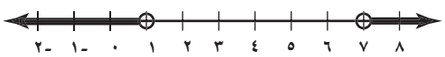
٩) ∅



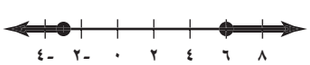
١٠) {ر | ر < −٨ أو ر > ٤}



١١) {ك | ك < ١ أو ك > ٧}



١٢) {هـ | هـ ≥ −٣ أو هـ ≤ ٦}



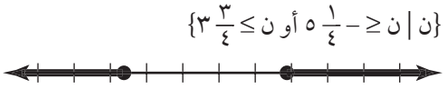
١٣) {ل | ل عدد حقيقي}

١٤) {س | س عدد حقيقي}

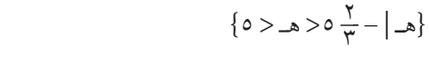
١٥) {ن | −٢٤ < ن < ٨}

١٦) {ر | −٣ ≤ ر ≤ ١}

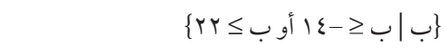
١٨) {ن | ن ≥ $-\frac{١}{٤}$ ٥ أو ن ≤ $\frac{٣}{٤}$ ٣}



١٩) {هـ | $-\frac{٢}{٣}$ ٥ < هـ < ٥}



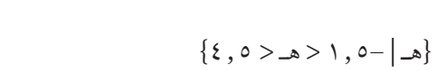
٢٠) {ب | ب ≥ −١٤ أو ب ≤ ٢٢}



٢١) Ø

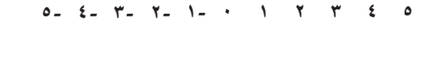
٢٢) {ق | ق عدد حقيقي}

٢٣) {هـ | −١,٥ < هـ < ٤,٥}



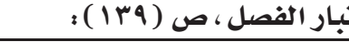
٢٤) {ت | $-\frac{٤}{٥}$ ≤ ت ≤ $\frac{٣}{٥}$ ١}

٢٥) {ل | ل < −٤ أو ل > $-\frac{٢}{٣}$}

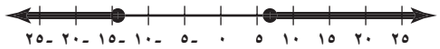


اختبار الفصل ، ص (١٣٩):

١٥) ٢ < ب < ٨

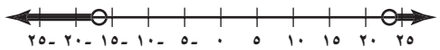


١٦) ف ≥ −١٤ أو ف ≤ ٧



١٧) $-٣ \geq م \geq \frac{٩}{٢}$

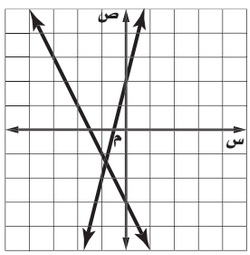
١٨) س < −١٧ أو س > ٢٣



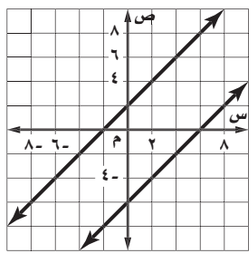
الفصل الخامس

الدرس ٥-١، ص(١٤٦، ١٤٧):

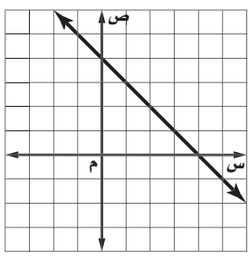
١٢) حل واحد $(-\frac{٥}{٦}، -\frac{٤}{٣})$



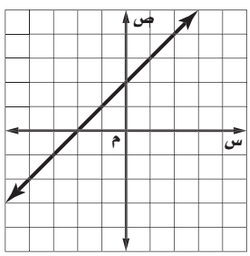
١٣) لايوجد حل



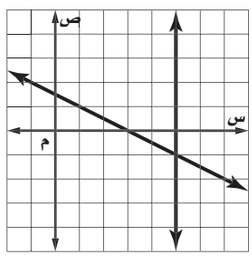
١٤) عدد لانهائي من الحلول



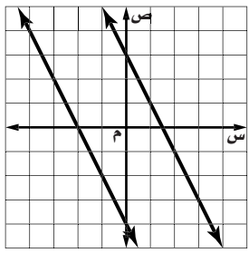
١٥) عدد لانهائي من الحلول



١٦) حل واحد (٥ ، −١)

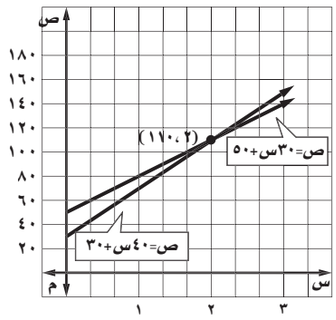


١٧) لايوجد حل



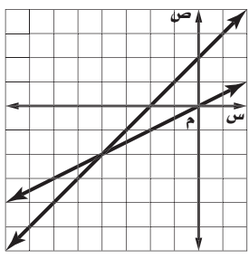
١٨أ) خالد: ص = ٤٠س + ٣٠ ، سعود: ص = ٣٠س+٥٠

١٨ب)

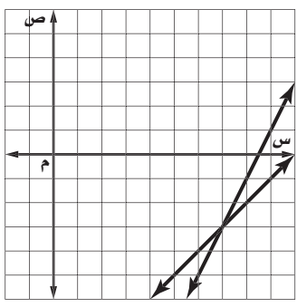


١٨جـ) ٢

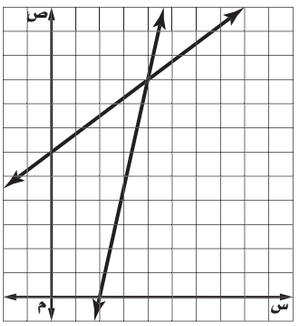
١٩)



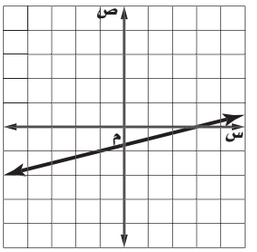
٢٠)



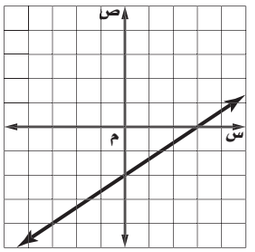
(٢١



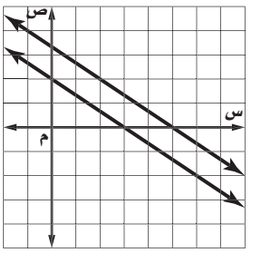
(٢٢



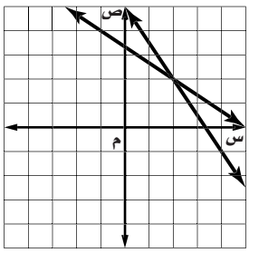
(٢٣



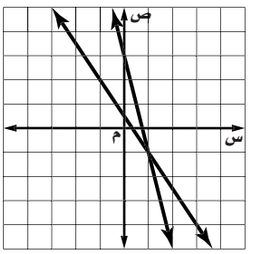
(٢٤



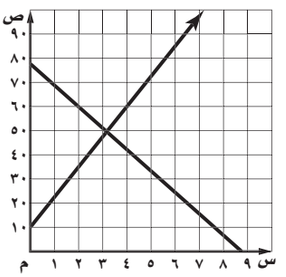
(٢٥



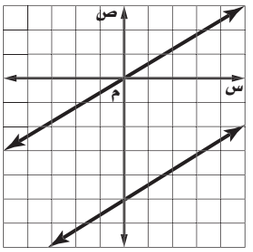
(٢٦



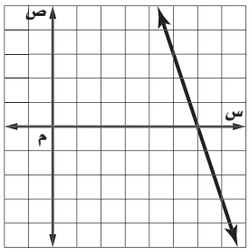
(٢٧أ



(٢٨



(٢٩



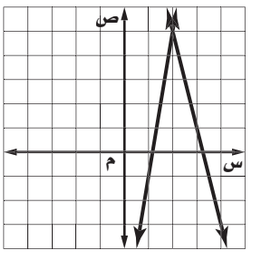
الدرس ٥-٢، ص(١٥٤):

٢١) إجابة ممكنة: أ + ب = ٥٤، $\frac{١}{٢}$ أ + ٢ب = ٤٥.

ليكن أ= عمر الأب ، ب= عمر الابن، عمر الأب والابن معًا ٥٤سنة، بينما نصف عمر الأب مضافًا إليه مثلا عمر الابن يساوي ٤٥ سنة.
فما هو عمر كل منهما؟
الأب ٤٢ سنة ، الابن ١٢سنة

الدرس ٥-٥ ، ص (١٦٩-١٧٠):

١٧) (٢، ٥) بالتمثيل البياني



الحذف باستعمال الجمع.

٤ س + ص = ١٣

٦ س – ص = ٧

١٠ س = ٢٠

س = ٢

٤(٢)+ ص = ١٣

ص = ٥

التعويض

ص = – ٤ س + ١٣

٦ س – (– ٤ س + ١٣) = ٧

٦ س + ٤ س – ١٣ = ٧

١٠ س = ٢٠

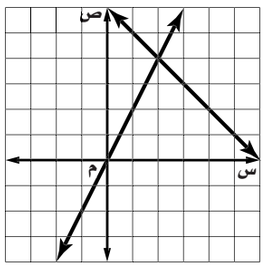
س = ٢

٤(٢) + ص = ١٣

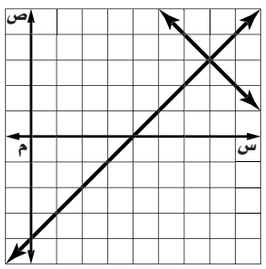
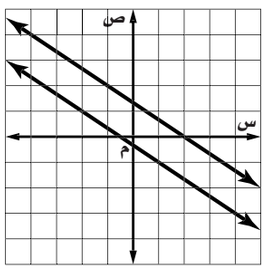
ص = ٥

اختبار الفصل، ص (١٧١):

٣)



٤)



٥)