العمليات على المصفوفات

قدرات

اكمل النمط : ١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ٨١ ، ...

١٩٩ ٢٣٤ ٣٤٥ ٢٤٣

فيما سبق:

درستُ تنظيم البيانات في مصفوفات. (الدرس 1-2)

والآن:

- أجمع المصفوفات وأطرحها.
- أضرب مصفوفة في عدد ثابت.

المفردات:

جمع مصفوفتين
adding matrices

طرح مصفوفتين
subtracting matrices

ضرب المصفوفة في عدد ثابت
scalar multiplication

استعد

لدى مؤسسة تجارية للمعدات الثقيلة فروع في كل من: الرياض، والشرقية، وجدة، يتبع كلًّا منها ثلاثة معارض. وتبين المصفوفات الآتية معدل النفقات والمبيعات الأسبوعية في معارض المناطق الثلاث:

جدة

	المبيعات	النفقات
المعرض (1)	109500	1050
المعرض (2)	135000	1800
المعرض (3)	150500	1800

الشرقية

	المبيعات	النفقات
المعرض (1)	122000	1700
المعرض (2)	145500	1800
المعرض (3)	160000	1800

الرياض

	المبيعات	النفقات
المعرض (1)	145000	1900
المعرض (2)	225000	2400
المعرض (3)	290000	2700

جمع المصفوفات وطرحها : يمكن جمع مصفوفتين أو طرحهما إذا وفقط إذا كان لهما الرتبة نفسها، حيث تجمع العناصر المتناظرة في حالة الجمع، وتطرح في حالة الطرح.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

جمع المصفوفات وطرحها

التعبير اللفظي: إذا كانت $\underline{A}, \underline{B}$ مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ فإن $\underline{A} + \underline{B}$ هي مصفوفة أيضًا من الرتبة $m \times n$ ويكون كل عنصر فيها هو مجموع العنصرين المتناظرين في $\underline{A}$ و $\underline{B}$ ، وكذلك $\underline{A} - \underline{B}$ هي مصفوفة من الرتبة $m \times n$ أيضًا، وتحصل عليها بطرح العناصر المتناظرة.

الرموز: لتكن $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$

فإن: $\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}, \underline{A} - \underline{B} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$

مثال: $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & -5+0 \\ 1+(-9) & 7+10 \end{bmatrix}$

مثال جمع المصفوفات وطرحها

إذا كانت $\underline{C} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}, \underline{A} = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix}$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي إن أمكن:

a) $\underline{A} + \underline{B}$

مثال جمع المصفوفات وطرحها

إذا كانت $\underline{C} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$, $\underline{A} = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix}$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي إن أمكن:

b) $\underline{B} - \underline{C}$

تحقق من فهمك

(1A

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$$

(1B

$$\begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix}$$

الضرب في عدد ثابت: يمكنك ضرب أي مصفوفة في عدد ثابت، وهذا يعني ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في ذلك العدد الثابت. وتُسمى هذه العملية **ضرب المصفوفة في عدد ثابت**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الضرب في عدد ثابت

التعبير اللفظي: حاصل ضرب مصفوفة $\underline{A}$ من الرتبة $m \times n$ في عدد ثابت k هي مصفوفة $k\underline{A}$ من الرتبة $m \times n$ وكل عنصر فيها يساوي العنصر المناظر له في المصفوفة $\underline{A}$ مضروبًا في العدد الثابت k

الرموز: إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ وَ k عدد ثابت فإن:

$$k \cdot \underline{A} = k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

مثال:

$$-3 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3(4) & -3(1) \\ -3(7) & -3(-2) \end{bmatrix}$$

مثال ضرب مصفوفة في عدد ثابت

إذا كانت $\underline{R} = \begin{bmatrix} 6 & 8 & -12 \\ 19 & 4 & -16 \end{bmatrix}$ ، فجد $5\underline{R}$.

تحقق من فهمك

2) إذا كانت $\underline{T} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 & 8 \\ 9 & -2 & -4 & -1 \end{bmatrix}$، فأوجد $-4\underline{T}$

تنطبق كثير من خصائص العمليات التي تُجرى على الأعداد الحقيقية على المصفوفات. وفيما يأتي ملخص لهذه الخصائص:

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

خصائص جمع المصفوفات

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$ لها الرتبة نفسها ولأي عدد ثابت k:

الخاصية الإبدالية لجمع المصفوفات	$\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A}$
الخاصية التجميعية لجمع المصفوفات	$(\underline{A} + \underline{B}) + \underline{C} = \underline{A} + (\underline{B} + \underline{C})$
خاصية التوزيع للضرب في عدد	$k(\underline{A} + \underline{B}) = k\underline{A} + k\underline{B}$

يمكنك إجراء عمليات متعددة الخطوات على المصفوفات. وترتيب تلك العمليات شبيه بترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية.

مثال العمليات على المصفوفات

إذا كانت $\underline{B} = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ، $\underline{A} = \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $-4\underline{B} - 3\underline{A}$.

تحقق من فهمك

3) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $-6\underline{B} + 7\underline{A}$

مثال استعمال العمليات على المصفوفات

أعمال: ارجع إلى فقرة "لماذا" في بداية الدرس، وعبر عن معدل المبيعات والنفقات لجميع المعارض في خمسة أسابيع.

	جدة		الشرقية		الرياض	
	المبيعات	النفقات	المبيعات	النفقات	المبيعات	النفقات
المعرض (1)	109500	1050	122000	1700	145000	1900
المعرض (2)	135000	1800	145500	1800	225000	2400
المعرض (3)	150500	1800	160000	1800	290000	2700

تحقق من فهمك

4) أعمال: استعمل البيانات أعلاه لحساب معدل المبيعات والنفقات الشهري لجميع المعارض على فرض أن الشهر 30 يومًا.

جدة

	المبيعات	النفقات
المعرض (1)	109500	1050
المعرض (2)	135000	1800
المعرض (3)	150500	1800

الشرقية

	المبيعات	النفقات
المعرض (1)	122000	1700
المعرض (2)	145500	1800
المعرض (3)	160000	1800

الرياض

	المبيعات	النفقات
المعرض (1)	145000	1900
المعرض (2)	225000	2400
المعرض (3)	290000	2700

تأكد

1) $\begin{bmatrix} 1 & -7 & 11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 2 & -8 \end{bmatrix}$

تأكد

3) $\begin{bmatrix} 7 & -12 \\ 15 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$

تأكد

(5

$$3\begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$$

تأكد

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ $\underline{B} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$

فأوجد ناتج كلٍّ مما يلي:

7) $4\underline{B} - 2\underline{A}$

تدرب

32) حل النظام الآتي:

$$0.06p + 4q = 0.88$$
$$p - q = -2.25$$

A $(-0.912, -1.338)$ **C** $(-2, 0.25)$

B $(0.912, -3.162)$ **D** $(-2, -4.25)$

33) رتبة المصفوفة: إذا كانت $\underline{B}$, $\underline{A}$ مصفوفتين من الرتبة 3×5 ، فإن رتبة المصفوفة $\underline{A} - \underline{B}$ هي:

A 3×5 **C** 3×2

B 5×3 **D** 3×3

تحصيلي

إذا كان $\begin{bmatrix} 0 & 2x+1 \\ y-1 & 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 10 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ فما قيمة $x+y$ ؟

(A) 24

(B) 18

(C) 15

(D) 10

الواجب

استعمل المصفوفات $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$ لإيجاد كلٍّ مما يأتي:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \underline{C} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

(11 $\underline{A} + \underline{B}$

(17 $\underline{A} - 4\underline{C}$