MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

مراجعة الفصل الخامس (العلاقات و الدوال النسبية)

للصف الثاني ثانوي

إعداد و كتابة و تنسيق

الأستاذة

مريم سليمان المسعودي

5-1 ضرب العبارات النسبية و قسمتها

تبسيط العبارات النسبية : تُسمّى النسبة بين كثيرتي حدود عبارة نسبية. وعند تبسيط العبارة النسبية يقسم كل من البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر (GCF) لهما.

ضرب العبارات النسبية	إذا كانت $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ عبارتين نسبيتين، حيث $b \neq 0, d \neq 0$ ، فإن $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
قسمة العبارات النسبية	إذا كانت $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ عبارتين نسبيتين، حيث $b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$، فإن $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

تبسيط الكسور المركبة : الكسر المركب هو كسر بسطه ومقامه أو أحدهما عبارة نسبية. ولتبسيط كسر مركب، اكتبه أولًا على صورة قسمة عبارتين.

بسط العبارات التالية

$\frac{24a^5b^2}{(2ab)^4}$	$\frac{4y(y-3)(y-4)}{y(y^2-y-6)}$	$\frac{c+d}{3c^2-3d^2}$	$\frac{y^2+3y-40}{25-y^2}$	$\frac{27x^2y^4}{16yz^3} \cdot \frac{8z}{9xy^3}$
	$\frac{x^2-4x-21}{x^2-6x+8} \cdot \frac{x-4}{x^2-2x-35}$	$\frac{12x^3y}{13ab^2} \div \frac{36xy^3}{26b}$	$\frac{\frac{a^3b^3}{xy^4}}{\frac{a^2b}{x^2y}}$	$\frac{\frac{x-y}{a+b}}{\frac{x^2-y^2}{b^2-a^2}}$

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1) ما قيم x التي تجعل العبارة $\frac{x(x^2+8x+12)}{-6(x^2-3x-10)}$ غير معرفة

A) 5 , 0 , -2 B) 5 , -2 C) 0 , -2 , -6 D) 5 , -2 , -6

2) ما قيم x التي تجعل العبارة $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$ غير معرفة

A) -7 , 4 B) 4 , 7 C) -7 , 4 , 7 D) -4 , 7

3) ما أبسط صورة للعبارة النسبية $\frac{16-C^2}{C^2+C-20}$

A) $\frac{4-C}{C-5}$ B) $\frac{4-C}{C+5}$ C) $\frac{C+4}{C+5}$ D) $-\frac{C+4}{C+5}$

4) تبسيط العبارة $\frac{\frac{3m^2-12}{4m^2+8m}}{\frac{6m-12}{8m^2+16m}}$

A) $\frac{9(m-2)}{16m^2(m+2)}$ B) $\frac{m(m^2-4)}{m-2}$ C) $m+2$ D) $\frac{4(m+2)}{3}$

5) تبسيط العبارة $\frac{6a+12}{5} \cdot \frac{10}{a+2}$

A) 12 B) 24 C) $12a+12$ D) $24a$

6) تبسيط العبارة $\frac{x(x-3)(x+6)}{x^2+x-12}$

A) $\frac{x+6}{x+4}$ B) $\frac{x(x+6)}{x+4}$ C) $\frac{x+4}{x+6}$ D) $\frac{x(x+4)}{x+6}$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

2- 5 جمع العبارات النسبية و طرحها

المضاعف المشترك الأصغر (LCM) **لكثيرات الحدود:** لإيجاد (LCM) لكثيرتي حدود أو أكثر، حلّل كلًّا منها إلى عواملها الأولية، ثم اضرب القوى التي لها الأس الأكبر في كثيرات الحدود جميعها.

جمع العبارات النسبية وطرحها: اتبع الخطوات الآتية عند جمع عبارتين نسبيتين أو طرحهما.

الخطوة 1: أوجد المقام المشترك الأصغر (LCD)، وأعد كتابة العبارتين على أن يكون لهما المقام نفسه.
الخطوة 2: اجمع البسطين أو اطرحهما.
الخطوة 3: اجمع الحدود المتشابهة إن وجدت في البسط.
الخطوة 4: حلّل البسط إن أمكن.
الخطوة 5: بسّط إن أمكن.

أوجد LCM لكلا مما يأتي :			
$12a^2, 15abc, 8b^3c^4$	$7a^2, 9ab^3, 21abc^4$	$3y^2 - 9y, y^2 - 8y + 15$	$x^2 - 9x + 20, x^2 + x - 30$
بسط العبارات التالية			
$\frac{4}{5a^3b^2} + \frac{9}{10ab}$	$\frac{3a^2}{16b^2} - \frac{8x}{5a^3b}$	$\frac{4x}{x^2 + 9x + 18} + \frac{5}{x + 6}$	$\frac{x - 1}{x^2 - x - 6} - \frac{4}{5x + 10}$
$\frac{1 - \frac{y}{x}}{\frac{1}{y} + \frac{1}{x}}$	$\frac{\frac{1}{d} - \frac{d}{c}}{\frac{1}{c} + 6}$	$\frac{6 + \frac{4}{y}}{2 + \frac{6}{y}}$	$\frac{1}{6c^2d} + \frac{3}{4cd^3}$

أختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :	
1) أوجد LCM لما يلي : $14ab^2, 42bc^3, 18a^2c$	2) أوجد LCM لما يلي : $3z + 12, 6z + 24$
A) $126\, a^2b^2c^2$ B) $126\, a^2b^3c^2$ C) $126\, a^3b^2c^2$ D) $126\, a^2b^2c^3$	A) $18(z + 4)$ B) $3(z + 4)$ C) $6(z + 4)$ D) $z + 4$
3) تبسيط العبارة $\frac{-7xy}{3x} + \frac{4y^2}{2y}$	4) أوجد LCM لما يلي : $x^2 + 2x - 8, x + 4$
A) $\frac{y}{3}$ B) $\frac{3}{y}$ C) $-\frac{y}{3}$ $-\frac{3}{y}$	A) $(x + 4)(x - 2)$ B) $(x - 4)(x - 2)$ C) $(x + 4)(x + 2)$ D) $(x - 4)(x + 2)$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

3 -5 تمثيل دوال المقلوب بيانيا

خطوط التقارب الرأسية والأفقية

الدالة الرئيسة (الأم) لدوال المقلوب	
الدالة الرئيسة (الأم)	$y=\frac{1}{x}$
شكل التمثيل البياني	قطع زائد
المجال	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر
المدى	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر
التماثل	متماثل حول المستقيم $y = x$
المقطعان	لا يوجد
خطا التقارب	المحور x والمحور y

تحويلات التمثيلات البيانية لدوال المقلوب

صورة المعادلة	$f(x)=\frac{a}{x-h}+k$، حيث الدالة الرئيسة (الأم) هي $f(x)=\frac{1}{x}$
إزاحة أفقية	ينتقل خط التقارب الرأسي إلى $x=h$.
إزاحة رأسية	ينتقل خط التقارب الأفقي إلى $y=k$.
انعكاس	ينعكس الشكل حول المحور x إذا كانت $a<0$.
تضيّق واتساع	يضيق التمثيل البياني رأسيًّا عندما $\|a\|<1$ ويتسع رأسيًّا عندما $\|a\|>1$.

شكل التمثيل البياني للدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ .....

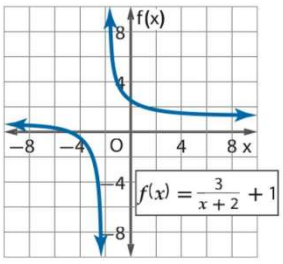
حدد المطلوب فيما يلي لكل دالة معطاة

الدالة	$f(x)=\frac{7}{3x+2}$	$f(x)=\frac{4}{x-3}-2$	$f(x)=\frac{9}{x+3}+6$	$f(x)=\frac{1}{x}+1$
قيمة x التي تجعل الدالة غير معرفة				
المجال				
المدى				
خط التقارب الرأسي				
خط التقارب الأفقي				

حدد التحويلات التي أُجريت على الدالة الأم $f(x)=\frac{1}{x}$ للحصول على الدالة $f(x)=\frac{3}{x-2}+4$

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1) خطوط التقارب في الدالة التالية :



A) $x=-2, y=1$

B) $x=2, y=1$

C) $x=-1, y=2$

D) $x=-2, y=-1$

2) قيمة x التي تجعل الدالة غير معرفة $f(x)=\frac{5}{4x-8}$

A) $x=4$ B) $x=-2$

C) $x=2$ D) $x=-4$

3) حدد مجال الدالة الاتية و مداها : $f(x)=\frac{-1}{x+4}+2$

A) $\{x\backslash x\neq 4\},\{f(x)\neq 2\}$ B) $\{x\backslash x\neq -4\},\{f(x)\neq 2\}$

C) $\{x\backslash x\neq 2\},\{f(x)\neq 4\}$ D) $\{x\backslash x\neq 2\},\{f(x)\neq -4\}$

4) خط التقارب الرأسي لـ $f(x)=\frac{1}{x+1}+3$

A) $x=3$ B) $x=-3$

C) $x=1$ D) $x=-1$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

4- 5 تمثيل الدوال النسبية بيانيا

الدالة النسبية	دالة تكتب على الصورة $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ حيث $a(x),b(x)$ كثيرتي حدود و $b(x)\neq 0$
اصفار الدالة النسبية	جميع قيم x التي يكون عندها $a(x)=0$
المجال	$\{x \backslash x \neq$ أصفار المقام$\}$ أو $R-\{$المقام اصفار$\}$
خطوط التقارب في حالة عدم وجود عوامل مشتركة غير الواحد بين $b(x)$ المقام, $a(x)$ البسط	
خط التقارب الرأسي	المقام اصفار $x=$
خط التقارب الأفقي	

درجة البسط أكبر من درجة المقام	درجة البسط أقل من درجة المقام	درجة البسط تساوي درجة المقام
لايوجد	$y=0$	$f(x)=\frac{\text{معامل } a(x)}{\text{معامل } b(x)}$

يوجد نقطة انفصال في حالة $b(x)\neq 0$ و كان $(x-c)$ عاملا مشترك بين $a(x),b(x)$ عندما $x=c$
و النقطة هي $(c,f(c))$

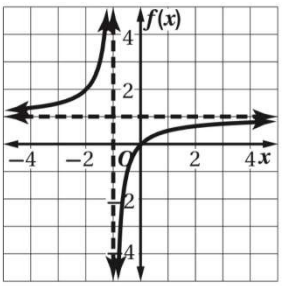
الدالة	$f(x)=\frac{x^2+x-6}{x+1}$	$f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x^2+2x+1}$	$f(x)=\frac{x+3}{x^2-x-2}$
المجال			
خط التقارب الرأسي			
خط التقارب الأفقي			
أصفار الدالة			
الدالة	$f(x)=\frac{x^2-x-6}{x-3}$	$f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$	$f(x)=\frac{x^2+2x-8}{x-2}$
نقطة الانفصال			

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي

1) معادلة خط التقارب الرأسي للتمثيل البياني للدالة $f(x)=\frac{x-1}{x-2}$

A	$y=1$	B	$y=2$
C	$x=2$	D	$x=1$

2) مالدالة النسبية التي يمثلها الشكل المجاور



A	$f(x)=\frac{2}{x+1}$
B	$f(x)=\frac{x}{x-1}$
C	$f(x)=\frac{2}{x-1}$
D	$f(x)=\frac{x}{x+1}$

3) مجال الدالة $f(x)=\frac{x^2-16}{x-4}$

A	$\{x \backslash x \neq -4\}$	B	$\{x \backslash x \neq 4\}$
C	$\{x \backslash x \neq -2\}$	D	$\{x \backslash x \neq 2\}$

4) نقطة الانفصال للدالة $f(x)=\frac{x^2+4x-5}{x+5}$

A	$(5,6)$	B	$(-5,6)$
C	$(-5,-6)$	D	$(5,-6)$

5) خط التقارب الأفقي للدالة $f(x)=\frac{x^2-x-6}{x+1}$

A	$y=0$	B	$y=1$
B	لا يوجد	C	$y=2$

5- 5 دوال التغير

التغير الطردي	تتغير y طرديًا مع x إذا وجد عدد ثابت k لا يساوي الصفر بحيث أن $y=kx$ ، أو $\frac{y}{x}=k$ ويُسمّى k ثابت التغير.
التغير المشترك	تتغير y تغيرًا مشتركًا مع x و z إذا وجد عدد ثابت k لا يساوي الصفر بحيث أن $y=kzx$.

التغير العكسي	تتغير y عكسيًّا مع x إذا وجد عدد ثابت k لا يساوي الصفر بحيث إن $xy=k$ أو $y=\frac{k}{x}$ ، حيث $x\neq 0$ وَ $y\neq 0$
التغير المركب	يحدث عندما تتغير كمية ما طرديًّا أو عكسيًّا أو كليهما معًا مع كميتين أخريين أو أكثر. فإذا كانت y تتناسب طرديًّا مع x وعكسيًّا مع z ، فاستعمل التناسب $\frac{y_1 z_1}{x_1}=\frac{y_2 z_2}{x_2}$ لحل المسائل.

اذا كانت y تتغير طرديا مع x و كانت $y=16$ عندما $x=4$, فأوجد قيمة x عندما $y=20$	اذا كانت y تتغير تغيرا مشتركا مع x و z و كانت $y=10$ عندما $x=2$ و $z=4$, فأوجد قيمة y عندما $x=4$ و $z=3$
اذا كانت y تتغير عكسيا مع x و كانت $y=12$ عندما $x=10$, فأوجد قيمة y عندما $x=15$	اذا كانت a تتغير طرديا مع b وعكسيا مع c فأوجد قيمة b عندما $a=10$ و $c=-5$, علما ان $b=4$ عندما $a=-2$ و $c=3$

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :	
1) مانوع التغير الذي تمثله المعادلة $z=30x$	2) اذا كانت y تتغير تغيرا مشتركا مع x و z و كانت $y=24$ عندما $x=2$ و $z=3$, فأوجد قيمة y عندما $x=1$ و $z=5$
A) طردي B) مشترك C) عكسي D) مركب	A) 5 B) 20 C) 10 D) 4
3) مانوع التغير الذي تمثله المعادلة $m=\frac{4}{n}$	4) اذا كانت y تتغير عكسيا مع x و كانت $y=2$ عندما $x=10$, فأوجد قيمة y عندما $x=5$
A) طردي B) مشترك C) عكسي D) مركب	A) 1 B) 4 C) 25 D) 100
5) اذا كانت y تتغير طرديا مع x و كانت $y=4$ عندما $x=-2$, فأوجد قيمة y عندما $x=30$	6) مانوع التغير الذي تمثله المعادلة $ac=5$
A) $-\frac{4}{15}$ B) 60 C) -60 D) $\frac{4}{15}$	A) طردي B) مشترك C) عكسي D) مركب
7) اذا كانت y تتغير طرديا مع z وعكسيا مع x فأوجد قيمة x عندما $y=9$ و $z=5$, علما ان $y=27$ و $z=-3$ عندما $x=2$	8) مانوع التغير الذي تمثله المعادلة $t=16rh$
A) 10 B) 4 C) -4 D) -10	A) طردي B) مشترك C) عكسي D) مركب

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

6- 5 حل المعادلات و المتباينات النسبية

حل المعادلات النسبية : تتضمن المعادلة النسبية عبارة نسبية واحدة أو أكثر. ولحل المعادلة النسبية، اضرب طرفيها في *LCM* لمقاماتها جميعها. واحرص على استثناء الحلول التي تجعل المقام صفرًا.

حل المتباينات النسبية : اتبع الخطوات الآتية عند حل متباينة نسبية:

الخطوة 1: حدّد القيم المستثناة وهي القيم التي يكون عندها المقام صفرًا.
الخطوة 2: حُلّ المعادلة المرتبطة.
الخطوة 3: استعمل القيم التي حصلت عليها في الخطوتين السابقتين لتقسيم خط الأعداد إلى فترات، واختبر قيمة من كل فترة لتحديد الفترة التي تحقق أعدادها المتباينة.

حل المعادلات التالية ثم تحقق من صحة الحل :

$\frac{5}{y-2}+2=\frac{17}{6}$	$\frac{8}{x-5}-\frac{9}{x-4}=\frac{5}{x^2-9x+20}$	$\frac{4t-3}{5}-\frac{4-2t}{3}=1$
الحل:	الحل:	الحل:
التحقق:	التحقق:	التحقق:

طيران: إذا قطعت طائرة مسافة 2368 mi في رحلة ذهاب وعودة دون توقف في 7h، وكانت سرعة الريح 20 mi/h ، فما سرعة الطائرة في الريح الساكنة؟

حل كل متباينة فيما يلي و تأكد من صحة الحل:

$\frac{3}{x+1}\geq 3$	$\frac{x-2}{x+2}+\frac{1}{x-2}>\frac{x-4}{x-2}$	$\frac{4}{3x}+\frac{7}{x}<\frac{5}{9}$
الحل:	الحل:	الحل
التحقق:	التحقق:	التحقق:

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

أكمل الفراغات التالية :

1) تسمى المعادلة التي تحوي عبارة نسبية أو اكثر .....

2) .....هي المتباينات التي تحتوي على عبارة نسبية أو أكثر

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :							
1	ما حل المعادلة $\frac{11}{a+2}-\frac{10}{a+5}=\frac{36}{a^2+7a+10}$						
A	-1	B	$-\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{2}$	D	1
2	ما قيمة x في المعادلة $\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{x-1}{2}\right)=4$						
A	-7	B	$-\frac{1}{2}$	C	$-\frac{1}{7}$	D	7
3	حل المتباينة : $\frac{9}{m-5}<3$						
A	$m>8$ أو $m<5$	B	$m>5$ أو $m<-2$	C	$-2<m<5$	D	$5<m<8$
4	ما حل المعادلة $\frac{n}{n-4}+n=\frac{12-4n}{n-4}$						
A	$-4\,,3$	B	$-3\,,4$	C	-4	D	3
5	حل المتباينة : $4-\frac{1}{b}<\frac{3}{b}$						
A	$b>0$	B	$b>1$ أو $b<0$	C	$0<m<1$	D	$b<1$
6	ما حل المعادلة $\frac{2}{d+1}=\frac{1}{d-2}$						
A	3	B	$5\,,3$	C	5	D	-5
7	حل المتباينة : $\frac{3}{k}-\frac{4}{3k}>0$						
A	$k>0$	B	$k>1$ أو $k<0$	C	$0<k<1$	D	$k<1$
8	ما حل المعادلة $\frac{1}{w+2}-\frac{10}{w-2}=\frac{36}{w^2-4}$						
A	1	B	2	C	4	D	$\emptyset$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي