معدل التغير والميل

استراتيجية الحل العكسي

عدد إذا قسم على ١٨ كان الناتج يساوي ٢٤ والباقي ٣

٤٣٠ ٤٣٥ ٤٣٨ ٤٣٢

فيما سبق

درست تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي.

والآن

- أستعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أجد ميل مستقيم.

المفردات

معدّل التغير

لماذا

تسمح لك إحدى الألعاب المائية بالانحدار لمسافة ٢٠ مترًا، ويصف معدّل التغير في هذه اللعبة نسبة تغير المسافة التي يقطعها الشخص بالنسبة للتغير في الزمن.

معدّل التغير: **معدّل التغير** هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى.

مفهوم أساسي

معدّل التغير

أضف إلى مطويتك

إذا كانت س هي المتغير المستقل، وص المتغير التابع فإن:

$$\text{معدّل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

إيجاد معدّل التغير

مثال

ألعاب مسلية : استعمل الجدول المجاور لإيجاد معدّل التغير، ثم فسِّر معناه.

عدد ألعاب الحاسوب (س)	التكلفة (ريال) (ص)
٢	٧٨
٤	١٥٦
٦	٢٣٤

تحقق من فهمك

١) **تبليط:** يبيِّن الجدول المجاور كيف تتغير مساحة السطح المبلط مع التغير في عدد البلاطات.

أ) أوجد معدّل التغير.

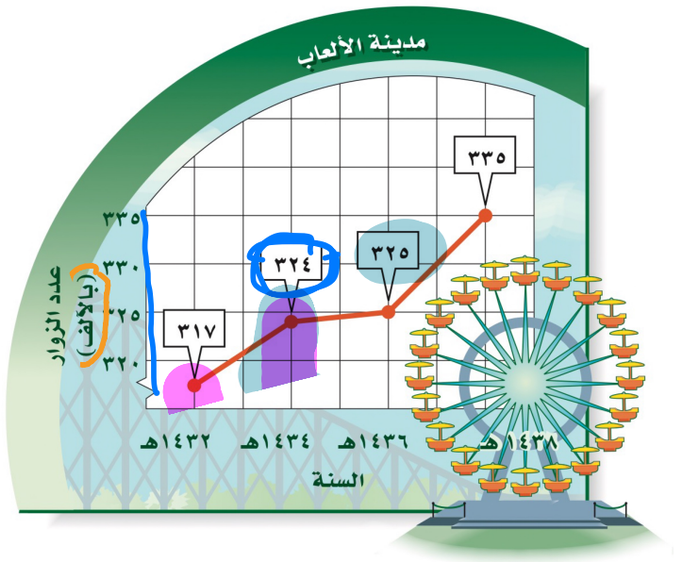
ب) فَسِّر معنى معدّل التغير.

عدد البلاطات (س)	المساحة المبلطة (سم^{٢}) (ص)
٣	١٢٠٠
٦	٢٤٠٠
٩	٣٦٠٠

معدل التغير غير الثابت

مثال

مدينة ألعاب: يبيِّن التمثيل البياني المجاور عدِّد زوار إحدى مدن الألعاب.



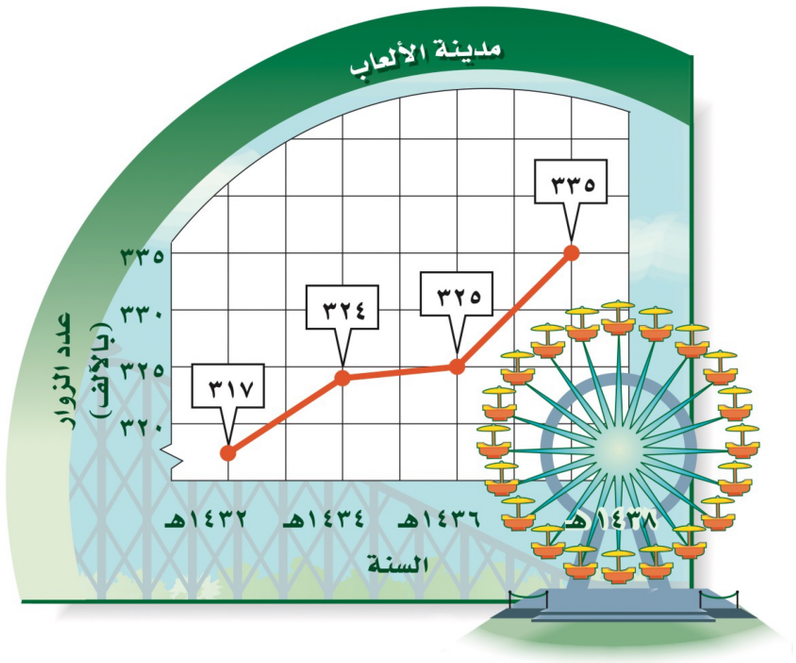
إرشادات للدراسة

المعدّل: يشير معدّل التغير الموجب إلى الزيادة مع تغير الزمن.
أما معدّل التغير السالب فيشير إلى نقصان الكمية.

أ) أوجد معدّل التغير في الفترة من ١٤٣٢هـ – ١٤٣٤هـ، وفي الفترة من ١٤٣٤هـ – ١٤٣٦هـ.

ب) فسِّر معنى معدّل التغير في كل حالة.

جـ) كيف تظهر معدلات التغير المختلفة على التمثيل البياني؟



تحقق من فهمك

٢) عد إلى التمثيل البياني أعلاه، وأوجد - دون إجراء عمليات حسابية - فترة السنتين ذات معدل التغير الأكبر، ثم احسب للتحقق من إجابتك.

معدلات التغير الثابتة

مثال

حدِّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسِّر إجابتك:

أ)

س	ص
١	٦−
٤	٨−
٧	١٠−
١٠	١٢−
١٣	١٤−

ب)

س	ص
٣−	١٠
١−	١٢
١	١٦
٣	١٨
٥	٢٢

إرشادات للدراسة

دالة خطية أم غير خطية؟

حتى تكون الدالة خطية يجب أن يكون معدل التغير ثابتًا؛ أي يجب أن يكون التغير في كل من قيم س،ص ثابتًا.

تحقق من فهمك

٣أ)

س	ص
٣−	١١
٢−	١٥
١−	١٩
١	٢٣
٢	٢٧

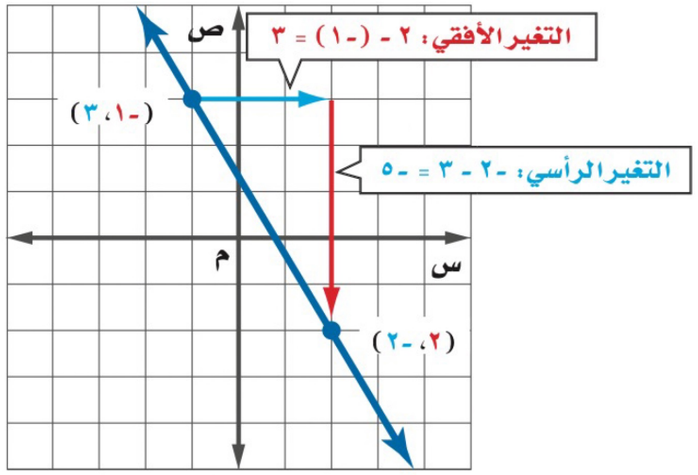
٣ب)

س	ص
١٢	٤−
٩	١
٦	٦
٣	١١
٠	١٦

إيجاد الميل: ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير في الإحداثي الصادي إلى التغير في الإحداثي السيني كلما انتقلت من نقطة إلى أخرى. وبالتالي يمكن استعماله لوصف معدل التغير.

إن ميل المستقيم يصف درجة انحداره، وكلما زادت القيمة المطلقة للميل كان المستقيم أشد انحدارًا.

يُظهر الرسم البياني المجاور مستقيمًا مارًّا بالنقطتين (−١ ، ٣) ، (٢ ، −٢).



$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{-٢ - ٣}{٢ - (-١)} = -\frac{٥}{٣}$$

لذا، فميل المستقيم هو $-\frac{٥}{٣}$.

وبما أن معدّل تغير الدالة الخطية ثابت، فيمكنك استعمال أي نقطتين على المستقيم غير الرأسي لتحديد ميله.

مفهوم أساسي

الميل

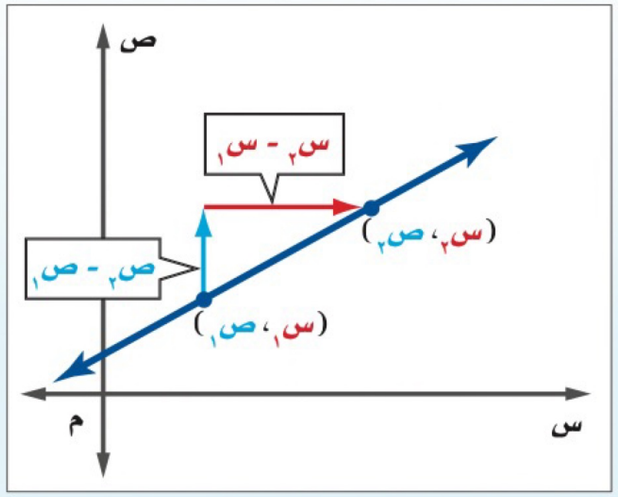
أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

الرموز: يمكن إيجاد الميل (م) للمستقيم غير الرأسي المار بالنقطتين $(س_1، ص_1)$، $(س_2، ص_2)$ على النحو الآتي:

$$م = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}} \rightarrow \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

الرسم

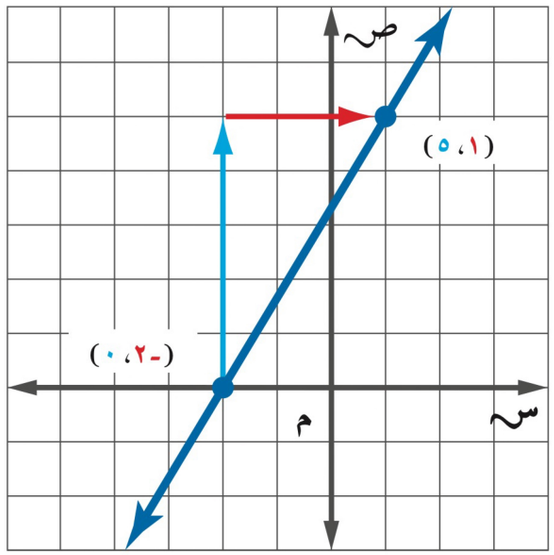


يمكن أن يكون ميل مستقيم موجبًا أو سالبًا أو صفرًا أو غير مُعرَّف. فإذا لم يكن المستقيم أفقيًّا ولا رأسيًّا، فميله إما موجب وإما سالب.

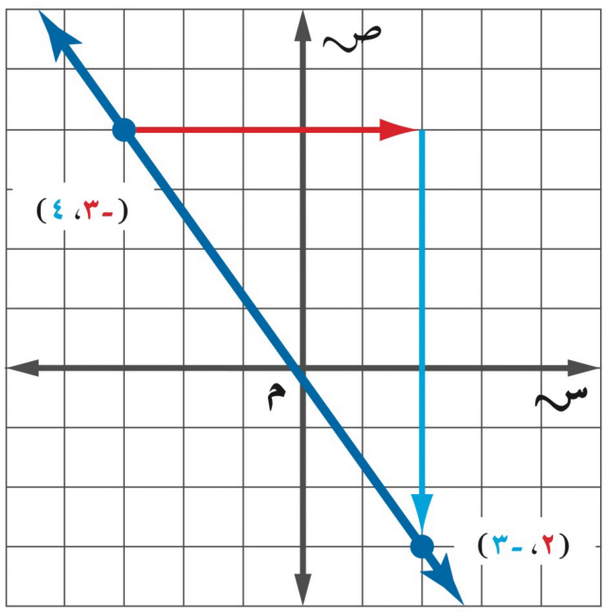
الميل الموجب أو السالب أو الصفر

مثال أوجد ميل المستقيم المارّ بكل نقطتين من النقاط الآتية:

أ) (−٢، ٠) ، (١، ٥)



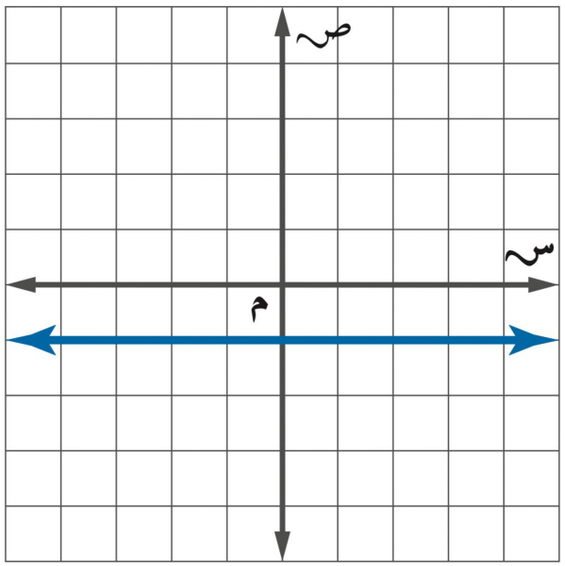
ب) (−٣، ٤) ، (٢، −٣)



الميل الموجب أو السالب أو الصفر

مثال أوجد ميل المستقيم المارّ بكل نقطتين من النقاط الآتية:

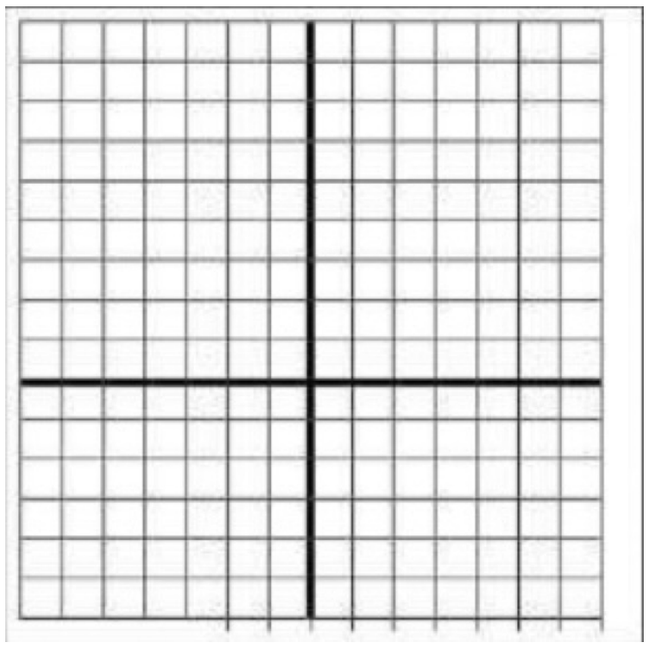
جـ) (−٣، −١) ، (٢، −١)



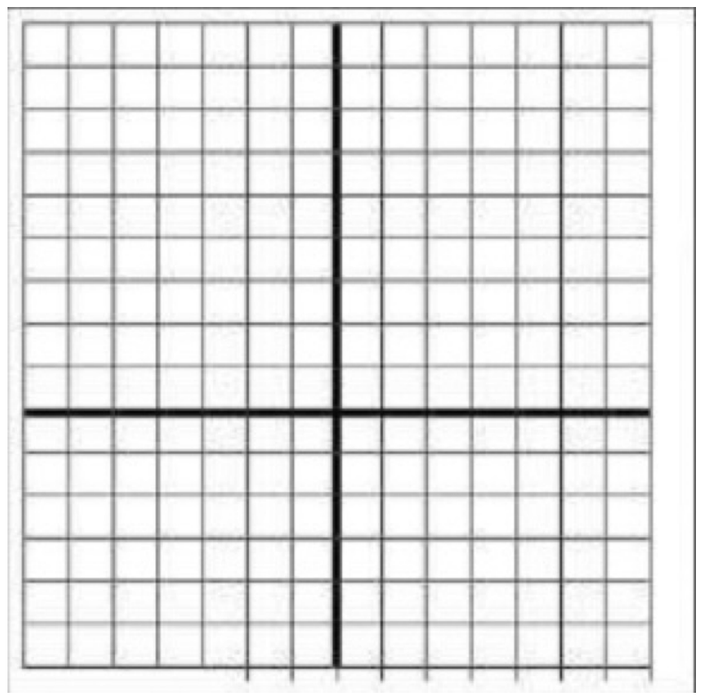
تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٤أ) (–٤، –٢)، (٠، –٢)



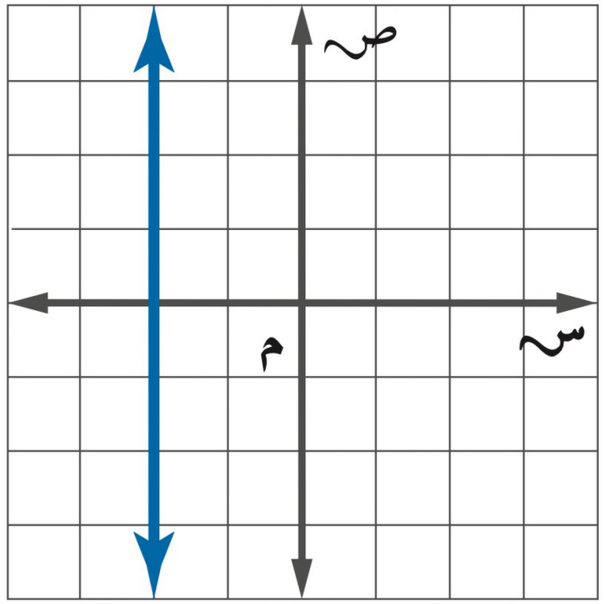
٤ب) (–٢، ٢)، (–٦، ٤)



مثال

الميل غير المعرّف

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٢ ، ٤)، (-٢ ، -٣):

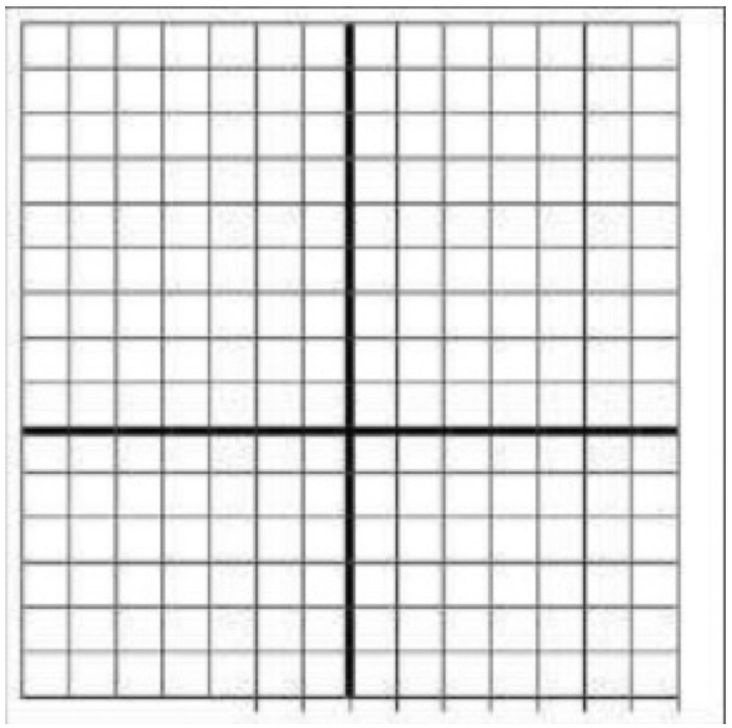


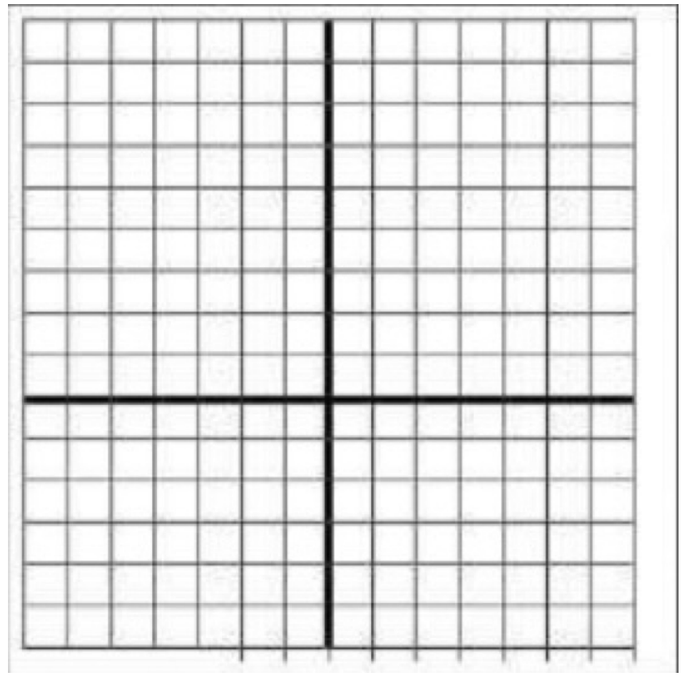
تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوجين من النقاط الآتية

٥أ) (٦ ، ٣) ، (٦ ، ٧)

٥ب) (−٣ ، ٢) ، (−٣ ، −١)





وفيما يلي ملخص الرسوم البيانية للمستقيمات المختلفة الميل:

مفهوم أساسي

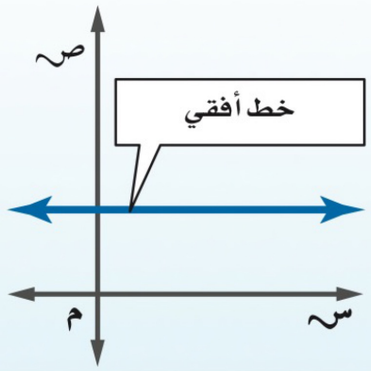
الميل

مطويتك

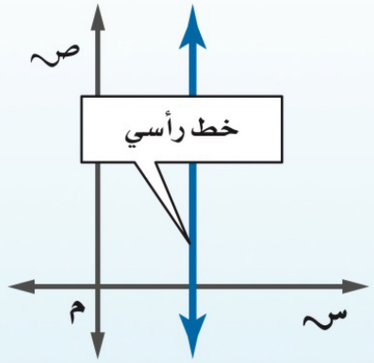
الميل موجب

الميل سالب

الميل صفر



الميل غير معرف



أحيانًا قد تعطى قيمة الميل ويطلب إليك إيجاد الإحداثي المجهول.

الميل

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

ميل غير معرف

م = غير معرف

ميل صفر

م = صفر

ميل موجب

ميل سالب

إيجاد الإحداثي إذا عُلم الميل

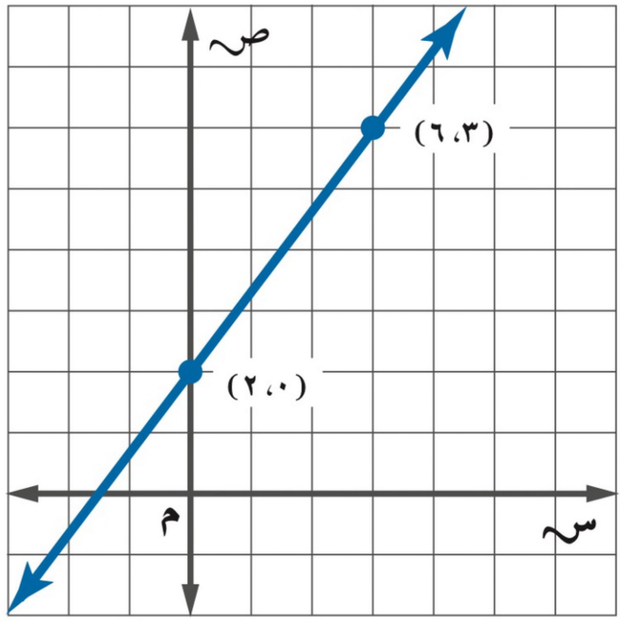
مثال أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٤) ، (−٥ ، ر) يساوي $\frac{١}{٣}$.

تحقق من فهمك

٦) أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (−٢، ٦)، (ر ، −٤) يساوي −٥

أوجد معدّل التغير الممثل في كلٍّ من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:

١)



٢)

س	ص
٣	٦-
٥	٢
٧	١٠
٩	١٨
١١	٢٦

حدِّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسِّر إجابتك:

٤)

س	٧−	٤−	١−	٢	٥
ص	٥	٤	٣	٢	١

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٦) (−٤، ٣)، (−٢، ١)

٧) (−٣، ٧)، (−٣، ٤)

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

٨) (−٤، ر)، (−٨، ٣)، م = −٥

٩) (٥، ٢)، (−٧، ر)، م = $\frac{٥}{٦}$

تدرب

٢٥) اشترت روان حاسوبًا بقيمة ٤٠٠٠ ريال، فإذا علمت أن سعره ينخفض بصورة ثابتة، وكانت قيمته بعد سنتين ٢٥٠٠ ريال، فما مقدار الانخفاض السنوي في سعره؟

أ) ١٥٠٠ ريال.
ب) ٧٥٠ ريالًا.
جـ) ٢٥٠٠ ريال.
د) ١٢٥٠ ريالًا

٢٦) احتمال: ما احتمال ظهور العدد ٥ عند إلقاء مكعب أرقام (١-٦) مرة واحدة؟

أ) $\frac{٥}{٦}$
ب) $\frac{١}{٥}$
جـ) $\frac{١}{٢}$
د) $\frac{١}{٦}$