

التحليل والمعادلات التربيعية



فيما سبق

درست ضرب وحيدات الحد وكثيرات الحدود.

والآن

- أحلّ وحيدات الحد.
- أحلّ ثلاثيات الحدود.
- أحلّ الفرق بين مربعين.
- أحلّ معادلات تربيعية.

لماذا؟

هندسة عمارة: يمكن استعمال المعادلات التربيعية لنماذج إنشاءات هندسية كأقواس مداخل بعض المباني الضخمة مثل مدخل مطار الملك خالد الدولي في الرياض.

المفردات:

- الصيغة التحليلية ص (١٠٠)
- تحليل كثيرة الحدود ص (١٠٤)
- المعادلة التربيعية ص (١١٥)
- كثيرة الحدود الأولية ص (١٢٣)

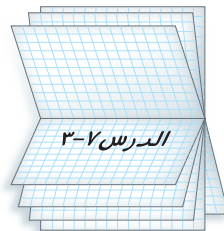


منظم أفكار

المطويات

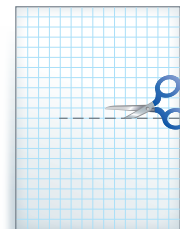
التحليل والمعادلات التربيعية: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظتك حول التحليل والمعادلات التربيعية، مبتدئاً بأربع أوراق مربعات.

٢ **أدخل** الورقتين الأوليين خلال الورقتين الأخريين، وسمّ الورقة الأولى "التحليل والمعادلات التربيعية"، وسمّ الصفحات الأخرى بأرقام الدروس، وخصص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة.

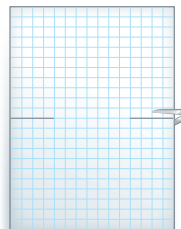


١ **اطو** الأوراق الأربعة من المنتصف عرضياً، وقصّ ٥ سم بدءاً من طرفي خط الطي لأول ورقتين، وقصّ الورقتين الأخريين من المركز، وتوقّف على بعد ٥ سم من طرفيها.

الورقتان الأخريتان



الورقتان الأوليتان





التهيئة للفصل ٧

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

مثال ١

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة العبارة:

$$٦س(-٣س - ٥س - ٥س + ٢س + ٣س), \text{ ثم بسّطها.}$$

$$٦س(-٣س - ٥س - ٥س + ٢س + ٣س)$$

$$= ٦س(-٣س) + ٦س(-٥س) + ٦س(-٥س) + ٦س(٢س) + ٦س(٣س)$$

$$= -١٨س - ٣٠س - ٣٠س + ١٢س + ١٨س$$

$$= -٤٨س + ٣٠س + ١٢س$$

اختبار سريع

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة فيما يأتي: (الدرس ٦ - ٥)

$$(١) أ(٥ + ٢) + ٢(٣ + ٥س)$$

$$(٣) ن(٣ + ٢) - ٤(٦س - ٥س + ٦)$$

(٥) **مال:** ذهب خمسة أصدقاء إلى متنزه ترفيهي، فاشترى كل منهم بطاقة دخول بـ ٩ ريال، وعلبة عصير بـ ٣ ريال، وشطيرة بـ ٦ ريال. فاكتب عبارة تمثّل المبلغ الإجمالي الذي دفعوه جميعاً.

مثال ٢

أوجد ناتج الضرب: $(٣ + ٢س)(١ - ٢س)$.

$$(٣ + ٢س)(١ - ٢س) \quad \text{العبارة الأصلية}$$

$$= ٣(١ - ٢س) + ٢س(١ - ٢س) \quad \text{طريقة التوزيع بالترتيب}$$

$$= ٣ - ٦س + ٢س - ٤س^٢$$

$$= ٣ - ٤س - ٤س^٢ \quad \text{اضرب}$$

$$= ٣ - ٤س - ٤س^٢ \quad \text{اجمع الحدود المتشابهة}$$

أوجد ناتج الضرب في كلّ ممّا يأتي: (الدرس ٦ - ١)

$$(٦) (٢ + ٥س)(١ - ٥س)$$

$$(٧) (٤ + ٥س)(١ - ٥س)$$

$$(٨) (٣ - ١٢س)(٤ + ١٥س)$$

$$(٩) (٣س - ٤س)(٤ + ٥س)$$

$$(١٠) (٤ + ٥س)(٧ + ٥س)$$

$$(١١) (١٦ - ٢ب)(٩ب + ١٩ب)$$

(١٢) **مفّرش مائدة:** مفّرش مائدة مستطيل الشكل إذا كان طوله $(٢س + ٣)$ ، وعرضه $(١ + ٥س)$ ، فاكتب عبارة تمثّل مساحته.

مثال ٣

أوجد ناتج: $(٨ + ٢ص)$.

$$(أ + ب) = ٢أ + ٢ب + ٢ب + ٢ب \quad \text{مربّع مجموع حدّين}$$

$$(٨ + ٢ص) = ٢(٨) + ٢(٢ص) + ٢(٨) + ٢(٢ص) \quad \text{ب = ٨، ص = ٢}$$

$$= ١٦ + ٨ص + ١٦ + ٨ص \quad \text{بسّط}$$

أوجد ناتج كلّ ممّا يأتي: (الدرس ٦ - ٧)

$$(١٣) (٣ - ١)٢$$

$$(١٤) (٥ + ٢)٢$$

$$(١٥) (٣س - ٢ص)٢$$

$$(١٦) (٢س + ٥ص)(٢س - ٥ص)$$

(١٧) **تصوير:** صورة بُعداها: $(٦ + ٥سم)$ ، $(٦ - ٥سم)$. فما مساحتها؟





تحليل وحيدات الحد

لماذا؟

تعمل هند قلائد خرز، فإذا كان لديها ٦٠ خرزة فضية اللون، و ١٥ خرزة ذهبية اللون، وترغب في أن تحتوي القلادة الواحدة على نوع واحد من الخرز، وفي كل منها العدد نفسه، وتحوي كل منها أكبر عدد من الخرز، فستحتاج هند إلى تحديد القاسم المشترك الأكبر للعددين ٦٠ و ١٥

تحليل وحيدات الحد: تحليل وحيدات الحد يشبه تحليل الأعداد الكلية. وتكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلية إذا عُبر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية ومتغيرات بأس ١

عند كتابة وحيدة الحد بالصيغة التحليلية نقول: إننا حللنا وحيدة الحد تحليلًا تامًا.

تحليل وحيدة الحد

مثال ١

حلل: $20x^3y^2$ تحليلًا تامًا.

تحقق من فهمك

حلل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلًا تامًا:

(أ) $3^4x^3y^2$ (ب) 2^5x^2y

القاسم المشترك الأكبر: قد يكون لعددين كليين أو أكثر بعض العوامل الأولية المشتركة. ويُسمى حاصل ضرب العوامل الأولية المشتركة القاسم (العامل) المشترك الأكبر لها.

القاسم المشترك الأكبر (ق.م.أ): لعددين أو أكثر هو أكبر عدد يكون عاملاً لكل من هذه الأعداد، ويمكن إيجاد القاسم المشترك الأكبر لوحيدتي حد أو أكثر بطريقة مشابهة.

القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحيدات الحد

مثال ٢

أوجد (ق.م.أ) لوحيدتي الحد $2^5x^2y^2$ ، $3^4x^3y^2$.

فيما سبق

درست ضرب وحيدات الحد وقسمة كثيرة حدود على وحيدة حد.

والآن

- أحل وحيدة الحد إلى عواملها.
- أجد القاسم المشترك الأكبر لوحيدات الحد.

المفردات

الصيغة التحليلية

القاسم المشترك الأكبر

(ق.م.أ)



تحقق من فهمك

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحدات الحد الآتية:
(أ) ٦ ص ٣، ١٨ ص ع (ب) ١١ أ ب، ٢١ أ ب (ج) ٣٠ ك ر، ٥٠ ك ر

مثال ٣ من واقع الحياة إيجاد (ق. م. أ)

زهور: لدى نورة ٢٠ وردة و ٣٠ زنبقة لعمل باقات زهور. فما أكبر عدد من الباقات المتماثلة يمكن عملها دون ترك أي زهرة؟ وما عدد زهور كل نوع في كل باقة؟

تحقق من فهمك

(٣) ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل الطول المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما ٨٤ سم^٢، ٧٠ سم^٢، علمًا بأن بُعدي كل منهما عدنان كليان؟

تأكد

مثال ١

حلّل كلّ وحيدة حد فيما يأتي تحليلًا تامًا:

(١) ١٢ ج هـ^٢ (٢) ٣٨ ر ب^٢ ن^٢

(٣) ١٧ ص ع^٣ (٤) ٢٣ أ ب^٣

المثالان ٢، ٣

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحدات الحد الآتية:

(٥) ٢٤ ج د^٣، ٤٨ ج د^٢ (٦) ٧ ج هـ، ١١ م ب

(٧) ٨ ص ع^٢، ٣١ ص ع^٣ (٨) ١٠ أ ب، ٢٥ أ

(٩) **هندسة:** ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما ١٥ سم^٢، ١٦ سم^٢، علمًا بأن بُعدي كل منهما عدنان كليان.

تدرب وحل المسائل

مثال ١

حلّل كل وحيدة حدّ فيما يأتي تحليلًا تامًا:

(١٢) ٢ ج هـ^٣ ب^٣ د^٣

(١١) ٣٥ أ ج^٣ ب^٢

(١٠) ٩٥ ص ع^٢

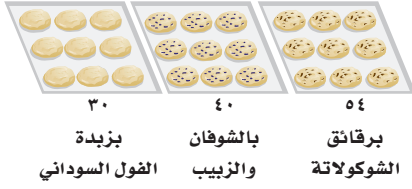
(١٥) ١٢١ أ ب ج هـ^٣ ز^٣

(١٤) ١٠٠ ك ر^٤

(١٣) ٨١ ن ب^٥

أوجد (ق. م. أ) لكل مجموعة وحيدات حد مما يأتي:

- (١٦) ٢٥س، ٤٥س، ٦٥س، ١٧ (٢٦ع، ٣٢ع، ٤٤ع)
(١٨) ٣٠ج، ٤٢ج، ٥٢ج، ٦٦ج
(١٩) ١٢ك، ٨ر، ١٦ر (٢٠) ٤٢أ، ٦أ، ١٨أ
(٢١) ١٥ز، ٣٥ز، ٧٠ز



(٢٢) **كعك:** يريد حامد وضع العدد نفسه من كل نوع من الكعك في كل كيس، بحيث يحتوي الكيس على أنواع الكعك جميعها. ما أكبر عدد ممكن من الأكياس يلزمه؟

(٢٣) **هندسة:** مساحة مثلث ٢٨ سم^٢، كم يمكن أن يكون طول كل من قاعدته وارتفاعه بالأعداد الكلية؟

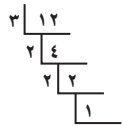
(٢٤) **كتب:** بكم طريقة تستطيع أسماء تنظيم ٣٦ كتاباً على رفين على الأقل، بحيث يوضع على كل رف العدد نفسه من الكتب، ولا يقل عن ٤؟

(٢٥) **معلبات:** بكم طريقة يستطيع سعيد ترتيب ٨٠ علبة على أربعة رفوف على الأقل، بحيث يكون عدد العلب متساوياً على كل رف ولا يقل عن ٥؟

(٢٦) **تبرع:** اشترى صقر مجموعة اللوازم المدرسية التالية: ٢٠ قلم رصاص، ١٥٠ ورقة ملونة، ١٢٠ ملف أوراق، ويريد وضعها في حزم متماثلة؛ ليتبرع بها لأكثر عدد ممكن من الطلاب. كم حزمة يمكنه عملها؟ وكم قطعة من كل نوع ستكون في كل حزمة؟

(٢٧) **نظرية الأعداد:** العددان الأوليان التوأمين هما عدداً أوليان فرديان متتاليان. أول زوجين منهما هما: ٣ و ٥، ٥ و ٧. اكتب الأزواج الخمسة التالية لهما.

(٢٨) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال طريقة تحليل عدد إلى عوامله الأولية.



العدد ١٢ يكتب على الشكل
٣ × ٢ عند تحليله لعوامله الأولية

(أ) **تحليلياً:** انسخ مخطط السلم المبين جانباً ٦ مرات، وسجّل في الجزء العلوي الأيمن من كل شكل عدداً كلياً، بحيث يكون اثنان منها أوليين.

(ب) **تحليلياً:** اختر عاملاً أولياً لأحد الأعداد. وسجّل العامل إلى يسار هذا العدد في الشكل، ثم قسّم العددين واكتب الناتج تحت العدد، كرر الخطوات السابقة حتى يصبح ناتج القسمة ١. وأضف أو احذف أجزاءً من الشكل إذا تطلب الأمر ذلك، ثم كرر هذه العملية مع جميع الأعداد.

(ج) **لفظياً:** ما التحليل للعوامل الأولية لكل عدد من الأعداد الستة؟

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٩) **تحذ:** أوجد أصغر زوج من الأعداد يحقق الشروط الآتية: (ق. م. أ) للعددين يساوي ١١، أحدهما زوجي والآخر فردي، وأحدهما ليس من مضاعفات الآخر.

(٣٠) **تبرير:** المضاعف المشترك الأصغر (م. م. أ) لعددين أو أكثر هو أصغر عدد يكون مضاعفاً لكل عدد منها. اكتب أوجه الشبه والاختلاف بين (ق. م. أ) و (م. م. أ) لعددين أو أكثر.



(٣١) **تبرير:** هل العبارة "القاسم المشترك الأكبر لأي وحدتي حد لا يساوي ١ أبداً" صحيحة أم خاطئة؟
ادعم إجابتك بمثال أو مثال مضاد.

وحيدة الحد	التحليل إلى العوامل الأولية
١٥ أ ب ج ^٣	
٦ ب ج ^٣ د	
١٢ ج د ^٢ ف	
٢٢ د ^٢ ف ل ^٢	
٣٠ ف ل ^٢ هـ	

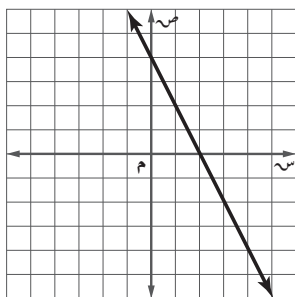
(٣٢) **تحديد:** يُسمّى العددين الصحيحان أو وحدتا الحدّ أوليين فيما بينهما، إذا كان (ق. م. أ.) لهما هو العدد ١. انقل الجدول المجاور، ثم أكمله لتحديد أزواج وحديات الحدّ التي تكون أولية فيما بينها.

(٣٣) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاث وحديات حد على أن يكون (ق. م. أ.) لها ٦ ص^٣. فسّر إجابتك.

(٣٤) **اكتب:** عرّف التحليل إلى العوامل الأولية بكلماتك الخاصة، وفسّر كيف تحلل وحيدة الحدّ إلى عواملها الأولية، وكيف يساعدك هذا التحليل على تحديد (ق. م. أ.) لوحيدتي حدّ أو أكثر.

تدريب على اختبار

(٣٧) ما معادلة المستقيم الذي يوازي المستقيم المُبيّن في الشكل؟



- (أ) ص = ٢س + ٤
(ب) ص = ٢س - ٥
(ج) ص = $\frac{1}{4}$ س - ٦
(د) ص = $\frac{1}{4}$ س + ٣

(٣٥) ما قيمة هـ في المعادلة ٤هـ - ٢٧ = ١٩ + ٢هـ؟

- (أ) ٤ -
(ب) ٤
(ج) ٢٣
(د) ٤٦

(٣٦) إجابة قصيرة: أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (١، ٢)، (٥، -١).

مراجعة تراكمية

أوجد ناتج كلّ ممّا يأتي: (الدرس ٦-٧)

- (٣٨) (أ - ٤)^٢ (٣٩) (ج + ٦)^٢ (٤٠) (٥ - ع)^٢
(٤١) (ن - ٣)(ن + ٣) (٤٢) (ص + ٢)^٢ (٤٣) (٧ - د)(٧ + د)

أوجد ناتج الضرب في كلّ ممّا يأتي: (الدرس ٦-٦)

- (٤٤) (٤ + م)(٣ - م) (٤٥) (هـ - ٣)(٢ - هـ) (٤٦) (٩ + ن)(٢ + ن)
(٤٧) (١ - ر)(٨ - ر) (٤٨) (ف + ٣)(ف + ٣) (٤٩) (١ + ن)(٢ + ن)(٤ - ن)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة ممّا يأتي:



(٥٢) هـ - ٦ هـ

(٥١) $\frac{1}{4}$ د (٦ + د)

(٥٠) ٢ (٤ - س - ٧)

(٥٥) ٣ ع - ٦ س

(٥٤) ٥ ص - ١٠

(٥٣) ٩ م - ٩ ب



استعمال خاصية التوزيع

لماذا؟

تُحدّد أجرة متجر حسب مساحته. ويمكن تمثيل مساحة المتجر بالمعادلة $م = ٦, ١ ض + ٢, ٦ ض$ ، حيث تمثل ض عرض المتجر بالأمتار، ويمكننا استعمال التحليل إلى العوامل وخاصية الضرب الصفري لإيجاد أبعاد المتجر الممكنة.

استعمال خاصية التوزيع في التحليل: استعملت خاصية

التوزيع في الفصل السابق لضرب وحيدة حدّ في كثيرة حدود كما في المثال الآتي:

$$ع٥ (٧ + ع٤) = ع٥ (٧) + ع٥ (ع٤) = ٣٥ + ٢٠ع٥$$

ويمكنك الاستفادة من ذلك في العمل عكسياً للتعبير عن كثيرة الحدود بصورة حاصل ضرب عاملين: وحيدة الحد، وكثيرة الحدود.

$$٦, ١ ض + ٢, ٦ ض = ١, ٦ ض (٦ + ١, ٦ ض)$$

كذلك $ع٥ (٧ + ع٤)$ يمثل تحليل ثنائية الحدّ $٢٠ع٥ + ٣٥$. ويشتمل **تحليل كثيرة الحدود** تحليلها إلى عواملها الأولية.

٢-٧

فيما سبق

درست إيجاد (ق.م.أ) لمجموعة من وحيدات الحد.

والآن

- استعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة حدود.
- أحلّ معادلات تربيعية على الصورة: $أس^٢ + ب س + ج = ٠$

المفردات

تحليل كثيرة حدود

التحليل بتجميع الحدود

خاصية الضرب الصفري

استعمال خاصية التوزيع في التحليل

مثال ١

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

$$(أ) ٢٧ص + ١٨ص$$

$$(ب) -٢٤أ٢ - ١٨أب + ٢أب$$



تحقق من فهمك

(أ) $١٥ - ٣$ ف (ب) $٧٢ - ٢١ + ٢ - ٢١ - ٢$ ل ن

تُسمّى الطريقة التي تُستعمل فيها خاصية التوزيع لتحليل كثيرة حدود تتكوّن من أربعة حدود أو أكثر **التحليل بتجميع الحدود**؛ لأن الحدود تُجمع بطريقة معينة، ثم يحلّل كل تجميع، ثم تطبق خاصية التوزيع لإخراج عامل مشترك.

أضف إلى

مطوّبتك

التحليل بتجميع الحدود

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: يمكن تحليل كثيرة الحدود بتجميع الحدود، إذا توافرت جميع الشروط الآتية:

- تتكوّن كثيرة الحدود من أربعة حدود أو أكثر.
- يوجد للحدود التي يمكن تجميعها معاً عوامل مشتركة.
- يوجد عاملان مشتركان متساويان أو أن أحدهما نظير جمعيّ للآخر.

الرموز: $أس + ب س + أص + ب ص = (أس + ب س) + (أص + ب ص)$

$$= س(أ + ب) + ص(أ + ب)$$

$$= (س + ص)(أ + ب)$$

التحليل بتجميع الحدود

مثال ٢

حلّ: $٤ ك + ٨ ر + ٣ ك + ٦$

تحقق من فهمك

حلّ كلاً من كثيرات الحدود الآتية :

(أ) $٢٠ - ٥ - ٣ - ٥ - ٣ - ٥$ ر ن (ب) $٣ ن ك + ١٥ ك - ٤ ن - ٢٠$

من المفيد معرفة متى تكون إحدى ثنائيتي الحد نظيراً جمعيّاً للآخرى. فمثلاً $٦ - أ = ١ - (أ - ٦)$

التحليل بتجميع الحدود (العوامل نظائر جمعية)

مثال ٣

حلّ: $٢ م ك - ١٢ م + ٤٢ - ٧ ك$

إرشادات للدراسة

تحقق

تحقق من صحة التحليل بضرب العوامل الناتجة بعضها في بعض؛ للحصول على العبارة الأصلية.



وزارة التعليم

Ministry of Education

الدرس ٧-٢: استعمال خاصية التوزيع - ٢٠٢٢

تحقق من فهمك

حلّ كلاً من كثيرات الحدود الآتية :

٣) (ب) $3 - 2 - 18 + 27$

١) (أ) $4 - 8 + 2 - 3$

حلّ المعادلات بالتحليل: يمكنك حلّ بعض المعادلات بالتحليل .

انظر إلى الجمل الآتية: $0 = (0)3$ ، $0 = (2 - 2)0$ ، $0 = (0)312 -$ ، $0 = (0, 25)0$

لاحظ أن أحد العاملين على الأقل في كلّ حالة يساوي صفراً. وتبيّن هذه الأمثلة **خاصية الضرب الصفري**.

أضف إلى

مطويتك

خاصية الضرب الصفري

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا كان حاصل ضرب عاملين يساوي صفراً، فيجب أن يكون أحدهما على الأقل صفراً.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب، إذا كان $أ ب = 0$ ، فإن $أ = 0$ ، أو $ب = 0$ ، أو أن كليهما يساوي صفراً.

سبق أن تعلمت أن حلّ المعادلة أو جذرها هو أيّ قيمة للمتغير تجعلها صحيحة.

حلّ المعادلات

مثال ٤

حلّ كلاً من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

١) (أ) $0 = (15 - 3)(6 + 2)$

(ب) $3 = 2 - 3$

تنبيه

قيمة غير معروفة

قد تجد أنه من الأسهل حلّ معادلة بقسمة كلّ طرف منها على متغير. وبما أن قيمة المتغير غير معروفة، لذا قد تقسم في هذه الحالة على صفر، والقسمة على صفر غير معرفة.



تحقق من فهمك

(أ) $3(ن + 2) = 0$ (ب) $8ب^2 - 40 = 0$ (ج) $س^2 - 10 = 0$

مثال ٥ من واقع الحياة استعمال التحليل

رمي السهم: يمكن تمثيل ارتفاع سهم بالمعادلة $س = ٥ - ٢ن + ٢٠$ ، حيث (ع) الارتفاع بالأمتار، (ن) الزمن بالثواني. إذا أهمل ارتفاع رامي السهم، بعد كم ثانية يصل السهم إلى الأرض بعد إطلاقه؟



الربط مع الحياة

يتطلب رمي السهم أو الرمي بالقوس تركيزًا عاليًا ومهارة ودقة في التصويب؛ لضمان إصابة الهدف.

تحقق من فهمك

(٥) **قفز الأرنب:** يمكن تمثيل قفزة الأرنب بالمعادلة $س = ٥ - ٢ن + ٢٠$ ؛ حيث تمثل (ع) ارتفاع القفزة بالمتر، و(ن) الزمن بالثواني. أوجد قيمة ن عندما $س = ٠$ صفرًا.

تأكد

مثال ١

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

(١) $٢١ب - ١٥أ$ (٢) $١٤ج + ٢ج$ (٣) $١٢ك + ٢ل + ٢ك + ٢ل$

المثالان ٢، ٣

حلّل كلّاً من كثيرات الحدود الآتية:

(٤) $١٦ + م + ٢ن + ٨م$ (٥) $٧س - ٧ص + ٧ص - ٤٩$ (٦) $٣ب - ٢ج - ١٠ب - ١٥ج$

مثال ٤

حلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

(٧) $٣ك(ك + ١٠) = ٠$ (٨) $٤(م + ٢)(٣م - ٩) = ٠$ (٩) $٢ر = ١٤$

مثال ٥

(١٠) **صواريخ:** أطلق صاروخ إلى أعلى بشكل مستقيم بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٢ م/ثانية. وتمثل المعادلة $س = ٤٢ - ٥ن + ٢$ ارتفاع الصاروخ (ع) بالأمتار فوق مستوى سطح الأرض بعد ن ثانية.

(أ) ما ارتفاع الصاروخ عند عودته إلى الأرض؟

(ب) حلّ المعادلة $س = ٤٢ - ٥ن + ٢ = ٠$

(ج) كم ثانية يحتاج إليها الصاروخ كي يعود إلى الأرض؟



مثال ١

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

$$(١١) \quad ١٦ن - ٤٠ص \quad (١٢) \quad ٣٠ف + ٥٠س$$

$$(١٣) \quad ٢ك٤ + ٢ك \quad (١٤) \quad ٥ع٢ + ١٠ع$$

$$(١٥) \quad ٤أ٢ب + ٢أ٢ب - ١٠أب٢ \quad (١٦) \quad ٥ج٢ف - ١٥ج٢ف + ٥ج٢ف٣$$

المثالان ٢، ٣: حل كل من كثيرات الحدود الآتية:

$$(١٧) \quad ١٦أ - ٢٤ - ٢٤أ٢ \quad (١٨) \quad ١٠هـ - ٥ل + ٢هـل$$

$$(١٩) \quad ١٩س - ٢س - ٢ص \quad (٢٠) \quad ٢٤ص - ١٨ن + ٤ص - ٣$$

$$(٢١) \quad ٣د - ٣٥ + ٢١د٣ \quad (٢٢) \quad ١٢ر + ٢ر٨$$

$$(٢٣) \quad ٢١ن - ٣هـ - ٣٥هـ + ٥ \quad (٢٤) \quad ٩٦ف + ١٢ل + ٨ف + ٩٦$$

$$(٢٥) \quad ١٠ر - ٢ب + ٢٥ب٢ \quad (٢٦) \quad ١٢ن - ٣و + ٨و٢$$

$$(٢٧) \quad ٥جف٢ + ج٢ف + ١٥جف \quad (٢٨) \quad ٨١ف - ٩ر + ٩ف - ٨١$$

$$(٢٩) \quad ١٨ر٣ن + ١٢ر٢ن - ٢ر٦ن \quad (٣٠) \quad ١٦ج - ٢٤ج - ٢هـ - ٣$$

مثال ٤

حل كل من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(٣١) \quad ٣ب(٩ب - ٢٧) = ٠ \quad (٣٢) \quad ٢ن(٣ + ٣ن) = ٠ \quad (٣٣) \quad (٤ + ٤٥)(١٠ + ٤٥) = ٠$$

$$(٣٤) \quad (٧س + ٣)(٢س - ٦) = ٠ \quad (٣٥) \quad ٣ب - ٢ب = ٠ \quad (٣٦) \quad ٢أ = ٤أ$$

مثال ٥

(٣٧) **فروسية:** يمكن تمثيل ارتفاع قفزة فرس في سباق الحواجز بالمعادلة $٥ن + ٢ = ٥٠$ ؛ حيث (ن) تمثل الزمن بالثواني.

- (أ) اكتب عبارة تمثل الارتفاع على صورة حاصل ضرب عوامل.
- (ب) أوجد قيم ن عندما $٠ = ٥$ ؟

(ج) ما الارتفاع الذي يكون عليه الفارس بعد ٣ ثوانٍ من بداية القفز؟ وهل هذا ممكن؟ فسّر إجابتك.

(٣٨) **هندسة عمارية:** يمكن تمثيل إطار قوس بوابة بالمعادلة $١ - ١٢س + ٢٠س٢ = ٠$ ؛ حيث س، ص بالستيمتر. ومحور السينات يمر بطرفي القوس على الأرض.

(أ) كوّن جدولاً لارتفاع القوس إذا كان $٠ = ٢٠، ٤٠، ٦٠، ٨٠، ١٠٠$ سم.

(ب) مثل نقاط الجدول في المستوى الإحداثي، وصل بين النقاط لتكوّن منحنى يمثل القوس.

(ج) ما أقصى ارتفاع لقوس البوابة؟



الربط مع الحياة

حقق فريق الفروسية في المملكة المركز الثاني في بطولة العالم للفروسية للفردى قفز الحواجز عام ٢٠١٠م.



؟	؟
؟	س ^٢
؟	؟
؟	س ^٢

(٣٩) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة طريقة الصندوق

للتحليل، ممثلاً لتحليل س^٢ + س - ٦، اكتب أول حد في الزاوية اليمنى العليا من الصندوق، ثم اكتب آخر حد في الزاوية السفلى اليسرى.

(أ) **تحليلياً:** حدّد عددين ناتج ضربهما -٦، وناتج جمعهما ١.

(ب) **رمزياً:** اكتب كل عامل منهما في المربع الفارغ، متضمناً المتغير وإشارته الموجبة أو السالبة.

(ج) **تحليلياً:** أوجد عوامل كل صف وعمود في الصندوق، ثم أوجد عوامل س^٢ + س - ٦.

(د) **لفظياً:** صف كيف تستعمل طريقة الصندوق لتحليل س^٢ - ٣س - ٤٠.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٤٠) **اكتشف الخطأ:** يحلّ كل من حمد وراشد المعادلة ٢م^٢ = ٤م. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

حمد	راشد
٢م ^٢ = ٤م	٢م ^٢ = ٤م
٢م ^٢ = ٤م	٢م ^٢ - ٤م = ٠
٢م ^٢ = ٤م	٢م ^٢ - ٤م = ٠
٢م ^٢ = ٤م	٢م ^٢ - ٤م = ٠
٢م ^٢ = ٤م	٢م ^٢ - ٤م = ٠
٢م ^٢ = ٤م	٢م ^٢ - ٤م = ٠
٢م ^٢ = ٤م	٢م ^٢ - ٤م = ٠
٢م ^٢ = ٤م	٢م ^٢ - ٤م = ٠
٢م ^٢ = ٤م	٢م ^٢ - ٤م = ٠

(٤١) **مسألة مفتوحة:** اكتب كثيرة حدود بأربعة حدود، يمكن تحليلها بتجميع الحدود، ثم حلّها.

(٤٢) **تبرير:** في المعادلة ج = أ^٢ - ب، ما قيم أ، ب التي تجعل ج = ٠؟

(٤٣) **اكتب:** وضح كيف تحل معادلة تربيعية باستعمال خاصية الضرب الصفري.

تدريب على اختبار

(٤٥) **هندسة:** إذا كانت مساحة المثلث القائم الزاوية المبين أذناه ٥ سم سم^٢، فما ارتفاعه؟



- (أ) ٢ سم
(ب) ٥ سم
(ج) ٨ سم
(د) ١٠ سم

(٤٤) أي مما يأتي يمثل عاملاً لكثيرة الحدود: ٢ع^٦ - ٣ع^٣ - ٢ع^٢ + ٤ع؟

- (أ) ٢ع + ١
(ب) ٣ع - ٢
(ج) ٢ع + ٢
(د) ٢ع - ١



مراجعة تراكمية

أوجد (ق.م.أ) لكل مجموعة وحيدات حدود مما يأتي: (الدرس ٧ - ١)

(٤٦) $٣٠أ^٢، ٥٠أب^٢$ (٤٧) $٨ج^٢د^٣، ١٦ج^٣د$ (٤٨) $٤ص، ١٨ص٢، ٦ص٣$

بسّط كلّ عبارة فيما يأتي: (الدرس ٦ - ١)

(٤٩) $(أب^٤)(أب^٢)$ (٥٠) $(٧ج^٣د^٤)(٤ج^٣د)$ (٥١) $(٩صص٧)^٢$ (٥٢) $[٣(٢٤)]^٢$

(٥٣) حلّ المتباينة $٣ص - ٤ < ٣٧$ ، وتحقق من صحة الحل. (مهارة سابقة)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج الضرب في كلّ مما يأتي:

(٥٤) $(٢ + ب)(٥ + ب)$ (٥٥) $(٤ + د)(١٠ + د)$ (٥٦) $(١ - ع)(٨ - ع)$
(٥٧) $(٩ + ج)(٣ - ج)$ (٥٨) $(٧ - س)(٦ - س)$ (٥٩) $(٢ - هـ)(١١ + هـ)$





تحليل ثلاثية الحدود

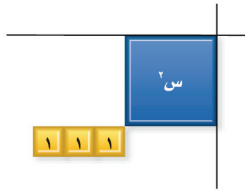
يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتحليل ثلاثية الحدود. فإذا مثَّلت كثيرة الحدود مساحة مستطيل مُكوّن من بطاقات الجبر، فإن بعديه يمثلان عاملين لكثيرة الحدود، أما إذا لم يكن بالإمكان تكوين مستطيل يمثل ثلاثية الحدود، فإن ثلاثية الحدود تكون غير قابلة للتحليل.

نشاط ١

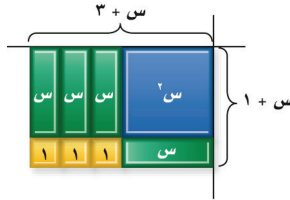
تحليل العبارة: $س^2 + ٤س + ٣$

استعمل بطاقات الجبر لتحليل العبارة: $س^2 + ٤س + ٣$

الخطوة ١: مثل $س^2 + ٤س + ٣$ ببطاقات الجبر.



الخطوة ٢: ضع البطاقة $س^2$ في زاوية لوحة الضرب، ورتّب بطاقات العدد ١ كما في الشكل المجاور، لتكوّن مستطيلًا. بما أن ٣ عدد أولي، فإنه يمكن ترتيب البطاقات الثلاث بمستطيل بطريقة واحدة، هي ١ في ٣.



الخطوة ٣: أكمل تكوين المستطيل ببطاقات $س$ ، فيكون بذلك

عرض المستطيل $س + ١$ ، وطوله $س + ٣$

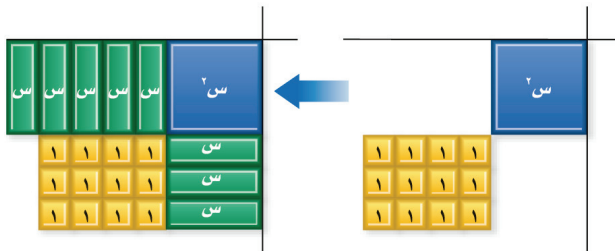
إذن: $س^2 + ٤س + ٣ = (س + ٣)(س + ١)$.

نشاط ٢

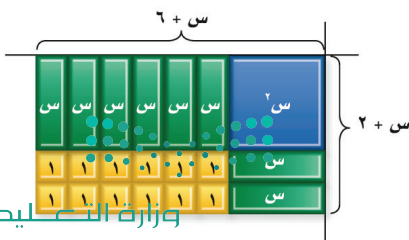
تحليل العبارة: $س^2 + ٨س + ١٢$

استعمل بطاقات الجبر لتحليل العبارة: $س^2 + ٨س + ١٢$

الخطوة ١: مثل $س^2 + ٨س + ١٢$ ببطاقات الجبر.



الخطوة ٢: ضع بطاقة $س^2$ في زاوية لوحة الضرب، ورتّب بطاقات العدد ١ لتكوّن مستطيلًا. وبما أن $١٢ = ٣ \times ٤$ ، فحاول إنشاء مستطيل أبعاده ٣ و ٤، وحاول إكمال الشكل العام لمستطيل باستعمال بطاقات $س$ ، ثم لاحظ أن هناك بطاقات إضافية.



الخطوة ٣: رتبّ بطاقات العدد ١ بمستطيل أبعاده ٢ و ٦ ثم أكمل المستطيل،

وفي هذه الحالة تكون قد استعملت جميع بطاقات $س$ لتكوين

المستطيل. ويكون عرض المستطيل $س + ٢$ ، وطوله $س + ٦$

إذن $س^2 + ٨س + ١٢ = (س + ٦)(س + ٢)$.

نشاط ٣

تحليل العبارة: $س^2 - ب س + ج$

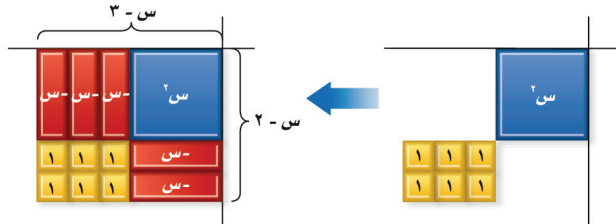
استعمل بطاقات الجبر لتحليل العبارة: $س^2 - ٥ س + ٦$

الخطوة ١: مثل $س^2 - ٥ س + ٦$



الخطوة ٢: ضع بطاقة $س^2$ في زاوية لوحة الضرب.

ورتب البطاقات ١ لتكون مستطيلاً أبعاده ٢ و ٣



الخطوة ٣: أكمل تكوين المستطيل ببطاقات $-س$. فيكون

بذلك عرضه $س - ٢$ ، وطوله $س - ٣$

إذن $س^2 - ٥ س + ٦ = (س - ٢)(س - ٣)$

نشاط ٤

تحليل العبارة: $س^2 - ب س - ج$

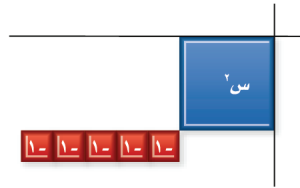
استعمل بطاقات الجبر لتحليل العبارة: $س^2 - ٤ س - ٥$

الخطوة ١: مثل $س^2 - ٤ س - ٥$



الخطوة ٢: ضع بطاقة $س^2$ في زاوية لوحة الضرب،

ورتب بطاقات العدد ١ لتكون مستطيلاً أبعاده ١ و ٥



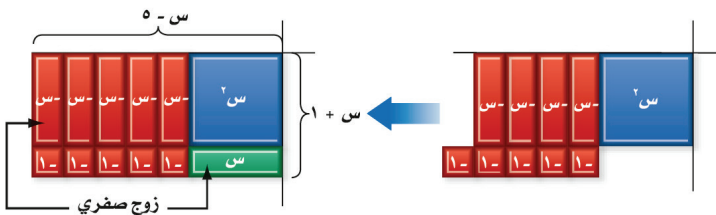
الخطوة ٣: ضع البطاقات $-س$ كما في الشكل. وتذكر أنه

يمكنك إضافة أزواج صفيرية دون تغيير قيمة

كثيرة الحدود. وفي هذه الحالة، أضف زوجاً

صفيرياً من البطاقات $س$ ، $-س$.

لذا فإن $س^2 - ٤ س - ٥ = (س + ١)(س - ٥)$



التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقات الجبر لتحليل كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

(٤) $س^2 - ٧ س + ١٢$

(٣) $س^2 + ٣ س - ٤$

(٢) $س^2 + ٦ س + ٨$

(١) $س^2 + ٣ س + ٢$

استعمل الرسم بمخطط لتبين إذا كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي قابلة للتحليل أم لا:

(٨) $س^2 - ٤ س - ٤$

(٧) $س^2 - ٤$

(٦) $س^2 - ٥ س - ٦$

(٥) $س^2 + ٣ س + ٦$

(٩) **اكتب** كيف يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتحديد إذا كانت ثلاثية حدود قابلة للتحليل؟



المعادلات التربيعية: $س^2 + ب س + ج = ٠$

لماذا؟



بركة سباحة سطحها مستطيل الشكل، يُراد وضع سياج حولها طوله ٢٤ م. إذا كانت مساحة سطح البركة ٣٦ م^٢، فما بعدها؟

لحل هذه المسألة يجب إيجاد عددين حاصل ضربهما ٣٦ ومجموعهما يساوي ١٢ (نصف محيط البركة).

تحليل $س^2 + ب س + ج$: تعلمت كيف تضرب ثنائيي حدّ باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب، على أن تكون كل ثنائية حد منهما عاملاً لنتائج الضرب. ويمكن استعمال نمط ضرب ثنائيي الحد لتحليل أنواع معينة من ثلاثيات الحدود.

$$(س + ٣)(س + ٤) = س^2 + ٧س + ١٢ \quad \text{طريقة التوزيع بالترتيب}$$

$$س^2 + ٧س + ١٢ = (س + ٣)(س + ٤) \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$س^2 + ٧س + ١٢ = (س + ٣)(س + ٤) \quad \text{بسط}$$

لاحظ أن معامل الحد الأوسط ٧ هو مجموع العددين ٣ و ٤، والحد الأخير ١٢ هو ناتج ضربهما.

لاحظ القاعدة الآتية في الضرب:

$$(س + ٣)(س + ٤) = س^2 + ٧س + ١٢$$

$$(س + م)(س + ن) = س^2 + (م + ن)س + م ن \quad \text{لتكن } م = ٣, ن = ٤$$

$$س^2 + (م + ن)س + م ن = (س + م)(س + ن) \quad \text{الإبدال (+)}$$

$$س^2 + ب س + ج = (س + م)(س + ن) \quad \text{ب = م + ن, ج = م ن}$$

لاحظ أن معامل الحد الأوسط هو مجموع م و ن، والحد الأخير هو ناتج ضربهما.

تستعمل هذه القاعدة لتحليل ثلاثيات الحدود على الصورة $س^2 + ب س + ج$.

فيما سبق

درست ضرب ثنائيات الحد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب.

والآن

■ أحلّ ثلاثية حدود على الصورة:

$$س^2 + ب س + ج = ٠$$

■ أحلّ المعادلات على الصورة:

$$س^2 + ب س + ج = ٠$$

المضردات

المعادلة التربيعية

أضف إلى

مطوّبتك

تحليل $س^2 + ب س + ج$

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: لتحليل ثلاثية حدود على الصورة $س^2 + ب س + ج$ ، أوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما ب، وناتج ضربهما ج، ثم اكتب $س^2 + ب س + ج$ على الصورة $(س + م)(س + ن)$.

الرموز: $س^2 + ب س + ج = (س + م)(س + ن)$ ، حيث م + ن = ب، م ن = ج

مثال: $س^2 + ٦س + ٨ = (س + ٢)(س + ٤)$. لأن ٢ + ٤ = ٦، ٢ × ٤ = ٨

يكون لعاملي ج الإشارة نفسها عندما تكون موجبة. ويعتمد كون العاملين موجبين أو سالبين على إشارة



مثال ١ تحليل $s^2 + b s + c$ ج عندما يكون ب، ج موجبين

حلل : $s^2 + 9s + 20$.

إرشادات لحل المسألة

خمن وتحقق

عند تحليل ثلاثية حدود،
اعمل تخميناً مدروساً،
وتحقق من المعقولية، ثم
عدّل التخمين حتى تصل
إلى الإجابة الصحيحة.

تحقق من فهمك

حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

(أ) $s^2 + 10s + 24$

(ب) $s^2 + 9s + 20$

إذا كانت ب سالبة، وج موجبة في ثلاثية الحدود، استعمل ما تعرفه عن ضرب ثنائيي الحد؛ لتقليص قائمة العوامل الممكنة.

مثال ٢ تحليل $s^2 + b s + c$ ج عندما تكون ب سالبة، ج موجبة

حلل : $s^2 - 8s + 12$

إرشادات للدراسة

إيجاد العوامل

عندما تجد العوامل
الصحيحة فليس هناك
ضرورة لاختبار العوامل
الأخرى. فمثلاً، العاملان
الصحيحان في المثال ٢ هما:
٢- و ٦-، لذا فلا داعي
لاختبار العاملين:
٣- و ٤-

تحقق من فهمك

حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

(أ) $s^2 - 11s + 28$

(ب) $s^2 - 22s + 84$



عندما تكون جـ سالبة، يكون لعاملها إشارتان مختلفتان. ولتحدد أي عامل منهما موجب وأيها سالب، انظر إلى إشارة ب؛ فالعامل الذي له القيمة المطلقة الكبرى له إشارة ب نفسها.

مراجعة المفردات

القيمة المطلقة

تمثل القيمة المطلقة للعدد
ن المسافة بين العدد
والصفر على خط الأعداد.
وتكتب على الصورة |ن|.



مثال ٣ تحليل س^٢ + ب س + جـ عندما تكون جـ سالبة

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

(أ) $س^٢ + ٢س - ١٥$

(ب) $س^٢ - ٧س - ١٨$

تحقق من فهمك

(٣ب) $س^٢ - ٢س - ٢٤$

(٣أ) $س^٢ + ١٣س - ٤٨$

حلّ المعادلات بالتحليل: يمكن كتابة **المعادلات التربيعية** على الصورة القياسية $أس^٢ + ب س + جـ = ٠$ ، $أ \neq ٠$ ويمكن حل بعض المعادلات على هذه الصورة بالتحليل، ثم استعمال خاصية الضرب الصفري

وزارة التعليم
Ministry of Education

الدرس ٧-٣: المعادلات التربيعية: $س^٢ + ب س + جـ = ٠$ ١٤٤٤ - ١٤٤٥

مثال ٤

حل المعادلة بالتحليل

حل المعادلة: $س^2 + ٦س = ٢٧$ ، وتحقق من صحة الحل.

تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

١٤ (أ) $ع^2 - ع^٣ = ٧٠$ ٤ (ب) $س^٢ + ٣س - ١٨ = ٠$

حل المسألة بالتحليل

مثال ٥ من واقع الحياة

تصميم: يصمّم سعيد لوحة إعلان لبيع أقراص مدمجة لتعلم الرياضيات. إذا كان ارتفاع الجزء العلوي من اللوحة ٤ بوصات، ويزيد طول باقي اللوحة عن عرضها بـ ٢ بوصة. ومساحة اللوحة ٦١٦ بوصة مربعة، فأوجد عرض اللوحة.

افهم:

خطّط:

حل:



الربط مع الحياة

تُصمّم بعض اللوحات الإعلانية لاستخدامها مرة واحدة لمناسبة معينة، وإن كان الغرض من اللوحة الاستخدام لفترة طويلة، فيجب مراعاة المواد المصنوعة منها لتقاوم عوامل الجو.

تحقق:

تحقق من فهمك

(٥) **هندسة:** متوازي أضلاع ارتفاعه أقل من قاعدته بـ ١٨ سم، ومساحته ١٧٥ سم^٢. فبما إرتفاعه؟

الأمثلة ١ - ٣

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

- (١) $٢٤ + س + ١٤ + ٢$ (٢) $٣٠ - ص - ٧ - ٢$
(٣) $٢١ - ن + ٢$ (٤) $٥٠ + م - ٢ - ١٥$

مثال ٤

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

- (٥) $٠ = ٢١ - س - ٤$ (٦) $٠ = ٢ + ن - ٣$ (٧) $٠ = ٥٤ + س - ١٥ - ٢$
(٨) $٣٢ = س + ١٢ - ٢$ (٩) $٠ = ٧٢ - س - ٢$ (١٠) $٢٤ = - س - ١٠ - ٢$

مثال ٥

(١١) **إطار صورة:** اشترت لطيفة إطارًا للصورة، إلا أن الصورة كانت أكبر من الإطار، لذا فإنها بحاجة إلى تصغير طول الصورة وعرضها بالمقدار نفسه، على أن تصبح مساحتها نصف مساحتها الأصلية. فإذا كان بُعد الصورة الأصلية ١٢، ١٦ سم. فما بُعد الصورة المصغرة؟

تدرب وحل المسائل

الأمثلة ١ - ٣

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

- (١٢) $٤٢ + س + ١٧ + ٢$ (١٣) $٧٢ + ص - ٢ - ١٧$ (١٤) $٤٨ - أ + ٢$
(١٥) $٣٥ - ن - ٢$ (١٦) $٢ - هـ + ١٥ + ٤٤$ (١٧) $٢٢ - س + س + ٢$

مثال ٤

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

- (١٨) $٠ = ١٢ + س - ٧ - ٢$ (١٩) $٢٠ = ص + ٢$ (٢٠) $٢٧ = س - ٦ - ٢$
(٢١) $٠ = ٩ + ج + ١٠$ (٢٢) $٠ = ١٢٠ - ن - ٢$ (٢٣) $١٦ = هـ + ٢ + ٤٨$

مثال ٥

(٢٤) **هندسة:** مساحة مثلث ٣٦ سم^٢، ويزيد ارتفاعه ٦ سم على طول قاعدته. فما ارتفاعه؟ وما طول قاعدته؟
(٢٥) **هندسة:** تمثل العبارة $(س - ٤ - ٢)$ سم^٢ مساحة مستطيل طوله $(س + ٢)$ سم. فما عرضه؟

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

- (٢٦) $١١ + ك + ر + ١٨$ (٢٧) $٢ - س + ص + ٥$ (٢٨) $١٠ + أ - ب - ٣٩$

(٢٩) **سباحة:** يزيد طول حوض سباحة دولي مستطيل الشكل ٢٩ مترًا عن عرضه، ومساحة سطحه ١٠٥٠ م^٢.
(أ) عرّف متغيرًا، واكتب معادلة تمثل مساحة سطحه.

(ب) حل المعادلة.

(ج) فسر الإجابتين، وهل هناك معنى لكل منهما؟



مراجعة تراكمية

حلّل كلّ كثيرة حدودٍ ممّا يأتي: (الدرس ٧ - ٢)

(٣٩) $2م^٣ل - ١٦م^٢ل + ٨م ل$ (٤٠) $٢أس + ٦س ج + ب أ + ٣ب ج$ (٤١) $س٢ - س ص - س ص + ص٢$

(٤٢) **تبليط:** يريد خالد تبليط غرفة معيشة بُعدها ٤٢٠ سم، ولديه قطع بلاط أبعادها ٢٠ سم $\times$ ٢٠ سم، ٣٠ سم $\times$ ٣٠ سم، ٣٠ سم $\times$ ٢٠ سم، ٢٠ سم $\times$ ١٥ سم، ٢٢ سم $\times$ ٣٠ سم. فأَيّ الأنواع يمكنه استعمالها دون قص أي قطعة؟ فسّر إجابتك. (الدرس ٧ - ١٠)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حلّل كلّ كثيرة حدودٍ ممّا يأتي:

(٤٣) $٦م س - ٤م + ٣ر س - ٢ر$ (٤٤) $٣أس - ٦ب س + ٨ب - ٤أ$ (٤٥) $٢د٢ ج + ٢ف ج + ٤د٢ ه + ٤ف ه$





حلّل كل كثيرة حدودٍ ممّا يأتي: (الدروس ٢-٧)

$$(١٣) \quad ٥٥ - ٤٠ + ج$$

$$(١٤) \quad ٣س + ٢س + ٦س + ٢س + ٢س$$

$$(١٥) \quad ٥ + ٢س - ٢٥ - ب + ٥$$

حلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدروس ٣-٧)

$$(١٦) \quad ٢س = (٥ - ٥) = ٠$$

$$(١٧) \quad ٦ب - ٢ = ٣ - ب = ٠$$

$$(١٨) \quad ج - ١٥ = ٢$$

حلّل كل كثيرة حدودٍ ممّا يأتي: (الدروس ٣-٧)

$$(١٩) \quad ٢س - ٤س - ٢١$$

$$(٢٠) \quad ٢س - ١٠س + ٢٤$$

$$(٢١) \quad ٢س + ٤س - ٢١$$

حلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدروس ٣-٧)

$$(٢٢) \quad ٢س - ٥س = ١٤$$

$$(٢٣) \quad ٢س - ٣س - ١٨ = ٠$$

$$(٢٤) \quad ٢٤ + ٢س = ١٠س$$

(٢٥) اختيار من متعدد: يزيد طول مستطيل على عرضه بمقدار

٢سم، فما طول المستطيل، إذا كانت مساحته ٤٨ سم^٢؟

(ج) ٦سم

(أ) ٤٨سم

(د) ٢سم

(ب) ٨سم

حلّ كل وحيدة حدّ فيما يأتي تحليلًا تامًّا: (الدروس ١-٧)

$$(١) \quad ١٦س٣ ص٣$$

$$(٢) \quad ٣٥ب ج٤$$

$$(٣) \quad ٢٠م٢ ن٢$$

$$(٤) \quad ١٣س٣ ص٣$$

(٥) مساحة ممّرة: تبلغ مساحة ممّرة ١٢م^٢، أوجد جميع أزواج الأعداد الكلية التي يمكن أن تمثل طولًا وعرضًا للممّرة.

(الدروس ١-٧)

أوجد (ق.م.أ) لكل مجموعة وحيدات حدّ فيما يأتي:

$$(٦) \quad ١٠ب، ٢٠ب٢، ٢٥ب$$

$$(٧) \quad ١٣ج، ٢٥د$$

$$(٨) \quad ٢١بج، ٣٥ب، ٥٦بج٣$$

(٩) ترتيب: يريد عامل ترتيب ٢٤ زوجًا من الأحذية على أرفف محلّ، بحيث يضع نفس عدد الأزواج على كل رفّ، ويضع على الأقل ٤ أزواج على كل رفّ، ويستخدم رفين على الأقل، اذكر عدد الأزواج الممكنة على كل رفّ، وعدد الأرفف.

(الدروس ١-٧)

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود التالية:

(الدروس ٢-٧)

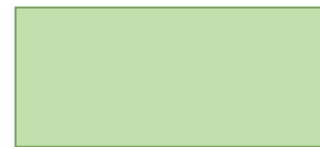
$$(١٠) \quad ٣س٣ ص٩ - ٩س$$

$$(١١) \quad ٦بج + ١٢بج٢ + ١٨ج$$

(١٢) اختيار من متعدد: إذا كانت مساحة المستطيل أدناه تساوي

$$٣س٣ + ٦س - ١٢ \text{ وحدة مربعة، فكم وحدة عرضه؟}$$

(الدروس ٢-٧)



س٢ + ٢س - ٤

(ج) ٤ وحدات

(أ) وحدتان

(د) ٦ وحدات

(ب) ٣ وحدات





المعادلات التربيعية: أس^٢ + ب س + ج = .

لماذا؟

فيما سبق

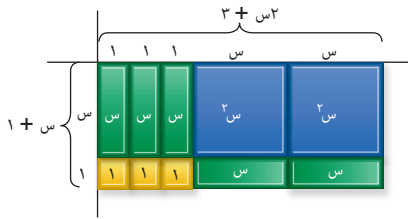
درست تحليل ثلاثية حدود
على الصورة أس^٢ + ب س + ج = .

والآن

- أحل ثلاثية حدود على الصورة:
أس^٢ + ب س + ج = .
- أحل معادلات على الصورة:
أس^٢ + ب س + ج = ٠

المفردات

كثيرة الحدود الأولية



يمكن تمثيل مسار الأرجوحة في مدينة الألعاب بالعلاقة
٥ن^٢ - ٢ن + ٣٠؛ حيث (ن) زمن الحركة. وتحليل هذه العبارة
إلى عواملها يساعد المسؤول عن التشغيل على معرفة الوقت
الذي تستغرقه أرجحتها في المرة الأولى.

تحليل أس^٢ + ب س + ج : حللت في الدرس السابق

عبارات تربيعية على الصورة: أس^٢ + ب س + ج = أ، أ = ١.

ستطبق في هذا الدرس طرق تحليل عبارات تربيعية فيها أ ≠ ١.

في الشكل المجاور بعدا المستطيل المكوّن من بطاقات الجبر هما
(س + ١)، (٣ + س)، وهما عاملا ٢س + ٥س + ٣.

يمكنك استعمال طريقة التحليل بتجميع الحدود لتحليل هذه
العبارة.

الخطوة ١ : طبق القاعدة:

$$٢س٢ + ٥س + ٣ = ٢س٢ + م س + ن س + ٣.$$

الخطوة ٢ : أوجد عددين ناتج ضربهما ٢ × ٣ = ٦ ومجموعهما ٥.

عوامل العدد ٦	مجموع العاملين
١، ٦	٧
٣، ٢	٥

الخطوة ٣ : استعمل التجميع لإيجاد العوامل.

اكتب القاعدة

$$٣ = ٢، ٢ = ٣$$

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

حلّل كل تجمّع بإخراج (ق. م. أ)

(س + ١) عامل مشترك

$$٢س٢ + ٥س + ٣ = ٢س٢ + م س + ن س + ٣$$

$$= ٢س٢ + ٢س + ٣س + ٣$$

$$= (٢س٢ + ٢س) + (٣س + ٣)$$

$$= ٢س(س + ١) + ٣(س + ١)$$

$$= (س + ١)(٢س + ٣)$$

$$إذن: ٢س٢ + ٥س + ٣ = (س + ١)(٢س + ٣).$$

مفهوم أساسي

تحليل أس^٢ + ب س + ج

التعبير اللفظي:

لتحليل ثلاثية حدود على الصورة أس^٢ + ب س + ج = ، أوجد عددين صحيحين
م، ن مجموعهما يساوي ب، وناتج ضربهما أ ج، ثم اكتب أس^٢ + ب س + ج
على الصورة أس^٢ + م س + ن س + ج، ثم حلّل بتجميع الحدود.

$$٥س٢ - ١٣س + ٦ = ٥س٢ - ١٠س - ٣س + ٦$$

$$= ٥س(س - ٢) + (٣ - س)(٢ - س)$$

$$= (٢ - س)(٥س - ٣)$$

مثال:

$$٣ - = ١٠، ١ - = ٣$$

$$= ٣(١ - س) + (١٠ - س)(٢ - س)$$

وزارة التعليم

Ministry of Education

مثال ١

تحليل أس^٢ + ب س + جـ

حلّ كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

(أ) $٧س^٢ + ٢٩س + ٤$

إرشادات للدراسة

القاسم المشترك الأكبر

ابحث عن القاسم المشترك الأكبر لحدود كثيرة الحدود قبل تحليلها.

(ب) $٣س^٢ + ١٥س + ١٨$

تحقق من فهمك

(أ) $٦س^٢ + ٢٢س - ٨$

(ب) $٥س^٢ + ١٣س + ٦$

مثال ٢

تحليل أس^٢ - ب س + جـ

حلل كثيرة الحدود $٣س^٢ - ١٧س + ٢٠$.

تحقق من فهمك

(أ) $١٠ص^٢ - ٣٥ص + ٣٠$

(ب) $٢ن^٢ - ١ - ٢$



تُسمّى كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة
كثيرة حدود أولية.

تحديد كثيرة الحدود الأولية

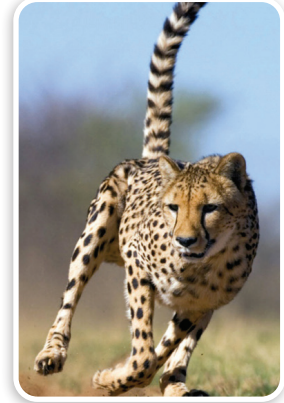
مثال ٣

حلّ العبارة: $٤س^٢ - ٣س + ٥$ إن أمكن باستعمال الأعداد الصحيحة، وإن لم يكن ذلك ممكناً فاكتب "أولية".

تحقق من فهمك

$$(٣ب) ٥س^٢ + ٣س - ٥$$

$$(١٣) ٧ر^٢ - ٢ر + ٧$$



الربط مع الحياة

الفهد هو أسرع حيوان في العالم؛ حيث تبلغ سرعته ١١٢ كلم / ساعة، ويمكن أن تصل سرعته من صفر إلى ٦٤ كلم / ساعة في ٣ خطوات واسعة خلال ثواني فقط.

حل المعادلات بالتحليل إلى العوامل

مثال ٤ من واقع الحياة

حياة برية: افترض أن فهداً يقفز نحو فريسته بسرعة ابتدائية رأسية مقدارها ١١ مترًا/ ثانية. فكم يبقى الفهد في الهواء قبل وصوله إلى فريسته التي ترتفع عن الأرض ٢ متر؟

تحقق من فهمك

(٤) **فيزياء:** قذف شخص كرة إلى الأعلى من سطح بناية ارتفاعها ٢٠ م. والمعادلة $٥س^٢ + ١٦س - ٢٠ = ٠$ تمثل ارتفاع الكرة (ع) بالأمتار بعد (ن) ثانية. فإذا سقطت الكرة على شرفة ارتفاعها ٤ م عن الأرض، فكم ثانية بقيت الكرة في الهواء؟

تنبيه

إشارة السالب

حافظ على (العدد -) عامل ن^٢، الذي تم إخراجها خلال التحليل، أو اضرب كلا الطرفين في -١ بدلاً من ذلك.

الأمثلة ١ - ٣

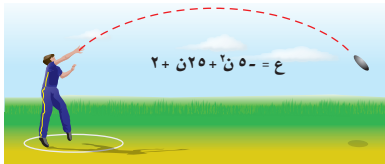
حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

$$(١) \quad ٥٦ + ٢س٢ + ٢س٢٢ + ٢س٣٣ + ٤ \quad (٢) \quad ٥س٥ - ٢س٣ + ٤ \quad (٣) \quad ٢٠ - ٢س١١ - ٢س٣٣$$

مثال ٤

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(٤) \quad ٢س٢ + ٩س + ٩ = ٠ \quad (٥) \quad ٣س٣ - ٢س١٠ + ٨ = ٠ \quad (٦) \quad ٢س٢ - ١٧س + ٣٠ = ٠$$



(٧) رمي القرص: يرمي خالد القرص المعدني كما في

الشكل المجاور.

(أ) ما الارتفاع الابتدائي للقرص؟

(ب) بعد كم ثانية يصل القرص إلى الارتفاع نفسه الذي قذف منه؟

تدرب وحل المسائل

الأمثلة ١ - ٣

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

$$(٨) \quad ٢٤ + ٢س٣٤ + ٢س٤٨ \quad (٩) \quad ٧٠ + ٢س٣٨ + ٢س٤٨ \quad (١٠) \quad ٩ - ٢س٣ - ٢س٣٣ \\ (١١) \quad ٤س٤ - ٢س١٣ + ١٠ \quad (١٢) \quad ٢س٢ + ٢س٣ + ٦ \quad (١٣) \quad ٤٥ + ٢س٦٩ + ٢س١٢ \\ (١٤) \quad ٧ + ٢س٥ - ٢س٤٨ \quad (١٥) \quad ٢٤ + ٢س٢٣ + ٢س٥٨ \quad (١٦) \quad ١٥ + ٢س٣ - ٢س٨$$

مثال ٤

(١٧) صيد: أطلق صياد طلقة نارية ارتفاعها تمثله المعادلة $٢س٥ + ٩س + ٢ = ٠$. بعد كم ثانية تصل الطلقة إلى الأرض؟

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(١٨) \quad ٢س٢ + ٩س - ١٨ = ٠ \quad (١٩) \quad ٤س٤ + ١٧س + ١٥ = ٠ \quad (٢٠) \quad ٢س٣ + ٢س٢٦ + ١٦ = ٠ \\ (٢١) \quad ٢س٢ + ١٣س = ١٥ \quad (٢٢) \quad ٣س٣ + ٥س = ٢ \quad (٢٣) \quad ٤س٤ + ١٩س = ٣٠$$

(٢٤) نظرية الأعداد: ستة أمثال مربع العدد س مضافاً إليها ١١ مثلاً للعدد يساوي ٢. ما القيم الممكنة لـ س؟

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

$$(٢٥) \quad ٢٠ - ٢س٢٣ - ٢س٢٣ \quad (٢٦) \quad ١٤ - ٢س١٥ - ٢س١٤ \quad (٢٧) \quad ٨ + ٢س١٨ + ٢س١٨$$



$$(٢٨) \quad ٣٥ - ٢س٣١ + ٢س٣١ \quad (٢٩) \quad ١٢ - ٢س٥ + ٢س٥ \quad (٣٠) \quad ١٢ - ٢س١٢ + ٢س١٢$$

(٣١) **تخطيط:** خطت بلدية إحدى المدن لبناء متنزه جديد مستطيل الشكل، يمكن التعبير عن مساحته بالعلاقة: $٦٦٠س^٢ + ٥٢٤س + ٨٥$. حلّل هذه العبارة لإيجاد ثنائيتي حدّ بمعاملات أعداد صحيحة تمثّل البعدين الممكنين للمتنزه. وإذا كانت $س = ٨$ ، فما محيط المتنزه؟



الربط مع الحياة

هيأت أمانة منطقة الرياض
٣٦٢ مشروعاً بيئياً وترفيهياً
موزعة على مختلف أحياء
مدينة الرياض على مساحة
تتجاوز نصف مليار متر مربع.

(٣٢) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة. تحليل أنواع خاصة من كثيرات الحدود.

(أ) **هندسياً:** ارسم مربعاً طول ضلعه أ. ثم ارسم داخله مربعاً أصغر يشترك معه في أحد الرؤوس، طول ضلعه ب. ما مساحة كل من المربعين؟

(ب) **هندسياً:** قصّ المربع الصغير. ما مساحة المنطقة الباقية؟

(ج) **تحليلياً:** ارسم خطاً قطرياً بين رأس المربع الكبير ورأس المربع الصغير في الشكل المتبقي. وقصّ على طول هذا الخط للحصول على قطعتين متطابقتين، ثم أعد ترتيب القطعتين لتشكلاً مستطيلاً. ما بُعدا المستطيل الناتج؟

(د) **تحليلياً:** اكتب مساحة المستطيل على صورة ناتج ضرب ثنائيتي حد.

(هـ) **لفظياً:** أكمل العبارة أ^٢ - ب^٢ = لماذا هذه العبارة صحيحة؟

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣٣) **اكتشف الخطأ:** حلّ كلّ من زكريا وسامي المعادلة $٦س^٢ - ٢س = ١٢$. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

سامي	زكريا
$١٢س^٢ - ٢س = ١٢$	$١٢س^٢ - ٢س = ١٢$
$١٢ = (١س - ١)س$	$٠ = ١٢ - ٢س - ١٢س$
$١٢ = ١س - ١س^٢$	$٠ = (٣س + ٤)(٣س - ١)$
$١٢ = ١س - ١س^٢$	$٠ = ٣س - ١س^٢ + ١٢س - ٤س$
$١٢ = ١س - ١س^٢$	$٠ = ٣س - ١س^٢ + ١٢س - ٤س$
$١٢ = ١س - ١س^٢$	$٠ = ٣س - ١س^٢ + ١٢س - ٤س$

(٣٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تربيعية بمعاملات حدودها أعداد صحيحة على أن يكون: $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، حلين لها. فسّر ذلك.

(٣٥) **اكتب:** فسّر كيف تحدد القيم التي يجب اختيارها لـ م و ن عند تحليل كثيرة الحدود على الصورة $أس^٢ + ب س + ج$



تدريب على اختبار

(٣٧) ما مجموعة حل المعادلة $س^2 + ٢س - ٢٤ = ٠$ ؟

(ج) $\{٨, ٣-\}$

(أ) $\{٦, ٤-\}$

(د) $\{٦, ٤-\}$

(ب) $\{٨, ٣-\}$

(٣٦) إجابة قصيرة: لدى سلمى أختان: إحداهما أكبر منها بـ ٨ سنوات، والأخرى أصغر منها بستين، وناتج ضرب عمري أختيها ٥٦. فكم سنة عمر سلمى؟

مراجعة تراكمية

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي: (الدرس ٣-٧)

(٤٠) $٣٦ + ع + ١٥ + ع^٢$

(٣٩) $س^٢ - ٥س - ٢٤$

(٣٨) $س^٢ - ٩س + ١٤$

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٢-٧)

(٤٣) $٠ = س^٢ - ٢٠س$

(٤٢) $٠ = (٦ + ص)(١ - ص)$

(٤١) $٠ = (أ - ٩)$

(٤٤) حلّ المتباينة المركبة $٢ + ١٢ < ك$ و $٢ + ١٨ \geq ك$ ، ثم مثّل مجموعة الحل على خط الأعداد. (مهارة سابقة)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج كلٍّ ممّا يأتي:

(٤٨) $\sqrt{١٠٠}$

(٤٧) $\sqrt{١٢١}$

(٤٦) $\sqrt{٦٤}$

(٤٥) $\sqrt{١٦}$





المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين

لماذا؟

يستعمل مصممو الجرافيك الفن والرياضيات لتصميم صور وأشرطة فيديو. ويستعملون المعادلات لتكوين أشكال وخطوط على الحاسوب. ويساعد التحليل إلى العوامل على تحديد أبعاد الأشكال وطريقة ظهورها.

٥-٧

فيما سبق

درست تحليل ثلاثية حدود إلى ثنائيتي حد.

والآن

- أحل ثنائية حد على صورة فرق بين مربعين.
- أحل معادلات باستعمال الفرق بين مربعين.

المضردات

الفرق بين مربعين

تحليل الفرق بين مربعين: تذكر أنك تعلمت ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما، ويشير ناتج الضرب هذا إلى **الفرق بين المربعين**. لذا فالصورة المحللة للفرق بين مربعين تسمى ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما.

أضف إلى
مطوياتك

الفرق بين مربعين

مفهوم أساسي

الرموز: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ أو $(a - b)(a + b)$

أمثلة: $25 - 4 = (5 + 2)(5 - 2)$ أو $(5 - 2)(5 + 2)$

$64 - 9 = (8 + 3)(8 - 3)$ أو $(8 - 3)(8 + 3)$

تحليل الفرق بين مربعين

مثال ١

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

(أ) $16x^2 - 9y^2$

(ب) $121 - 4b^2$

(ج) $27j^3 - 3k^3$

تحقق من فهمك

- | | |
|-----------------|---------------------|
| (أ) $81 - 4j^2$ | (ب) $64 - 2h^2$ |
| (ج) $9s^3 - 4s$ | (د) $4 - 9v^3 + 9v$ |



تحقق من فهمك

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

- (أ) $٢ص - ٥٠$ (ب) $٦س - ٩٦$
(ج) $٢م^٣ + م^٢ - ٥٠م - ٢٥$ (د) $٣ر + ٢ر + ١١ر + ٦٦$

حل معادلات بالتحليل: يمكنك بعد التحليل تطبيق خاصية الضرب الصفري على المعادلة المكتوبة على صورة ناتج ضرب عدة عوامل يساوي صفرًا.

مثال ٤ من اختبار

ما القيمة الموجبة لـ $س$ التي تحقق المعادلة $ص = س^٢ - \frac{٩}{١٦}$ ، إذا كانت $ص = ٠$ ؟
(أ) $\frac{٩-}{٤}$ (ب) صفر (ج) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٩}{٤}$

إرشادات للدراسة

استعمال طريقة أخرى
يمكن استعمال طريقة
أخرى للحل بتعويض
البدايل في المعادلة.

تحقق من فهمك

(٤) حل المعادلة: $١٨س = ٣س^٢ - ٥٠س$ ؟

- (أ) $٠، \frac{٥}{٣}$ (ب) $\frac{٥}{٣}، \frac{٥-}{٣}$ (ج) $\frac{٥}{٣}، \frac{٥-}{٣}، ٠$ (د) $\frac{٥}{٣}، \frac{٥-}{٣}، ١$

تأكد

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

الأمثلة ٣-١

- (١) $٩س - ٢$ (٢) $٢٥ - ٢٤$ (٣) $٢ل - ٣ل٢ - ١٦٢ل$
(٤) $٨١ - ٤$ (٥) $٢د - ٣٢ف - ٤$ (٦) $٢٠ر - ٤٥ن - ٤$
(٧) $٢٥٦ن - ٤ج - ٤$ (٨) $٢ج - ٣ج + ٣ج - ٢ج - ٣$ (٩) $٣ن + ٣ن + ٢ن - ٤٨ن - ٣٢$

مثال ٤

(١٠) **سيارات:** قد يكون الأثر الذي تتركه عجلات السيارة ناجمًا عن وقوفها المفاجئ. والمعادلة $\frac{١}{٤}ع = ٢ف$ تعبّر عن سرعة السيارة التقريبية (ع) بالميل/ساعة، علمًا بأن (ف) هو طول الأثر الذي تتركه العجلات بالقدم على سطح جاف. إذا كان طول أثر العجلات ٥٤ قدمًا، فكم كانت سرعة السيارة؟

وزارة التعليم

Ministry of Education

الدرس ٥-٧: المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين - ٢٠٢٢

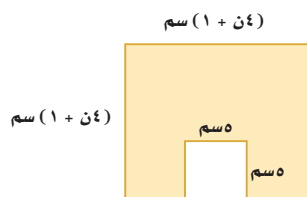
الأمثلة ٣-١

حل كل كثيرة حدود مما يأتي:

- (١١) ل^٢ - ١٢١
(١٢) ر^٤ - ٤ك^٤
(١٣) ٦ن^٤ - ٦
(١٤) ٩ن^٢ - ٢
(١٥) ٢ج^٢ - ٣٢د^٢
(١٦) ٣هـ - ١٠٠هـ
(١٧) هـ^٤ - ٢٥٦
(١٨) ٨١ن^٢ - ٣ن^٢ - ٢ن^٢ - ١٦٢ن^٢ + ٨١
(١٩) س^٢ - ٤ص^٢
(٢٠) ٧هـ^٤ - ٤ل^٤
(٢١) ٦ك^٢هـ^٤ - ٥٤ك^٤
(٢٢) ٥هـ^٣ - ٢٠هـ
(٢٣) ٢ف^٣ + ٢ف^٢ - ٦٤ف - ١٢٨
(٢٤) ٣ر^٣ - ١٩٢ر
(٢٥) ١٠ك^٣ - ١٢١٠ك
(٢٦) ٨ج^٣ - ٨ج
(٢٧) ل^٣ر^٣ - ٥ل^٣
(٢٨) ٣ن^٣ - ٧ن^٢ - ٣ن^٢ + ٧
(٢٩) ٣ر^٣ - ٥ر^٢ - ١٠٠ر + ٥٠٠
(٣٠) ٣م^٣ + ٤٣٣
(٣١) ٤م^٣ + ٩م^٢ - ٣٦م - ٨١
(٣٢) ٣م^٣ + ٤٣٣
(٣٣) ٦س^٣ - ٣٦س^٢ - ٢١٦س
(٣٤) ١٥م^٣ + ١٢م^٢ - ٣٧٥م - ٣٠٠

مثال ٤

(٣٥) هندسة: يمثل الشكل المجاور مربعاً قُطِعَ منه مربع آخر.



(أ) اكتب عبارة تمثل مساحة المنطقة المظللة.

(ب) أوجد بُعدي مستطيل له مساحة المنطقة المظللة نفسها، مفترضاً أنهما يُمثَلان بثنائيتي حد.

(٣٦) مبان: أراد زياد بناء ملحق في باحة منزله الخلفية، بُعده ٨ م، ٨ م.

ثم قرّر تقليص طول أحد البعدين وزيادة البعد الآخر بالعدد نفسه من الأمتار. فإذا كانت مساحة الملحق بعد تقليصه تساوي ٦٠ م^٢، فما بُعده؟

(٣٧) كتب: نشرت إحدى دور النشر كتاباً جديداً، وتمثل المعادلة $-٢٥م + ١٢٥م$ مبيعات الكتاب،

حيث (ع) تمثل عدد النسخ المباعة، و (م) عدد الأشهر التي بيع فيها الكتاب.

(أ) في أي شهر يُتَوَقَّع أن تنفذ النسخ المعروضة من الكتاب؟

(ب) متى وصلت المبيعات إلى ذروتها؟

(ج) ما عدد النسخ المباعة في الذروة؟



الربط مع الحياة

على الرغم من انتشار الإنترنت في معظم المنازل وأماكن العمل ليكون وسيلة للبحث والاطلاع، إلا أن البعض لا يزال يفضل تكوين معلوماته من قراءة الكتب وارتداد المكتبات.



حل المعادلات بالتحليل
 تذكر أن تجعل أحد طرفي
 المعادلة صفراً قبل حل
 المعادلة بالتحليل .

حل كل معادلة مما يأتي بالتحليل، ثم تحقق من صحة الحل:

$$(39) \quad 25s^2 = 100$$

$$(38) \quad 121 = 2s^2$$

$$(41) \quad 16 = \frac{1}{4}s^2$$

$$(40) \quad 0 = \frac{9}{16} - 2s$$

$$(43) \quad 0 = 81 - 2s^2$$

$$(42) \quad 0 = \frac{1}{25}s^2 - 81$$

(44)  تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذه المسألة ثلاثية الحدود التي تمثل مربعاً كاملاً.

(أ) جدولياً: انسخ الجدول أدناه وأكملة بتحليل كل ثلاثية حدود، ثم اكتب أول وآخر حد في كثيرة الحدود على صورة مربعات كاملة.

كثيرة الحدود	تحليل كثيرة الحدود	الحد الأول	الحد الأخير	الحد الأوسط
$4s^2 + 12s + 9$	$(2s+3)(2s+3)$	$4s^2 = (2s)^2$	$9 = 3^2$	
$9s^2 - 24s + 16$				
$4s^2 - 20s + 25$				
$16s^2 + 24s + 9$				

(ب) تحليلياً: اكتب الحد الأوسط في كل كثيرة حدود باستعمال الجذور التربيعية للمربعات الكاملة للحددين الأول والأخير.

(ج) جبرياً: اكتب قاعدة لثلاثية الحدود التي تمثل مربعاً كاملاً.

(د) لفظياً: ما الشروط الواجب توافرها في ثلاثية حدود لتصنف على أنها مربع كامل؟

مسائل مهارات التفكير العليا

(45) **اكتشف الخطأ:** حللت كل من هلا ومنى العبارة الآتية، فأيهما إجابتهما صحيحة؟ فسّر ذلك.

منى

$$16s^2 - 4s^2 = 12s^2$$

$$(4s^2 - 5s)(4s^2 + 5s)$$

هلا

$$16s^2 - 4s^2 = 12s^2$$

$$(4s^2 - 5s)(4s^2 + 5s)$$

(46) **تحّد:** بسّط العبارة: $9 - (3+k)^2$ بتحليلها بالفرق بين مربعين.

(47) **تحّد:** حلّل: $s^2 - 81$

(48) **تبرير:** حدّد إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة. وأعط مثلاً مضاداً للتحقق من إجابتك: "أي ثنائية حد جميع حدودها مربعات كاملة قابلة للتحليل."

(49) **مسألة مفتوحة:** أعط مثلاً لثنائية حد نحتاج عند تحليلها تحليلاً تاماً إلى تكرار قاعدة الفرق بين مربعين، ثم حلّها.

(50) **اكتب:** لماذا لا تتضمن قاعدة الفرق بين مربعين حداً متغيراً في الوسط؟

تدريب على اختبار

(٥٢) أي مما يأتي يمثل مجموع حلّي المعادلة $س^2 + 3س = 54$ ؟

- (أ) ٣ (ب) ٢١
(ج) ٣ (د) ٢١

(٥١) إذا كان أحد جذري المعادلة $س^2 + 13س = 24$ هو ٨- فما الجذر الآخر؟

- (أ) $3 - \frac{2}{3}$ (ب) $3 - \frac{2}{3}$
(ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{2}{3} - 3$

مراجعة تراكمية

حلّل كل ثلاثية حدود فيما يأتي، وإذا لم يمكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة، فاكتب "أولية": (الدرس ٧-٤)

(٥٥) $س^2 - 20س + 10س + 10س$ (٥٤) $١٥ + 3س - 2س$ (٥٣) $١٤ + ١٧س - ٢س$

حلّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة حلّك: (الدرس ٧-٣)

(٥٨) $٩٦ = س^2 - ٢٢س$ (٥٧) $١٧ = ٢س + ١٠$ (٥٦) $١٨ = ٩س - ٢س$

أوجد ناتج كلاً مما يأتي: (الدرس ٦-٧)

(٥٩) $(س + ٣)(س + ٣)$ (٦٠) $٢(س - ٥)$ (٦١) $٢(١ - س)$ (٦٢) $(٥ + س)(٥ + س)$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

(٦٣) $٢(٦ - س)$ (٦٤) $(٢ - س)(٢ - س)$ (٦٥) $(٣ + س)(٣ + س)$
(٦٦) $٢(٥ - س)$ (٦٧) $٢(١ - س)$ (٦٨) $(٥ + س)(٥ + س)$





المعادلات التربيعية : المربعات الكاملة

لماذا؟



يسقط الحجر والكيس بالسرعة نفسها؛ لذا ستحتاج إلى حل المعادلة $x^2 - 5x + 6 = 0$ ، لمعرفة الزمن الذي يحتاج إليه الجسم كي يصل إلى الأرض إذا سقط من ارتفاع ابتدائي (٥ ل) مترًا فوق الأرض، حيث (ن) تمثل الزمن بالثواني بعد سقوط الجسم.

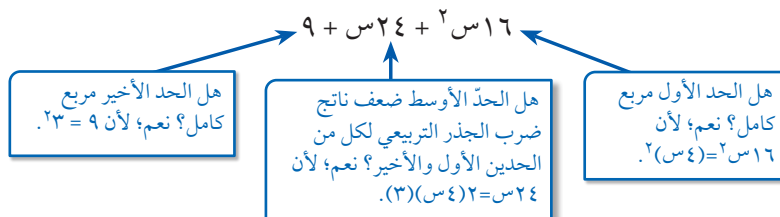
تحليل ثلاثية حدود على صورة مربع كامل: تعلمت قاعدة مفكوك ثنائي الحدود $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$. تذكر بأن تلك نواتج ضرب خاصة تتبع قاعدة معينة.

$$\begin{aligned} (x + a)(x + b) &= x^2 + (a + b)x + ab \\ (x - a)(x - b) &= x^2 - (a + b)x + ab \\ (x + a)(x - b) &= x^2 + (a - b)x - ab \\ (x - a)(x + b) &= x^2 - (a - b)x - ab \end{aligned}$$

تكون نواتج الضرب هذه على صورة **مربع كامل ثلاثية الحدود**؛ لأنها مربعات ثنائيات حد. وتساعدك القواعد أعلاه على تحليل ثلاثية الحدود التي تشكل مربعًا كاملاً.

ولتكون ثلاثية حدود قابلة للتحليل على صورة مربع كامل، يجب أن يكون الحدان الأول والأخير مربعين كاملين، وأن يكون الحد الأوسط ضعف ناتج ضرب الجذر التربيعي للحدين الأول والأخير بإشارة موجبة أو سالبة.

فمثلاً ثلاثية الحدود $x^2 + 24x + 144$ تشكل مربعاً كاملاً، كما هو موضح أدناه.



أضف إلى
مطوياتك

تحليل ثلاثية الحدود التي تشكل مربعاً كاملاً

مفهوم أساسي

الرموز:

$$\begin{aligned} x^2 + 2ax + a^2 &= (x + a)(x + a) = (x + a)^2 \\ x^2 - 2ax + a^2 &= (x - a)(x - a) = (x - a)^2 \end{aligned}$$

أمثلة:

$$\begin{aligned} x^2 + 8x + 16 &= (x + 4)(x + 4) = (x + 4)^2 \\ x^2 - 6x + 9 &= (x - 3)(x - 3) = (x - 3)^2 \end{aligned}$$

مثال ١

تمييز ثلاثية الحدود التي تشكّل مربعاً كاملاً وتحليلها

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّلها.

(أ) $٤ص^٢ + ١٢ص + ٩$

- ١ هل الحد الأول مربع كامل؟
- ٢ هل الحد الأخير مربع كامل؟
- ٣ هل الحد الأوسط يساوي $٢(٢ص)(٣)$ ؟

إرشادات للدراسة

تمييز ثلاثية الحدود التي

تشكّل مربعاً كاملاً

إذا كان الحد الثابت في ثلاثية الحدود سالباً، فإن ثلاثية الحدود لا تشكّل مربعاً كاملاً، لذا ليس من الضروري التحقق من الشروط الأخرى.

(ب) $٩ص^٢ - ٦ص + ٤$

- ١ هل الحد الأول مربع كامل؟
- ٢ هل الحد الأخير مربع كامل؟
- ٣ هل الحد الأوسط يساوي $-٢(٣ص)(٢)$ ؟

تحقق من فهمك

(أ) $٢٥ + ١٠ص + ٢٢ص^٢$

(ب) $١٦ + ٢٤ص + ٩ص^٢$

يكون تحليل ثلاثية الحدود تحليلاً تاماً إذا كتب على صورة ناتج ضرب كثيرات حدود أولية. وقد تستعمل أكثر من طريقة لتحليل كثيرة الحدود تحليلاً تاماً. ويساعدك ملخص المفهوم الآتي لتقرر من أين تبدأ عند تحليل كثيرة الحدود تحليلاً تاماً، وإذا لم يناسب كثيرة الحدود أي نمط، أو لا يمكن تحليلها فإنها تكون أولية.

ملخص المفهوم	طرق التحليل	أضف إلى مطوياتك
الخطوات	عدد الحدود	أمثلة
الخطوة ١: حلّل بإخراج (ق. م. أ.)	أي عدد	$٤ص^٣ + ٢ص^٢ - ٦ص = ٢ص(٢ص^٢ + ٢ص - ٣)$
الخطوة ٢: تحقق هل كثيرة الحدود تشكّل فرقاً بين مربعين أم أنها ثلاثية حدود على صورة مربع كامل.	٢ أو ٣	$٩ص^٢ - ٦ص + ٤ = (٣ص - ٢)(٣ص - ٢)$ $١٦ + ٢٤ص + ٩ص^٢ = (٤ص + ٣)^٢$
الخطوة ٣: طبّق أنماط التحليل لـ $٢ص + ب + ج$ أو $٢ص + ب + ج$ أو حلّل بتجميع الحدود.	٣ أو ٤	$٨ص^٢ + ١٢ص - ٦ = (٢ص - ٣)(٤ص + ٢)$ $١٢ص^٢ + ٩ص + ٦ = (٣ص + ٢)(٤ص + ٣)$ $٣ص(٤ص + ٣) + ٢ص(٣ص + ٢) = (٣ص + ٢)(٤ص + ٣)$

التحليل التام

مثال ٢

حلّل كلّاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب "أولية":

(أ) $٨٠ - ٢س$

الخطوة ١ :

الخطوة ٢ :

(ب) $٣٥ - ٢س٩$

الخطوة ١ :

الخطوة ٢ :

الخطوة ٣ :

تحقق من فهمك

(٢) $٢٥ - ٢س١٢$

(١٢) $٣٢ - ٢س٢$

حل معادلات تتضمن مربعات كاملة : عند استخدام خاصية الضرب الصفري في حل معادلات تتضمن عوامل متكررة يكفي مساواة أحد هذه العوامل بالصفر.

حل معادلات تتضمن عوامل متكررة

مثال ٣

حل المعادلة: $٦٤ - ٢س٩ = ٨٤س$

المعادلة الأصلية

$٦٤ - ٢س٩ = ٨٤س$

أضف ٦٤ إلى الطرفين

$٠ = ٦٤ + ٨٤س - ٢س٩$

تحقق إن كانت ثلاثية الحدود $٨٤س - ٢س٩ + ٦٤$ تمثل مربعاً كاملاً

$٠ = (٣س)٢ - ٢(٨)(٣س) + (٨)٢$

حلّل ثلاثية الحدود على صورة مربع كامل

$٠ = (٣س - ٨)٢$

اكتب $(٣س - ٨)٢$ كحاصل ضرب عاملين

$٠ = (٣س - ٨)(٣س - ٨)$

إرشادات للدراسة

تحقق من إجابتك:

يمكنك التحقق من

إجابتك من خلال:

- استعمال طريقة التوزيع بالترتيب.

- استعمال خاصية التوزيع

- تمثيل كلّ من العبارة

الأصلية وتحليلها بالرسم

والمقارنة بينهما.

تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل :

$$(أ) ٣٦ + ١٢ + ٢ = ٠ \quad (ب) ٣ - ٢ - ٢ = ٠$$

سبق أن حللت معادلات مثل $١٦ - ٢ = ٠$ بالتحليل إلى العوامل. ويمكنك أيضاً استعمال الجذر التربيعي لحل المعادلة.

المعادلة الأصلية

$$١٦ - ٢ = ٠$$

أضف ١٦ إلى كلا الطرفين

$$١٦ = ٢$$

خاصية الجذر التربيعي

$$\pm \sqrt{١٦} = \sqrt{٢}$$

تذكر أنه يوجد جذران تربيعيان لـ ١٦، هما ٤ و -٤. لذا فإن مجموعة الحل هي $\{٤، -٤\}$. ويمكنك التعبير عن ذلك بـ $\{ \pm ٤ \}$.

قراءة الرياضيات

الجذر التربيعي

يقرأ $\pm \sqrt{١٦}$ موجب أو سالب الجذر التربيعي لـ ١٦

أضف إلى

مطويتك

خاصية الجذر التربيعي

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: لحل المعادلة التربيعية على الصورة $٢ = ٠$ ، نأخذ الجذر التربيعي لكل طرف.

الرموز: لأي عدد حقيقي $٠ \leq ٠$ ، إذا كان $٢ = ٠$ فإن $\pm \sqrt{٢} = ٠$.

مثال: $٢٥ = ٢$

$$\pm \sqrt{٢٥} = ٥$$

إذا كانت $٢ = ٠$ في المعادلة $٢ = ٠$ ، ليست مربعاً كاملاً، فحتاج إلى تقريب الجذر التربيعي، لذا استعمال الآلة الحاسبة. أما إذا كانت $٢ = ٠$ مربعاً كاملاً فستحصل على إجابة دقيقة.

استعمال خاصية الجذر التربيعي

مثال ٤

حل كلاً من المعادلات الآتية:

$$(أ) (٦ - ٢) = ٨١$$



(ب) $(س + ٦) \times ٢ = ١٢$

تحقق من فهمك

(ب) $(٣ + ع) \times ٢ = ٢٦$

(أ) $(١٠ - أ) \times ٢ = ١٢١$

مثال ٥ من واقع الحياة حل المعادلة

فيزياء: أسقطت كرة من ارتفاع ٦٨ مترًا. إذا كانت المعادلة $٥٠ - ٥٠٠ = ٢٠٠$ ع. تُستعمل لإيجاد عدد الثواني (ن) التي تحتاج إليها الكرة للوصول إلى الارتفاع (ع) من الارتفاع الابتدائي (ع). بالمتري، فأوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض.



تاريخ الرياضيات

جاليليو جاليلي

(١٥٦٤م - ١٦٤٢م)

كان جاليليو أول من أثبت أن الأجسام المختلفة الكتلة تسقط بالسرعة نفسها، وذلك بإسقاط جسمين مختلفي الكتلة من قمة برج بيزا المائل في إيطاليا عام ١٥٨٩ ميلادية.

تحقق من فهمك

(٥) أوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض إذا أسقطت من سطح مبنى ارتفاعه نصف الارتفاع المذكور أعلاه.



مثال ١ حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّها:

$$(١) \quad ٢٥س + ٦٠س + ٣٦ \quad (٢) \quad ٣٦س + ٣٠س + ٣٦$$

مثال ٢ حلّ كلّاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً فاكتب "أولية":

$$(٣) \quad ٢س - س - ٢٨ \quad (٤) \quad ٦٤س + ٢٤ \quad (٥) \quad ١٦س - ٩س + ٤س$$

المثالان ٣، ٤ حلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(٦) \quad ٣٦س = ٢٤ \quad (٧) \quad ٦٤س - ٤٨س + ١٨ = ٩ \quad (٨) \quad ٤٧ = ٢(٥ + ع)$$

مثال ٥ (٩) **طلاء:** سقطت فرشاة الدهان من نايف أثناء قيامه بطلاء غرفة نومه، من ارتفاع ٢ م. استعمل المعادلة $ع = ٥ - ن$ لإيجاد العدد التقريبي للشواني التي تستغرقها الفرشاة للوصول إلى الأرض.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّها:

$$(١٠) \quad ٤س - ٤٢س + ١١٠ \quad (١١) \quad ١٦س - ٥٦س + ٤٩ \quad (١٢) \quad ٨١س - ٩٠س + ٢٥$$

مثال ٢ حلّ كلّاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً فاكتب "أولية":

$$(١٣) \quad ١٨د - ٣٩د + ٢٤ \quad (١٤) \quad ٢١س - ١٠س + ٨س$$

$$(١٥) \quad ٢٤ب + ١٢ب - ٢٤ \quad (١٦) \quad ١٦أ - ٢١أب$$

$$(١٧) \quad ١٢م - ٢٢م - ٧٠م \quad (١٨) \quad ٨ج - ٨٨ج + ٤٢$$

$$(١٩) \quad ٤و - ٢و \quad (٢٠) \quad ١٢ل - ٣ل$$

$$(٢١) \quad ١٦ك - ٤٨ك + ٣٦ك \quad (٢٢) \quad ٤ن + ١٠ن - ٨٤ن$$

$$(٢٣) \quad ٢٢أ - ٢أ - ٢أب + ٢أب \quad (٢٤) \quad ٢ر - ٣ر - ٧٢ر + ٣٦ر$$

$$(٢٥) \quad ٣ك - ٢٤ك + ٤٨ك \quad (٢٦) \quad ٢ج - ٢ج - ٣ه + ٤ه$$

$$(٢٧) \quad ٨ص - ٢٠٠ع$$

المثالان ٣، ٤ حلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(٢٨) \quad ٠ = ٣٦م - ٢٤م + ٣٦ \quad (٢٩) \quad ٧ = ٢(٤ - ص)$$

$$(٣٠) \quad ٠ = \frac{٢٥}{٤٩} + \frac{١٠}{٧} + ٢أ \quad (٣١) \quad ٠ = \frac{٩}{١٦} + ٣س - ٢س$$

$$(٣٢) \quad ٢٥ = ١٦س + ٨س + ٢س \quad (٣٣) \quad ١٨٠ = ٦٠س - ٢س$$

$$(٣٤) \quad ٤٠٠ = ٨٠س - ٤س \quad (٣٥) \quad ٩ - ٥٤س = ٨١س$$

$$(٣٦) \quad ١٥ = ١ + ٤ج - ٢ج$$



مثال ٥ (٣٧) فيزياء: أسقط بالون ماء في تجربة من نافذة في المدرسة. ارتفاعها ٩ م. ما الزمن الذي يستغرقه البالون ليصل إلى الأرض؟ قَرِّب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة.

(٣٨) هندسة: مُثِّلَتْ مساحة مربع بالعبارة $٩س^٢ - ٤٢س + ٤٩$. أوجد طول ضلع المربع.

(٣٩) هندسة: إذا كانت العبارة $٨ص^٣ + ٤٠ص^٢ + ٥٠ص$ تمثل حجم منشور رباعي قاعدته مستطيلة. فأوجد أبعاد المنشور الممكنة على صورة كثيرات الحدود بمعاملات أعداد صحيحة.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٤٠) اكتشاف الخطأ: حلّ منشور وفيصل العبارة $س^٨ - س^٤$ تحليلًا تامًا، فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

فيصل

$$س^٨ - س^٤ = س^٤(س^٤ - ١) = س^٤(س^٢ + ١)(س - ١)(س + ١)$$

منصور

$$س^٨ - س^٤ = س^٤(س^٤ - ١) = س^٤(س^٢ + ١)(س - ١)(س + ١)$$

(٤١) تحدّ: حلّ $س^٦ + س^٤ + س^٢ + س^٠$ تحليلًا تامًا.

(٤٢) مسألة مفتوحة: اكتب معادلة ثلاثية حدود تشكل مربعًا كاملاً يكون معامل الحد الأوسط سالبًا والحد الأخير كسرًا اعتياديًا، ثم حلّ المعادلة.

(٤٣) تبرير: اكتب مثالاً مضادًا للعبارة:

"لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة ثلاثة حلول حقيقية دائمًا".

(٤٤) اكتب: فسّر كيف تحلّل كثيرة حدود تحليلًا تامًا.

(٤٥) حدّد ثلاثية الحدود التي تختلف عن كثيرات الحدود الأخرى فيما يأتي، وفسّر إجابتك:

$$٨١ + س - ٣٦س^٢$$

$$١ + س + ١٠س^٢ + ٢٥س^٣$$

$$٤ + س + ١٠س^٢ + ٤س^٣$$

$$١٦ + س - ٢٤س^٢ + ٩س^٣$$

(٤٦) اكتب: فسّر كيف تحدّد إذا كانت ثلاثية الحدود تشكل مربعًا كاملاً.

تدريب على اختبار

(٤٨) هندسة: إذا كان محيط دائرة $\frac{٦٠}{٥}$ وحدة، فما مساحتها؟

(أ) $\frac{٣٠}{٥}$ وحدة مربعة

(ب) $\frac{١٢}{٥}$ وحدة مربعة

(ج) $\frac{٩}{٢٥}$ وحدة مربعة

(د) $\frac{٣٠}{٢٥}$ وحدة مربعة

(٤٧) حلّ المعادلة $(س - ٣)^٢ = ٢٥$.

(ج) ١٤، ٤

(أ) ٢، ٨

(د) ١٤، -٤

(ب) ٨، -٢



حلّل كلّاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية": (الدرس ٧ - ٥)

(٤٩) $٤س٢ - ٨١ص٢$ (٥٠) $١ - ١٠٠ل٢$ (٥١) $٢٠ - ٣٢$ (٥٢) $١ - ٢٥ن٢$

حلّ كلّاً من المعادلات الآتية، و تحقق من صحة الحل: (الدرس ٧ - ٤)

(٥٣) $٠ = ٩٠ + س٤٨ - ٢س٦$ (٥٤) $٢٨ = س١٤ + ٢س١٤$ (٥٥) $٤٨ = س١٠ - ٢س٢$

(٥٦) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٧، ٥) (٣، -٢). (مهارة سابقة)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ميل المستقيم المارّ بكلّ زوج من النقاط في كلّ ممّا يأتي:

(٥٧) (١، ٢) (٣، ٥)

(٥٨) (١، ٥) (٤، ٥)

(٥٩) (٣، ٢) (٣، ٨)



حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

(١٤) ص (ص - ١٤) = ٠

(١٥) ٣س (س + ٦) = ٠

(١٦) ١١٢ = ٢أ

(١٧) **اختيار من متعدد:** ترغب نوال في فرش غرفة مساحتها

(س - ٩) متر مربع بالسجاد، إذا كان عرض الغرفة

(س - ٣) مترًا، فما طولها بالأمتار؟

(أ) س - ٣ (ج) س + ٣

(ب) س - ٩ (د) ٣

حلل كلاً من ثلاثيات الحدود الآتية:

(١٨) س + ٧ + ٢س + ٦ (١٩) س - ٢ - ٣س - ٢٨

(٢٠) ١٠س - ٢س - ٣ (٢١) ١٥س + ٧س - ٢

(٢٢) ٢٥ - ٢س (٢٣) ٨١ - ٢س

(٢٤) ٩س - ٢ - ١٢س + ٤ (٢٥) ٢٥س + ٤٠س + ٢٥

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

(٢٦) ٢س - ٤س = ٢١ (٢٧) س - ٢ - ٢س - ٢٤ = ٠

(٢٨) ٦س - ٢ - ٥س - ٦ = ٠ (٢٩) ٢س - ٢ - ١٣س + ٢٠ = ٠

(٣٠) **اختيار من متعدد:** أي مما يأتي يُعدُّ عاملاً من عوامل

س - ٤ عند تحليلها تحليلًا تامًا؟

(أ) س - ١ (ج) س



حل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلًا تامًا:

(١) ٢٥س + ٢ص (٢) ١٧أ + ٢

(٣) ١٨ج - ٣د

(٤) **حديقة:** زرع مالك ١٤٠ نبتة مرتبة على صورة مستطيل في

حديقة منزله. فبكم طريقة يمكنه ترتيبها ليكون لديه على الأقل

٤ صفوف، وعدد النباتات نفسه في كل صف، على ألا يقل عن

٦ نباتات.

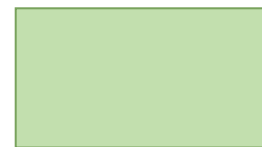
أوجد (ق. م. أ) لكل مجموعة وحيدات حد فيما يأتي:

(٥) ٢أ، ٢٨أ، ١٦أ (٦) ٧ج، ٢٤د

(٧) ٥٠ج - ٢هـ، ١٢٠ج - هـ (٨) ٨ك - ٢ر، ٣٦ك - ر

(٩) **اختيار من متعدد:** إذا كانت مساحة المستطيل أدناه

٢س - ٢س - ١٥ وحدة مربعة، فما عرضه؟



٢س + ٥

(أ) س - ٥ (ج) س - ٣

(ب) س + ٣ (د) ٢س - ٣

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرتي الحدود الآتيتين:

(١٠) ٥س ص - ١٠س

(١١) ٧أ + ١٤أ + ٢أ + ٢أ

حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

(١٢) ٢س + ٨س + ٢س + ٢

(١٣) ١١٠أ - ٥٠أ - ٥

اختيار من متعدد

(٥) أي من كثيرات الحدود الآتية، كثيرة حدود أولية؟

(أ) $٢٤ + ٣٤س + ٢$

(ب) $١٠ + ٢٢س + ٤$

(ج) $٧٠ + ٣٨س + ٤$

(د) $٤ + ٣س + ٥$

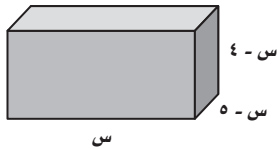
(٦) أي مما يأتي لا يُعدُّ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود

$٤٥س - ٨٠$ جـ؟

(أ) ٥ (ج) $٢س - ٥$ جـ

(ب) $٣س - ٤$ (د) $٣س + ٤$ جـ

(٧) إذا كان حجم متوازي المستطيلات أدناه يساوي ٥٦ س ستمتراً مكعباً،



فأي من الأعداد التالية، لا يمثل بُعداً لمتوازي المستطيلات؟

(أ) ٦ سم (ج) ٨ سم

(ب) ٧ سم (د) ١٢ سم

(٨) عند تحليل كثيرة الحدود: $٢س - ٩ص + ٢٠$ ، نحصل على:

(أ) $(٢ - ص)(١٠ - ص)$

(ب) $(٤ - ص)(٥ - ص)$

(ج) $(٢ - ص)(٧ - ص)$

(د) $(٥ - ص)(٢ + ص)$

اقرأ كل سؤالٍ ممّا يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة :

(١) جهّز زياد الأعداد المدوّنة في الجدول لكل نوع من أنواع الكعك، إذا أراد وضع العدد نفسه من كل نوع من الكعك في كل سلة، بحيث تحوي السلة أكبر عدد ممكن من كل نوع من أنواع الكعك جميعها، فما عدد السلال اللازمة؟
"تلميح: لا يشترط استخدام جميع قطع الكعك".

نوع الكعك	العدد
بالشوكولاتة	٥٤
بالفراولة	٤٥
بالفواكة	٣٦
بالكراميل	٦٠

(أ) ١٨ (ج) ١٢

(ب) ١٦ (د) ١٠

(٢) باستعمال المعلومات في السؤال ١، كم قطعة كعك من كل نوع ستحتوي كل سلة؟

(أ) ٢ (ج) ٤

(ب) ٣ (د) ٦

(٣) حلّ: $١٥ - م + ٥ - ن - ٣ = ١٥$

(أ) $(٣ - م)(٥ - ن)$ (ج) $(٥ - م)(٣ + ن)$

(ب) $(٣ - م)(٥ + ن)$ (د) $(٣ + م)(٥ + ن)$

(٤) أي ممّا يأتي يمثل حلاً للمعادلة: $٦س + ٢ = ١١٢ - ٥$ ؟

(أ) ١٤ - (ج) ٦

(ب) ٨ - (د) ١٢

إرشادات للاختبارات

سؤال ٤: يمكن التحقق من الحل بتعويض العدد في المعادلة؛ للحصول على جملة رياضية صحيحة.



إجابات مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضِّحاً خطوات الحل:

(١٥) المعادلة: $ع = -١٦ن + ٢٠٠$ تمثّل ارتفاع كرة تمّ ركلها من الأرض لأعلى.

(أ) عبّر عن الارتفاع بصورة كثيرة حدود بعد تحليلها تحليلًا تامًّا.

(ب) في أي وقت يكون ارتفاع الكرة عن الأرض مساويًا للصفر؟ وضح معنى ذلك.

(ج) ما أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة؟ ومتى يكون ذلك؟



أدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزّز ما اكتسبته من مهارات، وأسعى إلى توظيفها في الحياة اليومية، وتوجيهها نحو اكتساب الخبرات وتوسيع المدارك، مما يزيد من فرص التعلم مدى الحياة.

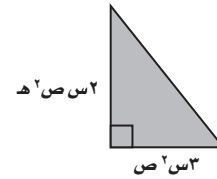
أنا طالبٌ معدٌّ للحياة، ومنافسٌ عالميًّا.

إجابات قصيرة

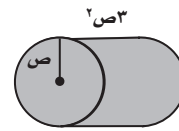
أجب عن الأسئلة الآتية:

عبّر عن كلّ ممّا يأتي في صورة وحيدة حدّ.

(٩) مساحة المثلث:



(١٠) حجم الأسطوانة:



بسّط كلّ عبارة ممّا يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.

$$(١١) \frac{٣م^٣}{٢ن}$$

$$(١٢) \left(\frac{٣ج-٢ه}{٢س} \right)^٣$$

$$(١٣) \left(\frac{٩س٢ص٣-٥س٣ص٢}{٢ص٣ص٢} \right)$$

(١٤) المعادلة: $ع = -١٦ن + ٢٠٠ + ٤٠ + ٣$ تمثّل ارتفاع بالون فوق سطح الأرض بالقدم بعد $ن$ ثانية من إطلاقه، أوجد ارتفاعه بعد ثانيتين من إطلاقه.

للمساعدة ..

إذا لم تجب عن السؤال

فراجع الدرس ..

١٥	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	إذا لم تجب عن السؤال
٤-٧	٢-٦	٢-٦	٢-٦	٢-٦	١-٦	١-٦	٣-٧	٦-٧	٥-٧	٤-٧	٣-٧	٢-٧	١-٧	١-٧	فراجع الدرس ..