مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل الثالث
رياضيات ١-٢

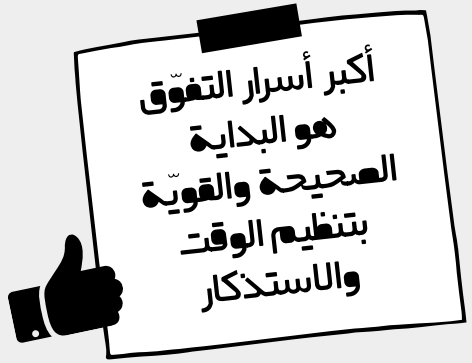
العام الدراسي ١٤٤٣هـ

إعداد: أ/عبدالعزيز الشريف

DES: ABDULAZIZ ALSHARIF
A_Shark_s

3-6

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع



DES: ABDULAZIZ ALSHARIF

A_Shark_s

التاريخ:

اليوم:

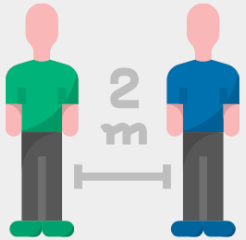
المادة:

نعود بحذر

الالتزام بارتداء الكمامة

عدم المصافحة

غسل اليدين



التباعد الاجتماعي

DES: ABDULAZIZ ALSHARIF

A_Shark_s

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

رابط الدرس الرقمي

فيما سبق

درست المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع.

المفردات

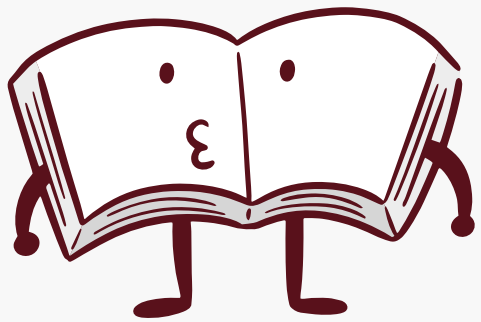
ساقا المثلث المتطابق الضلعين
legs of an isosceles triangle

زاوية الرأس
vertex angle

زاويتا القاعدة
base angles

و الآن

- أستعمل خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين.
- أستعمل خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع.



المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

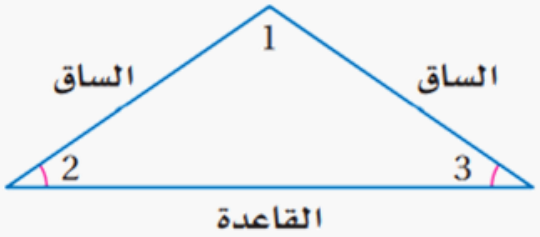
لماذا؟

للعبة القطار السريع في مدينة الألعاب دعائم مثلثية بين المسارات لتقويتها وتثبيتها، والدعائم المثلثية الظاهرة في الصورة عبارة عن مثلثات متطابقة الضلعين.

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

خصائص المثلث المتطابق الضلعين: تذكّر أن المثلثات المتطابقة الضلعين لها ضلعان متطابقان على الأقل، وأن لعناصرها أسماءً خاصة.

حيث يُسمّى الضلعان المتطابقان **الساقين**، والزاوية التي ضلعاها الساقان تُسمّى **زاوية الرأس**. ويُسمى ضلع المثلث المقابل لزاوية الرأس القاعدةَ. والزاويتان المكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تُسميان **زاويتَي القاعدة**.



ففي الشكل المجاور، $\angle 1$ هي زاوية الرأس،

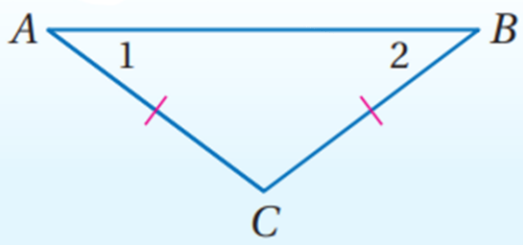
وزاويتا القاعدة هما $\angle 3$, $\angle 2$.

المثلث المتطابق الضلعين

نظريات

3.10 نظرية المثلث المتطابق الضلعين

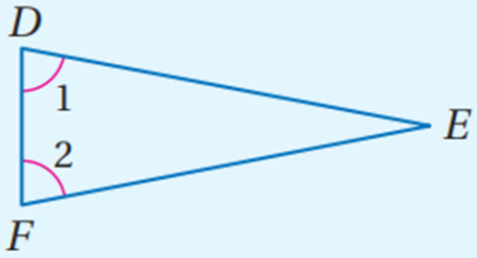
إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.



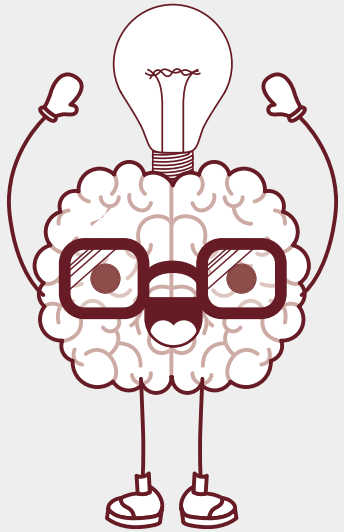
مثال: إذا كان $\overline{BC} \cong \overline{AC}$، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.

3.11 عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابقت زاويتان في مثلث، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان.

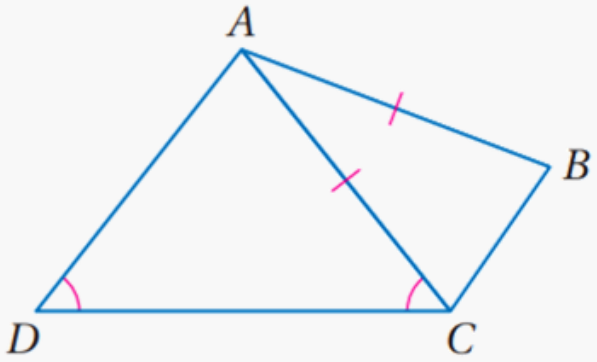


مثال: إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ ، فإن $\overline{DE} \cong \overline{FE}$



القطع المستقيمة المتطابقة والزوايا المتطابقة

مثال ١



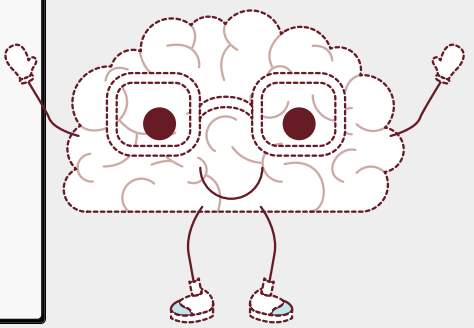
a) سمّ زاويتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل.

$\angle ACB$ تقابل $\overline{AB}$، $\angle B$ تقابل $\overline{AC}$ ؛

لذا فإن $\angle ACB \cong \angle B$.

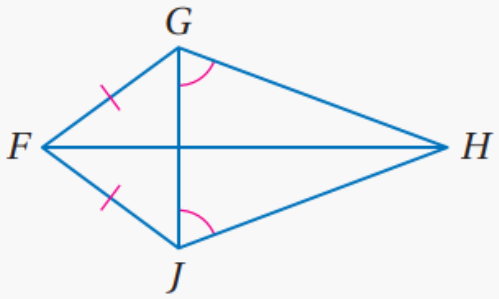
b) سمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل.

$\overline{AD}$ تقابل $\angle ACD$، $\overline{AC}$ تقابل $\angle D$ ، لذا فإن $\overline{AD} \cong \overline{AC}$.



القطع المستقيمة المتطابقة والزوايا المتطابقة

تحقق من فهمك



1A) سمّ زاويتين متطابقتين غير مشار إلى تطابقهما في الشكل.

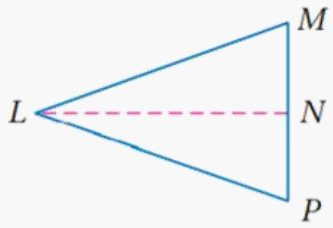
1B) سمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل.

نظرية المثلث المتطابق الضلعين

البرهان

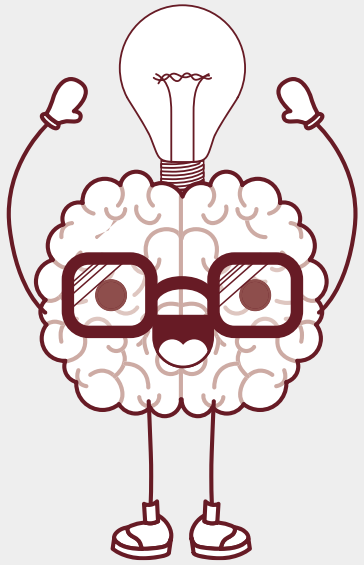
المعطيات: في $\triangle LMP$ ، $\overline{LM} \cong \overline{LP}$

المطلوب: إثبات أن: $\angle M \cong \angle P$



البرهان:

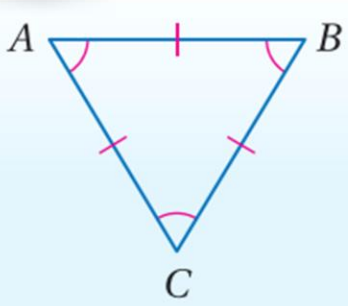
العبارات	المبرّرات
1) افترض أن N نقطة منتصف $\overline{MP}$.	1) كل قطعة مستقيمة لها نقطة منتصف واحدة.
2) ارسم قطعة مساعدة $\overline{LN}$.	2) كل نقطتين تحدِّدان مستقيمًا.
3) $\overline{PN} \cong \overline{NM}$	3) نظرية نقطة المنتصف.
4) $\overline{LN} \cong \overline{LN}$	4) خاصية الانعكاس في التطابق.
5) $\overline{LM} \cong \overline{LP}$	5) معطًى.
6) $\triangle LMN \cong \triangle LPN$	6) مسلّمة التطابق بثلاثة أضلاع.
7) $\angle M \cong \angle P$	7) العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقةً.



المثلث المتطابق الأضلاع

خصائص المثلث المتطابق الأضلاع: نظرية المثلث المتطابق الضلعين تقود إلى نتيجتين حول زوايا المثلث المتطابق الأضلاع.

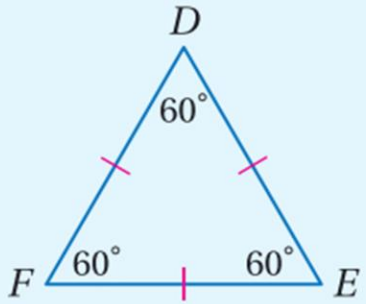
3.3 يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.



مثال: $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ ،

إذا وفقط إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$

3.4 قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع $60°$.



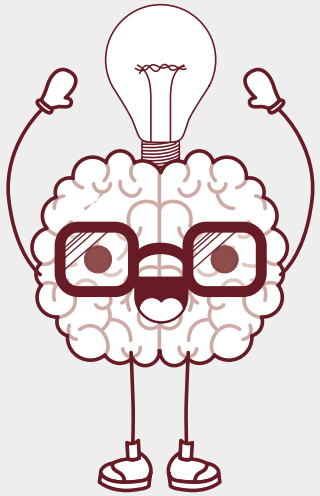
مثال: إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FD}$ ،

فإن $m\angle E = m\angle F = m\angle D = 60°$.

نتيجتان

مراجعة المفردات

المثلث المتطابق الأضلاع: هو مثلث أضلاعه الثلاثة متطابقة.

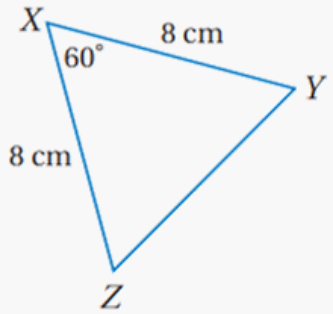


إيجاد القياسات المجهولة

مثال ٢

أوجد كل قياس من القياسات الآتية:

(a $m\angle Y$

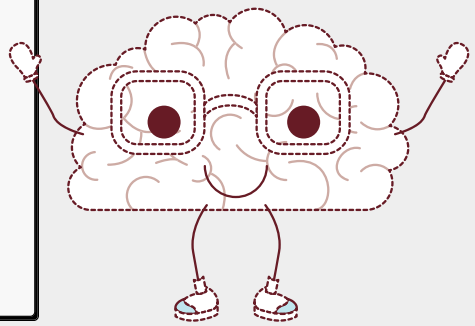


بما أن $\overline{XY} \cong \overline{XZ}$ ، $XY = XZ$ ، وباستعمال نظرية المثلث المتطابق الضلعين، تكون زاويتا القاعدة Y ، Z متطابقتين؛ لذا فإن $m\angle Z = m\angle Y$. استعمل نظرية مجموع زوايا المثلث لإيجاد $m\angle Y$.

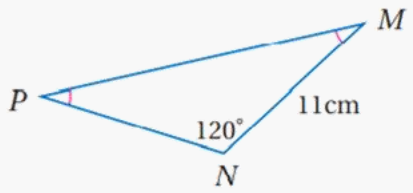
$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z = 180°$	نظرية مجموع زوايا المثلث
$60° + m\angle Y + m\angle Y = 180°$	$m\angle X = 60°, m\angle Z = m\angle Y$
$60° + 2(m\angle Y) = 180°$	بسّط
$2(m\angle Y) = 120°$	اطرح 60 من كل طرف
$m\angle Y = 60°$	اقسم كل طرف على 2

(b YZ

$m\angle Z = m\angle Y$ ؛ لذا بالتعويض فإن $m\angle Z = 60°$، وبما أن $m\angle X = 60°$ ، فإن قياس كل زاوية من الزوايا الثلاث $60°$ ؛ لذا فالمثلث متطابق الزوايا. وهو متطابق الأضلاع أيضًا، لذا فإن $XY = XZ = ZY$. وبما أن $XY = 8\,\text{cm}$ ، إذن $YZ = 8\,\text{cm}$



إيجاد القياسات المجهولة



(2A $m\angle M$

(2B PN

تحقق من فهمك

إرشادات للدراسة

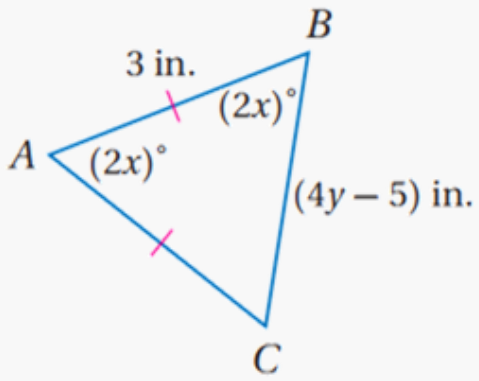
المثلثات المتطابقة الضلعين

كما اكتشفت في المثال 2 ، أي مثلث متطابق الضلعين فيه زاوية قياسها 60° يكون مثلثًا متطابق الأضلاع.

إيجاد القيم المجهولة

مثال ٣

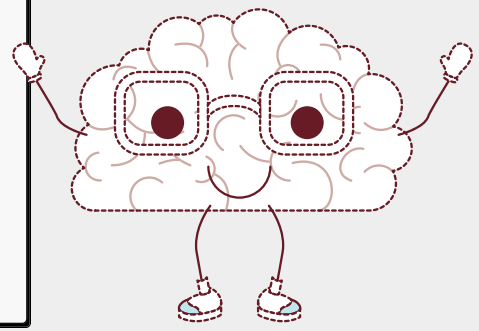
جبر: أوجد قيمة كل متغير في الشكل المجاور.



بما أن $m\angle A = m\angle B$؛ أي أن $\angle A \cong \angle B$ فإن $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ باستعمال عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين؛ وبذلك فإن أضلاع المثلث متطابقة. وقياس كل زاوية فيه تساوي $60°$؛ لذا فإن $x = 30$, $2x = 60$.

وبما أن المثلث متطابق الأضلاع، إذن جميع الأضلاع متطابقة.

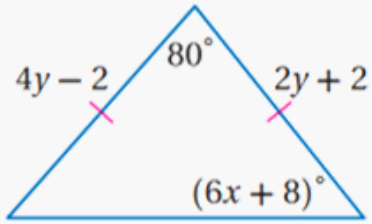
$AB = BC$	تعريف تطابق القطع المستقيمة
$3 = 4y - 5$	عوّض
$8 = 4y$	اجمع 5 إلى كلٍّ من الطرفين
$2 = y$	اقسم كل طرف على 4



إيجاد القيم المجهولة

تحقق من فهمك

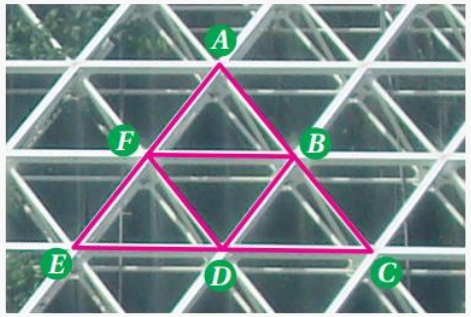
3) أوجد قيمة كلٍّ من المتغيرين في الشكل المجاور .



تطبيق تطابق المثلثات

مثال ٤

بناء: في الصورة المجاورة. $\triangle ACE$ مثلث متطابق الأضلاع. F نقطة منتصف $\overline{AE}$ ، D نقطة منتصف $\overline{EC}$، B نقطة منتصف $\overline{CA}$. برهن أن $\triangle FBD$ متطابق الأضلاع.

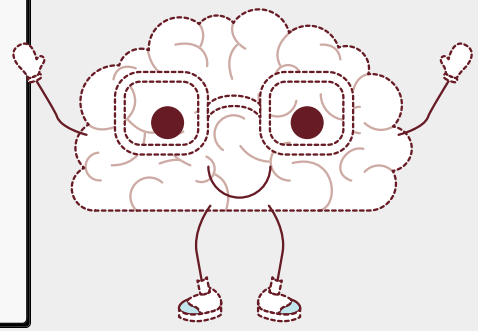


المعطيات: $\triangle ACE$ متطابق الأضلاع، و F نقطة منتصف $\overline{AE}$، و D نقطة منتصف $\overline{EC}$، و B نقطة منتصف $\overline{CA}$

المطلوب: إثبات أن: $\triangle FBD$ متطابق الأضلاع.

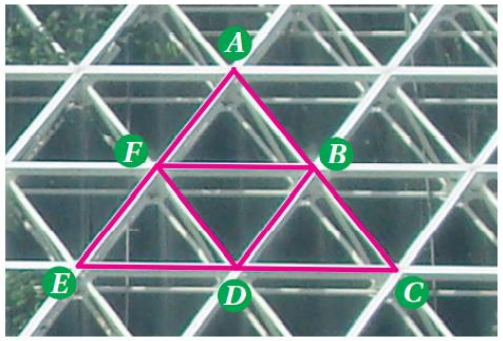
البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\triangle ACE$ متطابق الأضلاع.	1) معطى
2) F نقطة منتصف $\overline{AE}$ ، و D نقطة منتصف $\overline{EC}$، و B نقطة منتصف $\overline{CA}$.	2) معطى
3) $\angle A \cong \angle C \cong \angle E$	3) المثلث المتطابق الأضلاع متطابق الزوايا
4) $AF = FE, ED = DC, CB = BA$	4) تعريف نقطة المنتصف
5) $\overline{CA} \cong \overline{AE} \cong \overline{EC}$	5) تعريف المثلث المتطابق الأضلاع
6) $CA = AE = EC$	6) تعريف التطابق
7) $\frac{1}{2} CA = \frac{1}{2} AE = \frac{1}{2} BC$	7) خاصية الضرب
8) $AF = FE = ED = DC = AB = BC$	8) بالتعويض
9) $\overline{AF} \cong \overline{ED} \cong \overline{CB}, \overline{FE} \cong \overline{DC} \cong \overline{BA}$	9) تعريف التطابق
10) $\triangle AFB \cong \triangle EDF \cong \triangle CBD$	10) مسلّمة SAS
11) $\overline{DF} \cong \overline{FB} \cong \overline{BD}$	11) العناصر المتناظرة متطابقة.
12) $\triangle FBD$ متطابق الأضلاع.	12) تعريف المثلث المتطابق الأضلاع



تطبيق تطابق المثلثات

تحقق من فهمك

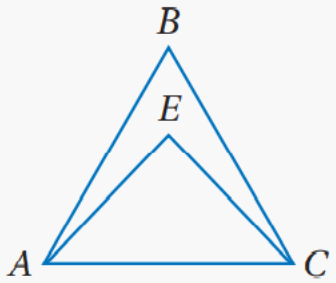


4) في الصورة أعلاه إذا علمت أن $\triangle ACE$ متطابق الأضلاع، فيه: $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$، $\overline{EF} \parallel \overline{BD}$ ، و D نقطة منتصف $\overline{EC}$، فأثبت أن $\triangle BDC \cong \triangle FED$.

المثلثات المتطابقة الضلعين
والمثلثات المتطابقة الأضلاع

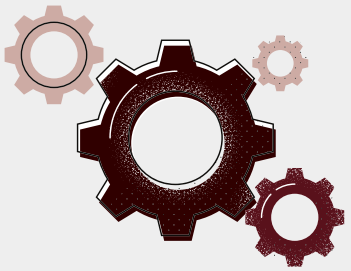
تأكد

باستعمال الشكل المجاور أجب عن السؤالين الآتيين:



1) إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CB}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين.

2) إذا كان $\angle EAC \cong \angle ECA$ ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

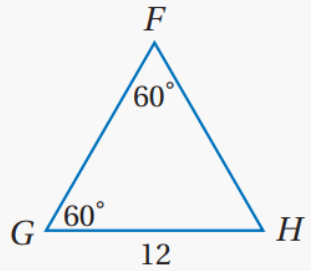


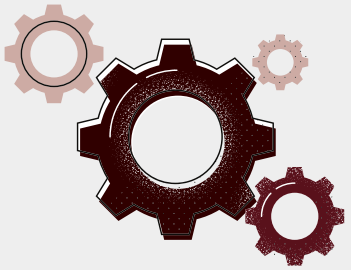
المثلثات المتطابقة الضلعين
والمثلثات المتطابقة الأضلاع

تأكد

أوجد قياس

3) FH



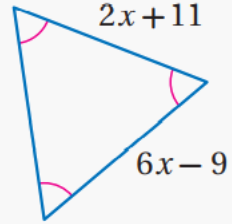


المثلثات المتطابقة الضلعين
والمثلثات المتطابقة الأضلاع

تدرب
وحل

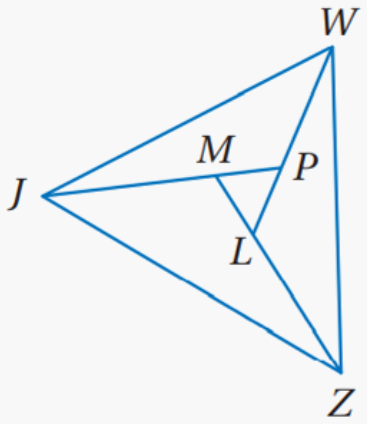
جبر: أوجد قيمة المتغير

14)

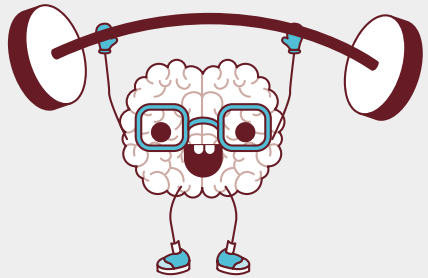


المثلثات المتطابقة الضلعين
والمثلثات المتطابقة الأضلاع

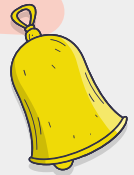
مهارات التفكير العليا



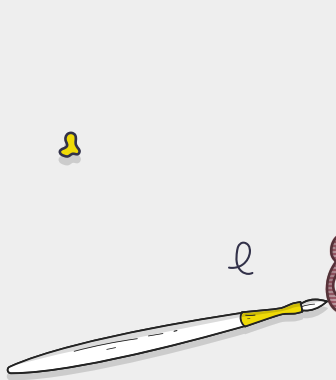
تحدَّ: في الشكل المجاور إذا كان $\triangle WJZ$ متطابق الأضلاع، $\angle JZL \cong \angle WJM \cong \angle ZWP$ ، فأثبت أن $\overline{WP} \cong \overline{ZL} \cong \overline{JM}$.



تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح



حساباتي على السوشيال ميديا