

الفصل الثالث رياضيات ١ - ٢

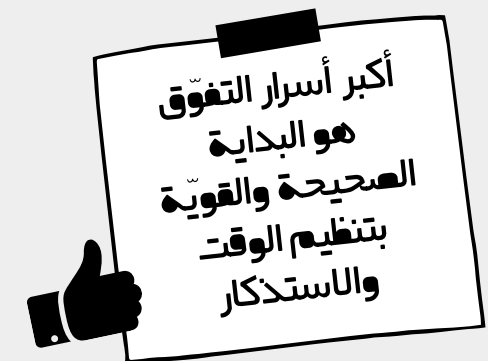
العام الدراسي ١٤٤٣هـ

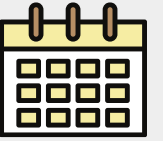
إعداد: أ/ محمد العزيز الشريف

3-4

إثبات تطابق المثلثات

SSS, SAS





التاريخ:

اليوم:

المادة:

نعود بحذر

الالتزام بارتداء الكمامة

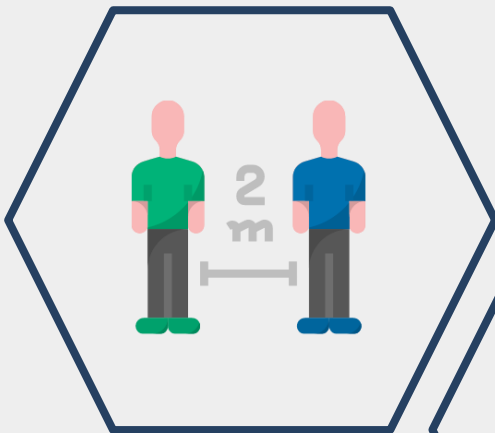


عدم المصافحة

غسل اليدين



التباعد الاجتماعي





رابط الدرس الرقمي



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS

المفردات

الزاوية المحصورة
Included Angle

فيما سبق

درست إثبات تطابق المثلثات
باستعمال تعريف التطابق.

والآن

- أستعمل المسلمة SSS
لاختبار تطابق المثلثات.
- أستعمل المسلمة SAS
لاختبار تطابق المثلثات.

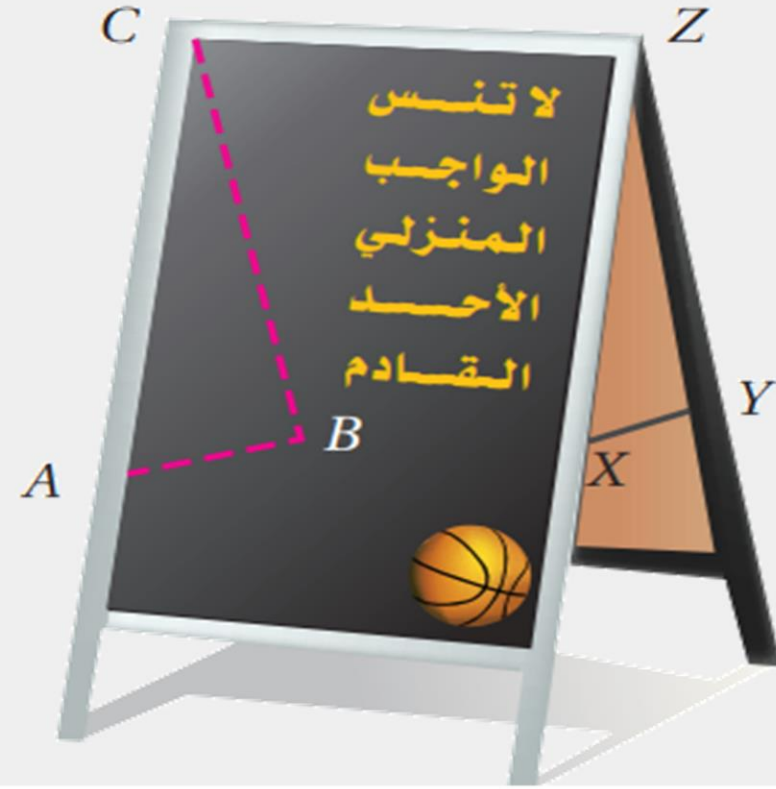


إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS



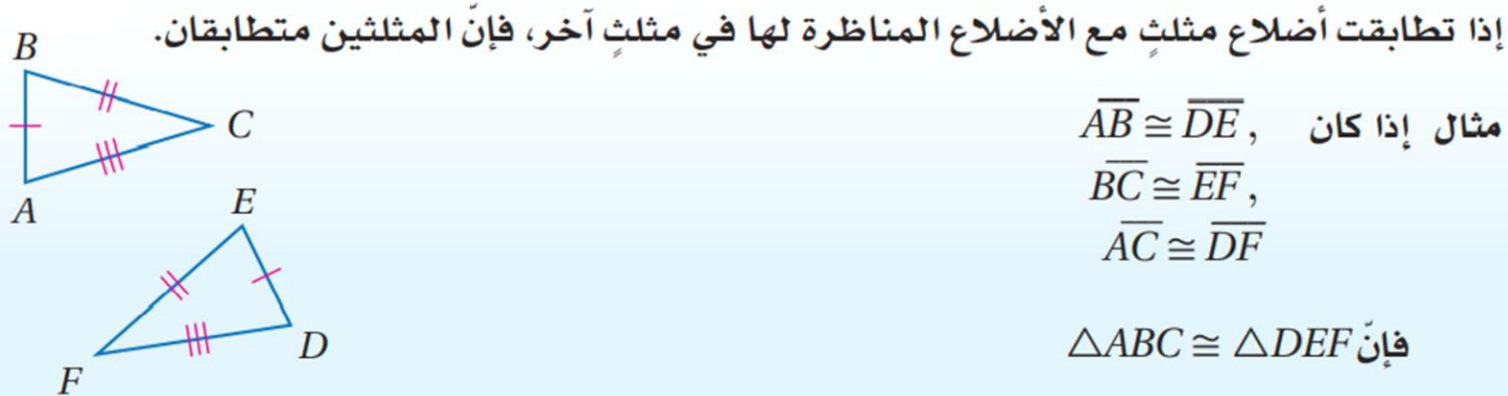
تُعدّ السبورة المزدوجة التي على شكل الحرف A طريقة مناسبة لعرض المعلومات، لا لأنها تُطوى عند التخزين فقط، ولكن لأنها تكون ثابتة تمامًا عند وضع الذراعين الجانبيين في موقعيهما. وعندما يكون للذراعين الطول نفسه، ويتم تثبيتهما على أبعاد متساوية من القمة على الجانبين، فإن السبورة المفتوحة تشكّل مثلثين متطابقين هما $\triangle ABC, \triangle XYZ$.

Q لماذا؟



التطابق بثلاث أضلاع SSS

مسلمة التطابق بثلاثة أضلاع SSS : في هذا الدرس ستكتشف أنه ليس من الضروري أن تبين تطابق الأضلاع المتناظرة وتطابق الزوايا المتناظرة في مثلثين لتثبت أنهما متطابقان. تبين السبورة المزدوجة أنه إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متساوية، فإن المثلثين متطابقان. وهذا ما تنص عليه المسلمة الآتية:



مسلمة

3.1

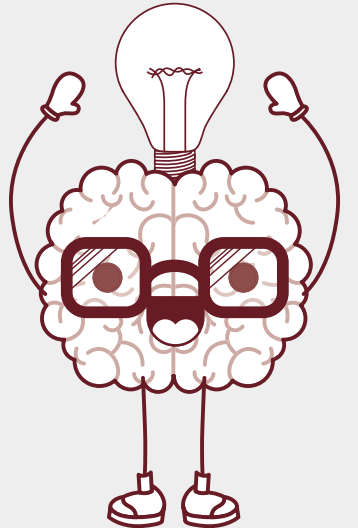
قراءة الرياضيات

اختصارات رياضية

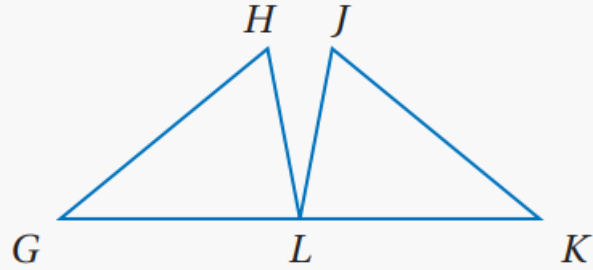
S اختصار لـ side

أو ضلع، و A اختصار

لـ Angle أو زاوية.



استعمال المسلمة SSS لإثبات تطابق مثلثين



اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: $\overline{GH} \cong \overline{KJ}$, $\overline{HL} \cong \overline{JL}$, L نقطة منتصف $\overline{GK}$.

المطلوب: إثبات أن $\triangle GHL \cong \triangle KJL$

البرهان:

$$\overline{GH} \cong \overline{KJ}$$

معطى

$$\overline{HL} \cong \overline{JL}$$

معطى

$$\triangle GHL \cong \triangle KJL$$

SSS

$$\overline{GL} \cong \overline{KL}$$

تعريف نقطة المنتصف

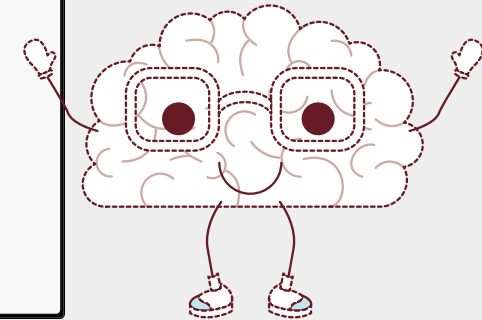
L هي نقطة منتصف $\overline{GK}$

معطى

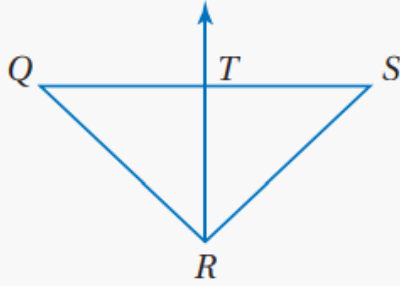
مثال ١

إرشادات للدراسة

منصف قطعة مستقيمة
عبارة عن قطعة أو
مستقيم أو مستوى يقطع
القطعة عند منتصفها.



استعمال المسلمة SSS
لإثبات تطابق مثلثين



(1) اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: $\triangle QRS$ متطابق الضلعين، فيه، $\overline{QR} \cong \overline{SR}$.

$\overline{RT}$ تنصف $\overline{QS}$ عند النقطة T .

المطلوب: إثبات أن $\triangle QRT \cong \triangle SRT$

تحقق
من
فهمك



على اختبار معياري

مثال ٢

(b) يتضح من الرسم أن المثلثين مختلفان في الشكل؛ لذا يمكن أن نخمن أنهما ليسا متطابقين.

إجابة مطولة: إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي: $A(1, 1)$, $B(0, 3)$, $C(2, 5)$.

ورؤوس المثلث EFG هي: $E(1, -1)$, $F(2, -5)$, $G(4, -4)$.

(a) مثل كلا المثلثين في مستوى إحداثي واحد.

(b) استعمل هذا التمثيل؛ لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. وفّر إجابتك.

(c) اكتب برهاناً منطقيًا باستعمال الهندسة الإحداثية لتدعم تخمينك في الجزء b.

اقرأ سؤال الاختبار:

في هذه المسألة يُطلب إليك عمل ثلاثة أشياء؛ إذ يتعين عليك في الجزء a أن ترسم كلا من $\triangle ABC$, $\triangle EFG$ في مستوى إحداثي واحد. وفي الجزء b أن تضع تخمينًا يبين ما إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ أم لا، اعتمادًا على الرسم. وأخيرًا عليك في الجزء c أن تثبت صحة تخمينك.

(c) استعمل صيغة المسافة لبيان أن أطوال بعض الأضلاع المتناظرة غير متساوية.

$$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (3-1)^2} \\ = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (5-3)^2} \\ = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

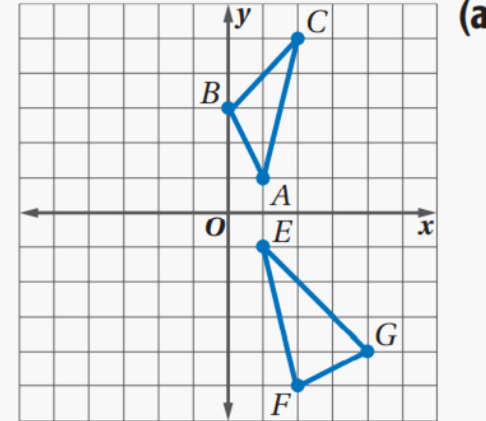
$$AC = \sqrt{(2-1)^2 + (5-1)^2} \\ = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$EF = \sqrt{(2-1)^2 + [-5-(-1)]^2} \\ = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

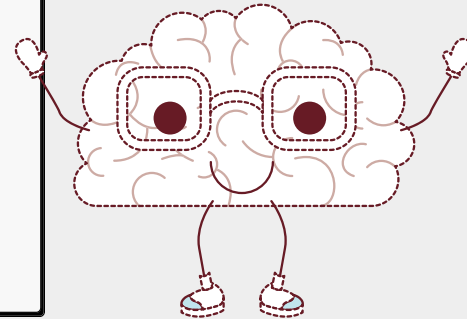
$$FG = \sqrt{(4-2)^2 + [-4-(-5)]^2} \\ = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$EG = \sqrt{(4-1)^2 + [-4-(-1)]^2} \\ = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

حل سؤال الاختبار:



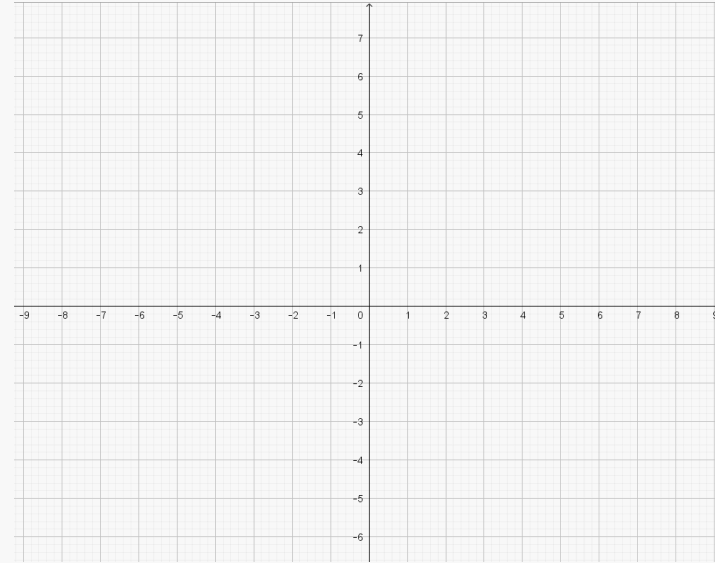
وبما أن $AB = FG$, $AC = EF$ ، في حين أن $BC \neq EG$ ، فإن شروط مسلمة التطابق SSS غير متحققة؛ إذن $\triangle ABC \not\cong \triangle EFG$.



على اختبار معياري

(2) إحداثيات رؤوس المثلث JKL هي $J(2, 5)$, $K(1, 1)$, $L(5, 2)$. ورؤوس المثلث NPQ هي $N(-3, 0)$, $P(-7, 1)$, $Q(-4, 4)$.

- (A) مثل كلا المثلثين في مستوى إحداثي واحد.
(B) استعمل هذا التمثيل؛ لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. وفسر إجابتك.
(C) اكتب برهاناً منطقيًا باستعمال الهندسة الإحداثية لتدعم تخمينك في الجزء B.



تحقق
من
فهمك

قراءة الرياضيات

الرموز

تقرأ العبارة

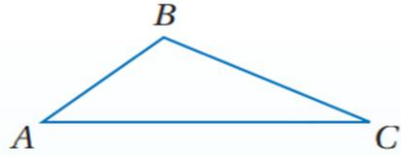
$\triangle ABC \neq \triangle EFG$

المثلث ABC لا يطابق

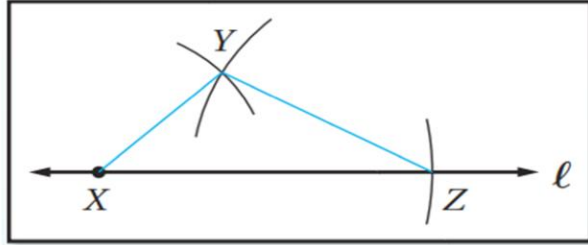
المثلث EFG .



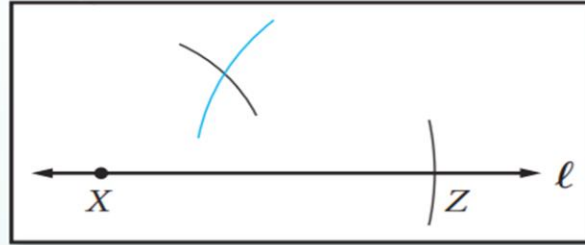
إنشاء مثلث يطابق مثلثاً مرسومًا باستعمال المسطرة (SSS)



ارسم مثلثاً وسّمه $\triangle ABC$ ، ثم استعمل المسطرة SSS لتنشئ $\triangle XYZ$ الذي يطابق $\triangle ABC$.



الخطوة 3 سمّ نقطة تقاطع القوسين Y . وارسم $\overline{XY}$, $\overline{ZY}$ لتشكّل $\triangle XYZ$.



الخطوة 2 أنشئ قوساً طول نصف قطره AB ، ومركزه X ، وقوساً آخر طول نصف قطره BC ، ومركزه Z (مستعملاً الفرجار كما في الخطوة 1).

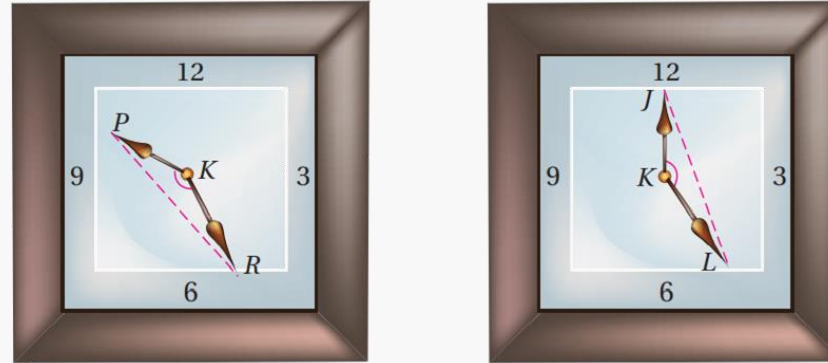


الخطوة 1 عيّن النقطة X على المستقيم l . ثم أنشئ $\overline{XZ} \cong \overline{AC}$ على l كما يأتي:

- ركّز رأس الفرجار في النقطة A ، وافتحه حتى يصل القلم إلى النقطة C .
- باستعمال فتحة الفرجار نفسها، ركّز رأس الفرجار في X ، وارسم قوساً يقطع المستقيم l وسمّ نقطة التقاطع Z .

مسلمة التطابق: ضلعان والزاوية المحصورة بينهما SAS

مسلمة التطابق: ضلعان والزاوية المحصورة بينهما SAS: تُسمَّى الزاوية المتكونة من ضلعين متجاورين لمضلع **زاوية محصورة**. تأمل الزاوية المحصورة والمتكونة من عقربي الساعة في كلا الوضعين الموضَّحين أدناه، ولاحظ أنه كلما شكّل العقربان زاوية لها القياس نفسه، فستكون المسافتان بين طرفي العقربين $\overline{JL}$, $\overline{PR}$ متساويتين.

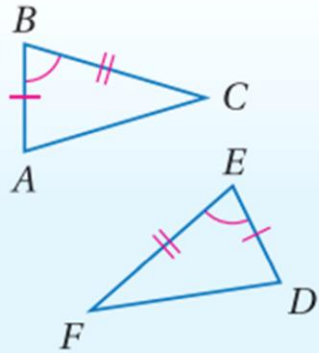


$$\triangle PKR \cong \triangle JKL$$

أيُّ مثلثين يتكونان من زوجين من الأضلاع المتساوية في الطول وزاويتين محصورتين متساويتين في القياس يكونان متطابقين. وهذا يوضح المسلمة الآتية:

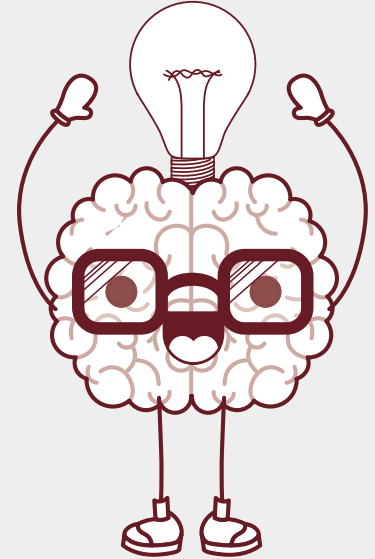
مسلمة التطابق: ضلعان وزاوية المحصورة بينهما (SAS)

مسلمة
3.2

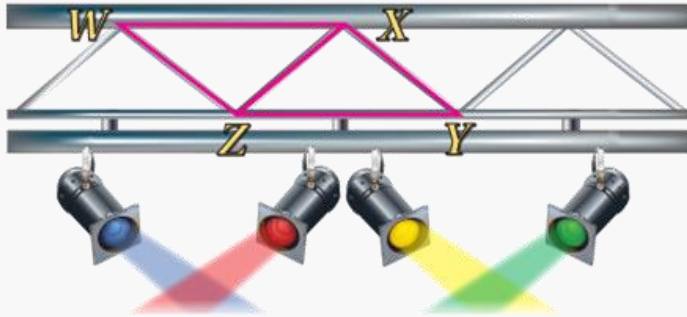


التعبير اللفظي: إذا طابق ضلعان وزاوية محصورة بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان.

مثال:
إذا كان، $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ،
 $\angle B \cong \angle E$ ،
 $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ،
فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



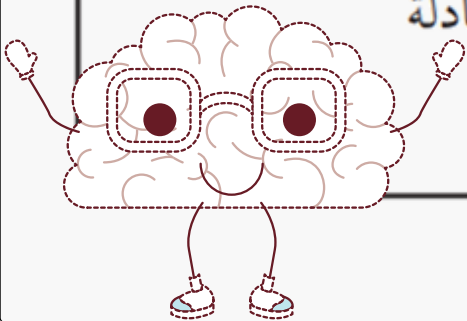
استعمال المسامحة SAS لإثبات تطابق مثلثين



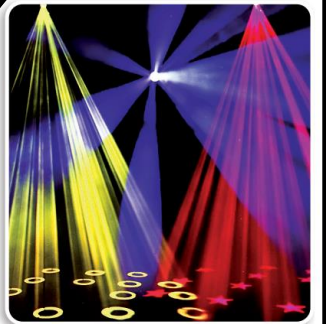
إضاءة: تبدو دعائم السقالة حاملة المصابيح الظاهرة في الصورة وكأنها مكونة من مثلثات متطابقة. فإذا كان $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$, $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$ ، فكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أن: $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$.

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$
(2) معطى	(2) $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$
(3) نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة	(3) $\angle WXZ \cong \angle XZY$
(4) خاصية الانعكاس للتطابق	(4) $\overline{XZ} \cong \overline{ZX}$
(5) SAS	(5) $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$



مثال ٣



الربط مع الحياة

فنيو الإضاءة: في صناعة الصور المتحركة، يقوم فنيو الإضاءة بتحديد مواقع المصابيح التي تتطلبها الفيلم. ويقوم هؤلاء الفنيون بالتأكد من أن الزوايا التي يشكلها الضوء في مواضعها الصحيحة.

استعمال المسلمة SSS
لإثبات تطابق مثلثين

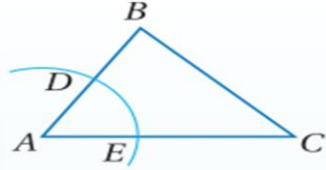


(3) **طيران شراعي:** في الصورة المجاورة يبدو جناحا الطائرة الشراعية
أنهما مثلثان متطابقان. فإذا كانت $\overline{FG} \cong \overline{GH}$ ، $\overline{JG}$ تنصف $\angle FGH$ ،
فأثبت أن $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$.

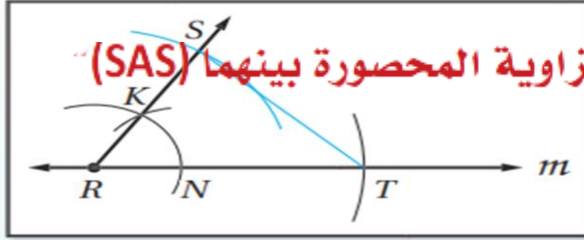
تحقق
من
فهمك



إنشاء مثلث يطابق مثلثاً مرسومًا باستعمال مسطرة التتطابق "ضلعان والزواية المحصورة بينهما (SAS)"



ارسم مثلثاً وسمّه $\triangle ABC$ ، ثم استعمل المسطرة SAS لتنشئ $\triangle RST$ الذي يطابق $\triangle ABC$.

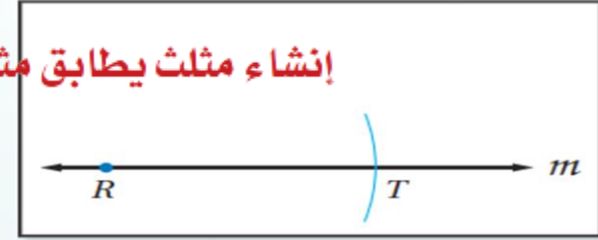


الخطوة 3: أنشئ $\overline{RS} \cong \overline{AB}$ ، ثم ارسم $\overline{ST}$ لتشكّل $\triangle RST$.



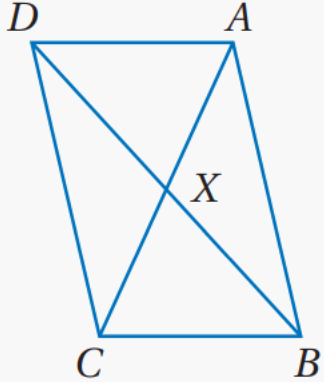
الخطوة 2: أنشئ $\angle R \cong \angle A$ ، باستعمال $\overline{RT}$ ضلعًا للزاوية، والنقطة R رأسًا لها كما يأتي:

- ضع رأس الفرجار على النقطة A ، وارسم قوسًا يقطع ضلعي $\angle A$. سمّ نقطتي التقاطع D, E .
- باستعمال فتحة الفرجار نفسها، ضع رأس الفرجار عند R وارسم قوسًا يبدأ فوق المستقيم m ويقطعه، سمّ نقطة التقاطع N .
- ضع رأس الفرجار عند E وعدّل الفتحة حتى يصل رأس القلم إلى D .
- دون تغيير فتحة الفرجار، ضع رأس الفرجار عند النقطة N ، وارسم قوسًا يقطع القوس الذي رسمته سابقًا في النقطة K ، ثم ارسم $\overline{RK}$.



الخطوة 1: عيّن النقطة R على المستقيم m . ثم أنشئ $\overline{RT} \cong \overline{AC}$ على m .

استعمال تطابق المثلثين بضلعين وزاوية محصورة SAS في البراهين



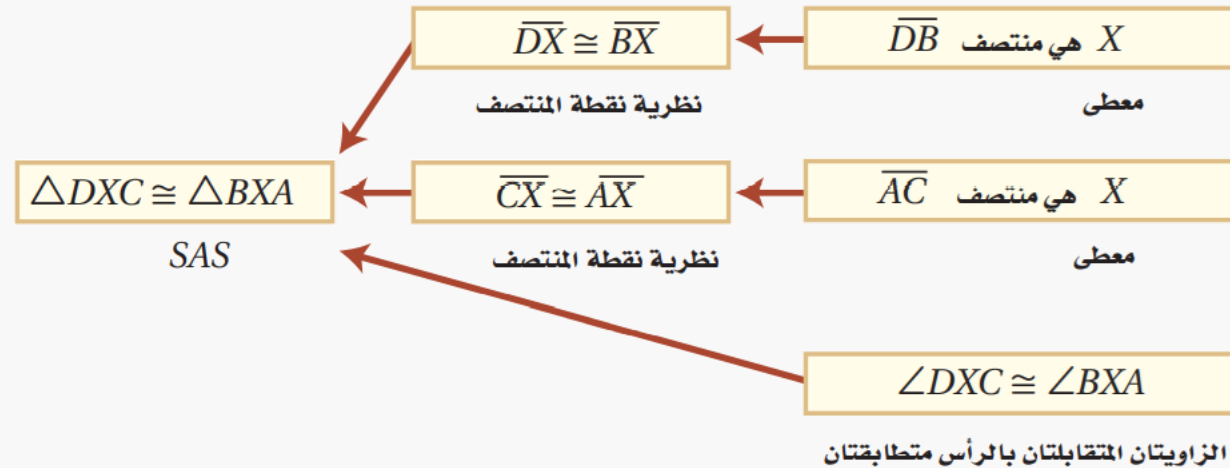
اكتب برهاناً تسلسلياً لما يأتي.

المعطيات: X منتصف $\overline{DB}$

و X منتصف $\overline{AC}$

المطلوب: $\triangle DXC \cong \triangle BXA$

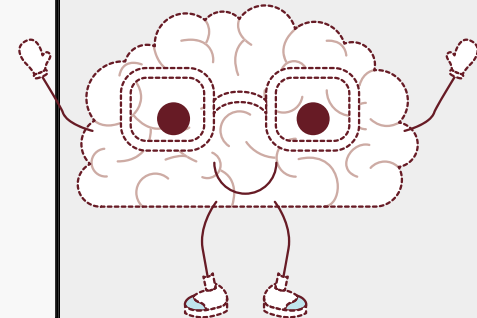
البرهان:



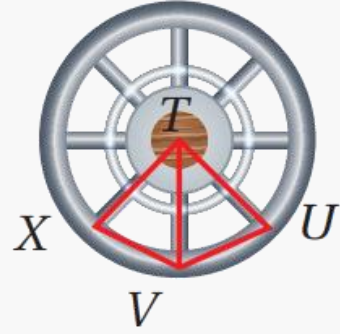
مثال ٤

إرشادات للدراسة

البراهين التسلسلية
يمكن كتابة البراهين
التسلسلية إما رأسياً وإما
أفقياً.



استعمال تطابق المثلثين بضلعين
وزاوية محصورة SAS في البراهين

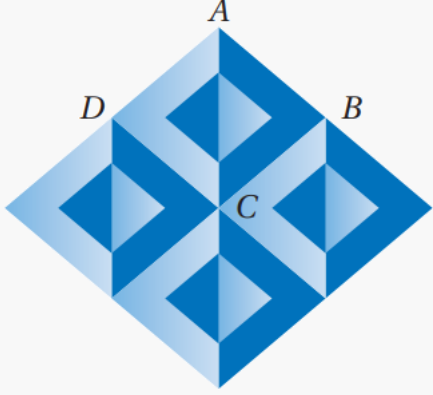


4 قضبان الإطار الداخلية تقسمه إلى ثمانية أجزاء. إذا كان:
 $\angle XTV \cong \angle UTV$ و $\overline{TU} \cong \overline{TX}$ ، فبين أن $\triangle XTV \cong \triangle UTV$.

تحقق
من
فهمك



إثبات تطابق المثلثات SAS,SSS

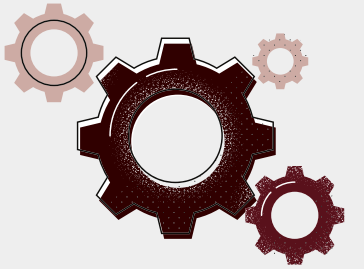


(1) **الخداع البصري:** في الشكل المقابل المربع $ABCD$ يطابق المربعات الثلاثة الأخرى التي تشكّل النمط.

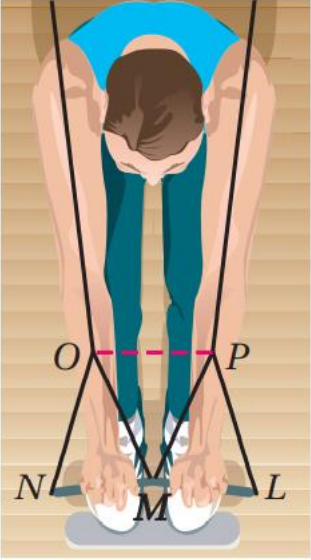
(a) ما عدد المثلثات المختلفة القياس التي استُعملت لعمل هذا النمط؟

(b) استعمل مسلمة التطابق SSS لإثبات أن $\triangle ABC \cong \triangle CDA$.

تأكد



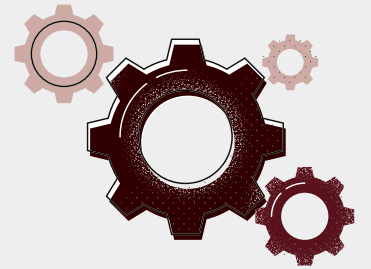
إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS



(3) **رياضة:** في الشكل المجاور، إذا كان:

$\triangle MOP$ ، $\overline{LP} \cong \overline{NO}$ ، $\angle LPM \cong \angle NOM$
حرًا لإثبات أن $\triangle LMP \cong \triangle NMO$.

تأكد



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS

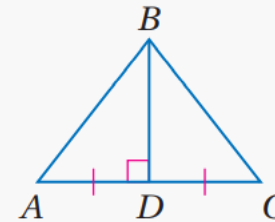
برهان: اكتب برهاناً من النوع المحدد

(10) برهان ذو عمودين

المعطيات: $\overline{BD} \perp \overline{AC}$,

$\overline{BD}$ تنصّف $\overline{AC}$

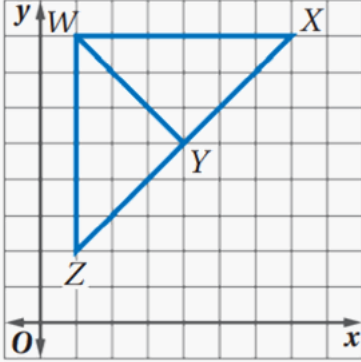
المطلوب: $\triangle ABD \cong \triangle CBD$



تدرب
وحل



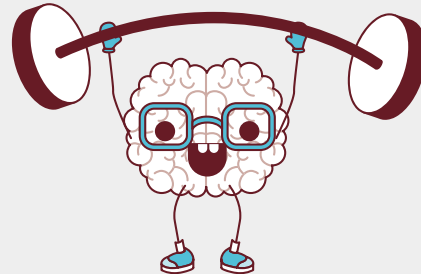
إثبات تطابق المثلثات SSS,SAS



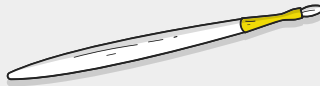
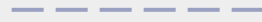
تحدّ: في الشكل المجاور:

- (a) صف طريقتين يمكنك استعمالهما لإثبات أن $\triangle WYZ$ يطابق $\triangle WYX$.
علمًا بأنه لا يُسمح باستعمال المسطرة أو المنقلة. وأيّ طريقة تعتقد أنها
فعّالة أكثر؟ وضح إجابتك.
- (b) أثبت أن $\triangle WYZ \cong \triangle WYX$ ووضح إجابتك.

مهارات
التفكير
العليا



تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

حساباتي على السوشيال ميديا

