الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

فيما سبق

درستُ كيفية إيجاد قيم الدوال. (الدرس 1–1)

الآن

- أستعمل التمثيل البياني لدالة؛ لأحدد الفترات التي تكون فيها الدالة: متزايدة، ثابتة، متناقصة. وأحددُ القيم العظمى والصغرى لها.
- أجِدُ متوسط معدل التغير للدالة.

المفردات

المتزايدة	العظمى
increasing	maximum
المتناقصة	الصغرى
decreasing	minimum
الثابتة	القصوى
constant	extrema
النقطة الحرجة	متوسط معدل التغير
critical point	average rate of change
	القاطع
	secant line

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

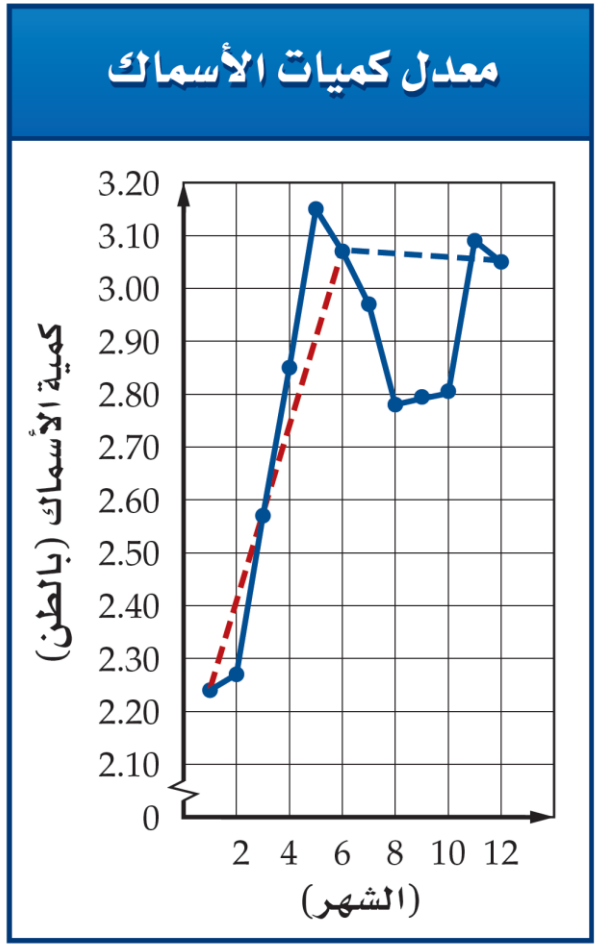
الأدوات

لمـــــاذا

يبيِّن التمثيل البياني المجاور معدل كميات الأسماك التي اصطادها أحد الصيادين في المملكة خلال أشهر عام 1431 هـ .

يتضح من التمثيل أن المعدل أخذ في التزايد من شهر محرم وحتى جمادى الأولى، ثم تناقص حتى شعبان، وبقي ثابتًا تقريبًا حتى شوال، ثم تزايد مرة أخرى حتى ذي القعدة، وأخيرًا تناقص قليلًا بين شهري ذي القعدة وذي الحجة.

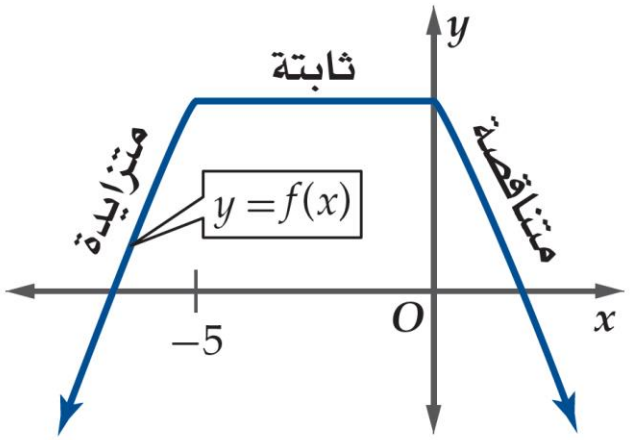
كما يتضح أن أعلى معدل للصيد بلغ 3.15 أطنان، وذلك في شهر جمادى الأولى، ويلاحظ من ميلي الخطين المنقطين بالأحمر والأزرق أن معدل التغيّر في النصف الأول من عام 1431 هـ أكثر منه في النصف الثاني.



الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

التزايد والتناقص: خاصية من خصائص الدوال التي تساعد على دراسة الدالة، حيث تحدّد الفترات التي تتزايد أو تتناقص الدالة فيها أو تبقى ثابتة.



ففي الشكل المجاور ، إذا تتبعت منحنى الدالة $f(x)$، من اليسار إلى اليمين فإنك تلاحظ أن:

- $f(x)$ متزايدة في الفترة $(-\infty, -5)$
- ثابتة في الفترة $(-5, 0)$
- متناقصة في الفترة $(0, \infty)$

يمكن التعبير عن خصائص الدالة من حيث كونها متزايدة أو متناقصة أو ثابتة جبريًّا على النحو الذي يلخصه المفهوم الآتي:

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

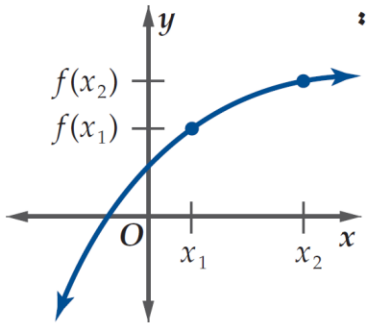
مفهوم أساسي

الدوال المتزايدة، المتناقصة ، الثابتة

التعبير اللفظي: تكون الدالة f متزايدة على فترة ما إذا وفقط إذا زادت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة.

الرموز: لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) < f(x_2)$ عندما تكون $x_1 < x_2$.

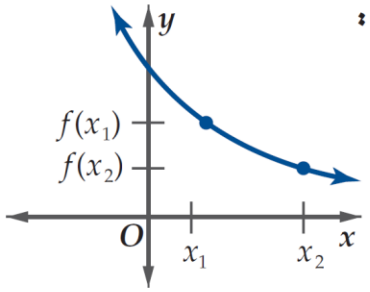
النموذج:



التعبير اللفظي: تكون الدالة f متناقصة على فترة ما إذا وفقط إذا تناقصت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة .

الرموز: لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) > f(x_2)$ عندما تكون $x_1 < x_2$.

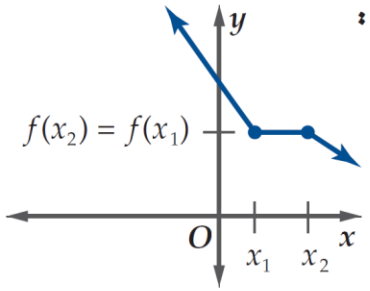
النموذج:



التعبير اللفظي: تكون الدالة f ثابتة على فترة ما إذا وفقط إذا لم تتغير قيم $f(x)$ لأي قيم x في الفترة.

الرموز: لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) = f(x_2)$.
عندما تكون $x_1 < x_2$.

النموذج:



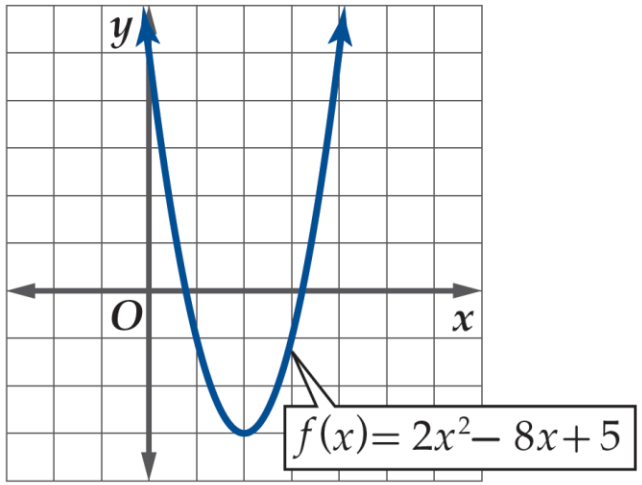
الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تحقق من فهمك

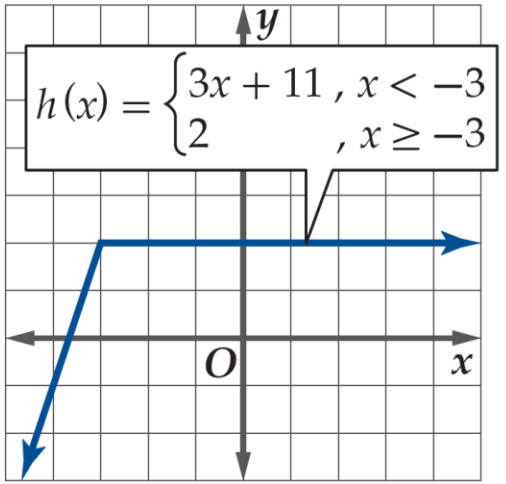
استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين الآتيتين لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة، أو ثابتة مقربةً إلى أقرب 0.5 وحدة، ثم عزّز إجابتك عدديًّا.

(1A



متزايدة	
متناقصة	
ثابتة	

(1B



متزايدة	
متناقصة	
ثابتة	

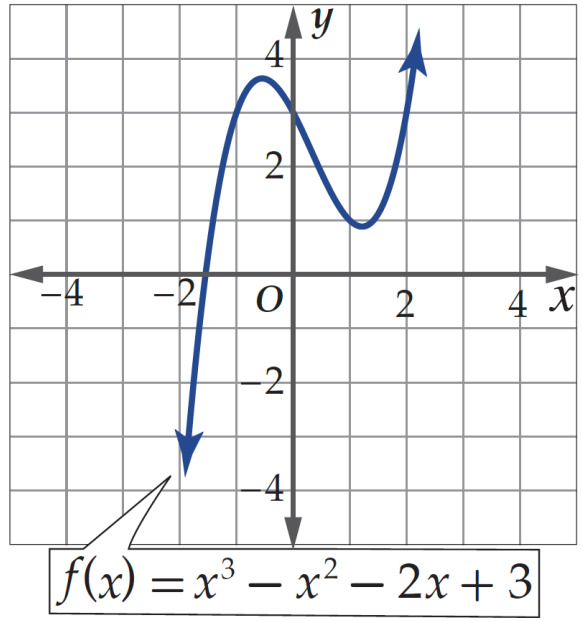
الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تدرب

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين الآتيتين لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة، أو ثابتة مقربةً إلى أقرب 0.5 وحدة، ثم عزّز إجابتك عدديًّا.

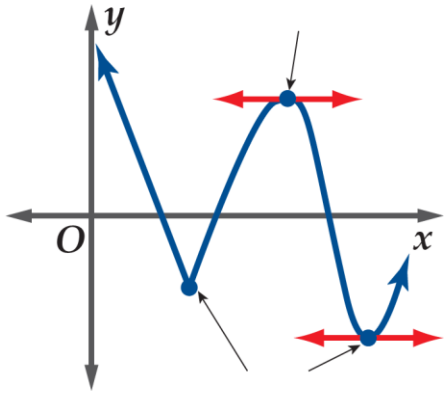
1)



متزايدة	
متناقصة	
ثابتة	

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات



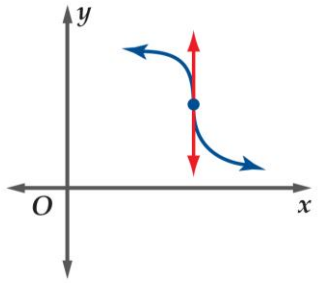
لاحظ أن النقاط التي تغير الدالة عندها سلوك تزايدها أو تناقصها تكوّن قمة أو قاعًا في منحنى الدالة وتُسمّى **نقاطًا حرجة**. ويكون المماس المرسوم للمنحنى عند هذه النقاط إما أفقيًّا أو عموديًّا (أي أن ميله صفر أو غير معرف)، أو أنه لا يوجد عندها مماس، وقد يدل ذلك على وجود قيمة **عظمى** أو **صغرى** للدالة.

يمكن أن يكون للدالة أشكال مختلفة من القيم العظمى والقيم الصغرى (**القيم القصوى**).

إرشادات للدراسة

القيم القصوى:

إذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة عند النقطة الحرجة غير معرف كما في الشكل أدناه؛ فإنه لا توجد للدالة عند هذه النقطة قيمة عظمى أو صغرى.



إرشادات للدراسة

القيم القصوى:

ليس من الضروري أن توجد قيمة قصوى عند كل نقطة حرجة.

إرشادات للدراسة

قيمة قصوى محلية:

يُستعملُ مصطلح قيمة قصوى محلية بدلًا من قيمة عظمى محلية أو صغرى محلية.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

مفهوم أساسي

القيم القصوى المحلية والمطلقة

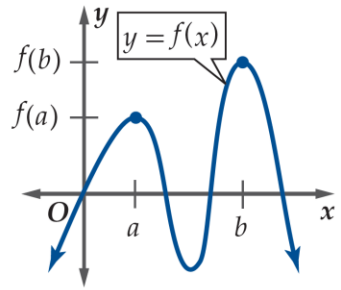
التعبير اللفظي: إذا وجدت قيمة للدالة وكانت أكبر من جميع القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة سُمِّيَت قيمةً عظمى محليةً.

الرموز: تكون $f(a)$ قيمة عظمى محلية للدالة f إذا وجدت فترة (x_1, x_2) تحتوي a على أن يكون لكل قيم x في الفترة (x_1, x_2) ، $f(a) \geq f(x)$.

التعبير اللفظي: إذا وجدت قيمة عظمى محلية للدالة، وكانت أكبر قيمة للدالة في مجالها، سُمِّيَت قيمة عظمى مطلقة.

الرموز: تكون $f(b)$ قيمة عظمى مطلقة للدالة f إذا كان لكل قيم x في مجالها، $f(b) \geq f(x)$.

النموذج:



$f(a)$ قيمة عظمى محلية للدالة f

$f(b)$ قيمة عظمى مطلقة للدالة f

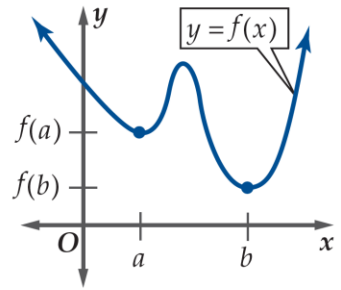
التعبير اللفظي: إذا وجدت قيمة للدالة، وكانت أصغر من جميع القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة، سُمِّيَت قيمةً صغرى محليةً.

الرموز: تكون $f(a)$ قيمة صغرى محلية للدالة f إذا وجدت فترة (x_1, x_2) تحتوي a على أن يكون لكل قيم x في الفترة (x_1, x_2) ، $f(a) \leq f(x)$.

التعبير اللفظي: إذا وجدت قيمة صغرى محلية للدالة وكانت أصغر قيمة للدالة في مجالها سُمِّيَت قيمةً صغرى مطلقةً.

الرموز: تكون $f(b)$ قيمة صغرى مطلقة للدالة f إذا كان لكل قيم x في مجالها $f(b) \leq f(x)$.

النموذج:



$f(a)$ قيمة صغرى محلية للدالة f

$f(b)$ قيمة صغرى مطلقة للدالة f

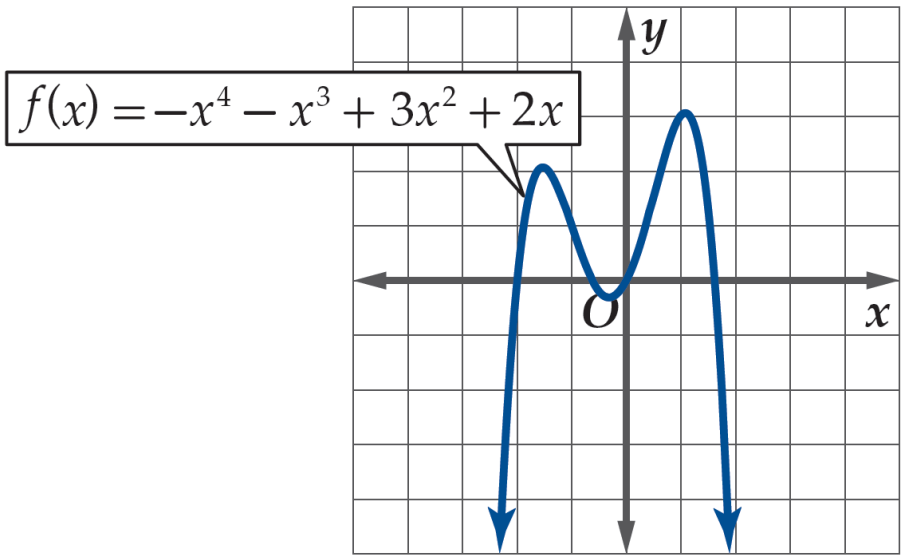
الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تحقق من فهمك

استعمل التمثيل البياني لتقدير قيم x التي يكون للدالة $f(x)$ عندها قيم قصوى مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة، وأوجد قيم الدالة عندها، وبين نوع القيم القصوى، ثم عزِّز إجابتك عدديًّا.

(2A



نوع القيم القصوى	$f(x)$	x

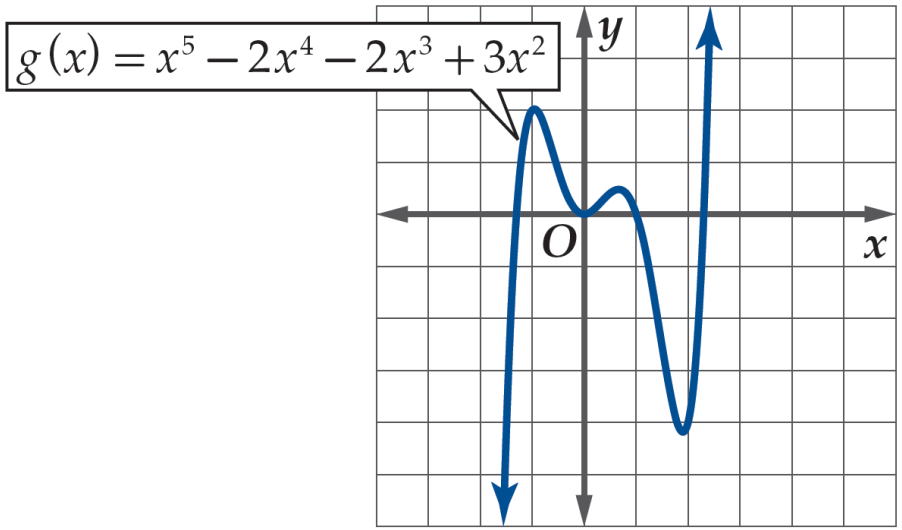
الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تحقق من فهمك

استعمل التمثيل البياني لتقدير قيم x التي يكون للدالة $f(x)$ عندها قيم قصوى مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة، وأوجد قيم الدالة عندها، وبين نوع القيم القصوى، ثم عزِّز إجابتك عدديًّا.

(2B



نوع القيم القصوى	$f(x)$	x

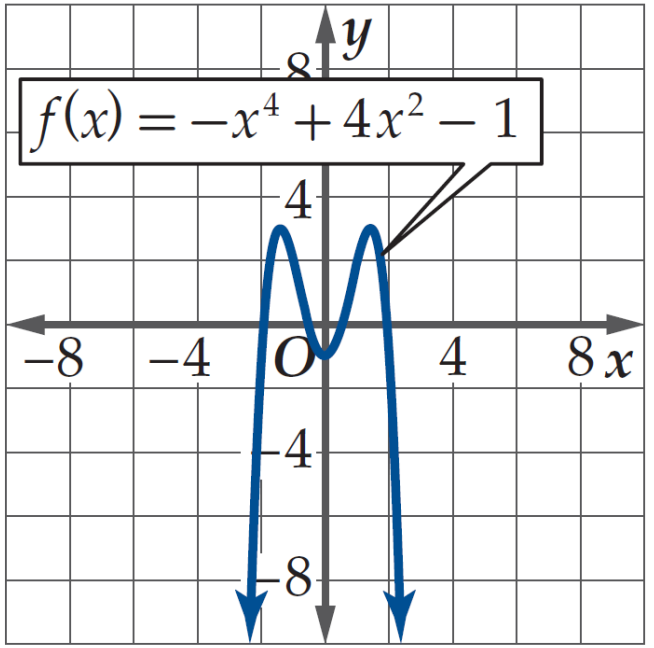
الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تدرب

استعمل التمثيل البياني لتقدير قيم x التي يكون للدالة $f(x)$ عندها قيم قصوى مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة، وأوجد قيم الدالة عندها، وبين نوع القيم القصوى، ثم عزِّز إجابتك عدديًّا.

7)



نوع القيم القصوى	$f(x)$	x

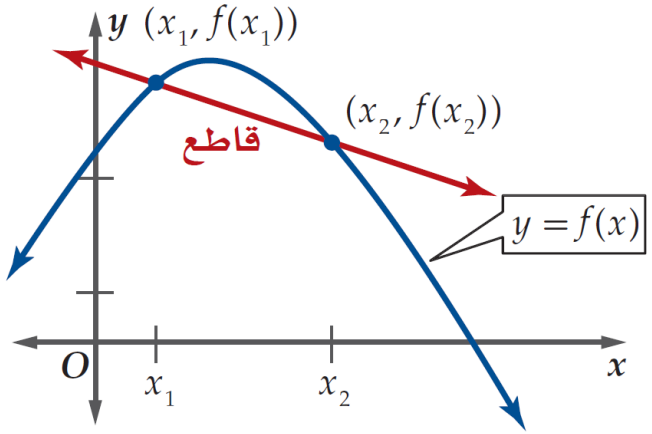
الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

متوسط معدل التغير: تعلمت في دراستك السابقة أن الميل بين أي نقطتين واقعتين على دالة خطية يمثّل مقدارًا ثابتًا. إلا أنه يتغير عند التعامل مع دوال غير خطية، إذ يختلف الميل باختلاف النقاط؛ لذا فإننا نتحدثُ عن متوسط معدل تغير الدالة بين أي نقطتين.

مفهوم أساسي

متوسط معدل التغير



التعبير اللفظي: متوسط معدل التغير بين أي نقطتين على منحنى الدالة f هو ميل المستقيم المار بهاتين النقطتين.

هندسيًّا: يُسمّى المستقيم المار بنقطتين على منحنى الدالة قاطعًا، و يرمز لميل القاطع بالرمز m_{sec} .

الرموز: متوسط معدل تغير الدالة $f(x)$ في الفترة $[x_1, x_2]$ هو

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تحقق من فهمك

أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة فيما يأتي في الفترة المعطاة.

5A) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2, [2, 3]$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تدرب

أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة فيما يأتي في الفترة المعطاة.

23 $f(x) = \frac{x-3}{x}, [5, 12]$

24 $f(x) = \sqrt{x+8}\ , [-4, 4]$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تحقق من فهمك

6) **فيزياء:** قُذِفَ جسم إلى أعلى من ارتفاع 4 ft عن سطح الأرض، فإذا كان ارتفاعه عن سطح الأرض يُعطى بالدالة $d(t) = -16t^2 + 20t + 4$، حيث t الزمن بالثواني بعد قذفه و$d(t)$ المسافة التي يقطعها، إذا أهملت مقاومة الهواء، فأوجد السرعة المتوسطة للجسم في الفترة من 0.5 إلى 1 ثانية.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تدرب

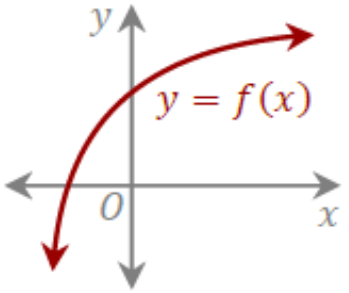
المسـافة التي يقطعها جسـم سـاقط من مكان مرتفع تُعطى بالدالة $d(t) = 16t^2$ ، أوجد السرعة المتوسطة على الفترة من 0 إلى 2 ثانية.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تحصيلي

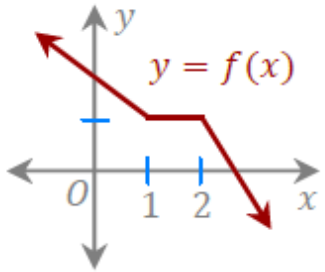
من الشكل الدالة $y = f(x)$ ..



(A) متزايدة (B) متناقصة

(C) ثابتة (D) متذبذبة

من الشـــكل الدالة $y = f(x)$ في الفترة $(1, 2)$ تكون ..



(A) متزايدة (B) متناقصة

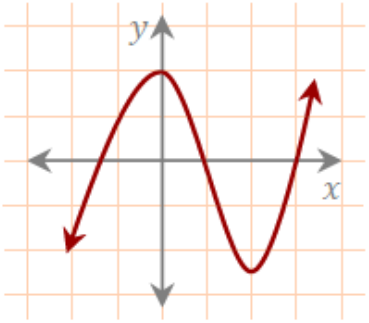
(C) ثابتة (D) متذبذبة

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تحصيلي

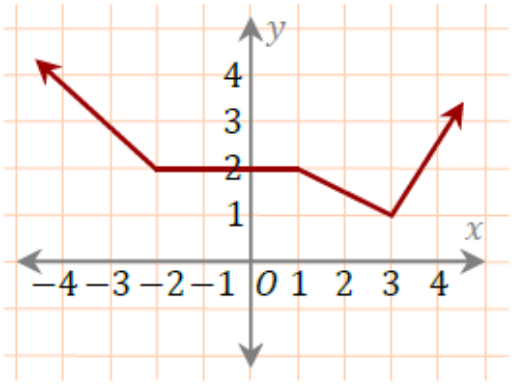
ما الفترة التي تتناقص فيها الدالة $y = f(x)$ في الشكل؟



Ⓐ $(-\infty, 0)$ Ⓑ $(-\infty, 1)$

Ⓒ $(0, 2)$ Ⓓ $(2, \infty)$

ما الفترة التي تتزايد فيها الدالة $y = f(x)$ ؟



Ⓐ $(1, \infty)$ Ⓑ $(-\infty, -2)$

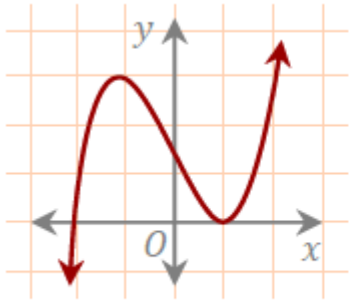
Ⓒ $(1, 3)$ Ⓓ $(3, \infty)$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

تحصيلي

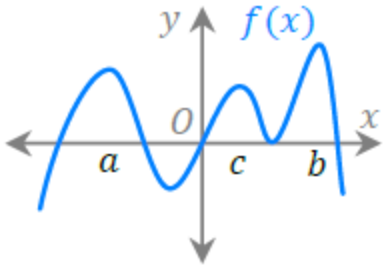
القيمة الصغرى المحلية للدالة الممثلة في الشكل تساوي ..



Ⓐ 3 Ⓑ 1

Ⓒ 0 Ⓓ −2

في الشكل تكون للدالة $f(x)$ في الفترة $[a, b]$ عند $x = c$ قيمة ..



Ⓐ صغرى مطلقة Ⓑ صغرى محلية

Ⓒ عظمى محلية Ⓓ عظمى مطلقة

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٣ث	ريض٣-١	١	٤		القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الأدوات

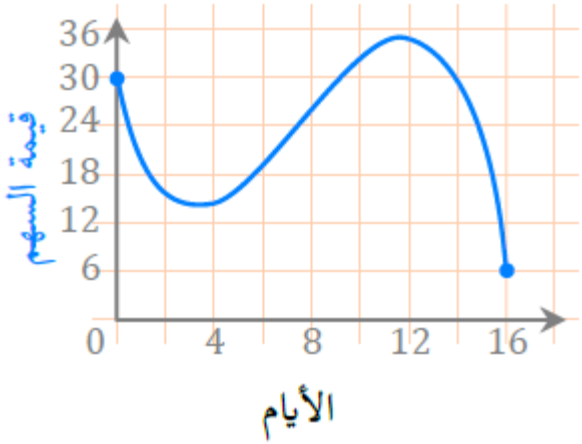
تحصيلي

متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = x^2$ على الفترة $[1, 3]$ يساوي ..

Ⓐ -2 Ⓑ 2

Ⓒ 4 Ⓓ 8

من الشكل متوسط معدل تغير قيمة السهم خلال الفترة $[0, 16]$ تساوي ..



Ⓐ $-\frac{5}{6}$ Ⓑ $-\frac{3}{2}$

Ⓒ -10 Ⓓ 10