رابط الدرس الرقمي

قسمة وحيدات الحد

أهداف الدرس

- إيجاد ناتج قسمة وحيداتي حد.
- تبسيط عبارات تحوي أسساً سالبةً أو صفراً.

المعرفة السابقة

وحيدة الحد

وحيدة الحد ← بها حد جبري واحد ، مثل : ٥ س٢ ص

س ، س ص ، س٢ ص ع ، ٤ س ع

لا توجد إشارة زائد أو ناقص

سنتعلم اليوم:

- قسمة القوى
- قوى القسمة
- الأس الصفري
- الأسس السالبة
- رتبة المقدار

ماجد الحربي

تمهيد

بلغ عدد سكان منطقة مكة المكرمة في عام ١٤٣٨ هـ ٨٣٢٥٣٠٤ نسمة أي عشرة مليون نسمة تقريباً أو $١٠^{٧}$، وبلغ عدد سكان منطقة القصيم في العام نفسه ١٣٨٧٩٩٦ نسمة أي مليون نسمة تقريباً أو $١٠^{٦}$ فتكون نسبة عدد سكان منطقة مكة المكرمة إلى عدد سكان منطقة القصيم في تلك السنة هي:

$\frac{١٠^{٧}}{١٠^{٦}} = ١٠^{١}$ وهذا يعني أن عدد سكان منطقة مكة المكرمة يساوي ١٠ أمثال عدد سكان منطقة القصيم.

قسمة وحيدات الحد: يمكنك استعمال مبادئ اختصار الكسور الاعتيادية؛ لإيجاد ناتج قسمة وحيدتي حد مثل $\frac{١٠^{٦}}{١٠^{٥}}$، انظر إلى نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$٢^{٣} = ٢ \times ٢ \times ٢ = \frac{٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢}{٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢} = \frac{٢^{٧}}{٢^{٤}}$$

٧ عوامل — ٤ عوامل

$$ن = \frac{ن \times ن \times ن \times ن}{ن \times ن \times ن} = \frac{ن^{٤}}{ن^{٣}}$$

٤ عوامل — ٣ عوامل

ويبيِّن المثالان السابقان خاصية قسمة القوى.

مفهوم أساسي

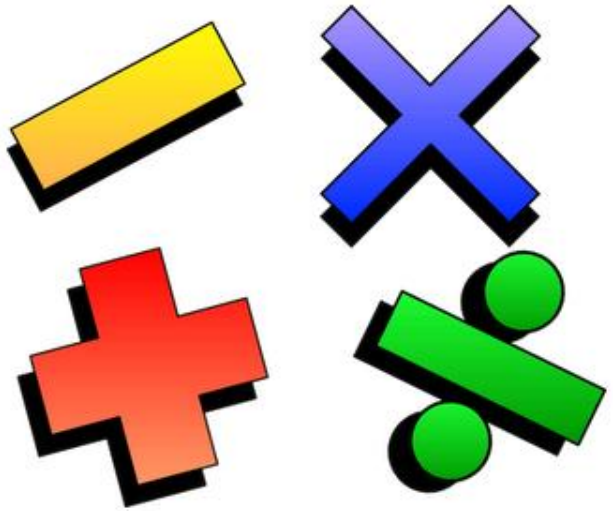
قسمة القوى

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه اطرح أُسَّيهما (أس البسط – أس المقام).

الرموز: لأي عدد حقيقي أ ≠ ٠؛ وأي عددين صحيحين م، ن، فإن: $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$.

أمثلة: $\frac{جـ^{١١}}{جـ^{٨}} = جـ^{١١-٨} = جـ^{٣}$ $\quad\quad$ $\frac{ر^{٥}}{ر^{٢}} = ر^{٥-٢} = ر^{٣}$



قسمة القوى

مثال

بسّط العبارة $\frac{جـ^{٣}هـ^{٥}}{جـهـ^{٢}}$ مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا .

$\frac{جـ^{٣}هـ^{٥}}{جـهـ^{٢}} = \left(\frac{جـ^{٣}}{جـ}\right)\left(\frac{هـ^{٥}}{هـ^{٢}}\right)$ جمِّع القوى ذات الأساس نفسه

$= (جـ^{٣-١})(هـ^{٥-٢})$ اقسم القوى

$= جـ^{٢}هـ^{٣}$ بسّط

تبسيط

تقويم

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.

أ) $\frac{س^{٣}ص^{٤}}{س^{٢}ص}$

ب) $\frac{هـ^{٥}ل^{٤}}{هـ^{٢}ل}$

يمكنك استعمال تعريف القوى لإيجاد ناتج قوى قسمة وحيدات الحد، انظر نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$\frac{٣^{٣}}{٣٤} = \frac{\overbrace{٣ \times ٣ \times ٣}^{٣ \text{ عوامل}}}{\underbrace{٤ \times ٤ \times ٤}_{٣ \text{ عوامل}}} = \overbrace{\left(\frac{٣}{٤}\right)\left(\frac{٣}{٤}\right)\left(\frac{٣}{٤}\right)}^{٣ \text{ عوامل}} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٣}$$

$$\frac{جـ^{٢}}{د^{٢}} = \frac{\overbrace{جـ \times جـ}^{\text{عاملان}}}{\underbrace{د \times د}_{\text{عاملان}}} = \overbrace{\left(\frac{جـ}{د}\right)\left(\frac{جـ}{د}\right)}^{\text{عاملان}} = \left(\frac{جـ}{د}\right)^{٢}$$

إرشادات للدراسة

قوانين القوة للمتغيرات

تطبق قوانين القوة على المتغيرات تمامًا كما تطبق على الأعداد. فمثلاً

$$\frac{٣أ^{٣}}{٦٤ب^{٣}} = \frac{٣(أ٣)}{٣(٤ب)} = \left(\frac{أ٣}{٤ب}\right)^{٣}$$

مفهوم أساسي

قوى القسمة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإيجاد قوة ناتج قسمة، أوجد كلًّا من قوة البسط وقوة المقام.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب ≠ صفر؛ وأي عدد صحيح م فإن: $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$

أمثلة: $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤} = \frac{٣^{٤}}{٥^{٤}}$ $\left(\frac{ر}{ن}\right)^{٥} = \frac{ر^{٥}}{ن^{٥}}$

قوى القسمة

بسّط العبارة: $\left(\frac{٣م^{٣}}{٧}\right)^{٢}$.

$\left(\frac{٣م^{٣}}{٧}\right)^{٢} = \frac{(٣م^{٣})^{٢}}{٧^{٢}}$ قوى القسمة

$= \frac{٣^{٢}(م^{٣})^{٢}}{٧^{٢}}$ قوة حاصل الضرب

$= \frac{٩م^{٦}}{٤٩}$ قوة القوة

تبسيط

تقويم بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.

١٢) أ) $\left(\frac{٣س^{٤}}{٤}\right)^{٣}$

١٦) $\left(\frac{٣س ص^{٤}}{٥ع^{٢}}\right)^{٢}$

يمكن استعمال الآلة الحاسبة لاستكشاف عبارات مرفوعة **للأس الصفري** مثل: ٣^{٠} ، س^{٠} ، ... ويوجد طريقتان لتفسير لماذا تعطي الآلة الحاسبة ٣^{٠} = ١

الطريقة ١

$\frac{٣^{٥}}{٣^{٥}} = ٣^{٥-٥}$ ناتج قسمة القوى

$= ٣^{٠}$ بسّط

الطريقة ٢

$\frac{٣^{٥}}{٣^{٥}} = \frac{٣\times٣\times٣\times٣\times٣}{٣\times٣\times٣\times٣\times٣}$ تعريف القوى

$= ١$ بسّط

وبما أن للعبارة $\frac{٣^{٥}}{٣^{٥}}$ قيمة واحدة فقط، لذا نستنتج أن ٣^{٠} = ١

أيْ أن الأس الصفري لأيِّ عددٍ لا يساوي الصفر هو الواحد.

مفهوم أساسي

خاصية الأس الصفري

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوي ١

الرموز: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي صفرًا فإن: أ^{٠} = ١

أمثلة: ١٥^{٠} = ١ ، $\left(\frac{ب}{جـ}\right)^{٠}$ = ١ ، $\left(\frac{٢}{٧}\right)^{٠}$ = ١

الأس الصفري

مثال

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

أ) $\left(-\frac{٤ن^{٢}ك^{٥}ر^{٢}}{٩ن^{٣}ك^{٢}ر}\right)^{٠}$

$\left(-\frac{٤ن^{٢}ك^{٥}ر^{٢}}{٩ن^{٣}ك^{٢}ر}\right)^{٠} = ١$ $\quad$ $أ^{٠} = ١$

مثال

ب) $\frac{س^{٥}ص^{٠}}{س^{٣}}$

$\frac{س^{٥}ص^{٠}}{س^{٣}} = \frac{س^{٥}(١)}{س^{٣}}$ $\quad$ $أ^{٠} = ١$

$= س^{٢}$ $\quad$ اقسم القوى

إرشادات للدراسة

الأس الصفري

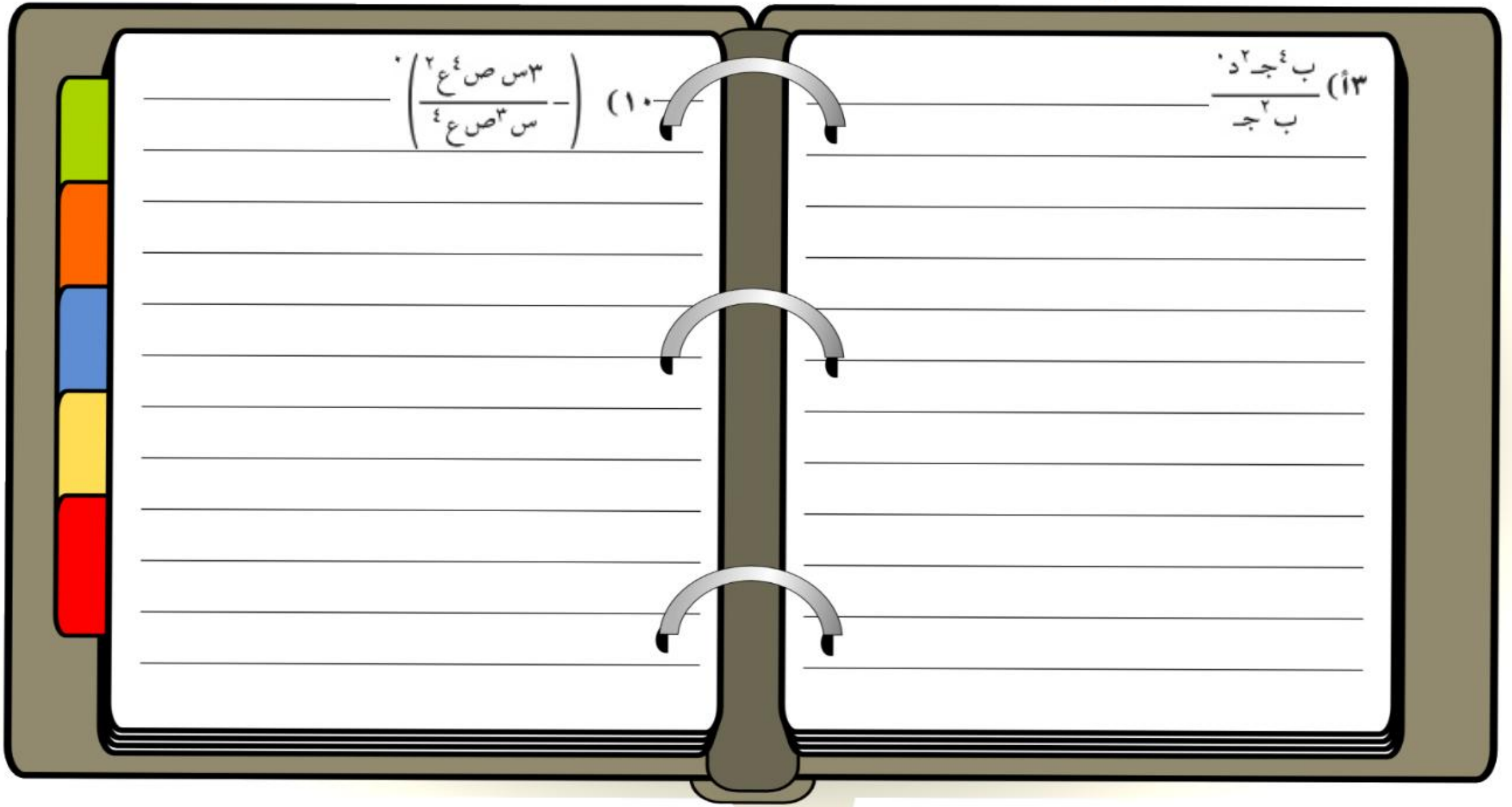
انتبه للأقواس عند تبسيط أي عبارة.

فالعبارة $(٥س)^{٠}$ تساوي ١

إلا أن العبارة $٥س^{٠} = ٥$

تقويم

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.



١٣أ) $\frac{ب^{٤}جـ^{٢}د^{٠}}{ب^{٢}جـ}$

١٠) $\left(-\frac{٣س ص^{٤}ع^{٢}}{س^{٣}ص ع^{٤}}\right)^{٠}$

الأسس السالبة: قد تكون **الأسس سالبة** مثل: $٣^{-٢}$ ، $س^{-٣}$ ، ... ، ولاستقصاء معناها يمكنك تبسيط عبارات مثل $\frac{س^{٢}}{س^{٥}}$ باستعمال الطريقتين الآتيتين:

الطريقة ١

$\frac{س^{٢}}{س^{٥}} = س^{٢-٥}$ ناتج قسمة القوى

$= س^{-٣}$ بسّط

الطريقة ٢

$\frac{س^{٢}}{س^{٥}} = \frac{س \times س}{س \times س \times س \times س \times س}$ تعريف القوى

$= \frac{١}{س^{٣}}$ بسّط

بما أن للعبارة $\frac{س^{٢}}{س^{٥}}$ قيمة واحدة فقط، لذا نستنتج أن $س^{-٣} = \frac{١}{س^{٣}}$

مفهوم أساسي

خاصية الأسس السالبة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي الصفر، ولأي عدد صحيح ن، فإن مقلوب $أ^{ن}$ هو $أ^{-ن}$، ومقلوب $أ^{-ن}$ هو $أ^{ن}$.

الرموز: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي الصفر ، وأي عدد صحيح ن، فإن: $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ ، $\frac{١}{أ^{-ن}} = أ^{ن}$.

أمثلة: $٢^{-٤} = \frac{١}{٤^{٢}} = \frac{١}{١٦}$ $\qquad$ $\frac{١}{جـ^{-٤}} = جـ^{٤}$

تُعد العبارة في أبسط صورة لها إذا احتوت على أسس موجبة فقط، وظهر كل أساس مرة واحدة فقط، ولا تتضمن قوى القوى، وأن تكون جميع الكسور الاعتيادية فيها في أبسط صورة.

الأسس السالبة

مثال

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

أ) $\frac{ن^{-٥}ف^{٤}}{ر^{-٢}}$

$\frac{ن^{-٥}ف^{٤}}{ر^{-٢}} = \left(\frac{ن^{-٥}}{١}\right)\left(\frac{ف^{٤}}{١}\right)\left(\frac{١}{ر^{-٢}}\right)$ اكتب العبارة على صورة حاصل ضرب كسور اعتيادية

$= \left(\frac{١}{ن^{٥}}\right)\left(\frac{ف^{٤}}{١}\right)\left(\frac{ر^{٢}}{١}\right)$ $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ ، $\frac{١}{أ^{-ن}} = أ^{ن}$

$= \frac{ف^{٤}ر^{٢}}{ن^{٥}}$ اضرب

إرشادات للدراسة

الإشارة السالبة

تأكد من موقع الإشارة السالبة. فمثلاً، $٥^{-١} = \frac{١}{٥}$، في حين أن $-٥^{١} \neq \frac{١}{٥}$

مثال

ب) $\frac{٢د^{٢}ب^{٣}جـ^{-٥}}{١٠د^{-٣}ب^{-١}جـ^{-٤}}$

$\frac{٢د^{٢}ب^{٣}جـ^{-٥}}{١٠د^{-٣}ب^{-١}جـ^{-٤}} = \left(\frac{٢}{١٠}\right)\left(\frac{د^{٢}}{د^{-٣}}\right)\left(\frac{ب^{٣}}{ب^{-١}}\right)\left(\frac{جـ^{-٥}}{جـ^{-٤}}\right)$ جمّع القوى للأساس نفسه

$= \left(\frac{١}{٥}\right)\left(د^{٢-(-٣)}\right)\left(ب^{٣-(-١)}\right)\left(جـ^{-٥-(-٤)}\right)$ اقسم القوى، خاصية الأسس

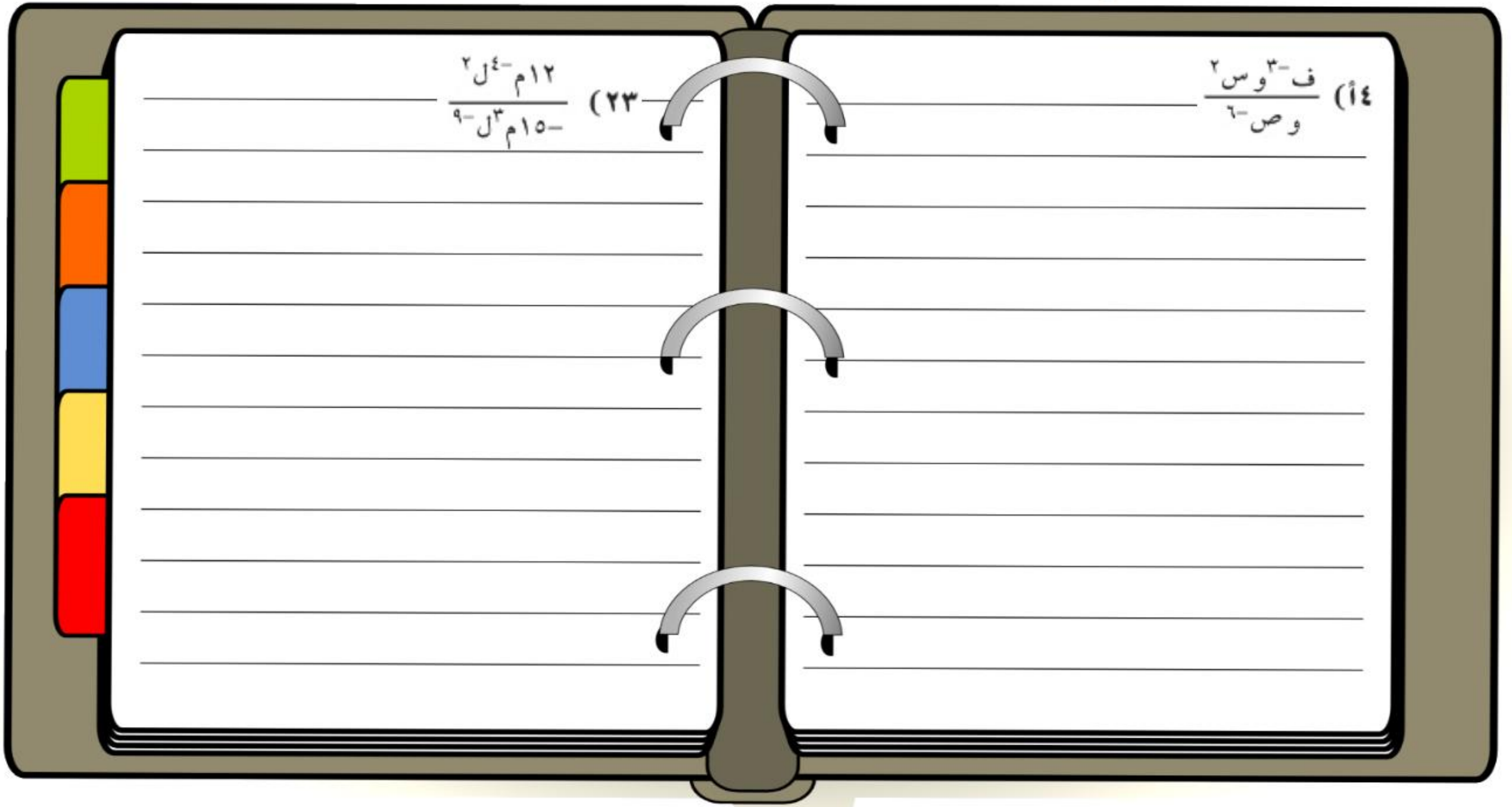
$= \frac{١}{٥}د^{٥}ب^{٤}جـ^{-١}$ بسّط

$= \frac{١}{٥}(د^{٥})(ب^{٤})\left(\frac{١}{جـ}\right)$ خاصية الأسس السالبة

$= \frac{د^{٥}ب^{٤}}{٥جـ}$ اضرب

تقويم

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.



١٤أ) $\frac{ف^{-٣}و س^{٢}}{و ص^{-٦}}$

٢٣) $\frac{١٢م^{-٤}ل^{٢}}{-١٥م^{٣}ل^{-٩}}$

تستعمل **رتبة المقدار** لمقارنة المقادير وتقدير الحسابات وإجرائها بسرعة، وتعبر عن العدد مقرّبًا إلى أقرب قوى العشرة. فمثلاً العدد ٩٥٠٠٠٠٠٠٠٠٠ مقرَّبًا إلى أقرب قوى العشرة هو $١٠^{١١}$ أو ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠، لذا فإن رتبة المقدار ٩٥٠٠٠٠٠٠٠٠٠ هي $١٠^{١١}$.

رتبةُ المقدارِ عمليةٌ تُعبِّرُ عنِ العددِ مُقرَّبًا إلى أقربِ قُوى العشرةِ

قُوى العشرةِ: ...، $١٠^{-٢}$ ، $١٠^{-١}$ ، $١٠^{٠}$ ، $١٠^{١}$ ، $١٠^{٢}$ ، ....

تُستعمَلُ رُتبةُ المقدارِ لمُقارنةِ المقاديرِ وتقديرِ الحساباتِ وإجرائِها بسُرعةٍ ، وتُعبِّرُ عنِ العددِ مُقرَّبًا إلى أقربِ قُوى العشرةِ .

٧٠٠٠×١٠^{-٢}

تطبيق خواص الأسس

مثال من واقع الحياة

طول: افترض أن معدل طول الرجل ١,٧ متر، ومعدل طول النملة هو ٠,٠٠٠٨ متر. فكم مرة تقريبًا يساوي طول الرجل بالنسبة لطول النملة؟

افهم: علينا إيجاد رتبة طول كل من الرجل والنملة، ثم إيجاد النسبة بينهما.

خطّط: قرّب كل طول إلى أقرب قوة للعدد ١٠، ثم أوجد نسبة طول الرجل إلى طول النملة.

حل: بما أن معدل طول الرجل قريب من ١ متر؛ لذا تكون رتبة طوله هي $١٠^{٠}$ أمتار.
وبما أن معدل طول النملة يساوي ٠,٠٠١ متر تقريبًا؛ لذا فرتبة طول النملة هي $١٠^{-٣}$ أمتار.

نسبة طول الرجل إلى طول النملة يساوي تقريبًا $\frac{١٠^{٠}}{١٠^{-٣}}$

$\frac{١٠^{٠}}{١٠^{-٣}} = ١٠^{٠-(-٣)}$ — اقسم القوى

$= ١٠^{٣}$ — $٠-(-٣) = ٠+٣ = ٣$

$= ١٠٠٠$ — بسّط

لذا فطول الرجل يساوي ١٠٠٠ مرة من طول النملة تقريبًا. أو نسبة طول الرجل إلى طول النملة تساوي تقريبًا القوة الثالثة للعشرة.

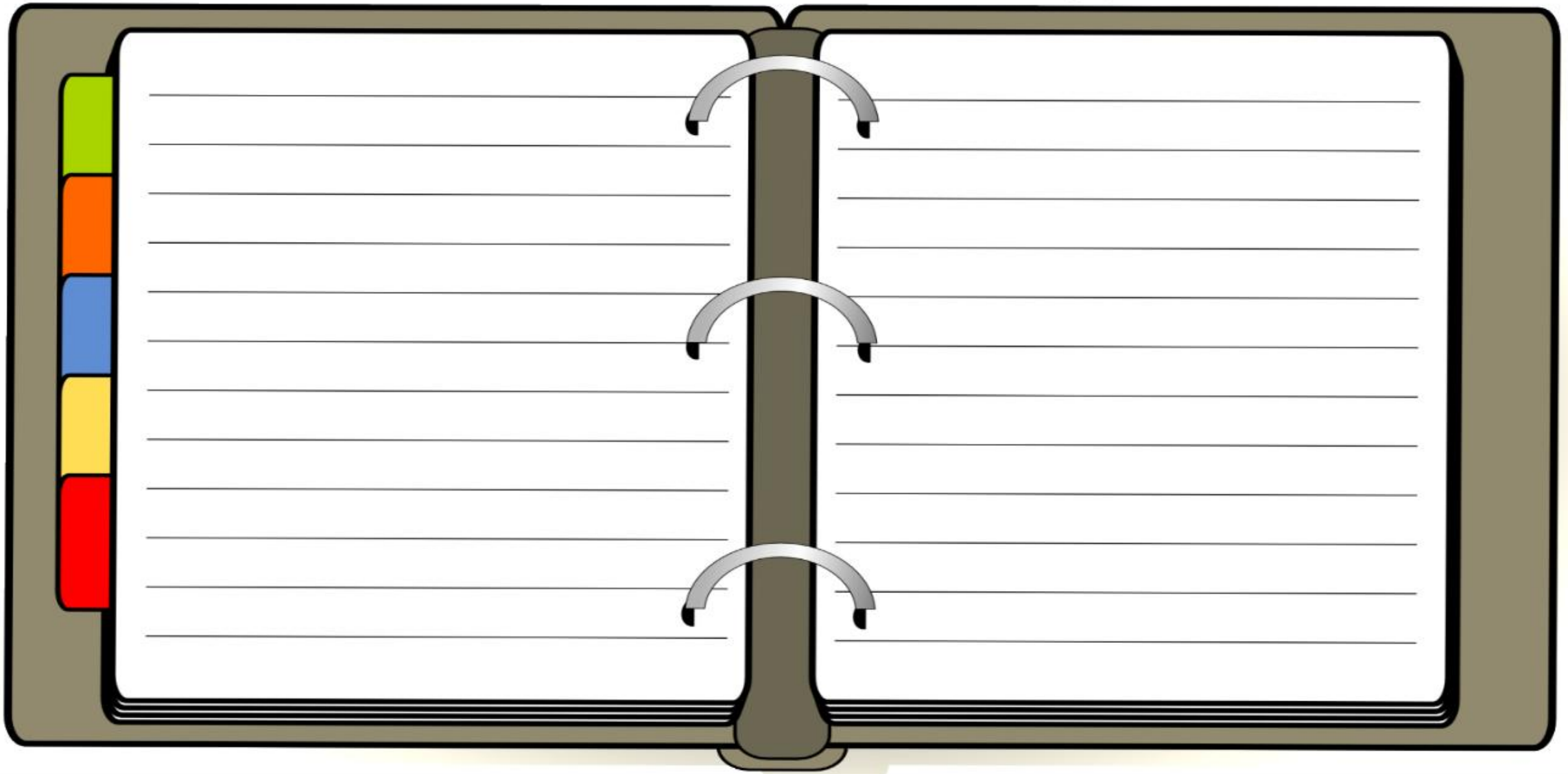
تحقق: نسبة طول الرجل إلى طول النملة هي $\frac{١,٧}{٠,٠٠٠٨} = ٢١٢٥$ وأقرب قوى العشرة للعدد ٢١٢٥ هي $١٠^{٣}$ ✓

الربط مع الحياة

يوجد أكثر من ١٤٠٠٠ نوع من النمل في الكرة الأرضية.
وبعضها يستطيع حمل أشياء كتلتها تعادل كتلة النملة ٥٠ مرة.

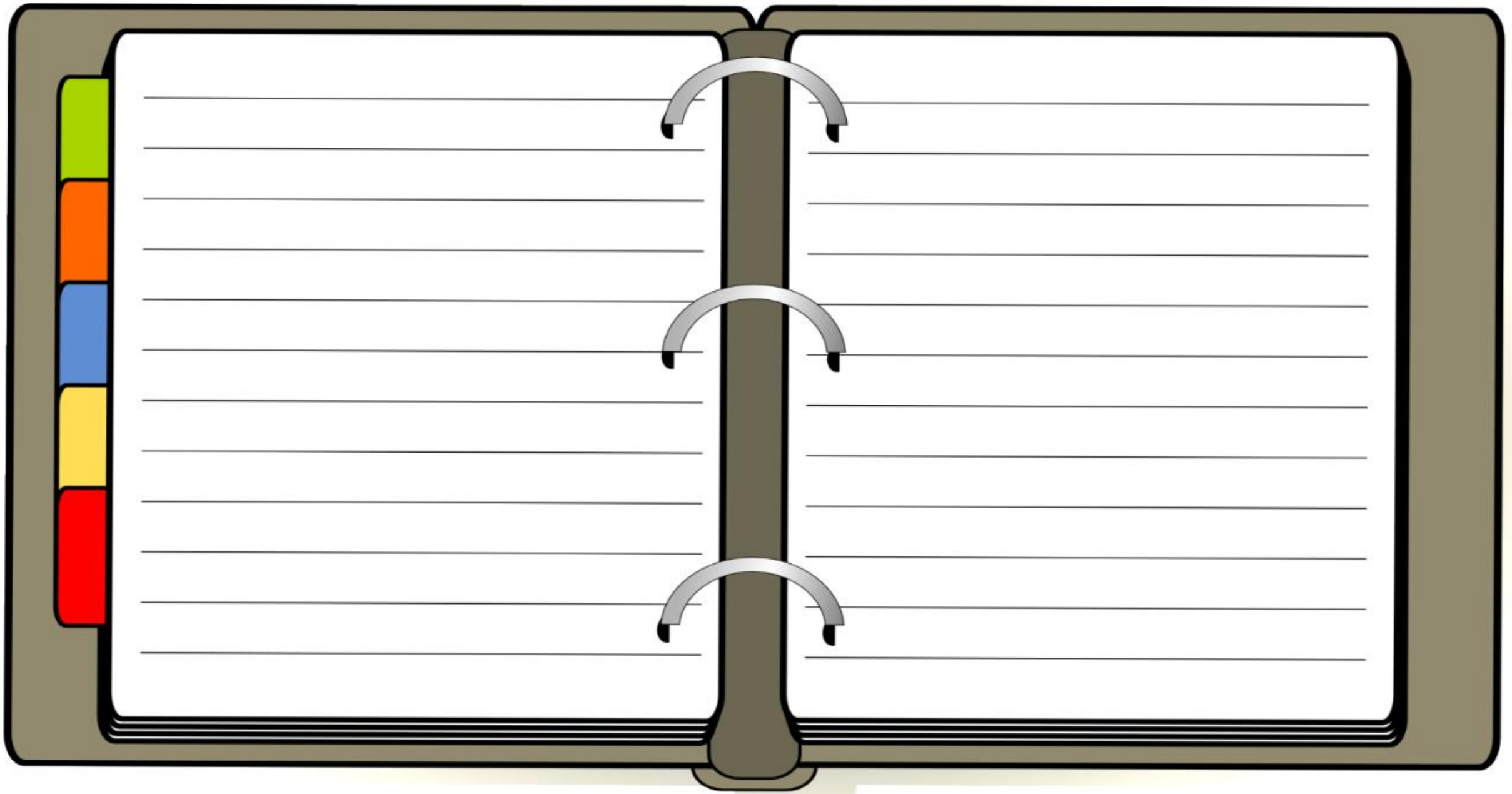
تقويم

٥) **علم الفلك:** رتبة مقدار كل من كتلة الأرض ودرب التبانة لأقرب قوى العشرة هي: $١٠^{٢٧}$، $١٠^{٤٤}$ على الترتيب. فكم مرة تساوي رتبة مقدار كتلة درب التبانة رتبة مقدار كتلة الأرض؟

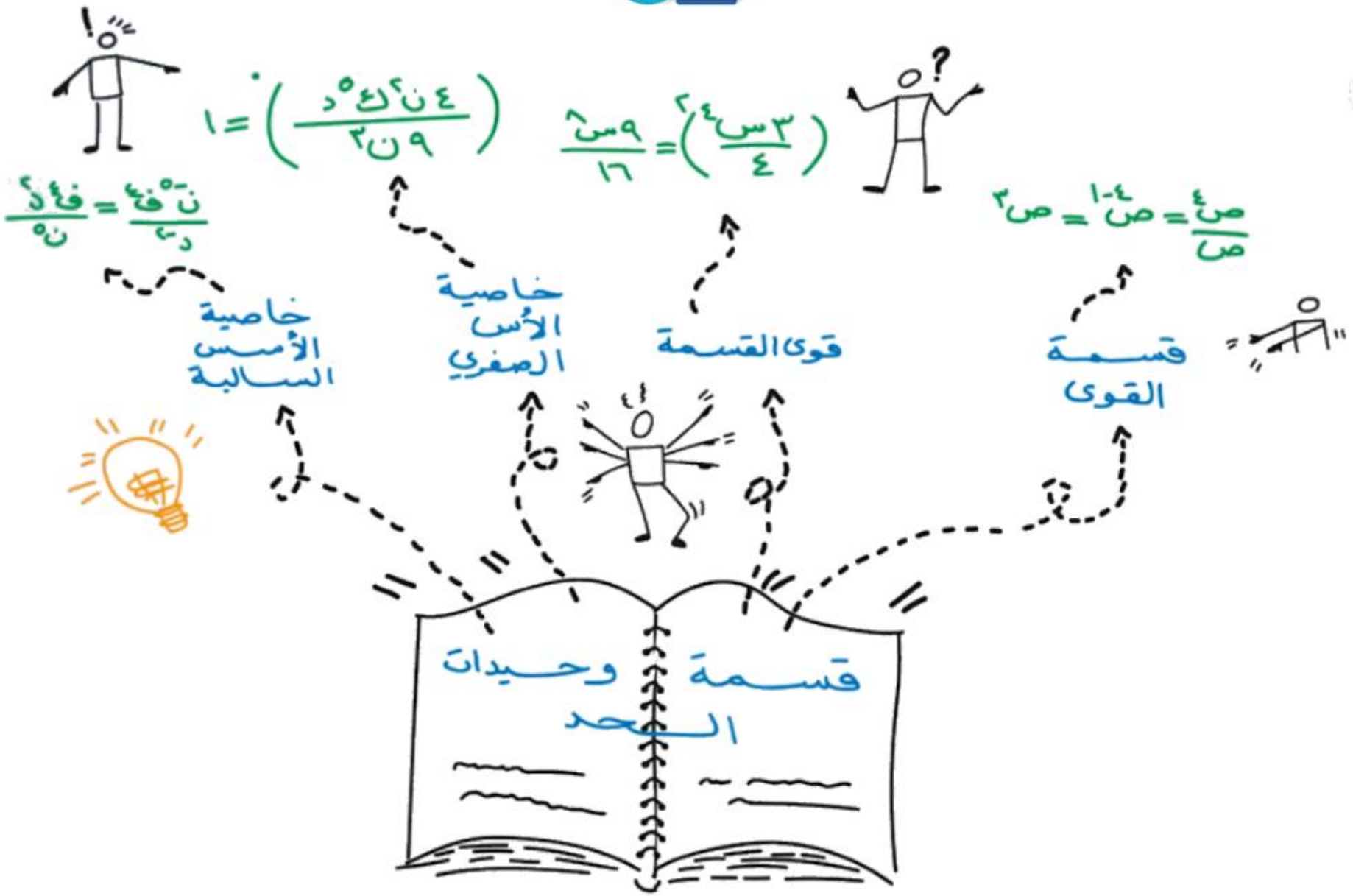


تقويم

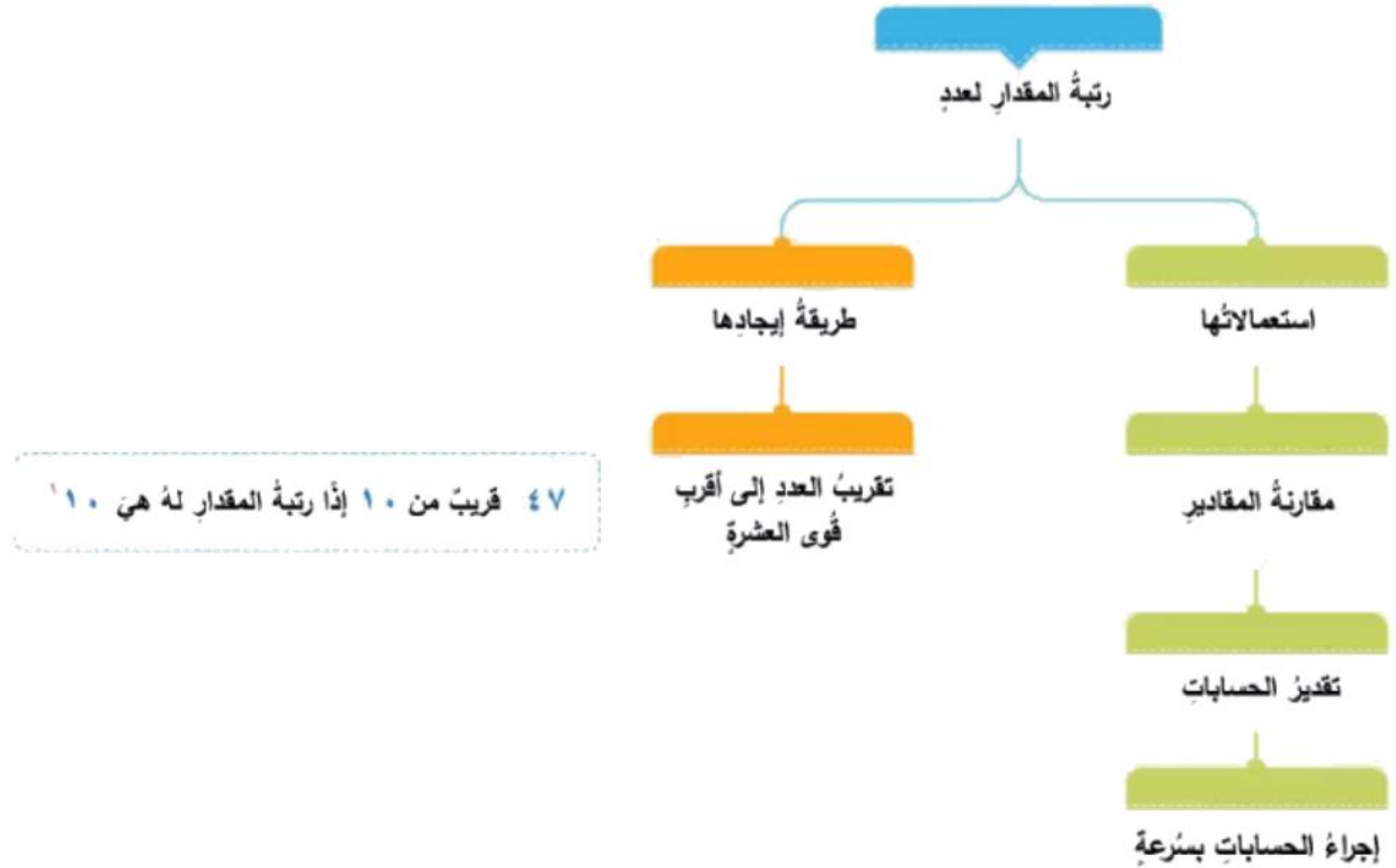
٣٠) **تحدٍّ:** استعمل خاصية قسمة القوى لتفسير المساواة $س^{-ن} = \frac{١}{س^{ن}}$



ملخص مفهوم


قسمة وحيدات الحد
قسمة القوى
قوى القسمة
خاصية الأس الصفري
خاصية الأس السالبة

ملخص مفهوم



٤٧ قريبٌ من ١٠ إذًا رتبةُ المقدارِ لهُ هيَ ١٠

قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

على افتراض أن المقام لا يساوي صفرًا ، تبسط العبارة على الصورة :

$$\frac{س^{٣}ص^{٤}}{س^{٢}ص}$$

أ) $س ص^{٣}$

ب) $س^{٢}ص^{٢}$

ج) $س ص$

د) $س^{٥}ص^{٥}$

اختر الإجابة الصحيحة

على افتراض أن المقام لا يساوي صفرًا ، تبسط العبارة على الصورة :

$$\left(\frac{٢ن^{٤}جـ^{٧}هـ^{٣}}{١٥ن^{٣}جـ^{٩}هـ^{٦}}\right)^{٠}$$

أ) ١

ب) $٢ن جـ هـ^{٢}$

د) صفر

د) غير معرف