مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل الثالث
رياضيات ١-٢

العام الدراسي ١٤٤٣هـ

إعداد: أ/عبدالعزيز الشريف

DES: ABDULAZIZ ALSHARIF
A_Shark_s

3-4

إثبات تطابق المثلثات

ASA, AAS

أكبر أسرار التفوّق
هو البداية
الصحيحة والقويّة
بتنظيم الوقت
والاستذكار

DES: ABDULAZIZ ALSHARIF

A_Shark_s

التاريخ:

اليوم:

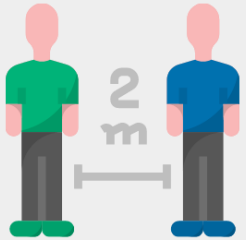
المادة:

نعود بحذر

الالتزام بارتداء الكمامة

عدم المصافحة

غسل اليدين



التباعد الاجتماعي

DES: ABDULAZIZ ALSHARIF

A_Shark_s

إثبات تطابق المثلثات ASA,AAS

رابط الدرس الرقمي

فيما سبق

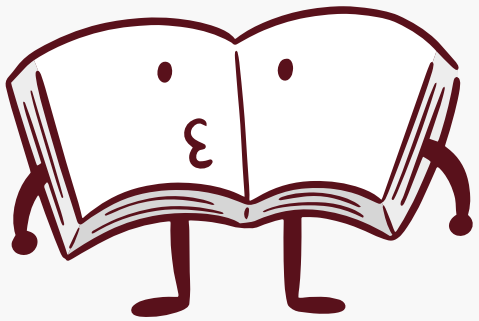
درست إثبات تطابق مثلثين باستعمال SSS , SAS .

المفردات

الضلع المحصور
Included Side

و الآن

- أستعمل المسلمة ASA لاختبار التطابق.
- أستعمل النظرية AAS لاختبار التطابق.



إثبات تطابق المثلثات ASA,AAS

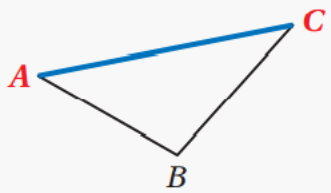
تتضمن مسابقات التجديف شخصين أو أكثر يجلسون ووجوههم نحو مؤخرة القارب، ولكلٍّ منهم مجداف. ويتطلب السباق عادة مسطّحًا من الماء طوله 1500 متر على الأقل، ويمكن استعمال المثلثات المتطابقة لقياس المسافات التي يصعب قياسها مباشرة. مثل طول مضمار سباق الزوارق.

لماذا؟

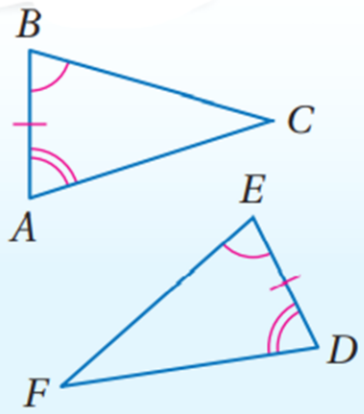
التطابق بزاويتين وضلع محصور بينهماASA

مسلمة
3.3

مسلّمة التطابق بزاويتين وضلع محصور بينهما ASA: الضلع الواقع بين زاويتين متتاليتين لمضلعٍ يُسمى **الضلع المحصور**، ففي $\triangle ABC$ المجاور، $\overline{AC}$ هو الضلع المحصور بين $\angle C$, $\angle A$.



إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان.

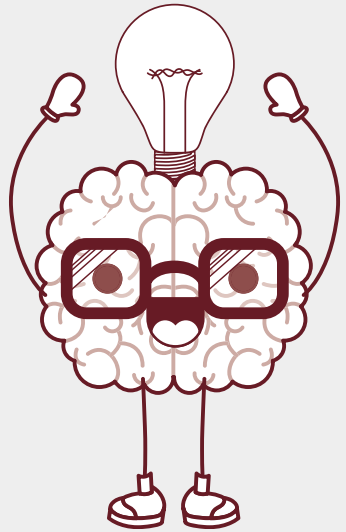


مثال: إذا كانت $\angle A \cong \angle D$,

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$,

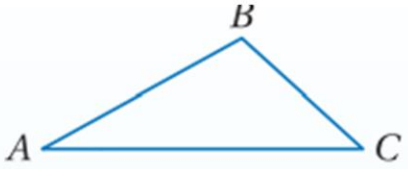
$\angle B \cong \angle E$,

فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



إنشاء مثلث يطابق مثلثًا مرسومًا باستعمال مسلمة التطابق بزاويتين وضلع محصور بينهما (ASA)

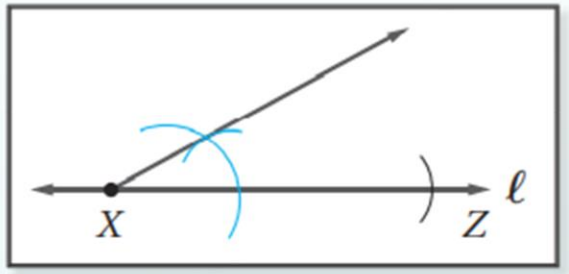
ارسم مثلثا وسمِّه $\triangle ABC$، ثم استعمل المسلمة ASA لتنشئ $\triangle XYZ$ الذي يطابق $\triangle ABC$.



الخطوة 1:

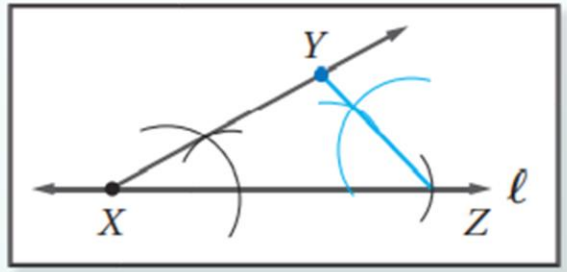
ارسم مستقيمًا ℓ ، واختر عليه النقطة X.
وأنشئ $\overline{XZ}$ على أن تكون $\overline{AC} \cong \overline{XZ}$.

الخطوة 2:



أنشئ زاوية مطابقة لِـ $\angle A$ عند النقطة X باستعمال $\overline{XZ}$ ضلعًا للزاوية.

الخطوة 3:



أنشئ زاوية مطابقة لِـ $\angle C$ عند النقطة Z باستعمال $\overline{XZ}$ ضلعًا للزاوية، وسمِّ نقطة تقاطع الضلعين الجديدين للزاويتين Y.

استعمال ASA
لإثبات تطابق مثلثين

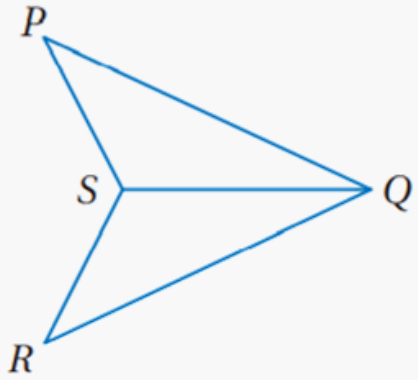
مثال ١

اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{QS}$ تنصّف $\angle PQR$

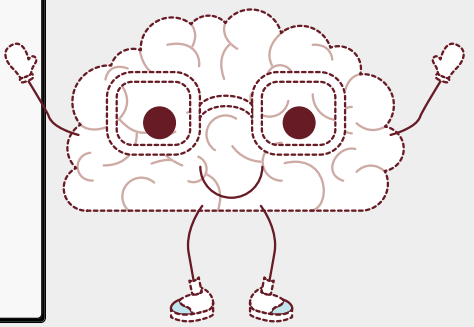
$\angle PSQ \cong \angle RSQ$.

المطلوب: $\triangle PQS \cong \triangle RQS$



البرهان:

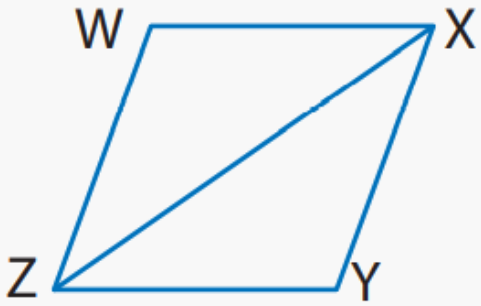
العبارات	المبررات
1) $\overline{QS}$ تنصّف $\angle PQR$ ، $\angle RSQ \cong \angle PSQ$.	1) معطيات
2) $\angle PQS \cong \angle RQS$	2) تعريف منصّف الزاوية
3) $\overline{QS} \cong \overline{QS}$	3) خاصية الانعكاس للتطابق
4) $\triangle PQS \cong \triangle RQS$	4) ASA



استعمال ASA
لإثبات تطابق مثلثين

تحقق من فهمك

1) اكتب برهاناً حرًّا.



المعطيات: $\overline{ZX}$ تنصّف $\angle WZY$ ، $\overline{XZ}$ تنصّف $\angle YXW$.

المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$

التطابق بزاويتين وضلع غير محصور بينهما
AAS

نظرية 3.5

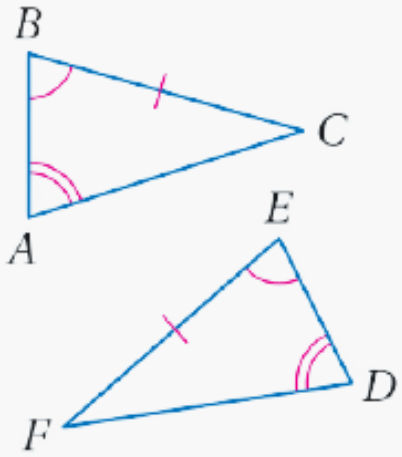
إذا طابقتْ زاويتان وضلع غير محصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر يكون المثلثان متطابقين.

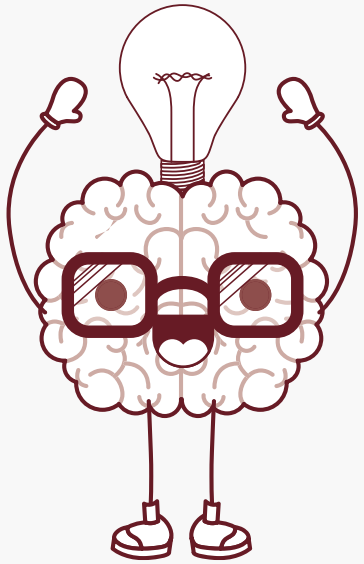
مثال إذا كانت $\angle A \cong \angle D$,

$\angle B \cong \angle E$,

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$,

فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



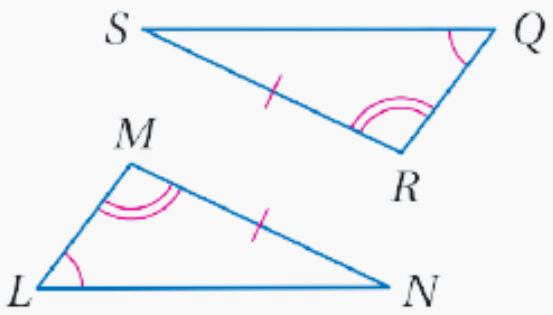


إرشادات للدراسة

SSA تطابق ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما:

بالرغم من أن تطابق ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما لايكفي لإثبات أن المثلثين متطابقان؛ لكن تطابق زاويتين وضلع سواءً أكان محصورًا بينهما أو غير محصور بينهما كاف لإثبات تطابق مثلثين.

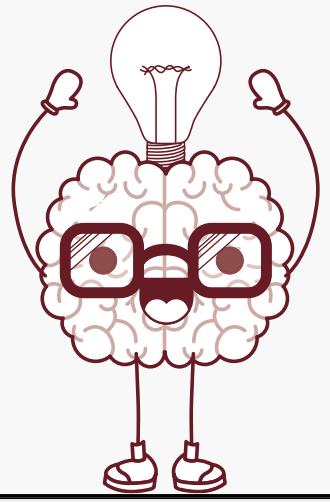
نظرية التطابق بزاويتين وضلع غير محصور بينهما
AAS



المعطيات: $\angle L \cong \angle Q, \angle M \cong \angle R, \overline{MN} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $\triangle LMN \cong \triangle QRS$

البرهان:



برهان

إرشادات للدراسة

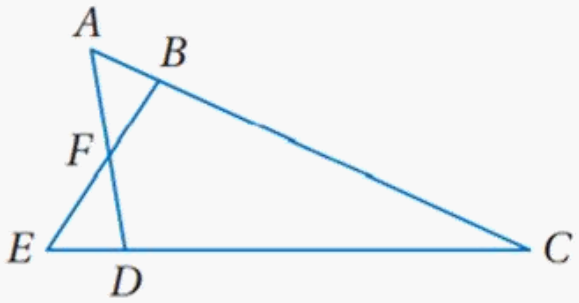
SSA تطابق ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما:

بالرغم من أن تطابق ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما لايكفي لإثبات أن المثلثين متطابقان؛ لكن تطابق زاويتين وضلع سواءً أكان محصورًا بينهما أو غير محصور بينهما كاف لإثبات تطابق مثلثين.

استعمال AAS لإثبات تطابق مثلثين

مثال ٢

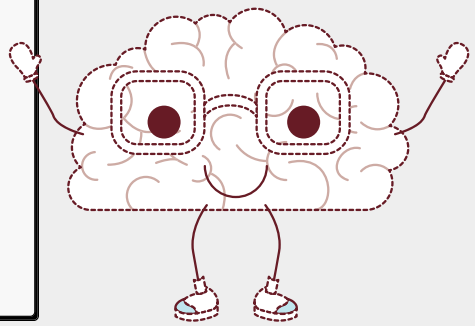
اكتب برهانًا حرًّا.



المعطيات: $\angle DAC \cong \angle BEC$, $\overline{DC} \cong \overline{BC}$

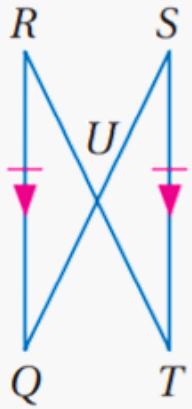
المطلوب: $\triangle ACD \cong \triangle ECB$

البرهان: بما أن: $\angle DAC \cong \angle BEC$, $\overline{DC} \cong \overline{BC}$ ، وأن $\angle C \cong \angle C$ بحسب خاصية الانعكاس،
إذن $\triangle ACD \cong \triangle ECB$ بحسب النظرية AAS.



استعمال AAS لإثبات تطابق مثلثين

تحقق من فهمك



2) اكتب برهانًا تسلسليًّا:

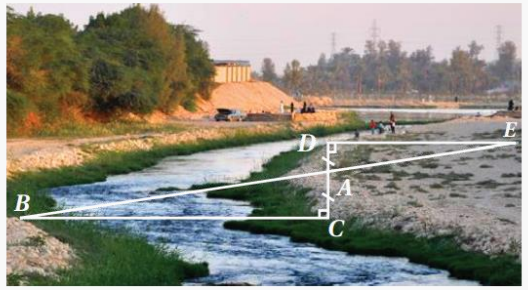
المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$, $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$

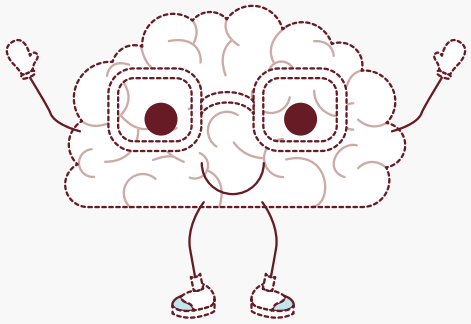
المطلوب: $\triangle RUQ \cong \triangle TUS$

من واقع الحياة

مثال ٣

مسافات: أراد أكرم أن يحسب المسافة بين النقطتين B , C، فقام بتعيين نقطة أخرى D ليستعملها نقطةً مرجعيةً، بحيث تكون العلاقات بين القطع المستقيمة كما في الشكل أدناه. إذا علمت أن طول DE يساوي 8 ft، فاحسب المسافة بين النقطتين B , C.





لتحديد طول $\overline{CB}$، يجب أولًا أن نثبت أن المثلثين اللذين أنشأهما أكرم متطابقان.

لتحديد طول $\overline{CB}$، يجب أولًا أن نثبت أن المثلثين اللذين أنشأهما أكرم متطابقان.

- بما أن $\overline{CD}$ عمودية على كلٍّ من $\overline{DE}$, $\overline{CB}$ كما هو مبيّن في الشكل، وجميع الزوايا القوائم متطابقة. إذن $\angle BCA \cong \angle EDA$.
- $\overline{AC} \cong \overline{AD}$
- $\angle BAC$, $\angle EAD$ زاويتان متقابلتان بالرأس إذن هما متطابقتان، وبحسب ASA ينتج أن $\triangle BAC \cong \triangle EAD$

وبما أن $\triangle BAC \cong \triangle EAD$ فإن $\overline{CB} \cong \overline{DE}$ ؛ لأن العناصر المتناظرة متطابقة. وبما أن طول $\overline{DE}$ يساوي 8 ft فإن طول $\overline{CB}$ يساوي 8 ft أيضًا، وهي المسافة بين النقطتين C, B.

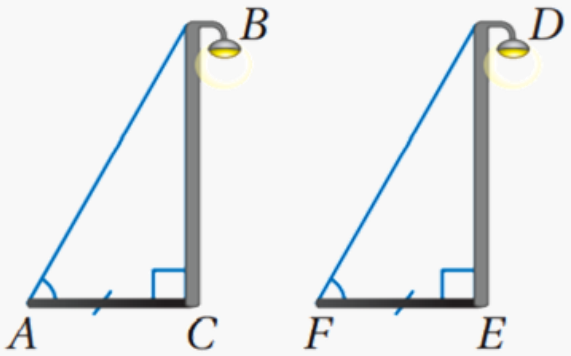
إرشادات للدراسة

زاوية-زاوية-زاوية

$\angle B$, $\angle E$ في المثال 3 متطابقتان بحسب نظرية الزاوية الثالثة. إن تطابق الزوايا الثلاث المتناظرة غير كافٍ لإثبات تطابق مثلثين.

من واقع الحياة

تحقق من فهمك



3) استعمل الشكل المجاور الذي يمثل عمودَي كهرباء وظلَّيهما لكتابة برهان حرٍّ يبيِّن أن $\overline{BC} \cong \overline{DE}$

إثبات تطابق المثلثات

SSS

يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعُهما المتناظرة متطابقة.

SAS

يتطابق المثلثان إذا طابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

ASA

يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

AAS

يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

إثبات تطابق المثلثات ASA,AAS

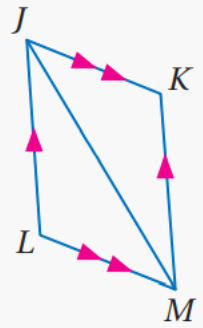
تأكد

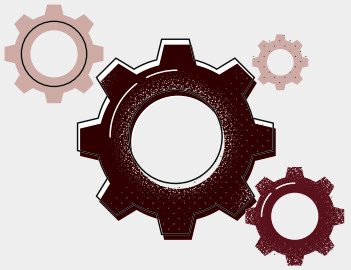
برهن كلًّا مما يأتي باستعمال طريقة البرهان المذكورة:

1) برهان تسلسلي

المعطيات: $\overline{JK} \parallel \overline{LM}$, $\overline{JL} \parallel \overline{KM}$

المطلوب: إثبات أن: $\triangle JML \cong \triangle MJK$





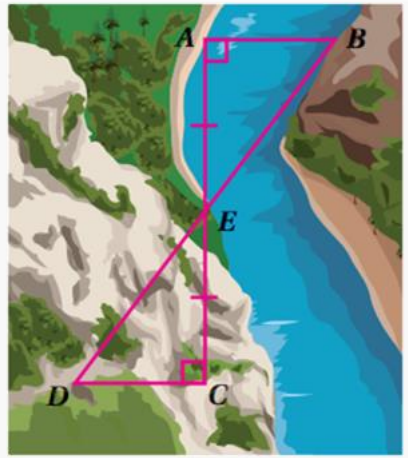
إثبات تطابق المثلثات ASA,AAS

تأكد

3) بناء جسور: يحتاج مسّاح إلى إيجاد المسافة بين النقطتين A, B المبينتين في الشكل المجاور لبناء جسر فوق النهر. فوضعَ وتدًا عند A، ووضع زميله وتدًا عند B في الجهة المقابلة، ثمّ عيّن المسّاح النقطة C في جهة A، بحيث كانت $\overline{CA} \perp \overline{AB}$. ووضع وتدًا رابعًا عند E، التي هي نقطة منتصف $\overline{CA}$. وأخيرًا وضع وتدًا عند النقطة D، بحيث كان $\overline{CD} \perp \overline{CA}$، والنقاط D, E, B تقع على مستقيمٍ واحدٍ.

a) وضّح كيف يمكن أن يستعمل المسّاح المثلثين المتكونين لإيجاد المسافة بين النقطتين A, B.

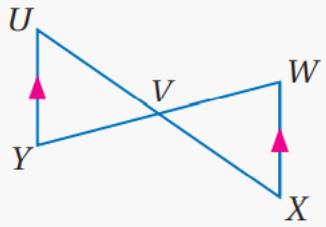
b) إذا كان: $AC = 160\text{ m}, DC = 60\text{ m}, DE = 100\text{ m}$، فأوجد المسافة بين النقطتين A, B. ووضّح إجابتك.



إثبات تطابق المثلثات ASA,AAS

تدرب وحل

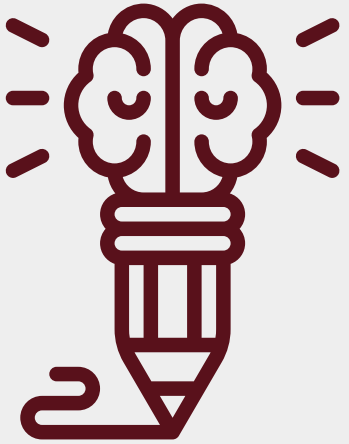
برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.



5) المعطيات: V نقطة منتصف $\overline{WY}$

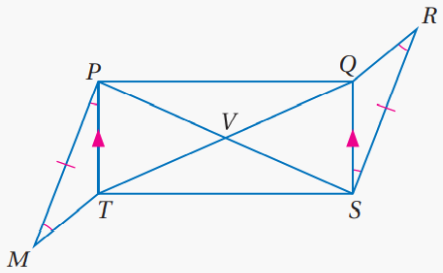
$\overline{XW} \parallel \overline{UY}$

المطلوب: $\triangle UVY \cong \triangle XVW$

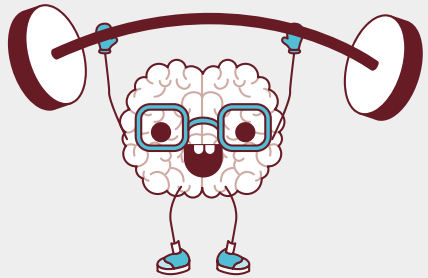


إثبات تطابق المثلثات ASA,AAS

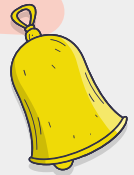
مهارات التفكير العليا



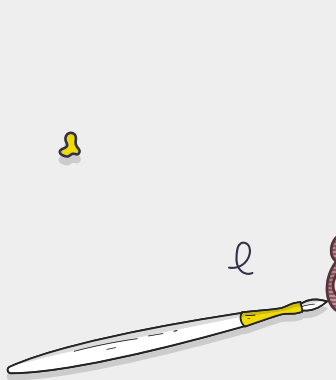
تحدَّ: باستعمال المعلومات المعطاة في الشكل المجاور، اكتب برهانًا تسلسليًّا لإثبات أن $\triangle PVQ \cong \triangle SVT$.



تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح



حساباتي على السوشيال ميديا