رابط الدرس الرقمي

المعادلات

أهداف الدرس

حل معادلات ذات متغير واحد و متغيرين

المعرفة السابقة

٣س + ٥

عبارة جبرية

≠

٣س + ٥ = ١١

معادلة

=

سنتعلم اليوم:

- أحلُّ معادلات ذات متغير واحد.
- أحل معادلات ذات متغيرين.

ماجد الحربي

تمهيد

سجَّل المنتخب السعودي لكرة القدم ٣ أهداف في إحدى مبارياته في الشوط الأول، وانتهى اللقاء لصالحه بـ ٤ أهداف مقابل صفر.

يمكن أن تمثِّل التغير في عدد الأهداف بالجملة:

$٣ + س = ٤$

ويمثِّل العدد ١ حلًّا لها؛ أيْ أن المنتخب سجَّل هدفًا واحدًا في الشوط الثاني.

حل المعادلة: الجملة الرياضية التي تحتوي على عبارات جبرية ورموز تسمى **جملة مفتوحة**، وإذا احتوت على إشارة المساواة (=) فإنها تسمّى **معادلة**.

عبارة جبرية ← $٣س + ٧$ $٣س + ٧ = ١٣$ ← معادلة

وعملية إيجاد قيم المتغير التي تجعل الجملة صحيحة تُسمى **حل الجملة المفتوحة**.

وتمثل كل قيمة منها أحد الحلول. ومجموعة هذه الحلول تُسمى **مجموعة الحل**.

المجموعة هي تجمع أشياء أو أعداد تُكتب غالبًا بين القوسين { }، ويفصل بين كل منها (،) ، ويُسمى كل منها **عنصرًا**.

أما **مجموعة التعويض** فهي مجموعة الأعداد التي نعوض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحل.

مثال

أوجد مجموعة حل المعادلة ٢ك + ٥ = ١٣ إذا كانت مجموعة التعويض هي {٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

استعمل الجدول المجاور لتجد الحل.

عوِّض عن ك في المعادلة ٢ ك + ٥ = ١٣ بجميع قيم مجموعة التعويض. بما أن المعادلة صحيحة عندما ك = ٤، فإن حل المعادلة ٢ك + ٥ = ١٣ هو ك = ٤

وتكون مجموعة الحل: {٤}.

ك	٢ك + ٥ = ١٣	صحيح أم خطأ؟
٢	٢(٢) + ٥ = ١٣	خطأ
٣	٢(٣) + ٥ = ١٣	خطأ
٤	٢(٤) + ٥ = ١٣	صحيح
٥	٢(٥) + ٥ = ١٣	خطأ
٦	٢(٦) + ٥ = ١٣	خطأ

تقويم

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت (ص) تنتمي إلى مجموعة التعويض {١، ٣، ٥، ٧، ٩} ، (ع) تنتمي إلى مجموعة التعويض {١٠، ١٢، ١٤، ١٦، ١٨}:

١٦) ٤(ص + ١) = ٤٠

١١) ع + ١٠ = ٢٢

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

أ) $٧ - (٤^{٢} - ١٠) + ن = ١٠$

$٧ - (٤^{٢} - ١٠) + ن = ١٠$	المعادلة الأصلية
$٧ - (١٦ - ١٠) + ن = ١٠$	حساب القوى
$٧ - ٦ + ن = ١٠$	طرح ١٠ من ١٦
$١ + ن = ١٠$	طرح ٦ من ٧

لقيمة الوحيدة لـ ن التي تجعل المعادلة صحيحة هي ٩. لذا يكون لهذه المعادلة حل وحيد هو ٩.

ب) $ن(٣ + ٢) + ٦ = ٥ن + (١٠ - ٣)$

$ن(٣ + ٢) + ٦ = ٥ن + (١٠ - ٣)$	المعادلة الأصلية
$ن(٥) + ٦ = ٥ن + ٧$	اجمع ٣+ ٢ ، اطرح ٣ من ١٠
$٥ن + ٦ = ٥ن + ٧$	خاصية الإبدال في الضرب

لاحظ أنه عند تعويض أي عدد حقيقي بدلًا من ن، سيكون الطرف الأيمن للمعادلة أقل من الطرف الأيسر بواحد دائمًا. لذا لا يمكن أن تكون المعادلة صحيحة، وبالتالي فإنه لايوجد حل لها.

قراءة الرياضيات

لا يوجد حل

الرمز الذي يمثل عدم وجود حل للمعادلة هو ∅ ويقرأ «فاي».

تقويم

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

١٨) و = ٥٦ ÷ (٢^{٢} + ٣)

٨) ٥ + ٢٢أ = ٢ + ١٠ ÷ ٢

المتطابقات

تُسمى المعادلة التي تكون صحيحة لجميع قيم المتغير فيها **متطابقة** .ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

حُلَّ المعادلة: $(٢ \times ٥ - ٨)(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦]٢$.

$(٢ \times ٥ - ٨)(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦]٢$	المعادلة الأصلية
$(١٠ - ٨)(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦]٢$	اضرب ٢×٥
$٢(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦]٢$	طرح ٨ من ١٠
$٦هـ + ١٢ = [(٢هـ + هـ) + ٦]٢$	خاصية التوزيع
$٦هـ + ١٢ = [٣هـ + ٦]٢$	اجمع ٢هـ + هـ
$٦هـ + ١٢ = ٦هـ + ١٢$	خاصية التوزيع

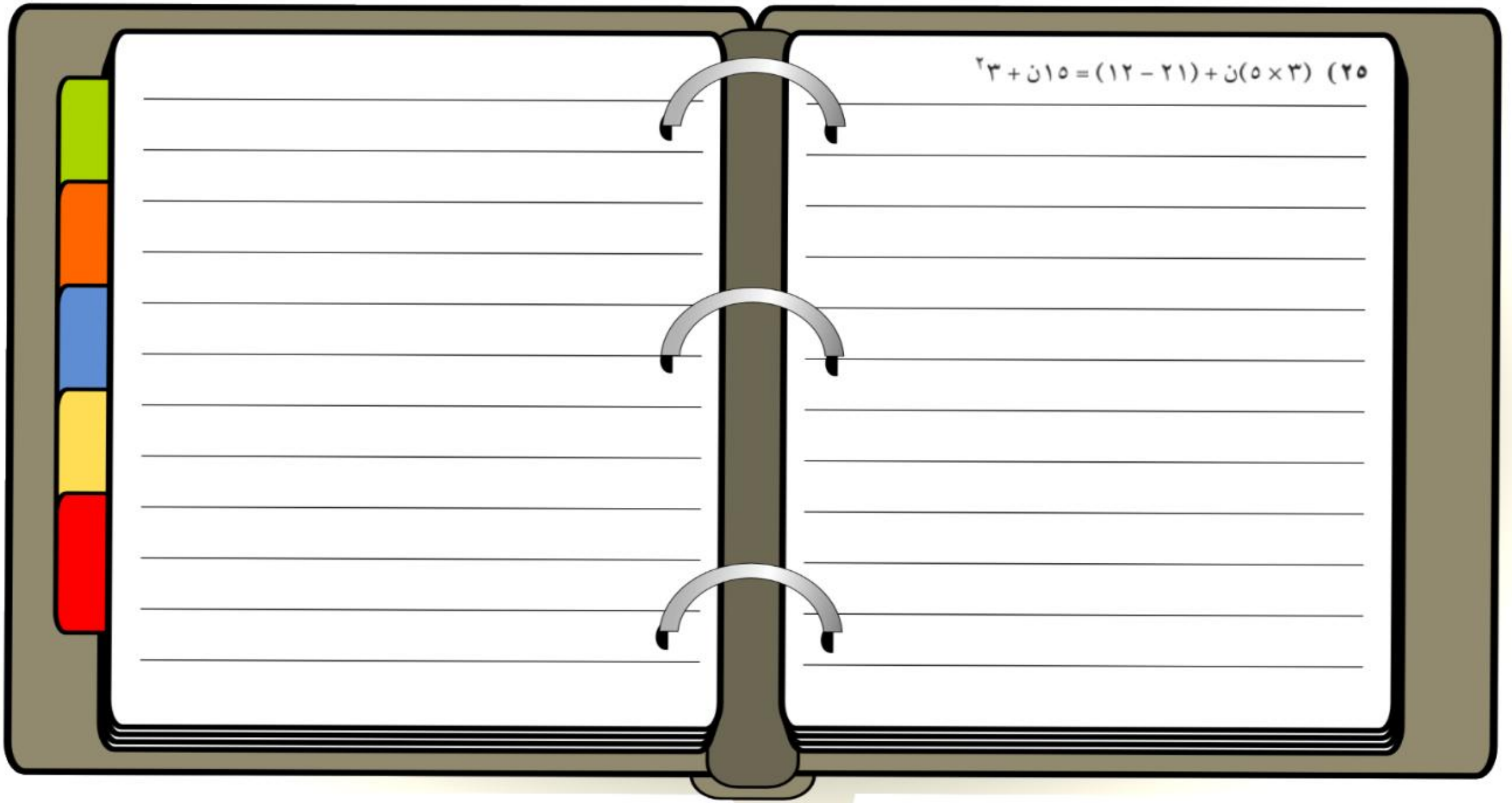
بما أن الطرف الأيمن للمعادلة يساوي الطرف الأيسر لها، فليس مهمًّا أن تعوض أي قيمة بدلًا من هـ ؛ لذا فالمعادلة دائمًا صحيحة، ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

قراءة الرياضيات

المتطابقة:
هي معادلة طرفاها متكافئان دائمًا.

تقويم

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:



٢٥) (٣ × ٥)ن + (٢١ − ١٢) = ١٥ن + ٣^{٢}

معادلات تحتوي متغيرين

حل معادلات بمتغيرين: تحتوي بعض المعادلات على متغيرين؛ لذا من المفيد تكوين جدول للقيم واستعمال التعويض لإيجاد قيم المتغير الثاني، إذا علمت قيمة المتغير الأول.

اتصالات: يدفع حمزة ٣٥ ريالًا شهريًّا رسوم اشتراك في خدمة الهاتف الجوال، بالإضافة لـ ٠,٢٥ ريال لكل دقيقة اتصال. اكتب معادلة وحلها لإيجاد المبلغ الذي سيدفعه هذا الشهر إذا علمت أنه اتصل مدة ٨٠ دقيقة.

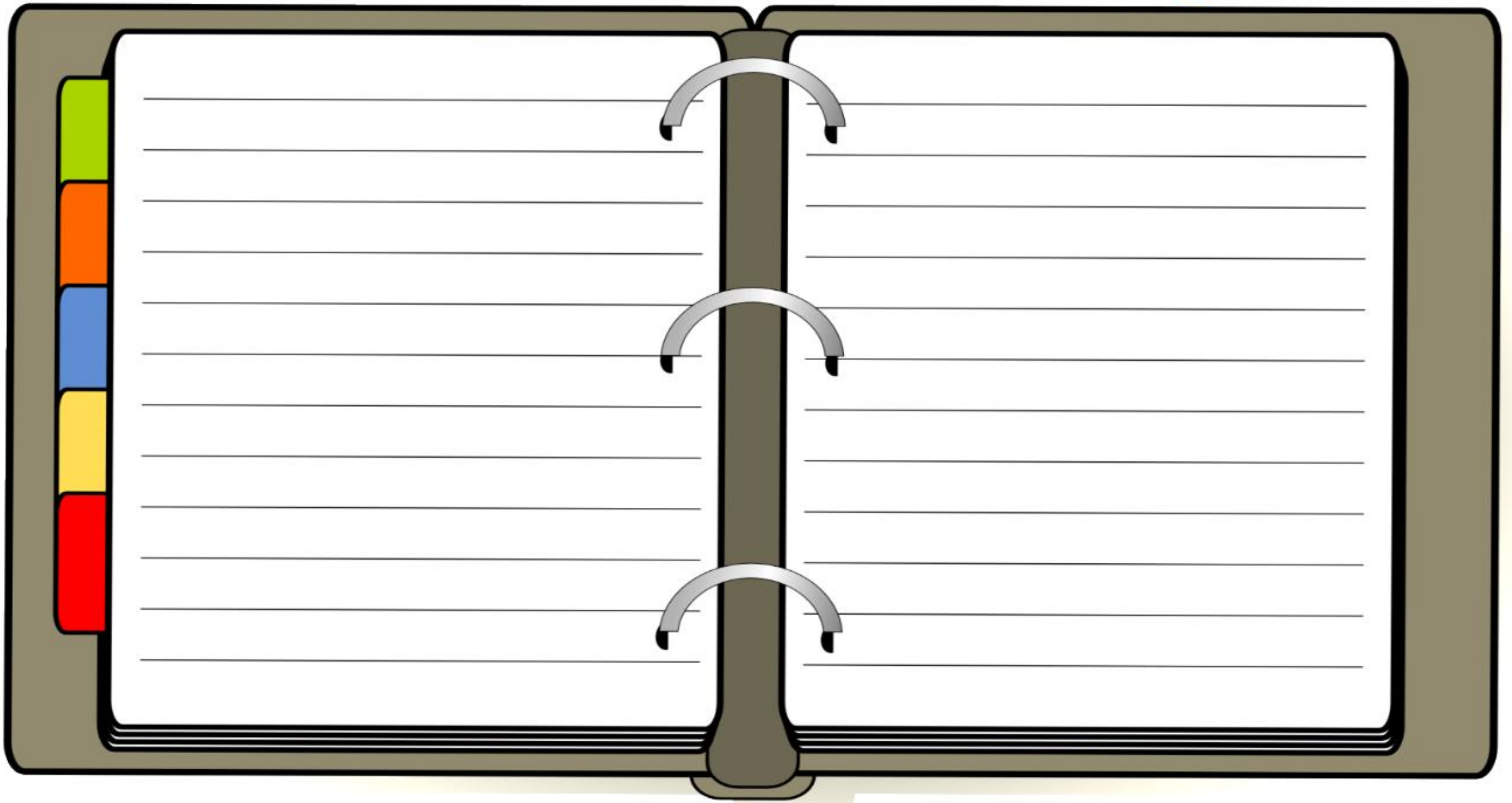
رسم اشتراك الخدمة مقدار ثابت، والتغير هو في عدد دقائق الاتصال؛ لذا فالمبلغ الذي سيدفعه مقابل ٨٠ دقيقة اتصال هو حاصل ضرب ٠,٢٥ في ٨٠. لنفرض أن (ك) هي المبلغ الكلي الذي سيدفعه حمزة مقابل رسوم الخدمة والاتصال مدة ٨٠ دقيقة، و(م) هي مدة الاتصال.

ك = ٠,٢٥ م + ٣٥	المعادلة الأصلية
= ٠,٢٥ (٨٠) + ٣٥	عوض ٨٠ بدلًا من م
= ٢٠ + ٣٥	اضرب
= ٥٥	اجمع

إذن سيدفع حمزة ٥٥ ريالًا هذا الشهر.

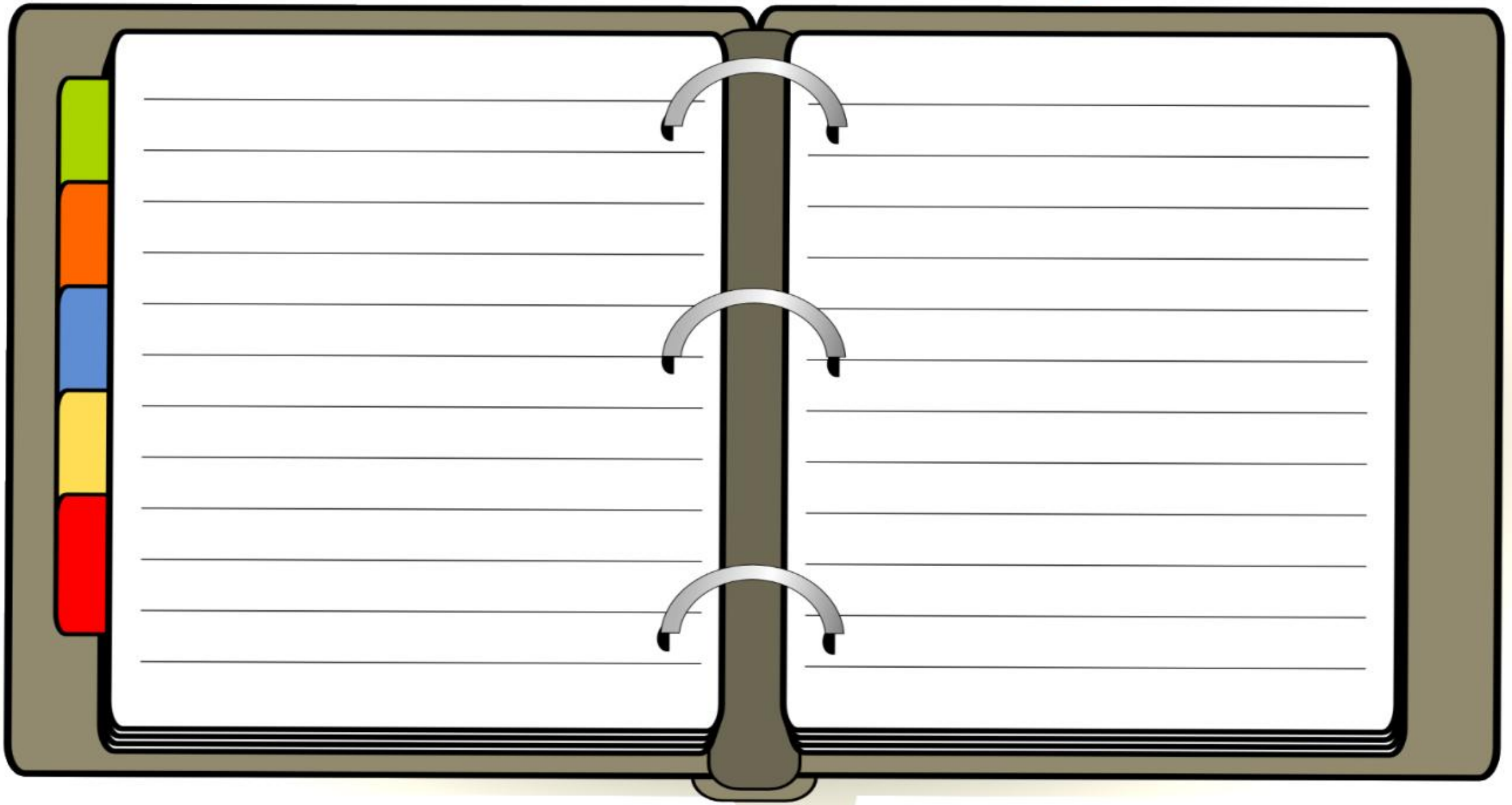
تقويم

١٠) **تدوير:** لتدوير الدهان غير المستعمل، يتم خلط ٥ جالونات من الدهان ثم وضعها في عبوة واحدة.
اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد العبوات التي تسع ٣٠٠٠٠ جالون من الدهان.



تقويم

٥٤) **تحدٍ:** أوجد جميع حلول المعادلة: $س^{٢} + ٥ = ٣٠$.



ملخص مفهوم

المعادلات

قيمة المتغير هي حل المعادلة

مجموعة التعويض

{٣ ، ٢ ، ١ ، ٥}

{٢}

عنصر

مجموعة الحل

$$٣ (ب+١) = ٣ب + ٣$$

الطرفان
متكافئان

ملخص مفهوم

المُتطابِقةُ

هيَ معادلةٌ تكونُ صحيحةً لجميعِ قيمِ المُتغيِّرِ فيها،
ويكونُ حلُّها مجموعةَ الأعدادِ الحقيقيةِ.

٦س + ٧ = ٦س + ٧

س = −٣ ⟵ ٦ (−٣) + ٧ = ٦ (−٣) + ٧ ⟵ −١١ = −١١

س = $\frac{١}{٣}$ ⟵ ٦($\frac{١}{٣}$) + ٧ = ٦ ($\frac{١}{٣}$) + ٧ ⟵ ٩ = ٩

$$(هـ \pm ٣)^{٢} = هـ^{٢} \pm ٦هـ + ٩$$

قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

اي المعادلات التالية يمثل متطابقة؟

- ل + ٣ = ٣ل + ١
- ٢ل + ٣ = ٣ل + ١
- ٤ل + ١ = ٤ل – ١
- ٦ + ٥ل = ٥ل + ٦

اختر الإجابة الصحيحة

يدفع فهد ١٥٠ ريالا شهريا لعضوية نادي رياضي، بالإضافة إلى ١٥ ريالا لدرس تعليم السباحة، أكتب معادلة يمكن استخدامها لإيجاد المبلغ الكلي الذي يدفعه فهد مقابل (د) درسا لتعليم السباحة.

- ت= ١٥٠د + ١٥
- ت = ١٥د + ١٥٠
- ت = ١٥ + د + ١٥٠
- ت = د + ١٦٥