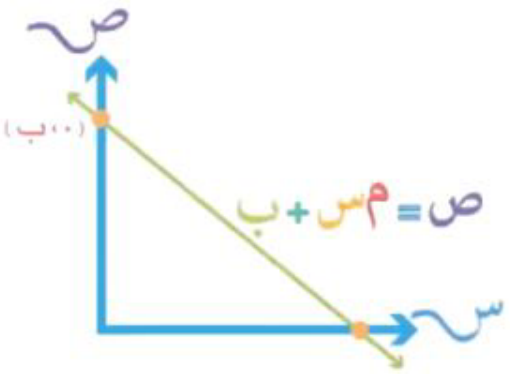
تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًّا

رابط الدرس الرقمي

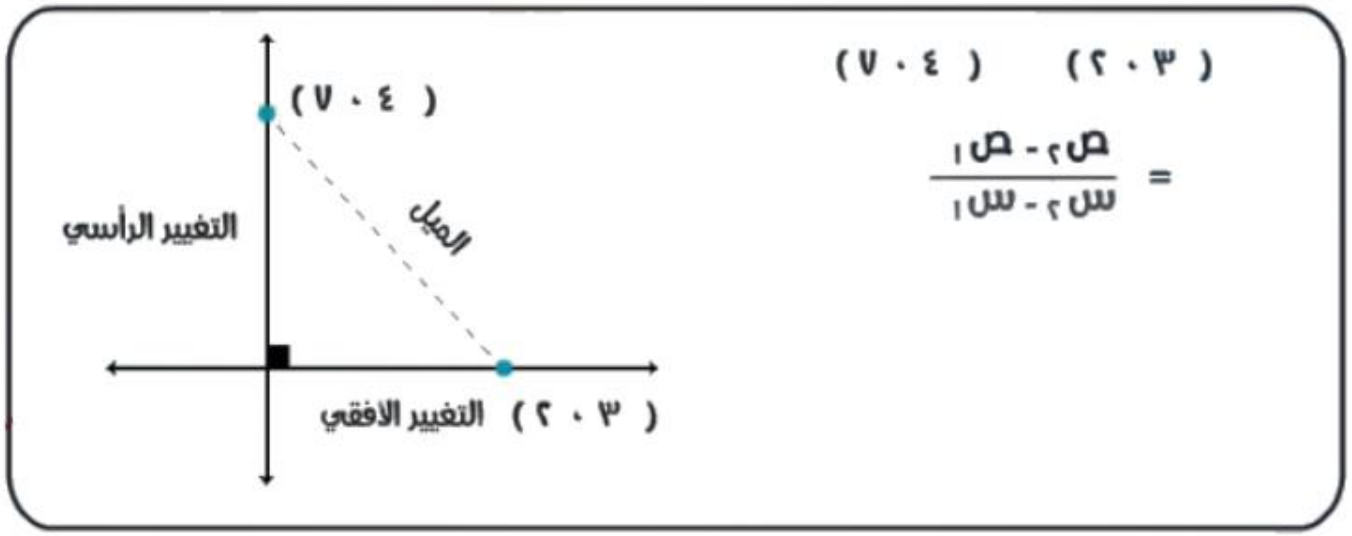


أهداف الدرس

- كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع وتمثيلها بيانيا
- تمثيل بيانات من واقع الحياة بمعادلات بصيغة الميل والمقطع

المعرفة السابقة

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغيير الرأسي}}{\text{التغيير الأفقي}}$$



سنتعلم اليوم:

- أكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، وأمثّلها بيانيًا.
- أمثّل بيانات من واقع الحياة باستعمال معادلات مكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

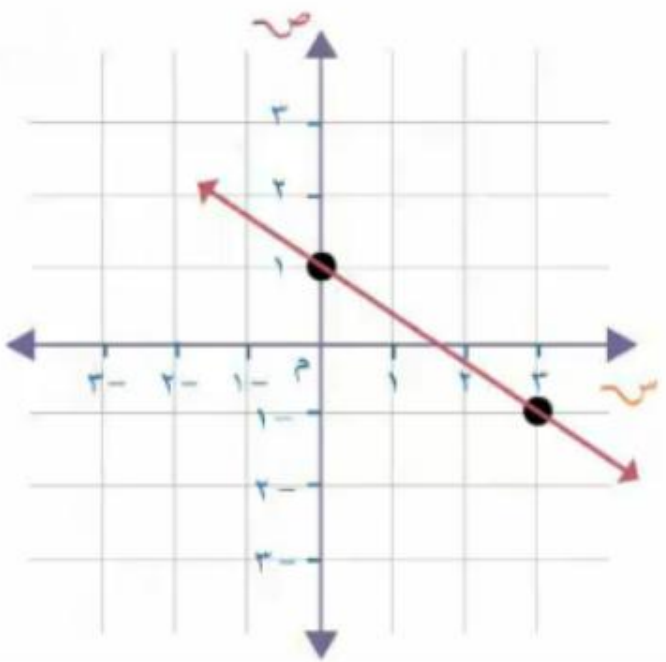
ماجد الحربي

الخطُّ مستقيمٌ ← المعادلةُ خطيَّةٌ ← مُعدَّلُ التغيُّرِ ثابتٌ

المُعدَّلُ الثابتُ للتغيُّرِ = ميلُ المُستقيمِ

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغيُّرُ في ص}}{\text{التغيُّرُ في س}} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

استنتج



المقطعُ الصاديُّ

(،)

تمهيد

يحفظ جميل ٥٠٠ بيت من الشعر، وعندما اشترك في نادي الشعر بدأ بحفظ ٣٠ بيتًا جديدًا كل شهر. ولمعرفة عدد الأبيات (ص) التي يحفظها بعد (س) شهرًا نكتب المعادلة:

ص= ٣٠س+ ٥٠٠.

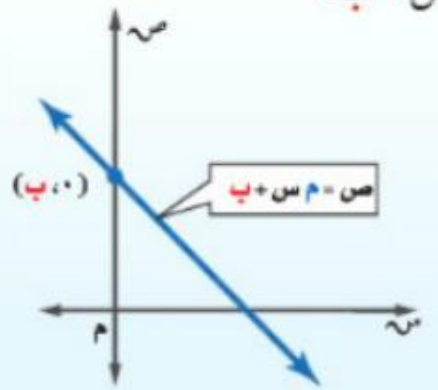
صيغة الميل والمقطع: يمكن كتابة أي معادلة خطية **بصيغة الميل والمقطع**. على النحو: ص= م س+ ب حيث م الميل، ب المقطع الصادي، وأي تغيير في قيمة أي منهما يؤدي إلى تغيير التمثيل البياني للمعادلة.

مفهوم أساسي

صيغة الميل والمقطع

مطويتك

التعبير اللفظي: صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية هي: ص= م س+ ب،
م = الميل، ب = المقطع الصادي.



مثال: ص= م س+ ب

ص= ٢ س+ ٦

الميل ← ٢ ، المقطع الصادي ← ٦

ص = م س + ب

المَيْلُ — المقطعُ الصاديُ

نقطةُ المقطعِ الصاديِّ:

هيَ النقطةُ التي تكونُ فيها قيمةُ (س) تُساوي صفرًا

كتابة المعادلة وتمثيلها بيانيًّا

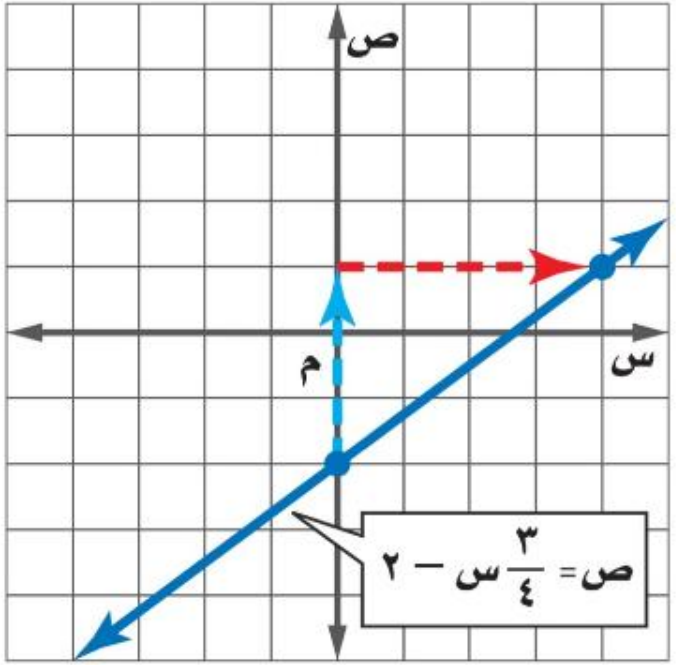
مثال

اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{٣}{٤}$ ، ومقطعه الصادي = −٢ بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا.

ص = م س + ب — صيغة الميل والمقطع

ص = $\frac{٣}{٤}$ س + (−٢) — عوّض عن م بِـ $\frac{٣}{٤}$ ، وعن ب بِـ (−٢)

ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٢ — بسّط



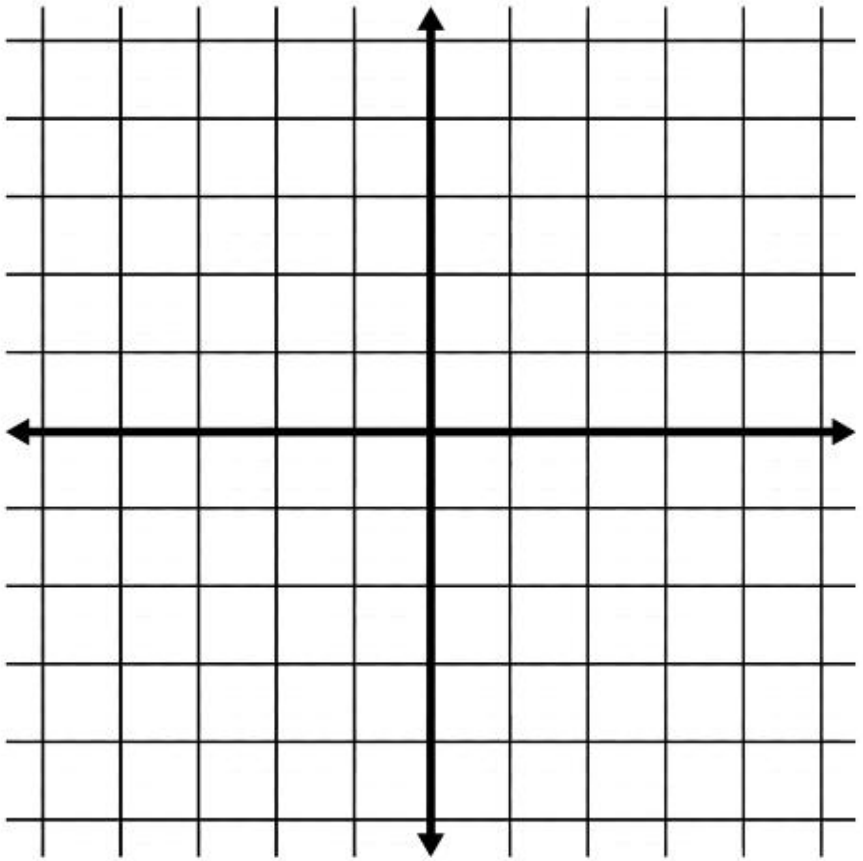
الخطوة ١: عيّن النقطة (٠، −٢) التي تمثّل المقطع الصادي

الخطوة ٢: الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{٣}{٤}$ ، تحرّك من النقطة (٠، −٢) بمقدار ٣ وحدات إلى الأعلى، و٤ وحدات إلى اليمين وعيّن النقطة الجديدة.

الخطوة ٣: ارسم خطًّا مستقيمًا يمر بهاتين النقطتين.

تقويم

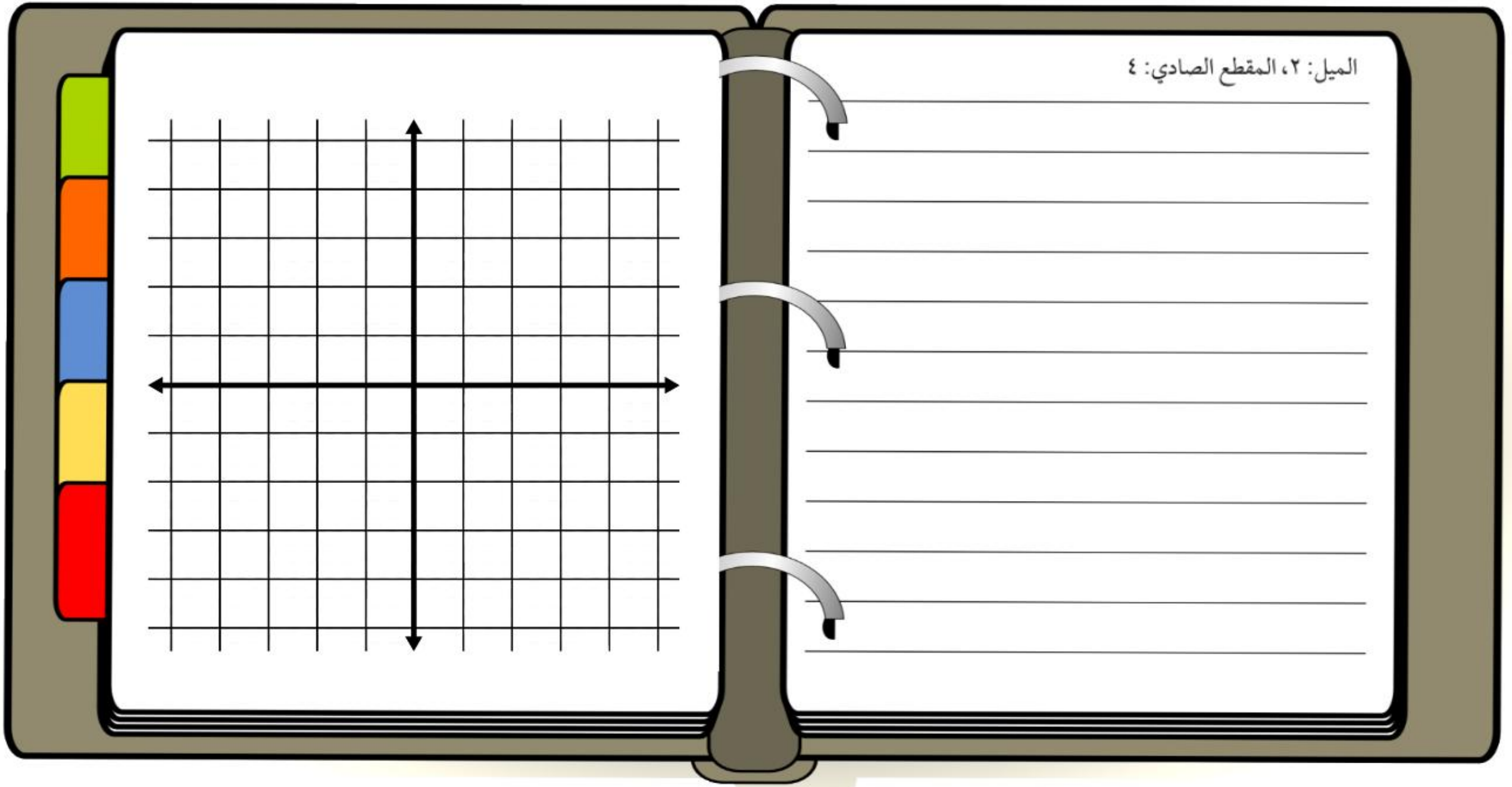
اكتب معادلة المستقيم في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا:



أ١) الميل $= -\frac{١}{٢}$ ، المقطع الصادي $= ٣$

تقويم

اكتب معادلة المستقيم في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا:



الميل: ٢، المقطع الصادي: ٤

تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

إذا لم تكن المعادلة مكتوبة بصيغة الميل والمقطع، فإن إعادة كتابتها بهذه الصيغة تسهل تمثيلها بيانيًا.

مثال مثِّل المعادلة ٣س + ٢ص = ٦ بيانيًا.

أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

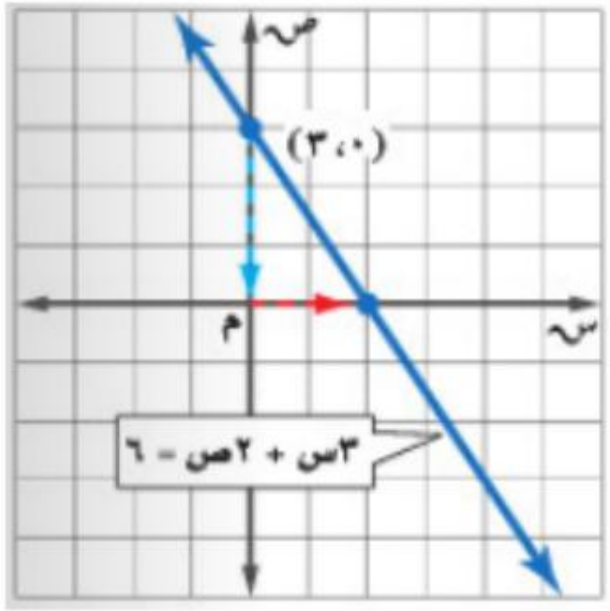
٣س + ٢ص = ٦	المعادلة الأصلية
٣س + ٢ص − ٣س = ٦ − ٣س	اطرح ٣ س من طرفي المعادلة
٢ص = ٦ − ٣س	بسّط
٢ص = −٣س + ٦	٦ − ٣س = ٦ + (−٣س) = −٣س + ٦
$\frac{٢ص}{٢} = \frac{-٣س + ٦}{٢}$	اقسم كل طرف على ٢
ص = $-\frac{٣}{٢}$س + ٣	صيغة الميل والمقطع

والآن، مثِّل المعادلة بيانيًا، الميل = $\frac{-٣}{٢}$، والمقطع الصادي = ٣.

الخطوة ١: عيِّن المقطع الصادي (٠، ٣)

الخطوة ٢: الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{-٣}{٢}$، تحرّك من النقطة (٠، ٣) إلى الأسفل ٣ وحدات ووحدتين إلى اليمين، وعيِّن النقطة الجديدة

الخطوة ٣: ارسم خطًّا مستقيمًا يصل بين النقطتين.



إرشادات للدراسة

المتغيرات التابعة:

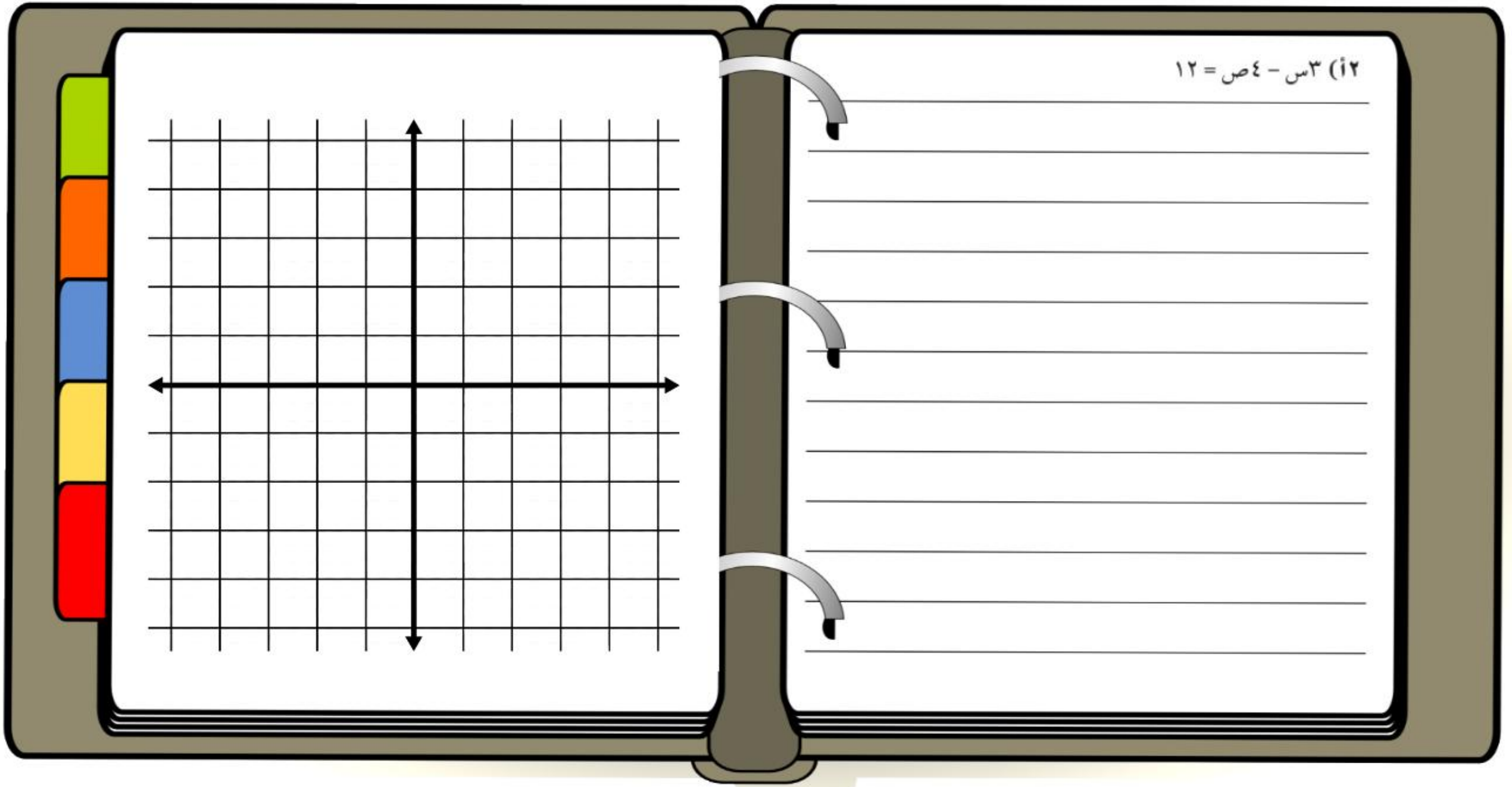
ص هو المتغير التابع؛ لأنه يعتمد على التغير في س.

إرشادات للدراسة

الميل والاتجاه:

لتحديد النقطة الثانية التي يمر بها المستقيم؛ انطلاقًا من النقطة التي تمثل المقطع الصادي، نستعمل الميل، فإذا كان موجبًا فتحرك إلى أعلى وإلى اليمين. وإذا كان سالبًا؛ فإما أن يكون البسط سالبًا فتتحرك إلى الأسفل، وإما أن يكون المقام سالبًا فتتحرك إلى اليسار. وفي كلتا الحالين نحصل على المستقيم نفسه.

تقويم مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:



أ٢) ٣س – ٤ص = ١٢

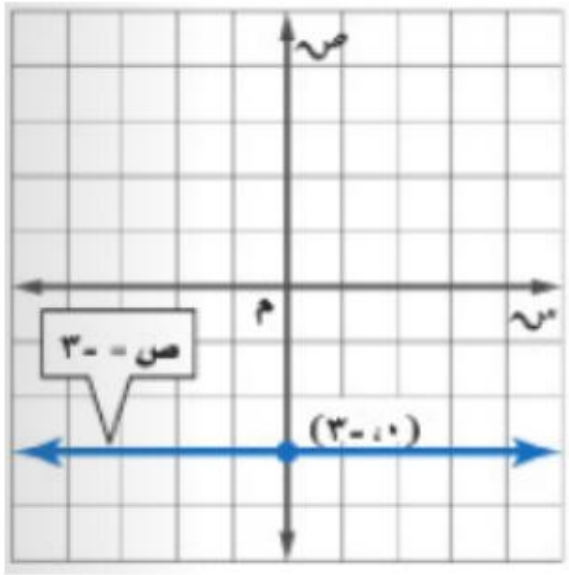
بما أن ميل المستقيمات الأفقية يساوي صفرًا، لذا فمعادلات المستقيمات الأفقية يمكن أن تُكتب بصيغة الميل والمقطع في صورة: ص= ٠ س+ ب، أو ص= ب. أما الخطوط المستقيمة الرأسية فليس لها ميل، لذا، لا يمكن كتابة معادلاتها بصيغة الميل والمقطع.

مثال

مثِّل المعادلة ص= −٣ بيانيًّا.

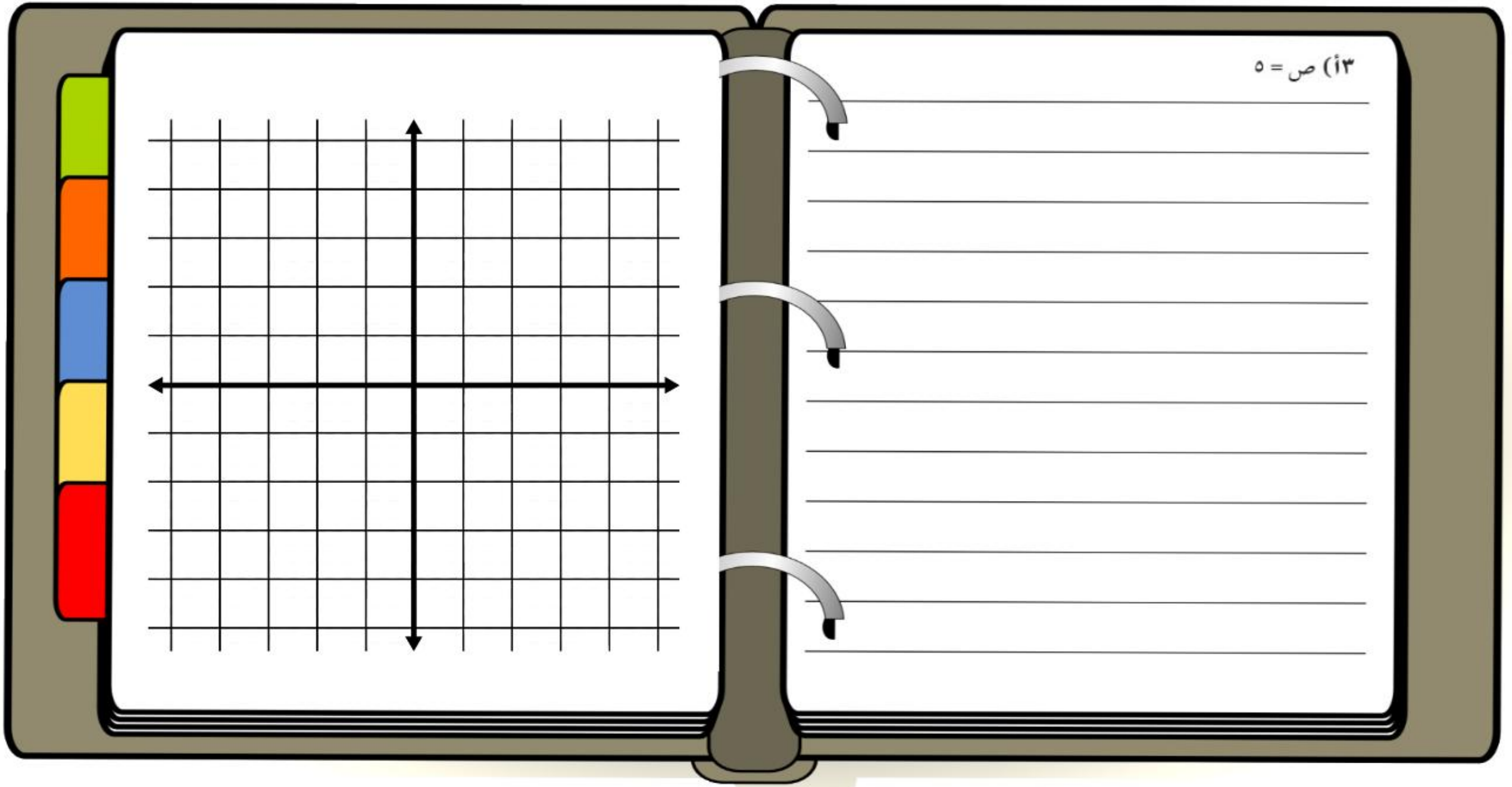
الخطوة ١ عيِّن المقطع الصادي (٠، −٣).

الخطوة ٢ الميل= ٠، ارسم خطًّا مستقيمًا يمر بالنقاط التي إحداثيها الصادي −٣.



تقويم

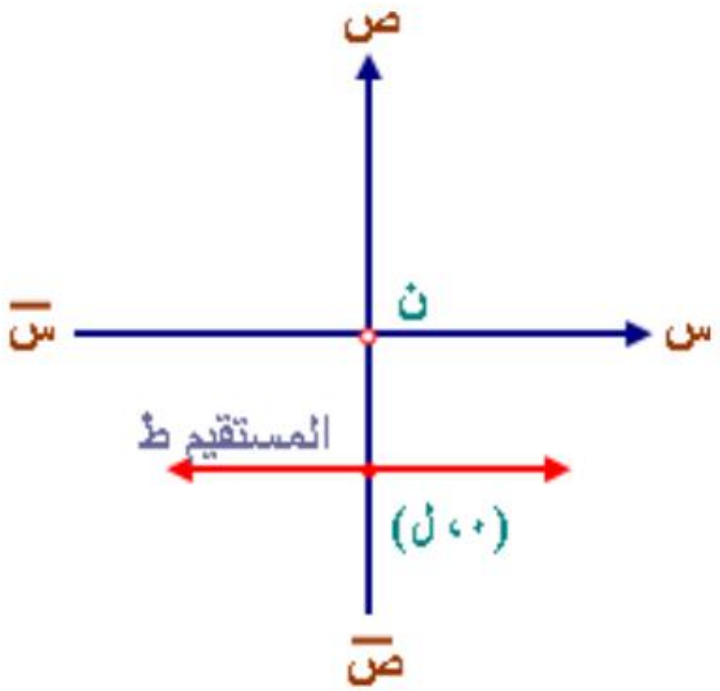
مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

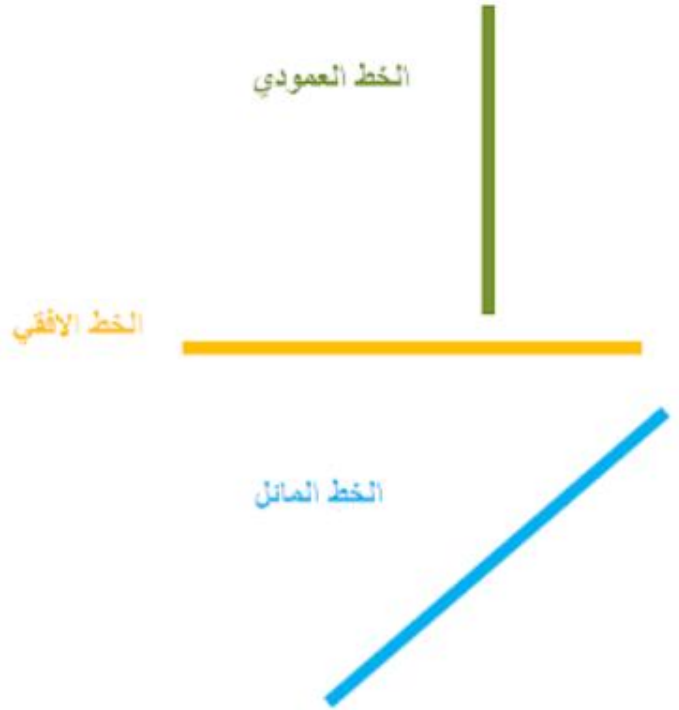


أ٣) ص = ٥

لاحظ أن معادلات المستقيمات الأفقية لا تتضمن المتغير س، وأن تمثيلها لا يقطع محور السينات ما عدا التمثيل البياني للمعادلة ص= ٠ الذي ينطبق على محور السينات.

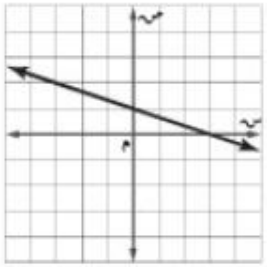
قد تحتاج أحيانًا إلى كتابة معادلة عرف تمثيلها البياني. ولإجراء ذلك، عيّن المقطع الصادي، ثم استعمل الحركة أفقيًّا ورأسيًّا لإيجاد نقطة أخرى على الشكل، ثم اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.





مثال ٤ من اختبار

أيّ مما يأتي يمثّل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟



أ) ص = −٣س + ١

ب) ص = −٣س + ٣

جـ) ص = $-\frac{١}{٣}$ س + ١

د) ص = $-\frac{١}{٣}$ س + ٣

اقرأ السؤال:

أنت بحاجة إلى معرفة كل من: الميل والمقطع الصادي للمستقيم من أجل كتابة معادلته.

حل السؤال:

الخطوة ١: بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ١)، لذا فالمقطع الصادي يساوي (١)، وتكون الإجابة الصحيحة هي أ أو جـ.

الخطوة ٢: للانتقال من النقطة (٠، ١) إلى (٣، ٠)، تحرك وحدة واحدة إلى الأسفل وثلاث وحدات إلى اليمين، فالميل يساوي $-\frac{١}{٣}$.

الخطوة ٣: اكتب المعادلة: ص= م س+ ب

ص= $-\frac{١}{٣}$ س+ ١.

تحقق: يمر المستقيم بالنقطة (−٣، ٢) أيضًا، وتكون هذه النقطة حلًّا للمعادلة إن كانت صحيحة.

ص = $-\frac{١}{٣}$ س + ١

٢ ≟ $-\frac{١}{٣}$(−٣) + ١

٢ ≟ ١ + ١

٢ = ٢ ✓ الإجابة الصحيحة هي جـ.

إرشادات للاختبار

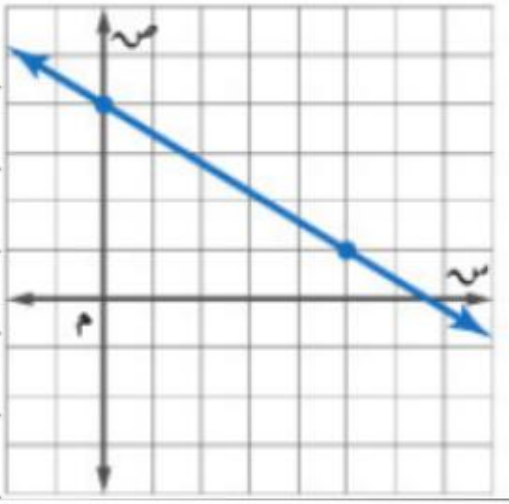
حذف البدائل (الخطأ)

حلّل التمثيل البياني وأوجد الميل والمقطع الصادي، ثم احذف البدائل التي لا تتوافق مع الشكل.

تقويم

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:

١٢)



كتابة معادلة خطية وتمثيلها بيانيًّا

تمثيل بيانات من واقع الحياة: يمكن تمثيل بيانات من واقع الحياة بمعادلة خطية إذا كان معدل تغيرها ثابتًا، فالمعدل الثابت للتغير يمثل الميل، والمقطع الصادي هو النقطة التي تكون عندها قيمة المتغير المستقل تساوي صفرًا.

مثال

مدارس: استعمل المعلومات الواردة إلى اليمين عن عدد طالبات المرحلة الثانوية في المملكة.

الربط مع الحياة

بلغ عدد طالبات المرحلة الثانوية لعام ١٤٠١ هـ نحو ٤٢ ألف طالبة، وقد ازداد هذا العدد بمعدل ١٧ ألف طالبة تقريبًا كل سنة حيث بلغ عدد الطالبات عام ١٤٢١ هـ، ٣٨٦ ألفًا تقريبًا.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد طالبات المرحلة الثانوية بعد عام ١٤٠١ هـ.

عدد الطالبات يساوي معدل التغير في عدد السنوات زائد العدد في البداية

ليكن ص = عدد الطالبات، س = عدد السنوات منذ عام ١٤٠١هـ.

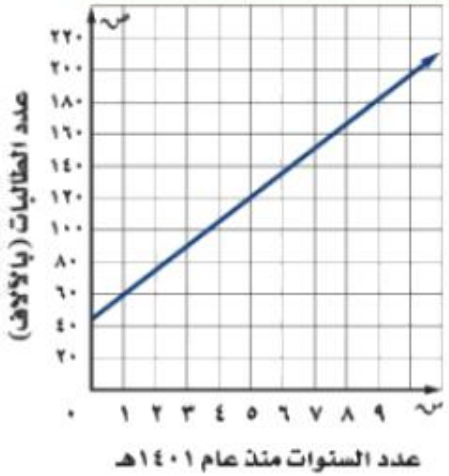
ص = ١٧ × س + ٤٢

المعادلة هي ص = ١٧ س + ٤٢

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

المقطع الصادي هو نقطة البداية، لذا فالمستقيم يمر بالنقطة (٠، ٤٢).

معدل التغير هو الميل، لذا فالميل يساوي ١٧



جـ) قدِّر عدد الطالبات عام ١٤٤٤ هـ.

ص = ١٧ س + ٤٢ — اكتب المعادلة

= ١٧ × (٤٣) + ٤٢ — عوّض عن س بـ (٣٦)

= ٧٧٣ — بسّط

فيكون عدد طالبات المرحلة الثانوية عام ١٤٤٤ هـ نحو ٧٧٣ ألف طالبة.

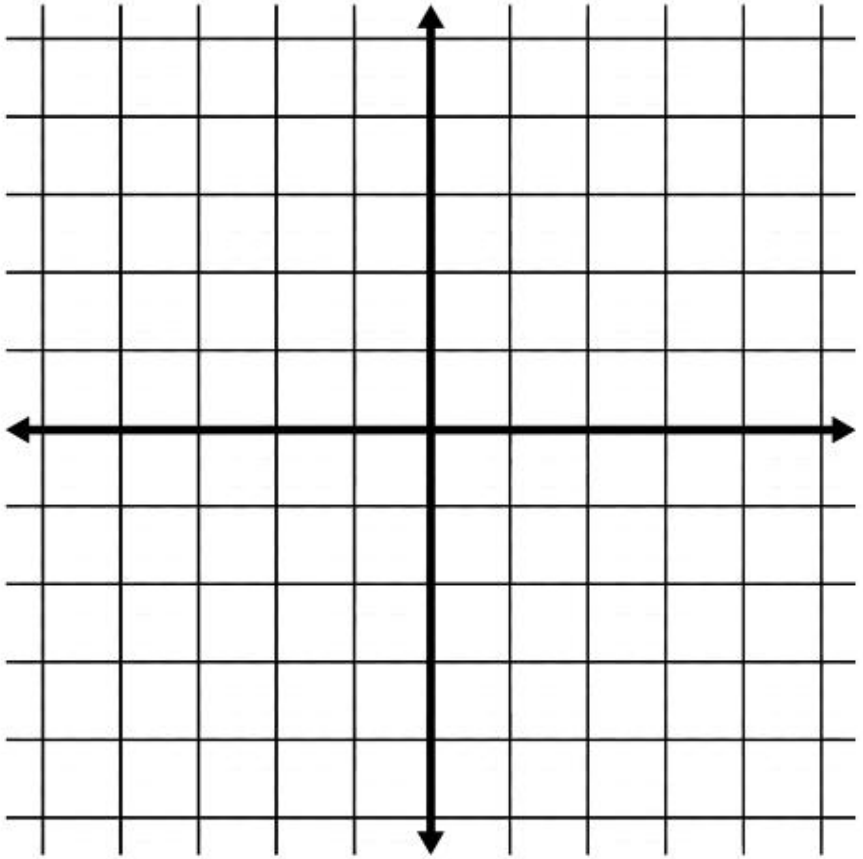
تقويم

٧) **نقود:** اشترى محمد أجهزة كهربائية بالتقسيط حيث دفع ٧٥٠ ريالًا دفعة أولى، ويدفع ١٠٠ ريال كل أسبوع.

أ) اكتب معادلة للمبلغ الكلي الذي سيدفعه بعد (س) أسبوعًا.

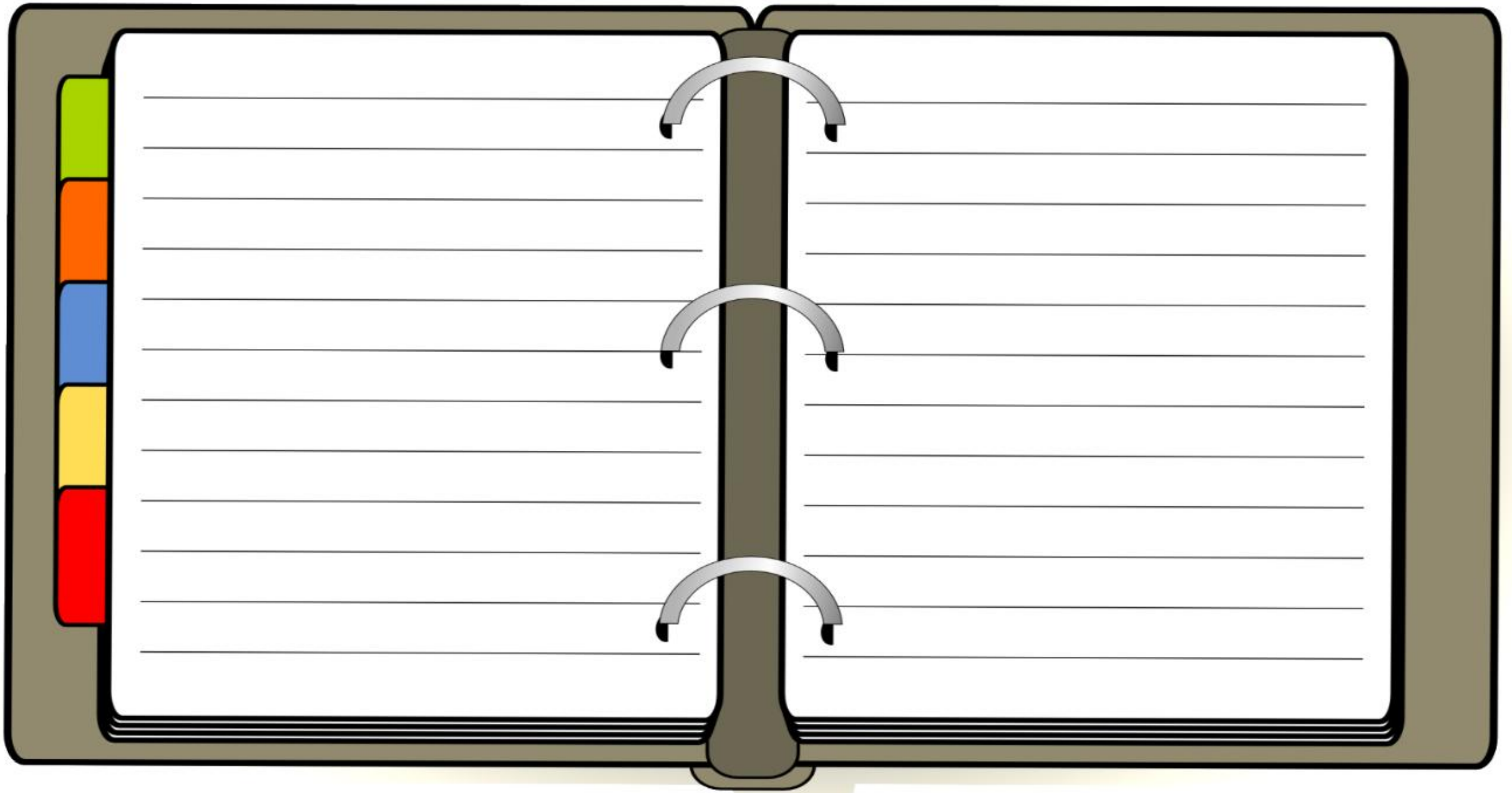
جـ) أوجد المبلغ الذي سيدفعه محمد بعد ٨ أسابيع.

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.



تقويم

٢٣) **تبرير:** بيِّن ما إذا كان من الممكن كتابة معادلة الخط الرأسي بصيغة الميل والمقطع أم لا، وفسّر إجابتك.



ملخص مفهوم

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ

ص = م س + ب

المَيْلُ — المقطعُ الصاديُّ

نقطةُ المقطعِ الصاديِّ:

هيَ النقطةُ التي تكونُ فيها قيمةُ (س) تُساوي صفرًا

تمثيلُ معادلةٍ خطيةٍ بيانيًا اعتمادًا على المَيلِ والمقطعِ

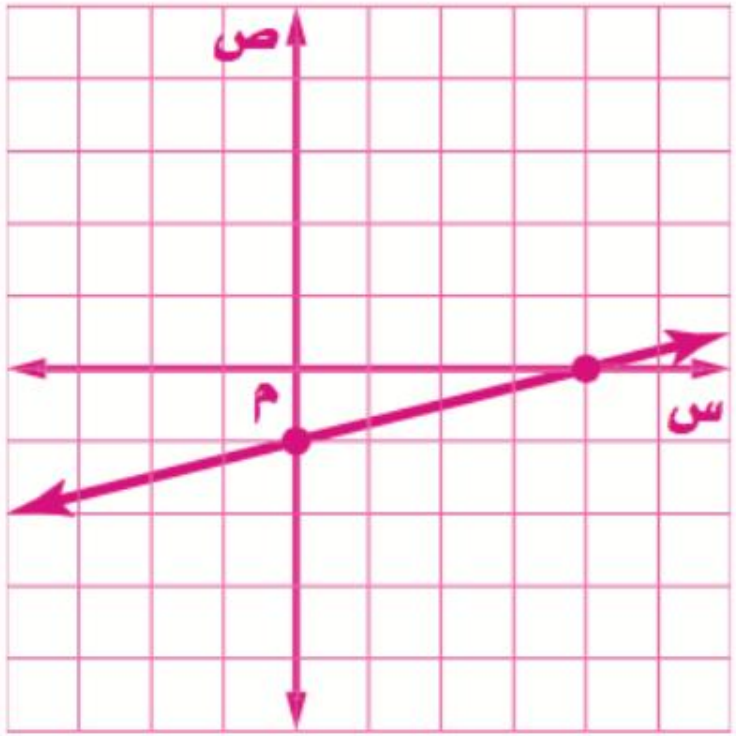
بحاجةٍ إلى

- نُقطةٍ أولى — نستخدمُ — المقطعَ الصاديَّ
- نُقطةٍ ثانيةٍ
  - إذا كانَ المَيلُ مُوجَباً — نتحرّكُ إلى — الأعلى و اليمينِ
  - إذا كانَ المَيلُ سالباً — نتحرّكُ إلى — الأسفلِ و اليسارِ

قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

معادلة المستقيم الممثل بيانيا في الشكل المقابل بصيغة الميل والمقطع هى ص= ٤س – ١



○ صواب

○ خطأ