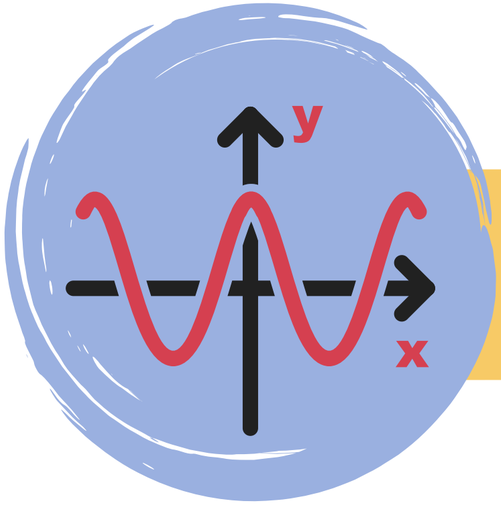
1-4



القيم القصوى و متوسط معدل التغير

أ. غادة الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قدرات

قارن بين :

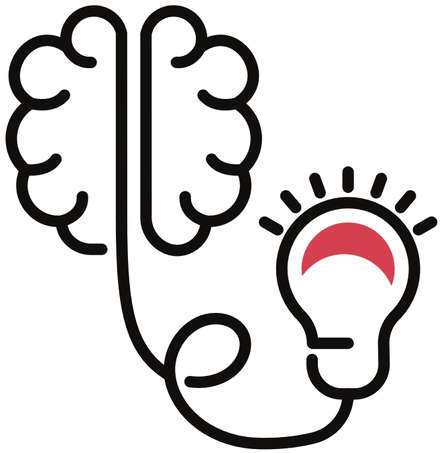
القيمة الأولى	القيمة الثانية
$\frac{١}{٨} + \frac{١}{٨} + ٠,١٢٥ + ٠,١٢٥$	٠,٥

أ القيمة الأولى أكبر

ب القيمة الثانية أكبر

ج القيمتان متساويتان

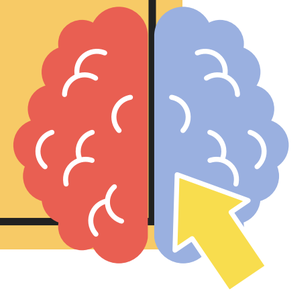
د المعطيات غير كافية



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

فيما سبق :

درست كيفية إيجاد قيم الدوال .

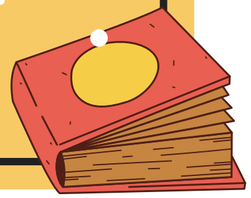


والآن :

- أستعمل التمثيل البياني لدالة : لأحدد الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة ، متناقصة ، ثابتة ، و أحدد القيم العظمى و الصغرى لها .
- أجد متوسط معدل التغير للدالة .

المفردات :

- المتزايدة .
- المتناقصة .
- الثابتة .
- النقطة الحرجة .
- العظمى.
- الصغرى.
- القصوى.
- متوسط معدل التغير.
- القاطع.

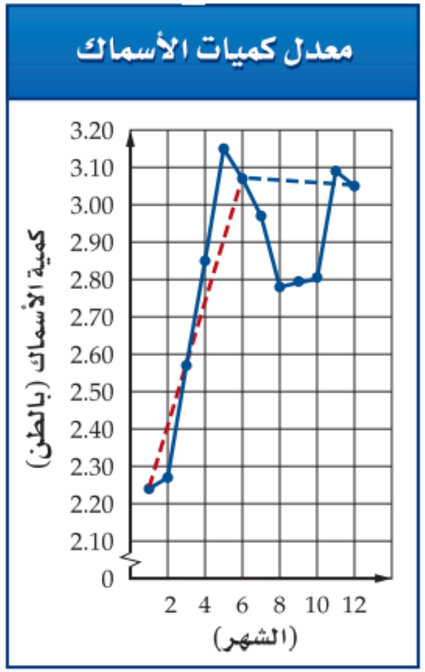


لماذا ؟

يبيِّن التمثيل البياني المجاور معدل كميات الأسماك التي اصطادها أحد الصيادين في المملكة خلال أشهر عام 1431 هـ .

يتضح من التمثيل أن المعدل أخذ في التزايد من شهر محرم وحتى جمادى الأولى، ثم تناقص حتى شعبان، وبقي ثابتًا تقريبًا حتى شوال، ثم تزايد مرة أخرى حتى ذي القعدة، وأخيرًا تناقص قليلًا بين شهري ذي القعدة وذي الحجة.

كما يتضح أن أعلى معدل للصيد بلغ 3.15 أطنان، وذلك في شهر جمادى الأولى، ويلاحظ من ميلي الخطين المنقطين بالأحمر والأزرق أن معدل التغيّر في النصف الأول من عام 1431 هـ أكثر منه في النصف الثاني.



العصف الذهني

مالمواقف التي تفضل فيها الدوال المتزايدة على الدوال المتناقصة ؟

عمل أحد رجال الأعمال على تحسين أداء مصنعه بعدما تراجعت أرباحه. فإذا أثمر هذا التحسن خلال الأشهر شوال وذي القعدة وذي الحجة، فمتى يتغير منحنى دالة الربح من التناقص إلى التزايد؟

إذا تذبذبت معدلات الإيراد الشهرية لأحد المصانع بين الزيادة والنقصان خلال السنة الأخيرة، فكيف تحسب متوسط معدل التغير خلال شهرين؟

المحاور الرئيسية للدرس :

تحديد فترات التزايد و التناقص و الثبات للدوال.

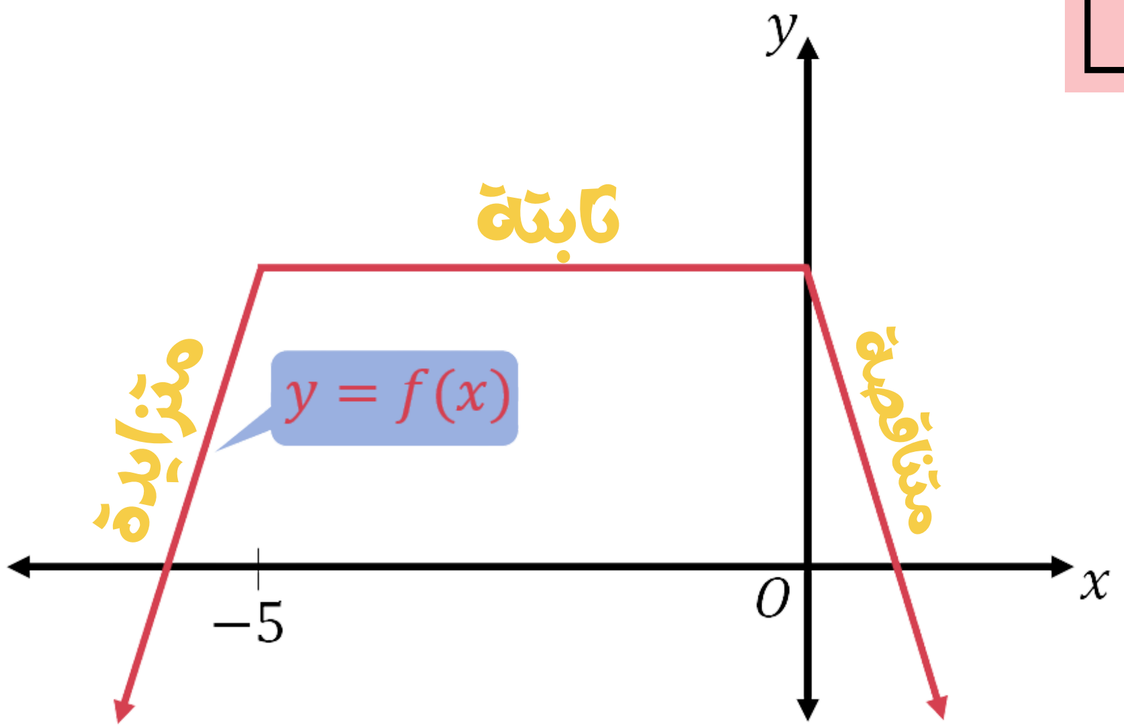
تحديد القيم القصوى المحلية و المطلقة .

حساب متوسط معدل التغير .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحديد فترات التزايد والتناقص والثبات للدوال.

التزايد والتناقص :

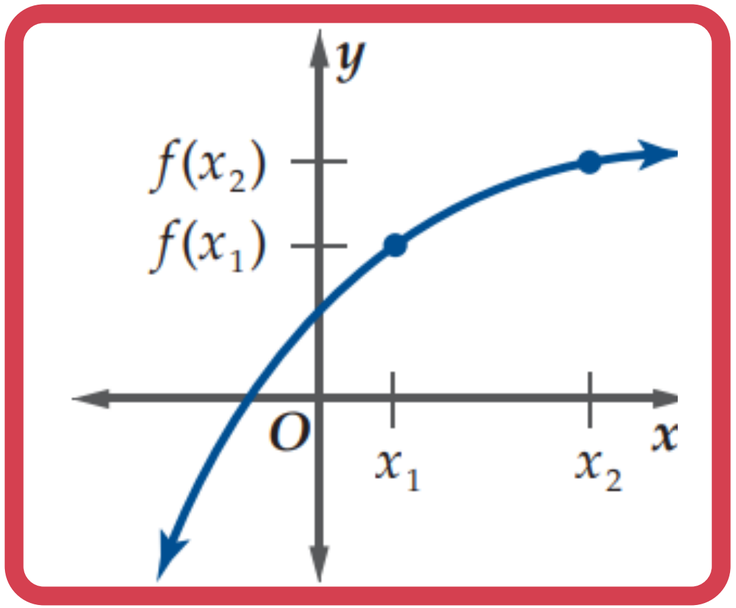


الفترات :

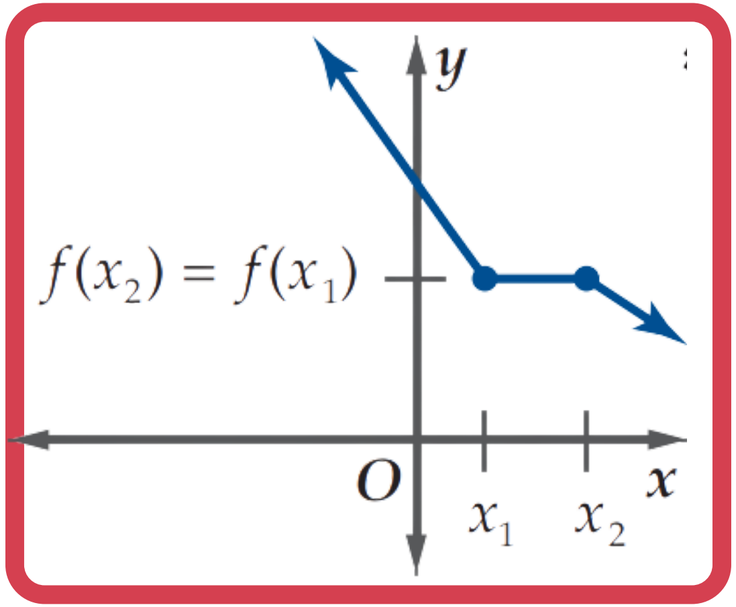
خريطة مفاهيم

اطراد الدالة

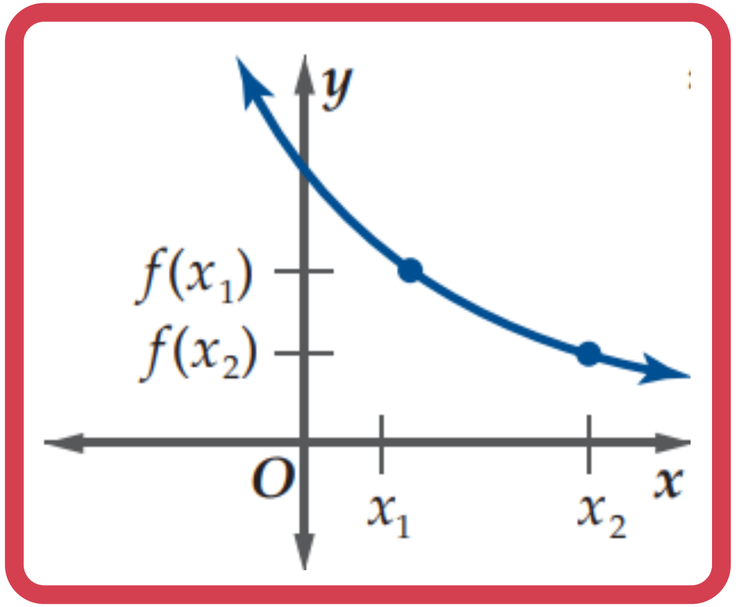
الدالة المتزايدة



الدالة الثابتة



الدالة المتناقصة



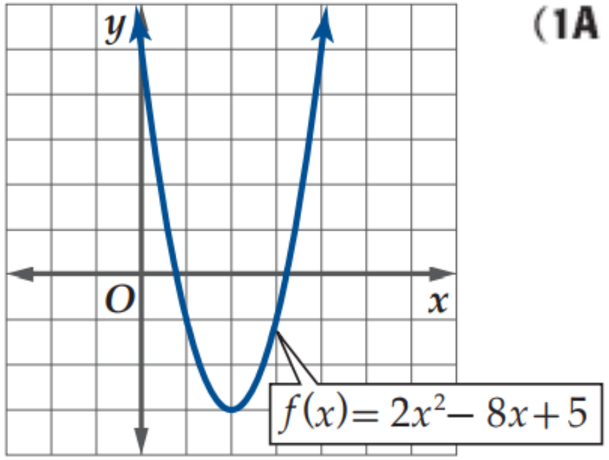
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 1 تحديد التزايد و التناقص

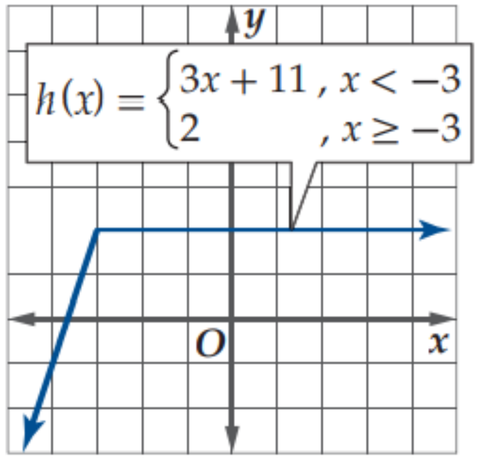
تحقق من فهمك

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين الآتيتين لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة، أو ثابتة مقرباً إلى أقرب 0.5 وحدة، ثم عزز إجابتك عددياً.

(1A



(1B



تنبيه!

فترات:

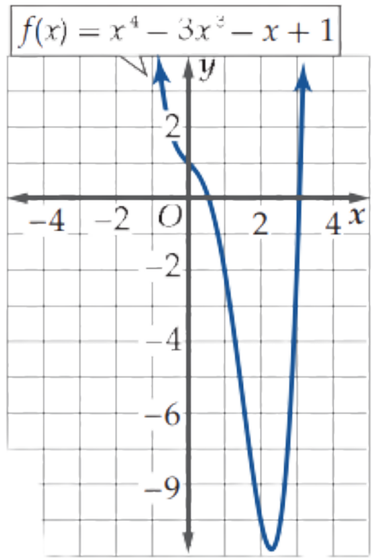
لا يمكن وصف دالة بأنها متناقصة أو متزايدة عند نقطة؛ لذلك يستعمل القوسين (,) عند تحديد الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة أو متناقصة.

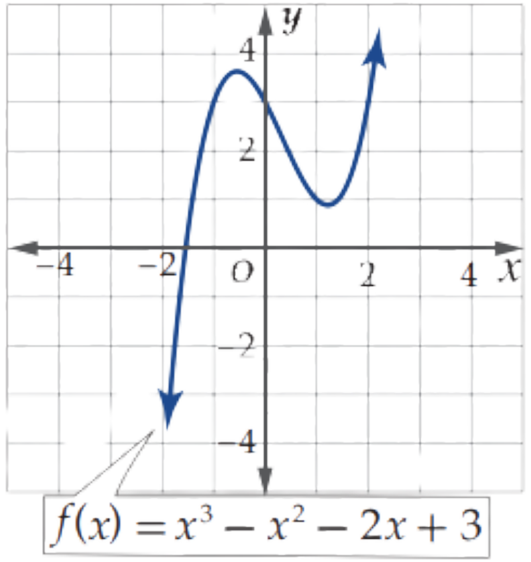
مثال 1 تحديد التزايد و التناقص

تدرب و حل المسائل

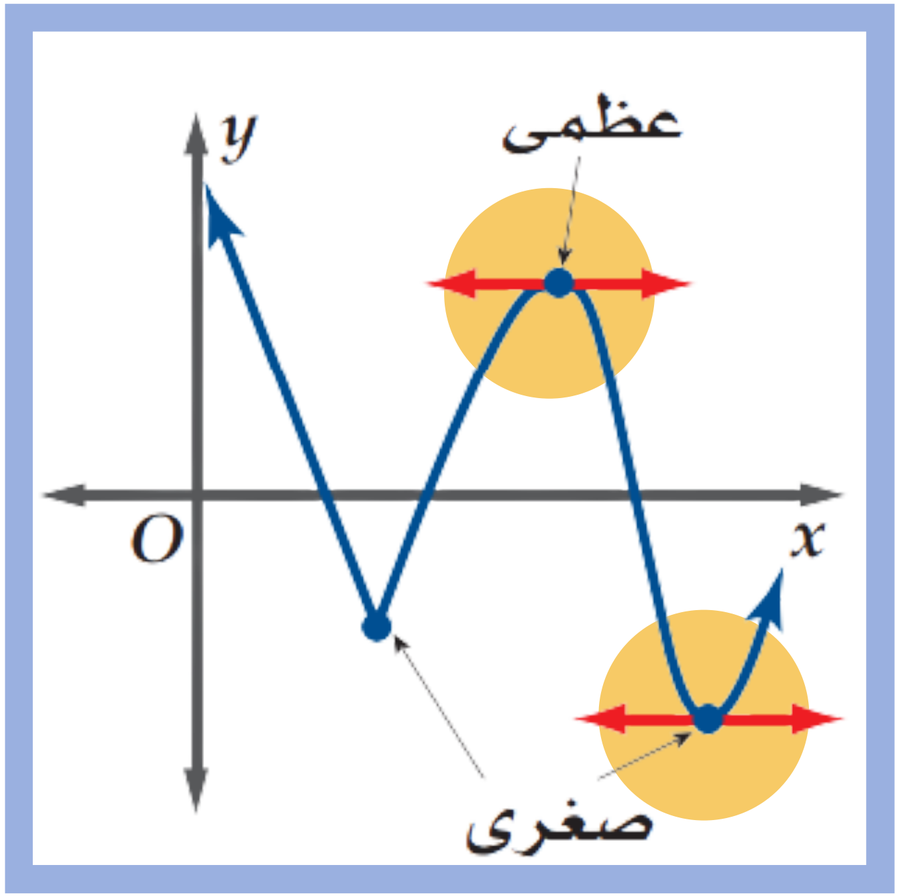
استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين الآتيتين لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة، أو ثابتة مقرباً إلى أقرب 0.5 وحدة، ثم عزز إجابتك عددياً.

(2

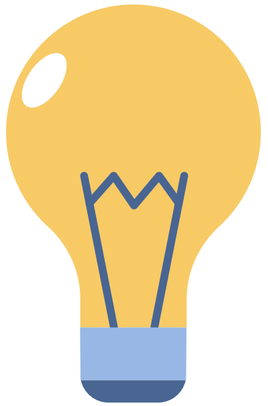




القيم القصوى



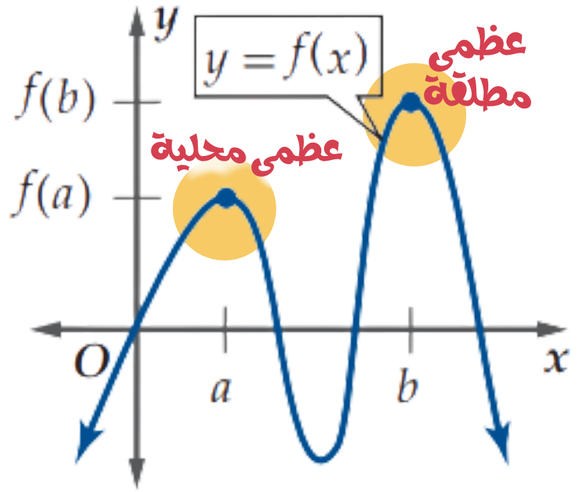
هي النقطة التي تغير الدالة عندها سلوك تزايدها أو تناقصها وتكون قمة (عظمى) أو قاع (صغرى) في منحنى الدالة .



خريطة مفاهيم

تحديد القيم القصوى المحلية و المطلقة .

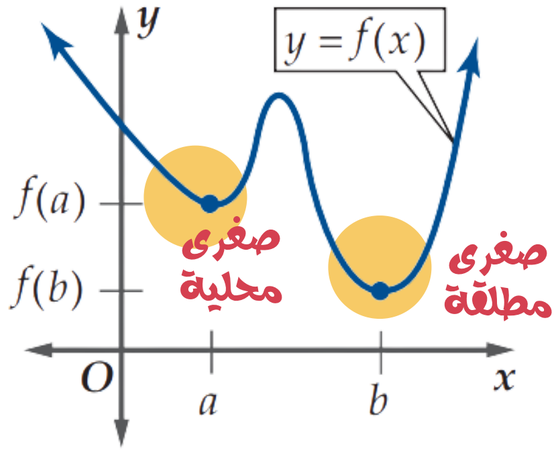
القيمة العظمى



$f(a)$ قيمة عظمى محلية للدالة f

$f(b)$ قيمة عظمى مطلقة للدالة f

القيمة الصغرى



$f(a)$ قيمة صغرى محلية للدالة f

$f(b)$ قيمة صغرى مطلقة للدالة f

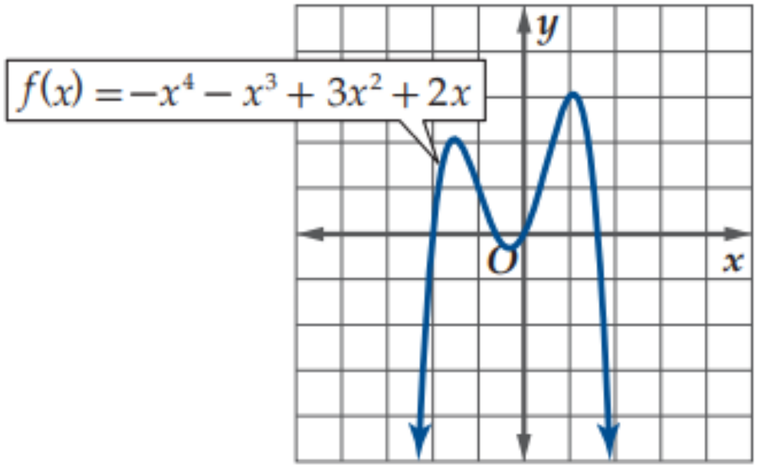
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2 تقدير القيم القصوى للدالة و تحديدها

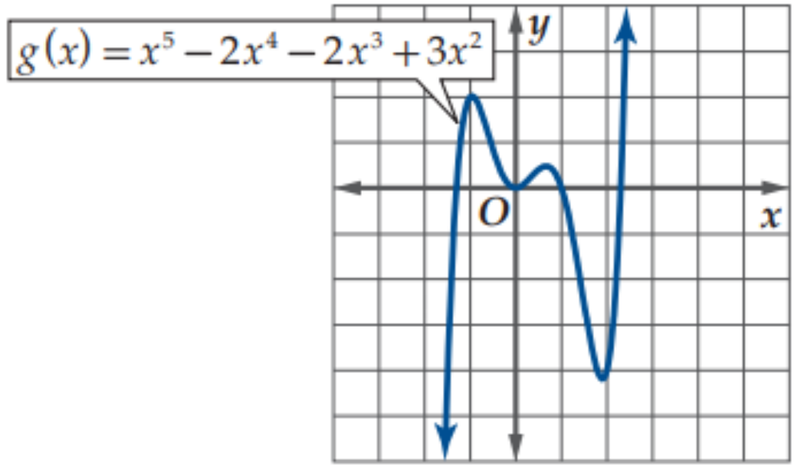
تحقق من فهمك

استعمل التمثيل البياني لتقدير قيم X التي يكون للدالة F(X) عندها قيم قصوى مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة، وأوجد قيم الدالة عندها و بين نوع القيم القصوى، ثم عزز إجابتك عددياً.

(2A



(2B

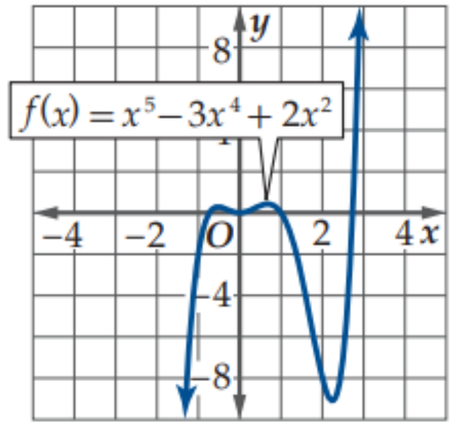


مثال 2 تقدير القيم القصوى للدالة وتحديدها

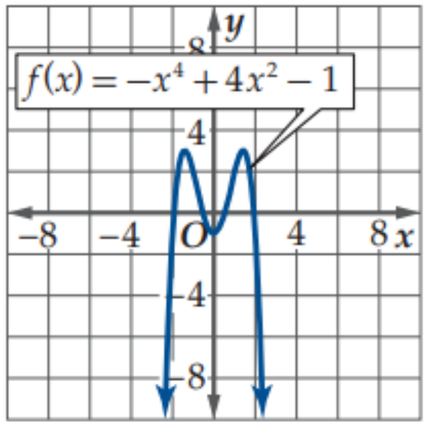
تدرب وحل المسائل

قدّر قيم x التي يكون لكلٍّ من الدوال الآتية عندها قيم قصوى مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة، وأوجد قيم الدالة عندها، وبيِّن نوع القيم القصوى، ثم عزّز إجابتك عدديًّا. (مثال 2)

(6



(7



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

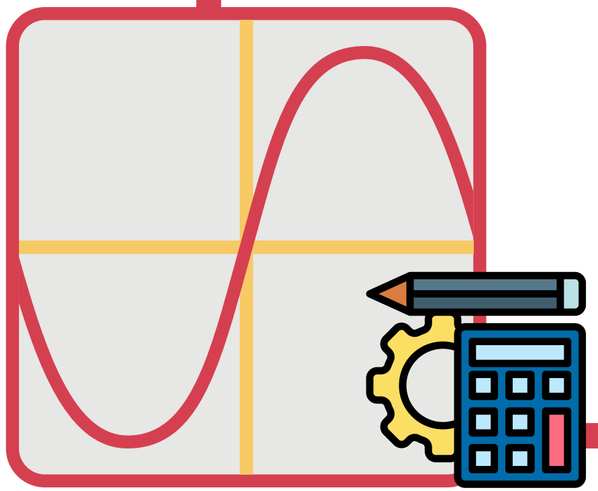
مثال 3 استعمال الحاسبة البيانية لتقدير القيم القصوى

تحقق من فهمك

استعمل الحاسبة البيانية لتجد القيم القصوى المحلية والمطلقة للدالة، مقرباً إلى أقرب جزء من مئة، وحدد قيم X التي تكون عندها هذه القيم.

(3A $h(x) = 7 - 5x - 6x^2$

(3B $g(x) = 2x^3 - 4x^2 - x + 5$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

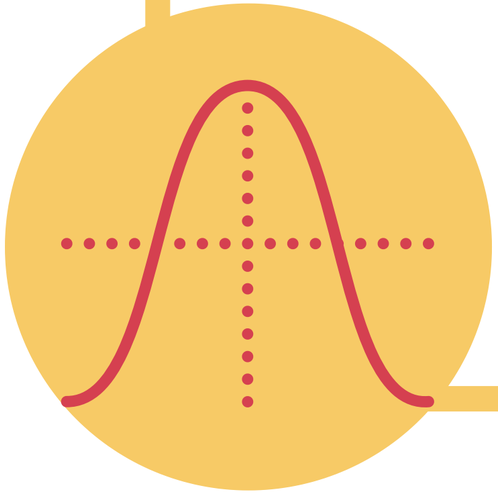
مثال 3 استعمال الحاسبة البيانية لتقدير القيم القصوى

تدرب وحل المسائل

الحاسبة البيانية: أوجد القيم القصوى المحلية والمطلقة مقربة إلى أقرب جزء من مئة لكل دالة فيما يأتي، وحدد قيم x التي تكون عندها هذه القيم: (مثال 3)

12 $g(x) = -2x^3 + 7x - 5$

13 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5x$



مثال 4 تطبيقات القيم القصوى

تحقق من فهمك

4) صناعة : يرغب صاحب مصنع زجاج في إنتاج كأس أُسطوانية الشكل مفتوحة من أعلى مساحتها الكلية $10\pi \text{ in}^2$. أوجد طول نصف قطر الكأس وارتفاعه اللذين يجعلان حجمها أكبر ما يمكن.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حساب متوسط معدل التغير .

مفهوم أساسي

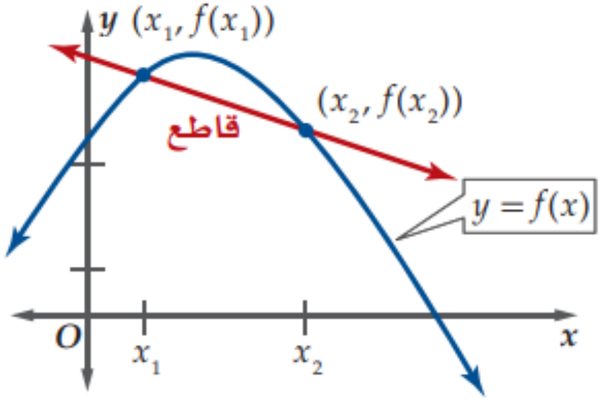
متوسط معدل التغير

التعبير اللفظي: متوسط معدل التغير بين أي نقطتين على منحنى الدالة f هو ميل المستقيم المار بهاتين النقطتين.

هندسيًّا: يُسمّى المستقيم المار بنقطتين على منحنى الدالة قاطعًا، و يرمز لميل القاطع بالرمز m_{sec} .

الرموز: متوسط معدل تغير الدالة $f(x)$ في الفترة $[x_1, x_2]$ هو

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$



مثال 5 إيجاد متوسط معدل التغير

تحقق من فهمك

أوجد متوسط معدل التغير للدالة التالية :

5A $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2\,,\,[2, 3]$

5B $f(x) = x^4 - 6x^2 + 4x\,,\,[-5, -3]$

مثال 5 إيجاد متوسط معدل التغير

تدرب وحل المسائل

أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة فيما يأتي في الفترة المعطاة. (مثال 5)

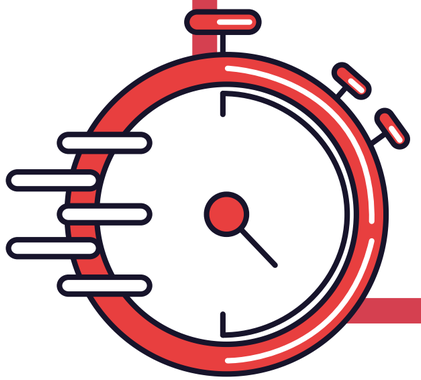
19) $g(x) = 3x^2 - 8x + 2, [4, 8]$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 6 إيجاد السرعة المتوسطة

تحقق من فهمك

6) **فيزياء:** قُذِفَ جسم إلى أعلى من ارتفاع 4 ft عن سطح الأرض، فإذا كان ارتفاعه عن سطح الأرض يُعطى بالدالة $d(t) = -16t^2 + 20t + 4$، حيث t الزمن بالثواني بعد قذفه و $d(t)$ المسافة التي يقطعها، إذا أهملت مقاومة الهواء، فأوجد السرعة المتوسطة للجسم في الفترة من 0.5 إلى 1 ثانية.



مهارات التفكير العليا

مسألة مفتوحة : مثل بيانيًّا الدالة $f(x)$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين.

42) متصلة

متزايدة على $(-\infty, 4)$

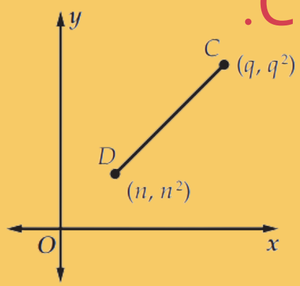
ثابتة على $[4, 8]$

متناقصة على $(8, \infty)$

$f(5) = 3$

تحصيلي

في الشكل أدناه إذا كانت $n \neq q$ فأوجد ميل المستقيم CD.

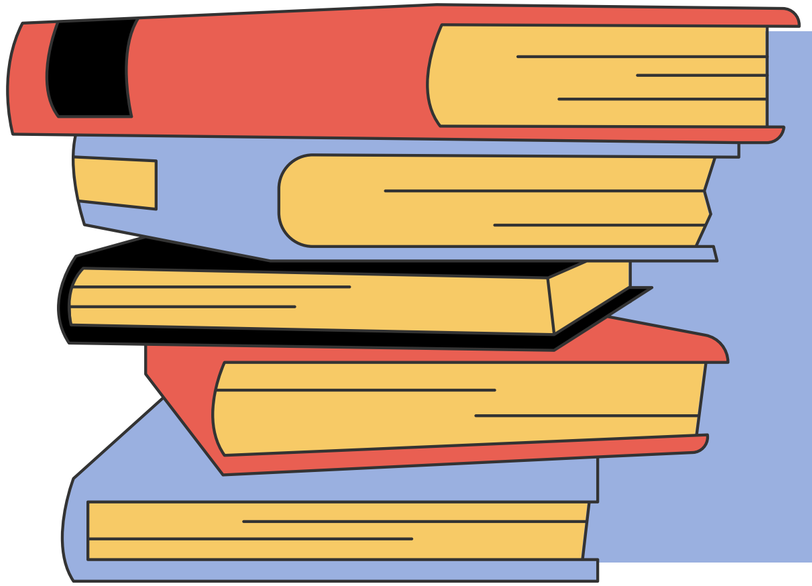


أ) $q + n$

ب) $\frac{q^2 + q}{n^2 - n}$

ج) $q - n$

د) $\frac{1}{q + n}$



الواجب

https://t.me/GhadahAlfadhly

https://t.me/RAFAH_Secondary5

Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter