

- قررت وزارة التعليم تدريس
- هذا الكتاب وطبعه على نفقتها



مجموعة رفعة التعليمية

تطوير - إنتاج - توثيق

الرياضيات

الصف الثاني المتوسط

الفصل الدراسي الثالث



قام بالتأليف والمراجعة

فريق من المتخصصين

طبعة ١٤٤٤ - ٢٠٢٢

ح) وزارة التعليم ، ١٤٤٤هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
وزارة التعليم

الرياضيات - الصف الثاني المتوسط - التعليم العام - الفصل الدراسي الثالث /
وزارة التعليم - ط١٤٤٤ - الرياض ، ١٤٤٤هـ .
١٣١ ص .. سم

ردمك : ١-٣١٥-٥١١-٦٠٣-٩٧٨

١ - الرياضيات - كتب دراسية ٢ - التعليم المتوسط - السعودية - أ. العنوان
ديوي ٥١٧,٧١٣ ١٤٤٤ / ٢٢٠٥

رقم الإيداع : ١٤٤٤ / ٢٢٠٥

ردمك : ١-٣١٥-٥١١-٦٠٣-٩٧٨

حول الغلاف

صورة الطائر على سطح الماء تمثل انعكاسًا على هذا السطح.
تدرس في الفصل الخامس الانعكاس باعتباره أحد أنواع
التحويلات الهندسية.



مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين الإثرائية"



IEN.EDU.SA

تواصل بمقترحاتك لتطوير الكتاب المدرسي



FB.T4EDU.COM



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ





وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيئ للطلاب فرص اكتساب مستويات عليا من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

ومن منطلق الاهتمام الذي توليه حكومة خادم الحرمين الشريفين بتنمية الموارد البشرية، وعياً بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجه وزارة التعليم نحو تطوير المناهج الدراسية وفي مقدمتها مناهج الرياضيات، بدءاً من المرحلة الابتدائية، سعياً للارتقاء بمخرجات التعليم لدى الطلاب، والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه الكتب بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها ويتفاعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه الكتب على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية.
 - تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
 - إبراز دور المتعلم في عمليات التعليم والتعلم.
 - الاهتمام بالمهارات الرياضية، والتي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلاً متكاملًا، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، ومهارات جمع البيانات وتنظيمها وتفسيرها، ومهارات التفكير العليا.
 - الاهتمام بتنفيذ خطوات حل المشكلات، وتوظيف إستراتيجياته المختلفة في كيفية التفكير في المشكلات الرياضية والحياتية وحلها.
 - الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.
 - الاهتمام بتوظيف أساليب متنوعة في تقويم الطلاب بما يتناسب مع الفروق الفردية بينهم.
- ونحن إذ نقدّم هذه الكتب لأعزائنا الطلاب، لنا أمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم وتجعل تعلمهم لهذه المادة أكثر متعة وفائدة.

والله ولي التوفيق





القياس: المساحة والحجم

- ١١ التهيئة
- ١٢ **استكشاف** مساحات الأشكال غير المنتظمة
- ١٣ ١-٨ مساحات الأشكال المركبة
- ٢-٨ **استراتيجية حل المسألة**
- ١٨ حل مسألة أبسط
- ٢٠ ٣-٨ الأشكال الثلاثية الأبعاد
- ٢٥ ٤-٨ حجم المنشور والأسطوانة
- ٣٢ **اختبار منتصف الفصل**
- ٣٣ ٥-٨ حجم الهرم والمخروط
- ٣٨ **استكشاف** مساحة سطح الأسطوانة
- ٣٩ ٦-٨ مساحة سطح المنشور والأسطوانة
- ٤٥ **توسع** مخطط المخروط
- ٤٦ ٧-٨ مساحة سطح الهرم
- ٥١ **اختبار الفصل**
- ٥٣-٥٢ الاختبار التراكمي (٨)



الجبر: المعادلات والمتباينات

- ٥٥ التهيئة
- ٥٦ ١-٩ تبسيط العبارات الجبرية
- ٦٢ ٢-٩ حل معادلات ذات خطوتين
- ٦٧ ٣-٩ كتابة معادلات ذات خطوتين
- ٧٢ **استكشاف** معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها
- ٤-٩ حل معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها
- ٧٤ طرفيها
- ٧٨ **اختبار منتصف الفصل**
- ٥-٩ **استراتيجية حل المسألة**
- ٧٩ التخمين والتحقق
- ٨١ ٦-٩ المتباينات
- ٨٥ ٧-٩ حل المتباينات
- ٩١ **اختبار الفصل**
- ٩٣-٩٢ الاختبار التراكمي (٩)





الجبر: الدوال الخطية

٩٥	التهيئة
٩٦	١-١٠ المتتابعات
١٠٢	٢-١٠ الدوال
١٠٧	العلاقات والدوال توسع
١٠٨	٣-١٠ تمثيل الدوال الخطية
١١٤	اختبار منتصف الفصل
١١٥	٤-١٠ ميل المستقيم
١٢١	٥-١٠ التغير الطردي
		٦-١٠ استراتيجية حل المسألة
١٢٧	إنشاء نموذج
١٢٩	اختبار الفصل
١٣١-١٣٠	الاختبار التراكمي (١٠)



إليك عزيزي الطالب

سترکز فی دراستک هذا العام علی المجالات الرياضية الآتية:

- **الجبر:** تحليل الدوال الخطية وتمثيلها، وحل المعادلات الخطية في تطبيقات مختلفة.
- **القياس والهندسة:** تحليل الأشكال الثنائية والثلاثية الأبعاد.
- **تحليل البيانات:** تمثيل البيانات وتحليلها وتفسيرها.

وفي أثناء دراستك، ستتعلم طرائق جديدة لحلّ المسألة، وتفهم لغة الرياضيات وتتعلم أدواتها، وتنمّي قدراتك الذهنية وتفكيرك الرياضي.



كيف تستعمل كتاب الرياضيات؟

- **اقرأ** **فكرة الدرس** في بداية الدرس.
- **ابحث** عن **المفردات** المظللة **باللون الأصفر**، وقرأ تعريف كل منها.
- **راجع** المسائل الواردة في **مثال** ، والمحلولة بخطوات تفصيلية؛ لتذكرك بالفكرة الرئيسة للدرس.
- **استعمل** **إرشادات للأسئلة** لتعرف ما الأمثلة التي تساعدك على حل التمارين والواجبات المطلوبة.
- **ارجع** إلى **إرشادات للدراسة** حيث تجد معلومات وتوجيهات تساعدك في متابعة الأمثلة المحلولة.
- **راجع** ملاحظتك التي دوّنتها في **المطويات**
- **زُر** الموقع **www.ien.edu.sa** وسوف تجد أمثلة وأنشطة إضافية تساعدك على حل بعض المسائل الصعبة.



القياس: المساحة والحجم

الفكرة العامة

- أجد مساحات أشكال هندسية مستوية، وحجوم مجسّمات ومساحاتها الجانبية والكلية.

المضردات الرئيسية:

المنشور ص (٢١)

الهرم ص (٢١)

الأسطوانة ص (٢٦)

المخروط ص (٣٤)

الربط بالحياة:



مشروع القديّة: يقع على بعد ٤٠ كيلومتراً غرب الرياض ويعتبر نموذجاً جديداً لتنمية الأراضي الصحراوية فهو يضم جبلاً وأودية وإطلالة على الصحراء، وتبلغ مساحته ٣٣٤ كيلومتراً مربعاً.

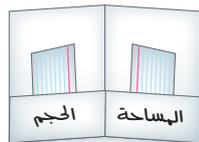
المطويات

مُنظّم أفكار

القياس: المساحة والحجم: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك.

ابدأ بورقة A3 على النحو الآتي:

- ١ اطو الورقة عرضياً.
- ٢ افتح الطية السابقة، واطو أسفل الورقة لتكوّن جيّباً، وألصق حوافه.
- ٣ سمّ كل جيّب كما يظهر في الشكل، وضع بطاقات صغيرة داخله.





التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار للربح

مراجعة للربحية

أوجد ناتج الضرب: (مهارة سابقة)

$$١٢ \times ٨ \times \frac{١}{٣} \quad ٢٩ \times ٤ \times \frac{١}{٣}$$

٣ رياضة: يمارس سلمان رياضة المشي خمسة أيام في الأسبوع، حيث يمشي مسافة ٣ كلم في اليوم الواحد. فإذا قرأن يمشي $\frac{١}{٣}$ هذه المسافة فقط كل يوم، فكم يمشي في الأسبوع الواحد؟ (مهارة سابقة)

مثال ١:

$$\text{أوجد ناتج: } ٢٦ \times ٥ \times \frac{١}{٣}$$

$$\begin{aligned} \text{أوجد قيمة } ٢٦ & \quad ٣٦ \times ٥ \times \frac{١}{٣} = ٢٦ \times ٥ \times \frac{١}{٣} \\ \text{اضرب } ٥ \text{ في } ٣٦ & \quad ١٨٠ \times \frac{١}{٣} = \\ \text{اضرب } \frac{١}{٣} \text{ في } ١٨٠ & \quad ٦٠ = \end{aligned}$$

أوجد قيمة $٢أ + ٢ب + ج$ إذا علمت أن: (مهارة سابقة)

$$٤ \quad ٨ = أ، ٥ = ب، ٤ = ج$$

$$٥ \quad ٩ = أ، ٢ = ب، ٣ = ج$$

$$٦ \quad ٧، ١ = أ، ٥ = ب، ٩ = ج$$

$$٧ \quad ١٠، ٨ = أ، ٢ = ب، ٤ = ج، ٦ = ج$$

مثال ٢:

أوجد قيمة $٢أ + ٢ب + ج$ إذا كانت: $أ = ٧$ ، $ب = ٤$ ، $ج = ٢$.

$$\begin{aligned} \text{أب} + \text{ب} + \text{ج} & \quad ٢أ + ٢ب + ج \\ ٢(٧) + ٢(٤) + ٢ & \quad ٢(٧) + ٢(٤) + ٢ \\ ١٤ + ٨ + ٢ & \quad ١٤ + ٨ + ٢ \\ ٢٤ & \quad ٢٤ \end{aligned}$$

مثال ٣:

أوجد قيمة $٢١٦ \times ط$ ، مستعملًا $ط \approx ١٤$ ، ٣ ، ومقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

$$\begin{aligned} \text{أوجد قيمة } ٢١٦ & \quad ٢٥٦ \times ٣، ١٤ \approx ٢١٦ \times ط \\ \text{اضرب } ٣، ١٤ \text{ في } ٢٥٦ & \quad ٨٠٣، ٨ \approx \end{aligned}$$

أوجد قيمة كل من العبارات الجبرية الآتية مستعملًا $ط \approx ١٤$ ، ٣ ، ومقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة: (مهارة سابقة)

$$٩ \quad ٣، ٢ \times ط \times ٢ \quad ٨ \quad ١٥ \times ط$$

$$١١ \quad ٢(٢ \div ١٩) \times ط \quad ١٠ \quad ٢٧ \times ط$$

١٢ فطائر: تقدر المسافة الدائرية حول رغيف فطيرة قطرُه ١٤ بوصة بالمقدار $ط \times ١٤$ ، أوجد هذه المسافة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (مهارة سابقة)





معمل القياس

مساحات الأشكال غير المنتظمة

استكشاف

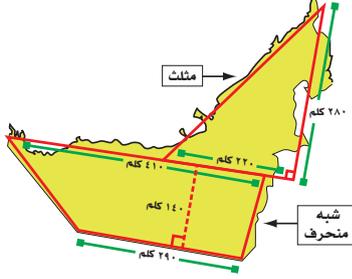
٨ - ١

الشكل غير المنتظم هو الذي لا تكون بعض جوانبه قطعاً مستقيمة، ولتقدير مساحته، قسّمه إلى أشكال أبسط، ثم أوجد مجموع مساحات هذه الأشكال.

نشاط

فكرة الدرس:

أقدر مساحة شكل غير منتظم.



قدّر مساحة دولة الإمارات العربية المتحدة في الشكل المجاور.

الخطوة ١ قسّم الشكل إلى مثلث وشبه منحرف.

الخطوة ٢ مساحة المثلث:

$$م = \frac{1}{2} ق ع$$

قانون مساحة المثلث

$$م = \frac{1}{2} \times 220 \times 280$$

$$ق = 220، ع = 280$$

$$م = 30800$$

بسّط

مساحة شبه المنحرف:

$$م = \frac{1}{2} ع (ق_1 + ق_2)$$

قانون مساحة شبه المنحرف

$$م = \frac{1}{2} \times 140 \times (290 + 140)$$

$$ع = 140، ق_1 = 290، ق_2 = 140$$

$$ق_2 = 140$$

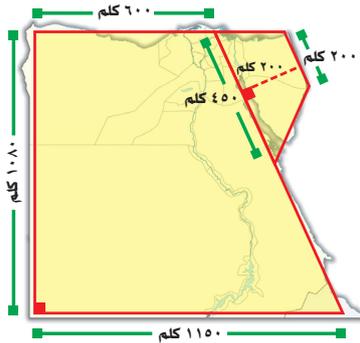
بسّط

$$م = 49000$$

المساحة الكلية لدولة الإمارات $\approx 30800 + 49000 = 79800$ كلم^٢.

تحقق من معقولية الإجابة: حلّ المسألة بطريقة أخرى، ثم قارن بين الإجابتين.

حلّ النتائج



١ في الشكل المجاور، قُسمت خريطة مصر إلى مضلعات. اشرح كيف تستعمل المضلعات لتقدير مساحتها.

٢ قدّر مساحة كل جزء.

٣ قدّر مساحة الخريطة كاملة.

٤ **بحث:** استعمل الإنترنت أو أيّ مصدر

معرفة آخر لإيجاد المساحة الكلية لمصر، وقارن بينها وبين إجابتك في سؤال (٣).

٥ **بحث:** قدّر مساحة دولة أخرى تختارها، ثم استعمل الإنترنت أو مصدر معرفة آخر للمقارنة بين تقديرك والمساحة الفعلية.



مساحات الأشكال المركبة

٨ - ١



استعدّ

سباق سيارات: يظهر الشكل المجاور ميداناً لسباق سيارات.

١ حدّد بعض المضلعات التي تشكّل ميدان السباق.

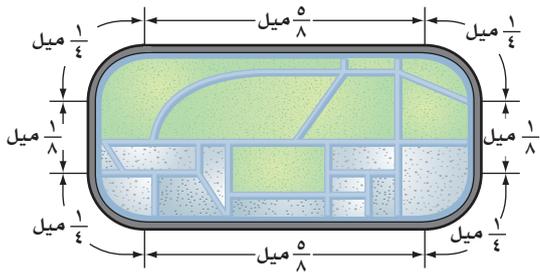
٢ كيف تستعمل المضلعات في إيجاد مساحة الميدان؟

فكرة الدرس:

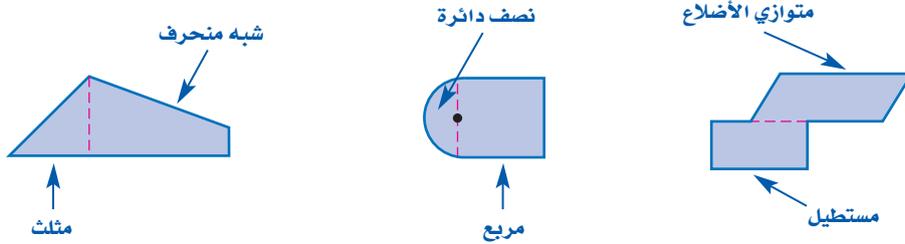
أجد مساحات أشكال مركبة.

المفردات

الشكل المركب



يتكون الشكل المركب من شكلين بسيطين أو أكثر.



ولإيجاد مساحة شكل مركب، قسّمه إلى أشكال يسهل إيجاد مساحتها، ثم أوجد مجموع هذه المساحات، وفيما يأتي مراجعة لبعض قوانين المساحات:

الرموز	التعبير اللفظي	الشكل
$م = ق \times ع$	مساحة متوازي الأضلاع هي ناتج ضرب القاعدة في الارتفاع.	متوازي الأضلاع
$م = \frac{1}{2} ق \times ع$	مساحة المثلث هي نصف ناتج ضرب قاعدته في ارتفاعه.	المثلث
$م = \frac{1}{2} ع (ق_1 + ق_2)$	مساحة شبه المنحرف هي نصف ناتج ضرب الارتفاع في مجموع القاعدتين.	شبه المنحرف
$م = \frac{1}{2} \pi ر^2$	مساحة الدائرة هي ناتج ضرب ط في مربع نصف القطر.	الدائرة

إرشادات للدراسة

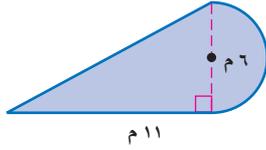
نصف دائرة

مساحة نصف الدائرة هي

$$\frac{1}{2} \times \text{مساحة الدائرة} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

مثال

إيجاد مساحة شكل مركب



أوجد مساحة الشكل المركب المجاور.

يمكن تقسيم الشكل إلى نصف دائرة ومثلث.

مساحة نصف الدائرة

$$م = \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$م = \frac{1}{2} \pi \times 6^2$$

$$م \approx 14,1$$

مساحة الشكل $\approx 14,1 + 33 = 47,1$ مترًا مربعًا.

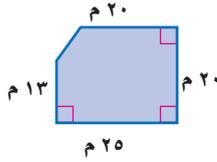
$$م = \frac{1}{2} \times 11 \times 6$$

$$م = 33$$

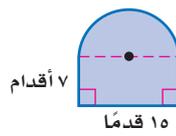
$$م = 33$$

تحقق من فهمك:

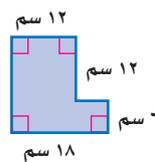
أوجد مساحة كل شكل مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:



(ب)



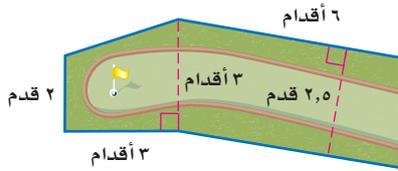
(ج)



مثال من واقع الحياة

جولف: يبين الشكل المجاور مخططًا

لملعب جولف مصغر، مكون من شبه منحرف ومتوازي أضلاع، فكم قدمًا مربعة من الأعشاب يحتاج هذا المخطط؟



مساحة متوازي الأضلاع

$$م = ق \times ع$$

$$م = 2,5 \times 3$$

$$م = 7,5$$

لذا يحتاج إلى $7,5 + 15 = 22,5$ قدمًا مربعة من الأعشاب.

مساحة شبه المنحرف

$$م = \frac{1}{2} (ق_1 + ق_2) \times ع$$

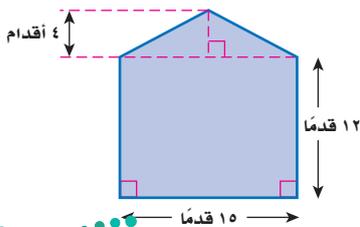
$$م = \frac{1}{2} (3 + 6) \times 2$$

$$م = 9$$

تحقق من فهمك:

(د) أكواخ: يبين الشكل المجاور الواجهة

الخلفية لكوخ خشبي، فكم قدمًا مربعة من الخشب تستعمل في بناء هذه الواجهة؟



الربط بالحياة:

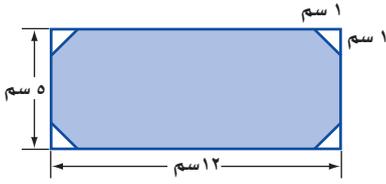
يوجد ما بين 250-450 حفرة صغيرة في كرة الجولف الرسمية.

إرشادات للدراسة

المثلثات المتطابقة
في المثلثات المتطابقة،
تكون الأضلاع والزوايا
المتناظرة متطابقة.

مثال

إيجاد مساحة المنطقة المظللة



في الشكل المجاور، قُصَّت أربعة مثلثات متطابقة من مستطيل، أو جد مساحة المنطقة المظللة، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

أوجد مساحة المستطيل واطرح مساحة المثلثات الأربعة.

مساحة المثلثات

مساحة المستطيل

$$م = ٤ \left(\frac{١}{٣} ق ع \right)$$

$$م = ل ع$$

$$ق = ١، ع = ١$$

$$م = ٤ \times \frac{١}{٣} \times ١ \times ١$$

$$ل = ١٢، ع = ٥$$

$$م = ٥ \times ١٢$$

بسط.

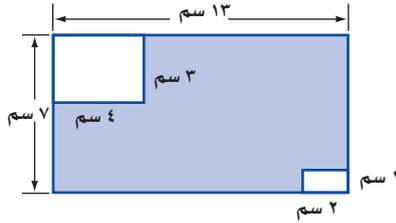
$$م = ٢$$

بسط.

$$م = ٦٠$$

$$م = ٥٨ - ٦٠ = ٢ \text{ سم}^٢$$

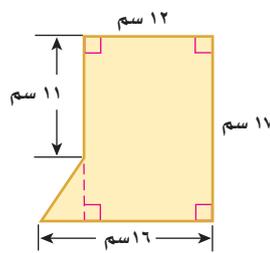
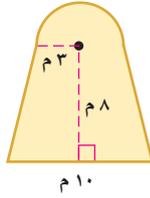
تحقق من فهمك



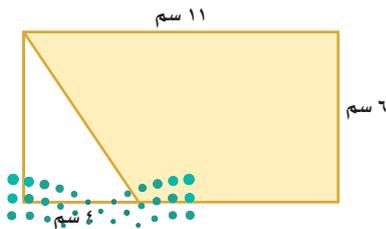
هـ) قُصَّ مستطيلان من مستطيل كما في الشكل المجاور، أو جد مساحة المنطقة المظللة، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

تأكد

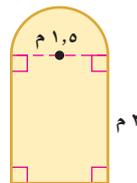
أوجد مساحة الشكلين الآتيين، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:



٤) بين الشكل أدناه مستطيلاً قُصَّ منه مثلث. أو جد مساحة المنطقة المظللة.



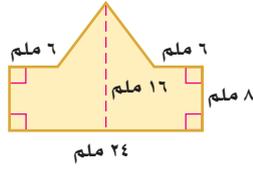
٣) نوافذ: صُمِّمت نافذة كما في الشكل أدناه، فما مساحتها بالمتري المربع؟



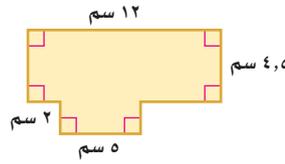
المثالان ٢، ٣

للأسئلة	انظر الأمثلة
١	١٠-٥
٢	١٢، ١١
٣	١٤، ١٣

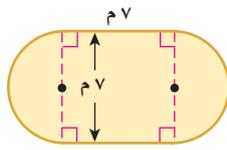
أوجد مساحة الأشكال المركّبة الآتية، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:



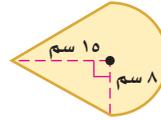
٦



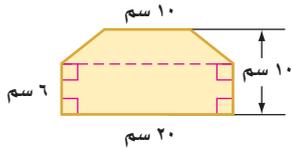
٥



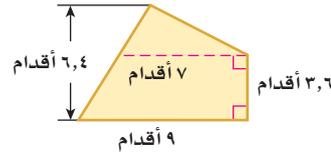
٨



٧

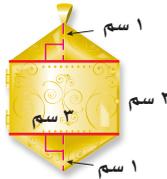


١٠

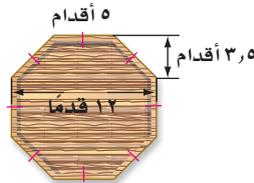


٩

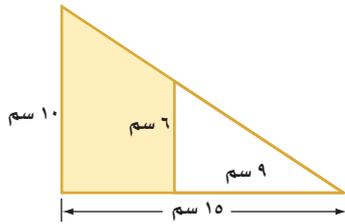
١٢ مجوهرات: يبين الشكل الآتي حليّة ذهبية. ما مساحتها؟



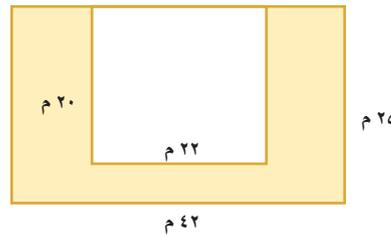
١١ نجارة: صمّم أحمد طاولة كما في الشكل أدناه. ما مساحة سطحها؟



أوجد مساحة المنطقة المظلّلة، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

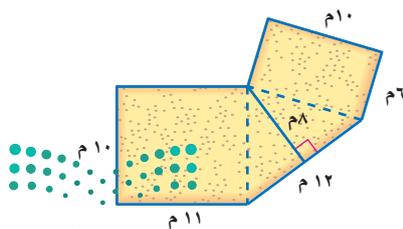


١٤



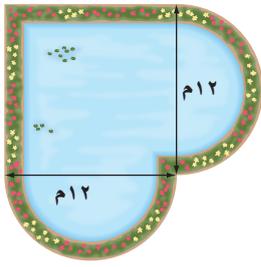
١٣

١٥ سجاد: ترغب والدة ليان في تغطية أرضية صالة منزلها بالسجاد كما في الشكل المجاور. ما مساحة السجاد المطلوب شراؤه؟



مسائل
مهارات التفكير العليا

١٦ تحدُّ : يمثل الشكل المجاور بركة محاطة بممر من الورد عرضه متران. ما مساحة الممر؟



١٧ **الكتب** اشرح طريقتين مختلفتين على الأقل لإيجاد مساحة السداسي المنتظم، مضمناً إجابتك رسماً توضيحياً لذلك.

١٨ **مسألة مفتوحة** : ارسم شكلاً مركباً تكون مساحته ٢٤ سم^٢.

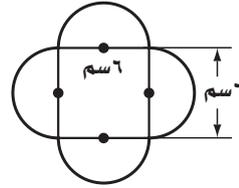
تدريب على اختبار

٢٠ بيّن الشكل أدناه مزرعة خضراوات مستطيلة الشكل طولها ١٨١ م، وعرضها ٤٨ م، زُرِعَ منها جزء مستطيل الشكل طوله ٣٢ م وعرضه ٢١ م بالفواكه. ما مساحة الجزء المزروع بالخضراوات؟



- (أ) ٨٦٨٨ م^٢ (ب) ٨٦٣٥ م^٢
(ج) ٨٠١٦ م^٢ (د) ٢٨٢ م^٢

١٩ ما المساحة الكلية للشكل أدناه؟



- (أ) ٩٢,٩ سم^٢ (ب) ٦٤,٣ سم^٢
(ج) ٥٦,٥ سم^٢ (د) ٣٦,٠ سم^٢

الاستعداد للدرس اللاحق

٢١ **مهارة سابقة** : لوحظ تناقص أسعار الآلات الحاسبة، ففي عام ١٤٢٥ هـ كان سعر آلة حاسبة من نوع ما ١٢٥ ريالاً، وأصبح ١٠٧ ريالاً عام ١٤٣٠ هـ، ثم ٨٩ ريالاً عام ١٤٣٥ هـ، إذا استمر تناقص سعر الآلة الحاسبة بالمعدل نفسه، فاستعمل استراتيجية البحث عن نمط في إيجاد سعر آلة حاسبة من النوع نفسه عام ١٤٤٥ هـ.



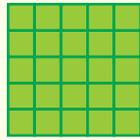


استراتيجية حل المسألة

٨ - ٢

فكرة الدرس: أحل المسائل باستعمال استراتيجية " حل مسألة أبسط".

حل مسألة أبسط



البراء: يبدو أن الشكل يتكون من ٢٥ مربعاً، إلا أنني أظن أن فيه مربعات أكثر من ذلك.
مهمتك: حل مسألة أبسط لإيجاد عدد المربعات في أي شكل مشابه.

تعلم أن الشكل يتكون من شبكة مربعات ٥×٥ .
وأبعاد المربعات هي: ١×١ ، ٢×٢ ، ٣×٣ ، ٤×٤ ، ٥×٥ .
وتريد معرفة عدد جميع المربعات.

افهم

حل مسألة أبسط بإيجاد عدد المربعات في الشبكتين ٢×٢ و ٣×٣ ، ثم البحث عن نمط.

نظّم

في الشبكة ٣×٣ أبعاد المربعات المحتملة هي: ١×١ ، ٢×٢ ، ٣×٣ ؛
إذن هناك تسعة مربعات ١×١ ،
وأربعة مربعات ٢×٢ ، ومربع واحد ٣×٣ ،
فيكون عدد المربعات جميعها هو $٩ + ٤ + ١ = ١٤$ مربعاً مختلفاً.



في الشبكة ٢×٢ أبعاد المربعات المحتملة هي: ١×١ ، ٢×٢ ؛ إذن
يوجد ٤ مربعات ١×١ ، ومربع واحد ٢×٢ ،
فيكون عدد المربعات جميعها هو $٤ + ١ = ٥$ مربعات مختلفة.



خمّن عدد المربعات في شبكة مكوّنة من ٤×٤ ، ثم ابحث عن نمط.

عدد المربعات الصغيرة	١	٤	٩	١٦	٢٥
عدد المربعات ذات الأبعاد المختلفة	١	٥	١٤	٣٠	٥٥

$$\begin{array}{c} \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ ٤+ \quad ٩+ \quad ١٦+ \quad ٢٥+ \end{array}$$

إذن الشبكة ٥×٥ تحوي ٥٥ مربعاً.

تحقق من النمط الذي توصلت إليه على نحو دقيق للتأكد من صحة جوابك.

تحقق

حل الاستراتيجية

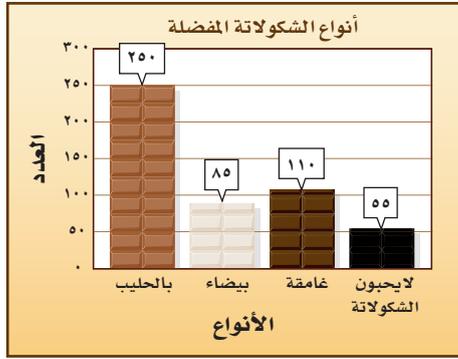
١ اشرح لماذا يُعد حل مسألة أبسط مفيداً للبراء.

٢ **الكتب** مسألة حياتية تحتاج في حلها إلى حل مسألة أبسط، ثم حل المسألة.



٩ استعمل استراتيجية "حل مسألة أبسط" لحل المسائل ٣-٦: **متطوعون:** تطوع ٥ طلاب للاشتراك في عمل اجتماعي، حيث عمل كل طالب ٥ ساعات خلال خمسة أيام، فكم ساعة يتطوع بها ١١ طالبًا في ١٥ يومًا بحسب هذا المعدل؟

١٠ **تحليل الرسوم:** يظهر الشكل الآتي مسحًا لنوعية الشكولاتة التي يفضلها الطلاب. ما نسبة الطلاب الذين يفضلون الشكولاتة الغامقة؟



١١ **فطائر:** ما أكبر عدد من القطع ينتج عن استعمال خمس تقطيعات مستقيمة في الفطيرة؟



٤ تقطيعات ٣ تقطيعات

١٢ **خضار:** يبين الجدول أدناه أسعار الكيلو جرام الواحد من بعض أصناف الخضار، فهل يكفي ٤٠ ريالًا ليشترى عبدالله ٤ كجم من الطماطم، وكيلو جرامًا واحدًا من الجزر، و٨ كجم من البصل؟

الصف	السعر (ريال)
طماطم	٦,٥
بصل	١,٥
جزر	٣,٧٥

١٣ **هواتف:** تتقاضى إحدى شركات الهاتف الجوّال ٣٠ ريالًا قيمة الاشتراك الشهري، بالإضافة إلى ٢٥,٠ ريال عن كل دقيقة، فإذا كانت قيمة فاتورة هاتف مهند الشهرية ١٢٠ ريالًا، فكم دقيقة بلغت مكالماته؟

٢ **نجارة:** ثلاثة نجارين يصنع كل واحد منهم ثلاثة كراسي في ثلاثة أيام، فكم كرسياً يمكن لـ ٧ نجارين أن يصنعوا في ٣٠ يومًا، إذا عملوا بالمعدل نفسه؟

٤ **طاولات:** يوجد في مطعم مدرسة ١٥ طاولة مربعة الشكل، تم وضعها متراصة جانبياً لتكون طاولة واحدة طويلة لحفلة الصف، فإذا علمت أن طالباً واحداً فقط يمكنه أن يجلس على كل جانب من الطاولة المربعة، فما عدد الطلاب الذين يمكنهم الجلوس حول الطاولة الطويلة؟

٥ **مطويات:** تحتاج مدرسة إلى ٢٥٠ نسخة من مطوية إرشادية، فإذا كانت المطبعة تضعها في مغلفات تتسع الواحدة لـ ٣٠ أو ٨٠ نسخة، فما عدد المغلفات التي يجب أن تشتريها المدرسة من كل نوع؟

٦ **حرف:** يستعمل محمد منشراً لقص أنبوب طويل إلى ٢٥ قطعة صغيرة، فكم مرة سيستعمل المنشار؟

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٧-١٣:

من استراتيجيات حل المسألة
• البحث عن نهج
• استعمال أشكال فن
• حل مسألة أبسط

٧ **نشاط:** استعمل المعلومات الآتية في حل المسألتين ٧، ٨: أراد ٣٥ طالبًا من الصف الثاني المتوسط الانضمام إلى النشاط الرياضي، و٣٢ إلى النشاط العلمي، و١٥ إلى النشاطين معًا.

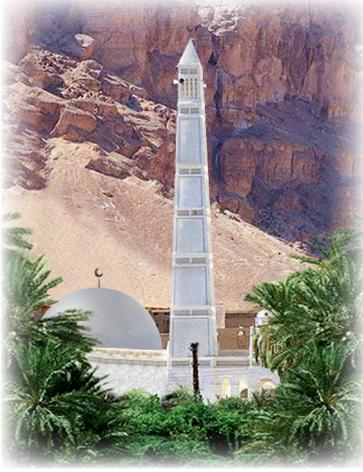
٧ مثل المسألة باستعمال شكل فن.

٨ ما عدد طلاب الصف الذين اشتركوا في الأنشطة؟



الأشكال الثلاثية الأبعاد

٨ - ٣



استعد

عمارة: الأشكال المستوية لها بُعدان فقط (طول وعرض) أمّا المجسّمات أو الأشكال الثلاثية الأبعاد كمنارة المسجد فلها ثلاثة أبعاد: طول وعرض وارتفاع.

١ سَمِّ الأشكال المستوية التي تكوّن جوانب المنارة.

٢ إذا نظرت إلى المنارة من الأعلى فما الشكل الذي تراه؟

٣ ما العلاقة بين الأشكال المستوية والمجسّمات؟

فكرة الدرس:

أحدّد الأشكال الثلاثية الأبعاد، وأرسمها .

المفردات

يقعان في المستوى نفسه

المستقيمان المتوازيان

المتعدد السطوح

الحرف

الرأس

الوجه

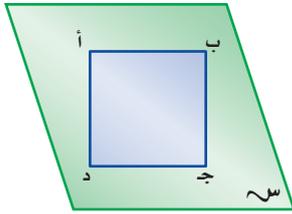
القطر

المستقيمان المتخالفتان

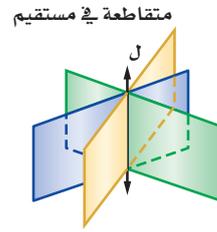
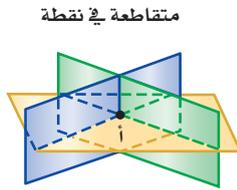
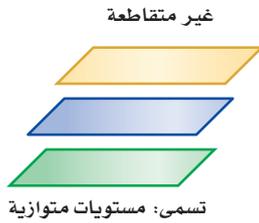
المنشور

القاعدة

الهرم

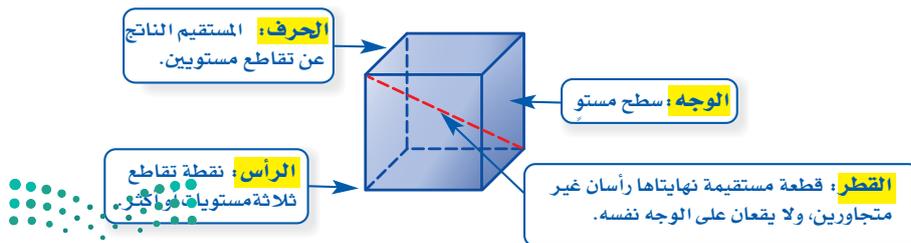


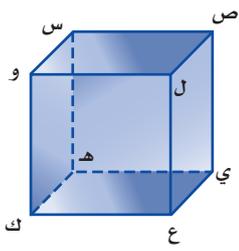
يبين الشكل المجاور المستطيل أ ب ج د ، والمستقيمين أ ب ، د ج ، اللذين يقعان في المستوى نفسه، وهما مستقيمان متوازيان أيضًا لأنهما لا يتقاطعان مهما امتدّا. وكما علمنا أن المستقيمين في المستوى إما أن يكونا متقاطعين أو متوازيين، فإنه في المقابل هناك عدة أوضاع لعلاقة المستويات في الفضاء هي:



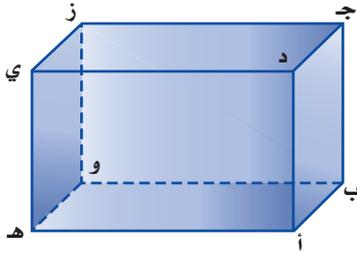
ويمكن أن تكوّن المستويات المتقاطعة أيضًا شكلًا ثلاثي الأبعاد أو مجسّمًا.

ومتعدد السطوح مجسّم له سطوح مستوية عبارة عن مضلعات، ومن المفردات المتعلقة بالمجسّمات: الحرف، والوجه، والرأس، والقطر.





لاحظ أن القطعتين المستقيمتين $\overline{ص ل ع}$ و $\overline{ل ع و}$ في الشكل المجاور غير متقاطعتين، وغير متوازيتين؛ لأنهما لا تقعان في المستوى نفسه. ويُسمى المستقيمان اللذان لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه **مستقيمين متخالفين**.



تحديد العلاقات

أمثلة

١ سَمِّ مستوي يوازي المستوى أ ب ج .

المستوى هـ و ز يوازي المستوى أ ب ج .

٢ حدّد قطعة مستقيمة مخالفة للقطعة جـ ز .

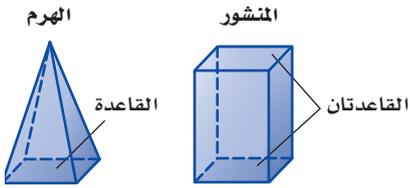
جـ ز و هـ ي متخالفتان.

٣ حدّد نقطتين يمكن رسم قطر بينهما.

القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين ب، ي تشكل قطراً .

تحقق من فهمك:

أ) مستعملاً الشكل أعلاه، حدّد تقاطع المستويين أ ب ج، جـ د ي.



المنشور والهرم مجسّمان معروفان، ويعتمد اسم كلٍّ منهما على شكل قاعدته.

المنشور مجسّم له وجهان متوازيان ومتطابقان يُسميان **القاعدتين**. والهرم مجسّم قاعدته الوحيدة مضلع وأوجهه مثلثات.

إرشادات للدراسة

خطأ شائع

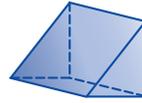
ليس من الضروري عند رسم متوازي المستطيلات (المنشور المستطيلي) أن تكون قاعدته من الأعلى ومن الأسفل فقط؛ لأنه يمكن اعتبار أي وجهين مستطيلين متوازيين فيه قاعدتين، ويمكن أيضاً اعتبار أي وجه في الهرم الثلاثي قاعدة .

تحديد المنشور والهرم

مثالان

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

قاعدتا الشكل متوازيتان ومتطابقتان وهما مثلثان، لذا فالشكل منشور ثلاثي، أما الأوجه الثلاثة الأخرى، فهي مستطيلات. وبذلك فإن له ٥ أوجه، و٩ أحرف و٦ رؤوس.

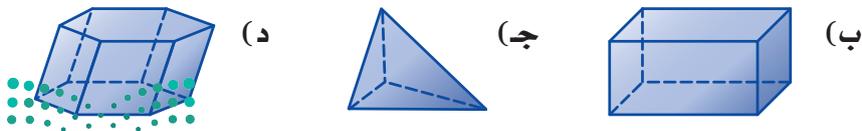


للسّكل قاعدة واحدة وهي مضلع خماسي، لذا فهو هرم خماسي، أما الأوجه الأخرى فهي مثلثات، وبذلك فإن له ٦ أوجه، و١٠ أحرف، و٦ رؤوس.



تحقق من فهمك:

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:



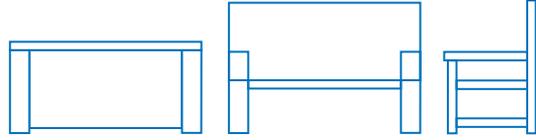
يمكنك استعمال مخططات للمجسمات؛ لتصف كيف تظهر عناصرها في الفضاء.



تحليل الرسوم

مثال

٦ أثاث: تبين الصورة المجاورة مقعدًا. ارسم المنظر العلوي والأمامي والجانبى لهذا المقعد.



المنظر العلوي

المنظر الأمامي

المنظر الجانبي

تحقق من فهمك:

هـ (صندوق: ارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبى للصندوق في الصورة المجاورة.

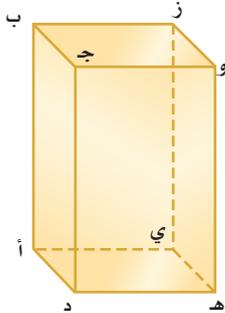


الربط بالحياة:

كيف يستفيد المهندسون من الرياضيات؟

يستعمل المهندسون المعماريون الهندسة عند رسم تصاميمهم، حيث يبدؤون بأشكال هندسية بسيطة، ثم يضيفون إليها خطوطاً وزوايا لتكون أكثر جمالاً.

تأكد



استعمل الشكل المجاور لتحديد كلاً مما يأتي:

- ١ مستويين متوازيين.
- ٢ مستقيمين متخالفين.
- ٣ نقطتين تشكّان قطراً عند الوصل بينهما.
- ٤ مستويين متقاطعين.

الأمثلة ١-٣

حدّد اسم كل مجسم مما يأتي، وبيّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرّفه ورؤوسه:



٧



٦



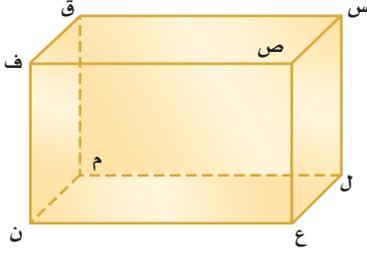
٥

المثالان ٤، ٥



٨ حوض أسماك: ارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبى لحوض الأسماك المجاور.

المثال ٦



استعمل الشكل المجاور لتحديد كلاً مما يأتي:

- ٩ مستويين متوازيين.
- ١٠ مستقيمين متخالفين.
- ١١ نقطتين تشكّلان قطرًا عند الوصل بينهما.
- ١٢ مستويين متقاطعين.

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٢-٩	٣-١
١٦-١٣	٥، ٤
١٨-١٧	٦

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، ويبيّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:



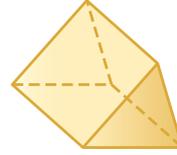
١٤



١٣



١٦



١٥

١٨ خزانة: تمثّل الصورة أدناه خزانة خشبية لحفظ الملفات. ارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبى للخزانة.



١٧ بنايات: ارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبى للبنية في الصورة أدناه.



١٩ قرّر ما إذا كان التخمين الآتي صحيحًا أو خاطئًا، واذكر مثالًا مضادًا إذا كان خطأً: "يمكن لمستويين في الفضاء أن يتقاطعا في نقطة."

٢٠ مسألة مفتوحة: اختر مجسّمًا من واقع الحياة مثل كرسي أو طاولة، وارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبى له.

تحذّر: حدّد ما إذا كانت العبارات الآتية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا:

٢١ للمنشور قاعدتان و ٤ جوانب.

٢٢ يوجد للهرم جوانب متوازية.

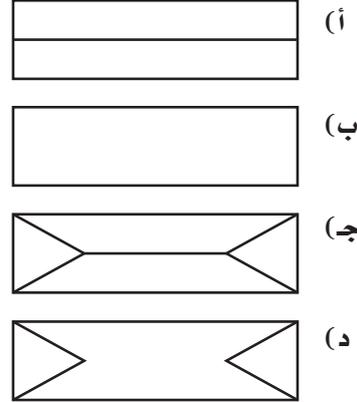
٢٣ اكتب وضح لماذا لا يعطي (أحيانًا) المنظر العلوي والأمامي والجانبى لمجسّم معلومات كافية لرسم الشكل؟ واذكر مثالًا يؤكد ذلك.

مسائل
مهارات التفكير العليا

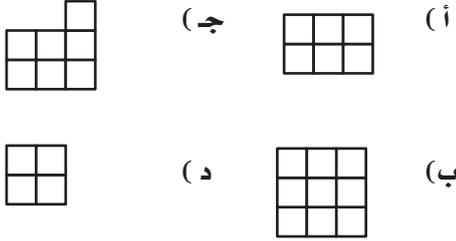
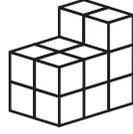
٢٤ استقبلت العنود هدية داخل صندوق كما في الشكل:



أي الأشكال أدناه يمثل المنظر العلوي للصندوق؟

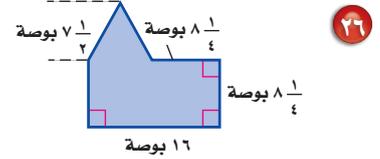
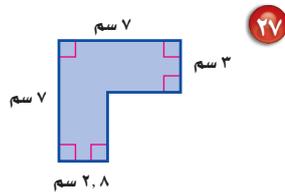
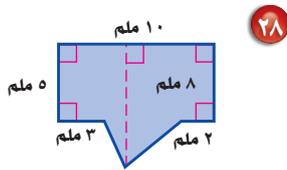


٢٥ أي الأشكال التالية يمثل المنظر الجانبي للمجسم أدناه؟



مراجعة تراكمية

أوجد مساحة كل شكل مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزءٍ من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٨ - ١)



٢٩ نماذج: لدى محمد ١٠٠ مكعب صغير، استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط؛ لتحديد أبعاد أكبر مكعب يمكن إنشاؤه باستعمال المكعبات الصغيرة. (الدرس ٨ - ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد مساحة كل من المثلثات الآتية:

٣٠ طول القاعدة: ٣ بوصات، الارتفاع: ١٠ بوصات.

٣١ طول القاعدة: ٨ أقدام، الارتفاع: ٧ أقدام.

٣٢ طول القاعدة: ٥ سم، الارتفاع: ١١ سم.





حجم المنشور والأسطوانة

٨ - ٤

نشاط



حجم المنشور الرباعي المجاور يساوي ١٢ وحدة مكعبة.
كوّن ثلاثة أشكال للمنشور الرباعي حجم كلٌّ
منها ١٢ وحدة مكعبة.
انسخ الجدول الآتي وأكمله:

الخطوة ١

الخطوة ٢

المنشور	الطول (وحدة)	العرض (وحدة)	الارتفاع (وحدة)	مساحة القاعدة (وحدة مربعة)
أ	٤	١	٣	٤
ب				
ج				
د				

فكرة الدرس:

أجد حجم كل من المنشور
والأسطوانة.

المفردات

الحجم

الأسطوانة

مجسم مركب

- ١ صف العلاقة بين حجم المنشور (ح) وأبعاده الثلاثة: الطول (ل)، والعرض (ض)، والارتفاع (ع).
- ٢ صف العلاقة بين مساحة القاعدة (م) والارتفاع (ع) من جهة، وحجم المنشور (ح) من جهة أخرى.

الحجم هو قياس الحيز الذي يشغله الجسم في الفضاء، ويقاس بالوحدات المكعبة مثل السنتيمترات المكعبة (سم^٣)، أو الأقدام المكعبة (قدم^٣)، أو المتر المربع (م^٣).

مفهوم أساسي

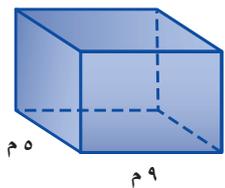
النماذج:

التعبير اللفظي: حجم المنشور (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

الرموز: $ح = م \times ع$

إيجاد حجم المنشور

مثالان



١ أوجد حجم المنشور الرباعي المجاور.

$$ح = م \times ع$$

$$ح = (ل \times ض) \times ع$$

$$ح = (٥ \times ٩) \times ٦,٥$$

$$ح = ٢٩٢,٥$$

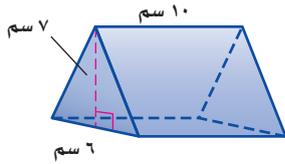
فيكون حجم المنشور ٢٩٢,٥ م^٣

إرشادات للدراسة

خطأ شائع

تذكر أن قاعدتي المنشور الثلاثي تكونان على صورة مثلث.

في المثال ٢، فإن القاعدتان ليستا من أعلى الشكل وأسفله بل على جوانبه.



أوجد حجم المنشور الثلاثي المجاور.

$$ح = م \times ع$$

$$ح = \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 6 \right) \times 10$$

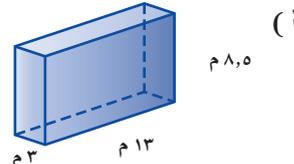
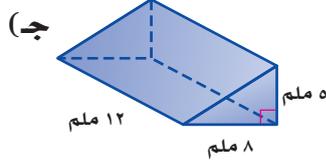
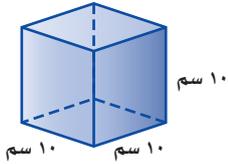
$$القاعدة مثلثة، لذلك م = \frac{1}{2} \times 7 \times 6$$

$$ح = \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 6 \right) \times 10$$

$$ح = 210$$

الحجم هو ٢١٠ سم^٣.

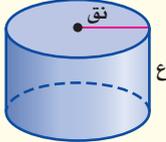
تحقق من فهمك: أوجد حجم كل منشور مما يأتي:



الأسطوانة مجسم قاعدتاه دائرتان متطابقتان ومتوازيتان متصلتان معًا بجانب منحني. ويمكن استعمال الصيغة $ح = م \times ع$ لإيجاد حجم أسطوانة، والقاعدة هي دائرة.

حجم الأسطوانة

التعبير اللفظي: حجم الأسطوانة (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

النموذج: 

الرموز: $ح = م \times ع$

إرشادات للدراسة

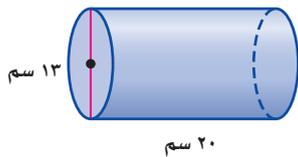
تقدير

للتحقق من معقولية جوابك، يمكنك تقدير حجم الأسطوانة في المثال ٣ ليكون:

$$٣ \times ٧ \times ٢٠ = ٢٩٤٠ \text{ م}^٣ \text{ تقريبًا.}$$

مثال

إيجاد حجم الأسطوانة



أوجد حجم الأسطوانة المجاورة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

بما أن القطر يساوي ١٣ سم، فإن نصف القطر يساوي ٦,٥ سم.

$$ح = ط \times ع$$

$$ح = ط \times (٦,٥) \times ٢٠$$

$$ح \approx ٢٦٥٤,٦$$

الحجم يساوي ٢٦٥٤,٦ سم^٣ تقريبًا.

تحقق من فهمك:

أوجد حجم كل من الأسطوانات الآتية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

(د) نصف القطر ٢ م، والارتفاع ٧ م. (هـ) القطر ١٨ سم، والارتفاع ٥ م.

المجسم المكوّن من أكثر من نوع من المجسمات يُسمى **مجسّمًا مركّبًا**، ولإيجاد حجم هذا المجسّم، قسّمه إلى مجسمات يسهل إيجاد أحجامها.

إرشادات للدراسة

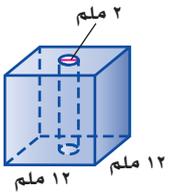
تقدير

في المثال ٤، يمكنك التحقق من معقولية الجواب بتقدير الحجم:
 $12 \times 12 \times 12 = 1728$ ملم^٣.
 لاحظ أنه أكثر بقليل من ١٦٩٠ ملم^٣، إذن الجواب معقول.

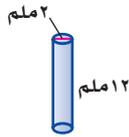
مثال

إيجاد حجم المجسّم المركب

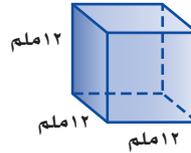
براعة: تستعمل مي خرزًا مكعب الشكل لصنع حُلبي، وكل خرزة لها ثقب أسطواني في وسطها. أوجد حجم الخرزة. تتكون الخرزة من منشور رباعي وأسطوانة، أوجد حجم كل مجسّم منهما.



الأسطوانة



المنشور الرباعي



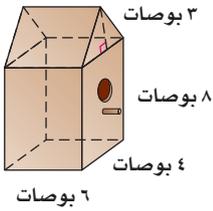
$$ح = ع م = 37,7 = 12 \times (2 \times 1) = 37,7$$

$$ح = ع م = 1728 = 12 \times (12 \times 12)$$

حجم الخرزة = $1728 - 37,7 = 1690,3$ ملم^٣.

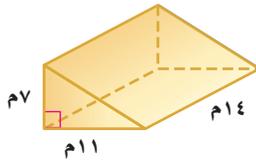
تحقق من فهمك:

(و) **طيور:** صمّم نجار قفصًا للطيور الصغيرة كما في الشكل المجاور، أوجد حجم القفص.

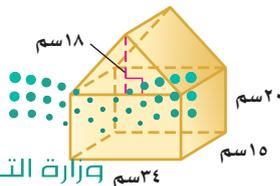
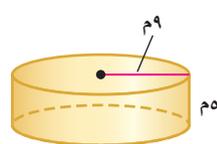
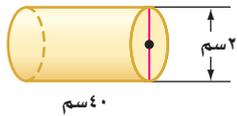


تأكّد

أوجد حجم كل منشور ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:



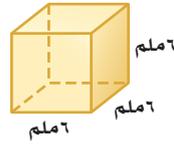
أوجد حجم كل أسطوانة ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:



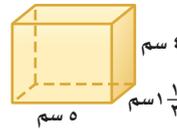
٥ ألعاب: أهدي بيت الدمية المجاور لأخت منال الصغرى. فما حجمه؟

للأسئلة	انظر الأمثلة
٦-٩	٢٠١
١٣، ١٢	٣
١٠، ١١	١٥، ١٤
١٦	١٧

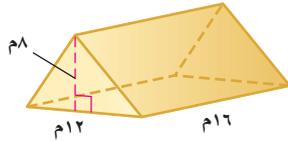
أوجد حجم كل مجسّم مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:



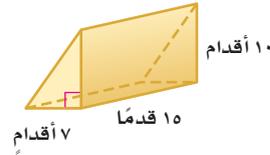
٧



٨



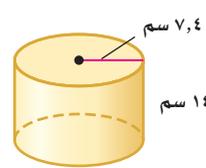
٩



١٠



١١



١٢

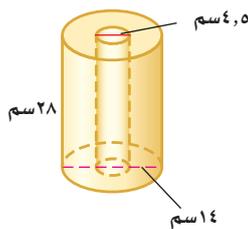
١٢ منشور رباعي: طوله ٤ سم، وعرضه ٦ سم، وارتفاعه ١٧ سم.

١٣ منشور ثلاثي: ارتفاعه $8\frac{1}{3}$ م، وقاعدته مثلثة الشكل ارتفاعها ١٤ م، وطول قاعدتها ٥ م.

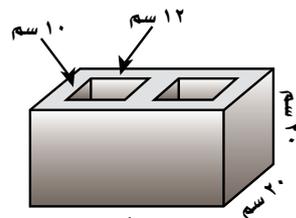
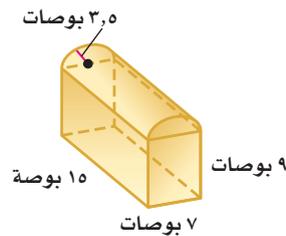
١٤ أسطوانة: نصف قطر قاعدتها ٢٥ ملم، وارتفاعها ٢٠ ملم.

١٥ أسطوانة: قطر قاعدتها ٢، ٧ بوصات، وارتفاعها ٨، ٥ بوصات.

١٧ **مناشف:** يبين الشكل أذناه أبعاد لفة مناشف ورقية جديدة. فما حجمها؟



١٦ **صندوق:** أوجد حجم صندوق المجوهرات الموضح أذناه؟



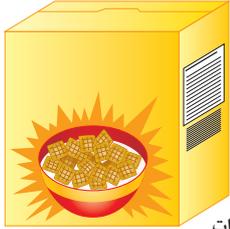
١٨ **بناء:** طوب بناء خرساني على شكل منشور رباعي فيه ثقبان متساويان كما في الشكل المجاور، ما حجم مادة الخرسانة في طوب البناء؟



١٩ أوجد ارتفاع منشور رباعي طوله ٨, ٦ م، وعرضه ٥, ١ م، وحجمه ٨, ٩١ م^٣.

٢٠ أوجد ارتفاع أسطوانة طول نصف قطرها ٤ سم، وحجمها ٦, ٣٠١ سم^٣.

٢١ **تجارة:** اشترى تاجر كمية من السمسم حجمها ٢٥٠٠ بوصة مكعبة، ثم وزَّعها في علب أبعادها ٢ × ٦ × ٨ بوصات، فإذا باع ٢٠ علبة منها، فكم يبقى من كمية السمسم؟



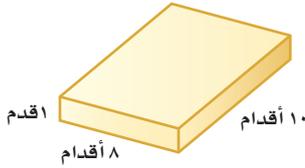
٢٢ **تغليف:** يبين الشكل المجاور علبة كرتونية، إذا قرَّرت الشركة المصنِّعة استعمال تصميم جديد للعلبة بالحجم والارتفاع نفسه، ولكن بشكل أسطواني، فما طول قطر قاعدة الشكل الجديد الذي يمكن استعماله؟

٩ بوصات

٣ بوصات

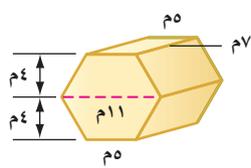
٨ بوصات

٢٣ **برك:** قرَّر أحمد حفر بركة سباحة لأطفاله بطول ٢٠ قدماً، وعرض ١١ قدماً، وعمق ٥, ٢ قدم، وسينقل التراب الناتج عن الحفر بعربة تتسع لـ ٩ أقدام مكعبة من التراب، فكم مرة تستعمل العربة لنقل التراب من الموقع؟



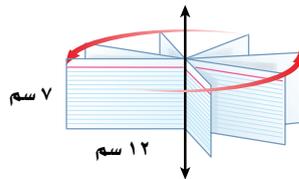
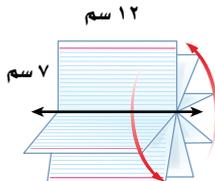
٢٤ **حدائق:** يعمل إبراهيم حوضاً لزراعة الخضراوات بالقياسات المبيّنة. واستعمل لذلك أكياس تراب سعة الواحد منها ٥, ٠ ياردة مكعبة، فكم كيساً يحتاجها لملء الحوض؟

(إرشاد: ١ ياردة مكعبة = $3 \times 3 \times 3 = 27$ قدماً مكعبة)



٢٥ **هندسة:** اشرح كيف يمكنك إيجاد حجم المنشور السداسي المجاور، ثم أوجد حجمه.

٢٦ افترض أن لديك بطاقة ملاحظات مستطيلة الشكل بُعدها ٢١ سم × ٧ سم، إذا دَوَّرت البطاقة حول ضلعها الأطول، ثم حول ضلعها الأقصر كما في الشكل أدناه، فكوّنت أسطوانتين مختلفتين. أيّ الأسطوانتين حجمها أكبر؟ فسّر إجابتك.



تحذّر: للأسئلة (٢٧-٣٠) صِفْ كيف يتأثر حجم كل مجسم مما يأتي بعد إجراء التغيير المذكور في أبعاده.

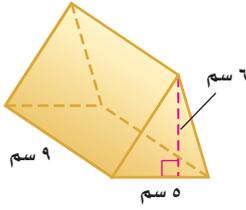
٢٧ مضاعفة أحد أبعاد المنشور المستطيلي.

٢٨ مضاعفة بُعدين من أبعاد المنشور المستطيلي.

٢٩ مضاعفة جميع أبعاد المنشور المستطيلي.

٣٠ مضاعفة نصف قطر قاعدة الأسطوانة.

٣١ **مسألة مفتوحة:** اختر مجسماً أسطوانياً، ثم أوجد حجمه، وتحقق من استعمال وحدات مناسبة، وفسّر إجابتك.



٣٢ **اكتشف الخطأ:** أوجد كلٌّ من زيد ولؤي حجم المنشور المجاور، فأيهما توصل للجواب الصحيح؟



لؤي

$$\begin{aligned} ٤ \times ٢ &= ٨ \\ ٩ \times (٦ \times ٥ \times \frac{١}{٢}) &= ٨ \\ ٣٣٥ &= ٨ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٤ \times ٢ &= ٨ \\ ٦ \times (٥ \times ٩) &= ٨ \\ ٢٧٠ &= ٨ \end{aligned}$$

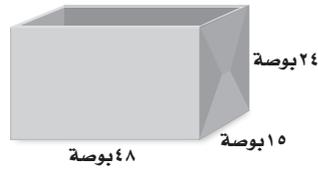


زيد

٣٣ **الكتب:** صيغتين يمكنك استعمالهما لإيجاد حجم المنشور المستطيلي (متوازي المستطيلات)، واذكر الصيغة التي تفضلها، وبين سبب ذلك.

تدريب على اختبار

٣٥ **إجابة قصيرة:** صندوق مصنوع من الكرتون أبعاده موضحة على الشكل أدناه. ما حجم الصندوق بالأقدام المكعبة؟



٣٤ أسطوانة طول قطرها ١٢ بوصة، وارتفاعها ٣٠ بوصة، قدر حجم الأسطوانة بالأقدام المكعبة؟ (ارشاد: ١ قدم = ١٢ بوصة)

- (أ) ١ قدم مكعبة
(ب) ٢ قدم مكعبة
(ج) ٣ أقدام مكعبة
(د) ٤ أقدام مكعبة

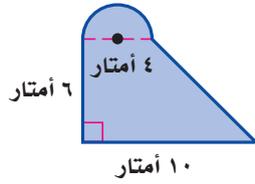


مراجعة تراكمية

٣٦ ما عدد أحرف الهرم الثماني؟ (الدرس ٨ - ٣)



٣٧ كرة السلة: يبين الشكل المجاور منطقة مستطيلة الشكل من ملعب كرة سلة تحت المرمى تسمى المنطقة المحرّمة ، حيث لا يسمح للاعبين البقاء فيها من ملعب الخصم لأكثر من ٣ ثوان دون الاستحواذ على الكرة، كذلك يظهر في الشكل نصف دائرة تحوى خط الرمية الحرّة وتسمى دائرة الرمية الحرّة . أوجد مساحة هذين الجزأين. (الدرس ٨ - ١)



٣٨ أوجد مساحة الشكل المركب المجاور. (الدرس ٨ - ١)

٣٩ سقط ضفدع في حفرة عمقها ٨ أقدام ، إذا تمكن الضفدع من التسلق على حافة الحفرة ٣ أقدام نهار كل يوم، ولكنه ينزلق إلى أسفل قدمين بالليل ، فكم يوماً يحتاج الضفدع حتى يخرج من الحفرة؟ استعمل استراتيجية "حل مسألة أبسط". (الدرس ٨ - ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد ناتج الضرب في كل مما يلي :

$$١٥ \times ٧ \times \frac{1}{3} \quad ٤١$$

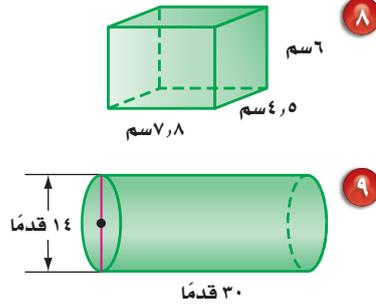
$$١٠ \times ٦ \times \frac{1}{3} \quad ٤٠$$

$$٢٠ \times ٦ \times \frac{1}{3} \quad ٤٣$$

$$٩ \times ٤ \times \frac{1}{3} \quad ٤٢$$



أوجد حجم كل مجسم مما يلي ، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٨-٤)



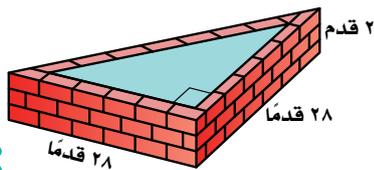
٨ اختيار من متعدد: ما حجم صندوق مكعب الشكل، طول حرفه ١٥ بوصة؟ (الدرس ٨-٤)

- (أ) ٢٢٥ بوصة مكعبة (ب) ٩٠٠ بوصة مكعبة
(ج) ١٣٥٠ بوصة مكعبة (د) ٣٣٧٥ بوصة مكعبة

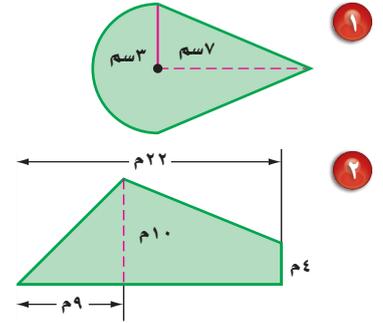
٩ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات) حجمه ٤، ٨٨ م^٣، ما عرض قاعدة المنشور إذا كان طولها ٦، ٧ م وارتفاع المنشور ٨ م؟ مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٨-٤)

١٠ شمع: قطر شمعة اسطوانية الشكل ١٠ سم، وارتفاعها ٢١ سم، إذا تم إذابتها وتحويلها إلى قطع متساوية كل منها على هيئة منشور أبعاده ٤ سم × ٦ سم × ٨ سم، فكم عدد القطع الناتجة؟ (الدرس ٨-٤)

١١ برك: بركة لأسماك الزينة على شكل منشور ثلاثي تقع في أحد المجمعات التجارية، استعمل الشكل أدناه لإيجاد حجم البركة. (الدرس ٨-٤)



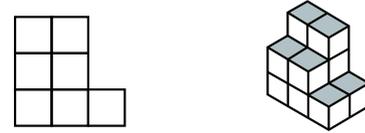
أوجد مساحة الشكلين الآتين، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٨-١)



١٢ ما رقم الآحاد في العدد ٣^{٢٠٠}؟ (استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط) (الدرس ٨-٢)

١٣ حفلات: تُباع البالونات في أكياس سعة كل منها ١٥ بالونة أو ٣٥ بالونة، وتحتاج ريم إلى ١٩٥ بالونة لتزيين مكان حفل، فكم كيساً من كل نوع على ريم أن تشتري؟ (استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط). (الدرس ٨-٢)

١٤ يمثل الشكل أدناه مخططاً لمجسم صُنع من المكعبات، فأی منظر لهذا المجسم يمثله الشكل أدناه: الأمامي أم الجانبي أم العلوي؟ (الدرس ٨-٣)



١٥ ألعاب: ارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبي لمكعب الألغاز المجاور. (الدرس ٨-٣)



١٦ اختيار من متعدد: أرادت مها رسم جميع أوجه منشور ثلاثي. فما الأشكال التي ستظهر في ورقها؟ (الدرس ٨-٢)

- (أ) مربعان ومثلثان.
(ب) مثلثان وثلاثة مستطيلات.
(ج) ثلاث مثلثات.
(د) مثلث، وثلاث مستطيلات.





حجم الهرم والمخروط

٨ - ٥

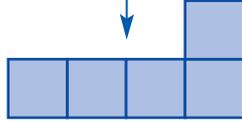
نشاط

في هذا النشاط، سوف تستقصي العلاقة بين حجمي هرم ومنشور تتساوى فيهما مساحة القاعدة وطول الارتفاع.

اطو المربعات لتشكيل مكعباً مفتوحاً من الأعلى وألصق حوافها



ألصقها معاً كما هو مبين



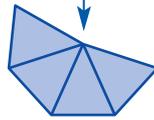
ارسم ٥ مربعات وقصها



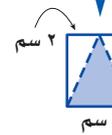
اطو المثلثات لتشكيل هرماً رباعياً مفتوحاً وألصق حوافها



ألصقها معاً كما هو مبين



ارسم ٤ مثلثات متطابقة الساقين وقصها



١ قارن بين كل من مساحتي القاعدتين والارتفاع في الشكلين.

٢ املا الهرم بالرمل، وامسح أعلاه بمسطرة لتسوية السطح، ثم فرغ الرمل في المكعب، وكرر العملية حتى يمتلئ المكعب. كم مرة قمت بتعبئة الهرم لمملء المكعب؟

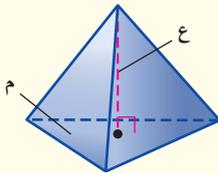
٣ ما الكسر الذي يُمثل الكمية التي تملأ المكعب من هرم واحد؟

حجم الهرم يساوي ثلث حجم المنشور المساوي له في مساحة القاعدة والارتفاع.

مفهوم أساسي

حجم الهرم

النموذج:

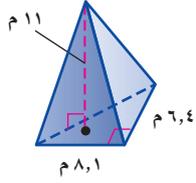


التعبير اللفظي: حجم الهرم (ح) يساوي ثلث ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

$$ح = \frac{1}{3} م ع$$

الرموز:

ارتفاع الهرم أو المخروط هو البعد العمودي بين الرأس والقاعدة.



مثال إيجاد حجم الهرم

أوجد حجم الهرم المجاور، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

$$ح = \frac{1}{3} \times 6.4 \times 6.4 \times 11 = 11.8 \text{ م}^3$$

$$ح = \frac{1}{3} \times (6.4 \times 6.4) \times 11 = 11.8 \text{ م}^3$$

$$ح = 95.04 \text{ م}^3$$

فيكون الحجم 95 م³ تقريباً.

تحقق من فهمك

أ) أوجد حجم هرم ارتفاعه 5 م، وقاعدته مربع طول ضلعه 2 م.

إرشادات للدراسة

تقدير

بيدتك تقدير حجم الهرم

في المثال (1) ليكون

$$\frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 11 = 132 \text{ م}^3$$

تقريباً.

بما أن 95.04 م³ قريبة إلى

132 م³، إذن الجواب مقبول.



مثال من واقع الحياة

فن البناء: برج الفيصلية يمثل هرمًا مقوس الحواف. واعتمادًا على المعلومات المجاورة، احسب المساحة التقريبية لقاعدته، إذا كان حجم الهرم الذي يمثله 133500 م³ تقريباً.

حجم الهرم.

$$ح = \frac{1}{3} \times م \times م \times 267 = 133500$$

$$ح = 133500 = \frac{1}{3} \times م \times م \times 267$$

$$م \times م \times \frac{267}{3} = 133500 \times \frac{3}{267}$$

$$م \times م = 1500$$

بسط.

فتكون مساحة قاعدته 1500 م² تقريباً.

تحقق من فهمك

ب) براعة: صنع ماجد شمعة على شكل هرم، حجمها 864 سم³، ومساحة قاعدتها 144 سم²، فما ارتفاعها؟

الربط بالحياة

برج الفيصلية أحد أبرز معالم مدينة الرياض، ويبلغ ارتفاعه 267 م، ويحتل المرتبة الأربعين ضمن أطول مباني العالم بارتفاع ثلاثين طابقاً، ويرتفع إلى أعلى بشكل هرمي مقوس الحواف تعلوه كرة زجاجية.

المخروط شكل ثلاثي الأبعاد له قاعدة دائرية، وسطح منحنٍ يصل القاعدة بالرأس. وعلاقة حجم المخروط بحجم الأسطوانة كعلاقة حجم الهرم بحجم المنشور.

مفهوم أساسي

حجم المخروط

النموذج:



التعبير اللفظي: حجم المخروط (ح) الذي نصف قطر

قاعدته (نق) يساوي ثلث ناتج ضرب

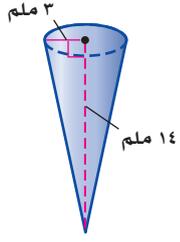
مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

$$ح = \frac{1}{3} \times م \times م \times ع \text{ أو } ح = \frac{1}{3} \times ط \times نق \times ع$$

الرموز:

مثال

إيجاد حجم المخروط



أوجد حجم المخروط المجاور.

$$ح = \frac{1}{3} ط نق^2 ع$$

حجم المخروط.

$$ح = \frac{1}{3} ط \times 3^2 \times 14$$

نق = 3، ع = 14.

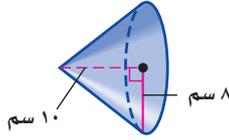
$$ح \approx 131,9$$

بسّط، استعمل الآلة الحاسبة (ط = π).

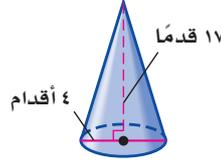
فيكون الحجم 131,9 ملم³ تقريباً.

تحقق من فهمك:

أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



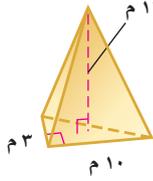
(د)



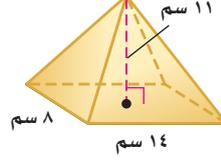
(ج)

تأكد

أوجد حجم كل هرم ممّا يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



١



٢

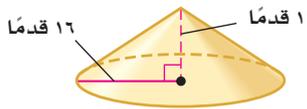
٣ أوجد حجم هرم ارتفاعه 17 متراً، وقاعدته مربعة طول ضلعها 22 متراً.

٤ **آثار:** هرم (منقرع) هو أحد أهرامات مصر القديمة، ارتفاعه الحالي 5 م، 65 م، وحجمه 254664 م³ تقريباً، فما طول كل جانب من قاعدته المربعة؟

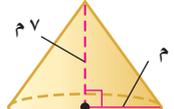
المثال ٢

أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

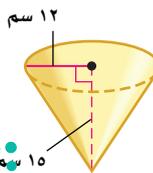
المثال ٣



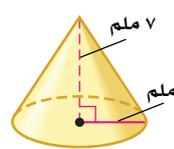
٦



٥



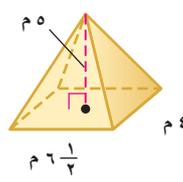
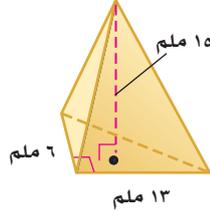
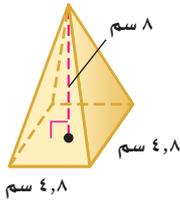
٨



٧

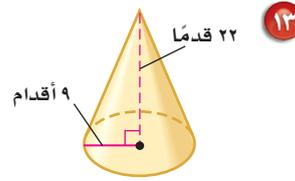
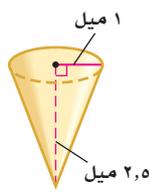
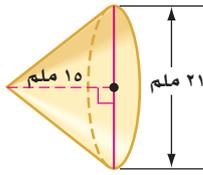
للأسئلة	انظر الأمثلة
١٠-١٢	١
١٧	٢
١٣-١٦	٣

أوجد حجم كل هرم مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



١٢ هرم ثلاثي: قاعدته على شكل مثلث طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٧ سم، وارتفاع الهرم ١٥ سم.

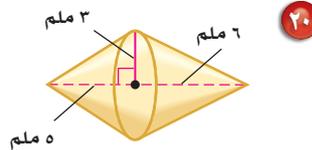
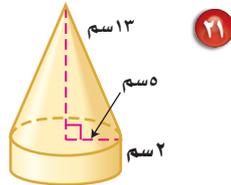
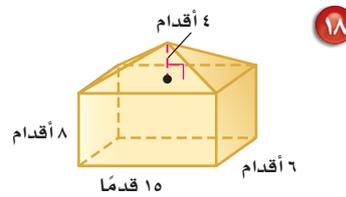
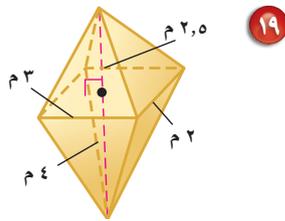
أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



١٦ مخروط: قطر قاعدته ١٢ م، وارتفاعه ٥ م.

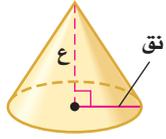
١٧ علوم: أنشئ نموذج جبل بركاني؛ ليكون مشروعاً في مادة العلوم على شكل مخروط طول قطر قاعدته ٨ سم، فإذا كان حجم النموذج ٢٠١ سم^٣ تقريباً، فما ارتفاعه؟

أوجد حجم كل مجسم، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:



٢٢ قبعات: يريد مهرج أن يملأ قبعته رملاً، استعمل الرسم المجاور لتحديد كم تسع قبعته من الرمل.

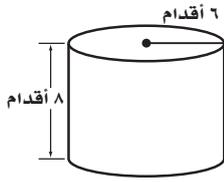
٢٣ **تحّد:** ماذا يحدث لارتفاع مخروط عند ضرب نصف القطر في ثلاثة مع المحافظة على الحجم نفسه؟



٢٤ **الحسّ العددي:** أيُّهما له تأثير أكبر في حجم المخروط: مضاعفة نصف قطره، أم مضاعفة ارتفاعه؟ برّر إجابتك.

٢٥ **الكتب:** موقفاً من واقع الحياة يمكن أن يُحل بإيجاد حجم المخروط.

تدريب على اختبار



٢٧ ما حجم الأسطوانة المجاورة؟ مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

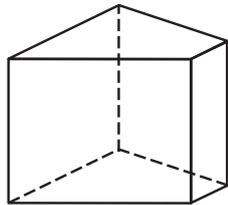
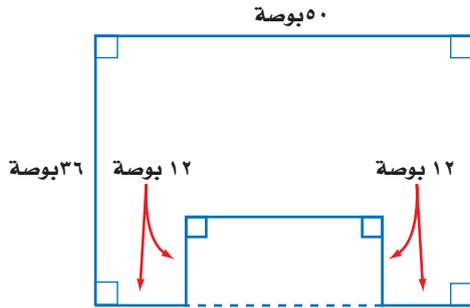
(أ) ٤٨ قدمًا مكعبة (ب) ١٥٠,٣ قدمًا مكعبة (ج) ٢٨٨ قدمًا مكعبة (د) ٩٠٤,٨ قدمًا مكعبة

٢٨ هرم قاعدته مستطيلة الشكل، بُعدها ١٨ بوصة \times ٣٠ بوصة، وارتفاعه ٣٦ بوصة. أيُّ مما يأتي أقرب إلى حجم الهرم بالأقدام المكعبة؟ (إرشاد: ١ قدم = ١٢ بوصة)

(أ) ٢,٥ قدم مكعبة (ب) ٣ أقدام مكعبة (ج) ٤ أقدام مكعبة (د) ٥,٥ أقدام مكعبة

مراجعة تراكمية

٢٨ **أثاث:** يبين الشكل المجاور سطح طاولة. ما مساحة سطح الطاولة؟ (الدرس ٨ - ١)



٢٩ **صابون:** أوجد حجم علبة ٣ بوصات \times ٥ بوصات \times ٧ بوصات الصابون السائل في الشكل المجاور. (الدرس ٨ - ٤)



الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد محيط كل دائرة مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٣٣ قطرها ٥,٥ أقدام

٣٤ نصف قطرها ٣,٨ سم

٣١ قطرها ٩ بوصات

٣٣ نصف قطرها ٢ م





معمل القياس

مساحة سطح الأسطوانة

استكشاف

٦-٨

المخططات: هي أنماط من بُعدين لأشكال ثلاثية الأبعاد. ولتكوين مخطط لمجسم ما، جزّئه إلى أشكال منفصلة، ويمكنك استعمال المخطط لإيجاد مساحة كل وجه لمجسم ثلاثي الأبعاد مثل الأسطوانة.

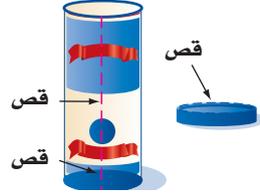
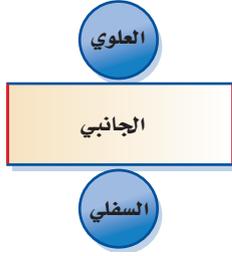
نشاط



الخطوة ١ استعمال وعاء أسطواني الشكل فارغاً له غطاء، وقس ارتفاع الوعاء، وسجّله.

الخطوة ٢ لَوّن غطاء الوعاء وقاعدته باللون الأزرق، وِصل بينهما بخط أحمر رأسي.

الخطوة ٣ ارفع الغطاء، وقم بقص الوعاء كما في الشكل أدناه، ثم ابسط الجانب المنحني للأسطوانة على سطح أفقي وأضف الغطاء والقاعدة ليتكون مخطط الأسطوانة.



فكرة الدرس:

أجد مساحة سطح الأسطوانة باستعمال النماذج والمخططات.

المفردات

المخطط

حلّ النتائج

- ١ صِف الأجزاء المستوية التي تكوّن مخطط الوعاء الأسطواني.
- ٢ أوجد مساحة كل جزءٍ منها، ومجموع تلك المساحات.
- ٣ أوجد قطر الجزء الأعلى للوعاء الأسطواني، واستعمله في إيجاد محيط ذلك الوجه.
- ٤ اضرب المحيط في ارتفاع الوعاء، فماذا تشكل هذه النتيجة؟
- ٥ اجمع النتيجة من سؤال ٤ إلى مجموع مساحة القاعدتين الدائريتين.
- ٦ قارن بين إجابتك عن التمرينين ٢، ٥.
- ٧ **خمن:** اكتب طريقة لإيجاد المساحة الكلية لسطح أسطوانة عُلِم قياس كلٍّ من ارتفاعها وقطر إحدى قاعدتيها.

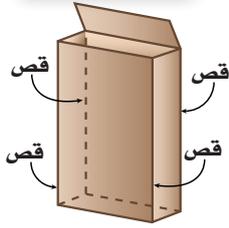




مساحة سطح المنشور والأسطوانة

٦ - ٨

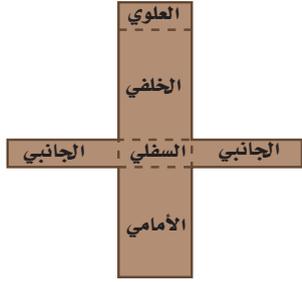
نشاط



الخطوة ١
استعمل صندوقًا ذا غطاء كما في الشكل المجاور، وقس ارتفاعه ومحيط وجهه العلوي أو السفلي، وسجل ذلك.

الخطوة ٢
سمّ الوجه العلوي والسفلي والأمامي والخلفي والجانبين.

الخطوة ٣
افتح الغطاء وقصّ الصندوق في ٤ أحرف كما في الشكل، ثم افتح الصندوق وضعه بشكل مستو لتكوين مخطّطه، وقس أبعاد كل وجهٍ وسجلها.



١ أوجد مساحة كل وجه، ثم مجموع تلك المساحات.

٢ اضرب محيط قاعدة الصندوق في ارتفاعه. ماذا يمثل ناتج الضرب؟

٣ اجمع ما حصلت عليه في السؤال ٢ إلى مجموع مساحة القاعدتين.

٤ قارن بين الإجابتين في ١ و ٣.

فكرة الدرس:

أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح منشور وأسطوانة.

المفردات

الوجه الجانبي

المساحة الجانبية للسطح

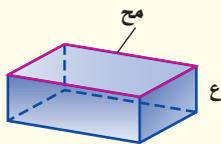
المساحة الكلية للسطح

أوجدت في النشاط مساحة كل سطح (أو وجه) للصندوق. **الوجه الجانبي** لمجسم هو أي سطح مستو وليس القاعدة. **المساحة الجانبية لسطح** مجسم هي مجموع مساحات الأوجه الجانبية له. أما **المساحة الكلية لسطح** مجسم فهي مجموع مساحات جميع أوجهه.

مفهوم أساسي

المساحة الجانبية لسطح المنشور

التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (ج) لسطح منشور **النموذج:**



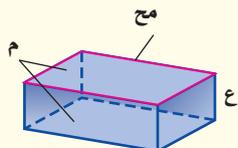
تساوي ناتج ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع).

$$\text{ج} = \text{مح} \times \text{ع}$$

الرموز:

المساحة الكلية لسطح المنشور

التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح منشور **النموذج:**



هي مجموع المساحة الجانبية ومساحة القاعدتين.

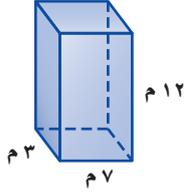
$$\text{ك} = \text{ج} + ٢ \text{م} \times \text{ع} \text{ أو } \text{ك} = \text{مح} \times \text{ع} + ٢ \text{م} \times \text{ع}$$

الرموز:

قاعدتا المنشور

الرباعي

للأمثلة والتبارين في هذا الكتاب افترض أن الوجهين العلوي والسفلي للمنشور المستطيلي (متوازي المستطيلات) هما قاعدتاها.



أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح المنشور الرباعي المجاور. قاعدتاها مستطيلان بُعدا كل منهما ٣م، ٧م. ابدأ بإيجاد المحيط والمساحة للقاعدتين.

محيط القاعدة مساحة القاعدة

$$\text{مح} = ٢ \text{ الطول} + ٢ \text{ العرض} \quad \text{ق} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$\text{مح} = ٢(٧) + ٢(٣) = ٢٠ \quad \text{ق} = ٣ \times ٧ = ٢١$$

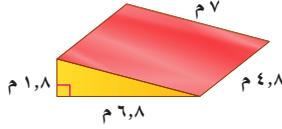
استعمل هذه المعلومات لإيجاد المساحة الجانبية والكلية للمنشور.

المساحة الجانبية المساحة الكلية

$$\text{ج} = \text{مح} \times \text{ع} \quad \text{ك} = \text{ج} + \text{ق}$$

$$\text{ج} = ١٢ \times ٢٠ = ٢٤٠ \quad \text{ك} = ٢٤٠ + ٢١ \times ٢ = ٢٨٢$$

فتكون المساحة الجانبية ٢٤٠م^٢، والمساحة الكلية ٢٨٢م^٢.



تزلج مائي: يُستعمل في منافسات التزلج على الماء منحدر مغطى بالشمع أو الزجاج الليفي، أوجد المساحة الكلية لسطح المنحدر.

$$\text{قَدْر: ك} = ٢ \times ٧ + ٥ \times (٧ + ٧ + ٢) = ٢٩٤$$

قاعدتا المنشور مثلثان متطابقان، أطوال أضلاع كل منهما ٨م، ٦م، ٧م، أوجد محيط إحدى القاعدتين ومساحتها.

محيط القاعدة مساحة القاعدة

$$\text{مح} = ٧ + ٦ + ٨ = ٢١ \quad \text{ق} = \frac{١}{٢} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مح} = ١٥, ٦ \quad \frac{١}{٢} \times (٦, ٨) \times ١, ٨ = ٢, ١٢$$

استعمل هذه المعلومات لإيجاد المساحة الكلية.

$$\text{ك} = \text{مح} \times \text{ع} \quad \text{ك} = ٢ + ٢$$

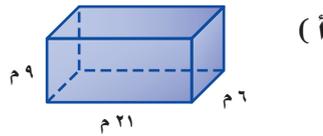
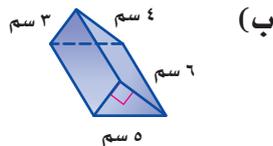
$$\text{ك} = ١٥, ٦ \times ٢ + ٤, ٨ \times ٢ = ٦, ١٢$$

$$\text{ك} = ٨٧, ١٢$$

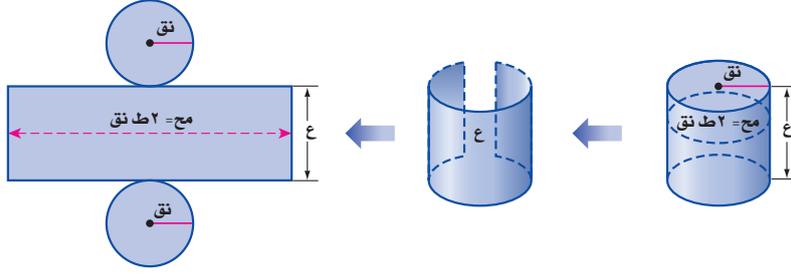
المساحة الكلية هي ٨٧, ١٢م^٢. قارن الإجابة بالمساحة المقدر.

تحقق من فهمك:

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل منشور فيما يأتي:



يمكنك إيجاد المساحة الكلية لسطح أسطوانة، بإيجاد مساحة قاعدتيها وإضافة مساحة السطح الجانبي المنحني. عند قصّ الأسطوانة يتكون مخططها من دائرتين ومستطيل.



النموذج	المخطط	المساحة
القاعدتان الدائريتان	دائرتان متطابقتان بنصف قطر نق	$2(ط نق)^2$
الغطاء الجانبي	مستطيل عرضه ع وطوله 2 ط نق	$2 ط نق \times ع$

كما في المنشور، استعمل قياسات الأسطوانة لإيجاد المساحة الجانبية والكليّة لسطحها.

إرشادات للدراسة

أسطوانات

صيخ المساحة الجانبية والكلية للأسطوانة تشبه الصيخ المناظرة لها للمنشور. ففي المنشور:

$$ج = مح \times ع$$

وبها أن قاعدة الأسطوانة دائرية، فإن محيطها هو محيط الدائرة (مح = 2 ط نق).

وفي المنشور: $ك = ج + 2 ط نق^2$ وبها أن قاعدة الأسطوانة دائرية، فإن مساحتها هي مساحة الدائرة ط نق².

المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة

التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (ج) لسطح أسطوانة ارتفاعها (ع) ونصف قطر قاعدتها (نق) هي ناتج ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع).

النموذج: محيط الدائرة = 2 ط نق

الرموز: ج = مح ع أو ج = 2 ط نق ع

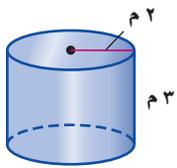
المساحة الكلية لسطح الأسطوانة

التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح أسطوانة ارتفاعها (ع) ونصف قطر قاعدتها (نق) هي مجموع المساحة الجانبية ومساحة القاعدتين.

النموذج: مساحة القاعدة = ط نق²

الرموز: ك = ج + 2 ط نق² أو ك = 2 ط نق ع + 2 ط نق²

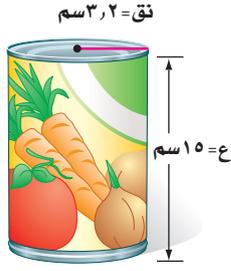
مثالان



أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الأسطوانة المجاورة.

المساحة الجانبية	ج = 2 ط نق ع
ج = 2 ط 2 × 3	ج = 2 ط 2 × 3
ج ≈ 37,7	ج ≈ 37,7
المساحة الكلية	ك = ج + 2 ط نق ²
ك = 37,7 + 2 ط (2) ²	ك = 37,7 + 2 ط (2) ²
ك ≈ 62,8	ك ≈ 62,8

المساحة الجانبية للأسطوانة 37,7 م² تقريباً، والمساحة الكلية 62,8 م² تقريباً.



ملصقات: أوجد مساحة الملصق على العلبة المبيّنة

في الشكل المجاور.

بما أن الملصق يغطي السطح الجانبي، فإنك تحتاج فقط إلى إيجاد المساحة الجانبية للعلبة.

قَدِّر: ج = 2 ط نق ع

$$ج \approx 2 \times 3 \times 3 \times 15 = 630$$

$$ج \approx 270 \text{ سم}^2$$

المساحة الجانبية للأسطوانة.

$$ج = 2 \text{ ط نق ع}$$

$$ج = 2 \text{ ط } 3, 2 \times 15 = 630$$

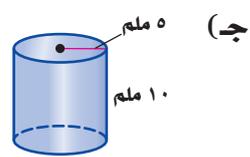
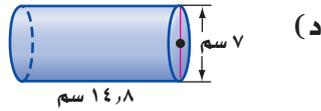
$$ج \approx 301, 59$$

بسط.

فتكون المساحة الجانبية 302 سم² تقريباً. قارن الجواب بالمساحة المقدّرة.

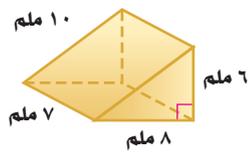
تحقق من فهمك:

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل أسطوانة مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب عُشر:

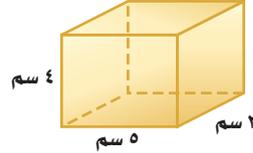


تأكّد

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسّم مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب عُشر:

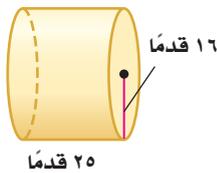


٢

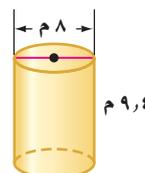


١

المثالان ١، ٢



٤



٣

المثال ٣



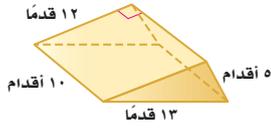
تغليف: تغلف بعض علب العصير الأسطوانية الشكل بورق كما في الشكل المجاور. أوجد مساحة ورقة تغليف علبة العصير.

٥

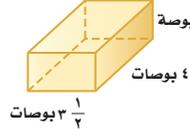
المثال ٤

للأسئلة	انظر الأمثلة
١	٧، ٦
٢	١٢، ٩، ٨
٣	١١، ١٠
٤	١٣

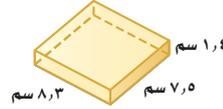
أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسم مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب عشر:



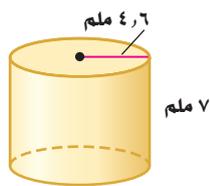
٨



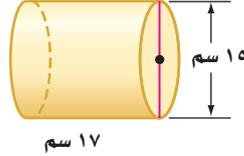
٧



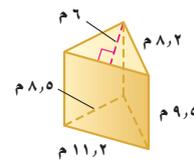
٦



١١



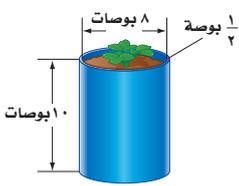
١٠



٩

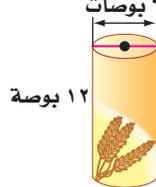


١٢ **خيام:** يُنتج مصنع خياماً بلاستيكية كما في الشكل المجاور. فما مساحة قطعة البلاستيك التي تلزم لصنع خيمة؟



١٣ **فن:** اشترت هناء وعاء النبات المجاور، فإذا كان طول قطره الداخلي ٨ بوصات، وارتفاعه ١٠ بوصات، وسمك الإناء 1/3 بوصة، وأرادت هناء طلاء قاعدة الوعاء وسطحه من الداخل والخارج، فكم بوصة مربعة من الإناء يجب أن تُطلى؟

١٤ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات) طوله ١٢ سم، وعرضه ٤ سم، ومساحته الكلية تساوي ٥٧٦ سم^٢، فما ارتفاعه؟



١٥ **تغليف:** صمّم وعاءان من الكرتون لأحد أنواع الحبوب كما في الشكل المجاور، فإذا كان الحجمان متساويين تقريباً، فأَي الوعائين يحتاج إلى كمية أقل من الكرتون؟ فسّر إجابتك.

١٦ **تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فأعط مثلاً مضاداً: "إذا تساوى حجما منشورين مستطيلين فإنه يكون لهما المساحة الكلية نفسها".

١٧ **تحدّ:** أيّ الحالتين تزداد عندها المساحة الكلية لسطح الأسطوانة بشكل أكبر: مضاعفة الارتفاع مرة أم مضاعفة نصف القطر مرة؟ فسّر إجابتك.

١٨ **الحس العددي:** إذا زدت نصف قطر أسطوانة إلى ثلاثة أمثاله، ففسر كيف يؤثر ذلك في المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة الجديدة بالنسبة لسطح الأسطوانة الأولى.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٩ **الكتب** ما الفرق بين المساحة الجانبية والكلية للمنشور والمساحة الجانبية والكلية للأسطوانة.

تدريب على اختبار

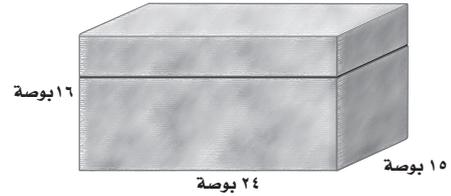
٢١ فرشاة دهان أسطوانية كما في الشكل أدناه.



كم بوصة مربعة مساحة الجزء الذي تغطيه دورة الفرشاة مرة واحدة من الدهان على الحائط، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟

- (أ) ١، ١١٣ بوصة مربعة (ج) ٣، ٢٨ بوصة مربعة
(ب) ٥، ٥٦ بوصة مربعة (د) ٠، ١٨ بوصة مربعة

٢٠ قام فيصل بطلاء الصندوق الموضح بالشكل أدناه من الخارج، فكم المساحة السطحية التي سيقوم فيصل بدهانها بالبوصات المربعة؟



- (أ) ٣٣٠ بوصة مربعة (ج) ١٩٦٨ بوصة مربعة
(ب) ٣٩٩ بوصة مربعة (د) ٥٧٦٠ بوصة مربعة

مراجعة تراكمية

أوجد حجم كل مجسم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم ذلك: (الدرس ٨ - ٥)

٢٢ **هرم رباعي:** قاعدته على شكل مستطيل طوله ١٤ م، وعرضه ١٢ م، وارتفاع الهرم ٧ م.

٢٣ **مخروط:** قطر قاعدته ٢٢ سم، وارتفاعه ٢٤ سم.

٢٤ **صحة:** ثلاثية في مختبر مركز صحي أبعادها الداخلية ١٧ بوصة × ١٨ بوصة × ٤٢ بوصة، إذا وصل إلى المختبر عينات حجمها يزيد على ٨ أقدام مكعبة لحفظها في الثلاثية، فهل تتسع الثلاثية للعينات؟ فسر إجابتك. (الدرس ٨ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد ناتج الضرب في كل مما يلي:

٢٦ $23 \times 10 \times \frac{1}{4}$

٢٥ $2,8 \times \frac{1}{4}$

٢٨ $(20) \left(\frac{1}{3}\right) \frac{1}{4}$

٢٧ $16 \times 2,5 \times \frac{1}{4}$





معمل القياس مخطط المخروط

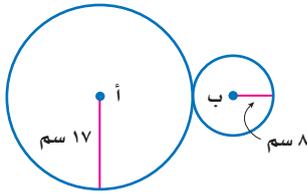
توسّع
٦-٨

المخروط مجسّم ذو قاعدة دائرية واحدة، ويمثل سطحه الجانبي قطاعاً دائرياً من دائرة أكبر. محيط القاعدة الدائرية يساوي طول قوس القطاع الدائري، ومحيط قاعدته يمثل جزءاً من محيط الدائرة الأكبر.

فكرة الدرّس:

أنشئ مخططاً للمخروط.

نشاط



استعمل الفرجار لرسم دائرتين متماسّتين من الخارج، نصف قطر إحداهما ١٧ سم ونصف قطر الأخرى ٨ سم.

الخطوة ١

فكّر: ما الجزء من محيط الدائرة (أ) الذي يساوي محيط الدائرة (ب)؟ افترض أن س هي نسبة محيط الدائرة الصغرى إلى الكبرى.

الخطوة ٢

$$\text{س} (٣٤ ط) = ١٦ ط \quad \text{محيط الدائرة (أ)} = ٣٤ ط.$$

$$\text{محيط الدائرة (ب)} = ١٦ ط.$$

$$\text{س} \times \frac{٣٤ ط}{٣٤ ط} = \frac{١٦ ط}{٣٤ ط} \quad \text{اقسم الطرفين على ٣٤ ط.}$$

$$\text{س} \approx ٠,٤٧ \quad \text{بسّط.}$$

لذا تحتاج إلى ٠,٤٧ من محيط الدائرة (أ).

أوجد قياس الزاوية المركزية التي يجب أن تقطع من الدائرة (أ).

الخطوة ٣

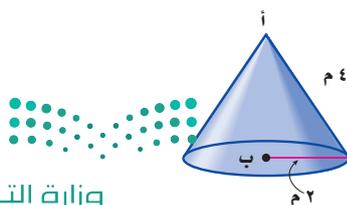
$$٠,٤٧ \times ٣٦٠ \approx ١٧٠^\circ$$

اقطع زاوية مركزية قياسها ١٧٠° من الدائرة (أ)، واعمل مخروطاً.

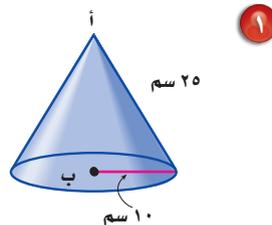


حلّ النتائج:

أوجد الزاوية المركزية لكل مخروط ممّا يأتي، ثم كوّن مخططاً له:



٢

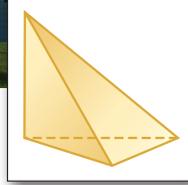
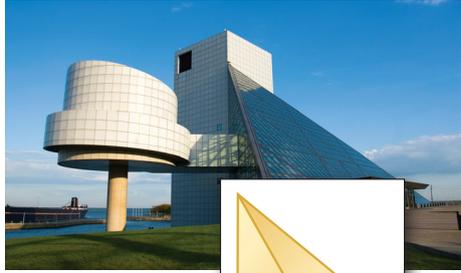


١



مساحة سطح الهرم

٧ - ٨



استعد

بناء: المبنى في الصورة المجاورة صُمم على شكل هرم.

١ ما عدد أوجه الهرم (باستثناء القاعدة)؟ وما شكل كل وجه منها؟

٢ كيف يختلف الهرم عن المنشور؟

٣ كيف يمكنك إيجاد مساحة الزجاج المستعمل في هذا المبنى؟

فكرة الدرس:

أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح الهرم.

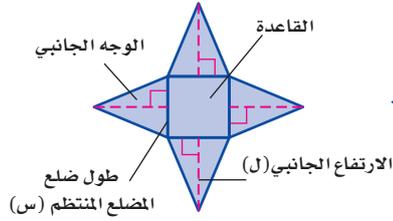
المفردات

الهرم المنتظم

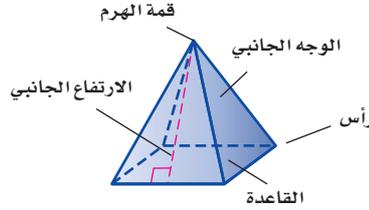
الارتفاع الجانبي

الهرم المنتظم هرم قاعدته مضلع منتظم، وأوجُههُ الجانبية مثلثات متطابقة وكلُّ منها متطابق الساقين. وتلتقي هذه المثلثات عند أعلى الهرم في نقطة تُسمى قمة الهرم، ويُسمى ارتفاع كل وجه جانبي منها **الارتفاع الجانبي**.

مخطط هرم منتظم



نموذج هرم منتظم



لإيجاد المساحة الجانبية لسطح الهرم المنتظم (ج)، انظر إلى المخطط. المساحة الجانبية لسطح الهرم هي مجموع مساحات أوجهه الجانبية. يتكون مخطط الهرم ذي القاعدة المربعة من مربع وأربعة مثلثات كما هو مبين في الشكل أعلاه.

مساحات الأوجه الجانبية.

$$ج = ٤ \left(\frac{١}{٢} س \times ل \right)$$

استعمل خصائص الضرب.

$$ج = \frac{١}{٢} (س \times ٤) ل$$

محيط القاعدة (مح = ٤ س).

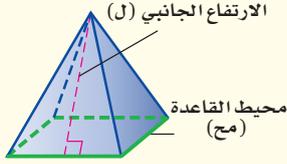
$$ج = \frac{١}{٢} مح ل$$

أما المساحة الكلية لسطح الهرم المنتظم، فتساوي المساحة الجانبية له مضافاً إليها مساحة القاعدة.



التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (ج) لسطح الهرم

النموذج:



المنتظم هي نصف محيط القاعدة (مح) مضروباً في الارتفاع الجانبي (ل).

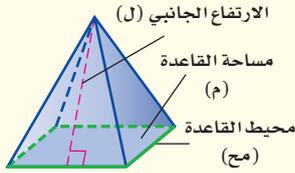
$$ج = \frac{1}{2} \text{ مح ل}$$

الرموز:

المساحة الكلية لسطح الهرم

التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح الهرم

النموذج:



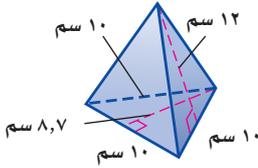
المنتظم هي مجموع المساحة الجانبية (ج) ومساحة القاعدة (م).

$$ك = ج + م \text{ أو } ك = \frac{1}{2} \text{ مح ل} + م$$

الرموز:

مثال

مساحة سطح الهرم



أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الهرم الثلاثي في الشكل المجاور.

$$ج = \frac{1}{2} \text{ مح ل}$$

$$ك = ج + م$$

$$م = 8,7 \times 10 \times \frac{1}{2} = 43,5$$

$$ك = 180 + 43,5 = 223,5$$

$$ج = \frac{1}{2} \times 30 \times 12 = 180$$

$$ك = 180 + 43,5 = 223,5$$

المساحة الجانبية لسطح الهرم ١٨٠ سم^٢، والمساحة الكلية له ٢٢٣,٥ سم^٢.

تحقق من فهمك:

أ) أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح هرم طول ارتفاعه الجانبي ١٨ م، وطول ضلع قاعدته المربعة ١١ م.

مساحة سطح الهرم

مثال من واقع الحياة

فن العمارة: استعمل المعلومات إلى اليمين لإيجاد المساحة الجانبية لهرم خفرع إذا علمت أن ارتفاعه الجانبي ١٧٨ م.

مساحة الهرم الجانبية.

$$ج = \frac{1}{2} \text{ مح ل}$$

$$\text{مح} = 4 \times 178 = 712 \text{ م}$$

$$ج = \frac{1}{2} \times 712 \times 178 = 63560 \text{ م}^2$$

بسط.

$$ج = 63560 \text{ م}^2$$

فتكون المساحة الجانبية لهرم خفرع ٦٣٥٦٠ م^٢.

تحقق من فهمك:

ب) أوجد المساحة الكلية لسطح هرم خفرع.



الربط بالحياة:

يبلغ ارتفاع هرم خفرع في مصر،

١٤٣ م، وطول ضلع قاعدته

المربعة ٢١٥ م.

المصدر: كتاب الأهرامات

المصرية؛ مكتبة الأنجلو

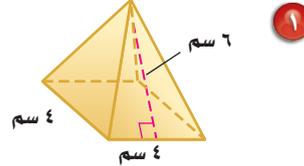
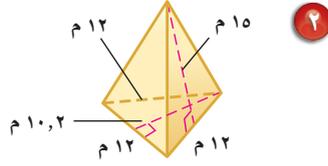
المصرية؛ ٢٠١٢ م





أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم الأمر:

المثال ١



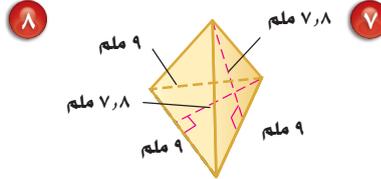
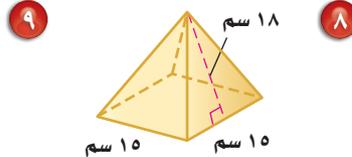
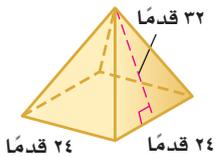
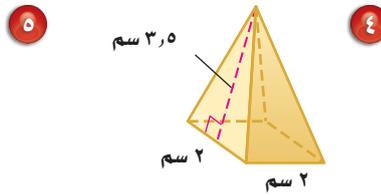
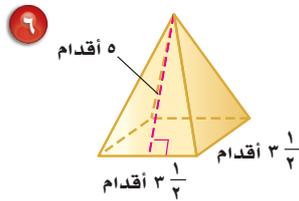
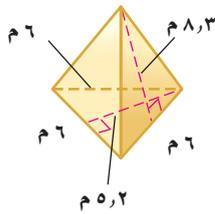
٣ **أهرامات:** هرم أرينا في ممفيس في الولايات المتحدة هرم رباعي منتظم، طول قاعدة كل وجه له ٦٠٠ قدم، وارتفاعه ٤٧٧ قدماً، أوجد المساحة الجانبية له.

المثال ٢

تدرّب وحلّ المسائل

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم الأمر:

إرشادات للأسئلة	
الأسئلة	انظر الأمثلة
١ - ٤	١
١١ - ١٠	٢

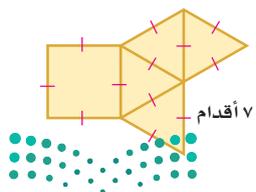


٢٠ **أسقف:** سقف خشبي على شكل هرم طول ارتفاعه الجانبي ١٦ قدماً، وقاعدته مربع طول ضلعه ٤٠ قدماً، ما مساحة الخشب الذي تحتاج إليه لتغطية السقف؟

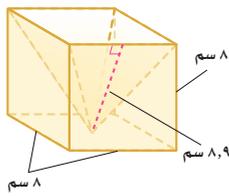
١١ **مخطط:** هرم رباعي منتظم مساحته الجانبية ٢٥، ١٠٧ سم^٢ وطول ارتفاعه الجانبي ٢٥، ٨ سم، أوجد طول ضلع من قاعدته.

١٢ **فن العمارة:** يبلغ الارتفاع الجانبي لهرم الشمس في المكسيك ٥، ١٣٢ م، وطول ضلع قاعدته المربعة ٥، ٢٢٣ م، أوجد مساحته الجانبية .

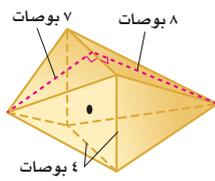
١٣ **مخطط:** يمثل الشكل المجاور مخططاً لهرم منتظم، احسب المساحة الكلية للهرم.



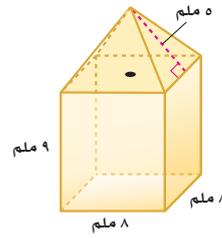
أوجد المساحة الجانبية والكلية لكل مجسم مما يأتي مقرباً الجواب إلى أقرب عشر:



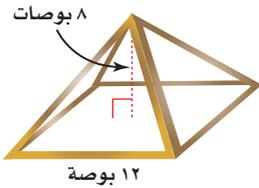
١٦



١٥

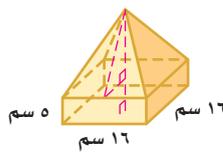
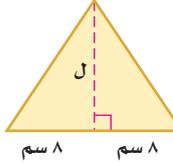


١٤



١٧ **مصباح مكتبي:** اشترى عمر مصباحاً مكتبياً على شكل هرم منتظم، احسب المساحة الجانبية للمصباح. (إرشاد: استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد الارتفاع الجانبي).

منظر جانبي للهرم



تحدّ: استعمل الشكل المجاور لحل الأسئلة ١٨-٢٠،

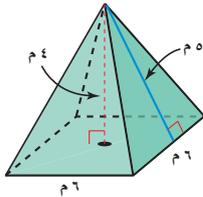
علمًا بأن الارتفاع الكلي له ٢٠ سم.

١٨ أوجد ارتفاع الهرم (ع).

١٩ استعمل ارتفاع الهرم لإيجاد الارتفاع

الجانبي (ل).

٢٠ أيّ الشكلين مساحة سطحه أكبر؛ الهرم أم المنشور؟ برّر إجابتك.



٢١ **اكتشف الخطأ:** أوجد كل من حمد ونواف المساحة

الكلية للهرم المنتظم المجاور، فأيهما توصل للجواب الصحيح؟ فسّر تبريرك.



نواف

$$\begin{aligned} \text{كل} &= \frac{1}{6} \text{ مح ل} + 4 \\ 6 + 4 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{6} &= \\ 6 + 16 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{كل} &= \frac{1}{6} \text{ مح ل} + 5 \\ 6 + 5 \times 6 \times 6 \times \frac{1}{6} &= \\ 6 + 30 &= \end{aligned}$$



حمد

٢٢ **مسألة مفتوحة:** هرم قاعدته مربعة، طول ضلعها ٣ سم، وطول ارتفاعه

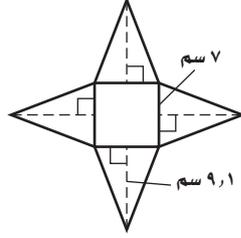
الجانبي ٤ سم، فما الأبعاد الممكنة لمنشور مستطيلي له مساحة سطح الهرم نفسها؟

٢٣ **تحدّ:** أوجد المساحة الكلية للهرم الرباعي المنتظم الذي حجمه ٤٠٠ سم^٣،

وطول ضلع قاعدته ١٠ سم.

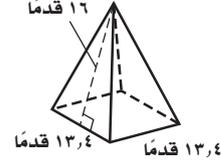
٢٤ **الكتب:** كيف يمكنك استعمال ارتفاع هرم لإيجاد طول ارتفاعه الجانبي؟

٢٦ تمثّل الشبكة أدناه هرمًا رباعياً منتظماً، مقرباً إلى أقرب عدد صحيح؟ ما المساحة الجانبية لسطح الهرم؟



- (أ) ٣٢ سم^٢ (ب) ٤٩ سم^٢
 (ج) ١٢٧ سم^٢ (د) ١٧٦ سم^٢

٢٥ ما أفضل تقدير للمساحة الجانبية لسطح الهرم في الشكل أدناه؟



- (أ) ١٠٧ أقدام مربعة (ب) ١٨٠ قدمًا مربعة
 (ج) ٤٢٩ قدمًا مربعة (د) ٦٠٧ أقدام مربعة

مراجعة تراكمية

٢٧ **تغليف:** أوجد المساحة الجانبية لسطح العلبة أسطوانية قطرها ٣ بوصات، وارتفاعها ٥ بوصات. (الدرس ٨ - ٦)

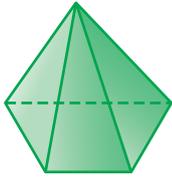
٢٨ **جبال:** قام سعد بإنشاء نموذج جبل من الطين على شكل مخروط، إذا كان ارتفاع الجبل ٤ أقدام، ونصف قطر قاعدته ١٠٧ أقدام، فما حجم المادة الطينية اللازمة لإنشاء الجبل؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك. (الدرس ٨ - ٥)

أوجد حجم كل مما يأتي، مقرباً الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (الدرس ٨ - ٤)

٢٩ هرم رباعي مساحة قاعدته ١٦٨ م^٢، وارتفاعه ٧ م.

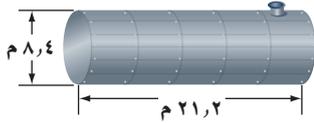
٣٠ مخروط قطره ٢٢ سم، وارتفاعه ٢٤ سم.



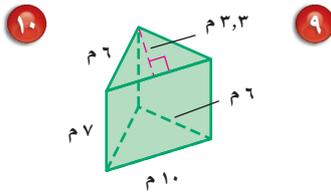
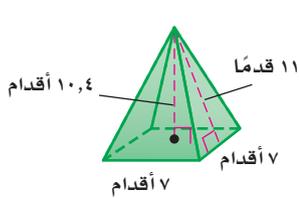


٧ **هندسة:** حدّد نوع الشكل، واذكر عدد أوجهه وشكلها، ثم عدد أحرفه ورؤوسه.

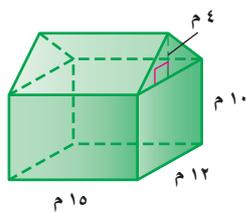
٨ **وقود:** صهرج (خزان) وقود أسطواني الشكل كما في الشكل أدناه. احسب حجم الصهرج؟ مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



أوجد حجم كل مجسم ومساحة سطحه الكلية، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

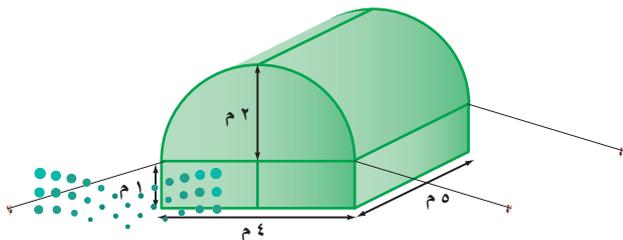


٩ **اختيار من متعدد:** أوجد حجم المجسم أدناه.



- (أ) $٢١٦٠ م^٣$
 (ب) $٢٥٢٠ م^٣$
 (ج) $٣٦٠٠ م^٣$
 (د) $٧٢٠٠ م^٣$

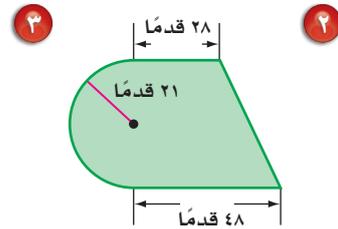
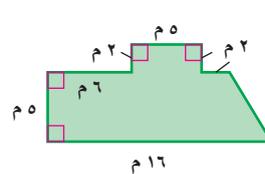
١٠ **خيام:** احسب مساحة سطح الخيمة في الشكل أدناه، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



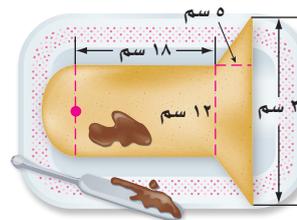
١ **اختيار من متعدد:** ركض فارس حول مضمار دائري مرتين، فإذا كان نصف قطر المضمار $٢٥ م$ ، فما المسافة التي ركضها الفارس؟

- (أ) $٣١٤ م$
 (ب) $١٥٧ م$
 (ج) $٧٨,٥ م$
 (د) $٥٠ م$

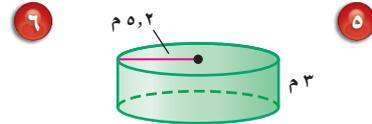
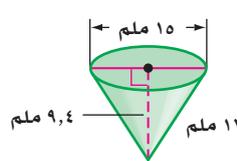
أوجد مساحة كل شكل فيما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



٢ **قالب حلوى:** صنعت مها قالب حلوى على شكل مصباح كهربائي كما في الشكل أدناه وتريد تزيينه. فإذا كان الوعاء الواحد من مادة التزيين يغطي $٢٥٠ سم^٢$ من قالب الحلوى، فكم وعاء تحتاج لتزيين القالب كاملاً؟

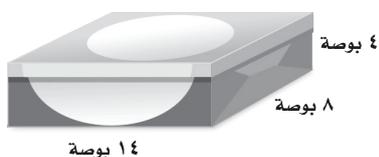


٣ **اختيار من متعدد:** أوجد حجم كل مجسم، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



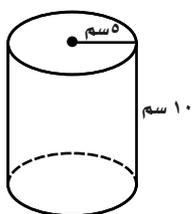


٤ ما المساحة السطحية لصندوق حوض الغسيل في الشكل أدناه؟



- (أ) ٢٠٠ بوصة مربعة (ج) ٤٠٠ بوصة مربعة
(ب) ٢٢٤ بوصة مربعة (د) ٤٤٨ بوصة مربعة

٥ ما حجم الأسطوانة في الشكل أدناه؟



- (أ) ١٠٠ سم^٣
(ب) ١٥٧ سم^٣
(ج) ٣١٤ سم^٣
(د) ٧٨٥ سم^٣

٦ ما حجم المخروط القائم الذي قطر قاعدته ٨ بوصات، وارتفاعه ١٢ بوصة؟ قَرِّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

- (أ) ٢٠١ بوصة مكعبة
(ب) ٤٨١ بوصة مكعبة
(ج) ٦٠٣ بوصات مكعبة
(د) ٨٠٤ بوصات مكعبة

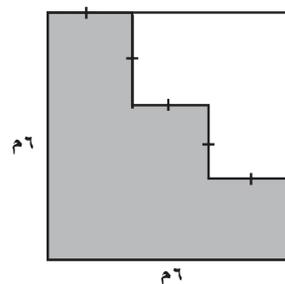
٧ ما المساحة الجانبية للأسطوانة التي قطرها ١٠ م، وارتفاعها ٤ م؟

- (أ) ١٠٠ ط
(ب) ٩٠ ط
(ج) ٥٠ ط
(د) ٤٠ ط



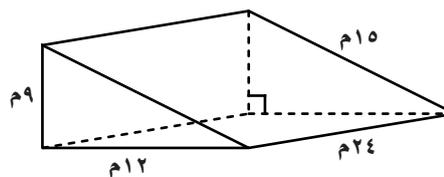
اختر الإجابة الصحيحة:

١ ما مساحة الجزء المظلل من الشكل أدناه؟



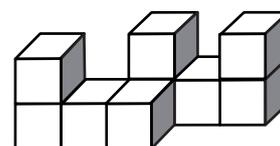
- (أ) ٢٠ م^٢
(ب) ٢٤ م^٢
(ج) ٢٦ م^٢
(د) ٣٠ م^٢

٢ ما حجم المنشور الثلاثي في الشكل أدناه؟



- (أ) ٨١٠ م^٣
(ب) ٢٥٩٢ م^٣
(ج) ١٢٩٦ م^٣
(د) ٩٧٢ م^٣

٣ أي مما يأتي يمثل المنظر الجانبي للمجسم أدناه؟



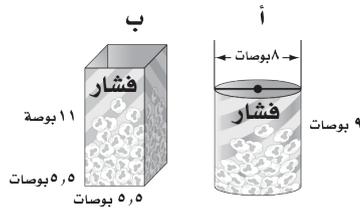
- (أ) (ب)
(ج) (د)

١١ أوجد حجم الهرم الرباعي المنتظم الذي طول ضلع قاعدته ٧ بوصات، وارتفاعه ٤ بوصات، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزءٍ من عشرة.

القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضّحاً خطوات الحل:

١٢ يباع الفشار في شكلين من العلب المبيّنة أدناه، ويرغب صاحب محل أن يختار أحد الشكلين ليستعمله في بيع الفشار.



(أ) أيّ العلبتين تتسع لأكبر كمية من الفشار؟ فسّر إجابتك.

(ب) أيّ العلبتين تحتاج إلى كمية أقل من الكرتون لصنعها؟ فسّر إجابتك.



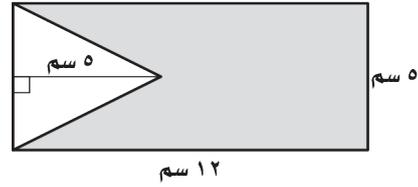
أُتدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزّز ما تعلمته من مفاهيم وما اكتسبته من مهارات.

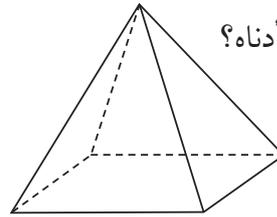
لِلدَّاعِي

أنا طالبٌ معدٌّ للحياة، ومنافسٌ عالمياً.

٨ تمّ قصُّ مثلث متطابق الضلعين من مستطيل كما في الشكل أدناه. ما مساحة الجزء المتبقي من المستطيل؟



- (أ) ٦٠ سم^٢ (ب) ٥٥ سم^٢
(ج) ٤٧,٥ سم^٢ (د) ٣٥ سم^٢



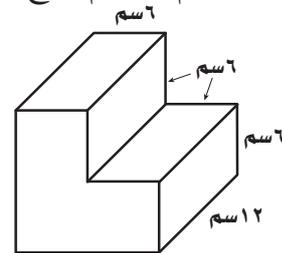
٩ ما عدد أوجه المجسم أدناه؟

- (أ) ٢ (ب) ٣
(ج) ٤ (د) ٥

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤالين الآتيين:

١٠ رُتبت قطع خشبية بعضها فوق بعض، فكوّنت الشكل أدناه، ما حجم المجسم الناتج عن ترتيب القطع الخشبية؟



هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال

فراجع الدرس

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٨-٨	٨-٨	٨-٨	٨-٣	٨-١	٨-٦	٨-٥	٨-٤	٨-٥	٨-٣	٨-٤	٨-١

وزارة التعليم

Ministry of Education

٥٤٠٢٢٢ (٨) الفصل ٨: الإختبار التراكمي

الجبر: المعادلات والمتباينات

الفكرة العامة

- أستعمل المعادلات الخطية لتمثيل المسائل وتحليلها وحلها.
- أحل معادلات ومتباينات خطية بسيطة بأعداد نسبية.

المفردات الرئيسية:

- العبارات المتكافئة. ص (٥٦)
- الحدود المتشابهة. ص (٥٧)
- معادلة ذات خطوتين. ص (٦٢)

الربط بالحياة:

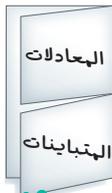
البحر الميت: ينخفض مستوى ارتفاع مياه البحر الميت في الأردن بمعدل ٨٠ سم سنوياً. يمكنك كتابة معادلة لوصف التغير في ارتفاع مياه البحر الميت لأي عدد محدد من السنوات.

المَطَوِّيَّات

مُنَظَّم أفكار

الجبر: المعادلات والمتباينات: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بورقة A3 كما يأتي:

٤ سَمِّ كل قسم كما في الشكل أدناه.



٣ افتح الورقة، وقصّها كما هو موضح أدناه؛ للحصول على قسمين.



٢ اطو الورقة مرة أخرى من أعلى إلى أسفل.



١ اطو الورقة نصفين عرضياً.





التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

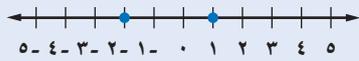
اختبار للربيع

مراجعة للربيع

مثال ١:

بيّن ما إذا كانت العبارة: $1 < 2$ صحيحة أم خاطئة:

عيّن النقطتين على خط الأعداد.



بما أن 2 تقع عن يسار 1 ، فإن $1 > 2$ ؛ لذا فالعبارة خاطئة.

بيّن ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة:

(مهارة سابقة)

- ١ $4 < 10$ ٢ $3 > 3$
٣ $8 > 7$ ٤ $1 < 0$

٥ **طقس:** وصلت درجة الحرارة في أحد أيام الشتاء في مدينة تبوك -9 °س، وفي حائل -6 °س، فأَيُّ المدينتين كانت درجة حرارتها أعلى؟ وضح إجابتك. (مهارة سابقة)

مثال ٢:

اكتب معادلة جبرية للجملة اللفظية الآتية:

أضيف العدد 3 إلى مثلي عدد ما، فأصبح الناتج 5 ليكن س ممثلاً للعدد.

٥ -	أصبح	أضيف للعدد ٣	مثلاً عدد ما
٥ -	=	٣ +	س٢

لذا فالمعادلة هي: $2س + 3 = 5$

اكتب معادلة جبرية لكل جملة لفظية فيما يأتي: (مهارة سابقة)

- ٦ أضيف عددًا ما إلى العدد 10 فأصبح الناتج 8
٧ الفرق بين 5 و 3 س يساوي 32
٨ نقص عدد ما بمقدار 4 فبقي 26

٩ **نقود:** مع صلاح مبلغ من النقود، يقل عن مثلي ما مع أخيه مالك بمقدار ريالين. فإذا كان مع مالك 50 ريالاً، فكم ريالاً مع صلاح؟ (مهارة سابقة)

مثال ٣:

حلّ المعادلة الآتية:

اكتب المعادلة. $44 = ك - 7$

أضف ٧ إلى كل طرف.	$7 +$	$= 7 +$
بسّط.	$ك =$	51

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

- ١٠ $9 = 8 + ن$ ١١ $19 + م = 4$
١٢ $10 = ٦ - ز$ ١٣ $١٥ = أ + ٤ -$
١٤ $١٨ - = ٣ ج$ ١٥ $٦ - = ٤٢ - ب$
١٦ $٨ - = \frac{9}{4}$ ١٧ $\frac{ر}{٧} = 12$



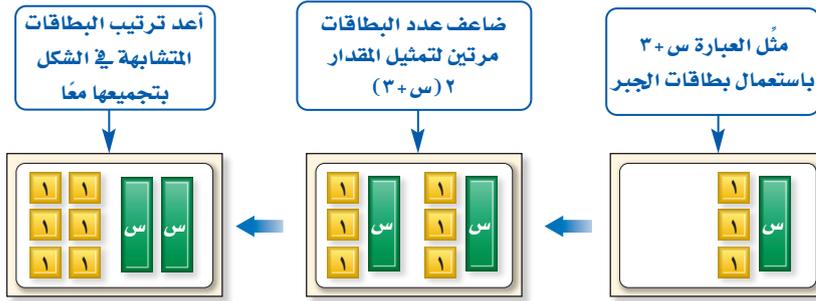


تبسيط العبارات الجبرية

٩-١

نشاط

يمكنك استعمال بطاقات الجبر؛ لإعادة كتابة العبارة الجبرية $2(s+3)$.



١ اختر قيمتين موجبتين وقيمة سالبة لـ (س)، ثم أوجد قيمة $2(s+3)$.
وقيمة $2s+6$ عند تلك القيم. ماذا تلاحظ؟

٢ استعمل بطاقات الجبر في إعادة كتابة العبارة $3(s-2)$.

[إرشاد: استعمل بطاقة واحدة خضراء (س) وبتاقتين حمراوين (-١) لتمثيل $s-2$].

تعلمت سابقاً أنه يمكن إعادة كتابة عبارة مثل $3(7+2)$ باستعمال خاصية التوزيع ثم التبسيط، وذلك على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} 3(7+2) &= 3(7) + 3(2) && \text{خاصية التوزيع} \\ &= 21 + 6 && \text{بالضرب والجمع} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(3+s) &= 2(3) + 2(s) && \text{تُستعمل خاصية التوزيع أيضاً في تبسيط العبارات الجبرية، مثل } 2(s+3). \\ &= 6 + 2s && \text{خاصية التوزيع} \\ & && \text{بالضرب} \end{aligned}$$

وتُسمى العبارتان $2(s+3)$ ، $2s+6$ **عبارتين متكافئتين**؛ لأنه مهما كانت س فالعبارتان لهما القيمة نفسها.

كتابة عبارات تتضمن عملية جمع

مثالان

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

$$\begin{aligned} 4(s+7) & \quad 4(5+2v) \\ 4(s+7) &= 4(s) + 4(7) && \text{١} \\ 4s + 28 &= && \text{بسط} \\ 4(5+2v) &= 4(5) + 4(2v) && \text{٢} \\ 20 + 8v &= && \text{بالضرب} \end{aligned}$$

تحقق من فهمك:

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

$$\begin{aligned} \text{أ) } 6(a+4) & \quad \text{ب) } (3+n)(8) && \text{ج) } 2(s+1) \end{aligned}$$

فكرة الدرس:

أستعمل خاصية التوزيع في تبسيط العبارات الجبرية.

المفردات

العبارات المتكافئة

الحد

المعامل

الثابت

الحدود المتشابهة

أبسط صورة

تبسيط العبارة

مثالان

كتابة عبارات تتضمن عملية طرح

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:
٦(ب - ٥) (٣)

$$\begin{aligned} 6(b-5) &= [6+(-5)] \\ 6(b-5) &= 6b+(-5) \\ 6(b-5) &= 6b-5 \end{aligned}$$

اكتب ب - ٥ على صورة ب + (-٥)
خاصية التوزيع
بسّط
تعريف الطرح

إرشادات للدراسة

مراجعة
يمكنك مراجعة ضرب الأعداد
الصحيحة الذي درسته سابقًا.

٢-(س - ٨) (٤)

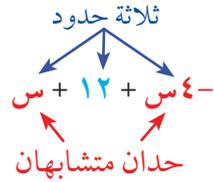
$$\begin{aligned} 2-(s-8) &= [2+(-8)] \\ 2-(s-8) &= 2+(-8)+s \\ 2-(s-8) &= 2-8+s \\ &= -6+s \end{aligned}$$

اكتب س - ٨ على صورة س + (-٨).
خاصية التوزيع
بسّط

تحقق من فهمك:

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:
٣(ص - ١٠) (د) ٧-(و - ٤) (هـ) (و - ٢)(٩-) (ن)

تجزئ إشارتا الجمع والطرح العبارة الجبرية إلى أجزاء يُسمى كلٌّ منها **حدًا**، والعامل العددي لحد يشتمل على متغير يُسمى **معامل المتغير**.



تشتمل **الحدود المتشابهة** على المتغيرات نفسها بالقوى نفسها. فمثلًا ٣س^٢، ٧-س^٢ حدان متشابهان. وكذلك ٨س^٢، ١٢س^٢، أما الحدان ١٠س^٢، ٢٢س^٢ فغير متشابهين، والحد الذي لا يشتمل على متغير يُسمى **ثابتًا**، والحدود الثابتة متشابهة.

لغة الرياضيات

المعاملات
معامل -٤س هو -٤،
ومعامل س هو ١.

مثال

تحديد أجزاء عبارة جبرية

٥ عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات، والثوابت في العبارة:
٦ن - ٧ن - ٤ + ن.

$$\begin{aligned} 6n - 7n - 4 + n &= 6n + (-7n) + (-4) + n \\ &= 6n + (-7n) + (-4) + 1n \end{aligned}$$

تعريف الطرح
خاصية العنصر المحايد (ن=١)

- الحدود: ٦ن، -٧ن، -٤، ن
- المعاملات: ٦، -٧، -٤، ١
- الثوابت: -٤

تحقق من فهمك:

عيّن الحدود، والحدود المتشابهة، والمعاملات، والثوابت في كلٍّ من العبارتين الآتيتين:



(ح) ٣س + ٢ - ١٠ - ٣س

(ز) ٧ + ٩ص - ٤ - ١١ص

تكون العبارة الجبرية في أبسط صورة إذا لم تتضمن حدوداً متشابهةً أو أقواساً. ويمكنك استعمال خاصية التوزيع لتجميع الحدود المتشابهة، وهو ما يسمى **تبسيط العبارة**.

مثالان تبسيط عبارات جبرية

٦ بسّط العبارة: $4ص + ص$.

$4ص، ص$ حدان متشابهان.

$4ص + ص = 5ص$

٧ بسّط العبارة: $7ص - 2 - 7ص + 6$.

$7ص، -7ص، -2، 6$ حدان متشابهان.

تعريف الطرح $7ص - 2 - 7ص + 6 = 7ص - 7ص - 2 + 6$

خاصية الإبدال $7ص + (-7ص) + (-2) + 6 = 7ص + (-7ص) + (-2) + 6$

خاصية التوزيع $7ص + (-7ص) + (-2) + 6 = 7ص + (-7ص) + (-2) + 6$

بسّط $7ص + (-7ص) + (-2) + 6 = 0ص + 4 = 4$

$0 = 0 \times س = س \times 0$

إرشادات للدراسة

العبارات المتكافئة

للتحقق مما إذا كانت $4ص + ص، 5ص$ متكافئتين، عوّض عن $ص$ بأي قيمة، ولاحظ ما إذا كانت النواتج متساوية.

تحقق من فهمك:

بسّط كل عبارة مما يأتي:

(ط) $4ز - ز$ (ي) $3ن + 3ن - 6$ (ك) $2م - 3 + 11 - 8م$

مثال من واقع الحياة

معارض: اشترت من معرض الرياض الدولي للكتاب عددًا من القصص بسعر ١٢ ريالاً للقصة الواحدة، وعددًا مماثلاً من الأقراص التعليمية بسعر ٧,٥ ريالاً للقرص الواحد، اكتب عبارة لتمثيل المبلغ الكلي الذي صرفته في أبسط صورة.



الربط بالحياة:

في عام ٢٠١٨م ضم معرض الكتاب الدولي في الرياض أكثر من ٣٤٠ ألف عنوان عرضتها ٧٥٠ دار نشر تمثل أكثر من ٣٠ دولة.

التعبير اللفظي **١٢ ريالاً لكل قصة و ٧,٥ ريالاً لكل قرص تعليمي.**

المتغير **ليكن س يمثل عدد القصص أو عدد الأقراص التعليمية.**

العبارة **$12 \times س + 7,5 \times س$**

خاصية التوزيع $12ص + 7,5ص = (12 + 7,5)ص$

بسّط $= 19,5ص$

إذن العبارة $19,5ص$ تمثل المبلغ الكلي الذي صرفته.

تحقق من فهمك:

(ل) **نقود:** إذا كان معك مبلغ من النقود، ومع شقيقك مبلغ يقل عنه بـ ٥٠ ريالاً،

فاكتب عبارة تعبر عن المجموع الكلي للمبلغين في أبسط صورة



الأمثلة ١-٤

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

$$\begin{aligned} ١ \text{ هـ } (٤ + \text{س}) \quad ٢ \text{ و } ٢(٧ + \text{ن}) \quad ٣ \text{ ح } (٣) (٦ + \text{ص}) \quad ٤ \text{ أ } (٩ + \text{أ}) (٤) \\ ٥ \text{ ب } ٢(٣ - \text{ب}) \quad ٦ \text{ ك } ٦(٤ - \text{ك}) \quad ٧ \text{ م } ٦(٢ - \text{م}) \quad ٨ \text{ د } ٣(٩ + \text{أ}) \end{aligned}$$

عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات، والثوابت في كل عبارة مما يأتي:

$$٩ \text{ هـ } ٥\text{ن} - ٢\text{ن} - ٣ + \text{ن} \quad ١٠ \text{ و } ١٨ + \text{أ} - ٤ - ١٦ - \text{أ} \quad ١١ \text{ د } ٧ - ٧ - ٥٣ - ٨ + \text{د}$$

المثال ٥

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$١٢ \text{ هـ } ٨\text{ن} + \text{ن} \quad ١٣ \text{ و } ٧\text{ن} + ٥ - ٧\text{ن} \quad ١٤ \text{ د } ٤\text{ب} - ٧ + ٦ + ١٠ + \text{ب}$$

المثالان ٦، ٧

١٥ مبيعات؛ إذا بيعت ٣ زجاجات عصير سعر كل واحدة منها ٥ ريال، وكيولوجرامًا من التفاح بـ ٥، ٤ ريالات، اكتب عبارة تعبر عن المبلغ الذي كسبته في أبسط صورة.

المثال ٨

تدرّب وحلّ المسائل

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

$$\begin{aligned} ١٦ \text{ هـ } ٣(٨ + \text{س}) \quad ١٧ \text{ و } ٨ - (١ + \text{أ}) \quad ١٨ \text{ ح } (٨ + \text{ب}) (٥) \quad ١٩ \text{ أ } (٧ + \text{ب}) (٢ -) \\ ٢٠ \text{ ب } ٤(٦ - \text{س}) \quad ٢١ \text{ ك } ٦(٥ - \text{ك}) \quad ٢٢ \text{ د } ٨ - (٨ - \text{ج}) \quad ٢٣ \text{ هـ } ٣(٥ - \text{ب}) \\ ٢٤ \text{ و } (٧ -) (٢ + \text{د}) \quad ٢٥ \text{ ح } ٤ - (٣ - \text{ن}) \quad ٢٦ \text{ د } (١٠ - \text{ي}) (٩ -) \quad ٢٧ \text{ هـ } (٣) (٦ + \text{ن}) \end{aligned}$$

عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات، والثوابت في كل عبارة مما يأتي:

$$\begin{aligned} ٢٨ \text{ هـ } ٢ + ١٣ + ٩\text{أ} \quad ٢٩ \text{ و } ٧ - ٥\text{س} + ١ \quad ٣٠ \text{ ح } ٤ + ٥\text{ي} - ٦\text{ي} + \text{ي} \\ ٣١ \text{ د } ١ - ٧\text{ن} - ٤\text{ن} + ١ \quad ٣٢ \text{ هـ } ٣ - ٨ + ٣\text{د} - ٢ \quad ٣٣ \text{ و } ٢ - ٣ + ٩\text{ز} \end{aligned}$$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$\begin{aligned} ٣٤ \text{ هـ } ٥\text{ن} + \text{ن} \quad ٣٥ \text{ و } ١٢\text{ج} - \text{ج} \quad ٣٦ \text{ ح } ٥\text{س} + ٤ + ٩\text{س} \\ ٣٧ \text{ د } ٢ + ٣ + \text{د} \quad ٣٨ \text{ هـ } ٣ - ٧ + ٣\text{ر} - ١٢ - \text{ر} \quad ٣٩ \text{ و } ٦ + \text{م} - ١ - ٤\text{م} \end{aligned}$$

اكتب عبارة جبرية في أبسط صورة تمثّل الكمية الإجمالية في الأسئلة ٤٠-٤٣:

٤٠ قرطاسية: اشترت ٥ قلمًا بسعر ريالين للقلم الواحد، والعدد نفسه من المساطر بسعر ٥، ١ ريال لكل مسطرة، وعلبة أدوات هندسية بـ ٩ ريالات.

٤١ قراءة: قرأت في كتاب ٥ دقائق في كلّ من يومي الإثنين والأربعاء، و ٣٠ دقيقة في يوم الجمعة.

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٦-٢٧	١-٤
٢٨-٣٣	٥
٣٤-٣٩	٦، ٧
٤٠-٤٣	٨

٤٢ **لجان:** أنت عضو في م لجنة، وزميلك عضو في عدد من اللجان يقل عنك بمقدار لجتين.

٤٣ **أعمار:** بلغ عمر أحمد اليوم ص سنة، ويصغره أخوه علي بمقدار ٥ سنوات.

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

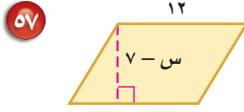
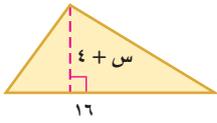
٤٤ $٣(٢ص + ١)$ ٤٥ $٤ - (٥ + ٣س)$ ٤٦ $٦ - (٢١ - ٨ن)$ ٤٧ $٤(س - ص)$

٤٨ $٢ - (٣ - ٢ب)$ ٤٩ $(٧ -) (ن - ٢ -)$ ٥٠ $٥س(ص - ع)$ ٥١ $٦ - (٢ب + ٥ج)$

جبر: اكتب جملة لفظية من واقع الحياة لكل عبارة جبرية مما يأتي:

٥٢ $١٥ + ٣س$ ٥٣ $١٤ - ١٦$ ٥٤ $٩ + ٧ص, ٥٠$

قياس: اكتب عبارتين جبريتين متكافئتين؛ لتمثيل مساحة كل شكل مما يأتي:



٥٨ **مدرسة:** إذا أمضيت م دقيقة في الدراسة يوم الإثنين، و ١٥ دقيقة يوم الثلاثاء زيادة على يوم الإثنين، و ٣٠ دقيقة يوم الأربعاء أقل من يوم الثلاثاء، ويوم الخميس مثلي عدد دقائق يوم الإثنين، ويوم الجمعة أقل بـ ٢٠ دقيقة من يوم الخميس، فاكتب عبارة في أبسط صورة لتمثيل عدد الدقائق التي قضيتها في الدراسة في الأيام الخمسة.

٥٩ **مسألة مفتوحة:** اكتب عبارة بثلاثة حدود، أبسط صورة لها هي: $٤س - ٧$ ، عيّن المعاملات والثوابت فيها.

٦٠ **اكتشف المختلف:** عيّن العبارة التي لا تكافئ العبارات الثلاث الأخرى. ووضح إجابتك.

٤س - ٢

٧ + ٤س - ٩

٤(س - ٢)

٣ + ٢س

٦١ **تحّد:** بسّط العبارة: $٨س - ٢س + ١٢س - ٣$. وتحقق من صحة إجابتك عندما $س = ٢$.

٦٢ **اكتب:** هل العبارة الآتية صحيحة: $٢(س - ١) + ٣(س - ١) = ٥(س - ١)$ ؟ إذا كانت كذلك، فاستعمل خصائص العمليات في توضيح إجابتك، وإذا كانت خطأ، فأعط مثلاً مضاداً.

مسائل
مهارات التفكير العليا



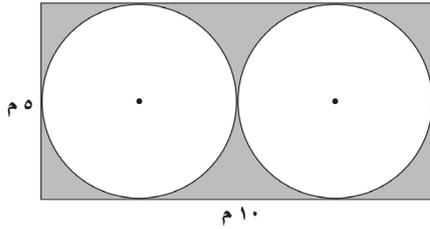
٦٤ أي العبارات الآتية تكافئ $٥ + أ + ٥$ ؟

- (أ) $٥ أ ب$
 (ب) $٥ (أ + ب)$
 (ج) $٥ أ + ب$
 (د) $٥ + أ + ب$

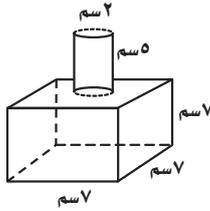
٦٣ ما الخاصية المستعملة في العبارة أدناه؟

- $٤(٨ + س) = ٤س + ٣٢$
 (أ) خاصية التجميع على الجمع.
 (ب) خاصية الإبدال على الجمع.
 (ج) خاصية التوزيع.
 (د) خاصية الانعكاس.

مراجعة تراكمية

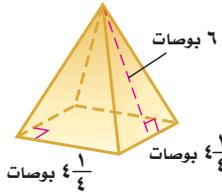


٦٥ أوجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٨ - ١)

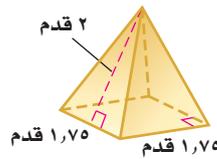


٦٦ أوجد المساحة الجانبية والكلية للمجسم المجاور مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٨ - ٦)

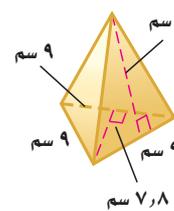
أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر. (الدرس ٨ - ٧)



٦٩



٧٠



٧١

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حل كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٧١ $٩ - = ٥ - ص$

٧٠ $٢ = ٨ + س$

٧٣ $١٥ - = \frac{١}{٣}$

٧٢ $٣٢ - = ٤ ن$





حل معادلات ذات خطوتين

٢-٩

إستعدّ



حلوى: اشترى زيد ٣ أكياس من الحلوى، وكيّساً واحداً من البسكويت، ودفع ٧ ريالاً ثمناً لها جميعاً.

- ١ وضح كيف يمكنك استعمال استراتيجية الحل عكسياً لإيجاد ثمن كل كيس من أكياس الحلوى التي اشتراها زيد.
- ٢ أوجد ثمن كل كيس من الحلوى.

فكرة الدرس:

أحل معادلات ذات خطوتين .

المفردات

معادلة ذات خطوتين

يمكن حلّ هذه المسألة أيضًا من خلال حلّ معادلة ذات خطوتين هي: $٣س + ١ = ٧$ ، حيث يمثل المتغير $س$ ثمن الكيس الواحد من أكياس الحلوى. تحتوي **المعادلة ذات الخطوتين** على عمليتين، ففي المعادلة $٣س + ١ = ٧$ ، ضربت $س$ في (٣) ثم أُضيف (١) إلى الناتج. ولحلّ هذه المعادلات حلّ كل عملية بالترتيب المعاكس.

حلّ معادلات ذات خطوتين

مثالان

١ حلّ المعادلة: $٣س + ١ = ٧$

الطريقة ٢ استعمال الرموز

استعمل خاصية الطرح:

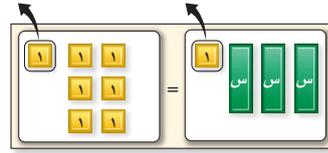
$$\begin{array}{r} ٣س + ١ = ٧ \\ \text{اكتب المعادلة} \\ \text{اطرح ١ من كل طرف} \\ \hline ٣س = ٦ \end{array}$$

استعمل خاصية القسمة:

$$\begin{array}{r} ٣س = ٦ \\ \text{اقسم كل طرف على ٣} \\ \hline ٣ = ٢ \\ \text{بسّط} \end{array}$$

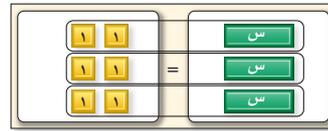
الطريقة ١ استعمال النماذج

احذف بطاقة واحدة من كل لوحة.



$$٣س + ١ = ٧ \quad \Rightarrow \quad ٣س = ٦$$

ثم وزّع البطاقات المتبقية في ثلاث مجموعات متساوية.



$$٣ = ٢$$

هنالك بطاقتان في كل مجموعة؛ لذا $س = ٢$

وباستعمال أيّ من الطريقتين يكون الناتج ٢

$$\text{حلّ المعادلة: } 25 = \frac{1}{4}n - 3$$

الطريقة ٢ الأسلوب الأفقي

$$\begin{aligned} 25 &= 3 - \frac{1}{4}n \\ 3 + 25 &= 3 + 3 - \frac{1}{4}n \\ 28 &= \frac{1}{4}n \\ 28 \times 4 &= \frac{1}{4}n \times 4 \\ 112 &= n \end{aligned}$$

الطريقة ١ الأسلوب الرأسى

$$\begin{aligned} 25 &= 3 - \frac{1}{4}n && \text{اكتب المعادلة.} \\ 3 + &= 3 + && \text{أضف ٣ إلى كل طرف.} \\ \hline \frac{1}{4}n &= 28 && \text{بسط.} \\ \frac{1}{4}n \times 4 &= 28 \times 4 && \text{اضرب كل طرف في ٤.} \\ n &= 112 && \end{aligned}$$

فيكون الحل هو ١١٢

اختر طريقتك ✓

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

$$\text{(أ) } 20 = 2 + 3s \quad \text{(ب) } 1 = 5 + 2n \quad \text{(ج) } 9 + \frac{1}{4}a = 1$$

قد تشمل بعض المعادلات ذات الخطوتين على حدّ معاملها سالب.

معالجات بمعاملات سالبة

مثال

$$\text{حلّ المعادلة: } 21 = 3s - 6$$

اكتب المعادلة
أعد كتابة الطرف الأيمن كعملية جمع
اطرح ٦ من كل طرف
بسط
اقسم كل طرف على -٣

$$\begin{aligned} 21 &= 3s - 6 \\ 21 &= (3s) + 6 \\ 6 - 21 &= (3s) + 6 - 6 \\ 15 &= 3s - \\ \frac{15}{3} &= \frac{3s}{3} \\ 5 &= s \end{aligned}$$

فيكون الحل هو ٥-

اكتب المعادلة

عوض عن س بـ (٥-)

اضرب، ثم حوّل عملية الطرح لجمع النظير

العبارة صحيحة

$$21 = 3s - 6$$

$$21 \stackrel{?}{=} (5-)3 - 6$$

$$21 \stackrel{?}{=} 15 + 6$$

$$\checkmark 21 = 21$$

تحقق من فهمك: ✓

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

$$\text{(د) } 10 - \frac{2}{3}b = 52 \quad \text{(هـ) } 19 - 3s = 2 \quad \text{(و) } \frac{n}{3} = 18$$

إرشادات للدراسة

خطأ شائع

من الأخطاء الشائعة قسمة طرفي المعادلة على ٣ بدلاً من -٣. تذكر أنك تقسم على معامل المتغير، وهو في هذه المعادلة عدد سالب.

من الضروري تجميع الحدود المتشابهة قبل حل المعادلة.

تجميع الحدود المتشابهة أولاً

مثال

حلّ المعادلة: $-2ص + ص - 5 = 11$ ، ثم تحقق من صحة الحل.

اكتب المعادلة	$11 = 5 - 2ص + ص$
خاصية العنصر المحايد ($ص = 1ص$)	$11 = 5 - 1ص + 2ص$
جمع الحدود المتشابهة: $-2ص + 1ص = -ص$	$11 = 5 - ص$
أضف 5 إلى كل طرف	$5 + 11 = 5 + 5 - ص$
بسّط	$16 = 5 - ص$
$-ص = 1 - 16$ ، اقسّم كل طرف على -1	$\frac{16}{-1} = \frac{5 - 16}{-1}$
بسّط	$ص = 16 - 5$

فيكون الحل هو -16 .

اكتب المعادلة

تحقق: $-2ص + ص - 5 = 11$

عوض عن $ص$ بـ (-16)

$11 \stackrel{?}{=} 5 - (-16) + (-2)(-16)$

اضرب

$11 \stackrel{?}{=} 5 - (-16) + 32$

العبارة صحيحة $11 = 11$ ✓

تحقق من فهمك:

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

(ز) $س + 4س = 45$ (ح) $10 = 12أ + 13أ - 1$ (ط) $3 = 6 - 5و + \frac{5}{3}و$

تأكد

الأمثلة 1- 3

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:	1 $6س + 5 = 29$	2 $2 - 9م = 11$	3 $10 = 3 + \frac{1}{4}أ$
	4 $7 = 5 - \frac{2}{3}س$	5 $37 = 5 - 3ص$	6 $3 = 4 - \frac{ج}{2}$

المثال 3

7 **إلكترونيات:** اشترى خالد جهازًا إلكترونيًا بمبلغ 816 ريالًا، بحيث يدفع 51 ريالًا شهريًا، إذا كان متبقيًا عليه 357 ريالًا، حلّ المعادلة $357 = 816 - 51م$ ، لإيجاد عدد الدفعات الشهرية التي دفعها خالد.

المثال 4

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

8 $16 = 10ك - 6ك$	9 $11 = 5 + د - 6د$	10 $1 = \frac{1}{3}ب - 2ب + \frac{1}{3}ب$
-------------------	---------------------	---

تدرّب وحلّ المسائل

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

$$\begin{array}{lll} ١١ \text{ هـ} - ٩ = ٢١ & ١٢ & ١٧ + ٢ = ١١ \\ ١٤ \text{ جـ} - ٣ = ١٩ & ١٥ & ٤ + \frac{١}{٣} = ١٣ \\ ١٧ \text{ س} - ٣ = ٣٥ & ١٦ & ٣ - \frac{١}{٨} = ٥ \\ ١٨ & ١٩ & ٢٨ = \frac{٩}{٨} - ١٥ \\ ١١ - ٧ = ١ & & \end{array}$$

٢٠ **هدايا:** أهدي لعمر بطاقة شراء من مكتبة بقيمة ٥٠ ريالاً، وأراد أن يشتري قلمًا بـ ١٠ ريالٍ، وعددًا من الكتب، بسعر ٨ ريالٍ للكتاب الواحد. حلّ المعادلة $٨ك + ١٠ = ٥٠$ ؛ لإيجاد عدد الكتب التي يستطيع شراءها.

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

$$\begin{array}{lll} ٢١ & ٢٢ & ٩ = ٨س + ٦س - ٣ \\ ٢٤ & ٢٥ & ٥٤ = (٢ - و)٦ \\ ٢٦ & & ١٢ = \frac{٤ - أ}{٥} \end{array}$$

٢٧ **تزيين المنزل:** يريد عماد شراء سجادة جديدة

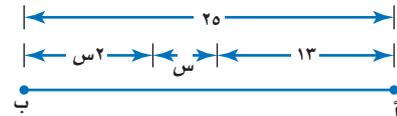
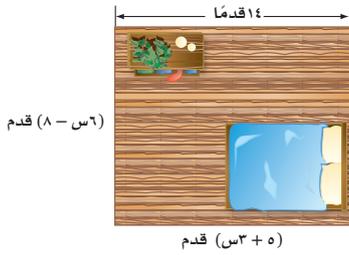
للغرفة المجاورة. احسب مساحة السجادة.

٢٨ **حيوانات:** حلّ المعادلة: $١٧١ = ١٢ + س٤$

لإيجاد قيمة س التي تمثل عدد الحيوانات في حديقة الحيوان، وهل هذا ممكن؟ وضح إجابتك.

٢٩ **هندسة:** اكتب معادلة لتمثيل طول أب

في الشكل المجاور، ثم أوجد قيمة س.



٣٠ **اكتشف الخطأ:** حلّ كل من مهند وإياد المعادلة $١٨ = ٣ + س٦$ على النحو

الآتي، فأيهما على صواب؟ وضح إجابتك.



إياد

$$\begin{array}{l} ١٨ = ٣ + س٦ \\ \frac{١٨}{٦} = \frac{٣ + س٦}{٦} \\ ٣ = ٣ + س \\ س + ٣ = ٣ - ٣ \\ س = ٠ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ١٨ = ٣ + س٦ \\ ٣ - ١٨ = ٣ - ٣ + س٦ \\ ١٥ = س٦ \\ \frac{١٥}{٦} = \frac{س٦}{٦} \\ س = ٢,٥ \end{array}$$



مهند

٣١ **تحّد:** حلّ المعادلة: $(٥ + س)٢ = ٤٩$. (إرشاد: للمعادلة حلان).

٣٢ **الكتب:** وضح كيف يمكنك استعمال استراتيجية «الحلّ ممكنًا» في إيجاد

معادلة ذات خطوتين.

إرشادات للأستاذة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٢٠، ١١	٢٠، ١٦-١١
٣	١٩-١٧
٤	٢٣-٢١

٣٤ ما قيمة م في المعادلة $6 - م + ٤ = ٣٢ -$ ؟

- (أ) ٦
(ب) $\frac{٢}{٤}$
(ج) $\frac{١}{٢}$
(د) -٦

٣٣ أيُّ قيم ص الآتية تجعل المعادلة $٣ = ٧ - \frac{ص}{٤}$ صحيحة؟

- (أ) ٣
(ب) ١٦
(ج) ٤٠
(د) ٨٤

مراجعة تراكمية

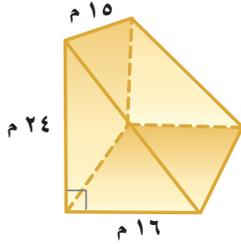
استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٩-١)

٣٦ $٣ - (س + ٥)$

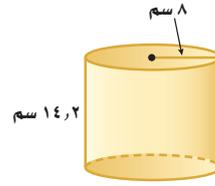
٣٥ $٦ (أ + ٦)$

٣٨ $٨ - (ي - ٧)$

٣٧ (ص - ٨) (٤)



٤٠ أوجد حجم المنشور المجاور. (الدرس ٨-٤)



٣٩ أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الأسطوانة المجاورة، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٨-٦)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حوّل كلّ جملة مما يأتي إلى معادلة:

٤١ أضيف العدد ٥ إلى عدد ما، فكان الناتج ١٧

٤٢ ناتج قسمة عدد على ٢ يساوي ٢ -





كتابة معادلات ذات خطوتين

٣-٩

استعد

المبلغ المدفوع	الدفعات
$٤٠٠ = (٠)٢٠ + ٤٠٠$	٠
$٤٢٠ = (١)٢٠ + ٤٠٠$	١
$٤٤٠ = (٢)٢٠ + ٤٠٠$	٢
$٤٦٠ = (٣)٢٠ + ٤٠٠$	٣
⋮	⋮

رياضة: يرغب حاتم في المشاركة في مركز رياضي مدة أسبوعين، وبتكلفة قدرها ٧٠٠ ريال، على أن يدفع ٤٠٠ ريال مقدّمًا والباقي على دفعات يومية بمقدار ٢٠ ريالًا.

١ إذا كانت ن تمثل عدد الدفعات، فاكتب عبارة تمثل تكلفة الاشتراك في المركز الرياضي.

٢ اكتب معادلة لإيجاد عدد الدفعات المطلوبة للمشاركة في المركز، ثم حلّها.

٣ ما نوع المعادلة التي كتبتها في (٢)؟ وضح إجابتك.

تعلمت سابقًا كيف تكتب مسألة على صورة معادلة في خطوة واحدة. بعض المسائل تتحول إلى معادلة ذات خطوتين.

التعبير اللفظي
مجموع العدد ٤٠٠ و ٢٠ ضعفًا لعدد ما يساوي ٧٠٠
المتغير
لتكن ن تمثل العدد.
المعادلة
 $٧٠٠ = ن٢٠ + ٤٠٠$

أمثلة

تحويل جمل إلى معادلات

حوّل كل جملة فيما يأتي إلى معادلة:

المعادلة	الجملة
$٢٣ - = ٨ - ن٣$	أقل من ثلاثة أمثال عدد بمقدار ثمانية يساوي ٢٣
$٧ + ن٢ = ١٣$	يزيد العدد ثلاثة عشر على مثلي عدد ما بمقدار ٧
$٥ = ١ - \frac{ن}{٤}$	نتج قسمة عدد على ٤ مطروحًا منه واحد يساوي ٥

تحقق من فهمك:

حوّل كل جملة مما يأتي إلى معادلة:

(أ) يزيد العدد خمسة عشر بمقدار ٣ على ستة أمثال عدد.

(ب) أضيف العدد ١٠ إلى ناتج قسمة عدد على ٦، فكان الناتج

(ج) الفرق بين ١٢ ومثلي عدد ما يساوي ١٨

مثالان من واقع الحياة

أثقال: اشترى مدربٌ منصةً أثقالٍ بمبلغ ١٧٥٠ ريالاً، وعدداً من الأثقال بقيمة ٥٠ ريالاً لكل منها. فإذا كانت التكلفة الكلية ٢٩٠٠ ريال، فما عدد الأثقال التي اشتراها؟

التعبير اللفظي ثمن المنصة زائد ٥٠ ريالاً لكل ثقل يساوي ٢٩٠٠ ريال.
المتغير لتكن s تمثل عدد الأثقال.
المعادلة $2900 = 50s + 1750$

اكتب المعادلة $2900 = 50s + 1750$
 اطرح ١٧٥٠ من كل طرف $1750 - 2900 = 50s + 1750 - 1750$
 بسّط $1150 = 50s$
 اقسّم كل طرف على ٥٠ $\frac{1150}{50} = \frac{50s}{50}$
 $23 = s$
 إذن تم شراء ٢٣ أثقالاً.

خداء: تناولت وزميلك طعاماً بمبلغ ٩٠ ريالاً، وكانت تكلفة وجبتك تزيد بمقدار ١٠ ريالاً على وجبة زميلك، فما تكلفة وجبة زميلك؟

التعبير اللفظي تكلفة وجبة زميلك زائد وجبتك تساوي ٩٠ ريالاً.
المتغير لتكن v تمثل تكلفة وجبة زميلك.
المعادلة $90 = 10 + v$

اكتب المعادلة $90 = 10 + v$
 اجمع الحدود المتشابهة $90 = 10 + v$
 اطرح ١٠ من كل طرف $10 - 90 = 10 - 90 + v$
 بسّط $80 = v$
 اقسّم كل طرف على ١ $\frac{80}{1} = \frac{v}{1}$
 $80 = v$
 تكلفة وجبة زميلك تساوي ٨٠ ريالاً.

تحقق من فهمك:

(د) **أرصاء جوية:** افترض أن درجة الحرارة الحالية ٣٥°س، ويتوقع أن ترتفع بمقدار درجتين في كل ساعة من الساعات القادمة، فبعد كم ساعة تصبح درجة الحرارة ٤٣°س؟

(هـ) **قياس:** محيط مستطيل ٤٠ سنتيمتراً، ويقط عرضُه عن طوله بمقدار ٨ سنتيمترات. اكتب معادلة لإيجاد بُعدي المستطيل، ثم حلّها.



كيف يستعمل مدرب اللياقة الرياضيات؟

يستعمل مدرب اللياقة الرياضيات لمساعدته على إعداد جداول التدريب.

إرشادات للدراسة

مراجعة
 يمكنك مراجعة كتابه
 المعادلات التي درستها
 سابقاً.



الأمثلة ٣-١

حوّل كل جملة مما يأتي إلى معادلة:

- ١ أكبر من ثلاثة أمثال عدد بمقدار واحد يساوي ٧
- ٢ أصغر من مثلي عدد بمقدار سبعة يساوي ١
- ٣ ناتج قسمة عدد على خمسة، مطروحاً منه عشرة يساوي ٣

للسؤالين ٤، ٥، اكتب معادلة وحلّها.

- ٤ **رسوم:** يتطلب تجديد رخصة القيادة دفع رسم مقداره ٤٠٠ ريال، بالإضافة إلى رسم مخالفة عن كل سنة تأخير. فإذا كان مجموع ما دفعه صالح ٦٠٠ ريال بعد تأخير مدته سنتان، فما قيمة رسم المخالفة السنوية؟

المثال ٤

- ٥ **تسوّق:** اشترى علاء حقيبة وآلة حاسبة بمبلغ ١٢١ ريالاً. فإذا كان المبلغ الذي دفعه ثمناً للحقيبة يزيد بمقدار ٤٥ ريالاً على ثمن الحاسبة، فما ثمن الحاسبة؟

المثال ٥

تدرّب وحلّ المسائل

حوّل كل جملة فيما يأتي إلى معادلة:

- ٦ أصغر من خمسة أمثال عدد ما بمقدار أربعة يساوي ١١
- ٧ أكبر من مثلي عدد بمقدار خمسة عشر يساوي ٩
- ٨ يزيد على أربعة أمثال عدد بمقدار ثمانية يساوي ١٢
- ٩ ناتج طرح ستة من سبعة أمثال عدد يساوي ٢٠

للأسئلة ١٠ - ١٣، اكتب معادلة لكل مسألة وحلّها.

- ١٠ **كتب:** اشترت مجلة وثلاثة كتب متساوية الثمن، ودفعت ١٥٧ ريالاً ثمناً لها جميعاً، وكان ثمن المجلة وحدها ٧ ريالات، فما ثمن الكتاب الواحد؟

- ١١ **مكالمات هاتفية:** بلغت فاتورة الهاتف النقال لسعد بحسب الإعلان الموضح جانباً خلال شهر واحد ٨, ١٣٩ ريالاً. أوجد عدد الدقائق التي استغرقها سعد في المكالمات.

- ١٢ **الكعبة المشرفة:** طول محيط باب الكعبة ٨, ٩ م، ويزيد طوله عن عرضه ٥, ١ م، اكتب معادلة لإيجاد بُعدي باب الكعبة، ثم حلّها.

- ١٣ **هندسة:** أوجد قيمة س في متوازي الأضلاع المرسوم إلى اليسار.

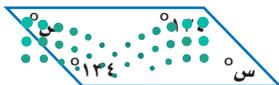
ارشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٩-٦	٣-١
١١-١٠	٤
١٢	٥



الربط بالحياة:

يقع باب الكعبة المشرفة في الجهة الشرقية منها بعمق نصف متر تقريباً داخل الجدار. وباب الكعبة الحالي أمر بصنعه وزخرفته الملك خالد رحمه الله بأحدث الطرق الفنية.



حيوانات: استعمل المعلومات عن يمين الصفحة لحل الأسئلة ١٤ - ١٦:

١٤) تقل السرعة القصوى للصقر عن ثلاثة أمثال سرعة الفهد القصوى بمقدار ٢٠ ميلاً في الساعة. فما سرعة الفهد؟

١٥) تستطيع سمكة الزعنفة الشراعية السباحة بسرعة تقل عن خمس سرعة الصقر بمقدار ميل واحد في الساعة. أوجد سرعة السمكة.

١٦) يمكن أن تصل سرعة الصقر إلى ما يزيد على سبعة أمثال أسرع إنسان بمقدار ١٤ ميلاً، فكم تبلغ سرعة أسرع إنسان تقريباً؟

١٧) **جبر:** إذا كانت: ن، ن + ٢، ن + ٤ تمثل ثلاثة أعداد زوجية متتالية، وكان مجموعها ٣٦، فما هذه الأعداد؟



الربط بالحياة:

يمكن أن تصل سرعة الصقر الجوال (الشاهين) إلى ١٧٥ ميلاً في الساعة.

ادّخار: للسؤالين ١٨، ١٩ استعمل المعلومات الآتية:

يريد كل من ماهر وسيف ادّخار مبلغ ٦٠٠٠ ريال للرحلة الصيفية، فإذا كان لدى ماهر مبلغ ١٥٠٠ ريال، ويستطيع أن يوفر ٧٥ ريالاً في اليوم لقاء عمله، بينما لم يكن لدى سيف شيء، لكنه يستطيع أن يوفر ١٢٠ ريالاً في اليوم لقاء عمله.

١٨) **خمن:** أيهما سيحتاج إلى وقت أطول لتوفير المبلغ المطلوب للرحلة؟

١٩) اكتب معادلتين للتحقق من تخمينك، وحلّهما.

للسؤالين ٢٠، ٢١ اكتب مسألة يمكن حلها باستعمال المعادلة.

٢٠) ٧٠ = ٢٠ + ٤ ٢١) ٢٥ = ٦ - ٢

٢٢) **مسألة مفتوحة:** العدد الذي يجعل الجملة: « يقل العدد ١٢ عن أربعة أمثال عدد بمقدار ٨ » جملة صحيحة هو ٥، اكتب جملةً أخرى يكون العدد المجهول فيها هو ٥

٢٣) **تحدّ:** إذا كان مجموع أعمار ثلاثة أشقاء ٢٧ سنة، وكان عمر أكبرهم مثلي عمر الأصغر، وعمر الأوسط يزيد على عمر الأصغر بمقدار ٣ سنوات. فاكتب معادلة لإيجاد أعمار هؤلاء الأشقاء، ثم حلّها.

٢٤) **اختر طريقة:** يبيع سعد كل ٣ علب عصير بمبلغ ٦,٥ ريالاً، فإذا كان ربحه فيها هو ٥,٠ ريال، فأَيُّ الطرق الآتية يمكنك استعمالها لإيجاد ثمن شراء سعد للعبة الواحدة؟ فسّر اختيارك، ثم أوجد ثمن شراء كل علبه.

الورقة والقلم

التقدير

الحساب الذهني

٢٥) **الكتب:** مسألة لفظية من الواقع تتطلب كتابة معادلة ذات خطوتين لحلّها، ثم اكتب هذه المعادلة وحلّها.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٧ توفر سمر نقوداً لشراء لعبة ثمنها ٤٥ ريالاً، إذا كانت قد وفرت حتى الآن ١٣ ريالاً، وستوفر ٨ ريالاً أسبوعياً، والمعادلة $٨س + ١٣ = ٤٥$ تمثل هذه العلاقة، فكم أسبوعاً تحتاج سمر حتى تجمع ثمن اللعبة؟
 (أ) ٤
 (ب) ٦
 (ج) ٧
 (د) ٨

٢٦ لدى شركة ٧٢ موظفاً، وتخطط إدارة الشركة لزيادة عددهم بمقدار ٦ موظفين شهرياً، إلى أن يصبح عددهم ضعف العدد الحالي، إذا كانت $ش$ تمثل عدد الأشهر اللازمة، فأى المعادلات الآتية تمثل الموقف؟
 (أ) $١٤٤ = ش + ٧٢$
 (ب) $١٤٤ = ٧٢ + ش$
 (ج) $١٤٤ = (٧٢ + ش)٢$
 (د) $١٤٤ = ٧٢ + ش$

مراجعة تراكمية

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٩ - ٢)

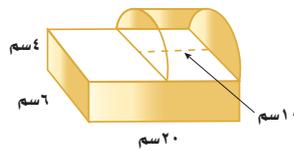
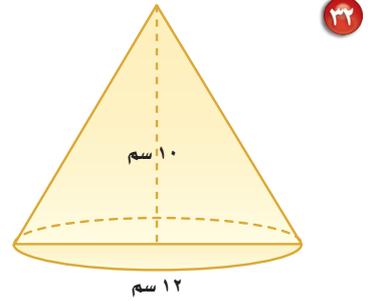
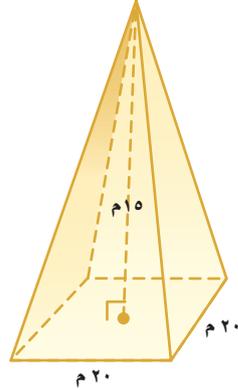
٣١ $٩ + ر - ١٥ = -٤$

٣٠ $١ + \frac{ن}{٨} = ٦$

٢٩ $٢٧ = ١٣ + ب - ٧$

٢٨ $١٧ = ٢ + س$

أوجد حجم كل مجسم مما يأتي، مقرباً الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك: (الدرس ٨ - ٥)



أوجد حجم المجسم المجاور. (الدرس ٨ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: بسّط كل عبارة مما يأتي:

٣٨ $٦ + أ - ١٥ = -٦$

٣٧ $٣ + ٣ - ر = ٨$

٣٦ $٥ + ٧ + ن = ٥$

٣٥ $٢ - س + ٨ = ٢$



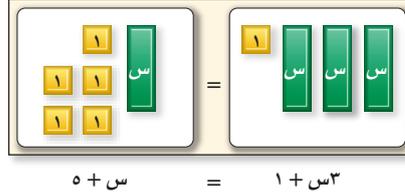


يمكنك استعمال بطاقات الجبر لحل المعادلات التي تشتمل على متغيرات في طرفيها.

نشاط

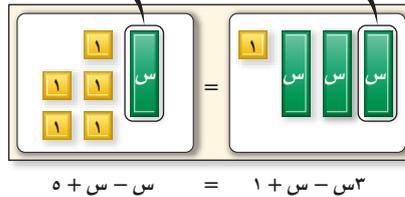
١ استعمال بطاقات الجبر لحل: $٣س + ١ = ٥ + س$.

مثال المعادلة.



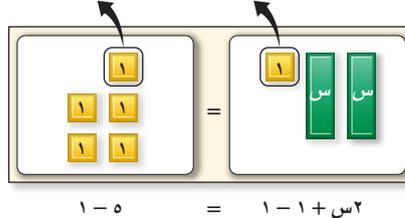
$$٥ + س = ١ + ٣س$$

احذف عددًا متساويًا من بطاقات س من كل طرف إلى أن تصبح بطاقات س في أحد الطرفين فقط.



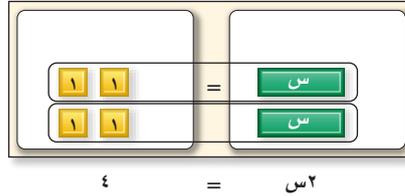
$$٥ + س - س = ١ + ٣س - س$$

احذف عددًا متساويًا من بطاقات العدد (١) من كل طرف إلى أن تصبح بطاقات س وحدها في أحد الطرفين.



$$١ - ٥ = ١ - ١ + ٢س$$

وزّع البطاقات المتبقية في مجموعتين متساويتين.



$$٤ = ٢س$$

وبهذا تكون قيمة س = ٢، وبما أن: $٣(٢) + ١ = ٥ + ٢$ ، فالحل صحيح.

تحقق من فهمك:

استعمل بطاقات الجبر لحل كل معادلة مما يأتي:

(أ) $س + ٢ = ٢ + س$ (ب) $٣س + ٧ = ٢س + ٤$ (ج) $٢س - ٥ = ٧ - س$
 (د) $٨ + س = ٣س$ (هـ) $٤س = س - ٦$ (و) $٢س - ٤ = ٨ - س$

حلّ النتائج

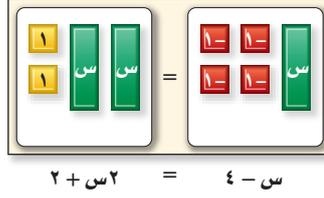
١ بيّن أيّ خصائص التساوي تستعملها للتخلص من العدد نفسه من بطاقات الجبر من كل طرف على لوحة المعادلة.



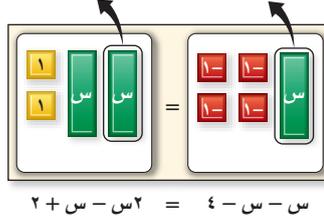
نشاط

٢ استعمال بطاقات الجبر لحل: $س - ٤ = ٢س + ٢$

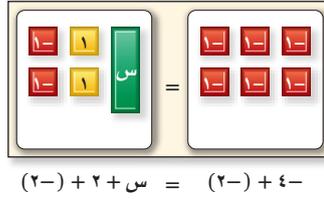
مثّل المعادلة.



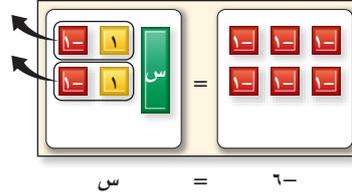
احذف عددًا متساويًا من بطاقات س من كل طرف إلى أن تصبح بطاقة س واحدة في أحد الطرفين.



لعزل بطاقات س، لا يمكن حذف بطاقة العدد (١) من كل طرف؛ لذا أضف بطاقتين من العدد (-١) إلى كل طرف.



احذف الأزواج الصفيرية من الطرف الأيسر للمعادلة، فبقي ٦ أزواج من البطاقة (-١) على الطرف الآخر تقابل بطاقة واحدة س.



وبهذا $س = -٦$ ، وبما أن: $س - ٤ = ٢س + ٢$ ، فالحل صحيح.

تحقق من فهمك:

استعمل بطاقات الجبر لحل كل معادلة فيما يأتي:

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| (ح) $٣س + ٣ = ٥ - س$ | (ز) $س + ٦ = ٣س - ٢$ |
| (ي) $٣س - ٢ = ٣ + س$ | (ط) $س - ٤ = ٢س + ٥$ |
| (ل) $٢س + ٥ = ٤س - ١$ | (ك) $٢س + ١ = ٧ - س$ |

حلّ النتائج

- ٢ وضح لماذا يمكنك حذف بطاقة س واحدة من كل طرف في لوحة المعادلة.
- ٣ حلّ المعادلة $س + ٤ = ٣س - ٤$ بحذف بطاقات العدد (١) أولاً، ثم حُلّها بحذف بطاقات س أولاً. هل يؤثر حذف البطاقات التي تحمل العدد (١) أو بطاقات س أولاً؟ هل إحدى الطريقتين أكثر ملاءمة للحل؟ وضح ذلك.

٤ **خمن:** في مجموعة بطاقات الجبر، تمثل - س بالبطاقة ، وضح كيف يمكنك

استعمال بطاقة (-س) وبطاقات الجبر الأخرى لحل المعادلة:

$$-٣س + ٤ = -٢س - ١$$



حل معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها

٩ - ٤

مبيعات هاني	مبيعات حمزة	الزمن (يوم)
٥ = (٠)٥	٨ = (٠)٤ + ٨	٠
٥ = (١)٥	١٢ = (١)٤ + ٨	١
١٠ = (٢)٥	١٦ = (٢)٤ + ٨	٢
١٥ = (٣)٥	٢٠ = (٣)٤ + ٨	٣
⋮	⋮	⋮

استعد

مبيعات: يبيع كل من حمزة وهاني ربطات لتغليف الهدايا. فإذا باع حمزة ٨ رزم من الربطات قبل أن يبدأ هاني بالبيع، ثم كان معدل ما باعه هاني ٥ رزم في اليوم الواحد، ومعدل ما باعه حمزة ٤ رزم في اليوم، فأجب عما يأتي:

فكرة الدرس:

أحل معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها.

- ١ انسخ الجدول أعلاه، ثم أكمل تعبئة الصفوف لإيجاد عدد الأيام المطلوبة حتى يتساوى عدد ما باعه كل من هاني وحمزة.
- ٢ اكتب عبارة تمثل مبيعات حمزة بعد س يومًا.
- ٣ اكتب عبارة تمثل مبيعات هاني بعد س يومًا.
- ٤ أي يوم تتجاوز فيه مبيعات هاني مبيعات حمزة؟
- ٥ اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد عدد الأيام المطلوبة حتى يتساوى عدد ما باعه كل من هاني وحمزة.

تشتمل بعض المعادلات، مثل: $٨ + ٤س = ٥س$ على متغيرات في طرفي المعادلة. ولحل مثل هذه المعادلة، استعمل خاصية الجمع أو الطرح على المساواة لكتابة معادلة مكافئة بمتغيرات في طرف واحد، ثم حلها.

مثالان

معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها

١ حل المعادلة $٨ + ٤س = ٥س$ ، ثم تحقق من صحة الحل.

$$\begin{aligned} & ٨ + ٤س = ٥س \\ & ٨ + ٤س - ٤س = ٥س - ٤س \\ & ٨ = س \end{aligned}$$

اطرح ٤س من كل طرف
بسّط بتجميع الحدود

اطرح ٤س من الطرف الأيسر لموازنة المعادلة.

اطرح ٤س من الطرف الأيمن لعزل المتغير.

الحل هو ٨

وللتحقق من صحة الحل، عوض عن س بـ ٨ في المعادلة الأصلية.

اكتب المعادلة الأصلية

عوض عن س بـ ٨

الجملة صحيحة

تحقق: $٨ + ٤س = ٥س$

$٨ + ٤(٨) = ٥(٨)$

$٤٠ = ٤٠$ ✓



حلّ المعادلة: $6n - 1 = 4n - 5$.

$$\begin{array}{l} \text{اكتب المعادلة الأصلية} \\ \text{اطرح } 4n \text{ من كل طرف} \\ \text{بسّط} \\ \text{أضف } 1 \text{ إلى كل طرف} \\ \text{بسّط} \\ \text{اقسم كل طرف ذهنياً على } 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6n - 1 = 4n - 5 \\ 6n - 4n - 1 = 4n - 4n - 5 \\ 2n - 1 = 5 \\ 2n - 1 + 1 = 5 + 1 \\ 2n = 6 \\ 2n = 6 \\ n = 3 \end{array}$$

تحقق من فهمك:

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:
(أ) $18 = 5 + 21$ (ب) $3س - 7 = 8س + 23$ (ج) $12 - م = 3 + \frac{7}{3}م$

مثال من واقع الحياة

مكالمات هاتفية: تبلغ تكلفة الاشتراك الشهري لأحد عروض الهواتف النقالة ٣٥ ريالاً شهرياً بالإضافة إلى ٠,٣٥ ريال عن كل دقيقة، والاشتراك الشهري لعرض آخر ٤٥ ريالاً بالإضافة إلى ٠,٣٠ ريال عن كل دقيقة. فبعد كم دقيقة يتساوى العرضان؟

التعبير اللفظي	التعبير العددي
٣٥ ريالاً شهرياً زائد ٠,٣٥ ريالاً لكل دقيقة	يساوي
٤٥ ريالاً شهرياً زائد ٠,٣٠ ريالاً لكل دقيقة	
المعادلة	ليكن د يمثل عدد الدقائق.
	$35 + 0,35d = 45 + 0,30d$

$$\begin{array}{l} \text{اكتب المعادلة} \\ \text{اطرح } 0,30d \text{ من كل طرف} \\ \text{اطرح } 35 \text{ من كل طرف} \\ \text{اقسم كل طرف على } 0,05 \end{array} \quad \begin{array}{l} 35 + 0,35d = 45 + 0,30d \\ 35 + 0,35d - 0,30d = 45 + 0,30d - 0,30d \\ 35 + 0,05d = 45 \\ 35 - 35 = 45 - 35 + 0,05d \\ 0,05d = 10 \\ \frac{0,05d}{0,05} = \frac{10}{0,05} \\ d = 200 \end{array}$$

تحقق: $35 + (0,35)200 = 45 + (0,30)200$
 $105 = 105$ ✓

تحقق من فهمك:

(د) رايات: يقل طول نموذج لعلم المملكة العربية السعودية عن مثلي عرضه بمقدار قدمين، فإذا كان طول محيطه يزيد على عرضه بمقدار ١٠٠ قدمًا، فأوجد بُعدي النموذج.



الربط بالحياة:

- يُعدّ علم المملكة العربية السعودية العلم الوحيد الذي لا يُنكس ولا يُنزل إلى نصف السارية في حالات الحداد والمراسم الدولية؛ وذلك لأجل شهادة التوحيد التي يحملها.



المثالان ١، ٢

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

$$\begin{aligned} 1 & 50 = 9 + 2 \quad 2 & 3 + 14 = ك \\ 3 & 10 = 3 - 28 \quad 5 & 9 - 18 = 21 + 12 \\ 4 & 7 - 6 = 8 - 1 + 1 \quad 6 & 4 - 2 = 3 - 2 + ب \end{aligned}$$

المثال ٣

٧ **تأجير سيارات:** يتقاضى مكتب لتأجير السيارات ٩٥ ريالاً كأجرة يومية على السيارة، بالإضافة إلى ٢٥, ٠ ريال عن كل كيلومتر زائد عن الحد اليومي. ويتقاضى مكتب آخر ٨٠ ريالاً في اليوم، بالإضافة إلى ٤٠, ٠ ريال عن كل كيلومتر زائد. أوجد عدد الكيلومترات الزائدة المقطوعة في يوم واحد والتي تكون تكلفتها في المكتبين متساوية.

تدرّب وحلّ المسائل

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

$$\begin{aligned} 8 & 17 = 10 + 12 \quad 9 & 11 = 8 + 24 \quad 10 & 18 = 3 - م \\ 11 & 5 + 2 = 4 - ب \quad 12 & 8 - 3 = 6 + 17 \quad 13 & 15 - 3 = 1 - ن \\ 14 & 10 - 3 = 2 - ب \quad 15 & 11 - 12 = 13 + 12 \quad 16 & 6 - 21 = 5 - د \end{aligned}$$

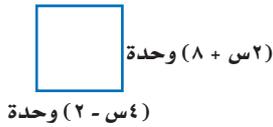
إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٠-٨	١
١٦-١١	٢
١٩-١٧	٣

حدّد المتغير لكل مسألة مما يأتي، ثم اكتب المعادلة، وحلّها:

- ١٧ أقل من ثلاثة أمثال عدد ما بمقدار ثمانية عشر يساوي مثلي العدد.
١٨ أكبر من أربعة أمثال عدد بمقدار أحد عشر يساوي هذا العدد مطروحاً منه سبعة.
١٩ **ترفيه:** ثمن التذكرة العادية للدخول إلى مدينة ألعاب ٦ ريالات، وثمان التذكرة الذهبية ٣ ريالات لمن دفع ٣٠ ريالاً رسم اشتراك. فكم تذكرة ذهبية يجب شراؤها بحيث يكون ثمنها مساوياً ثمن التذاكر العادية المساوية لها في العدد؟

٢٠ **قياس:** اكتب معادلة وحلّها لإيجاد محيط المربع المجاور ومساحته.

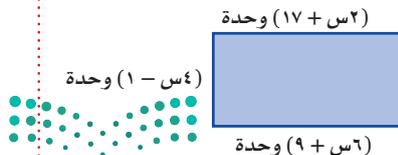


٢١ **تحدّ:** يدفع محل بيع الذرة مبلغ ٥٠٠ ريال بالإضافة إلى ٥٪ من قيمة المبيعات إيجاراً شهرياً للمكان. إذا كان المحل يبيع كوب الذرة الذي يكلفه ٢,٧٥ ريالاً بـ ٥ ريالات، فاكتب معادلة وحلّها لإيجاد عدد الأكواب التي يلزمه بيعها ليوفّر قيمة الإيجار.

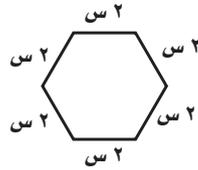
٢٢ **تحدّ:** أوجد مساحة المستطيل المجاور.

٢٣ **الكتب:** وضح كيف تحل المعادلة:
 $2 - 6 = 8 - س$

مسائل مهارات التفكير العليا



٢٥ ما قيمة s التي تجعل محيطي المثلعين أدناه متساويين؟



- (أ) ١
(ب) ٢
(ج) ٣
(د) ٤

٢٤ إذا كان عدد لاعبي فريق كرة القدم في ناد رياضي هو ٤٥ لاعبًا، ويزيد بمعدل ٣ لاعبين سنويًا، وعدد لاعبي فريق ألعاب القوى في النادي نفسه ٢١ لاعبًا، ويزيد بمقدار ٦ لاعبين سنويًا. أي المعادلات الآتية يمكن استعمالها لإيجاد عدد لاعبي الفريقين؟

- (أ) $٤٥\text{ س} + ٣ = ٢١\text{ س} + ٦$
(ب) $٤٥\text{ س} + ٦ = ٢١\text{ س} + ٣$
(ج) $٤٥ + ٢١ = ٦ + ٣\text{ س}$
(د) $(٤٥ + ٢١)\text{ س} = (٦ + ٣)$

مراجعة تراكمية

٢٦ قرطاسية: زارت مها المكتبة واشترت كتابًا و ٤ دفاتر من النوع نفسه، فكان ثمن مشترياتها ٩٥, ٤٩ ريالًا، إذا كان ثمن الكتاب ٩٥, ١٨ ريالًا، فما ثمن الدفتر الواحد؟ (الدرس ٩ - ٣)

بسّط كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٩ - ١)

٣٠ $٣ - ٤ + ٩$ ص

٢٩ $٩ - ١٧ - ١٧$

٢٨ $٨ - ٣ + ٣$

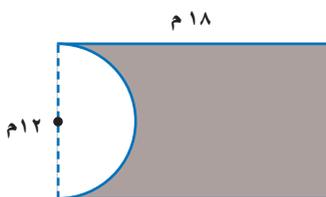
٢٧ $٥ + ٦ - ٦$ س

حلّ كل معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٩ - ٢)

٣١ $٩ + ٥ = ١٩$ ص $٣٢ - ٦ = ٤ + ٢$ س

٣٣ $٨ - ك = ١٧$ $٣٤ ٢ = ١٨ - ٤٤$

٣٥ أوجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٨ - ١)



الاستعداد للدرس اللاحق

٣٦ مهارة سابقة: مع ياسر ١٣٥ ريالًا، يريد صرفها في حضور مباراة كرة قدم، فإذا كان ثمن التذكرة ٢٥ ريالًا، وثمان الوجبة ٥, ١٥ ريالًا، وثمان العصير ٥, ٤ ريالًا، استعمل "استراتيجية الحل عكسيًا"؛ لإيجاد عدد الأصدقاء الذين يمكن لياسر دعوتهم لحضور المباراة معه، إذا قام بالدفع عنه وعن أصدقائه المدعويين.

اختبار منتصف الفصل

الدرس من ٩-١ إلى ٩-٤

١٥ تدريب: استعدادًا لسباق الدراجات، يقطع سعد بدراجته المسافة نفسها يوميًا الثلاثاء والخميس، ويقطع مسافة ٢٠ كيلومترًا يوم السبت، وعليه يكون مجموع المسافة التي يقطعها في الأيام الثلاثة ٥٠ كيلومترًا. حل المعادلة $٢م + ٢٠ = ٥٠$ ؛ لإيجاد المسافة التي يقطعها سعد في كل من يومي الثلاثاء والخميس. (الدرس ٩-٢)

حوّل كل جملة فيما يأتي إلى معادلة، ثم حلّها: (الدرس ٩-٣)

١٦ يزيد العدد ٩ على ناتج قسمه عدد على ٣ بمقدار ١٤

١٧ ناتج قسمة عدد ما على $(٧-)$ مطروحًا منه ٤ يساوي $(١١-)$

١٨ الفرق بين ١٠ وثلاثة أمثال عدد ما يساوي ١٧

١٩ اتصالات: تتقاضى شركة اتصالات ٤٥ ريالًا رسوميًا شهريًا، كما تتقاضى ١٥, ٠ ريال عن كل دقيقة أو جزء منها يتحدثها المتصل. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد الدقائق التي تحدّثها متصل كانت فاتورته الشهرية ٥, ١١٢ ريالًا. (الدرس ٩-٣)

حلّ كل معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٩-٤)

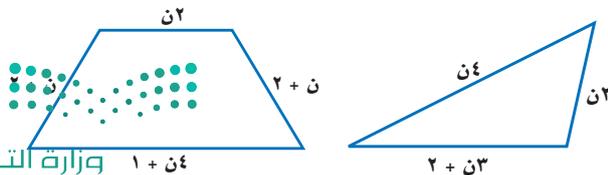
٢٠ $٣س + ٢ = ٧$

٢١ $٧ب - ٤ = ٦$

٢٢ $٧ + ٣ص = ٥$

٢٣ $٤٩ + م = ٧ + ٣$

٢٤ قياس: اكتب معادلة وحلها لإيجاد قيمة س، بحيث يكون محيط المثلعين متساويين. (الدرس ٩-٤)



استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٩-١)

١ $٣(س + ٢)$ **٢** $٢ - (أ - ٣)$

٣ $٥(٣ - ج - ٧)$ **٤** $٤ - (٣ + ن)$

بسّط كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٩-١)

٥ $١٣ - ٢أ$ **٦** $٦ب + ٥ - ٦ب$

٧ $٢م + ٥ - ٨$ **٨** $٧س + ٢ - ٨س + ٥$

٩ عيّن الحدود، والحدود المتشابهة، والمعاملات، والثوابت في العبارة: $٥ - ٤س + ٣$.

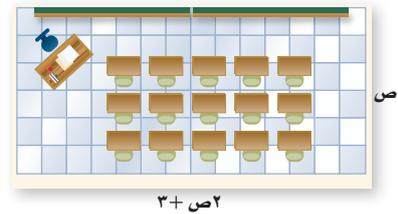
(الدرس ٩-١)

حلّ كل معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٩-٢)

١٠ $١٤ = ٥ + ٣$ **١١** $٢ - ك = ٧ - ٣$

١٢ $٢ + \frac{١}{٣}أ = ١١$ **١٣** $١٥ - ٧ = -٧ ي$

١٤ اختيار من متعدد: بيّن الشكل أدناه مخطط غرفة صيفية.



إذا كان محيط الغرفة ٧٨ قدمًا، فكم عرضها؟ (الدرس ٩-٢)

(أ) ١٢ قدمًا (ج) ٢٥ قدمًا

(ب) ١٥ قدمًا (د) ٢٧ قدمًا



استراتيجية حل المسألة

٥-٩

فكرة الدرس: أحل المسائل باستعمال استراتيجية
"التخمين والتحقق"

التخمين والتحقق

محمد: يشارك مجموعة من الأشخاص في دورة تدريبية، ويبلغ رسم الاشتراك في الدورة ٢٠٠ ريالاً للصغار و٤٠٠ ريالاً للكبار، وبلغ ما تم جمعه من المشاركين ٦٦٠٠ ريالاً، وكان عددهم ٣٠ شخصاً.

مهمتك: تخمن وتحقق لإيجاد عدد كل من الصغار والكبار المشاركين في الدورة.



افهم
يدفع الصغير ٢٠٠ ريالاً، ويدفع الكبير ٤٠٠ ريالاً.
والعدد الكلي ٣٠ شخصاً.

خطّ
خمن، ثم تحقق من صحة تخمينك.

حلّ
ابحث عن الحالة التي يكون فيها المجموع ٦٦٠٠ ريالاً. يشير ص في القائمة إلى عدد الصغار، و ك إلى عدد الكبار.

التحقق	٢٠٠ ص + ٤٠٠ ك	ك	ص
مرتفع	$6800 = (4)400 + (26)200$	٤	٢٦
منخفض	$6200 = (1)400 + (29)200$	١	٢٩
منخفض	$6400 = (2)400 + (28)200$	٢	٢٨
صحيح	$6600 = (3)400 + (27)200$	٣	٢٧

إذن، هنالك ٢٧ صغيراً و٣ كبار يشاركون في الدورة.

تحقق
مجموع ٢٧ و ٣ يساوي ٣٠، وبما أن: $6600 = (3)400 + (27)200$ ، فالتخمين صحيح. ✓

حل الاستراتيجية

١ في المسألة أعلاه، المبلغ المجموع من ٢٣ صغيراً و ٥ كبار يساوي أيضاً ٦٦٠٠ ريالاً. وضح لماذا لا يكون هذا هو الجواب الصحيح؟

٢ **الكتب** مسألة يمكنك حلها بالتخمين والتحقق، ثم اكتب الخطوات المطلوبة لإيجاد الحل.



٩ **أقراص مرنة:** يريد سعد وضع ٢٠ قرصاً مرناً في صندوق واحد. اكتب احتمالين لأبعاد الصندوق الذي يتسع لهذه الأقراص بلا فراغات.

١٠ مجموع أعمار ثلاثة أشخاص ١٠٨ سنوات، إذا كان عمر أكبرهم يزيد ٨ سنوات على عمر الأصغر، فما أعمار هؤلاء الأشخاص؟

تحليل جداول: استعمل المعلومات الآتية لحل المسألتين ١١، ١٢:

شارك ١١٥ طالباً في إحدى المدارس في دورات تدريبية مهنية؛ حيث شارك ٧٠ طالباً في دورة تمرير، و٣٧ طالباً في دورة مهارات التفكير، و٦٣ طالباً في دورة الإلكترونيات، وشارك بعضهم في أكثر من دورة كما في الجدول الآتي:

عدد الطلاب	الدورة
١٥	جميع الدورات
٢٠	التمرير والتفكير
٣٠	الإلكترونيات والتمرير
١٢	التفكير فقط

١١ فما عدد الطلاب الذين شاركوا في دورة الإلكترونيات فقط؟

١٢ ما عدد الطلاب الذين لم يشاركوا في دورة التمرير؟

١٣ **الحس العددي:** أوجد ناتج ضرب ما يأتي:

$$1 - \frac{1}{4}, 1 - \frac{1}{3}, 1 - \frac{1}{2}, \dots$$

$$1 - \frac{1}{48}, 1 - \frac{1}{49}, 1 - \frac{1}{50}$$

استعمل استراتيجية "التخمين والتحقق" لحل المسائل ٣-٥:
٣ **نظرية الأعداد:** ناتج مربع عدد يساوي ٥٧٦، فما العدد؟

٤ **عملة:** مع حمد مبلغ ٢٢,٥ ريالاً مكوناً من الفئات الآتية: $\frac{1}{4}$ ريال، ريال، ١٠ ريالات. فإذا كان عدد العملات التي معه ١٦ عملة، فما عدد كل فئة منها؟

٥ **تسوق:** اشترت مها هدايا لثمان بنات إخوانها، فإذا اشترت خواتم بسعر ٦ ريالات للخاتم الواحد، ودمى بسعر ٧ ريالات للدمية الواحدة، وأنفقت ٥٣ ريالاً، فما عدد الهدايا التي اشترتها من كل نوع؟

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦-١٣:

من استراتيجيات حل المسألة
• الرسم
• إنشاء جدول
• التخمين والتحقق

٦ **قياس:** إذا كان طول المستطيل المرسوم (ل) أطول من عرضه (ض)، فاكتب قائمة الاحتمالات الممكنة لبُعدي المستطيل بالأعداد الصحيحة، علماً بأن مساحته تساوي ٣٦ وحدة مربعة. وعيّن بُعدي المستطيل الذي له أكبر محيط.

$$\text{ض} = 36 \text{ وحدة مربعة}$$

ل

٧ **أعداد:** ثلاثة أعداد مجموعها ٢٣، والعدد الأكبر منها يزيد على الأصغر بمقدار ٩

٨ **صحيفة:** تبين القائمة المجاورة عدد أحرف أول ٢٠ كلمة في مقالة مكتوبة في إحدى الصحف اليومية. فأَيُّ عدد الأحرف أكثر تكراراً؟

الصحيفة اليومية	١	٢	٣	٤
١	٣	٥	٧	٤
٢	٤	٧	٦	٤
٣	٥	٥	٣	٦
٤	٨	٤	٥	٥
٥	٦	٥	٧	٧



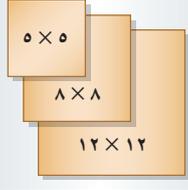
المتباينات

٦-٩

خدمات البريد

الكتلة القصوى (جم)	السعر بالريال
٣٠	١,٥
٦٠	٢,٢٥
٩٠	٢,٧٥
١٢٠	٣,٢٠
١٥٠	٣,٥٠

بطاقات مربعة (بوصة)



خدمة البريد: ترغب هدى في إرسال بطاقات دعوة مربعة الشكل بالبريد، على أن تكون قياسات البطاقة ٥ بوصات × ٥ بوصات أو أكبر. وستدفع رسوماً لكتلة كل بطاقة بحسب البيان الموضح أعلاه.

١ حدد قياسات ثلاث بطاقات يمكن لهدى استعمالها.

٢ كم ستبلغ تكلفة إرسال بطاقة كتلتها ٨٠ جراماً؟

فكرة الدرس:

أكتب المتباينات وأمثلها.

المفردات

المتباينة

تُسمى الجملة الرياضية التي تشتمل على أحد الرمزتين: أكبر من ($>$)، أو أصغر من ($<$) **متباينة**. وعند استعمالها للمقارنة بين متغير وعدد، فإنها تصف مدى من القيم.

كتابة متباينات باستعمال $<$ أو $>$

مثالان

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

- ١ **أمتعة:** يجب أن تقل كتلة حقيبة السفر عن ١٨ كيلو جراماً. ليكن w = كتلة الحقيبة.
- ٢ **عمر:** يجب أن يكون عمرك أكبر من ١٢ سنة حتى تشارك في اللعب. ليكن e = عمر الفرد.

$$e < 12$$

$$w > 18$$

تحقق من فهمك: اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

- أ) **قيادة:** يجب أن يكون عمرك أكبر من ١٨ سنة حتى تقود السيارة.
- ب) **رياضة:** يجب أن يكون عمر اللاعب في فريق الناشئين أصغر من ١٧ سنة.

يستعمل الرمزان \leq و \geq ليجمعا بين الإشارتين $<$ و $>$ مع إشارة المساواة = .

كتابة متباينات باستعمال \leq أو \geq

مثالان

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

- ٣ **الألعاب:** يجب ألا يقل طولك عن ١٢٠ سم لتمارس هذه اللعبة. ليكن t = طول الفرد.
- ٤ **الطعام:** يجب أن يكون عمرك ١٢ سنة أو أقل لتطلب من قائمة الأطفال. ليكن s = عمر الفرد.

$$t \geq 120$$

$$s \geq 12$$

تحقق من فهمك:

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

- ج) **الهوية:** يجب أن يكون عمرك ١٠ سنوات أو أكبر حتى يحق إصدار الهوية الوطنية.
- د) **سيارة:** يتسع خزان الوقود لـ ٦٠ لتراً على الأكثر.

المتباينات				
التعبير اللفظي	• أصغر من • أقل من	• أكبر من • أكثر من	• أصغر من أو يساوي • أقل من أو يساوي • على الأقل	• أكبر من أو يساوي • أكثر من أو يساوي • على الأقل
الرموز	<	>	≤	≥

المتباينات التي تشتمل على متغيرات هي جمل مفتوحة، وعند كتابة عدد ما مكان المتغير، فإنها تكون إما صحيحة وإما خاطئة.

مثالان

التحقق من صحة متباينة

بين ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة عند القيمة المعطاة:

٥ أ $2 < 8$ ، أ $5 = 5$ ٦ ب $10 \geq 7 - 3$ ، س $3 = 3$

أ $8 < 2 + 5$ اكتب المتباينة
ب $8 < 2 + 5$ عوض عن أ ب ٥
٧ $8 \nless 7$ بسط
بما أن ٧ ليست أكبر من ٨، فإن $8 < 7$ خاطئة.

أ $8 < 2 + 5$ اكتب المتباينة
ب $8 < 2 + 5$ عوض عن أ ب ٥
٧ $8 \nless 7$ بسط
بما أن $10 > 10$ خاطئة، $10 = 10$ صحيحة، فإن $10 \geq 10$ صحيحة.

إرشادات للدراسة

رموز

تقرأ العبارة $8 \nless 7$:

٧ ليست أكبر من ٨.

تحقق من فهمك:

بين ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة، عند القيمة المعطاة.

هـ $6 > 15$ ، ن $18 = 18$ (و) $3 \leq 24$ ، ب $8 = 8$ (ز) $2 - 5 < 7 - 3$ ، ص $1 = 1$

يمكن تمثيل المتباينات على خط الأعداد، ولأنه يصعب إظهار جميع القيم التي تجعل المتباينة صحيحة، يتم وضع دائرة مفتوحة أو مغلقة للدلالة على بداية القيم، ثم سهم إلى اليمين أو اليسار لإظهار الاتجاه.

مثالان

تمثيل المتباينات بيانياً

مثل بيانياً كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

٧ ن $3 > 3$ ٨ ن $3 \leq 3$

ضع دائرة غير مظللة على العدد ٣، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليسار.

ضع دائرة مظللة على العدد ٣، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليمين.

الدائرة غير المظللة تعني أن العدد ٣ ليس ضمن الحل.

الدائرة المظللة تعني أن العدد ٣ ضمن الحل.

تحقق من فهمك:



مثل بيانياً كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

ح) $2 < 3$ (ط) $1 > 3$ (ي) $5 \geq 3$ (ك) $3 \leq 5$



الأمثلة ٤-١

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

١ **قيادة السيارات:** يجب أن لا تتجاوز سرعة سيارتك ١٢٠ كلم/ ساعة.

٢ **ألعاب:** يعرض محلُّ لعبة إلكترونية للذين تزيد أعمارهم على ٦ سنوات.

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة، عند القيمة المعطاة:

٣ س - ١١ > ٩، س = ٢٠ ٤ $٤٢ \leq أ، ٦ = أ، ٨ = ٨$ ٥ $١ + \frac{٦}{٣} \geq ٦، ن = ١٥$

مثل بياناً كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

٦ ن < ٤ ٧ ب ≥ ٢ ٨ س ≤ ٠ ٩ أ > ٧

المثالان ٥، ٦

المثالان ٧، ٨

تدرّب وحلّ المسائل

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

١٠ **عطور:** لا تزيد تكلفة بعض أنواع العطور على ٥٠ ريالاً.

١١ **تسوّق:** يجب أن تتجاوز مشترياتك ١٠٠ ريال لتحصل على خصم.

١٢ **تبرّع:** يمكنك التبرع بالدم إذا كان خُضاب الدم لديك ١٢ وحدة على الأقل.

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة، عند القيمة المعطاة:

١٣ $١٢ + أ > ٢٠، ٩ = أ$ ١٤ $١٥ - ك < ٦، ٨ = ك$ ١٥ $٣ - ص > ٢١، ٨ = ص$

١٦ $٣٢ \geq ٢س، ١٦ = س$ ١٧ $\frac{٦}{٤} \leq ٥، ن = ١٢$ ١٨ $\frac{١٨-}{س} < ٩، س = -٢$

مثل بياناً كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

١٩ س < ٦ ٢٠ ص > ٨ ٢١ ب ≤ ٧ ٢٢ ن ≥ ١

ارشادات للأئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٢-١٠	٤-١
١٨-١٣	٦، ٥
٢٢-١٩	٨، ٧



الرابط بالحياة: يعتبر خضاب الدم (الهيموجلوبين) المكوّن الأساسي في خلايا الدم الحمراء حيث يعمل على نقل الأكسجين من الرئتين إلى جميع أنسجة الجسم المختلفة.

مسائل

مهارات التفكير العليا

٣٣ **اكتشف الخطأ:** كتب كل من ياسر وعزام المتباينة التي تعبر عن الجملة

”ساعتان على الأقل لحل الواجبات“، فأيهما على صواب؟ وضح إجابتك.



عزام

$$ن \leq ٢$$

$$ن \geq ٢$$



ياسر

٢٤ **تحدّ:** إذا كانت: س = ٣، فهل المتباينة الآتية صائبة أم خاطئة؟ برّر إجابتك.

$$٩ + س + \frac{١٠٨}{١٢} \leq ١٥ - ٤س$$



٢٥ **الكتب:** إذا كانت أ > ب، ب > ج، ما العلاقة الصحيحة بين أ و ج؟

وضح ذلك، وأعط أمثلة تستخدم كلاً من القيم الموجبة والسالبة لـ أ، ب، ج.

٢٧ أي المتباينات الآتية تعبر عن الجملة: "للاشتراك يشترط ألا يقل عمر العضو عن ١٨ سنة"؟

(أ) $١٨ < ع$

(ب) $١٨ \leq ع$

(ج) $١٨ > ع$

(د) $١٨ \geq ع$

٢٦ لا يستطيع حمزة السباحة في البركة أكثر من ٤ ساعات هذا اليوم، أي التمثيلات البيانية الآتية تمثل الزمن الذي يمكن أن يقضيه حمزة في البركة؟



مراجعة تراكمية

٢٨ **عمرة:** سافر ١٦ صديقاً في رحلة عمرة إلى مكة المكرمة، ثم توجهوا إلى الفندق، فوجدوا به نوعين من الغرف: غرف سعتها ٣ أسرة، وغرف سعتها ٥ أسرة، فكم غرفة بالضبط تكفيهم لاستئجارها؟ (الدرس ٩ - ٥)

٢٩ **سيارات:** يقدم أحد معارض تأجير السيارات عرضين للمستأجرين؛ الأول: ٦٠ ريالاً يومياً، إضافة إلى ٢٥, ٠ ريال عن كل كيلومتر تقطعه السيارة، والثاني: ٤٥ ريالاً إضافة إلى ٤٥, ٠ ريال عن كل كيلومتر تقطعه السيارة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عند كم كيلومتراً ستكون التكلفة نفسها بكلا العرضين. (الدرس ٩ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حلّ كلاً من المعادلات الآتية:

٣١ $٧ - = ٤ + ن$

٣٠ $٣١ = ١٥ + ص$

٣٣ $٣ - = ١٢ - س$

٣٢ $٢٥ = ٨ - أ$





حل المتباينات

٧-٩

استعد

أوراق نقدية: وضع كل من أحمد وخالد ما في جيوبهم من نقود على الطاولة.

١ اكتب متباينة تقارن بين نقود أحمد وخالد.

٢ إذا حصل كل منهما على ١٠ ريالات إضافية، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.

٣ إذا اشترى كل منهما بقيمة ريالين، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.

٤ إذا تبرع كل منهما بنصف ماله عبر المنصات الرسمية للتبرع، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.

٥ إذا تضاعف ما لديهما ثلاث مرات، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.

تبيّن الأمثلة أعلاه خصائص المتباينة، وهذه الخصائص صحيحة عندما $a \leq b$ ، $a \geq b$.

فكرة الدرس:

أحل متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة.

الاسم	العملات النقدية
أحمد	٥٠ ريالاً (ورقة)، ١٠ ريالات (ورقتان)، ريال (٤ قطع)
خالد	١٠ ريالات (٥ أوراق)، ريال (قطعتان)

مفهوم أساسي

خصائص المتباينة (الجمع والطرح)

التعبير اللفظي: عند جمع (أو طرح) العدد نفسه لطرفي متباينة، فإنها تبقى صحيحة.

الرموز:

- لأي ثلاثة أعداد a ، b ، c ، $a < b$ ، فإن $a + c < b + c$ ، $a > b$ ، فإن $a + c > b + c$.
- إذا كان $a < b$ ، فإن $a - c < b - c$ ، $a > b$ ، فإن $a - c > b - c$.

الأمثلة:

$$\begin{array}{l} 8 > 3 \\ 4 - 8 > 4 - 3 \\ \checkmark 4 > 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 - < 2 \\ 5 + 3 - < 5 + 2 \\ \checkmark 2 < 7 \end{array}$$

يُقصد بحل المتباينة إيجاد قيم المتغير التي تجعل المتباينة صحيحة.

حل المتباينات بالجمع والطرح

مثالان

حلّ المتباينتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل.

$$n - 8 > 15$$

اكتب المتباينة

$$n - 8 > 15$$

أضف ٨ للطرفين

$$n - 8 + 8 > 15 + 8$$

بسّط

$$n > 23$$

إذن الحل هو: $n > 23$

إرشادات للدراسة

التحقق من صحة الحل
يمكنك التحقق من صحة الحل في المثال ١ بتعويض أعداد أصغر من ٢٣ في المتباينة والتحقق من صحة الناتج.



$$-4 \leq 7 + l$$

$$-4 \leq 7 + l \quad \text{اكتب المتباينة}$$

$$-4 - 7 \leq 7 + l - 7 \quad \text{اطرح 7 من الطرفين}$$

$$-11 \leq l \quad \text{بسّط}$$

إذن الحل هو: $l \geq -11$

تحقق: عوّض عن l في المتباينة الأصلية بـ -11 ، ثم بعدد أصغر منه.

تحقق من فهمك:

حلّ المتباينات الآتية، ثم تحقق من صحة الحل.

(أ) $12 < 3 + t$ (ب) $4 \leq \frac{1}{p} + n$ (ج) $2 > 1,5 - v$

مفهوم أساسي

خصائص المتباينة (الضرب والقسمة)

التعبير اللفظي: عند ضرب (أو قسمة) طرفي متباينة في عدد موجب، فإنها تبقى صحيحة.

الرموز: لأي ثلاثة أعداد a ، b ، c ، حيث $a < b$:

- إذا كان $a < b$ ، فإن $a \cdot c < b \cdot c$ ، $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- إذا كان $a > b$ ، فإن $a \cdot c > b \cdot c$ ، $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

الأمثلة:

$$\begin{array}{ll} 2 < 10 & 5 < 8 \\ \frac{2}{2} < \frac{10}{2} & 4(5) > 4(8) \\ 1 < 5 & 20 > 32 \end{array}$$

حلّ المتباينات بالقسمة والضرب

مثالان

حلّ المتباينات الآتية، ومثّل الحل بيانياً:

$$7y < -42$$

$$7y < -42 \quad \text{اكتب المتباينة}$$

$$\frac{7y}{7} < \frac{-42}{7} \quad \text{اقسم الطرفين على 7}$$

$$y < -6 \quad \text{بسّط}$$

إذن الحل هو: $y < -6$



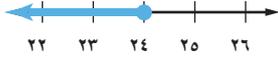
$$\frac{1}{3} \text{ س } \geq 8$$

اكتب المتباينة $\frac{1}{3} \text{ س } \geq 8$

$$3 \left(\frac{1}{3} \text{ س} \right) \geq (8) \cdot 3 \quad \text{اضرب الطرفين في 3}$$

$$\text{س} \geq 24 \quad \text{بسّط}$$

إذن، الحل هو $\text{س} \geq 24$



تحقق من فهمك:

حلّ المتباينات الآتية، ومثل الحل بيانياً:

(د) $45 \leq 3$ (هـ) $\frac{3}{4} > 16$ (و) $9 \geq 81$ ب

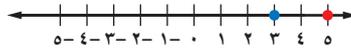
ماذا يحدث للمتباينة إذا ضرب طرفها أو قسّمها على عدد سالب؟

اضرب كل عدد في -1:



بما أن $3 -$ إلى يمين $5 -$ ، فإن $3 - < 5 -$

مثل 3، 5 على خط الأعداد:



بما أن 3 إلى يسار 5، فإن $3 > 5$

لاحظ أن الأعداد التي تم مقارنتها قد تغيّرت مواقعها بعد ضربها في عدد سالب؛ أي أن ترتيبها قد انعكس. وتبيّن هذه الأمثلة الخصائص الآتية للمتباينة، وهي صحيحة عندما \leq ، \geq ، $<$ ، $>$:

مفهوم أساسي

خصائص المتباينة (الضرب والقسمة)

التعبير اللفظي: عند ضرب (أو قسمة) طرفي متباينة في عدد سالب، فإن إشارة المتباينة تتغيّر حتى تبقى صحيحة.

الرموز:

- لأيّ ثلاثة أعداد $أ$ ، $ب$ ، $ج$ ، حيث $ج > 0$:
 - إذا كان $أ < ب$ ، فإن $أج < بج$ ، $ب > ج$ ، $\frac{أ}{ج} > \frac{ب}{ج}$
 - إذا كان $أ > ب$ ، فإن $أج > بج$ ، $ب < ج$ ، $\frac{أ}{ج} < \frac{ب}{ج}$

الأمثلة:

$$\begin{aligned} 9 > 3 - & \qquad \qquad \qquad 5 < 8 \\ \frac{9}{3 -} < \frac{3 -}{3 -} & \quad \text{اعكس إشارة المتباينة} \quad (8) 1 - > (5) 1 - \\ 3 - < 1 & \qquad \qquad \qquad 5 - > 8 - \end{aligned}$$

إرشادات للدراسة

خطأ شائع

لا تحكس إشارة المتباينة لأنها تشتمل على إشارة سالب مثل $7 > -4$ ، بل اعكسها فقط عند ضرب المتباينة أو قسّمها على عدد سالب.

الضرب أو القسمة على أعداد سالبة

مثالان

حلّ المتباينتين الآتيتين، ومثّل الحل بيانياً:

$$8 \leq \frac{A}{2-}$$

اكتب المتباينة.

$$8 \leq \frac{A}{2-}$$

أضرب في $(2-)$ ، واعكس إشارة المتباينة.

$$A \geq 16-$$

تحقق.



$$24- < 6- N$$

اكتب المتباينة.

$$24- < 6- N$$

اقسم على $(6-)$ ، واعكس إشارة المتباينة.

$$\frac{24-}{6-} > \frac{6- N}{6-}$$

$$N < 4$$

تحقق.



تحقق من فهمك:

حلّ المتباينات الآتية، ومثّل الحل بيانياً:

$$\frac{9}{8-} \geq 3- \text{ (ط) } \quad 30 \leq 5- \text{ (ح) } \quad 14- > \frac{7-}{7-} \text{ (ز)}$$

تأكد

حلّ كل متباينة، ومثّل الحل بيانياً، ثم تحقق من صحة الحل:

$$4 \geq N + 12 \quad \text{٢}$$

$$9 < 5 + B \quad \text{١}$$

المثالان ١، ٢

$$12 < 3S \quad \text{٤}$$

$$10 > 4 - S \quad \text{٣}$$

المثالان ٣، ٤

$$6- \leq \frac{H}{4} \quad \text{٦}$$

$$\frac{V}{9} > \frac{3}{4} \quad \text{٥}$$

المثالان ٥، ٦

$$30- \geq 56- \quad \text{٨}$$

$$32 < 4V \quad \text{٧}$$

$$7- > \frac{H}{3-} \quad \text{٩}$$

تدرّب وحلّ المسائل

حلّ كل متباينة، ومثّل الحل بيانياً، ثم تحقق من صحة الحل:

$$2- \leq N + 10 \quad \text{١١}$$

$$18 \geq S + 5 \quad \text{١٠}$$

$$5 \geq 3 - A \quad \text{١٣}$$

$$0, 5 - \geq 0, 8 + H \quad \text{١٢}$$

$$\frac{1}{2} \geq \frac{2}{3} - D \quad \text{١٥}$$

$$6- < 4, 8 - B \quad \text{١٤}$$

ارشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٦-١١	٢٠١
٢١-١٧	٤٠٣
٢٨-٢٢	٦٠٥



- ١٦ س ٥ > ١٥
١٨ ١٤ ك ≤ - ٨٤
٢٠ - ١٠٠ ≥ ٥٠ ب
٢٢ - ٤ و ≤ ٢٠
٢٤ - ٧٢ > - ١٢ هـ
٢٦ - ٧ > - ٣
١٧ ٤٥ ≥ ن ٩
١٩ - ١٢ < ٣ ج
٢١ ص ٢ > - ٢٢
٢٣ - ٣ ر < ٩
٢٥ ٤ < - ٤ ف
٢٧ ١٠ - < ك ٣

اكتب متباينة لكل مما يأتي وحلها:

- ٢٨ أكبر من عدد ما بخمسة يساوي على الأقل ١٣
٢٩ الفرق بين عدد ما والعدد ١١، أصغر من ٨
٣٠ ناتج قسمة عدد ما على ٥، وإضافة أربعة إليه يساوي ٧ على الأكثر.
٣١ ناتج قسمة عدد ما على ٣، وطرح اثنين منه يساوي - ١٢ على الأقل.
٣٢ **كرة سلة:** يبلغ عماد من العمر ١٥ سنة، ويفكر في الانضمام إلى فريق كرة السلة الممتاز. اكتب متباينة وحلها لتحديد بعد كم سنة يمكنه الانضمام إلى الفريق.

التحق بفريق كرة السلة



الناشئين: (العمر: ١٢-١٦)
الشباب: (العمر: ١٧-٢٢)
الممتاز: (العمر: ٢٣ فما فوق)

- ٣٣ **عمل:** يتقاضى سالم ٥, ٦٢ ريالاً عن كل ساعة عمل، ويرغب في ادخار مبلغ يكفي لشراء طاولة ثمنها ٥٠٠ ريال. اكتب متباينة وحلها لإيجاد عدد الساعات التي يجب عليه أن يعملها حتى يتمكن من شراء الطاولة.

مسائل مهارات التفكير العليا

تحذّر: بين ما إذا كانت كل معادلة أو متباينة فيما يأتي لها حل واحد، أو أكثر، أو ليس لها حل:

٣٤ ص - ص = ٠ ٣٥ س + ٤ = ٩ ٣٦ س + ٤ < ٩ ٣٧ ص < ص + ١

٣٨ **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينتين مختلفتين، على أن يكون حل كل منهما $س > ٩$ ، بحيث تُحلّ إحدهما باستعمال خصائص الجمع، وتُحلّ الأخرى باستعمال خصائص الطرح.

٣٩ **اكتشف الخطأ:** حلّت كلٌّ من أسماء وسمية المتباينة أدناه، فأيهما على صواب؟ اشرح.

سمية	أسماء
$٧س \geq ٤٩$	$٧س \geq ٤٩$
$\frac{٧س}{٧} \geq \frac{٤٩}{٧}$	$\frac{٧س}{٧} \leq \frac{٤٩}{٧}$
$٧ \geq س$	$٧ \leq س$

٤٠ **الكتب** مسألة لفظية يكون حلها: $ص > ٢٠٠$



٤٢ إذا كانت $s + 4 < 31$ ، فإن s يمكن أن تكون أيًا من القيم الآتية:

- (أ) ٤٥ (ب) ١٨
(ج) ١٧ (د) ١٦

٤١ إجابة قصيرة: مع أسامة ١٨٠ ريالاً، إذا اشترى قميصاً رياضياً بـ ٥٥ ريالاً، فاكتب متباينة تمثل كم بقي مع أسامة من النقود يمكنه صرفها في شراء باقي الملابس الرياضية.

مراجعة تراكمية

اكتب متباينة لكل جملة مما يأتي: (الدرس ٩-٦)

٤٣ سرعة: قد تصل سرعة الفهد إلى ١٤٠ كيلومتراً في الساعة.

٤٤ خبرة: مطلوب موظف استقبال بخبرة لا تقل عن ثلاث سنوات.

بين ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة عند القيمة المعطاة: (الدرس ٩-٦)

٤٧ $34 > 5k$, $k = 7$

٤٦ $s + 13 > 21$, $s = 8$

٤٥ $18 - n < 4$, $n = 11$

٤٨ قياس: رُبِّت ثلاثة صناديق متشابهة أحدها فوق الآخر، إذا كانت أبعاد كل صندوق منها هو:

١٢ بوصة × ١٠ بوصة × ١٣ بوصة، فما حجم المجسم الناتج؟ (الدرس ٨-٤)

٤٩ تذاكر: إذا كان ثمن التذكرة للعب أي لعبة في مدينة ألعاب هو ٦ ريالات، و ٣ ريالات للأعضاء الذين يدفعون

اشتراكاً قدره ٣٠ ريالاً شهرياً، فاكتب معادلة وحلها؛ لإيجاد كم تذكرة للأعضاء المشتركين يجب شراؤها، بحيث يكون ثمنها مساوياً ثمن العدد نفسه من التذاكر العادية.

٥٠ صحة: اكتب متباينة تمثل الجملة: "تزيد عدد دقات قلبك على ١٠٠٠٠٠ مرة في اليوم". (الدرس ٩-٦)

٥١ تأجير سيارات: يقدم محل لتأجير السيارات عرضين لزبائنه، يتضمن الأول أجرة يومية مقدارها ٦٠ ريالاً

مضافاً إليها ٤, ٠ ريال عن كل كيلومتر تقطعه السيارة، والثاني ٤٠ ريالاً مضافاً إليها ٦, ٠ ريال عن كل كيلومتر.

اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد الكيلومترات التي تتساوى عندها قيمتا العرضين في اليوم الواحد. (الدرس ٩-٤)



١٨ **اختيار من متعدد:** في المتباينة:

٣س + ٥٠٠٠ ريال \geq ٨٠٠٠٠ ريال، تشير س إلى
أجرة أحد العاملين، فأَيُّ الجمل الآتية أكثر ملاءمة
لوصف أجرة العامل؟

(أ) أقل من ٢٥٠٠٠ ريال

(ب) أكبر من ٢٥٠٠٠ ريال

(ج) ٢٥٠٠٠ ريال على الأقل

(د) ٢٥٠٠٠ ريال على الأكثر

للسؤالين ١٩، ٢٠ اكتب متباينة، ومثلها بيانياً على
خط الأعداد.

١٩ **حواسيب:** يتسع قرص مدمج إلى ٧، ٤ جيجابايت
من البيانات على الأكثر.

٢٠ **العاب:** يجب أن تحصل على عدد من النقاط يزيد
على ٥٥٤٠٠ نقطة، حتى تحطم الرقم السابق.

حلّ كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٢١ $4 - \frac{7}{9} < 4$

٢٢ $45 < 15 + 2 - 5$

٢٣ **اختيار من متعدد:** يبلغ محيط المستطيل
المرسوم ٤٤ سنتيمتراً، فما مساحة المستطيل؟

(س + ٧) سم

٤س سم

(أ) ٢٢ سم

(ب) ٣٩٢ سم

(ج) ٤٤٠ سم

(د) ١٢٠ سم

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل مقدار
مما يأتي:

١ $7 - (س - ١٠)$

٢ $8(٢ص + ٥)$

بسّط كل مقدار مما يأتي:

٣ $٩أ - ١٥ + ١١٠ - ٦$

٤ $٢س + ١٧$ س

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٥ $٣ن + ١٨ = ٦$

٦ $٥ = ١١ - \frac{ك}{٢}$

٧ $٢٣ = ٣ب + ٥ + ب$

٨ $٥ = ٦ - س$

٩ $٣ - ١٣ = ٢ - ٢ + ٣$

١٠ $١ - ص = ٥ + ٢ص$

١١ **تزلج:** يتقاضى مركز للتزلج ٦ ريالات عن كل مرة

دخول، ويبلغ الاشتراك للأعضاء ٢٤ ريالاً تُدفع

مرة واحدة، بالإضافة إلى ريالين عن كل مرة دخول.

اكتب معادلة، وحلها لإيجاد عدد المرات التي

يمكنك الدخول فيها، على أن تكون التكلفة متساوية

سواء بصورة فردية أو باشتراك عضوية؟

حوّل كل جملة مما يأتي إلى معادلة:

١٢ يزيد على مثلي عدد بمقدار ثلاثة ويساوي ١٥

١٣ ناتج قسمة عدد على ٦، وإضافة ٣ إليه يساوي ١١

١٤ ناتج ضرب عدد في ٥، وطرح ٧ منه يساوي ١٨

حلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

١٥ $٢٦ + س = ٥ + س$

١٦ $٣ = ١٨ - ٣$

١٧ $٨ - ص = ١٥ + ٢ص$

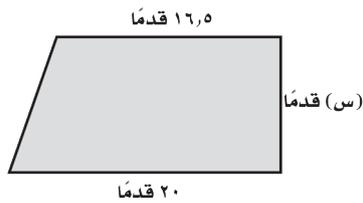


الاختبار التراكمي (٩)

اختيار من متعدد

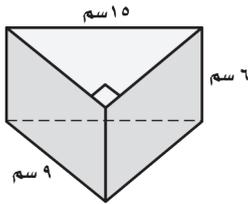
القسم ١

٥ ما قيمة s الممكنة، إذا كانت مساحة شبه المنحرف في الشكل أدناه أقل من ٢٥٦ قدمًا مربعًا؟



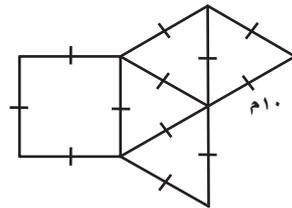
- (أ) ١٤
(ب) ١٥
(ج) ١٦
(د) ١٧

٦ ما حجم المنشور المجاور؟



- (أ) ٨١٠ سم^٣
(ب) ٤٠٥ سم^٣
(ج) ٦٤٨ سم^٣
(د) ٣٢٤ سم^٣

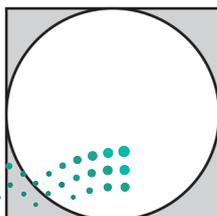
٧ يمثل الشكل أدناه مخططاً لهرم منتظم، فما مساحة الهرم الكلية؟



- (أ) ١٢٠ م^٢
(ب) ٢٠٠ م^٢
(ج) ٢٧٣ م^٢
(د) ٤٣٣ م^٢

٨ لوح خشبي مربع الشكل طول ضلعه متران، إذا قصّ نجار دائرةً منه كما هو مبين في الشكل أدناه، فما مساحة الجزء المتبقي؟

(إرشاد: مساحة الدائرة: πr^2 ، $\pi \approx 3.14$)



- (أ) ٨,٥٦
(ب) ٠,٨٦
(ج) ٢,٢٨
(د) ٣,١٤

اختر الإجابة الصحيحة

١ ما الخاصية المُستعملة في العبارة الآتية:

$$٥(س - ٢) = ٥س - ١٠؟$$

- (أ) خاصية التجميع على الجمع
(ب) خاصية الإبدال على الجمع
(ج) خاصية التوزيع
(د) خاصية الانعكاس

٢ يعبئ مزارع الطماطم في صناديق، كتلة كل صندوق ٤,٠ كجم، ومعدّل كتلة حبة الطماطم الواحدة ٢,٠ كجم، وكتلة الصندوق الكلية وهو مملوء بالطماطم ١٠ كجم، ما عدد الحبات التي يمكن وضعها في الصندوق الواحد؟

- (أ) ٥٠
(ب) ٤٨
(ج) ٢٥
(د) ١٦,٧

٣ المعادلة التي تمثل الجملة: "أقل من أربعة أمثال عدد ما بمقدار ٩ يساوي ١٢" هي:

$$١٢ - ٩ = ٤ ن$$

$$١٢ - ٩ = ٤ ن$$

$$٩ = (١٢ - ٤) ن$$

$$٩ = ٤ ن - ٤ ن$$

٤ ما المتباينة التي يمثلها الشكل أدناه؟



$$١ > س$$

$$١ \geq س$$

$$١ < س$$

$$١ \leq س$$

١٤ مجموع كتلة خمسة أشخاص هو ٥٠٠ كجم، إذا تساوت كتلتي شخصين منهم، وكانت كتل الأشخاص الثلاثة الآخرين هي: ٨٢ كجم، ٩٦ كجم، ١١٠ كجم، فكتب متباينة وحلّها لإيجاد الكتلة الممكنة لكلّ من الشخصين.

الإجابة المطولة

القسم ٣

أجب عن السؤال الآتي موضحاً خطوات الحل:

١٥ يرغب كلٌّ من إبراهيم ومحمد في المشاركة في رحلة، فإذا كان لدى إبراهيم ١٠ ريالاً ويُدخّر ٧ ريالات أسبوعياً من مصروفه، في حين أنّ محمداً يُدخّر ١٢ ريالاً أسبوعياً، فأجب عما يأتي:

(أ) اكتب معادلة لإيجاد عدد الأسابيع التي يصبح عندها لدى كلٍّ منهما المبلغ نفسه.

(ب) أوجد عدد هذه الأسابيع.



أدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزّز ما تعلمته من مفاهيم وما اكتسبته من مهارات.

أنا طالبٌ معدٌّ للحياة، ومنافسٌ عالمياً.

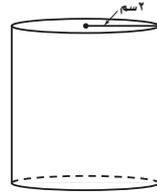
٩ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات)، طوله ٥، ٧ سم، وعرضه ٤، ١ سم، وحجمه ٤، ٨٦ سم^٣، فما ارتفاعه؟ (قرب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة)

(أ) ١، ٠ (ب) ٢، ٨
(ج) ٩، ٤٦٢ (د) ٢، ٩٠٧

١٠ أيّ العبارات الآتية يكافئ ٢ أب + ٤ أ ج؟

(أ) ٦ أب ج (ب) ٢ أ (ب + ج)
(ب) أب + أ ج (د) ٢ أ (ب + ج)

١١ ما مساحة المُلصق الورقي اللازم لتغطية السطح الجانبي للأسطوانة الموضحة إلى أقرب سنتيمتر مربع؟



(أ) ٣١ سم^٢ (ب) ٦٣ سم^٢
(ج) ٦٢ سم^٢ (د) ٧٢ سم^٢

١٢ حل المعادلة: ٥ - س - ٤ = -٣٤ هو:

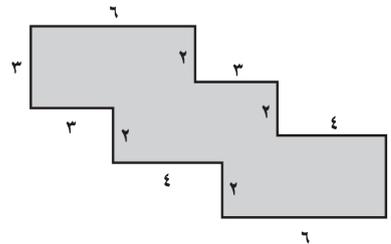
(أ) ٧ - (ب) ٦ -
(ج) ٦ (د) ٧

الإجابة القصيرة

القسم ٢

أجب عن السؤالين الآتيين:

١٣ إذا علمت أن جميع الزوايا في الشكل أدناه قوائم، فما مساحته بالوحدات المربعة؟



هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال

فراجع الدرس

١٥	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٢-٩	٦-٨	١-٩	٤-٨	١-٨	٧-٨	٤-٨	٧-٩	٦-٩	٣-٩	٢-٩	١-٩			

الجبر: الدوال الخطية

الفكرة العامة

- أفهم الميل لأمثل المسائل، وأحلها وأحلها.
- أستعمل الأسس والقوى والجذور.

المفردات الرئيسية:

الدالة الخطية ص (١٠٩)

الميل ص (١١٥)

ثابت التغير ص (١٢١)

الربط بالحياة:

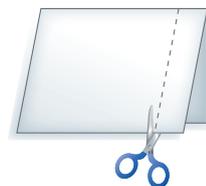
القطار الدوار: يقطع قطار دوار في مدينة الألعاب مسافة ٢٨٠,٥ مترًا في ١٠٨ ثوانٍ. ويمكنك استعمال الدالة الخطية $٢٨٠,٥ = ١٠٨$ لإيجاد معدل سرعة هذا القطار.

المطويات

مُنظَّم أفكار

الجبر: الدوال الخطية: اعمل هذه المطوية الآتية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بسبع أوراق A4 كما يأتي:

- ١ اطو الورقة من المنتصف عرضياً، ثم قص شريطاً على مسافة ٢ سم من الحافة اليمنى.
- ٢ ألتصق الشريط الذي قصصته من الأسفل، واكتب عنوان الفصل على الوجه الأمامي.
- ٣ كرر ذلك مع باقي الأوراق. وثبتها معاً لتشكّل كتيباً، واكتب عليها عناوين الدروس.





التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

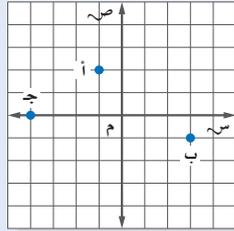
اختبار للتريخ

مراجعة للتريخ

مثال ١:

مثل النقاط أ(٢، ١-)، ب(٣، ١-)، ج(-٤، ٠) على المستوى الإحداثي.

مبتدئاً من نقطة الأصل. العدد الأول في كل زوج مرتب هو الإحداثي السيني، والعدد الثاني هو الإحداثي الصادي.



مثل كل نقطة مما يأتي على المستوى الإحداثي: (مهارة سابقة)

- ١ أ (-٣، ٤-) ٢ ب (٢، ١-)
٣ ج (-٢، ٠) ٤ د (-٤، ٣)

٥ مشي: سار محمد ٤ كلم جنوباً و ٢ كلم غرباً، ثم توقف. فإذا كانت نقطة بداية سيره هي نقطة الأصل، فمثل النقطة التي تمثل مكان وقوفه. (مهارة سابقة)

مثال ٢:

احسب قيمة ٦س - ١ إذا كانت س = ٤.
عوض عن س ب ٤
اضرب ٦ في ٤
بسط

$$٦س - ١ = ٦(٤) - ١ = ٢٤ - ١ = ٢٣$$

احسب قيمة كل عبارة مما يأتي عندما س = ٦: (مهارة سابقة)

- ٦ ٣س ٧ ٥ + س
٨ ٢س + ٨ ٩ ٤س - ٩

١٠ ربح: يمثل المقدار ٤٨س - ٨٧٥ الربح الأسبوعي لشركة ما بآلاف الريالات، حيث تمثل س عدد الوحدات المباعة. أوجد الربح الأسبوعي للشركة إذا باعت ٣٧ وحدة. (مهارة سابقة)

مثال ٣:

حل المعادلة: ١٨ = م + ٧.
اكتب المعادلة
اطرح ١٨ من كل طرف بسط

$$١٨ = م + ٧$$

$$١٨ - ١٨ = م + ٧ - ١٨$$

$$٠ = م - ١١$$

حل كل معادلة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

- ١١ ١٤ = ن + ٩ ١٢ ٣ - ع = ٨
١٣ ١٧ - ب = ٢١ ١٤ ٢٣ + ر = ١٥



المتتابعات

١٠ - ١

نشاط

تأمل النمط الآتي:

عدد المثلثات	مثلث واحد	مثلثان	٣ مثلثات
عدد العيدان	٣ عيدان	٥ عيدان	٧ عيدان

- أكمل النمط لـ ٤، ٥، ٦ مثلثات. كم عودًا تحتاج إليه في كل حالة؟
- كم عودًا إضافيًا تحتاج إليه لتكوين ٤ مثلثات؟ وما العدد الكلي للعيدان المطلوبة لتكوين ٧ مثلثات؟

عدد العيدان في النمط السابق تشكّل متتابعة. والمتتابعة: مجموعة مرتبة من الأعداد، ويُسمى كل عدد فيها **حدًا**. والمتتابعة الحسابية: هي متتابعة يكون الفرق بين أي حدين متتاليين فيها ثابتًا.

ويسمى الفرق أساس المتتابعة

$$3, 5, 7, 9, 11, \dots$$

$$2+ \quad 2+ \quad 2+ \quad 2+$$

لإيجاد العدد التالي في المتتابعة الحسابية أضف أساس المتتابعة إلى الحد الأخير.

تحديد المتتابعات الحسابية

مثال

١ بين إذا كانت المتتابعة: ١٧، ١٢، ٧، ٢، ٣، ... حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية.

$$17, 12, 7, 2, 3, \dots$$

$$5- \quad 5- \quad 5- \quad 5-$$

لاحظ أن $17 - 12 = 5$ ، $12 - 7 = 5$ ، $7 - 2 = 5$ ، $2 - 3 = -5$ وهكذا.

بما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت ويساوي -5 ؛ لذا فالمتتابعة حسابية أساسها -5 . أكمل النمط لإيجاد الحدود الثلاثة التالية.

$$18, 13, 8, 3, \dots$$

$$5- \quad 5- \quad 5-$$

فتكون الحدود الثلاثة التالية هي: -8 ، -13 ، -18 .

تحقق من فهمك:

بين إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.



(ب) -4 ، -8 ، -16 ، -32

(أ) 2 ، 6 ، 10 ، 14 ، 18 ، ...

فكرة الدرس:

أحدد المتتابعات الحسابية.
أكتب عبارة جبرية لأجد حدود المتتابعة الحسابية.

المفردات

المتتابعة

الحد

المتتابعة الحسابية

أساس المتتابعة

الحد النوني

ويمكن كتابة المتتابعة باستعمال **حدها النوني**، الذي يربط بين رقم الحد وقيمه.

تحديد المتتابعة الحسابية باستعمال الحد النوني

مثال

يبيّن ما إذا كانت المتتابعة التي حدها النوني $4n - 1$ حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

بكتابة بعض حدود المتتابعة من خلال التعويض بدلاً عن n في الحد النوني بأعداد تمثل رقم الحد ينتج:

$$\begin{aligned} \text{عندما } n = 1, & \text{ الحد الأول يساوي } 4(1) - 1 = 3 \\ \text{عندما } n = 2, & \text{ الحد الثاني يساوي } 4(2) - 1 = 7 \\ \text{عندما } n = 3, & \text{ الحد الثالث يساوي } 4(3) - 1 = 11 \\ \text{عندما } n = 4, & \text{ الحد الرابع يساوي } 4(4) - 1 = 15 \end{aligned}$$

لاحظ أن: $7 - 3 = 4$ ، $11 - 7 = 4$ ، $15 - 11 = 4$ ، وهكذا

وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت ويساوي 4 فالمتتابعة حسابية أساسها 4.

تحقق من فهمك:

يبيّن ما إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

(ج) $n - 6$ (د) $n^2 + 1$ (هـ) $2n + 1$

ويمكن إيجاد الحد النوني للمتتابعة الحسابية إذا علمت بعض حدودها.

إيجاد الحد النوني للمتتابعة الحسابية

مثال

اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لمتتابعة محيطات المربعات: 4، 8، 12، 16، ... ثم اكتب الحدود الثلاثة التالية.

4	3	2	1	رقم الحد (ن)
16	12	8	4	المحيط

↑ + ↑ + ↑ +

↓ + ↓ + ↓ +

استعمل الجدول المجاور لتعرّف المتتابعة.

الفرق الثابت (أساس المتتابعة) يساوي 4. وكل حد يساوي 4 أمثال رقم الحد، فتكون العبارة التي يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني هي: $4n$.

وتكون الحدود الثلاثة التالية: $4(5) = 20$ ، $4(6) = 24$ ، $4(7) = 28$.

تحقق من فهمك: اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني في كل

متتابعة فيما يأتي، ثم أوجد الحدود الثلاثة التالية:

(و) $2, -2, 4, -6, 8, \dots$ (ز) $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \dots$ (ح) $5, 1, 5, 1, 5, \dots$

لغة الرياضيات

وهكذا: تقرأ النقاط الثلاث التي تلي مجموعة أعداد "وهكذا".

مثال من واقع الحياة

رسالة نصية: يبين الجدول الآتي تكلفة إرسال رسائل نصية في عرض مقدم من إحدى شركات النقل. فكم يكلف إرسال ٦٠ رسالة نصية؟

الرسائل	التكلفة (ريال)
٥١	١٥,١٠
٥٢	١٥,٢٠
٥٣	١٥,٣٠
٥٤	١٥,٤٠

الرسائل	التكلفة (ريال)	ن
٥١	١٥,١٠	٥,١٠
٥٢	١٥,٢٠	٥,٢٠
٥٣	١٥,٣٠	٥,٣٠
٥٤	١٥,٤٠	٥,٤٠

بما أن الفرق الثابت في التكلفة هو ١٠, ٠، فإن الزيادة في تكلفة إرسال ن رسالة نصية هي ١٠, ٠. قارن كل تكلفة بالقيمة ١٠, ٠ لكل عدد من الرسائل.

تكلفة كل رسالة تزيد بـ ١٠ ريالاً على ١٠, ٠؛ لذا فالعبارة ١٠, ٠ + ن هي تكلفة ن رسالة نصية. ولإيجاد تكلفة إرسال ٦٠ رسالة. استعمل الرمز ت للتعبير عن التكلفة. ثم اكتب المعادلة وحلها عندما $n = 60$.

ت = ١٠, ٠ + ن
ت = ١٠, ٠ + (٦٠)٠
ت = ١٦ = ١٠ + ٦
سيكلف إرسال ٦٠ رسالة نصية ١٦ ريالاً.

تحقق من فهمك: اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية، ثم استعملها لإيجاد قيمة الحد عند المعطاة.

(ط) (٤, ٩, ١٤, ١٩, ...؛ ن = ١٢ ي) - (٢٠, ١٦, ١٢, ٨, ...؛ ن = ٢٠ ط)

مثال من اختبار

ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الحسابية الموضحة في الجدول الآتي؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	ن
قيمة الحد	٣	٥	٧	٩	٩

(أ) $n + 2$ (ب) $2n$ (ج) $n + 1$ (د) $3n$

اقرأ:

تحتاج إلى إيجاد عبارة لوصف حدود المتتابعة.

حل:

الفرق الثابت بين الحدود (الأساس) هو ٢ لكل زيادة واحدة في الترتيب؛ لذا فالعبارة تحتوي على ٢.

- احذف البديلين أ، د؛ لأنهما لا يحتويان على ٢.
- احذف البديل ب؛ لأن $2(1) = 2 \neq 3$.
- بما أن العبارة في البديل ج صحيحة لكل الحدود المدرجة؛ لذا فالجواب الصحيح هو (ج).



الربط بالحياة:

سجلت إحدى شركات الهاتف النقال في المملكة العربية السعودية حوالي ٥٠ مليون رسالة تهنئة في الساعة الأولى من إعلان عيد الفطر المبارك لعام ١٤٣٠ هـ، أي بمعدل ١٥٠٠٠ رسالة في الثانية.

إرشادات للاختبارات

احذف البدائل

أولاً: اختبر $n = 1$

لكل عبارة.

بما أن $2 \neq 3$

فالبديل ب محذوف.

ثانياً: اختبر

$n = 2$. بما أن

$2 + 2 \neq 5$

و $3(2) \neq 5$

فالبديلان أ، د

محذوفان؛ لذا

فإن الإجابة الصحيحة

هي البديل ج.

تحقق من فهمك:

ك) لتكن n تمثل موقع العدد في المتتابعة $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ، 1 ، ... أي عبارة يمكن استعمالها لإيجاد حدود المتتابعة؟

(أ) $n + \frac{1}{4}$ (ب) $2n$ (ج) $\frac{1}{4}n$ (د) $4n$

تأكد

بيّن ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية فيها:

١) $2, 4, 6, 8, 10, \dots$ ٢) $11, 4, -2, -7, -11, \dots$ ٣) $8, 2, -4, -10, -16, \dots$

بيّن ما إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

٤) $4 + 3n$ ٥) $5n$ ٦) $7 - 2n$

اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لكل متتابعة فيما يأتي، ثم أوجد الحدود الثلاثة التالية فيها:

٧) $3, 6, 9, 12, \dots$ ٨) $5, -10, -15, -20, \dots$ ٩) $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{2}{5}, \dots$

اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية، واستعملها لإيجاد قيمة الحد عند n المعطاة.

١٠) $8 = \dots$ ؛ $19, 21, 23, 25$ ١١) $25 = \dots$ ؛ $3, 10, 17, 24$

١٢) اختيار من متعدد: ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الآتية؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	٥	ن
قيمة الحد	٦	٧	٨	٩	١٠	٩

(أ) $n + 1$ (ب) $n + 5$ (ج) $2n$ (د) $6n$

تدرّب وحلّ المسائل

بيّن ما إذا كانت كل متتابعة حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية فيها:

١٣) $20, 24, 28, 32, 36, \dots$ ١٤) $1, 10, 100, 1000, 10000, \dots$

١٥) $9, 18, 27, 36, 45, \dots$ ١٦) $-6, -4, -2, 0, 2, \dots$

١٧) $1, 2, 5, 10, 17, \dots$ ١٨) $4, \frac{1}{4}, 6, 9, \frac{1}{4}, 11, 14, \dots$

بيّن ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

١٩) $6n - 3$ ٢٠) n^3

٢١) $\frac{1}{n}$ ٢٢) $9 - 3n$

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٨-١٣	١
٢٢-١٩	٢
٢٨-٢٣	٣
٣٤-٢٩	٤
٤٢، ٤١	٥



اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لكل متتابعة فيما يأتي، ثم اكتب الحدود الثلاثة التالية فيها:

٢٣ ٢، ٤، ٦، ٨، ... ٢٤ ١٢، ٢٤، ٣٦، ٤٨، ...

٢٥ $١، \frac{٢}{٣}، \frac{١}{٣}$ ، ... ٢٦ $\frac{٢}{٥}، \frac{٤}{٥}، \frac{١}{٥}، \frac{٣}{٥}$ ، ...

٢٧ ٥، ٩، ١٣، ١٧، ... ٢٨ ١، ٤، ٧، ١٠، ...

اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية فيما يأتي، واستعملها لإيجاد قيمة الحد عند المعطاة:

٢٩ ٣، ٧، ١١، ١٥، ...؛ $n = ٨$ ٣٠ ٢٣، ٢٥، ٢٧، ٢٩، ...؛ $n = ١٢$

٣١ ١٠، ٥، ٠، ٥-، ...؛ $n = ٢١$ ٣٢ ٢٧، ١٩، ١١، ٣، ...؛ $n = ١٧$

رياضة: للسؤالين ٣٣، ٣٤ استعمل الجدول المجاور.

الأسبوع	زمن المشي يوميًا (دقيقة)
١	٨
٢	١٦
٣	٢٤
٤	٣٢
٥	؟

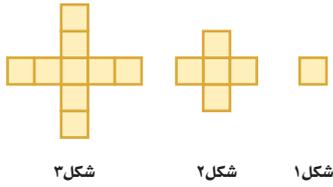
٣٣ إذا أكمل عادل النمط المبين في الجدول، فكم

دقيقة سيمشي يوميًا خلال الأسبوع الخامس؟

٣٤ هل يتناسب وقت مشي عادل مع عدد الأسابيع

التي مشى فيها؟ فسّر إجابتك.

هندسة: للسؤالين ٣٥، ٣٦ استعمل الشكل المجاور.



٣٥ كم مربعًا سيكون في الشكل رقم ١٨؟

٣٦ هل يتناسب عدد المربعات في كل شكل مع رقم

الشكل؟ فسّر إجابتك.

٣٧ **مسألة مفتوحة:** اكتب متتابعة حسابية يكون أساسها $\frac{1}{3}$.

٣٨ **تبرير:** بين فيما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسّر إجابتك.

«المتتابعة التي يضاف فيها عدد إلى أي حد للحصول على الحد الذي يليه هي متتابعة حسابية».

الترتيب	١	٣	٥	٧
قيمة الحد	٨	١٤	٢٠	٢٦

٣٩ **تحديد:** اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني للمتتابعة الموضحة في الجدول المجاور.

٤٠ **اكتب:** مسألة من الواقع تمثل متتابعة حسابية، ثم حلّها.

مسائل
مهارات التفكير العليا



٤١ ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة المبيّنة في الجدول الآتي؟

الترتيب	قيمة الحد
١	٠,٦
٢	١,٢
٣	١,٨
٤	٢,٤
٥	٣,٠
ن	؟

- (أ) $٠,٤ - ن$ (ب) $\frac{٣}{٥} ن$
 (ج) $٠,٦ + ن$ (د) $\frac{٣}{٥} ن$

٤٢ اختيار من متعدد: تصف العبارة $١٢ - ٤(ن - ١)$ نمطاً عددياً، فإذا كانت ن تمثل الحد ن في المتتابعة، فأى أنماط الأعداد التالية تصفها العبارة؟

- (أ) $١٢ - ٤, ١٦ - ٤, ٢٠ - ٤, ٢٤ - ٤, \dots$
 (ب) $١٢ - ٤, ٨ - ٤, ٤ - ٤, \dots$
 (ج) $١٢, ٨, ٤, ٠, \dots$
 (د) $١٢, ١٦, ٢٠, ٢٤, \dots$

مراجعة تراكمية

٤٣ هواتف: يتقاضى سعود ٥, ٥٢ ريالاً يومياً، ويريد شراء هاتف ثمنه ٤٢٠ ريالاً من النقود التي يكسبها من عمله، اكتب متباينة وحلها لإيجاد عدد الأيام التي سيعملها ليستطيع شراء الهاتف. (الدرس ٩ - ٧)

حلّ كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٩ - ٧)

٤٤ $٣٦ \geq ٦س$ ٤٥ $٤ - \leq ن + ٥$

٤٦ $١١ < ٣٣ - م$ ٤٧ $١٢ + ص > ٩$

٤٨ أكواب: تباع الأكواب الورقية في علب سعتها ٤٠ كوباً أو ٧٥ كوباً، وتحتاج مشاعل إلى ٣٥٠ كوباً لحفل تقيمه المدرسة، فكم علبة تحتاج من كل نوع من العلب؟ (الدرس ٨ - ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: احسب قيمة كل عبارة مما يأتي عندما $س = ٩$:

٤٩ $٨ - س$ ٥٠ $٧ + س$

٥١ $٣ - س$ ٥٢ $٦ + س$





الثلثم (ريال)	عدد الأقراص
١٥	١
٣٠	٢
	٣
	٤
	٥

الدوال

٢-١٠

استعد

ترفيه: افترض أنك تستطيع شراء القرص المدمج الواحد ب ١٥ ريالاً.

١ أكمل الجدول المجاور.

٢ ما الثمن الكلي لشراء ٦ أقراص منها؟

٣ فسّر كيف تجد ثمن ٩ أقراص.

فكرة الدرس:

أكمل جداول الدوال .

المفردات

الدالة

المجال

المدى

جدول الدالة

يعتمد الثمن الكلي للأقراص على عددها؛ أي أن الثمن دالة لعدد الأقراص التي تم شراؤها. والعلاقة التي تُعطي مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة تُسمى **دالة**، وتُكتب الدوال عادة في صورة معادلات.

المدخلة من أي عدد حقيقي.

$$\text{د(س)} = ١٥ \text{ س}$$

تقرأ د(س) دالة في س،

أو ببساطة المخرجة د(س).

ولإيجاد قيمة الدالة عند عدد ما، عوض عن المتغير س بذلك العدد في قاعدة الدالة.

إيجاد قيمة الدالة

مثالان

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

١ د(٩) إذا كان د(س) = س - ٥

$$\text{د(س)} = \text{س} - ٥$$

$$\text{د(٩)} = ٩ - ٥ = ٤$$

$$\text{لذا، د(٩)} = ٤.$$

٢ د(-٣) إذا كان د(س) = ٢س + ١

$$\text{د(س)} = ٢\text{س} + ١$$

$$\text{د(-٣)} = ٢(-٣) + ١ = -٥$$

$$\text{د(-٣)} = ١ + ٦ - ٥ = ٢$$

$$\text{لذا، د(-٣)} = ٢.$$

تحقق من فهمك:

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

أ) د(٢) إذا كان د(س) = س - ٤

ب) د(٦) إذا كان د(س) = ٢س - ٨



إرشادات للدراسة

المدخلات والمخرجات يُسمى متغير المدخلات أيضًا "المتغير المستقل" لأنه يأخذ أي قيمة. ومتغير المخرجات "المتغير التابع"؛ لأنه يعتمد على قيم المدخلات.

تُسمى مجموعة قيم المدخلات **المجال**، ومجموعة قيم المخرجات **المدى**. ويمكنك تنظيم المدخلات، والقاعدة، والمخرجات في **جدول الدالة**.

إكمال جدول الدالة

مثال

المدخلة	القاعدة	المخرجة
س	د(س) = س + ٥	د(س)
٢-	٥ + ٢-	د(٢-) = ٣
١-	٥ + ١-	د(١-) = ٤
٠	٥ + ٠	د(٠) = ٥
١	٥ + ١	د(١) = ٦

٣ أكمل الجدول المجاور للدالة. د(س) = س + ٥، ثم اذكر مجال الدالة ومداهها.

عوض قيم س أو المدخلات، في قاعدة الدالة.

ثم بسّط لإيجاد المخرجة.

المجال = {١، ٠، ١-، ٢-}

المدى = {٦، ٥، ٤، ٣}

تحقق من فهمك

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي، ثم اذكر مجال الدالة ومداهها:

ج) د(س) = س - ٧ د) د(س) = ٤س هـ) د(س) = ٢س + ٣

س	د(س)	س	د(س)	س	د(س)
٣-		٥-		١-	
٢-		٣-		٢	
١-		٢		٣	
٠		٥		٥	

تكتب الدوال أحيانًا باستعمال متغيرين، أحدهما س يمثل المدخلات، والآخر ص يمثل المخرجات. ويمكن أن تكتب الدالة في المثال ٣ في صورة ص = س + ٥.

مثال

٤ **حيوانات أليفة**: يُعطي الطبيب البيطري جرعات لعلاج الحيوانات الأليفة بحيث تكون الجرعة مكوّنة من ٥ ملجم دواء لكل كيلو جرام تقريبًا من الكتلة. اكتب دالة تمثل كمية الدواء ك اللازمة للكتلة ج، ثم حدد كم يلزم من الدواء لحيوان أليف كتلته ٤٠ كجم تقريبًا.

التعبير اللفظي كمية الدواء تساوي ٥ مرات عدد الكيلوجرامات.

الدالة ك = ٥ × ج

ك = ٥ ج اكتب الدالة.

ك = ٥(٤٠) = ٢٠٠ ضع ج = ٤٠ لإيجاد كمية الدواء اللازمة لكتلة ٤٠ كجم.

إذن، على البيطري إعطاء الحيوان الأليف ٢٠٠ ملجم من الدواء.



كيف يستخدم الطبيب البيطري الرياضيات؟

يحدد جرعات الدواء المناسبة للحيوان حسب كتلته.

الربط بالحياة

تحقق من فهمك:

و) **صيانة المنزل:** تتقاضى مؤسسة خدمة المنزل ١٠٠ ريال لكل طلب خدمة، بالإضافة إلى ٥٠ ريالاً لكل ساعة عمل. اكتب دالة تمثل التكلفة ك لطلب خدمة لمدة s ساعة عمل، ثم أوجد كم تكلف ٣ ساعات من العمل.

تأكد

المثالان ١، ٢: أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

١) د(٤) إذا كان د(س) = $s - 6$ ٢) د(٢-) إذا كان د(س) = $s + 4$

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي، ثم اذكر مجال كل دالة ومداهما:

٣) د(س) = $s - 8$ ٤) د(س) = $s + 5$ ٥) د(س) = $s^3 - 2$

س	د(س)	س	د(س)	س	د(س)
٣-		٥-		٣-	
١-		٢-		١-	
٢		٢		٢	
٤		٥		٤	

المثال ٤: **سفر:** تسير سيارة بسرعة ٨٨ كلم في الساعة على طريق عام. اكتب دالة تمثل المسافة التي يمكن أن تقطعها السيارة في n ساعة، وما المسافة التي تقطعها السيارة في ٥ ساعات إذا سارت بالمعدل نفسه؟

تدرب وحل المسائل

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

٧) د(٧) حيث د(س) = $s + 5$ ٨) د(٩) حيث د(س) = $s + 13$

٩) د(٤) حيث د(س) = $s^3 - 1$ ١٠) د(٥) حيث د(س) = $s + 2$

١١) د(٥-) حيث د(س) = $s - 4$ ١٢) د(١٢-) حيث د(س) = $s + 2$

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي، ثم اذكر مجال كل دالة ومداهما:

١٣) د(س) = $s - 6$ ١٤) د(س) = $s - 5$ ١٥) د(س) = $s^3 + 7$

س	د(س)	س	د(س)	س	د(س)
٥-		٥-		٣-	
١-		٢-		٢-	
٢		٠		١	
٧		٣		٦	

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٢-٧	٢، ١
١٨-١٣	٣
٢١	٤

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي، ثم اذكر مجال كل دالة ومداهما:

١٦ د(س) = س - ٩ ١٧ د(س) = ٧س ١٨ د(س) = ٤س + ٣

س	٤س+٣ د (س)
٤-	
٢-	
٣	
٥	

س	٧س د (س)
٥-	
٣-	
٢	
٦	

س	٩-س د (س)
٢-	
١-	
٧	
١٢	

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

١٩ د($\frac{5}{8}$) إذا كان د(س) = $\frac{1}{4}$ - ٤س ٢٠ د($\frac{5}{8}$) إذا كان د(س) = ٤س - $\frac{1}{4}$

٢١ **دراجات:** قطع عمر بدراجته مسافة ٢٠ كلم بعد ساعة واحدة من بدء الحركة. إذا استمر بسرعة معدلها ١٣ كلم في الساعة، فكم ساعة يحتاجها لقطع مسافة ١١١ كلم؟

٢٢ **قياس:** محيط المربع يساوي أربع أمثال طول ضلعه، اكتب دالة تمثل محيط المربع (مح) الذي طول ضلعه (ل)، ثم أوجد طول ضلع مربع محيطه ٧ سم؟

العمق (قدم)	الضغط (نيوتن/بوصة مربعة)
٠	١٤,٧
٣٣	٢٩,٤
٦٦	٤٤,١
٩٩	٥٨,٨
١٣٢	٧٣,٥

٢٣ **الغوص:** يبين الجدول المجاور ضغط الماء الذي يواجهه الغواص على أعماق مختلفة. اكتب دالة تمثل الضغط ض مقابل العمق مترًا. ما مقدار الضغط عند العمق ١٧٥ مترًا؟ قدر الجواب إلى أقرب جزء من مئة.

٢٤ **مسألة مفتوحة:** اكتب قاعدة دالة يكون فيها د(٣) = -٨، وأوجد قيمة الدالة عند الصفر، وعند قيم سالبة وأخرى موجبة للمتغير س.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٥ **تحدي:** اكتب قاعدة الدالة لكل جدول دالة فيما يأتي:

(أ)	(ب)	(ج)	(د)
س	د (س)	س	د (س)
٣-	٣٠-	٢-	٣-
١-	١٠-	١	٣
٢	٢٠	٣	٧
٦	٦٠	٥	١١

٢٦ **اكتب:** تمثّل المسافة ف التي يتحركها جسم في الزمن ن وبمعدل

سرعة ع بالدالة ف = ن ع. فسّر كيف يؤثر تغيير المدخلة في تغيير المخرجة.

٢٨ اشترت هند شريحة بيانات بمبلغ ٢٥ ريالاً، إذا كانت تكلفة كل ميجابايت هو ٠,٩٥ ريال، فأَيُّ الجداول الآتية يعطي أفضل تمثيل لما تبقى من الرصيد في الشريحة ب بعد استهلاك م ميجابايت؟

م	ب	م	ب
٢	٢٣,١٠	١	٢٤,١٠
٤	٢١,٢٠	٢	٢٣,٢٠
٥	٢٠,٢٥	٤	٢١,٤٠
٨	١٧,٤٠	٦	١٩,٦٠
١٠	١٥,٥٠	٨	١٧,٨٠

(ج) (د)

م	ب	م	ب
٥	٢٠,٥	٠	٢٥,٠٠
١٠	١٥,١٠	٣	٢٢,٠٠
١٥	١٠,١٥	٦	١٩,٠٠
٢٠	٥,٢٠	٩	١٦,٠٠
٢٥	٠,٢٥	١٢	١٣,٠٠

٢٧ تمثل التكلفة الكلية ج التي ينفقها سعد ثمنًا للتذاكر التي يشتريها من مدينة الألعاب بالمعادلة: ج = ٦,٥ت، أي الجداول الآتية تحتوي قيمًا تحقق المعادلة؟

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
٤	٣	٢	١	ت
٢٦:٠٠	١٩:٥٠	١٣:٠٠	٦:٥٠	ج

(ب)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
٤	٣	٢	١	ت
٤٢:٥٠	١٨:٠٠	١٢:٠٠	٦:٥٠	ج

(ج)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
٤	٣	٢	١	ت
٣٢:٥٠	٢٦:٠٠	١٩:٥٠	١٣:٠٠	ج

(د)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
٤	٣	٢	١	ت
١٠:٥٠	٩:٥٠	٨:٥٠	٦:٥٠	ج

مراجعة تراكمية

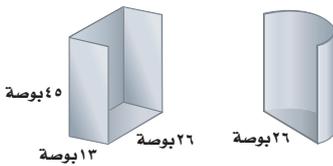
٢٩ **توفير:** في حصاله منى ٢٠ ريالاً، وتوفر يومياً ٥ ريالات تضعها في الحصاله، إذا لم تأخذ أي نقود من الحصاله، فكم ريالاً يكون في الحصاله بعد ٧ أيام؟ (الدرس ١٠-١)

حل كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٩-٧)

٣٠ $٦ + س \geq ١٦$ ٣١ $١٥ \leq ن - ٣٠$

٣٢ $٣ - ك > ٨$ ٣٣ $٩ - > ٩ - س$

التصميم القديم التصميم الجديد



٣٤ **طوارئ:** إذا قامت وزارة النقل بتغيير تصاميم كابينة هاتف الطوارئ على الطرق السريعة؛ حيث كان التصميم القديم في صورة منشور مستطيلي يتكون من أربعة أوجه فقط، أما التصميم الجديد فيتكون من نصف أسطوانة مفتوحة من أعلى كما ٤٥ بوصة في الشكل المجاور. كم تقل المادة اللازمة للتصميم الجديد عن المادة اللازمة للتصميم القديم؟ (الدرس ٨-٦)

٣٥ **قياس:** كيسة في صورة منشور مستطيلي حجمها ٦١٠ سم^٣ تم توزيع قطع منها فبقي جزء في صورة منشور مستطيلي أيضاً أبعاده ١٠ سم × ٥ سم × ٦ سم، ما حجم جزء الكيك الذي تم توزيعه؟ (الدرس ٨-٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: مثل في المستوى الإحداثي كل نقطة مما يأتي:

٣٦ أ) (-٢، ٤) ٣٧ ب) (٣، -١) ٣٨ ج) (٠، -٣) ٣٩ د) (٤، ١)



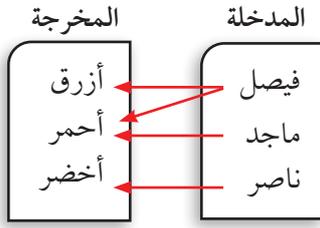


معمل الجبر العلاقات والدوال

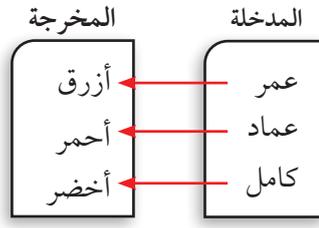
توسّع
٢-١٠

تعتبر العلاقة عن ربط مجموعة من العناصر تسمى مدخلات، بمجموعة أخرى تُسمى مخرجات. افرض أن ثلاثة طلاب اختاروا ألوانهم المفضلة من بين الأزرق والأحمر والأخضر. والمخططات الآتية تبين نتيجتين من النتائج الممكنة لهذا الاختيار.

العلاقة ٢



العلاقة ١



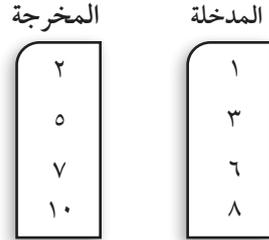
فكرة الدرس:

أحدد ما إذا كانت علاقة ما دالة أم لا.

تذكر من الدرس السابق أن الدالة هي علاقة تُحدد مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة. وفي المثال أعلاه تعد العلاقة الأولى دالة؛ لأن كل شخص اختار لوناً مفضلاً واحداً فقط. أما العلاقة الثانية فليست دالة؛ لأن فيصل اختار لونين مفضلين.

نشاط

الخطوة ١ انسخ مخطط العلاقة أدناه، وارسم خطوطاً من قيم المدخلات إلى قيم المخرجات لتصبح دالة.



الخطوة ٢ انسخ مخطط العلاقة من الخطوة الأولى. وارسم خطوطاً من قيم المدخلات إلى قيم المخرجات على ألا تكون العلاقة دالة.

حلّ النتائج

١ يمكن كتابة العلاقة في صورة مجموعة أزواج مرتبة، حيث تُمثّل المدخلة بالإحداثي السيني والمخرجة بالإحداثي الصادي، اكتب كل علاقة رُسم مخططها في النشاط السابق في صورة أزواج مرتبة.

٢ بيّن لماذا لا تُعد كل علاقة دالة. وفسّر تبريرك بدلالة أزواج مرتبة.

حدّد ما إذا كانت كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا، وفسّر ذلك:

٣ { (١٠، ٩)، (٣، ٦)، (١٥، ٩)، (١٨، ١) }

٤ { (٧، ٠)، (١٣، ٨)، (١١، ١٠)، (٦، ٥) }





تمثيل الدوال الخطية

٣-١٠

استعد

الطيران: تصل سرعة طائرة «الطائر الأسود» إلى ٦, ٣٦ ميلاً في الدقيقة تقريباً. إذا مثل المتغير s عدد دقائق الطيران بهذه السرعة، فإن قاعدة الدالة للمسافة المقطوعة هي $s = 36,6t$.

المدخلة	القاعدة	المخرجة	(المدخلة، المخرجة)
s	$36,6t$	t	(s, t)
١	$(1)36,6$	$36,6$	($36,6, 1$)
٢	$(2)36,6$		
٣			
٤			

- ١ انسخ الجدول المجاور للدالة وأكمه.
- ٢ مثل الأزواج المرتبة (s, t) في المستوى الإحداثي. ماذا تلاحظ؟

فكرة الدرس:

أمثل الدوال الخطية بيانياً باستعمال الجداول.

المفردات

الدالة الخطية

يمكن تمثيل الدوال بالجدول والتمثيل البياني، والأزواج المرتبة، ويمكن التعبير عنها لفظياً.

تمثيل الدالة

مثال من واقع الحياة

لوازم مدرسية: تتبع مكتبة علبة الأدوات الهندسية بريالين، ودفتر الملاحظات بريال واحد. وبذلك يكون ثمن s من علب الهندسة و $٢s$ من دفاتر الملاحظات هو $٥ + ٢s$. ويريد سامي شراء بعض هذه الأنواع بـ ٥ ريالاً فقط. مثل المعادلة $٥ = ٢s + ص$. بيانياً، ثم أوجد كم يستطيع سامي أن يشتري من كل نوع؟

$$٥ = ٢s + ص$$

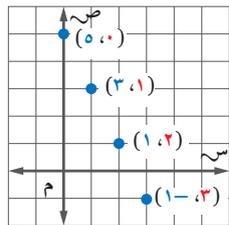
$$٢s - ٥ = ٢s + ص$$

اطرح $٢s$ من كل طرف ثم حل بالنسبة لـ $ص$.

$$ص = ٥ - ٢s$$

بسّط.

تمثل المعادلة $ص = ٥ - ٢s$ دالة. اختر قيمًا لـ s و عوضها لتجد $ص$ ، ثم مثل الأزواج المرتبة.



s	$٥ - ٢s$	$ص$	($s, ص$)
٠	$(٠)٥ - ٢$	٥	($٥, ٠$)
١	$(١)٥ - ٢$	٣	($٣, ١$)
٢	$(٢)٥ - ٢$	١	($١, ٢$)
٣	$(٣)٥ - ٢$	-١	($-١, ٣$)

وبما أنه لا يستطيع شراء كميات سالبة، فإنه يمكنه شراء ٥ دفاتر ملاحظات فقط أو علبة هندسة و ٣ دفاتر ملاحظات، أو علبتي هندسة ودفتر ملاحظات واحد.

تحقق من فهمك:

(أ) **نقود:** مع أحمد ٢٧ ريالاً من فئة ٥ ريالات، أو ١ ريال، أو من كليهما فإذا كانت s تمثل عدد الأوراق من فئة ٥ ريالات، و $ص$ تمثل عدد القطع من فئة ١ ريال، فمثل:

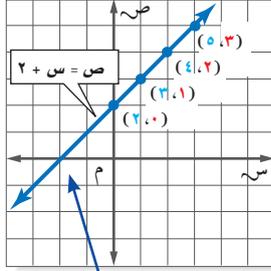
الدالة $٥ = ٢s + ص$ بيانياً. ثم أوجد عدد العملات النقدية من كل فئة.

مثال

تمثيل الدالة

مثّل الدالة $ص = ٢ + س$ بيانيًا.

- اختر أي أربع قيم للمدخلة $س$ ، ثمّ عوضها بدلاً من $س$ لإيجاد قيم المخرجة $ص$.
- مثّل الأزواج المرتبة، وارسم خطًا مستقيمًا يمر بجميع النقاط.



س	٢ + س	ص	(س، ص)
٠	٢ + ٠	٢	(٠، ٢)
١	٢ + ١	٣	(١، ٣)
٢	٢ + ٢	٤	(٢، ٤)
٣	٢ + ٣	٥	(٣، ٥)

يمثل الخط المستقيم الدالة بيانيًا. ويعد الزوج المناظر

لأي نقطة على الخط حلًا للمعادلة $ص = ٢ + س$.

تحقق: يبدو أن الزوج المرتب $(٠، ٢)$

حل للمعادلة، تحقق من ذلك بالتعويض.

$ص = ٢ + س$ اكتب الدالة.

$٠ \stackrel{?}{=} ٢ - ٢$ عوض $س$ بـ ٢ ، $ص$ بـ صفر.

$٠ = ٠$ ✓ بسّط

تحقق من فهمك:

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًا:

(ب) $ص = ٥ - س$ (ج) $ص = ٢ - س$ (د) $ص = ٢ + س + ١$

تمثل النقطة التي يقطع عندها الخط محور السينات حلًا للمعادلة $ص = ٢ + س$

إرشادات للدراسة

حلول

حلول المعادلة هي الأزواج المرتبة التي تجعل المعادلة صحيحة.

مراجعة المفردات:

العلاقة الخطية:

العلاقة الخطية هي تلك

العلاقة التي تُمثّل بيانيًا بخطّ

مستقيم.

(الدرس ٣-٣)

ملخص المفهوم

تمثيل الدوال

التعبير اللفظي: قيم $ص$ أقل بواحد من قيم $س$ المناظرة لها.

الرموز: $ص = س - ١$

الأزواج المرتبة: $(٠، ١)$ ، $(١، ٢)$ ، $(٢، ٣)$

الجدول:

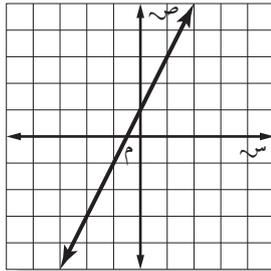
س	ص
٠	١
١	٢
٢	٣

التمثيل البياني:

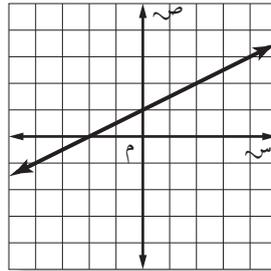
مثال من اختبار

أي مستقيم مما يأتي يُعد أفضل تمثيل للأزواج المرتبة (س، ص) المبينة في الجدول الآتي؟

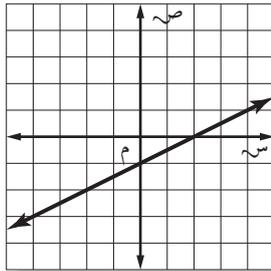
س	٢-	١-	٠	١
ص	٣-	١-	١	٣



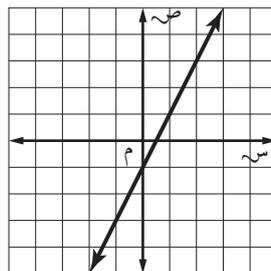
(ج)



(أ)



(د)



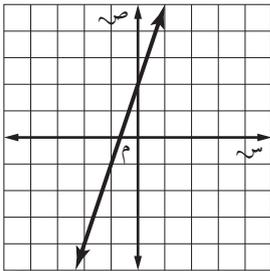
(ب)

اقرأ :

عليك أن تقرر أي الأشكال الأربعة أعلاه تمثل البيانات.

حل :

تمثل قيم الجدول الأزواج المرتبة (٢-، ٣-)، (١-، ١-)، (١، ٠)، (٣، ١). وباختبار الأزواج المرتبة، فإن التمثيل البياني جـ فقط هو الذي يحتوي كل هذه الأزواج المرتبة. فالإجابة الصحيحة هي جـ.



تحقق من فهمك :

(هـ) إذا كان المستقيم الممثل في المستوى الإحداثي المجاور يمثل الدالة $ص = ٣س + ٢$ ، فأَيُّ جدول مما يأتي يحتوي نقاطاً تقع على هذا الخط فقط؟

س	٦-	٣-	٠	٣
ص	٠	١-	٢	٣

(ج)

س	١-	٠	٢	٣
ص	٥-	٢-	٤	٧

(أ)

س	٣-	١-	١	٢
ص	٧-	١-	١	٢

(د)

س	١-	٥	٧	٨
ص	١-	١	٣-	٢

(ب)

إرشادات للاختبارات

حذف البدائل

يمكن حذف البديلين ب، د عند اختيار الزوج المرتب (١، ٠) أولاً.

المثال ١

١ زهور: تُباع كل ٤ من أزهار القرنفل في باقة، أما أزهار الأقحوان فتباع منفردة. مثل الدالة $4س + ص = 15$ بيانياً لإيجاد عدد باقات أزهار القرنفل (س) وأزهار الأقحوان (ص) التي تحتوي ١٥ زهرة.

المثال ٢

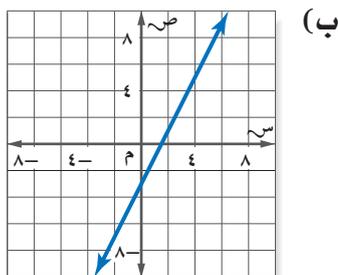
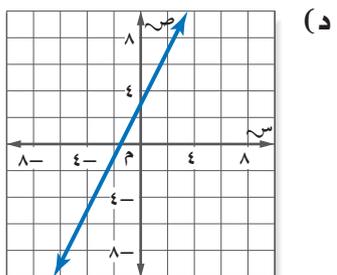
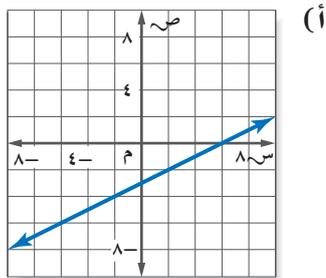
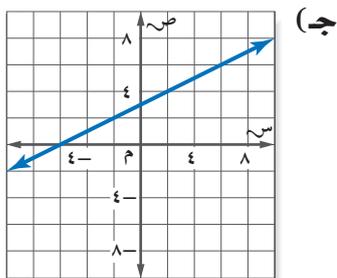
مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً:

٢ $ص = ٥ + س$ ٣ $ص = ٣س - ٢$ ٤ $ص - ٢ = ١ + س$

المثال ٣

٥ اختيار من متعدد: أيّ مستقيم مما يأتي يُعد أفضل تمثيل للأزواج المرتبة (س، ص) الموضحة في الجدول الآتي؟

س	٧-	٢-	٢	٩
ص	٦,٥-	٤-	٢-	١,٥



تدرّب وحلّ المسائل

٦ قرطاسية: يُباع قلم الحبر بـ ٣ ريالاً، وقلم الرصاص بـ ١ ريال واحد. مثل الدالة $3س + ص = 20$ بيانياً لتحديد الأعداد الممكنة لأقلام الحبر (س) وأقلام الرصاص (ص) التي يمكن لمشاعل شراؤها بـ ٢٠ ريالاً.

٧ منظفات: يُباع الصابون المعطر في حزم مكونة من ٥ حبات، ويُباع الصابون العادي منفرداً، مثل الدالة $5س + ص = 10$ بيانياً لتحديد الأعداد الممكنة لحزم الصابون المعطر (س) والعادي (ص) التي يمكن لراشد شراؤها إذا اشترى ١٠ حبات صابون.

للأسئلة	انظر الأمثلة
١	٧، ٦
٢	١٥-٨
٣	٢٨، ٢٧

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً:

٨ $ص = ٤س$ ٩ $ص = ٣س - ١$ ١٠ $ص = ٣س - ٣$ ١١ $ص = ٣س - ١$ ١٢ $ص = ٣س - ٧$ ١٣ $ص = ٢س + ٣$ ١٤ $ص = ٣س + ١$ ١٥ $ص = ٣س + ١$

١٦ درجات حرارة: تستعمل المعادلة $f = 8s + 32$ لمقارنة درجات الحرارة السيليزية (س) بدرجات الحرارة الفهرنهايتية (ف). اكتب أربعة أزواج مرتبة (س، ف) تمثل حلاً للمعادلة أعلاه ثم مثلها بيانياً.

قياس: للأسئلة ١٧-١٩ استعمل المعلومات الآتية:

تصف المعادلة $9s + 1 = 0$ عدد المترات ص في س ياردة

١٧ هل لقيمة س السالبة معنى في هذا الموقف؟ فسر إجابتك.

١٨ مثل الدالة بيانياً.

١٩ كم متراً يعادل ٤٠ ياردة؟

جبال: استعمل المعلومات في الجدول المجاور للإجابة عن السؤالين ٢٠، ٢١.

ارتفاعات بعض الجبال في المملكة	
الارتفاع (بالآلاف الأقدام تقريباً)	الجبل
٩,٨	جبل السوداء
٦,٥	جبل شيبان
٥,١	جبل قيس
٢,٥	جبل ثور

إذا كانت درجة الحرارة عند مستوى سطح البحر 80°F ، والدالة $f = 80 - 6s$ تصف درجة الحرارة ف عند ارتفاع قدره s بالآلاف الأقدام فوق مستوى سطح البحر.

٢٠ تقنية: مثل الدالة بيانياً. ثم تحقق من صحّة التمثيل باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.

٢١ ما درجة الحرارة عند قمة كل جبل من هذه الجبال في يوم كانت فيه درجة الحرارة عند مستوى سطح البحر 80°F ؟

٢٢ نقود: يوفر عماد نقوداً لشراء حاسوب بـ ١٢٠٠ ريال. فإذا كان معه ٤٥٠ ريالاً، ولديه خطة لتوفير ٣٠ ريالاً أسبوعياً. حيث تُمثل الدالة $q(s) = 30s + 450$ المبلغ الذي يوفره بعد s أسبوع. مثل الدالة بيانياً لتحديد عدد الأسابيع اللازمة ليوفر عماد المبلغ الكافي لشراء الحاسوب.

٢٣ مسألة مفتوحة: مثل دالة خطية بيانياً، واذكر ثلاثة حلول لها.

٢٤ اكتشاف المختلف: حدّد الزوج المرتب الذي ليس حلاً للدالة

$v = -4s + 3$. فسر تبريرك.

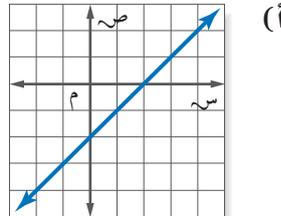
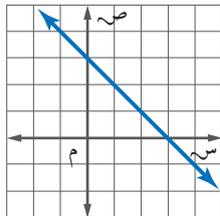
(١، -١)

(٧، -١)

(٣، ٠)

(٥، ٢)

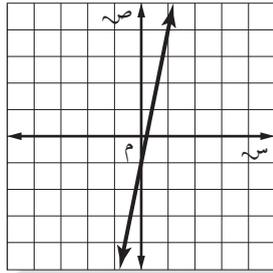
٢٥ تحدد: سمّ إحداثيات أربع نقط تحقق كل دالة فيما يأتي، ثم اكتب قاعدة الدالة:



٢٦ اكتب: فسر كيف يمكن الاستعانة بجدول الدالة على تمثيلها بيانياً.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٨ اختيار من متعدد: إذا كان المستقيم الممثل في المستوى الإحداثي المجاور يمثل الدالة $v = 5s - 1$ ، فأَيُّ جدول مما يأتي يحتوي نقاطاً تقع على هذا المستقيم فقط؟



٣	٢	١	٠	ص
٢	١	٠	١-	ص

(ج)

١	٠	١-	٢-	ص
٦	١	٤-	٩-	ص

(أ)

٢	١	٠	١-	ص
٩	٤	١-	٦-	ص

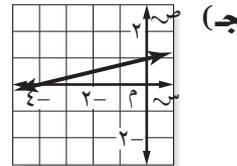
(د)

٠	١-	٢-	٣-	ص
٥-	٦-	٧-	٨-	ص

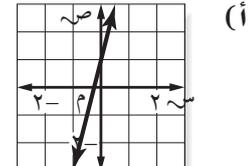
(ب)

٢٧ أي مستقيم مما يأتي يعدّ أفضل تمثيل للأزواج المرتبة (س، ص) المبينة في الجدول الآتي؟

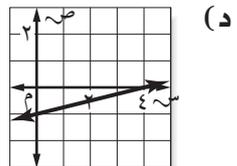
٨	٤	٠	٤-	ص
١	٠	١-	٢-	ص



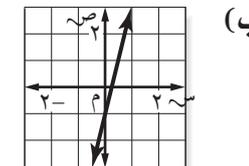
(ج)



(أ)



(د)



(ب)

مراجعة تراكمية

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي: (الدرس ١٠ - ٢)

٢٩ د (٦) إذا كان $v = 7s - 3$

٣٠ د (-٥) إذا كان $v = 3s + 15$

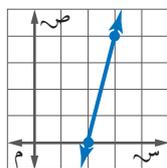
٣١ د (٣) إذا كان $v = 2s - 7$

٣٢ اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني للمتتابعة الحسابية ١٥، ٣٠، ٤٥، ٦٠، ...، ثم اكتب الحدود الثلاثة الأولى. (الدرس ١٠ - ١)

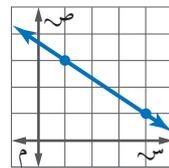
٣٣ مقاصف: يربح مقصف المدرسة ٥، ٠ ريال من كل قطعة شوكولاتة يبيعها، ويرغب مسؤول المقصف بتحقيق ربح لا يقل عن ٥٠٠ ريال هذا الأسبوع من بيع الشوكولاتة. اكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد قطع الشوكولاتة التي عليهم بيعها لتحقيق الهدف. (الدرس ٩ - ٧)

الاستعداد للدرس اللاحق

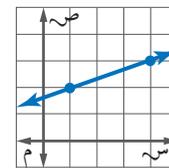
مهارة سابقة: أوجد معدّل التغير لكل تمثيل بياني مما يلي:



٣٣



٣٥



٣٤

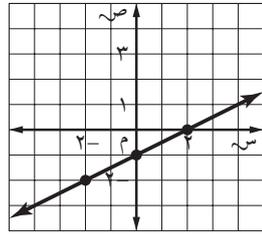
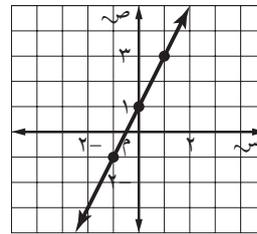
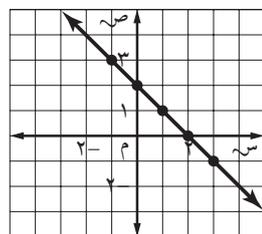
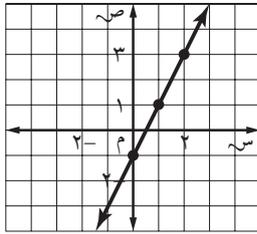


مثّل كل دالة فيما يأتي بيانياً: (الدرس ١٠-٣)

١٤) $ص = س + ٦$ ١٥) $ص = ٢س - ٥$

١٦) **اختيار من متعدد:** أي مستقيم مما يأتي يمثل

المعادلة $ص = ٢س - ١$? (الدرس ١٠-٣)



إيجار: تقوم سيارة الأجرة باستعمال العداد الإلكتروني لاحتساب أجرتها، حيث يحتسب ٥ ريالات في بداية فتح العداد، ثم ٠,٧٥ ريال لكل كيلومتر تقطعه السيارة. ويمكن حساب الأجرة (ص) التي يدفعها شخص استخدم السيارة مسافة (س) كيلومتر بالمعادلة $ص = ٠,٧٥س + ٥$

(الدرس ١٠-٣)

١٧) مثل دالة الأجرة بيانياً.

١٨) كم ريالاً يدفع شخص استأجر السيارة مسافة ١٦ كلم؟

بين إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية فيها:

(الدرس ١٠-١)

١) $١٣, ١٧, ٢١, ٢٥, ٢٩, \dots$

٢) $٦٤, ٣٢, ١٦, ٨, ٤, \dots$

٣) $٧-, ١٦-, ٢٥-, ٣٤-, ٤٣-, \dots$

بين إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها. (الدرس ١٠-١)

٤) $١ + ٢ن$ ٥) $٣ - ٢ن$

٦) ٧ ٧) ٥٢

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي: (الدرس ١٠-٢)

٨) د (٩) إذا كان د(س) = $١٢س$

٩) د (٨) إذا كان د(س) = $٢س - ٨$

١٠) د (٦) إذا كان د(س) = $س + ٧$

١١) د (٢) إذا كان د(س) = $٦س + ١$

١٢) **اختيار من متعدد:** أي معادلة مما يأتي تصف

الدالة الممثلة بالجدول الآتي: (الدرس ١٠-٢)

ص	س
٧-	٢-
٣-	٠
١	٢
٥	٤

(أ) $ص = ٢س - ٣$

(ب) $ص = س - ٣$

(ج) $ص = س + ٤$

(د) $ص = ٢س + ٣$

١٣) **قياس:** محيط المثلث المتطابق الأضلاع يساوي

٣ أمثال طول ضلعه. اكتب دالة تمثل محيط المثلث

المتطابق الأضلاع (مح) الذي طول ضلعه (ل)، ثم

أوجد طول ضلع مثلث محيطه ١٢ سم. (الدرس ١٠-٢)





ميل المستقيم

١٠ - ٤

استعدّ



سلامة: يستعمل سلم الشاحنة المتحرك للوصول إلى أعلى البنايات.

١ يعبر عن معدل التغير في ارتفاع السلم بنسبة ارتفاع السلم إلى بُعد قاعدته عن البناية. اكتب هذا المعدل في صورة كسر في أبسط صورة.

٢ أوجد معدل تغير ارتفاع السلم إذا ارتفع ١٠٠ قدم وكانت قاعدته على بعد ٥٠ قدمًا من البناية.

فكرة الدرس:

أجد ميل المستقيم .

المفردات

الميل

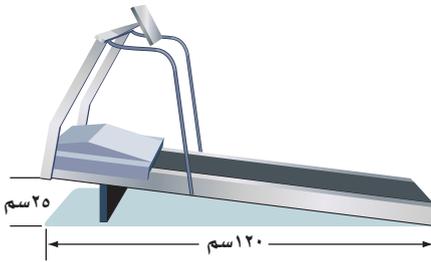
التغير الرأسي

التغير الأفقي

يستعمل مصطلح الميل لوصف انحدار الخط المستقيم عددياً. فالميل هو نسبة التغير الرأسي (الارتفاع) إلى التغير الأفقي (المسافة الأفقية) وليست هنالك مشكلة في اختيار أي نقطتين لإيجاد الميل أو معدل التغير في الدوال الخطية؛ لأن معدل التغير ثابت دائماً.

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{\text{التغير الرأسي بين أي نقطتين.}}{\text{التغير الأفقي بين النقطتين نفسيهما.}}$$

مثال من واقع الحياة



١ رياضة: أوجد ميل جهاز المشي المجاور.

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

$$\text{تعريف الميل.} \quad \frac{\text{التغير الرأسي} = ٢٥ \text{ سم}}{\text{التغير الأفقي} = ١٢٠ \text{ سم}}$$

$$\frac{٢٥}{١٢٠} = \frac{٥}{٢٤}$$

ميل جهاز المشي هو $\frac{٥}{٢٤}$.

تحقق من فهمك:



١ (أ) بيوت: تصمم البيوت في أوروبا بحيث تكون أسطحها منحدره؛ حتى لا يتكدس الثلج عليها. أوجد ميل السطح المجاور.

لأن الميل هو معدّل التغير، فإنه يمكن أن يكون موجباً (مائلًا لأعلى)، أو سالبًا (مائلًا لأسفل).

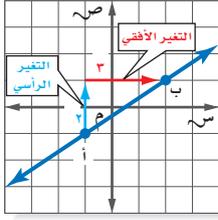
إرشادات للدراسة

حركة التغير الرأسي والأفقي

- فوق ← موجب
- تحت ← سالب
- يمين ← موجب
- يسار ← سالب

مثال

إيجاد الميل باستعمال الرسم



أوجد ميل المستقيم
اختر نقطتين على المستقيم. فيكون التغير الرأسي وحدتين في حين يكون التغير الأفقي ٣ وحدات.

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{2}{3}$$

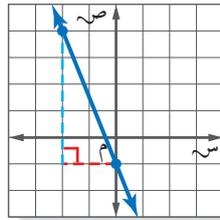
تعريف الميل.

التغير الرأسي = ٢، والتغير الأفقي = ٣.

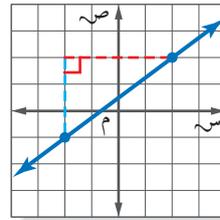
ميل المستقيم هو $\frac{2}{3}$.

تحقق من فهمك:

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:



(ج)



(ب)

يمكن إيجاد الميل بإيجاد نسبة التغير في قيم ص إلى التغير في قيم س لأي نقطتين على الخط.

مثال

إيجاد الميل باستعمال الجدول

٧	٥	٣	١	س
٣	٦	٩	١٢	ص

Arrows above the table show differences of +2 between consecutive S values. Arrows below the table show differences of -3 between consecutive V values.

تقع النقاط المبيّنة في الجدول المجاور على مستقيم.
أوجد ميل المستقيم، ثم مثله بيانياً.

اختر أي نقطتين من الجدول وأوجد التغير في كل من س، ص.

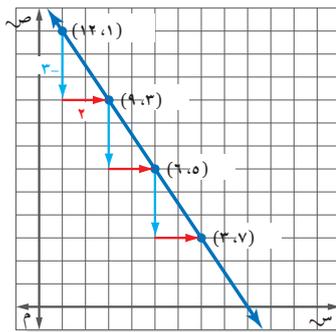
$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

$$= \frac{12-9}{1-3}$$

$$= \frac{3-}{2} = \frac{3-}{2}$$

ميل المستقيم هو $\frac{3-}{2}$.

تحقق من فهمك:



إرشادات للدراسة

الميل

يمكنك اختيار أي نقطتين لحساب الميل. ومهما كانت قيمة ص التي تستعملها أولاً، فتأكد من استعمال قيمة س الهناظرة لها.

أوجد المستقيم الذي تقع عليه النقاط

المعطاة في كل من الجدولين الآتيين مما يأتي، ثم مثله بيانياً:

٨	٤	٠	س	(هـ)	٦	٢	٢-	٦-	س
٤-	٣	٢-	ص		١	٠	١-	٢-	ص

لغة الرياضيات

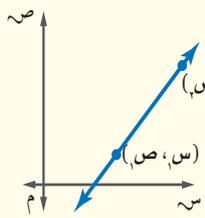
العدد تحت الرمز: يقرأ الرمز
س₁ سين واحد، ويقرأ الرمز
س₂ سين اثنين، وتستعملان
للتعبير عن إحداثيين مختلفين
لـ س.

أوجدت الميل باستعمال $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$ و $\frac{\text{التغير فى ص}}{\text{التغير فى س}}$ ، ويمكنك إيجاد ميل المستقيم
باستعمال إحداثيات أي نقطتين على المستقيم. حيث يعبر عن إحدى النقطتين بالزوج
المرتب (س₁، ص₁)، وعن الثانية بالزوج المرتب (س₂، ص₂). ويُسمى العدداً
الصغيران تحت الرمز س، ص دليلي المتغيرين.

صيغة الميل

التعبير اللفظي: الميل م للمستقيم المار بالنقطتين **النموذج:**
(س₁، ص₁)، (س₂، ص₂) هو
النسبة في فرق الإحداثيين الصاديين
إلى فرق الإحداثيين السينيين
المناظرين.

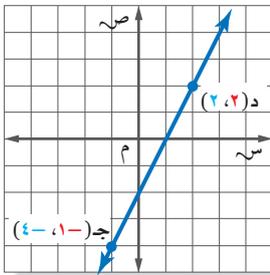
الرموز: $m = \frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2}$ ، حيث $س_1 \neq س_2$



إيجاد الميل باستعمال الإحداثيات

مثالان

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:



جـ (-1، -4)، د(2، 2)

تعريف الميل.

(س₁، ص₁) = (1، -4)
(س₂، ص₂) = (2، 2)

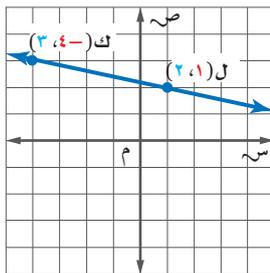
بسّط.

$$m = \frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = \frac{ص_1 - 2}{س_1 - 2}$$

$$m = \frac{(-4) - 2}{(1) - 2}$$

$$m = \frac{-6}{-1} = 6$$

تحقق: عند التحرك من اليسار إلى اليمين يميل الخط
إلى الأعلى وهذا صحيح، فالميل موجب.



ل(2، 1)، ك(3، -4)

تعريف الميل.

(س₁، ص₁) = (2، 1)
(س₂، ص₂) = (3، -4)

بسّط.

$$m = \frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = \frac{ص_1 - 2}{س_1 - 2}$$

$$m = \frac{1 - (-4)}{2 - 3}$$

$$m = \frac{5}{-1} = -5$$

تحقق: عند التحرك من اليسار إلى اليمين، يميل الخط
إلى الأسفل وهذا صحيح، فالميل سالب. ✓

تحقق من فهمك: ✓

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:

أ(2، 2)، ب(3، 5) جـ (-2، 1)، د(3، 0) ح (3، 4)، د(4، 3) ز (3، 5) هـ (2، 3) و(2، 2)، ب(3، 5) جـ (-2، 1)، د(3، 0) ح (3، 4)، د(4، 3) ز (3، 5) هـ (2، 3) و(2، 2)

إرشادات للدراسة

استعمال صيغة الميل

ليس مهبطاً تحديد أي
النقطتين (س₁، ص₁)،
وأيهما (س₂، ص₂) ولكن
يجب استعمال إحداثيات
النقطتين بالترتيب نفسه.
للتحقق من ذلك ضح في
مثال 5: (س₁، ص₁) = (-4، 3)،
(س₂، ص₂) = (1، 2).
ثم أوجد الميل.

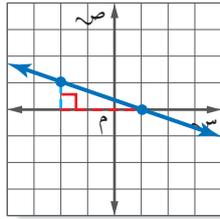


١ بنايات أوجد ميل سقف الغرفة المجاورة.

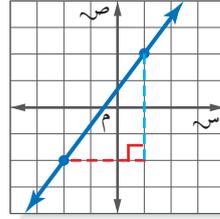
المثال ١

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

المثال ٢



٣



٢

٣	٢	١	٠	س
٧	٥	٣	١	ص

٤ تقع النقاط في الجدول المجاور على خط مستقيم. أوجد ميل الخط، ثم مثله بيانيًا.

المثال ٣

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

المثالان ٥، ٤

٦ جـ (-٤، ٢)، د (١، ٥)

٥ أ (-٣، ٢)، ب (٥، ٤)

٨ ك (١، ٥)، ل (-٤، ٣)

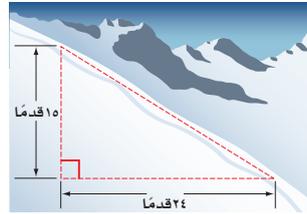
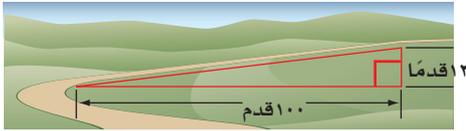
٧ هـ (-٦، ٥)، و (٣، ٣)

تدرّب وحلّ المسائل

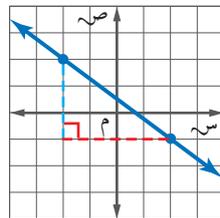
١٠ طرق: أوجد ميل طريق ترتفع ١٢ قدمًا لكل تغير أفقي مقداره ١٠٠ قدم.

٩ تزلج: أوجد ميل طريق التزلج الذي ينحدر بمقدار ١٥ قدمًا لكل تغير أفقي مقداره ٢٤ قدمًا.

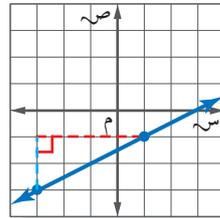
للأسئلة	انظر الأمثلة
١	١٠، ٩
٢	١٤-١١
٣	١٦، ١٥
٥، ٤	٢٢-١٧



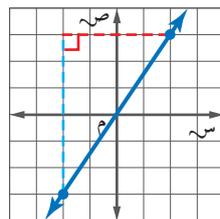
أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:



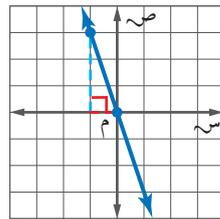
١٢



١١



١٤



١٣



أوجد ميل المستقيم الذي تقع عليه النقاط المعطاة في كلٍّ من الجدولين الآتيين، ثم مثله بيانياً:

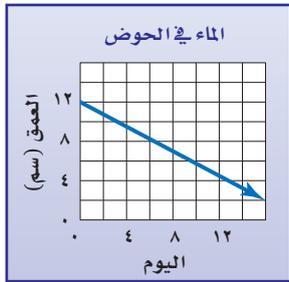
١٥	٩	٣	٣-	س	١٦
٩	٥	١	٣-	ص	

٦	٤	٢	٠	س	١٥
٦-	١-	٤	٩	ص	

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط الآتية:

١٧ أ) (١، ٠)، ب) (٧، ٢) ١٨ ج) (٥، ٢)، د) (١، ٣) ١٩ هـ) (٢، ١)، و) (٧، ٤)

٢٠ ك) (١، -٦)، ل) (١، ٤) ٢١ ي) (٣، -٩)، ك) (١، ٢) ٢٢ م) (٣، -٢)، ن) (٤، -٧)

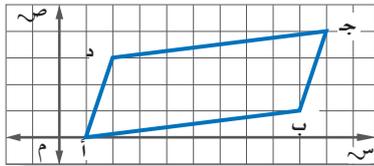


٢٣ **أحواض مائية**: يبين الشكل المجاور عمق

الماء في حوض مائي لعدة أيام. أوجد ميل المستقيم، وفسّر معناه بوصفه معدل تغير.

٢٤ **احتياجات خاصة**: أقصى ميلان لمدخل

البنيات العامة هو بوصة واحدة رأسياً لكل قدم واحدة أفقياً؛ وذلك من أجل سلامة دخول الكراسي المتحركة. فهل يتناسب الميلان ١٠ أقدام أفقياً مع ارتفاع ٨ بوصات في هذا الوضع؟ فسر إجابتك.



٢٥ **هندسة** لكل خطين متوازيين الميل نفسه.

بناءً على ذلك، حدّد إذا كان الشكل الرباعي أ ب ج د متوازي أضلاع أم لا، وبرر إجابتك.



الربط بالحياة:

من حقوق ذوي الإعاقة الحركية: تخصيص مقاعد خاصة بهم في وسائل النقل، ومواقف خاصة بسياراتهم، وتزويد البنيات بمدخل تلمي احتياجاتهم.

٢٦ **اكتشف الخطأ**: أوجد كل من عمر وعماد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين س (٢، ٠)، ص (٣، ٢)، فأيهما على صواب؟ فسر إجابتك.



عماد

$$\frac{2-3}{2-0} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2-3}{3-2} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{1}{1} = 1$$



عمر

٢٧ **مسألة مفتوحة**: ارسم مستقيم في المستوى الإحداثي يكون ميله يساوي صفر.

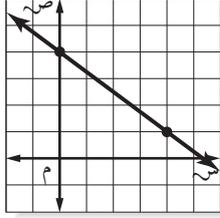
٢٨ **تحّد**: أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمثل دالة تعبر عن محيط الدائرة بوصفها دالة في نصف القطر.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٩ **الكتب** فسّر لماذا تبقى نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي نفسها عند إيجاد الميل للدالة الخطية.

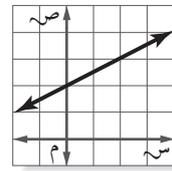
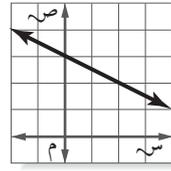
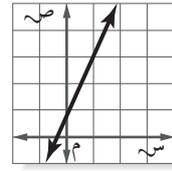
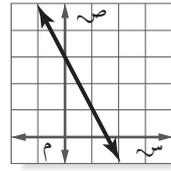
تدريب على اختبار

٣١ ما ميل المستقيم في الشكل الآتي؟



- (أ) $\frac{4}{3}$ (ب) $\frac{3}{4}$
(ج) $\frac{2}{4}$ (د) $\frac{4}{2}$

٣٠ أي من التمثيلات الآتية يمثل مستقيمًا ميله -٢؟



مراجعة تراكمية

مثل كل دالة فيما يأتي بيانيًا: (الدرس ١٠ - ٣)

٣٥ ص = ٣س + ٢

٣٤ ص = ٢س - ١

٣٣ ص = س - ٢

٣٢ ص = ٥س

٣٦ **حليب:** يمكن تخزين عبوة الحليب السائل بعد فتحها عدة أيام دون أن تفسد، وذلك بحسب درجة الحرارة وفقاً للمعادلة $ي = -٤س + ٢٦$ ؛ حيث تمثل $ي$ الزمن بالأيام، و $س$ درجة الحرارة السيليزية لمكان التخزين. كم يومًا يمكن تخزين عبوة حليب في درجة حرارة ٤ °س دون أن تفسد؟ (الدرس ١٠ - ٢)

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي، ثم اذكر مجال كل دالة ومداهما: (الدرس ١٠ - ٢)

٣٨ د(س) = ٣ - ٥س

٣٧ د(س) = ٢س + ٣

س	٣-٥س	د(س)
٣-		
٢-		
١		
٤		

س	٢س+٣	د(س)
٢-		
١-		
٣		
٥		

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حل كل معادلة فيما يأتي:

٤٢ $\frac{ت}{٩} = ٦ -$

٤١ $٧ = \frac{ن}{٣}$

٣٩ $٤٢ = -٤س - ٣$ ٤٠ $١١٠ = ١٤٤$

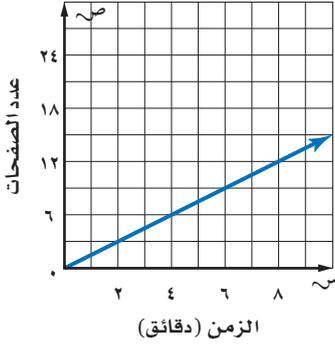




التغير الطردي

١٠ - ٥

استعد



حواسيب: استعمل التمثيل البياني المجاور الذي يبين نواتج الطباعة الملونة.

- ١ ما المعدل الثابت للتغير أو ميل المستقيم؟
- ٢ هل يتناسب عدد الصفحات المطبوعة مع زمن الطباعة دائماً؟ وإذا كان كذلك فما النسبة الثابتة؟
- ٣ قارن المعدل الثابت للتغير بالنسبة الثابتة.

فكرة الدرس:

أستعمل التغير الطردي لحل المسائل .

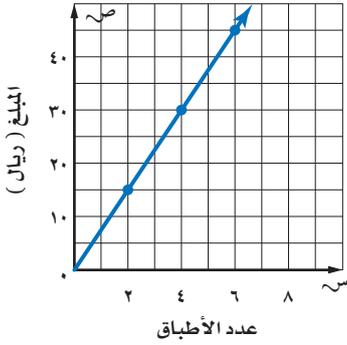
المفردات

التغير الطردي

ثابت التغير

في المثال أعلاه، يتغير كل من عدد الصفحات المطبوعة وعدد الدقائق، على حين تظل نسبة عدد الصفحات المطبوعة إلى الدقائق ثابتة وهي ٥، ١ صفحة لكل دقيقة. عندما تكون النسبة بين كميتين متغيرتين ثابتة، تُسمى العلاقة بينهما **تغيراً طردياً**، وتُسمى النسبة الثابتة **ثابت التغير**.

مثال من واقع الحياة إيجاد النسبة الثابتة



١ التطبيق الخيري: يبين التمثيل البياني المجاور المبالغ التي جمعتها سارة في مهرجان الطبق الخيري برعاية إحدى الجمعيات الخيرية لرعاية الأيتام، والذي رُصد ريعه للأعمال الخيرية. حدّد المبلغ الذي حصلت عليه سارة مقابل بيع كل طبق. بما أن المعلومات في التمثيل تشكل خطاً مستقيماً، فإن معدل التغير يكون ثابتاً، استعمل التمثيل البياني لإيجاد النسبة الثابتة.

$$\frac{\text{المبلغ الذي تم جمعه}}{\text{عدد الأطباق}} \leftarrow \frac{7,5}{1} = \frac{15}{2} \quad \frac{7,5}{1} = \frac{30}{4} \quad \frac{7,5}{1} = \frac{45}{6} \quad \frac{7,5}{1} = \frac{60}{8}$$

فتكون سارة قد حصلت على ٧,٥ ريالاً لكل طبق واحد.

تحقق من فهمك:

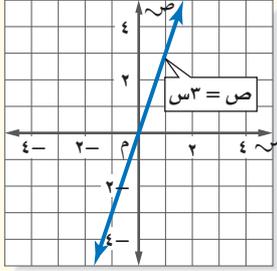
(أ) **مظلي:** هبط مظلي من ارتفاع ١٩٠٠ قدم في دقيقتين بعد فتح مظلته، وهبط ٤٧٥٠ قدمًا في ٥ دقائق. إذا كانت المسافة تتغير طردياً مع الزمن، فما معدل نزول المظلي؟

يُرمز لثابت التغير أو الميل في معادلة التغير الطردي عادة بالمتغير ك.

مفهوم أساسي

التغير الطردي

النموذج :



التعبير اللفظي: التغير الطردي: هو علاقة تكون

فيها نسبة ص إلى س ثابتة (ك).
ويعبر عن ذلك بأن ص تتغير
طردياً مع س.

الرموز: $ك = \frac{ص}{س}$ أو $ص = ك س$

حيث $ك \neq صفر$

مثال: $ص = 3س$

حل مسائل التغير الطردي

مثال من واقع الحياة

حيوانات: بالرجوع إلى المعلومات إلى اليمين. افترض أن عمر الحصان يتغير طردياً مع ما يكافئه من عمر الإنسان. فما عمر الإنسان الذي يكافئ 6 سنوات من عُمر حصان؟

اكتب معادلة التغير الطردي. لتكن س تمثل عمر الحصان، ص تمثل عمر الإنسان المكافئ له.

ص = ك س تغير طردي.

ك = 3 (1) $ص = 3س$

ك = 3 بسّط.

ص = 3س عوض عن ك بـ 3.

استعمل المعادلة لإيجاد ص عندما $س = 6$.

ص = 3س

ص = 3(6) $س = 6$.

ص = 18 بسّط.

إذن 6 سنوات من عُمر حصان تكافئ 18 سنة من عمر إنسان.

تحقق من فهمك:

(ب) **تسوق:** يبيع محل خضار 6 برتقالات بـ 12 ريالاً. فما ثمن 10 برتقالات؟

في التغير الطردي، ثابت التغير ك هو ثابت معدل التغير. وعندما تتغير قيمة س بمقداراً،



فإن قيمة ص المناظرة تكون ك أ. ففي المثال السابق عندما تغيرت س بمقدار 6، تغيرت

ص بمقدار $3(6) = 18$.



الربط بالحياة:

لكل حيوان أليف معدل عمر مختلف مقارنة بعمر الإنسان، فمثلاً سنة واحدة من عمر الحصان تقابل 3 سنوات من عمر الإنسان.

إرشادات للدراسة

تناسبات
يمكنك استعمال التناسب لحل مسائل التغير الطردي، وفي المثال 2 أكتب نسباً لمقارنة عمر الإنسان المكافئ للعمر الفعلي للحصان

$$\frac{س}{6} = \frac{ص}{1}$$

$$ص = 18$$

إرشادات للدراسة

مراجعة

لمراجعة العلاقات المتناسبة
راجع الدرسين ٣-١، ٣-٤.

ليست جميع العلاقات التي يكون معدل تغيرها ثابتاً تكون متناسبة. وبالمثل، فالدوال الخطية ليست جميعها تغيرات طردية.

تحديد التغير الطردية

مثالان

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تمثل تغيراً طردياً أم لا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

الكيلومترات س	٢٥	٥٠	٧٥	١٠٠
اللترات ص	١٠	٢٠	٣٠	٤٠

$$\frac{2}{5} = \frac{10}{25} \quad \frac{2}{5} = \frac{20}{50} \quad \frac{2}{5} = \frac{30}{75} \quad \frac{2}{5} = \frac{40}{100}$$

بما أن النسب نفسها، فالدالة تمثل تغيراً طردياً، وثابت التغير يساوي $\frac{2}{5}$.

الساعات س	٢	٤	٦	٨
الإيرادات ص	٣٦	٥٢	٦٨	٨٤

$$\frac{18}{2} = \frac{36}{4} \quad \frac{13}{4} = \frac{52}{8} \quad \frac{11,33}{6} = \frac{68}{12} \quad \frac{10,5}{8} = \frac{84}{16}$$

النسب ليست نفسها، فالدالة لا تمثل تغيراً طردياً.

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تمثل تغيراً طردياً أم لا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

الأيام س	٥	١٠	١٥	٢٠
الارتفاع ص	١٢,٥	٢٥	٣٧,٥	٥٠

الوقت س	٤	٦	٨	١٠
المسافة ص	١٢	١٦	٢٠	٢٤

إرشادات للدراسة

التغيرات الطردية

لاحظ أن منحنى التغير الطردية، الذي يمثل علاقة خطية متناسبة، هو مستقيم يمر بنقطة الأصل.

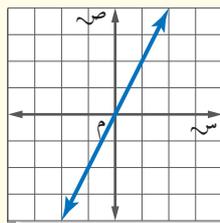
ملخص المفهوم

الدالة الخطية المتناسبة

المعادلة:

$$ص = ٢س$$

التمثيل البياني:



الجدول:

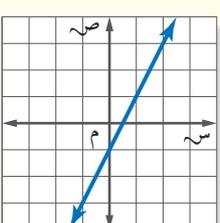
س	٢-	١-	١	٢
ص	٤-	٢-	٢	٤
ص/س	٢	٢	٢	٢

الدالة الخطية غير المتناسبة

المعادلة:

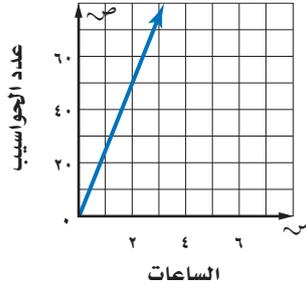
$$ص = ٢س - ١$$

التمثيل البياني:



الجدول:

س	٢-	١-	١	٢
ص	٥-	٣-	١	٣
ص/س	٥/٢	٣	١	٣/٢



المثال ١

١ **تصنيع:** يتغير عدد الحواسيب المصنعة تغيراً طردياً مع ساعات عمل خط الإنتاج. وفقاً للشكل المجاور، ما نسبة الحواسيب المصنعة إلى ساعات الإنتاج؟

المثال ٢

٢ **مواصلات:** تقطع حافلة مسافة ٣٣٦ كلم في $3\frac{1}{4}$ ساعة. إذا افترضت أن المسافة المقطوعة تتناسب طردياً مع زمن السفر، فكم تقطع الحافلة في ٦ ساعات؟

المثالان ٣، ٤

الساعات س	٢	٣	٤	٥
الكيلومترات ص	١١٦	١٧٤	٢٣٢	٢٩٠

٣ حدد ما إذا كانت الدالة الخطية

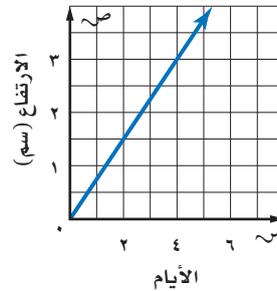
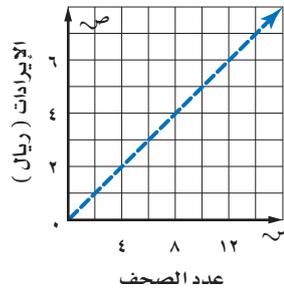
الممثلة بالجدول المجاور تمثل تغيراً طردياً أم لا، وإذا كانت كذلك، فاذكر ثابت التغير.

تدرّب وحلّ المسائل

٤ **تشجير:** زرعت جميلة بعض البذور، وبعد أن ظهرت فوق سطح الأرض، وجدت أن ارتفاعها يتغير طردياً مع عدد الأيام، فما معدل نموها؟

٥ **وظائف:** يعمل خالد في توزيع الصحف اليومية، ويتناسب إيراده طردياً مع عدد الصحف التي يوزعها. فما إيراده لكل صحيفة يوزعها؟

إرشادات للأستاذة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٥، ٤	١
١٠ - ٦	٢
١٤ - ١١	٤، ٣



٦ **خواصات:** بعد ١٠ دقائق من نزول غواصة من قارب البحث، كانت على عمق ٢٥ متراً تحت سطح الماء. وبعد ٣٠ دقيقة أصبحت على عمق ٧٥ متراً. فما معدل نزول الغواصة؟

٧ **قرطاسية:** اشترت عائلة ٣ أقلام بـ ١٠,٥ ريالاً. وفي الأسبوع التالي اشترت ٥ أقلام أخرى من النوع نفسه بـ ١٧,٥ ريالاً. فما قيمة القلم الواحد؟

٨ **طلاء:** إذا استعمل عامر ١٢ لترًا من الدهان لطلاء ٣١٥ م^٢، و ٢٠ لترًا لطلاء ٢٠٠ م^٢، فما قيمة الدهان لطلاء ٨٤٠ م^٢؟



الربط بالحياة:
تعبّر النسبة القطرية لشاشة التلفاز عن نسبة عرض الشاشة إلى ارتفاعها. وهي في الشاشات العادية ٣:٤ على حين أنها في شاشات أخرى ١٦:٩.

٩ إلكترونيات: يتناسب عرض شاشة التلفاز طردياً مع ارتفاعها. إذا أنتج مصنع شاشة تلفاز عرضها ٦٠ سم وارتفاعها ٣٣,٧٥ سم، فأوجد ارتفاع شاشة تلفاز عرضها ٩٠ سم.

١٠ كعك: تحتاج روان لصنع كعكة تكفي ١٢ شخصاً إلى $\frac{3}{4}$ كوب طحين. فكم كوباً من الطحين تحتاج إليه لعمل كعكة لـ ٣٠ شخصاً؟

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تشكل تغيراً طردياً، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

٨٠٠	٦٠٠	٤٠٠	٢٠٠	الدقائق س
٢١٥	١٦٥	١١٥	٦٥	التكلفة ص

٨	٧	٦	٥	الصور س
٣٢	٢٨	٢٤	٢٠	الثواني ص

٢٥	٢٠	١٥	١٠	الثمن س
١,٧٥	١,٤٠	١,٠٥	٠,٧٠	الربح ص

١٣	١٢	١١	١٠	العمر س
٨	٧	٦	٥	الصف ص

جبر: إذا كانت ص تتغير طردياً مع س. فاكتب معادلة التغير الطردي، ثم أوجد القيمة المطلوبة.

١٥ إذا كانت ص = -١٢ عندما س = ٩، فأوجد قيمة ص عندما س = -٤.

١٦ إذا كانت ص = ٨ عندما س = ٢٠، فأوجد قيمة ص عندما س = ١٠.

١٧ إذا كانت ص = -٦ عندما س = -١٤، فما قيمة ص عندما س = -٤؟

١٨ قياس: يتغير عدد السنتمترات طردياً مع عدد البوصات. أوجد طول جسم بالسنتمترات إذا كان طوله ٥٠ بوصة.

١٥	١٢	٩	٦	البوصات س
٣٨,١٠	٣٠,٤٨	٢٢,٨٦	١٥,٢٤	السنتمترات ص



ص = ٤م

ل = ٦,٤م

١٩ قياس: يتغير طول المستطيل المبين في الشكل المجاور طردياً مع عرضه. فما محيطه عندما يصبح عرضه ١٠م؟

٢٠ مسألة مفتوحة: حدّد قيماً لكل من س، ص في علاقة تغير طردي تكون فيها ص = ٩ عندما س = ١٦.

٢١ تحد: تتناسب كمية الطلاء المطلوبة لتغطية سطح خشبي طردياً مع مساحة السطح. فإذا كانت ٣ عبوات تكفي لتغطية ١,٢ م^٢. فكم عبوة تلزم لتغطية ١٥,٣ م^٢؟



٢٢ اكتب: معادلة تغير طردي، ثم اضرب قيمة س في ٣. وفّر كيف تجد التغير في قيمة ص المناظرة.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٣ أجرى سعد تجربة في مختبر العلوم وسجلوا نتائج طول استطالة النابض (الزنبرك) كما هو مبين في الجدول أدناه:

طول استطالة النابض	
استطالة النابض س (سم)	كتلة الثقل (جرام)
٠	٠
٢	١٢
٥	٣٠
٩	٥٤
١٢	٧٢

أي المعادلات الآتية تعطي أفضل تمثيل للعلاقة بين استطالة النابض (س) وكتلة الثقل المعلق فيه (ص)؟
 (أ) ص = ٦س
 (ب) ص = ٦س
 (ج) ص = ٦س
 (د) ص = ٦س

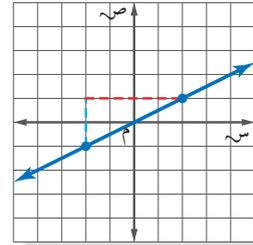
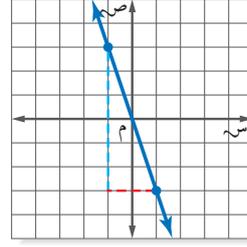
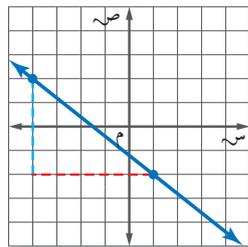
٢٤ **إجابة قصيرة:** قرأت مها ١٢ صفحة قراءة حرّة في ٣٠ دقيقة. كم صفحة ستقرأ في ٤٥ دقيقة؟

٢٥ في وصفة لصنع عصير فواكه مزجت الجوهره ١٥٠ مل من عصير التفاح مع ٩٠ مل من عصير البرتقال. إذا صنعت عصير الفواكه مستعملة ٣٠٠ مل من عصير التفاح. فأي التناسبات الآتية يمكن استعمالها لإيجاد عدد ملترات عصير البرتقال (ل) التي ستستعملها؟

(أ) $\frac{ل}{٣٠٠} = \frac{٩٠}{١٥٠}$ (ب) $\frac{ل}{١٥٠} = \frac{٩٠}{٣٠٠}$
 (ج) $\frac{٣٠٠}{ل} = \frac{٩٠}{١٥٠}$ (د) $\frac{٩٠}{ل} = \frac{١٥٠}{٣٠٠}$

مراجعة تراكمية

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي: (الدرس ١٠ - ٣)



٢٩ **عمل:** الدالة ج = ١٥ ت تصنف العلاقة بين عدد ساعات العمل (ت)، ومقدار الأجر (ج) الذي يتقاضاه صالح من عمله. مثل الدالة بياناً لتحديد مقدار الأجر الذي يتقاضاه صالح إذا عمل ٢٠ ساعة. (الدرس ١٠ - ٣)

بين إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة في القيمة المعطاة: (الدرس ٩ - ٦)

٣٠ $١٨ - ن < ٤$ ، ن = ١١ ٣١ $١٣ + س > ٢١$ ، س = ٨ ٣٢ $٣٤ \geq ٥$ ، ي = ٧

٣٣ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين: ج (٢، ٣)، د (٤، ٥). (الدرس ١٠ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

٣٤ **مهارة سابقة:** قام منسق مبيعات بترتيب علب حلوى بعضها فوق بعض فوضع ٥ علب في الصف العلوي، و ٧ علب في الصف الثاني أدناه، و ٩ علب في الصف الثالث أدناه، وهكذا... إذا كان الترتيب الذي صف به العلب يتكون من ١٠ صفوف، فما عدد العلب التي رتبها؟ استعمل استراتيجية البحث عن نمط.

٣٥ ما الحدّ التالي في المتتابعة الحسابية ١٠، ٧، ٤، ١، ... (الدرس ١٠ - ١)



استراتيجية حل المسألة

٦-١٠

فكرة الدرس : أحل المسائل باستعمال استراتيجية "إنشاء نموذج".

إنشاء نموذج

وليد : في معمل الحاسب، أحاول أن أصمم لعبة تتطلب أن يقوم اللاعب بترتيب خمسة مربعات.

مهمتك : أنشئ نموذجًا لأجد عدد الطرائق الممكنة التي يمكن بها ترتيب خمسة مربعات متلاصقة جنبًا إلى جنب لتكون شكلًا واحدًا.



تعلم أنه يجب ترتيب المربعات الخمسة متلاصقة جنبًا إلى جنب. والمطلوب تحديد عدد الطرائق الممكنة لعمل ذلك.	افهم
أنشئ نموذجًا لتوضح تلك الطرائق المختلفة لترتيب المربعات.	خطّط
<p>هناك ١٢ طريقة ممكنة لترتيب المربعات.</p>	حلّ
تحقق من أن النماذج أعلاه تتضمن جميع الطرائق الممكنة لترتيب المربعات. ولاحظ أن الدوران فقط لا ينتج عنه طريقة جديدة، في حين أن الانعكاس قد ينتج عنه طريقة جديدة.	تحقق

حل الاستراتيجية

١ إذا كان المطلوب من اللاعب أن يرتب ستة مربعات، فكم طريقة مختلفة يمكن بها ترتيب المربعات الستة؟



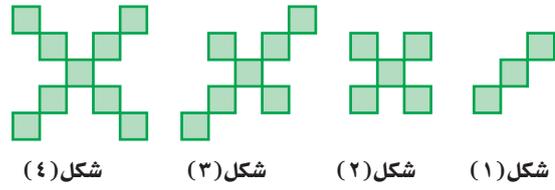
٢ صف متى تستعمل استراتيجية "إنشاء نموذج" في حل المسائل الرياضية.

مسائل متنوعة

استعمل استراتيجية "إنشاء نموذج" لحل المسائل ٣-٥:

٣ **تربية فنية:** ينشئ داود نموذجًا لحديقة الحي التي طولها ٩٦ مترًا، وعرضها ٧٢ مترًا. فإذا استعمل المقياس ٨ أمتار = $\frac{1}{4}$ سم، فما أبعاد نموذج الحديقة؟

٤ **أنماط:** كم مربعًا في الشكل رقم ٢٠ وفق النمط الآتي:



٥ **أطعمة:** يتم استعمال قطع مستطيلة الشكل طولها ١١ سم وعرضها $\frac{1}{4}$ سم لصناعة علبة عصير من الكرتون، وذلك بقطع $\frac{1}{4}$ سم من رؤوس المستطيل. أوجد حجم علبة العصير.

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦-١٣:

من استراتيجيات حل المسألة
• الرسم
• التخمين والتحقق
• إنشاء نموذج

٦ **كرة الطائرة:** جاء ٨ لاعبين للتدرب على الكرة الطائرة. كم فريقًا مكونًا من ٣ لاعبين يمكن تكوينه منهم؟

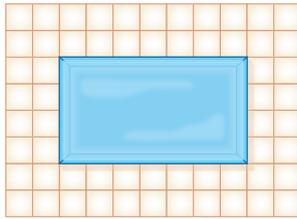
٧ **خدمات طلاب:** يقوم مكتب خدمات طلاب بتصوير الورقة المستقلة بسعر ٢٠، ريالًا، وأوراق الدفاتر بسعر ٢٨، ريالًا. فإذا دفع سعد ١٩ ريالًا، فكم ورقة من كل نوع قام بتصويرها؟

٨ **مطعم:** يصف مطعم طاوولات للأكل مربعة الشكل متلاصقة جنبًا إلى جنب، بحيث يجلس أمام كل ضلع من أضلاع الطاولة شخص واحد. فإذا كان عدد الأشخاص ٣٢ شخصًا، فكم طاولة يحتاج إليها المطعم؟

٩ **نقود:** اقترض خالد مبلغ ٢٥٠ ريالًا من زميله، ثم أعاد إليه ٨٢ ريالًا. إذا أراد أن يعيد إليه ١٤ ريالًا كل أسبوع، فكم أسبوعًا يحتاج إليها خالد لسداد قرضه؟

١٠ **لوحات:** تريد هند تعليق ٣ لوحات عرض كل منها قدمين على جدار غرفتها، بحيث تكون المسافة بين اللوحات بعضها وبعض، وكذلك بين اللوحات ونهايتي الجدار جميعها متساوية. فإذا كان طول الجدار ١٨ قدمًا، فكم يجب أن يكون طول تلك المسافة؟

تبليط: استعمل الشكل الآتي لحل المسألتين ١١ و ١٢ الذي يوضح بلاطًا مربع الشكل طول ضلع الواحدة ١ قدم، ويحيط بحوض سباحة طوله ٧ أقدام وعرضه ٤ أقدام.



١١ باستعمال النموذج أعلاه، كم بلاطة نحتاج إليها إذا كان طول المسبح ١٨ قدمًا، وعرضه ١٢ قدمًا؟

١٢ كم بلاطة نحتاج إليها إذا كان طول المسبح ٣٢ قدمًا، وعرضه ٢٠ قدمًا؟

١٣ **غسيل:** تحتاج مها إلى مشبكين لتثبيت كل قطعة ملابس على حبل الغسيل، ويمكنها أن تثبت قطعتين متجاورتين بمشبك واحد. ما أقل عدد

ممكّن من المشابك تحتاج إليه لتثبيت قطع من الملابس؟



أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

١٠ أ) $(-٥, ٢)$ ، ب) $(١, ٢)$ ١١ هـ) $(١, -٢)$ ، و) $(٥, -٣)$

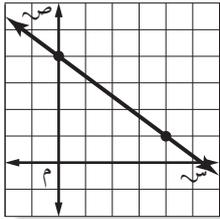
١٢ **اختيار من متعدد:** زرع عصام ١٨ زهرة في ٣٠ دقيقة. فكم زهرة يزرع في ٥٥ دقيقة بالمعدل نفسه؟

٣٠ (أ) ٣٣ (ب) ٣٦ (ج) ٣٨ (د)

١٣ **اختيار من متعدد:** أي زوج مرتب فيما يأتي هو حل للمعادلة $٣ - ص = ٣$ ؟

أ) $(١, ٣)$ (ب) $(١, -٣)$
ج) $(٣, ١)$ (د) $(١, -٣)$

١٤ **اختيار من متعدد:** أوجد ميل المستقيم في الشكل الآتي.



أ) $\frac{٤}{٣}$
ب) $\frac{٣}{٤}$
ج) $\frac{٣}{٤}$
د) $\frac{٤}{٣}$

١٥ **درجات حرارة:** تستعمل الدالة:

$ف = \frac{٩}{٥} س + ٣٢$ لتحويل درجات الحرارة السيليزية س إلى فهرنهايت ف. حول درجة الحرارة السيليزية ٢٥° إلى فهرنهايتية.

١٦ **إطار:** استعمل نجار إطاراً عرضه ١,٧٥ سم لإحاطة صورة طولها ١٥ سم وعرضها ٩ سم، أوجد محيط الإطار.

١٧ **توفير:** في حصادة خالد ٢٠ ريالاً، ويضيف لها ٥ ريالاً كل أسبوع. كم ريالاً سيكون في حصادته بعد ٧ أسابيع؟



اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لكل متتابعة فيما يأتي، ثم أوجد الحدود الثلاثة التالية فيها:

١ $٤, ٨, ١٢, ١٦, \dots$

٢ $-٧, -١٤, -٢١, -٢٨, \dots$

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

٣ د) (٣) إذا كان $د(س) = ٢ - س + ٦$

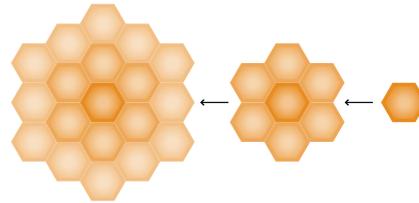
٤ ق) $(٢-)$ إذا كان $ق(س) = \frac{س}{٣} + ٥$

٥ **وظائف:** يتناسب إيراد علي من عمله طردئاً مع زمن العمل، فإذا كان إيراده ٥, ١٨٦٢ ريالاً بعد ٢٥ ساعة عمل. فكم يتقاضى إذا عمل ٣٠ ساعة؟

٦ **أمطار:** إذا كانت كمية الأمطار الهاطلة حتى الساعة ٦ مساءً ٣ سم، فإذا استمر هطل الأمطار بمقدار ٥, ٥ سم لكل من الساعات الثلاث التالية. فكم ستتمترا مقدار هطل الأمطار حتى الساعة ٩ مساءً؟

٧ **خلايا النحل:** يبدأ النحل البلدي عمل الخلايا بخلية ابتدائية واحدة سداسية الشكل، ثم تقوم بعمل حلقة تلو الأخرى حول الخلية الابتدائية، كما هو موضح بالشكل أدناه، لتشكل الحلقات المتتالية حول الخلية الابتدائية متتابعة حسابية:

الخلية الابتدائية الخلية الأولى الخلية الثانية



أ) اكتب الحد النوني الممثل لعدد الخلايا في الحلقات.
ب) أوجد عدد خلايا النحل في الحلقة السادسة.

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانياً:

٨ $ص - ٢ = س + ٥$ ٩ $ص = \frac{١}{٣} س - ١$

الاختبار التراكمي (١٠)

اختيار من متعدد

القسم ١

اختر الإجابة الصحيحة:

١ ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الموضحة في الجدول الآتي؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	٥	ن
قيمة الحد	٠,٦	١,٢	١,٨	٢,٤	٣,٠	٤

(أ) ن - ٤, ٠ (ج) $\frac{٣}{٥}$ ن

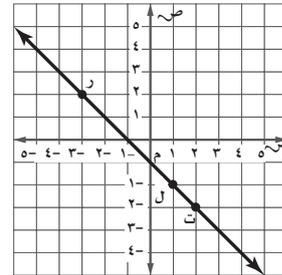
(ب) $\frac{٥}{٥}$ ن (د) ن + ٠, ٦

٢ مخروط قائم ارتفاعه ١٢ سم، وحجمه ٣١٤ سم^٣ ما طول نصف قطر قاعدته؟ (قرب إلى أقرب جزء من عشرة).

(أ) ٥ (ج) ١٠

(ب) ٨, ٣ (د) ٢٥

٣ ما العبارة الصحيحة حول ميل المستقيم \overleftrightarrow{RT} ؟



(أ) الميل هو نفسه بين أي نقطتين.

(ب) الميل بين النقطتين ر، ل أكبر من الميل بين ل، ت.

(ج) الميل بين النقطتين ر، ت أكبر من الميل بين ل، ت.

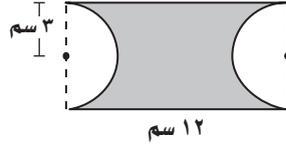
(د) الميل موجب.

٤ حل المتباينة $٥ - ٢ \geq ١٢$

(أ) $٢ - \geq$ س (ج) $٢ \geq$ س

(ب) $٢ - \leq$ س (د) $٢ \leq$ س

٥ ما مساحة الجزء المظلل في الشكل أدناه، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟



(أ) ٧, ٤ سم^٢ (ب) ١٥, ٥ سم^٢
(ج) ٤٣, ٧ سم^٢ (د) ٤١, ٠ سم^٢

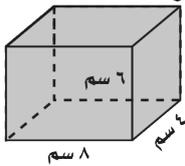
٦ تمثل المعادلة: $٢, ٥ + ١٢ = ت$

المبلغ ت الذي يدفعه سعود لاستعمال خدمة الإنترنت، حيث تمثل ز عدد الساعات المستعملة خلال الشهر. احسب المبلغ الكلي الذي يدفعه سعود إذا استعمل الإنترنت ٩ ساعات؟

(أ) ٣٩, ٩٥ ريالاً (ب) ٣٤, ٥٠ ريالاً
(ج) ٢٧ ريالاً (د) ٢٢, ٥ ريالاً

٧ تستهلك شاحنة ٦, ٢٩ لترًا من الوقود في قطع ١٧١, ٢ كيلومترًا. فكم لترًا تحتاج لقطع مسافة ٤٠٠ كيلومتر إضافي؟

(أ) ٨٥, ٨ لترًا (ب) ٦٩, ٢ لترًا
(ج) ٣٨, ١ لترًا (د) ٩٥, ٣ لترًا



٨ ما المساحة الكلية لسطح المنشور الرباعي المجاور؟

(أ) ١٤٤ سم^٢ (ب) ١٧٦ سم^٢
(ج) ١٩٢ سم^٢ (د) ٢٠٨ سم^٢

٩ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين:

(٠, ٣)، (٢, ٢).

(أ) $\frac{٥}{٢} -$ (ب) $\frac{٥}{٢}$
(ج) $\frac{٢}{٥} -$ (د) $\frac{٢}{٥}$



- ١٥) يبيع محل خضار كلَّ ٣ كيلوجراماتٍ من التفاح بـ ٢١ ريالاً، فما ثمن ١٠ كيلوجرامات من التفاح نفسه؟

القسم ٣ الإجابة المطولة

- أجب عن السؤال الآتي موضِّحاً خطوات الحل:
- ١٦) يقدم مركز للتزلج عرضين لدخوله، فيعرض تذكرة الدخول اليومية بـ ٤٠ ريالاً أو الاشتراك الشهري بـ ٤٠٠ ريال.

عدد مرات الدخول	١	٢	٣	٤	٥
التكلفة الكلية للدخول اليومي	٤٠	٨٠			
التكلفة الكلية للاشتراك	٤٠٠	٤٠٠			

- (أ) هل المتابعة المتكونة من التكلفة الكلية للدخول اليومي تمثل متابعة حسابية أم لا؟ فسّر إجابتك.
- (ب) هل المتابعة المتكونة من التكلفة الكلية للاشتراك الشهري تمثل متابعة حسابية أم لا؟ فسّر إجابتك.
- (ج) كم مرّة يمكن لشخص دخول مركز التزلج بحيث يكون الاشتراك الشهري أفضل من الدخول اليومي؟



أدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزز ما تعلمته من مفاهيم وما اكتسبته من مهارات.

وزارة التعليم

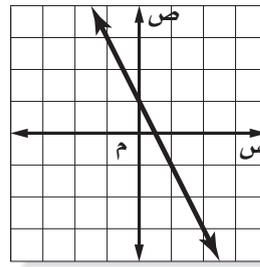
أنا طالبٌ معدٌّ للحياة، ومناضٍ عالمياً.

١٦	١٥	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠	١	٢	٣	٤	٥

وزارة التعليم
Ministry of Education

الفصل ١٠: الاختبار التراكمي (١٤٠٤) ١٤٠٢٢

- ١٠) إذا كان الشكل الآتي يمثل منحنى المستقيم ص = -٢س + ١، فما الجدول الذي يعبر عن الأزواج المرتبة التي تقع على المستقيم؟



(أ)	س	٢-	١-	٠
	ص	٥	٣	١-
(ب)	س	٢-	١-	٠
	ص	٣	١	١-
(ج)	س	١-	٠	١
	ص	٣-	١-	١
(د)	س	١-	٠	١
	ص	٣	١	١-

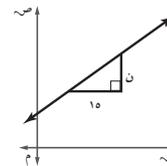
- ١١) إذا كانت د (س) = ٢س - $\frac{1}{3}$ ، فما قيمة د ($\frac{2}{3}$)؟
- (أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{2}{3}$
- (ج) ١ (د) $1\frac{1}{3}$

- ١٢) ما أساس المتتابعة الحسابية: ٢٠، ١٦، ١٢، ٨، ...
- (أ) ٢٠ (ب) ٤
- (ج) ٢ (د) -٤

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

- ١٣) يكلف شراء نوع من الطيور ٢٥٠ ريالاً، وتكلف العناية به ٧٠ ريالاً كل شهر لطعامه، ومستلزماته وعلاجه ورعايته وتدريبه. اكتب معادلة وحلها لإيجاد تكلفة شراء الطير والعناية به لمدة عامين.
- ١٤) إذا كان ميل المستقيم الموضح أدناه $\frac{4}{5}$ ، فما قيمة ن؟



هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال

فراجع الدرس