رابط الدرس الرقمي

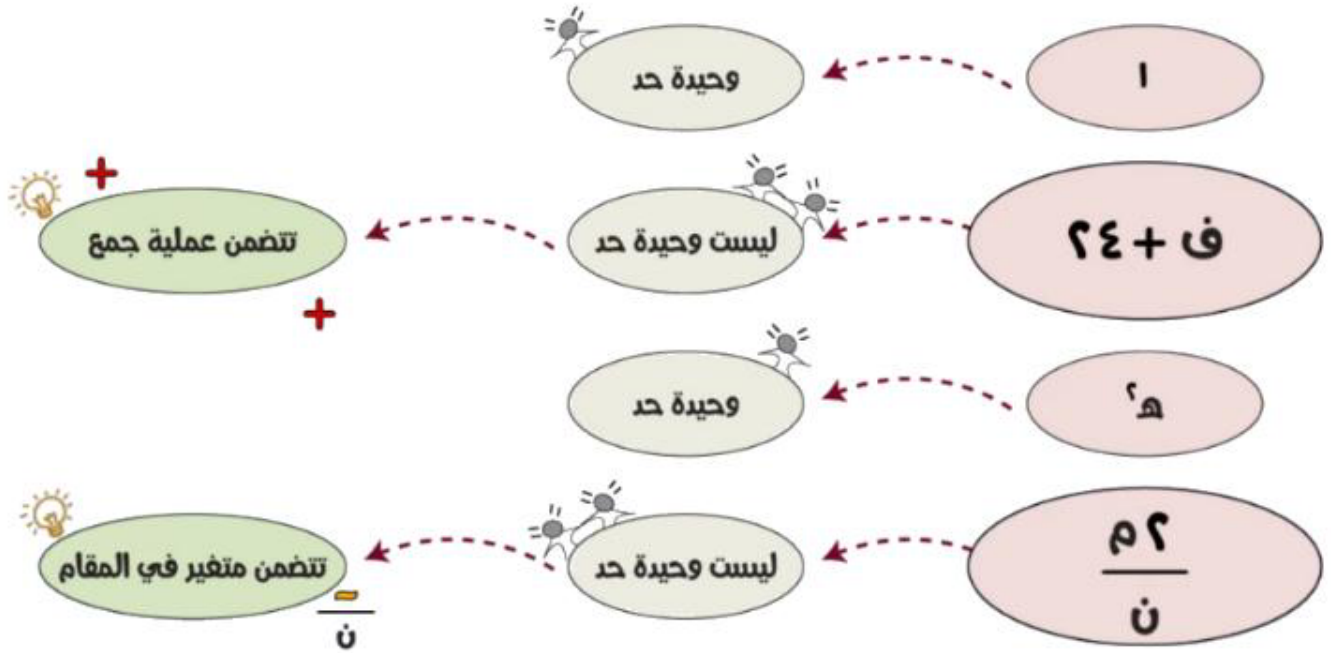
كثيرات الحدود

س + ع س^{٢} + ٢

أهداف الدرس

- إيجاد درجة كثيرة حدود.
- كتابة كثيرة حدود في الصورة القياسية.
- تمييز كثيرات الحدود

المعرفة السابقة



سنتعلم اليوم:

تمييز كثيرات الحدود

درجة كثيرة الحدود

كثيرات الحدود بالصورة القياسية

استعمال كثيرات الحدود

ماجد الحربي

تمهيد

سجِّلت مبيعات الأجهزة الذكية عالميًا أرقامًا قياسية في المبيعات عام ٢٠١٧ م. ويمكن تمثيل عدد المبيعات بالمعادلة:

$$ع = -٢,٧ ن^{٢} + ٤٩,٤ ن + ١٢٨,٧$$

علمًا بأن ع تمثِّل عدد الأجهزة التي يتم بيعها بالملايين، ن تمثِّل عدد السنوات منذ عام ٢٠٠٥ م.

تمثّل العبارة $-٢,٧ن^{٢} + ٤٩,٤ن + ١٢٨,٧$ مثالاً على كثيرة حدود. ويمكن استعمال كثيرات الحدود لتمثيل بعض المواقف.

درجة كثيرة الحدود: **كثيرة الحدود** هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد. تُسمى كل وحيدة حد منها حدًّا في كثيرة الحدود. وبعض كثيرات الحدود تحمل أسماءً خاصة. **فثنائية الحد** هي مجموع وحيدتي حد في أبسط شكل، و**ثلاثية الحدود** هي مجموع ثلاث وحيدات حد في أبسط شكل.

تمييز كثيرات الحدود

مثال

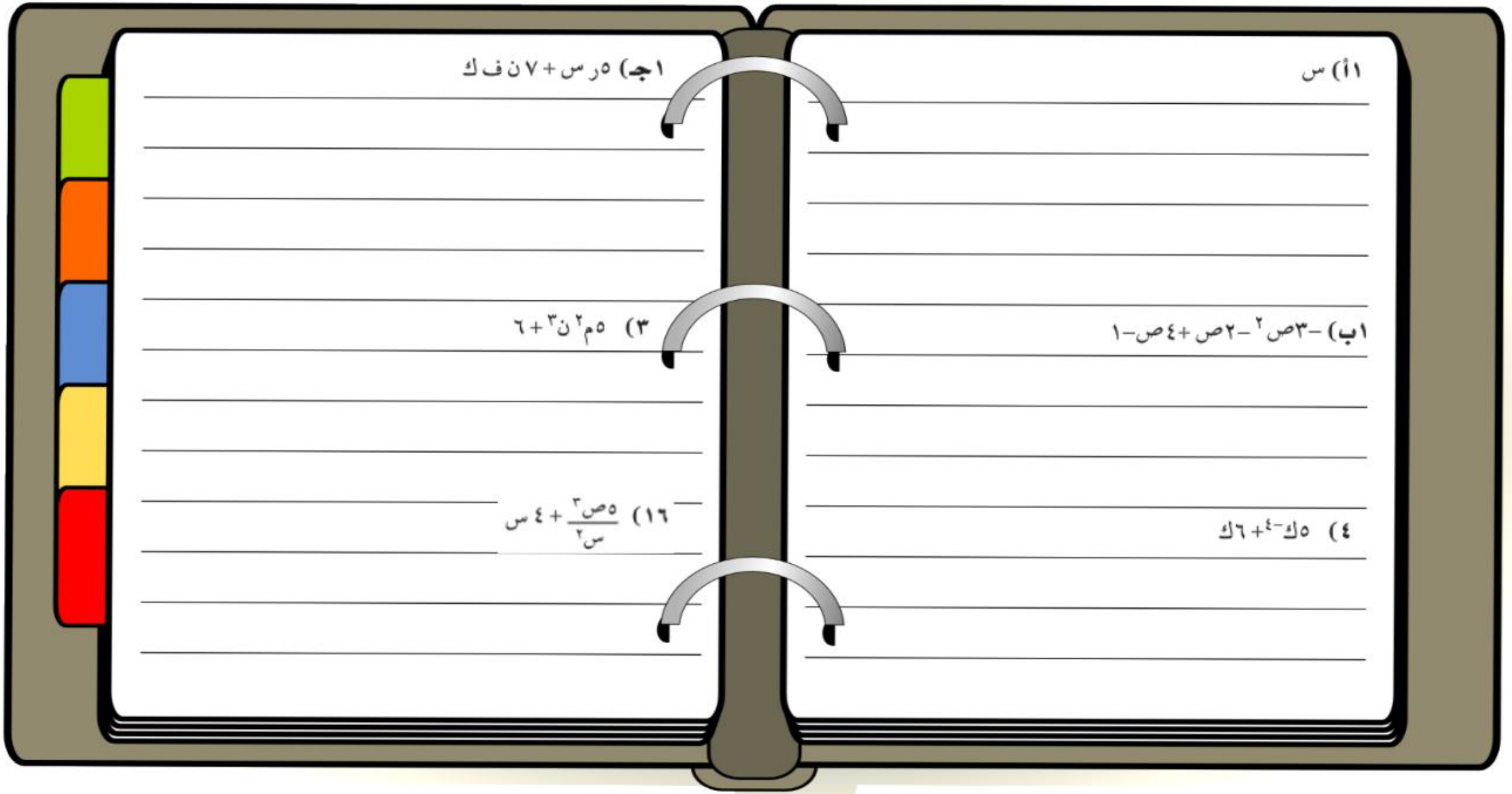
حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنفها إلى وحيدة حدّ، أو ثنائية حد ، أو ثلاثية حدود:

العبارة	هل هي كثيرة حدود؟	وحيدة حد / ثنائية حد / ثلاثية حدود
أ) $٤ص - ٥س ع$	نعم؛ $٤ص - ٥س ع$ هي مجموع وحيدتي حد هما: $٤ص$، $-٥س ع$.	ثنائية حد
ب) $-٦,٥$	نعم؛ $-٦,٥$ عدد حقيقي.	وحيدة حد
جـ) $٧أ^{-٣} + ٩ب$	لا؛ $٧أ^{-٣} = \frac{٧}{أ^{٣}}$، وهي ليست وحيدة حد.	——
د) $٦س^{٣} + ٤س + س + ٣$	نعم؛ $٦س^{٣} + ٤س + س + ٣ = ٦س^{٣} + ٥س + ٣$، مجموع ثلاثة حدود.	ثلاثية حدود

كثيرةُ الحدود: هيَ وحيدةُ حدٍّ أو مجموعُ وحيداتِ حدٍّ، تُسمَّى كُلٌّ منها حدًّا في كثيرةِ الحُدودِ.

تقويم

حدّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك، فصنّفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثية حدود:



١أ) س

١ب) $-٣ص^{٢}-٢ص+٤ص-١$

٤) $٥ك^{-٤}+٦ك$

١جـ) ٥ر س + ٧ ن ف ك

٣) $٥م^{٢}ن^{٣}+٦$

١٦) $\frac{٥ص^{٣}}{س^{٢}}+٤س$

درجة كثيرة الحدود

درجة وحيدة الحد هي مجموع أسس كل متغيراتها. ودرجة الثابت غير الصفر تساوي صفرًا. وليس للصفر درجة. أما **درجة كثيرة الحدود** فهي أكبر درجة لأي حدٍّ من حدودها. ولإيجاد درجة كثيرة حدود، يتعين عليك أولاً إيجاد درجة كل حد فيها. ويمكن تسمية بعض كثيرات الحدود اعتمادًا على درجتها، فتسمى ذات الدرجة صفر: ثابتة، وذات الدرجة ١: خطية، وذات الدرجة ٢: تربيعية، وذات الدرجة ٣: تكعيبية.

مثال

أوجد درجة كثيرة الحدود $٢د^{٣} - ٩جـ^{٥} د - ٧$

الخطوة ١: أوجد درجة كل حد.

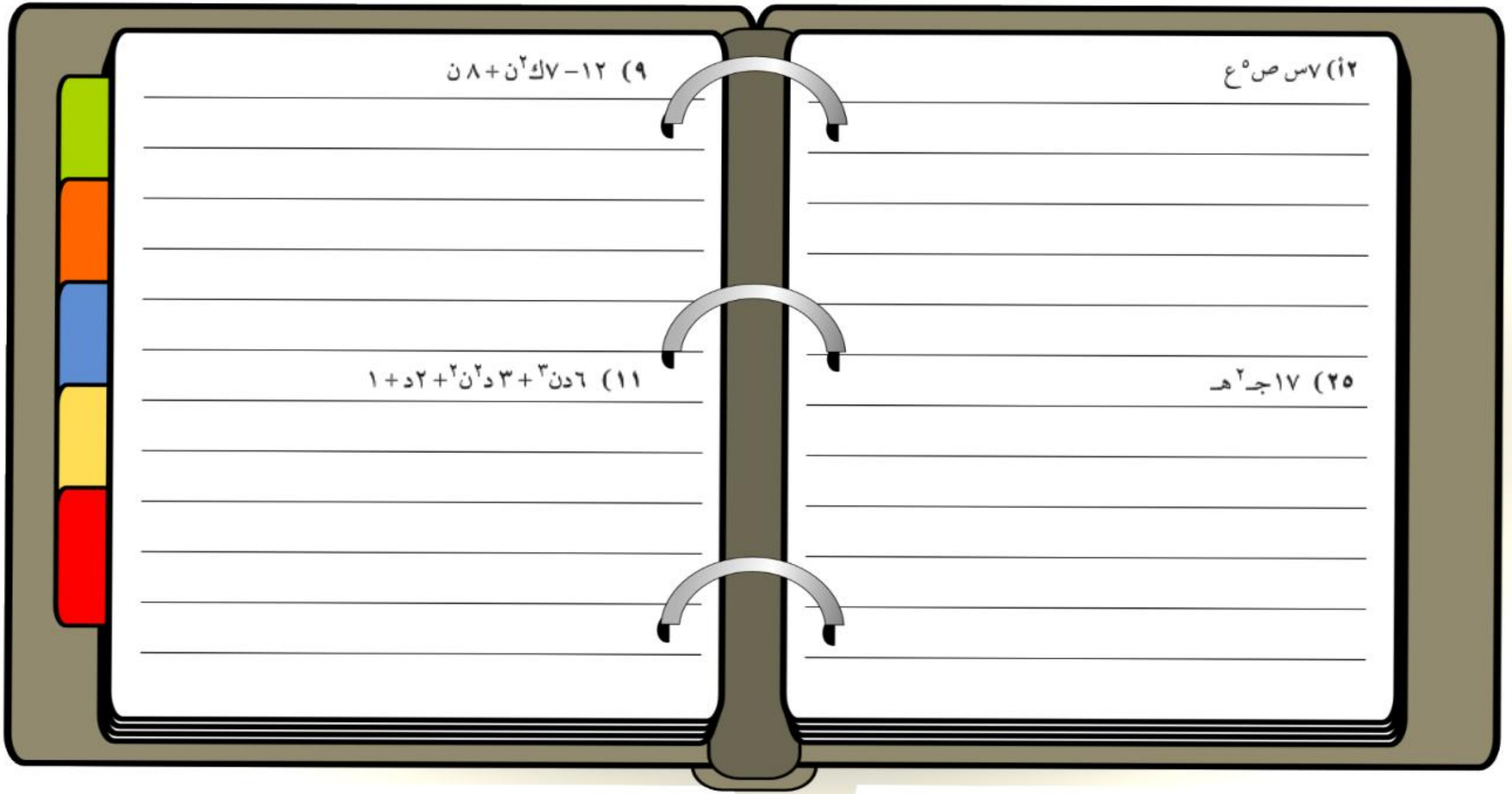
درجة الحد $٢د^{٣} = ٣$، درجة الحد $-٩جـ^{٥} د = ٥ + ١ = ٦$،

درجة الحد -٧ هي صفر.

الخطوة ٢: درجة كثيرة الحدود هي أكبر درجة لأي حد من حدودها، وتساوي ٦

تقويم

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:



أ) ٢) ٧س ص^{٥} ع

٢٥) ١٧جـ^{٢} هـ

٩) ١٢ – ٧ك^{٢}ن + ٨ ن

١١) ٦دن^{٣} + ٣ د^{٢}ن^{٢} + ٢د + ١

الصورة القياسية لكثيرة الحدود

كثيرات الحدود بالصورة القياسية : يمكنك كتابة كثيرة الحدود بأي ترتيب. ولاستخدام **الصورة القياسية لكثيرة الحدود** بمتغير واحد، اكتب الحدود بترتيب تنازلي بحسب درجتها. وعندما تُكتب كثيرة الحدود بالصورة القياسية، فإن معامل أول حد فيها يُسمى **المعامل الرئيس** .

الصورة القياسية: $٤س^{٣} - ٥س^{٢} + ٢س + ٧$ (المعامل الرئيس: ٤ ، أكبر درجة: ٣)

مثال

اكتب كثيرة الحدود ٥ص −٩− ٢ص^{٤} −٦ ص^{٣} بالصورة القياسية، وحدِّد المعامل الرئيس فيها.

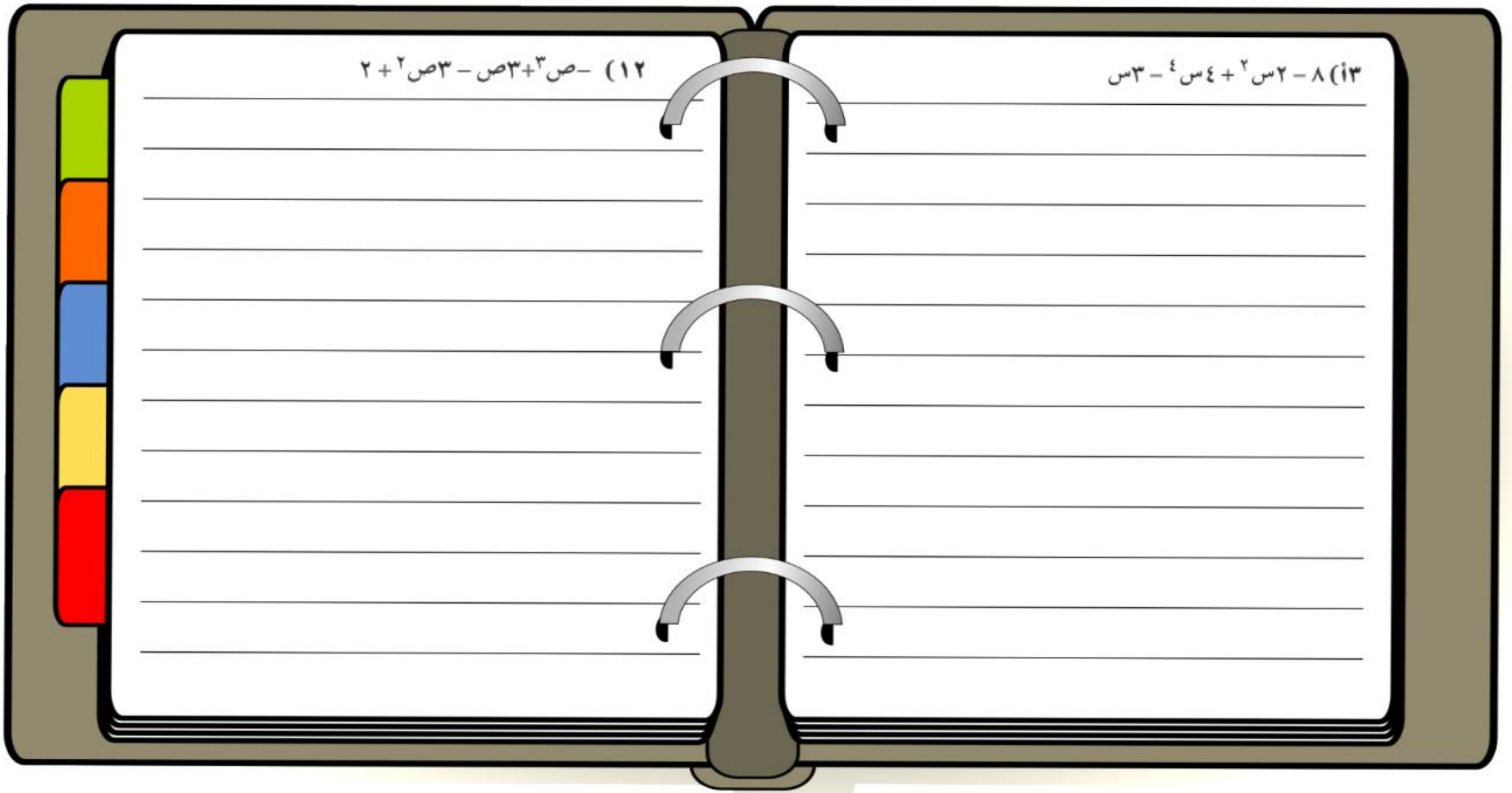
الخطوة ١ : أوجد درجة كل حد .

الدرجة:	١	٠	٤	٣
كثيرة الحدود:	٥ص	− ٩	− ٢ص^{٤}	− ٦ص^{٣}

الخطوة ٢ : اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجاتها: −٢ص^{٤} − ٦ص^{٣} + ٥ص −٩ فيكون المعامل الرئيس هو −٢

تقويم

اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدِّد المعامل الرئيس فيها:



١٣) أ) ٨ − ٢س^{٢} + ٤س^{٤} − ٣س

١٢) −ص^{٣}+٣ص − ٣ص^{٢} + ٢

استعمال كثيرات الحدود

ويمكنك استعمال كثيرات الحدود لتقدير القيم بين سنتين، وللتنبؤ بقيم الحوادث قبل وقوعها أيضًا.

مثالٌ من واقعِ الحياةِ

مصانع: تمثِّل المعادلة ع= ٣ن^{٢} – ٢ن + ١٠ عدد أطنان الأسمنت بمئات الألوف التي أنتجها أحد المصانع من عام ١٤٣٣ هـ إلى ١٤٣٨ هـ، حيث ن عدد السنوات منذ عام ١٤٣٣ هـ، فما عدد أطنان الأسمنت المنتجة حتى بداية عام ١٤٣٥ هـ؟

ع = ٣ن^{٢} – ٢ن + ١٠	المعادلة الأصلية
= ٣(٢)^{٢} – ٢ (٢) + ١٠	ن = ٢
= ٣ (٤) – ٤ + ١٠	بسطْ
= ١٢ – ٤ + ١٠ = ١٨	اضرب وبسّط

بما أن ع بمئات الألوف، فإن عدد الأطنان المنتجة كان ١٨ مئة ألفٍ، أو ١٨٠٠٠٠٠.

الربط مع الحياة

تعتبر المملكة العربية السعودية أكبر منتج للأسمنت في منطقة الخليج، وصاحبة ثاني أكبر طاقة إنتاجية في الشرق الأوسط، وتُعد صناعة الأسمنت في المملكة من الأنشطة ذات الربحية العالية.

تقويم

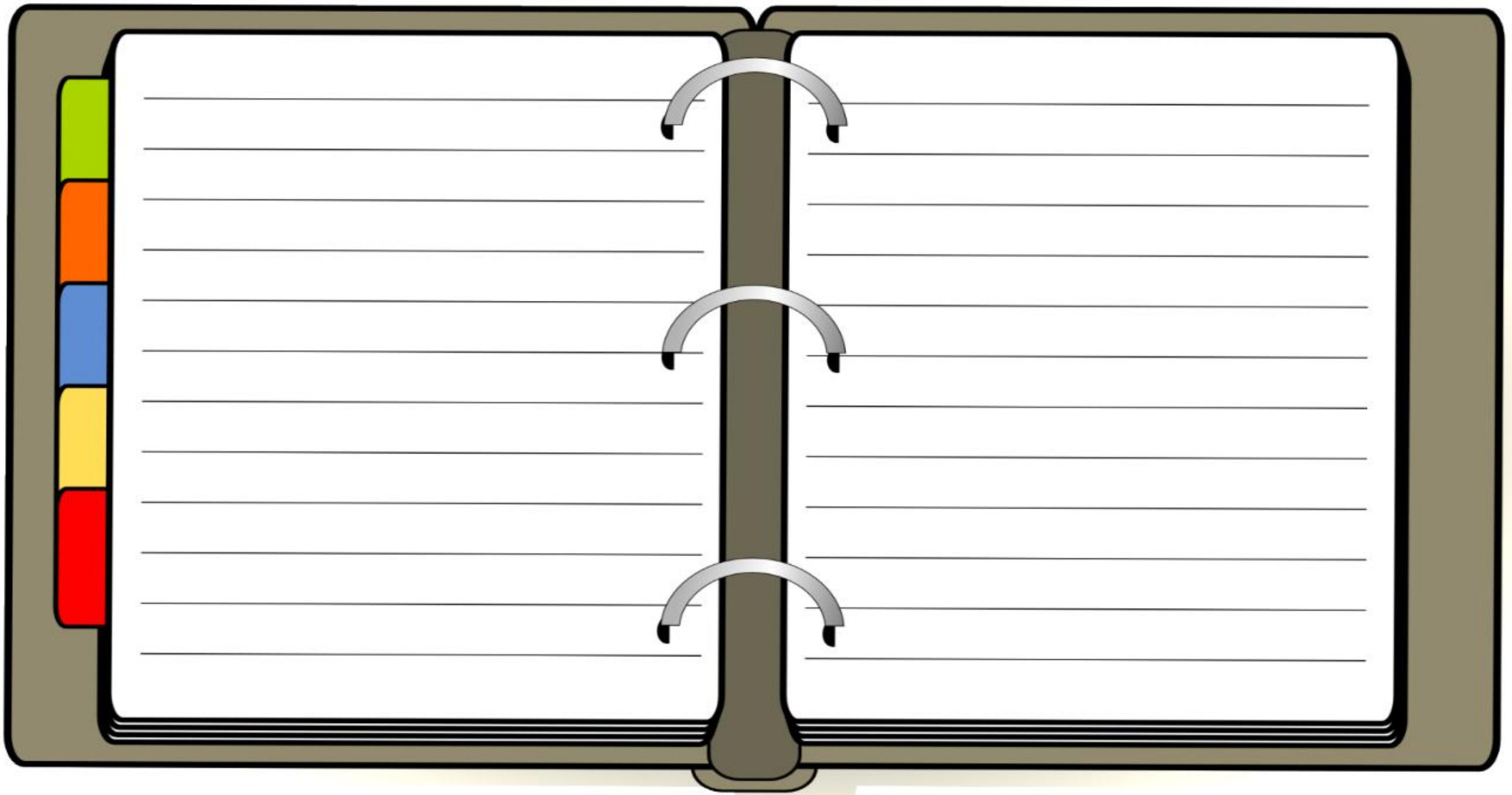
٣٤) **ألعاب نارية :** أطلق صاروخ ألعاب نارية من ارتفاع ١ م من الأرض وبسرعة ١٥٠ م/ ث. ويمكن تمثيل ارتفاع الصاروخ ع بعد ن ثانية بالمعادلة ع = $-٥ن^{٢} + ٥٠ن + ١$

أ) ما الارتفاع الذي يصله الصاروخ بعد ٣ ثوانٍ؟

ب) ما الارتفاع الذي يصله الصاروخ بعد ٥ ثوانٍ؟

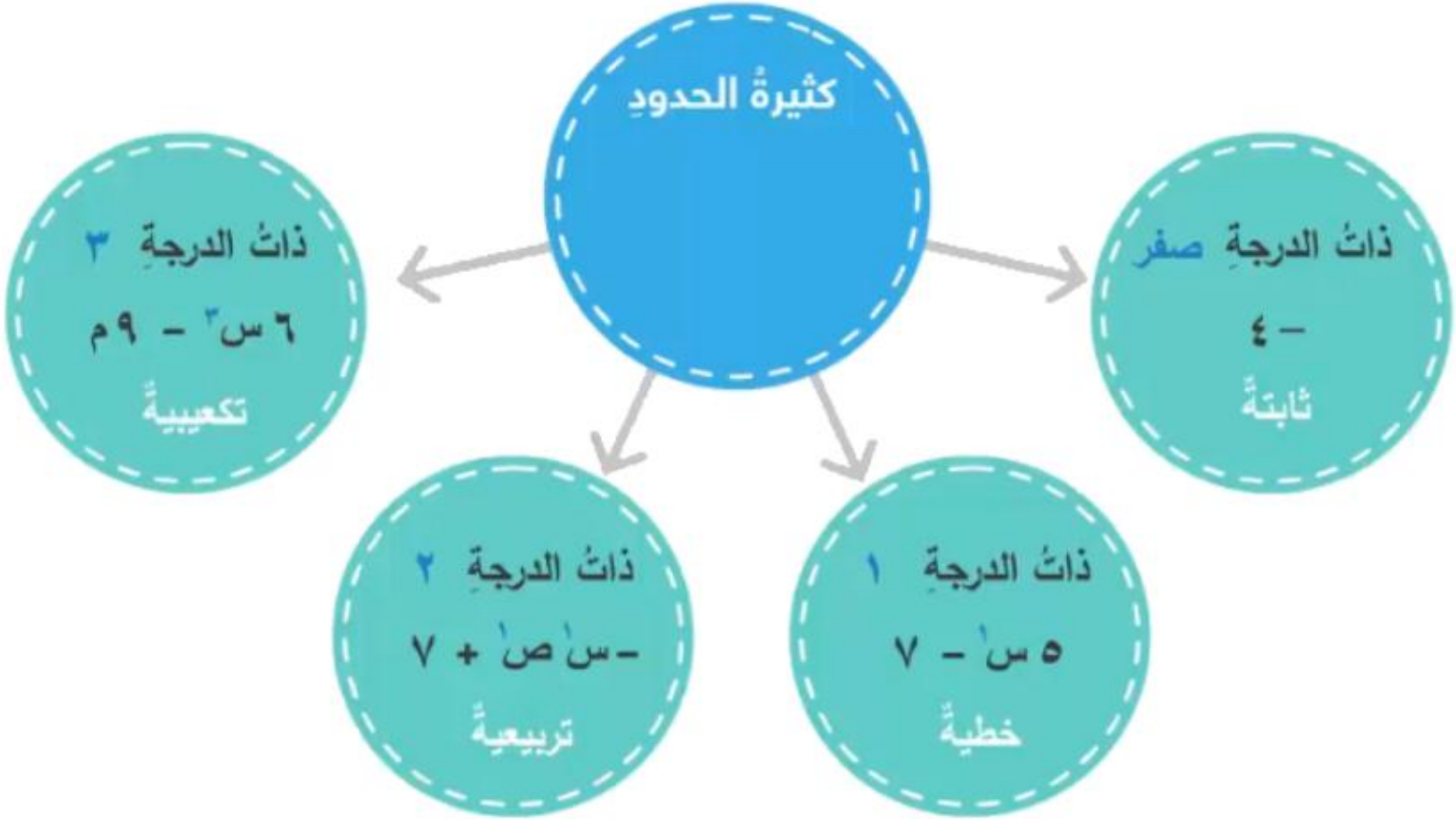
تقويم

٣٨) **مسألة مفتوحة:** اكتب مثالاً على ثلاثية حدود تكعيبية.



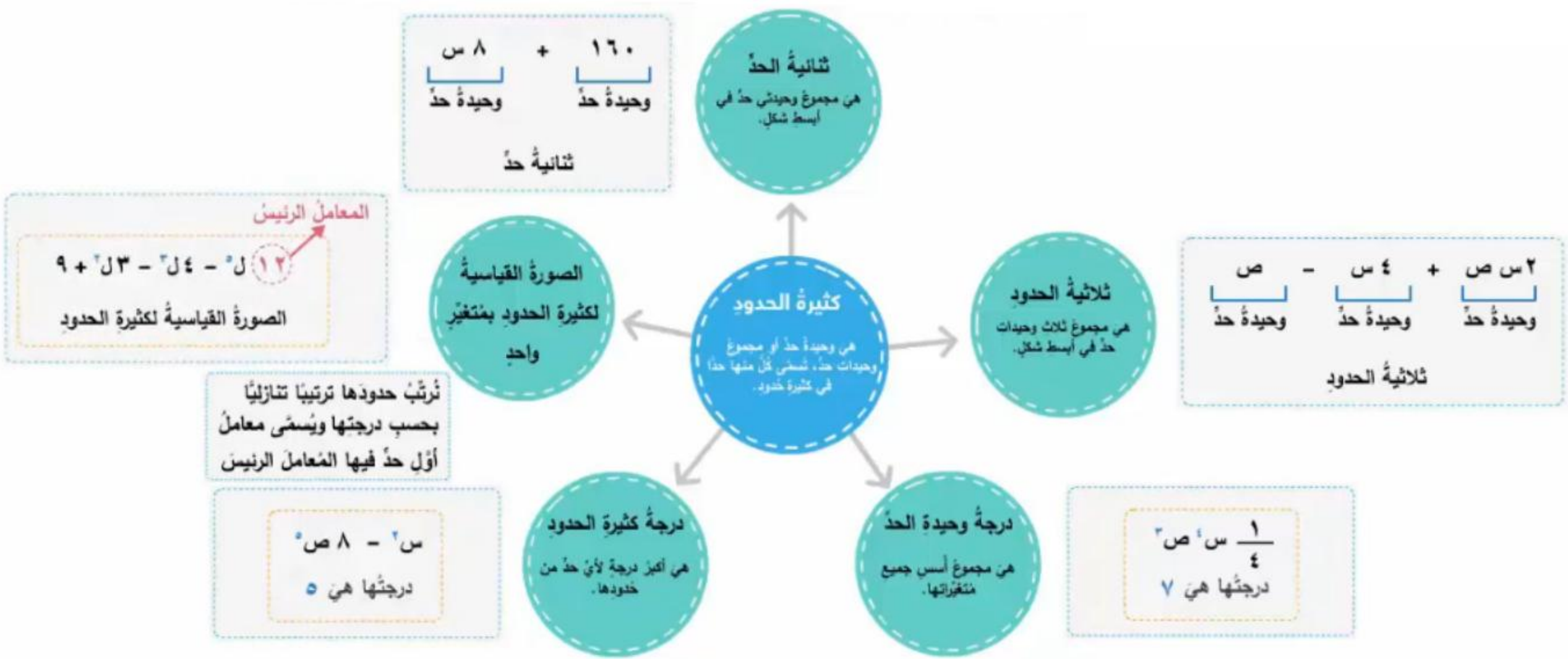
ملخص مفهوم

يمكنُ تسميةُ بعضِ كثيراتِ الحدودِ اعتمادًا على درجتِها



$$س + ع س^{٢} + ٢$$

ملخص مفهوم


كثيرةُ الحدودِ
هي وحيدةُ حدٍّ أو مجموعُ وحيداتِ حدٍّ، تُسمّى كلٌّ منها حدًّا في كثيرةِ الحدودِ.
ثنائيةُ الحدِّ
هي مجموعُ وحيدتَي حدٍّ في أبسطِ شكلٍ.
١٦٠ وحيدةُ حدٍّ + ٨ س وحيدةُ حدٍّ
ثنائيةُ حدٍّ
ثلاثيةُ الحدودِ
هي مجموعُ ثلاثِ وحيداتِ حدٍّ في أبسطِ شكلٍ.
٢ س ص وحيدةُ حدٍّ + ٤ س وحيدةُ حدٍّ − ص وحيدةُ حدٍّ
ثلاثيةُ الحدودِ
الصورةُ القياسيةُ لكثيرةِ الحدودِ بمتغيّرٍ واحدٍ
المعاملُ الرئيسُ
١٢ ل⁵ − ٤ ل³ − ٣ ل² + ٩
الصورةُ القياسيةُ لكثيرةِ الحدودِ
رتّبْ حدودَها ترتيبًا تنازليًّا بحسبِ درجتِها ويُسمّى معاملُ أوّلِ حدٍّ فيها المعاملَ الرئيسَ
درجةُ كثيرةِ الحدودِ
هي أكبرُ درجةٍ لأيِّ حدٍّ من حدودِها.
س² − ٨ ص⁵
درجتُها هي ٥
درجةُ وحيدةِ الحدِّ
هي مجموعُ أسسِ جميعِ متغيّراتِها.
١/٤ س⁴ ص³
درجتُها هي ٧

قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

كثيرة الحدود $٥ + ٢س + ٣س ل - ٤س ع ل$ هي كثيرة حدود من الدرجة الأولى.

- صواب
- خطأ

اختر الإجابة الصحيحة

الصورة القياسية لكثيرة الحدود $س^{٤} + ٤س^{٣} - ٧س^{٥} + ١$ هي:

- $١ + ٤س^{٣} + س^{٤} - ٧س^{٥}$
- $-٧س^{٥} + ٤س^{٣} + س^{٤} + ١$
- $-٧س^{٥} + ٤س^{٣} + س^{٤} + ١$
- $س^{٤} + ٤س^{٣} - ٧س^{٥} + ١$