1-6

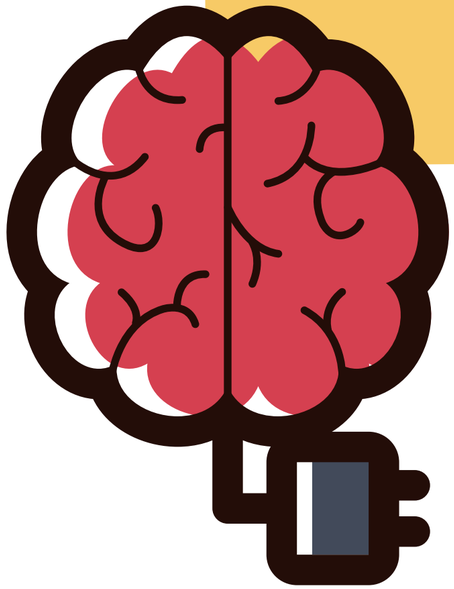
العمليات على الدوال و تركيب دالتين

أ. غادة الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قدرات

في المعادلة $\frac{١٠ س}{ص} = ٧$ فأوجد $\frac{س^{٣} ص + ٢٠ س}{س + ص}$



أ) ١٧

ب) ٦

ج) ٨

د) ١٠

المحاور الرئيسية للدرس :

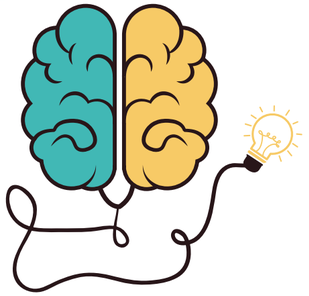
- إجراء العمليات على الدوال
- إيجاد تركيب الدوال
- كتابة دالة التركيب

المفردات

تركيب الدالتين

فيما سبق

درست إيجاد قيم الدوال



لماذا ؟

العصف الذهني

بلغ عدد الكتب المستعارة من مكتبة الأمير سلمان المركزية في جامعة الملك سعود عام 1432هـ 330000 كتاب، وبلغ إجمالي عدد الكتب المفهرسة 2065863 كتابًا.

إذا كانت $A(t)$ و $B(t)$ تمثّلان عدد الكتب المفهرسة وعدد الكتب المستعارة على الترتيب و t تمثّل السنة منذ 1425هـ، فإن عدد الكتب المفهرسة غير المعارة يعطى بالدالة $A(t) - B(t)$.

إذا تم بيع منتجين بمتوسط شهري مختلف، فكيف يمكنك المقارنة بين المتوسطين؟

تهتم شركة بالنسبة بين عدد البيوت التي تم بيعها والبيوت المعروضة للبيع، فما العبارة التي تدل على هذه النسبة

خريطة مفاهيم

العمليات على الدوال

إذا كانت f , g دالتين يتقاطع مجالاهما ، فإننا نعرف عمليات الجمع و الطرح و الضرب و القسمة لجميع قيم x الموجودة :

الجمع

$$(f+g)(x) = f(x)+g(x)$$

الطرح

$$(f-g)(x) = f(x)-g(x)$$

الضرب

$$(f\cdot g)(x) = f(x)\cdot g(x)$$

القسمة

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x)\neq 0$$

العمليات على الدوال

مثال 1

تحقق من فهمك

أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ في كل مما يأتي، ثم أوجد مجال كل دالة من الدوال الناتجة.

1A $f(x) = x - 4, g(x) = \sqrt{9 - x^2}$

1B $f(x) = x^2 - 6x - 8, g(x) = \sqrt{x}$

العمليات على الدوال

مثال 1

تدرب وحل المسائل

أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين $f(x)$, $g(x)$. في كل مما يأتي، وحدد مجال كل من الدوال الناتجة: (مثال 1)

1) $f(x) = x^2 + 4$

$g(x) = \sqrt{x}$

2) $f(x) = 8 - x^3$

$g(x) = x - 3$

تركيب دالتين

نلاحظ الدالة التالية ناتجة عن دمج الدالتين الخطية والتربيعية :

$$y = (x - 3)^2$$

$y = x^2$

دالة تربيعية

$y = x - 3$

دالة خطية

يسمى هذا الدمج

" تركيب دالتين "

إرشادات للدراسة

العمليات على الدوال وتركيب دالتين:

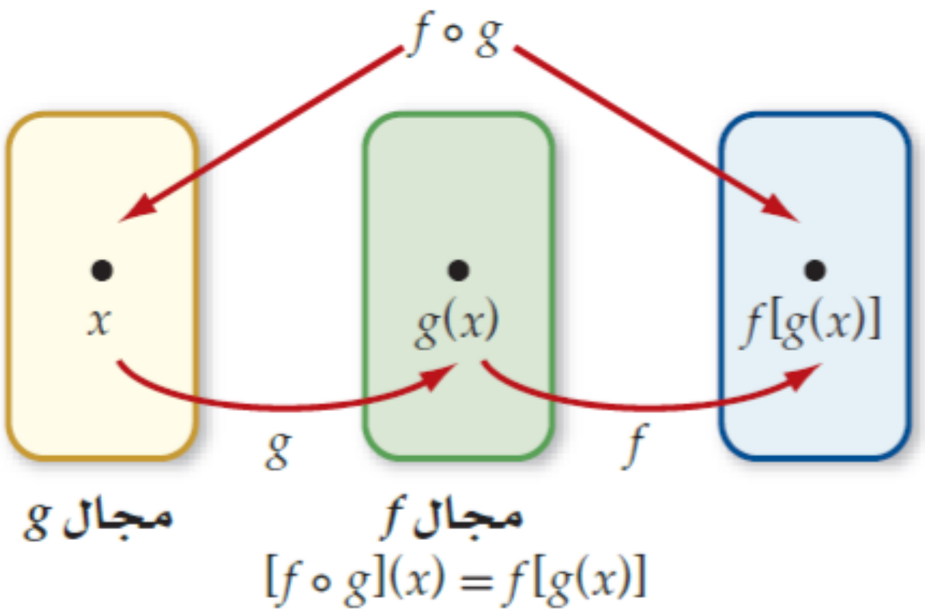
يختلف تركيب الدوال عن العمليات عليها، حيث يتم دمج الدالتين معًا، وليس مجرد إجراء عمليات مثل الجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة.

تركيب دالتين

يعرف تركيب الدالتين f وَ g على النحو الآتي:

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

ويتكون مجال الدالة $f \circ g$ من جميع قيم x في مجال الدالة g على أن تكون $g(x)$ في مجال f.



تقرأ الدالة $f \circ g$ على النحو f تركيب g أو f بعد g، حيثُ تُطبَّقُ الدالة g أولًا ثم الدالة f.

تنبيه!

ترتيب الدوال عند التركيب

في معظم الأحيان $g \circ f, f \circ g$ دالتان مختلفتان. بمعنى آخر إن تركيب الدوال ليس إبداليًا.

تركيب دالتين

مثال 2

تحقق من فهمك

أوجد $[f \circ g](3), [g \circ f](x), [f \circ g](x)$ في كل مما يأتي:

2A $f(x) = 3x + 1, g(x) = 5 - x^2$

2B $f(x) = 6x^2 - 4, g(x) = x + 2$

تركيب دالتين

مثال 2

تدرب وحل المسائل

أوجد $[f \circ g](6)$, $[g \circ f](x)$, $[f \circ g](x)$ لكل زوج من الدوال الآتية.

11 $f(x) = 2x - 3$
$g(x) = 4x - 8$

12 $f(x) = -2x^2 - 5x + 1$
$g(x) = -5x + 6$

مثال 3

إيجاد دالة التركيب بوجود قيود على المجال

بما أن مجال كل من f, g في المثال 2 هو مجموعة الأعداد الحقيقية، فإن مجال $f \circ g$ هو $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$.

عند وجود قيود على مجال f أو مجال g فإن مجال $f \circ g$ يكون مقيدًا بكل قيم x في مجال g التي تكون صورها $g(x)$ موجودةً في مجال f.

إرشادات للدراسة

تحديد مجالي الدالتين:
من المهم تعرّف مجالي الدالتين قبل تركيبهما؛ لأن القيود على مجالات الدوال قد لا تكون واضحة بعد إجراء عملية التركيب وتبسيطها.

تحقق من فهمك

حدّد مجال الدالة $f \circ g$ متضمنًا القيود الضرورية، ثم أوجد $f \circ g$ في كل من الحالتين الآتيتين:

3A $f(x) = \sqrt{x+1}\,, g(x) = x^2 - 1$

3B $f(x) = \frac{5}{x}\,, g(x) = x^2 + x$

إيجاد دالة التركيب بوجود قيود على المجال

تدرب وحل المسائل

حدّد مجال الدالة $g \circ f$ متضمنًا القيود الضرورية، ثم أوجد $f \circ g$ في كل من الحالتين الآتيتين:

15) $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$

$g(x) = x^2 - 4$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

كتابة الدالة كتركيب دالتين

مثال 4

تحقق من فهمك

أوجد دالتين f , g بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، وعلى ألّا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ في كلٍّ مما يأتي:

4A $h(x) = x^2 - 2x + 1$

إرشادات للدراسة

كتابة الدالة كتركيب دالتين:

في المثال $4a$، يمكنك إيجاد دالتين أخريين غير $f(x) = 2x^2, g(h) = x + 5$ بحيث إن: $h(x) = [f \circ g](x)$، وكذلك الأمر بالنسبة للفرع 4b

كتابة الدالة كتركيب دالتين

تدرب وحل المسائل

أوجد دالتين f , g بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، وعلى ألّا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ في كلٍّ مما يأتي:

22) $h(x) = \sqrt{4x + 2} + 7$

مثال 5

على شكل تركيب دالتين

تحقق من فهمك

5) أعمال: أعلن محل تجاري عن خصم مقداره 15% على ثمن أجهزة الحاسوب لطلاب الجامعات، كما وزّع قسائم يستفيد حاملها بخصم مقداره 100 ريال من ثمن الحاسوب.

5A) عبّر عن هذه البيانات بدالتين c و d .

5B) أوجد $[c \circ d](x)$ و $[d \circ c](x)$. وماذا يعني كلٌّ منهما؟

5C) أي التركيبين $c \circ d$ أو $d \circ c$ يعطي سعرًا أقل؟ وضح إجابتك.

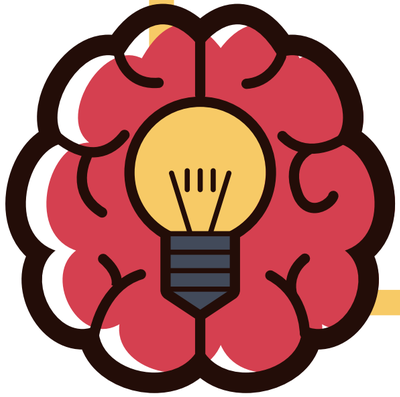
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مهارات التفكير العليا

تبرير: في كلٍّ مما يأتي، حدّد ما إذا كانت الدالة $(f \circ g)(x)$ زوجية ، أم فردية أم غير ذلك.

65) f, g دالتان فرديتان.

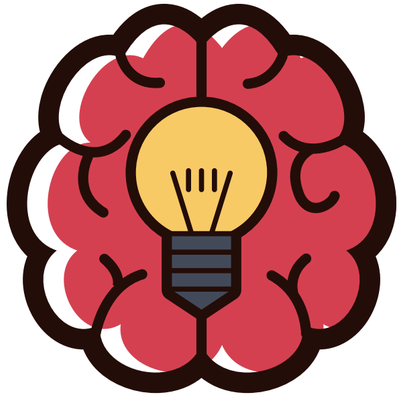
66) f, g دالتان زوجيتان.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحصيلي

إذا كان $f(2)=3, g(3)=2, f(3)=4, g(2)=5$،
فما قيمة $[f\circ g](3)$؟



أ) 2

ب) 3

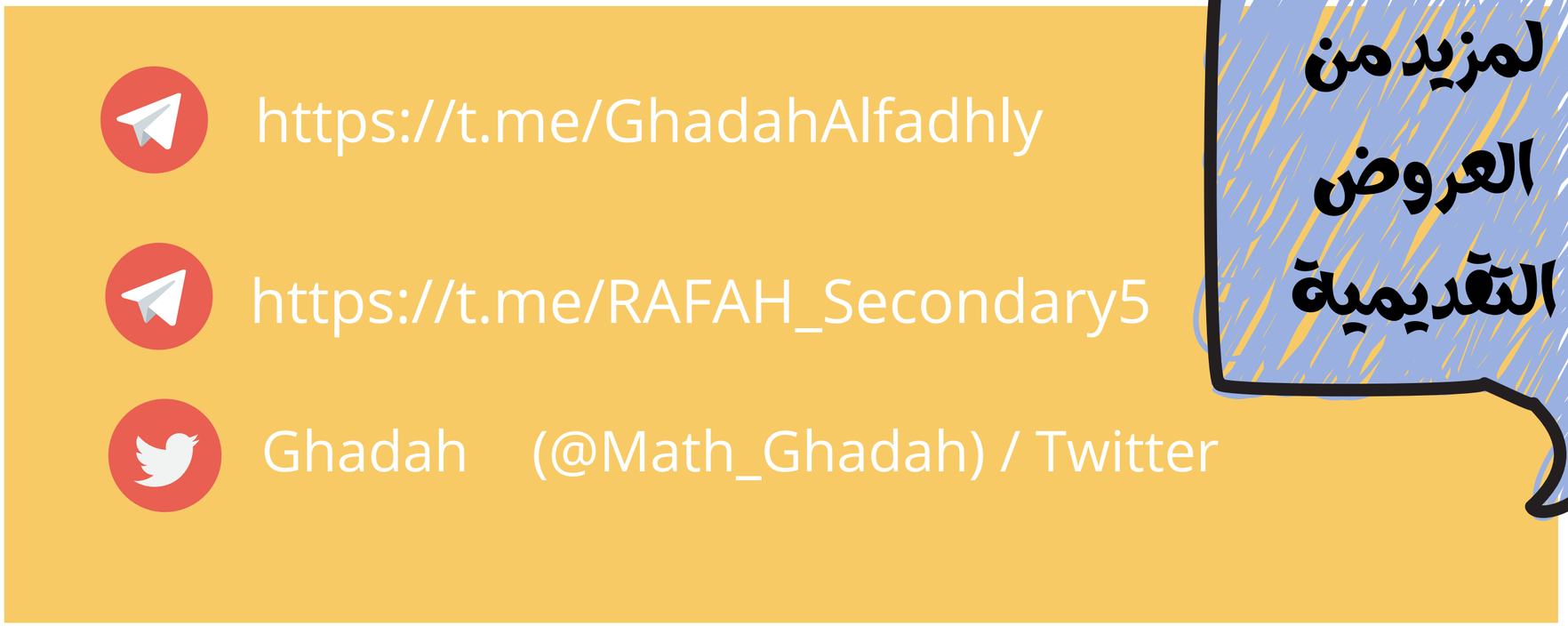
ج) 4

د) 5

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الواجب

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



https://t.me/GhadahAlfadhly

https://t.me/RAFAH_Secondary5

Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter