رابط الدرس الرقمي

الجبر: حلُّ التَّناسبات

$$\frac{أ}{ب} = \frac{د}{جـ}$$

أهداف الدرس

- حل التناسبات

المعرفة السابقة

سنتعلم اليوم:

حل التناسبات

أبسط صورة للنسب :

عبر عن النسبة ٣٢ : ١٨ في أبسط صورة.

٣٢ : ١٨

٣٢ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ ④

١٨ = ٢ × ٣ × ٣ ②

ع.م.أ. = ٢

÷٢ ↓ ÷٢ ↓

١٦ : ٩

$\frac{١٦}{٩}$

النسب المتكافئة :

شاحنة : سيارة

١٢٦ : ٤٢

٨٤ : ٢٨ ×٢ ×٢

متكافئتان

ماجد الحربي

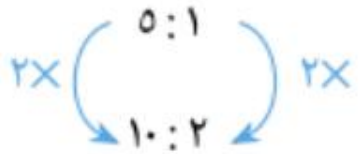
تذكر
Remember

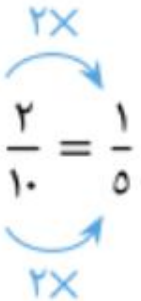
نسب مكافئة

$$\frac{١}{٣} = \frac{٦}{١٨} = \frac{٣}{٩}$$

تساوي نسبتين أو أكثر يسمى **تناسباً**

رياسة الهدال





تمهيد

تغذية: تختلف كمية الكالسيوم في الحصص المختلفة من الحليب كما هو مبين في الشكل المجاور.

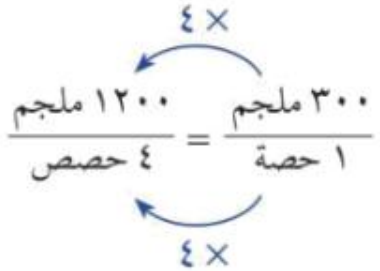
١ اكتب المعدل $\frac{\text{كمية الكالسيوم}}{\text{عدد الحصص}}$ لكل كمية من الحليب

$\frac{\text{٣٠٠ ملجم}}{\text{١ حصة}}$ ، $\frac{\text{١٢٠٠ ملجم}}{\text{٤ حصص}}$

٢ قارن بين المعدلين السابقين.

$\frac{\text{١٢٠٠ ملجم} \div ٤}{\text{٤ حصص} \div ٤} = \frac{\text{٣٠٠ ملجم}}{\text{١ حصة}}$ إذاً المعدلان متساويان.

تكون الكميَّتان **متناسبتَيْن** إذا كان لهما معدَّل ثابت أو نسبة ثابتة. لاحظْ في المثال أعلاه أنَّ عدد الحصص وكميَّات الكالسيوم تختلف أو تتباين بالطَّريقة نفسها.



إنَّ معدلات الوحدة للحِصص ذات الحُجوم المختلفة هي نفسها، وتبلغ ٣٠٠ ملِّجرام لكلِّ حصَّة؛ لذا فإنَّ كميَّة الكالسيوم تتناسب مع حجم الحصَّة.

التَّناسب

مفهوم أساسي

التعبير اللفظيُّ: **التناسب** هو حالة تتساوى فيها نسبتان أو معدلان على الأقلِّ.

الرموز:

أعداد	جبر
$\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٨م}{١٠ث} = \frac{٤م}{٥ث}$	$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ ، حيث ب، د $\neq ٠$

افترض التَّناسب التَّالي:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$$

$$\frac{أ}{ب} \times ب د = \frac{جـ}{د} \times ب د$$ اضرب كلا الطرفين في (ب د)

$$أ د = ب جـ$$ بسِّط

يُسمَّى الناتجان أ د، ب جـ ناتجي **الضَّرب التَّبادلي** لهذا التَّناسب.

فناتجا الضَّرب التَّبادلي لأيِّ تناسب يكونان متساويين، ويمكنك مقارنة معدَّلات الوحدة أو نواتج الضَّرب التَّبادلي لتحدِّد العلاقات المتناسبة.

تحديد العلاقات المتناسبة

مثال

ركض سعيد حول المِضمار ٤ دورات كاملة في ٦٤ ثانية، و٥ دورات كاملة في ٧٦ ثانية. اعتمادًا على هذه المعلومات، هل عدد الدَّورات متناسب مع الزمن بالثَّواني؟ وضِّح ذلك.

الطريقة ١ قارن معدلات الوحدة

$$\frac{\text{الثَّواني}}{\text{عدد الدورات الكاملة}} \leftarrow \frac{٦٤ \text{ ثانية}}{٤ \text{ دورات}} = \frac{١٦ \text{ ث}}{١ \text{ دورة}}، \quad \frac{٧٦ \text{ ث}}{٥ \text{ دورات}} = \frac{١٥,٢ \text{ ث}}{١ \text{ دورة}}$$

بما أنَّ معدَّلات الوحدة غير متساوية، فإنَّ عدد الدَّورات لا يتناسب مع الزمن بالثَّواني.

الطريقة ٢ قارن النِّسب باستعمال الضَّرب التَّبادلي

$$\frac{٦٤ \text{ ث}}{٤ \text{ دورات}} \stackrel{؟}{=} \frac{٧٦ \text{ ث}}{٥ \text{ دورات}}$$

$٦٤ \times ٥ \stackrel{؟}{=} ٤ \times ٧٦$ احسب نواتج الضرب التبادلي

$٣٢٠ \neq ٣٠٤$ اضرب

إذن عدد الدورات لا يتناسب مع الزمن بالثواني.

قراءة الرياضيات:

تكون النسب **غير متناسبة** إذا لم تشكّل تناسبًا.

اختر طريقتك

تقويم

بيِّن ما إذا كانت الكميات في كلِّ زوج من النِّسب التَّالية متناسبة أم لا. وضّح إجابتك:

أ) تمَّ اختيار ٦٠ طالبًا من ١٠٠ مرشَّح من الصَّف الأول، وتم اختيار ٨٤ طالبًا من ١٤٠ مرشَّحًا من الصَّف الثَّاني.

٢) ١٢ سم مقابل ٨ سم، و١٨ سم مقابل ١٢ سم.

٩) ٢٠ طفلًا لدى ٦ عائلات، و ١٦ طفلًا لدى ٥ عائلات.

حلّ التناسب

يمكنك أيضًا استعمال الضرب التَّبادلي لإيجاد القيمة المجهولة في تناسب، وهذا ما يُعرف **بحلِّ التَّناسب**.

ناتجا الضَّربِ التَّبادليِّ لأيِّ تناسُبٍ يكونانِ مُتساويينِ

الضرب التبادلي

$\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$

$أ \times د = ب \times ج$

$\frac{٥}{٣} = \frac{١٥}{س}$

استعمل الضرب التبادلي

$٥ \times س = ٣ \times ١٥$

$٥س = ٤٥$

اقسم الطرفين على ٥

$\frac{٥س}{٥} = \frac{٤٥}{٥}$

$س = ٦$

مثال

حُلَّ التَّناسب: $\frac{٢١}{٥} = \frac{جـ}{٧}$.

$\frac{٢١}{٥} = \frac{جـ}{٧}$	اكتب التناسب
$٢١ \times ٧ = ٥ \times جـ$	استعمل الضرب التبادلي
$١٤٧ = ٥ جـ$	اضرب
$\frac{١٤٧}{٥} = \frac{٥ جـ}{٥}$	اقسم كلا الطرفين على ٥
$٢٩,٤ = جـ$	بسّط

تحقَّقْ من معقوليَّة الإجابة:

بما أنّ $\frac{٢١}{٥} \approx \frac{٢٠}{٥} = \frac{٤}{١}$ وَ $\frac{٢٩,٤}{٧} \approx \frac{٢٨}{٧} = \frac{٤}{١}$ فإنّ الجواب معقول. ✓

إرشادات للدراسة

الحساب الذهني

يمكن حلّ بعض التناسبات باستعمال الحساب الذهني .

$$\frac{٢,٥}{١٠} = \frac{س}{٣٠}$$

$\times ٣$

$$\frac{٢,٥}{١٠} = \frac{٧,٥}{٣٠}$$

$\times ٣$

إذن س = ٧,٥

تقويم

حُلَّ التناسبات التالية:

د) $\frac{٢}{٦} = \frac{٥}{هـ}$

هـ) $\frac{١٠}{س} = \frac{٢,٥}{٤}$

تقويم

حُلَّ التناسبات التالية:

٥ $\frac{١٥}{و} = \frac{٢}{٥}$

١٥ $\frac{١٥}{٤} = \frac{٣}{ف}$

مثال من واقع الحياة

صحة : من كل ١٨ شخصًا يعانون من قُرحة المريء، يتلَّقى اثنان منهم العِلاج. فإذا كان هناك ٧٢ شخصًا يعانون من قُرحة المريء، فما عدد الأشخاص الذين يتلقَّون العلاج؟

الطريقة ١ كتابة التَّناسب وحلُّه

لتكن س تمثِّل عدد الأشخاص الذين يتلقَّون علاجًا؛ إذن:

$\frac{٢}{١٨} = \frac{س}{٧٢}$ اكتب التناسب

$٢ \times ٧٢ = ١٨ \times س$ استعمل الضرب التبادلي

$١٤٤ = ١٨ س$ اضرب

$٨ = س$ اقسم كلا الطرفين على ١٨

الطريقة ٢ استعمال معدَّل الوحدة أو النِّسبة

$\frac{٢}{١٨} = \frac{٢ \div ٢}{١٨ \div ٢} = \frac{١}{٩}$ نسبة الذين يتلقون علاجًا إلى المصابين هي ١ : ٩

التعبير اللفظي من كلّ ٩ مصابين هناك مصاب يتلقى العلاج.

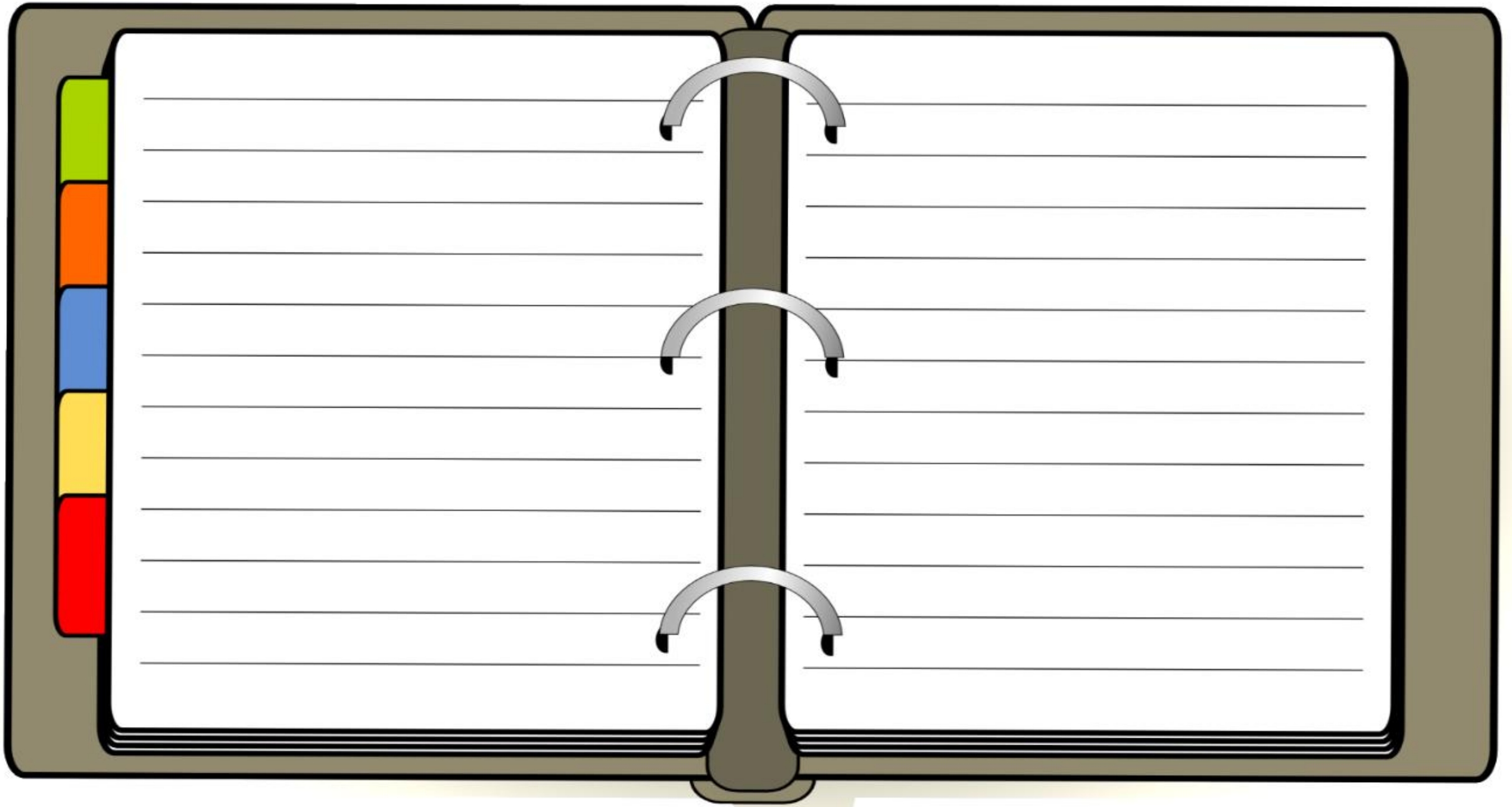
المتغيرات لتكن س تمثّل عدد الذين يتلقون العلاج.

المعادلة $س = \frac{١}{٩} \times ٧٢ = ٨$

إذن عدد الذين يتلقون العلاج = ٨ أشخاص.

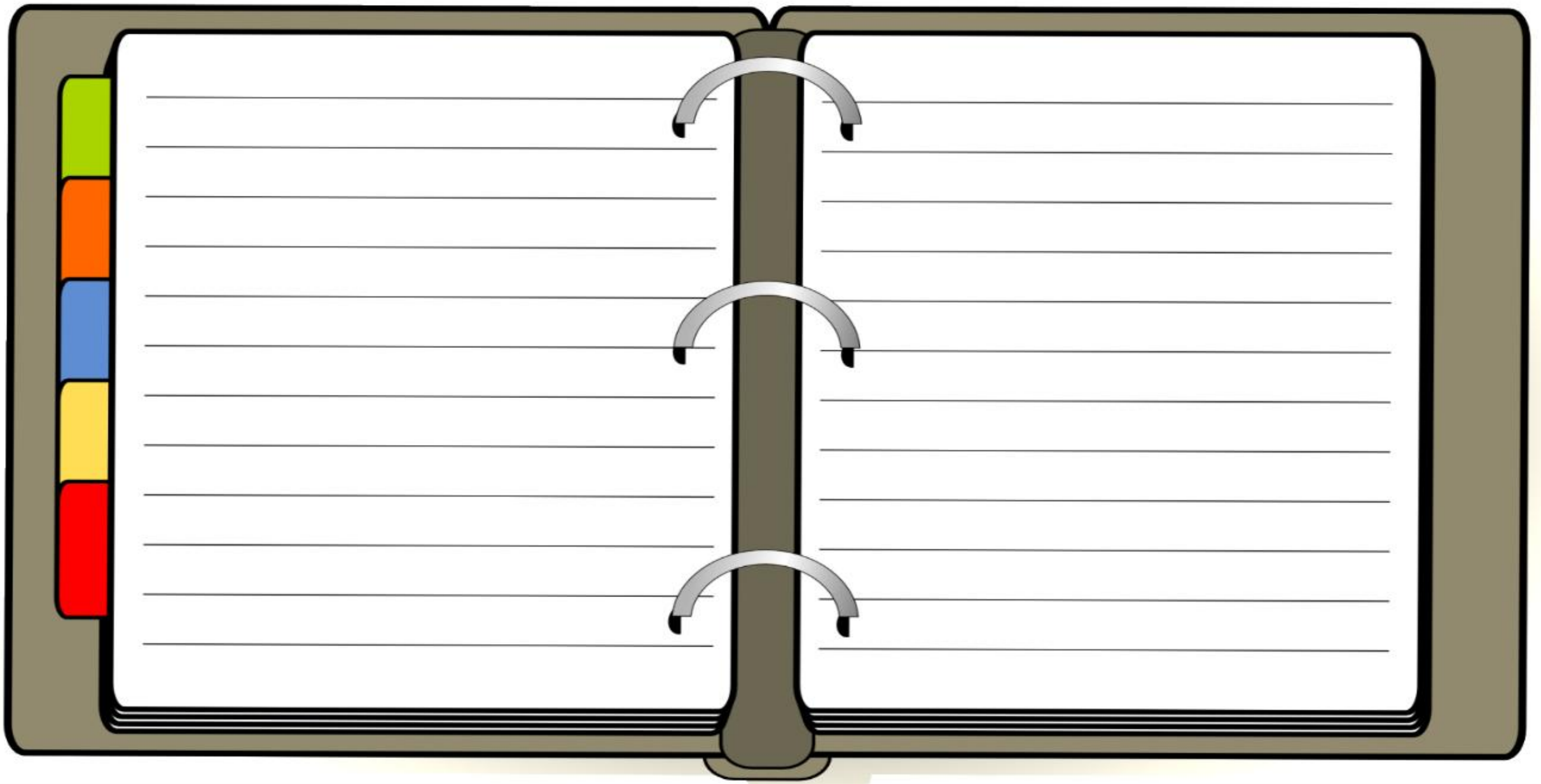
تقويم

٧ إذا كان ثمن ٣ ل من عصير البرتقال ١١ ريالًا. فما ثمن ٥ ل وفق المعدل نفسه؟



تقويم

٢٦ **تحدٍّ:** تبلغ نسبة مُبَيِّض الثياب إلى الماء في سائل غسيل ١ : ٥. فإذا كان هناك ٣٦ كوبًا من سائل الغسيل، فما عدد أكواب الماء فيه؟ وضِّح إجابتك.



ملخص مفهوم

التَّناسُبُ

هو حالةٌ تتساوى فيها نسبتانِ أو مُعدّلانِ على الأقلّ.

$$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$$

يمكنُ تحديدُ العلاقاتِ المُتناسبةِ بطريقتين

مقارنةُ مُعدّلاتِ الوحدةِ

$$\frac{٧}{١} = \frac{٤٢ \div ٦}{٦ \div ٦}$$

$$\frac{٧}{١} = \frac{٢١ \div ٣}{٣ \div ٣}$$

مقارنةُ النِّسبِ باستعمالِ الضَّربِ التَّبادليّ

$$\frac{٤}{٥} \times \frac{١٦}{٢٠}$$

$$٨٠ = ٨٠$$

يمكنُ حلُّ التَّناسُبِ بطريقتين

استعمالُ الضَّربِ التَّبادليّ لإيجادِ القيمةِ المجهولةِ

$$\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{س}$$

$$\frac{٢س}{٢} = \frac{١٢}{٢}$$

$$س = ٦$$

استعمالُ مُعدّلِ الوحدةِ

$$\frac{١٢ \text{ قطعة}}{٦ \text{ ريال}} = \frac{١٢ \div ٦}{٦ \div ٦} = \frac{٢ \text{ قطعة}}{١ \text{ ريال}}$$

لتكُنْ س تُمثّلُ عددَ القطعِ في ٨ ريالاتٍ

$$س = \frac{٢ \text{ قطعة}}{١ \text{ ريال}} \times ٨ \text{ ريال}$$

$$س = ١٦ \text{ قطعة}$$

قيم نفسك

اختر الاجابة الصحيحة

حدد المعدل الذي لا يتناسب مع المعدلات الثلاثة الأخرى؟

أ) ٢٧,٥ ريالا/ ٥ كجم

ب) ١٧,٦ ريالا/ ٣,٢ كجم

ج) ٣٤,٢ ريالا/٦ كجم

د) ٢٩,٧ ريالا / ٥,٤ كجم

اختر الاجابة الصحيحة

اذا كان معدل نبض قلب عدنان ١٨ نبضة في ١٥ ثانية، فكم ينبض قلبه بهذا المعدل في ٦٠ ثانية؟

٧٠

٧٢

٨٠

٨٢