MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

مراجعة فصل

الدوال و المتباينات

الفصل الدراسي الأول

رياضيات (2 – 1)

ثاني ثانوي

إعداد و كتابة و تنسيق

أ.مريم سليمان المسعودي

1-1خصائص الأعداد الحقيقية

الأعداد الحقيقية : تصنف الأعداد الحقيقية جميعها على أنها نسبية أو غير نسبية، ومجموعة الأعداد النسبية تتضمن مجموعات جزئية متعددة: الطبيعية، الصحيحة، الكلية.

R	الأعداد الحقيقية	{جميع الأعداد النسبية وغير النسبية}.
Q	الأعداد النسبية	{جميع الأعداد التي يمكنك كتابتها على الصورة $\frac{m}{n}$، في حين أن m، n عددان صحيحان، $n\neq 0$}
I	الأعداد غير النسبية	{الكسور العشرية غير الدورية وغير المنتهية جميعها}.
Z	الأعداد الصحيحة	{... , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...}
W	الأعداد الكلية	{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,...}
N	الأعداد الطبيعية	{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,...}

خصائص الأعداد الحقيقية		
لأي أعداد حقيقية a, b, c		
الخاصيّة	الجمع	الضرب
التبديلية	$a+b=b+a$	$a.b=b.a$
التجميعية	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a.b).c=a.(b.c)$
العنصر المحايد	$a+0=a=0+a$	$a.1=a=1.a$
النظير	$a+(-a)=0=(-a)+a$	$a.\frac{1}{a}=1=\frac{1}{a}.a, 0\neq 0$
الانغلاق	$a+b$ عدد حقيقي	$a.b$ عدد حقيقي
التوزيع	$a(b+c)=ab+ac$ و $(b+c)a=ba+ca$	

حدد مجموعة الأعداد التي ينتمي اليها كل عدد مما يلي :

$-\sqrt{9}$	$0.\overline{61}$	π	$\frac{\sqrt{25}}{2}$	$\sqrt{42}$	-0.02	$\sqrt{81}$	0

بسط كلا من العبارات التالية

$5(3x+6y)+4(2x-9y)$	$40s+18t-5t+11s$	$12(\frac{a}{3}-\frac{b}{4})$

مالخاصية الموضحة في كلا مما يلي

$-7y+7y=0$	$3a+0=3a$	$84+5=5+84$	$5y\left(\frac{1}{5y}\right)=1$	$2(r+w)=2r+2w$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

أوجد كلا من النظير الجمعي و النظير الضربي															
15		-0.5		$-\frac{4}{5}$		-8		$2\frac{1}{2}$		1.25		$\sqrt{15}$		$\frac{6}{13}$	
النظير الضربي	النظير الجمعي	النظير الضربي	النظير الجمعي	النظير الضربي	النظير الجمعي	النظير الضربي	النظير الجمعي	النظير الضربي	النظير الجمعي	النظير الضربي	النظير الجمعي	النظير الضربي	النظير الجمعي	النظير الضربي	النظير الجمعي

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :							
1) مجموعة الأعداد التي ينتمي اليها العدد $\frac{6}{7}$							
A	Q	B	Z	C	I	D	N
2) مجموعة الأعداد التي ينتمي اليها العدد -12							
A	Q	B	Z	C	R	D	جميع ما سبق
3) الخاصية الموضحة في العبارة $7n + 2n = (7 + 2)n$							
A	التبديلية	B	الانغلاق	C	النظير الضربي	D	التوزيع
4) العدد المختلف عن باقي الأعداد							
A	$\sqrt{21}$	B	$\sqrt{35}$	C	$\sqrt{67}$	D	$\sqrt{81}$
5) اصغر مجموعة ينتمي اليها العدد $\sqrt{49}$							
A	النسبية	B	الصحيحة	C	الكلية	D	الغير نسبية
6) تبسيط العبارة $5x - 3y - 2x + 3y$							
A	$3x + 6y$	B	$7x - 6y$	C	$3x$	D	$6y$
7) مجموعة الأعداد التي ينتمي اليها العدد -12							
A	الصحيحة و النسبية	B	الصحيحة و النسبية و الحقيقية	C	الكلية و الصحيحة و الحقيقية	D	الصحيحة و الحقيقية
8) مالخاصية الموضحة في العبارة $-ab + ab = 0$							
A	النظير الجمعي	B	النظير الضربي	C	المحايد الجمعي	D	المحايد الضربي
9) مالخاصية الموضحة في العبارة $\left(\frac{22}{7}\right)\left(\frac{7}{22}\right) = 1$							
A	النظير الجمعي	B	النظير الضربي	C	المحايد الجمعي	D	المحايد الضربي
10) الخاصية الموضحة في العبارة $(4 + 15)7 = 4(7) + 15(7)$							
A	التبديلية	B	الانغلاق	C	النظير الضربي	D	التوزيع

بسط العبارات التالية	
$4x - 3y + 7x + 5y$	$2(a + 3) - 4a + 8b$ .....

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-2 العلاقات و الدوال

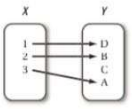
إرشادات للدراسة

العلاقة: تمثل العلاقة عادة على شكل أزواج مرتبة (x, y)، كما يمكن وصفها بعدة طرق أخرى، منها المخطط السهمي، والجدول، والتمثيل البياني.

المجال: مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

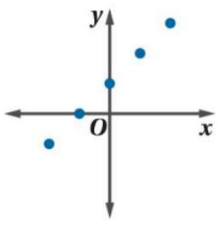
المدى: مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

العلاقات والدوال: يمكنك تمثيل العلاقة في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة أو في صورة معادلة. والعلاقة هي مجموعة الأزواج المرتبة كلها (x, y) التي تجعل المعادلة صحيحة، والدالة علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط في مداها.

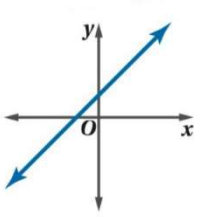
الدالة المتباينة	كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط في المدى، ولا يرتبط أكثر من عنصر في المجال بالعنصر نفسه في المدى.	

العلاقة المنفصلة: يكون فيها المجال مجموعة من النقاط المنفردة و تمثيلها البياني يتكون من نقاط غير متصلة .

العلاقة المتصلة : اذا احتوى مجال العلاقة عددا لا نهائيا من العناصر و تمثيلها البياني خط مستقيم او منحنى متصل (يمكن تمثيله بيانيا بدون رفع القلم عن الورقة)

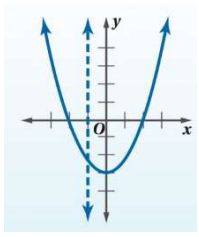


علاقة منفصلة



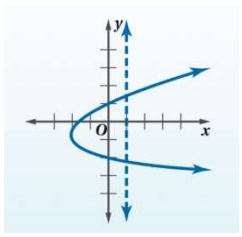
علاقة متصلة

اختبار الخط الرأسي:



*اذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة

(العلاقة تمثل دالة)



*اذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في نقطتين أو كثر

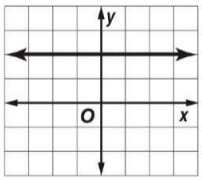
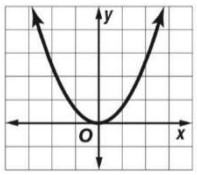
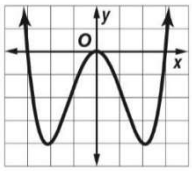
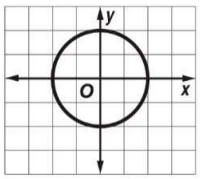
(العلاقة ليست دالة)

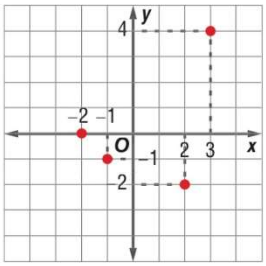
معادلات العلاقات والدوال: المعادلات التي تمثل دوال غالبًا ما تكتب برمز الدالة، فعلى سبيل المثال: $y = 10 - 8x$ يمكنك كتابتها على الصورة $f(x) = 10 - 8x$، وهذه الصيغة تؤكد حقيقة أن قيم y **(المتغير التابع)** تعتمد على قيم x **(المتغير المستقل)** .

نعوِّض القيمة المعطاة من المجال في المعادلة؛ لإيجاد العنصر المرتبط بهذه القيمة في المدى، فيكون هو قيمة الدالة.

أوجد قيمة $f(4)$ اذا كانت $f(x) = \frac{x^2+9}{x+1}$ .....
أوجد قيمة $f(2y)$ اذا كانت $f(x) = 3x^3 - 2x + 7$ .....
حدد مجال الدالة التالية و مداها . ثم حدد اذا كانت تمثل دالة ام لا و هل هي متباينة ؟ $\{(-4, 3), (-1, 0), (-2, 4), (3, -1), (2, 6)\}$

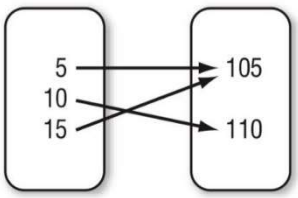
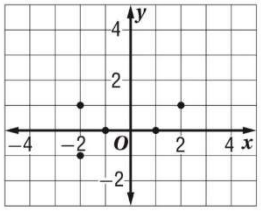
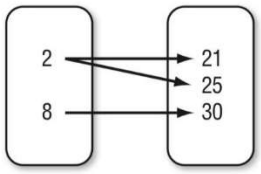
MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي							
أي العلاقات الأتية لا تمثل دالة							
A		B		C		D	
أوجد مجال العلاقة $\{(0,0),(1,1),(2,0)\}$ ثم حدد ما اذا كانت العلاقة دالة ام لا							
A	$\{0,1\}$ دالة	B	$\{0,1\}$ ليست دالة	C	$\{0,1,2\}$ دالة	D	$\{0,1,2\}$ ليست دالة
اذا كان $f(x)=-3x-5$, فأوجد $f(-1)$							
A	-9	B	-8	C	-2	D	2
اذا كان $g(x)=x^2$, فأي عبارة مما يأتي تساوي $g(x+1)$							
A	1	B	x^2+1	C	x^2+2x+1	D	x^2-x
المعادلة $y=5x+4$							
A	دالة منفصلة	B	دالة متصلة	C	ليست دالة	D	تمثل منحنى

أكمل الفراغات التالية
العلاقة التي يكون فيها المجال مجموعة من النقاط المنفردة تسمى .....
اذا احتوى مجال العلاقة عددا لا نهائيا من العناصر و أمكن تمثيلها بيانيا بمستقيم او منحنى متصل فإنها تسمى .....
اذا كانت $g(x)=-2x^2$ فإن $g(-6)$ = ...
من التمثيل البياني التالي المجال هو ..... **من التمثيل البياني التالي المدى هو .....** 
من الدالة $y=5x+4$ **المجال هو ..... المدى هو .....**

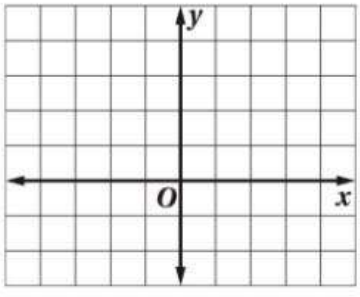
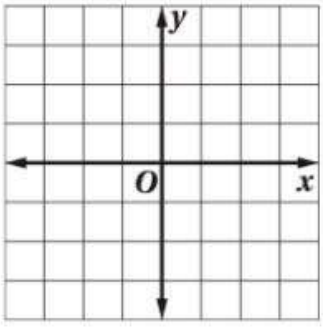
MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

حدد مجال كل علاقة مما يأتي و مداها و بين ما إذا كانت دالة أم لا . و إذا كانت دالة فهل هي متباينة ام لا ؟

<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>−2</td><td>−4</td></tr><tr><td>1</td><td>−4</td></tr><tr><td>4</td><td>−2</td></tr><tr><td>8</td><td>6</td></tr></table>			
المجال	المجال	المجال	المجال ..... .
المدى	المدى	المدى	المدى .....
دالة أم لا ؟	دالة أم لا ؟	دالة أم لا ؟	دالة أم لا ؟ .....
متباينة أم لا ؟	متباينة أم لا ؟	متباينة أم لا ؟	متباينة أم لا ؟ .....

ضع علامة (✓) أو (x) مع تصحيح أخطأ	العلامة	التصحيح
العلاقة $\{(5,3),(3,0),(-1,0),(3,-4)\}$ تمثل دالة		
الدالة المتباينة هي دالة يرتبط فيها كل عنصر من المجال بعنصر وحيد من المدى		

مثل كل معادلة مما يأتي بيانيا , ثم حدد مجالها و مداها , و حدد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا , وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة ام لا , ثم حدد اذا كانت متصلة ام منفصلة

$x = -1$ 	$y = 2x - 1$ 

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-3 دوال خاصة

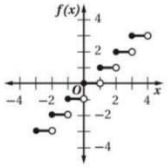
إرشادات للدراسة

تمثيل الدوال المتعددة التعريف بيانيًّا

قد تكون الدوال المتعددة التعريف متصلة أو غير متصلة.

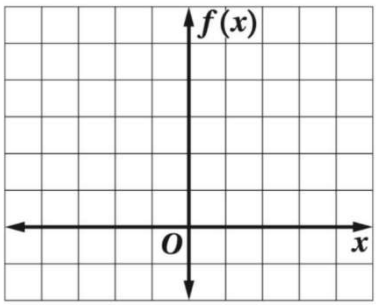
الدالة متعددة التعريف: تُكتب هذه الدالة باستعمال عبارتين جبريتين أو أكثر، ويكون تمثيلها متقطعًا في العادة.

الدوال الدرجية ودوال القيمة المطلقة

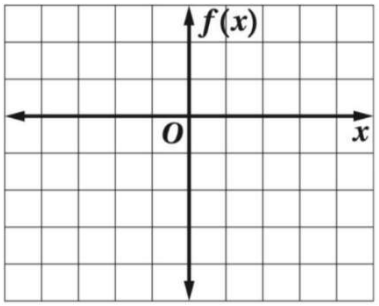
الاسم	تكتب على الصيغة	تُمثل على الشكل التالي
دالة أكبر عدد صحيح	$f(x)=[x]$	
داله القيمة المطلقة	$f(x)=\lvert x\rvert$	نصفا مستقيم كلٌّ منهما انعكاس للآخر في محور ويلتقيان عند نقطة الرأس.

مثل كل دالة مما يأتي بيانيا , ثم حدد مجالها و مداها

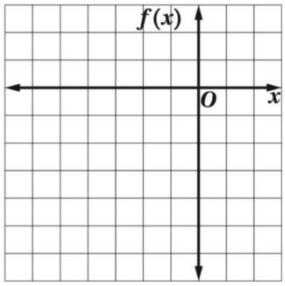
$f(x)=|x+1|$



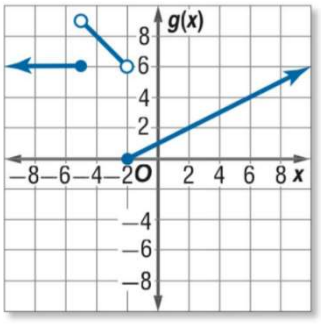
$f(x)=[x]-2$

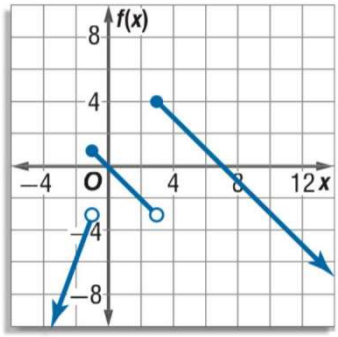


$f(x)=\begin{cases} x+2, & x\le -2 \\ 3x, & x>-2 \end{cases}$



اكتب الدالة متعددة التعريف الممثلة بيانيا فيما يلي





أكمل الفراغات التالية

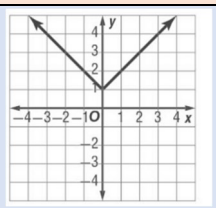
من الدالة $f(x)=|2x+1|$ المجال ..... المدى .....

من الدالة $f(x)=[x]+4$ المجال ..... المدى .....

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

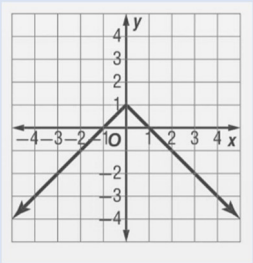
اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1) التمثيل البياني التالي هو .....



A	دالة متعددة التعريف	B	دالة درجية	C	دالة القيمة المطلقة	D	دالة متعددة التعريف

2) مدى الدالة الممثلة بيانيا



A	R	B	$\{f(x)\|f(x) \leq 1\}$	C	$\{f(x)\|f(x) < 1\}$	D	$\{f(x)\|f(x) \geq 1\}$

3) أي دالة مما يأتي يكون فيها $f\left(-\frac{1}{2}\right) \neq -1$

A	$f(x) = 2x$	B	$f(x) = [x]$	C	$f(x) = \|-2x\|$	D	$f(x) = [2x]$

4) مجال الدالة $y = 3|x + 2|$ هو

A	جميع الاعداد الحقيقية	B	$\{x\|x \geq 2\}$	C	$\{y\|y \geq 0\}$	D	$\{y\|y \geq 2\}$

5) مدى الدالة $f(x) = 3$

A	R	B	$\{y\|y \geq 3\}$	C	$\{y\|y \leq 0\}$	D	$\{3\}$

6) تسمى الدالة التي تكتب باستعمال تعبيرين أو اكثر دالة

A	خطية	B	ثابتة	C	متعددة التعريف	D	القيمة المطلقة

7) مدى الدالة $y = |x|$

A	جميع الاعداد الحقيقية	B	$\{y\|y \geq 0\}$	C	$\{x\|x \geq 0\}$	D	$\{y\|y \leq 0\}$

7) مدى الدالة $y = [x] + 4$

A	جميع الاعداد الحقيقية	B	جميع الاعداد الصحيحة	C	الاعداد الزوجية	D	الاعداد الفردية

7) مجال الدالة $f(x) = \begin{cases} x, x < 0 \\ 2, x \geq 0 \end{cases}$

A	جميع الاعداد الحقيقية	B	$\{x\|x < 0\}$	C	$\{x\|x < 0\}$	D	$\{2\}$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-4 تمثيل المتباينات الخطية و متباينة القيمة المطلقة

تمثيل المتباينة الخطية : المتباينة الخطية مثل $y \geq 2x - 1$ ، يمكنك تشبيهها بمعادلة خطية، ولكن نستعمل إشارة المتباينة بدلًا من إشارة المساواة، ومنحنى المعادلة الخطية المرتبطة بالمتباينة يقسم المستوى الإحداثي إلى نصفَي مستوى، ويكون المستقيم حدًّا لكلا النصفين.

لتمثيل المتباينة الخطية بيانيًّا، اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة 1: مثّل الحد الفاصل، وهو التمثيل البياني للمعادلة المرتبطة، إذا كانت إشارة المتباينة ($\leq$ أو $\geq$)، فإن الحد يكون متصلًا، أما إذا كانت إشارة المتباينة ($<$ أو $>$)، فإن الحد يكون متقطعًا.

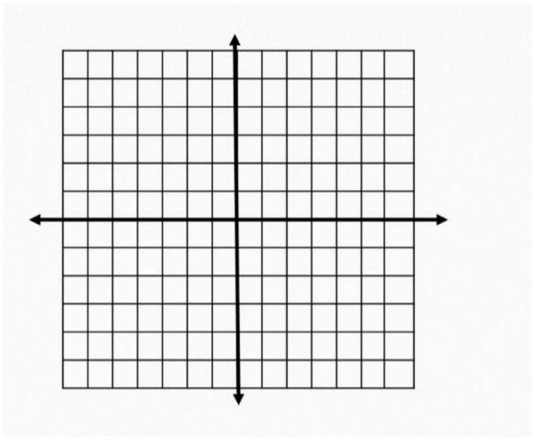
الخطوة 2: اختر نقطة لا تكون على الحد، واختبر ما إذا كانت تحقق المتباينةأم لا، وإذا كانت النقطة $(0, 0)$ لا تقع على الحد الفاصل، فهي نقطة جيدة للاختبار.

الخطوة 3: إذا حققت النقطة التي اخترتها المتباينة، ظلل نصف المستوى الذي يحوي هذه النقطة، وإذا لم تحقق النقطة المتباينة ظلل النصف الآخر.

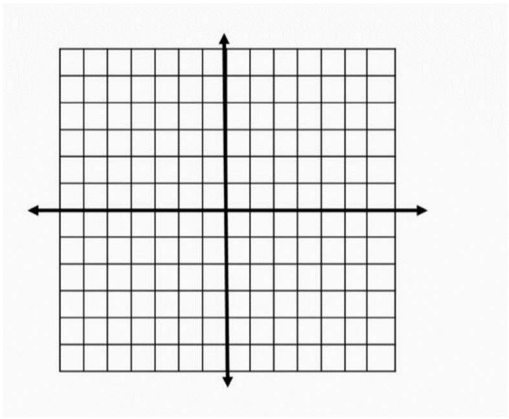
تمثيل متباينات القيمة المطلقة بيانيًّا : تمثيل متباينات القيمة المطلقة مشابه لتمثيل المتباينات الخطية. فالتمثيل البياني لمعادلة القيمة المطلقة المرتبطة هو الحدّ(الفاصل). يكون الحدّ مرسوما على نحو متصل، إذا كانت المتباينة تحتوي على إشارة $\leq$ أو $\geq$ ، ويرسم الحدّ متقطعًا إذا كانت تحوي $>$ أو $<$. اختر نقطة لا تقع على الحد لتحديد المنطقة التي يتعين تظليلها.

مثل المتباينات التالية وظلل منطقة الحل

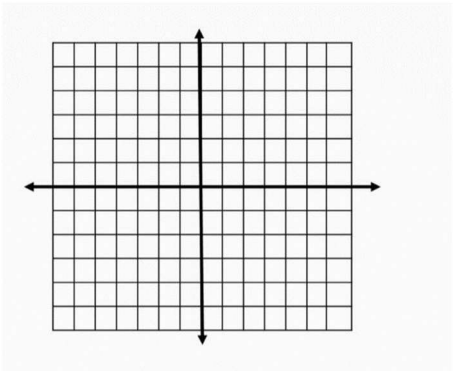
$y \geq x - 5$



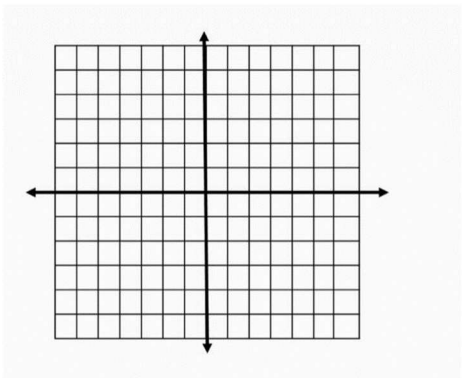
$y \geq 3|x| - 3$



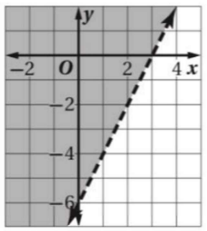
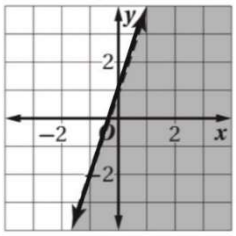
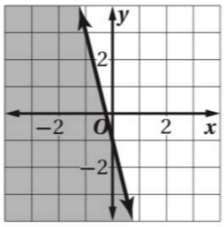
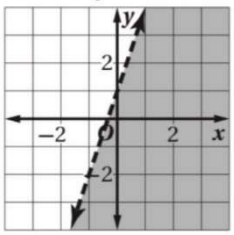
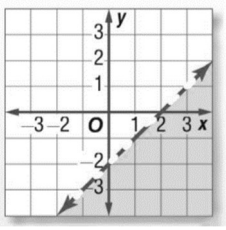
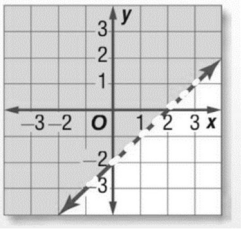
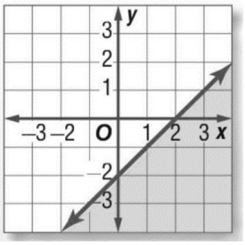
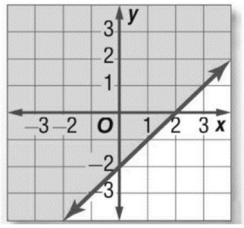
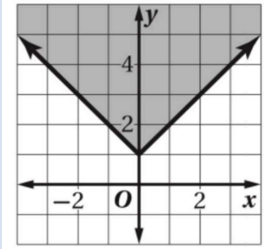
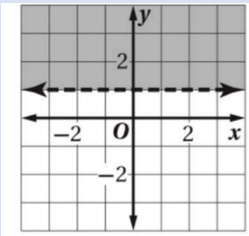
$x \geq -6$



$|2 - x| + y > -1$



MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

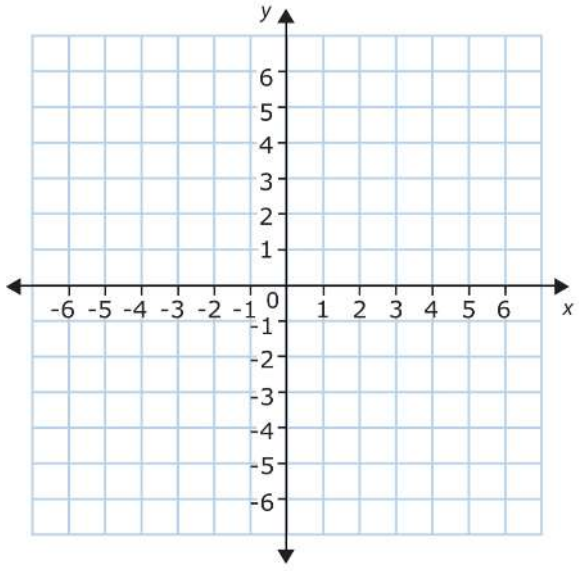
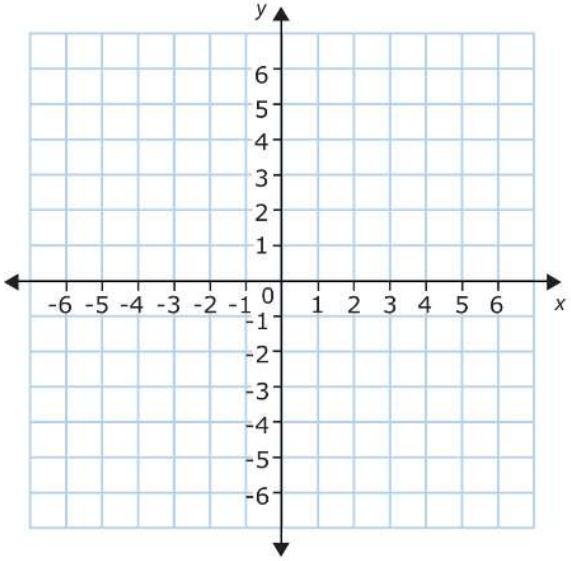
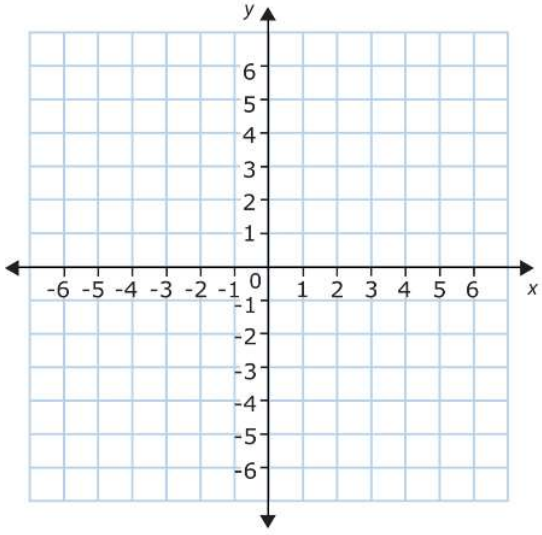
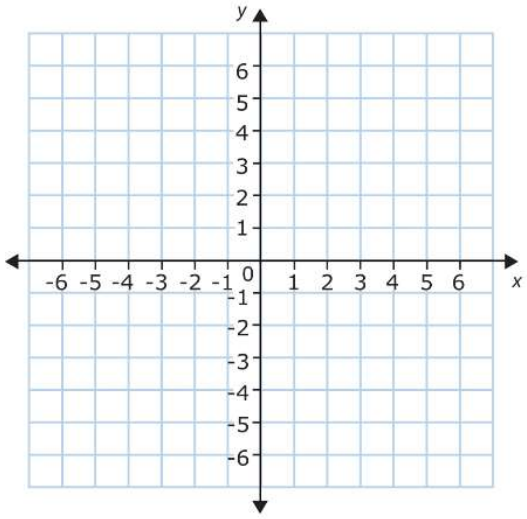
اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي							
التمثيل الصحيح للمتباينة $y < 3x + 1$							
A 		B 		C 		D 	
التمثيل الصحيح للمتباينة $x - y \geq 2$							
A 		B 		C 		D 	
أي الدوال الآتيه مداها هو $\{f(x) \mid f(x) \leq 0\}$							
A	$f(x) = -x$	B	$f(x) = [x]$	C	$f(x) = \lvert x \rvert$	D	$f(x) = -\lvert x \rvert$
الشكل المجاور يمثل المتباينة 							
A	$y > \lvert x + 1 \rvert$	B	$y \geq \lvert x + 1 \rvert$	C	$y \leq \lvert x + 1 \rvert$	D	$y \geq \lvert x \rvert + 1$
الشكل المجاور يمثل المتباينة 							
A	$y > 1$	B	$y < 1$	C	$y \leq 1$	D	$y \geq 1$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-5 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا

أنظمة المتباينات الخطية : لحل نظام من المتباينات الخطية، مثّل المتباينات بيانيًّا على المستوى البياني نفسه. ومنطقة حل النظام هي المنطقة المظللة المشتركة لكل المتباينات.

إيجاد رؤوس منطقة مغلقة : تكون منطقة الحل الناتجة عن حل نظام من المتباينات الخطية منطقة مغلقة على شكل مضلع أحيانًا. ويمكنك إيجاد رؤوس هذا المضلع مستعملًا أساليب سبقت دراستها مثل: التمثيل البياني، التعويض و/ أو الحذف.

حل كل نظام مما يأتي بيانياً	
$y + 1 < -x$ $y \geq 1$	$y \geq x + 5$ $y < x - 4$
	
جد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الاتي (رؤوس منطقة الحل)	
$x \geq 0$ $y \geq 0$ $x + 2y < 4$	$y \geq 3x - 7$ $y \leq 8$ $x + y > 1$
	

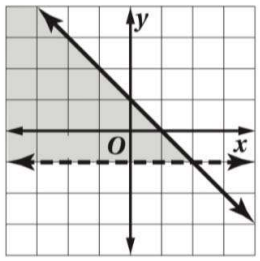
MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

أختر الإجابة الصحيحة فيما يلي

1) يمكن ان تكسب أماني 10 ريالات في الساعة مقابل عملها في التطريز , و 15 ريالا مقابل كل ساعة عمل في رعاية الأطفال, ولا تستطيع أن تعمل أكثر من 15 ساعة في الأسبوع . فأي نظام من المتباينات يحدد عدد الساعات الأسبوعية التي تحتاج أن تعملها أ/اني لتكسب 150 ريالا كل أسبوع ؟

A	$x + y \leq 150$ $10x + 15y \geq 10$	B	$x + y < 150$ $10x + 15y > 10$	C	$x + y < 15$ $10x + 15y > 150$	D	$x + y \leq 15$ $10x + 15y \geq 150$

2) أي أنظمة المتباينات الآتية ممثل في الشكل المجاور

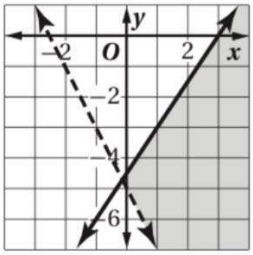


A	$y > -1$ $y \geq -x + 1$	B	$y \geq -1$ $y \geq -x + 1$	C	$y > -1$ $y \leq -x + 1$	D	$y > -1$ $y < -x + 1$

3) أي من المتباينات التالية تصف الجملة (يريد أحمد أن يدفع اقل من 55 ريالا لشراء بنطال جديد)

A	$h < 55$	B	$h \geq 55$	C	$55 < h$	D	$h \leq 55$

4) أي أنظمة المتباينات التالية ممثل في الشكل المجاور



A	$2x + y \geq 5$ $3x + 2y \leq 9$	B	$2x + y > -5$ $3x - 2y \geq 9$	C	$2x - y \leq 5$ $3x + 2y < 9$	D	$-2x + y > 5$ $3x - 2y \leq 9$

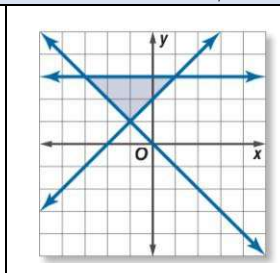
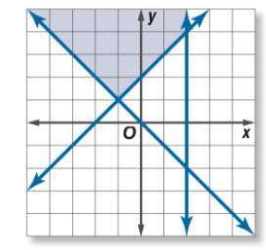
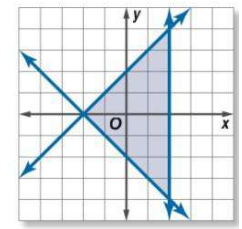
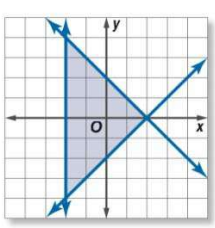
5) أوجد إحداثيات رؤوس الشكل الناتج عن النظام : $x \geq 0$

$y \geq -2$

$2x + y \leq 5$

A	$(3,-2),(0,4),(0,-2)$	B	$(-2,0),(4,0),(-2,3)$	C	$(2,0),(0,4),(0,0)$	D	$(-2,3),(0,4),(0,-2)$

6) حدد نظام المتباينات المختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى فيما يأتي

A		B		C		D	

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

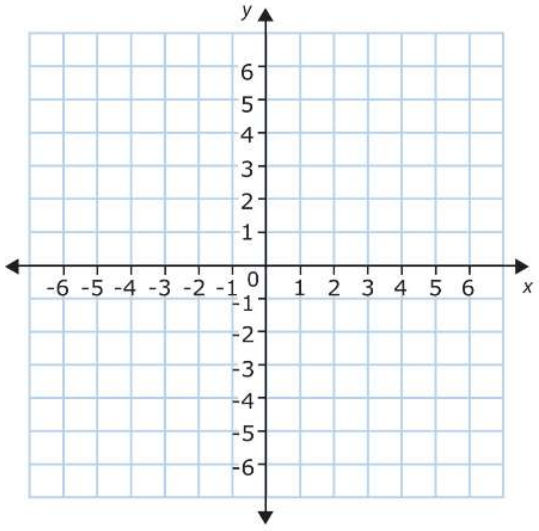
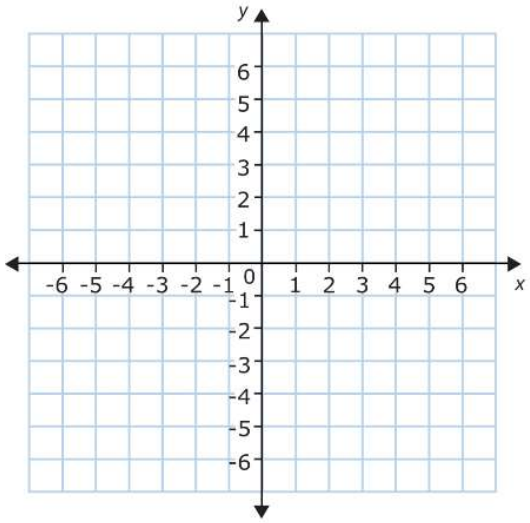
1-6 البرمجة الخطية و الحل الأمثل

القيم العظمى والقيم الصغرى: عندما يكوِّن نظام من المتباينات الخطية منطقة مضلعة محدودة، فإن القيم العظمى أو الصغرى لدالة مرتبطة بها يمكنك إيجادها عند رؤوس المضلع.

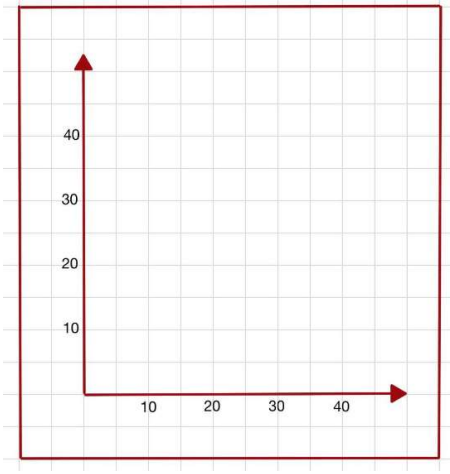
الحل الأمثل: عند حل أسئلة البرمجة الخطية استعمل الإجراءات الآتية:

1) حدّد المتغيرات.
2) اكتب نظامًا من المتباينات الخطية يمثِّل المسألة.
3) مثِّل هذا النظام بيانيًّا.
4) أوجد إحداثيات رؤوس المضلع الناتج (منطقة الحل).
5) اكتب الدالة التي تريد إيجاد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى لها.
6) عوِّض إحداثيات الرؤوس في هذه الدالة.
7) اختر القيمة العظمى أو القيمة الصغرى لما هو مطلوب في المسألة.

مثل نظام المتباينات الآتية بيانيا , و حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل , ثم أوجد القيمة العظمى و الصغرى للدالة المعطاة في منطقة الحل

$x \le 5$ $x + y \ge 2$ $y \le 4$ $f(x,y) = 3x - 2y$	$-x + 2y \le 2$ $x - 2y \le 4$ $x + y \ge -2$ $f(x,y) = 2x + 3y$
	

مجوهرات : يصوغ فهد من 10 الى 25 عقداً , و من 15 الى 40 سوارا شهرياً . فإذا كانت أجرة صياغة العقد 50 ريالا. و أجرة صياغة السوار 30 ريالا , و صاغ في أحد الأشهر 30 قطعة من العقود و الأساور على الأقل , فكم قطعة من كلا من النوعين عليه صياغتها ليحصل على أكبر أجر ؟



MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1) **احداثيات رؤوس الشكل الناتج عن النظام التالي :**

$$y \geq 0$$
$$x \geq 0$$
$$y \leq 2$$
$$x \leq 3$$

A	$(0,0),(3,0),(3,2),(0,2)$	B	$(0,0),(2,0),(2,3),(0,3)$
C	$(0,0),(-3,0),(-3,-2),(0,-2)$	D	$(0,0),(-2,0),(-2,-3),(0,-3)$

استخدم نظام المتباينات التالي للإجابة على ما يلي :

$$y \geq 0$$
$$x \geq 0$$
$$y \leq -2x + 4$$

احداثيات رؤوس منطقة الحل

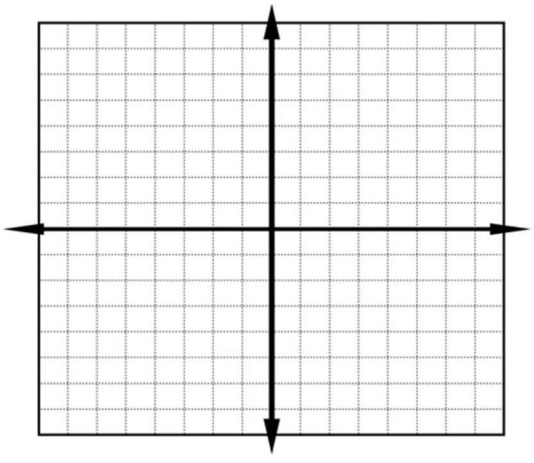
A	$(0,0),(-2,0),(0,-4)$	B	$(0,0),(4,0),(0,2)$
C	$(0,0),(2,0),(0,4)$	D	$(0,0),(-4,0),(0,2)$

أوجد القيمة العظمى للدالة $f(x,y) = 3x + y$

A	2	B	4	C	6	D	12

صناعة : ينتج مصنع نوعين من وحدات الإنارة؛ يباع النوع الأول بسعر 25 ريالًا، أما النوع الثاني فيباع بسعر 35 ريالًا. فإذا كانت الطاقة الإنتاجية للمصنع لا تزيد على 450 وحدة إنارة يوميًّا، وكان على المصنع أن ينتج ما لا يقل عن 100 وحدة إنارة من النوع الأول وما لا يزيد على 200 وحدة إنارة من النوع الثاني، فما عدد وحدات الإنارة اللازم إنتاجها من كل نوع ليكون دخل المصنع اليومي أكبر ما يمكن؟

الحل :



MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي