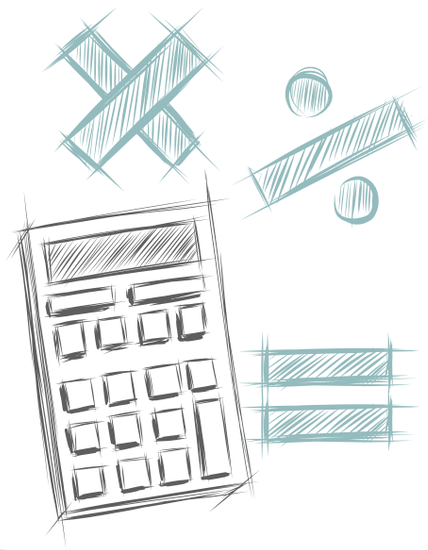
تمثيل الدوال النسبية بيانياً



فيما سبق:

درست تمثيل دوالّ المقلوب بيانيًّا. الدرس (3-1)

والآن:

- أمثِّل بيانيًّا دوالّ نسبية لها خطوط تقارب رأسية وأفقية.
- أمثِّل بيانيًّا دوالّ نسبية لها نقاط انفصال.

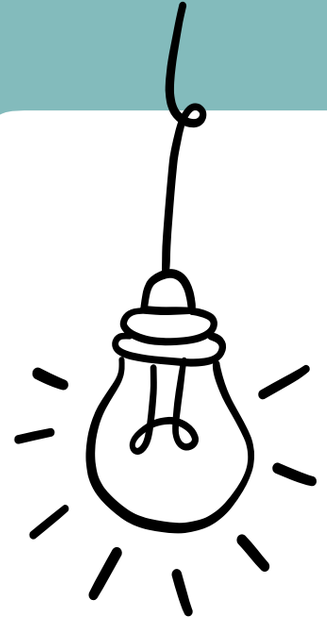
المفردات:

الدالّة النسبية

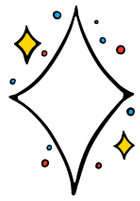
rational function

نقطة الانفصال

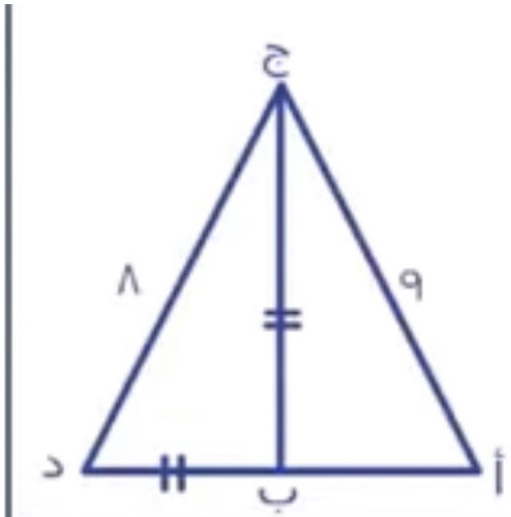
point discontinuity



قدرات



محيط المثلث أ ب ج = ٢٤ . أوجد محيط المثلث أ ج د؟



أ	٣٢	ب	٣٣
ج	١٩	د	٣٥

خطوط التقارب للدوال النسبية

خط التقارب الرأسي

اصفار المقام = x

خط التقارب الأفقي

درجة البسط أكبر من درجة المقام

لا يوجد خط تقارب افقي

درجة البسط أصغر من درجة المقام

$y=0$

درجة البسط تساوي من درجة المقام

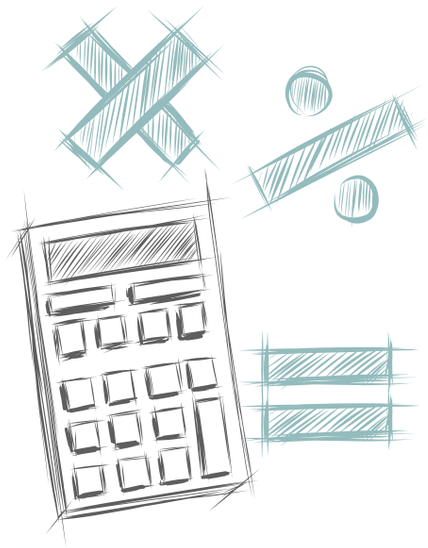
$$y=\frac{\text{معامل أكبر أس في البسط}}{\text{معامل أكبر أس في المقام}}$$

لماذا

اشترى أحمد آلة تصوير رقمية وطابعة لطباعة الصور بمبلغ إجمالي مقداره 1350 ريالًا، وكانت تكلفة الحبر وورق الطباعة للصورة الواحدة 1.5 ريال.

يمكنه استعمال الدالّة النسبية $C(p) = \frac{1.5p + 1350}{p}$

لحساب تكلفة طباعة p من الصور.



خطوط التقارب الرأسية والأفقية: **الدالّة النسبية** هي دالّة على الصورة $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، حيث $a(x)$ و $b(x)$ كثيرتا حدود، و $b(x)\neq 0$.

لتمثيل الدالّة النسبية بيانيًّا يكون من المفيد تحديد أصفارها، وخطوط التقارب لها. فأصفار الدالّة $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ هي جميع قيم x التي يكون عندها $a(x)=0$.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

خطوط التقارب الرأسية والأفقية

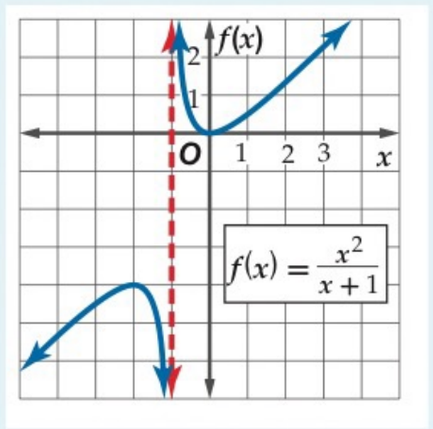
التعبير اللفظي: إذا كان $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، حيث $a(x)$, $b(x)$ كثيرتا حدود لا يوجد بينهما عوامل مشتركة غير الواحد، و $b(x) \neq 0$ فإنه:

- يوجد للدالّة $f(x)$ خط تقارب رأسي عندما $b(x) = 0$.
- يوجد للدالّة $f(x)$ خط تقارب أفقي واحد على الأكثر.
- إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$ فلا يوجد خط تقارب أفقي.
- إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$، فإن خط التقارب الأفقي هو المستقيم $y = 0$.
- إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي درجة $b(x)$، فإن خط التقارب الأفقي هو المستقيم:

$$y = \frac{\text{المعامل الرئيس لـ } a(x)}{\text{المعامل الرئيس لـ } b(x)} .$$

أمثلة:

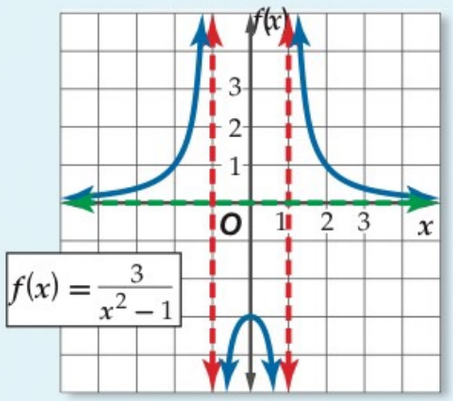
لا يوجد خط تقارب أفقي



خط التقارب الرأسي:

$x = -1$

يوجد خط تقارب أفقي واحد

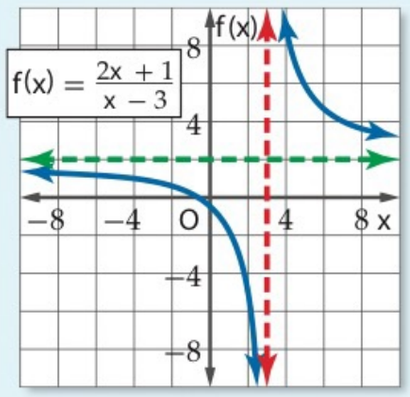


خطا التقارب الرأسي:

$x = -1, x = 1$

خط التقارب الأفقي:

$y = 0$



خط التقارب الرأسي:

$x = 3$

خط التقارب الأفقي:

$y = 2$

إرشادات للدراسة

مجال الدالّة النسبية

مجال الدالّة النسبية $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$ هي: جميع الأعداد الحقيقية باستثناء تلك الأعداد التي تجعل المقام صفرًا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
1443 - 2021

يمكنك استعمال خطوط التقارب لتسهيل تمثيل الدالّة النسبية بيانيًّا، كما يمكنك استعمالها لتوضيح عدد الأجزاء التي ينقسم إليها التمثيل البياني للدالّة، فإذا كان هناك خط تقارب رأسي واحد، فإن التمثيل ينقسم إلى فرعين، أما إذا كان هناك خطَّا تقارب فإنه ينقسم إلى ثلاثة أفرع.

مثال

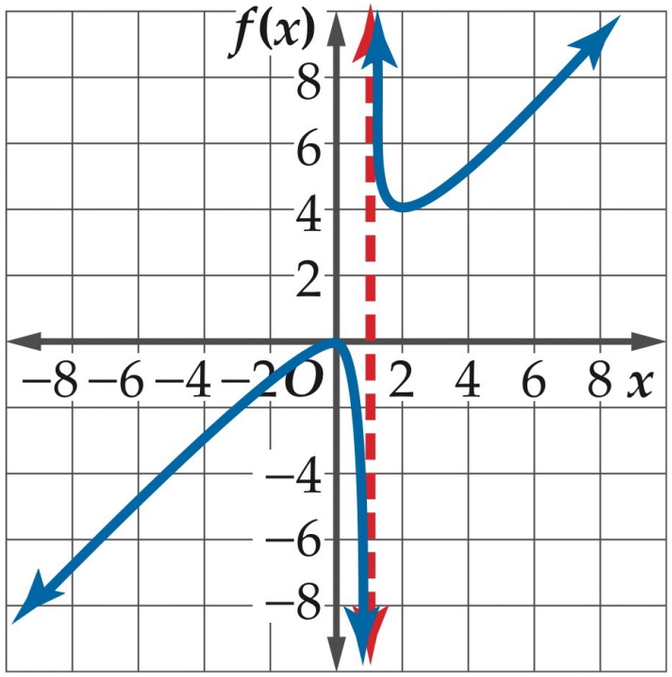
التمثيل البياني لدالّة نسبية ليس لها خط تقارب أفقي

مثِّل الدالّة $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ بيانيًّا.

تحديد خطوط التقارب والمجال

x	$f(x)$
−3	−2.25
−2	−1.33
−1	−0.5
0	0
0.5	−0.5
1.5	4.5
2	4
3	4.5

إنشاء جدول قيم والرسم



تحديد الأصفار

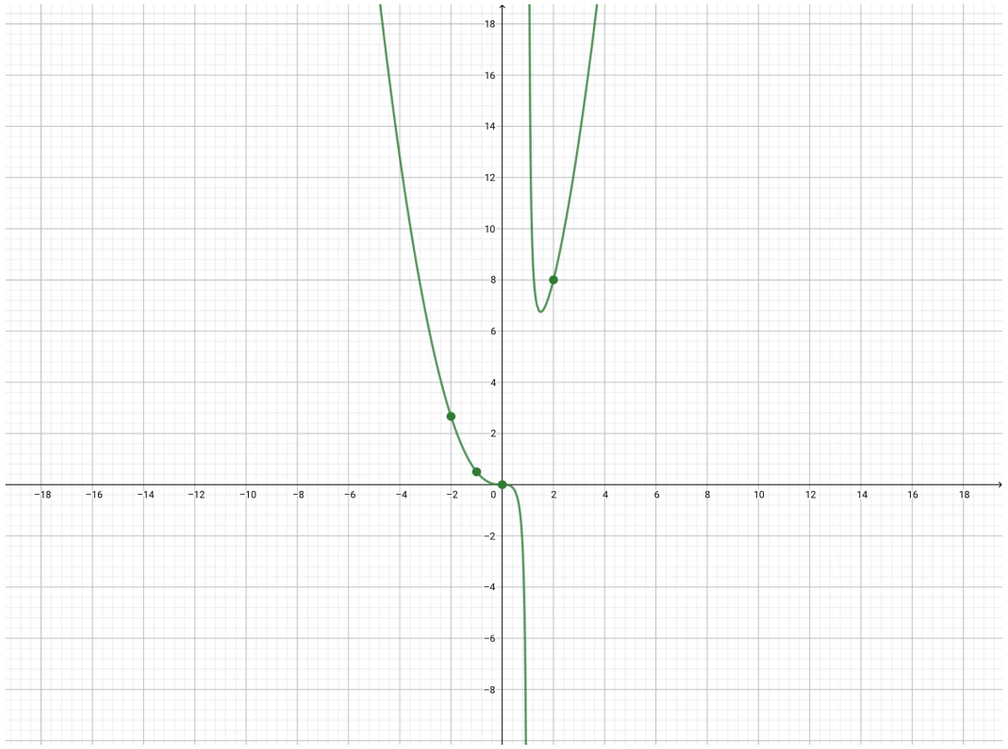
تحقق من فهمك

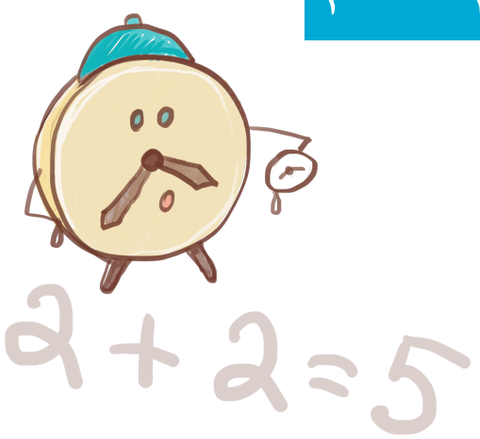
1) $f(x) = \dfrac{x^3}{x-1}$.

تحديد خطوط التقارب والمجال

تحديد الأصفار

إنشاء جدول قيم الرسم

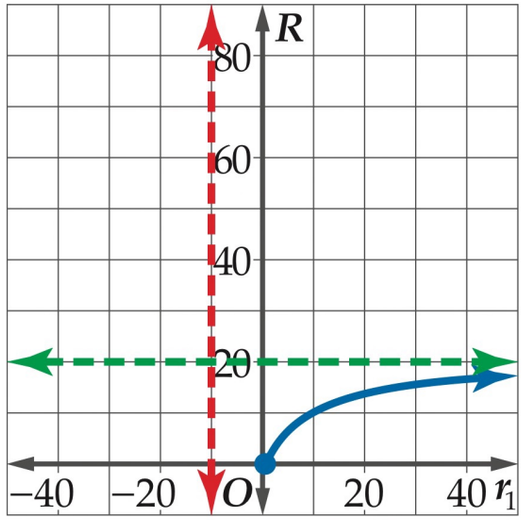




مثال

استعمال التمثيل البياني للدوالّ النسبية

متوسط السرعة : يسير قارب خفر سواحل عكس اتجاه الموج بسرعة مقدارها r_1 mi/h. وخلال عودته إلى نقطة الانطلاق سار القارب في اتجاه الموج بسرعة مقدارها r_2 mi/h. ويُعطى مقدار متوسط سرعة القارب خلال رحلة الذهاب والعودة بالصيغة $R = \frac{2r_1r_2}{r_1 + r_2}$.

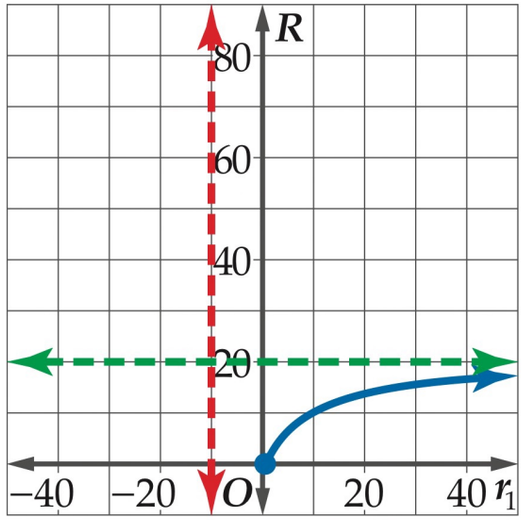


a) إذا كان r_1 هو المتغيِّر المستقل، و R هو المتغيِّر التابع، فمثِّل الصيغة بيانيًّا عندما $r_2 = 10$ mi/h .

مثال

استعمال التمثيل البياني للدوالّ النسبية

متوسط السرعة : يسير قارب خفر سواحل عكس اتجاه الموج بسرعة مقدارها r_1 mi/h. وخلال عودته إلى نقطة الانطلاق سار القارب في اتجاه الموج بسرعة مقدارها r_2 mi/h. ويُعطى مقدار متوسط سرعة القارب خلال رحلة الذهاب والعودة بالصيغة $R = \frac{2r_1r_2}{r_1 + r_2}$.

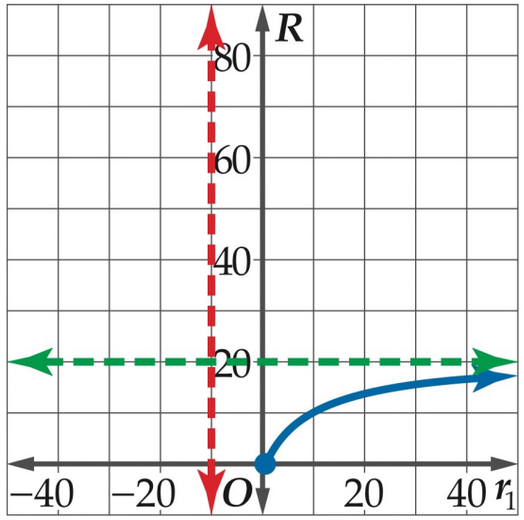


b) ما مقطع المحور R للتمثيل البياني؟

مثال

استعمال التمثيل البياني للدوالّ النسبية

متوسط السرعة : يسير قارب خفر سواحل عكس اتجاه الموج بسرعة مقدارها r_1 mi/h. وخلال عودته إلى نقطة الانطلاق سار القارب في اتجاه الموج بسرعة مقدارها r_2 mi/h. ويُعطى مقدار متوسط سرعة القارب خلال رحلة الذهاب والعودة بالصيغة $R = \frac{2r_1r_2}{r_1 + r_2}$.



c) ما قيم المجال والمدى المنطقية في سياق المسألة؟

نقطة الانفصال: يوجد في بعض الأحيان **نقط انفصال** في التمثيل البياني للدالّة النسبية، وتظهر هذه النقط على شكل فجوات في التمثيل البياني للدالّة؛ لأن الدالّة تكون غير معرّفة عند تلك النقاط ومُعرفةً حولها.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

نقطة الانفصال

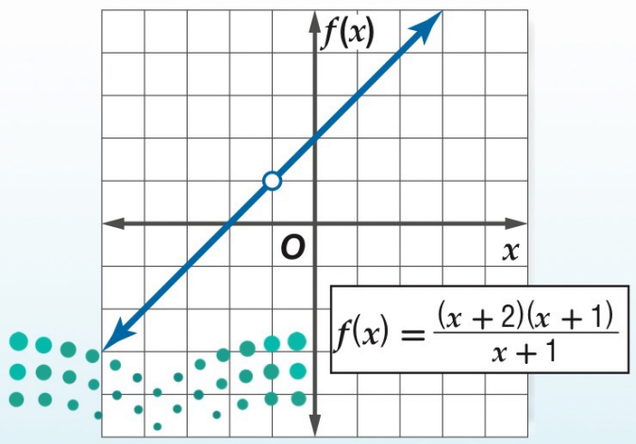
التعبير اللفظي: إذا كانت $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، حيث $b(x) \neq 0$، وكان $x - c$ عاملًا مشتركًا بين $a(x)$ و $b(x)$، فإنه توجد نقطة انفصال عندما $x = c$.

مثال:

$$f(x) = \frac{(x+2)(x+1)}{x+1}$$
$$= x + 2 , \quad x \neq -1$$

نقطة الانفصال هي:

$$(-1, f(-1)) = (-1, 1)$$

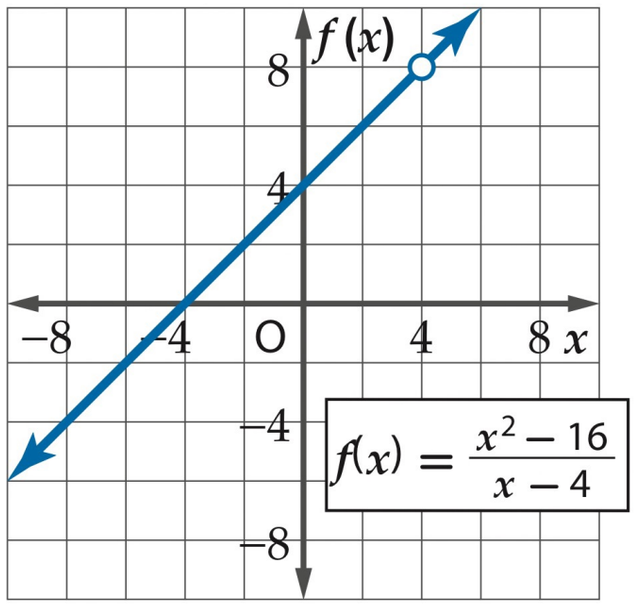


وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مثال

التمثيل البياني لدالّة تتضمن نقطة انفصال

مثِّل الدالّة $f(x) = \dfrac{x^2 - 16}{x - 4}$ بيانيًّا .



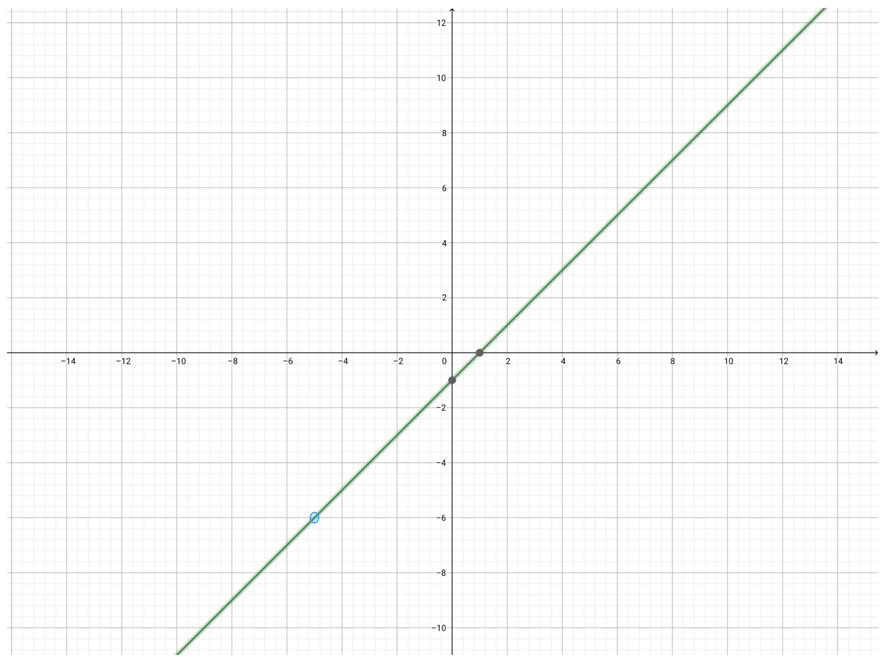
تنبيه !

فجوات التمثيل البياني

تذكر أن وجود عامل مشترك بين البسِّط والمقام يدل على وجود فجوة في التمثيل البياني للدالّة.

تحقق من فهمك

3A) $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x - 5}{x + 5}$

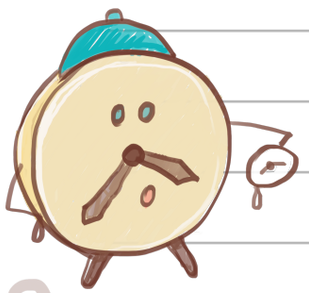


تحقق من فهمك

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}{x^2 - 9}$$ **(3B**

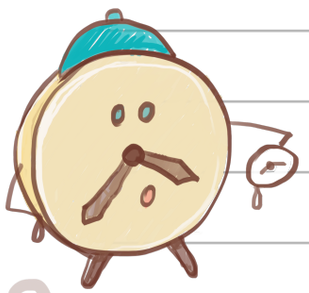
تأکید

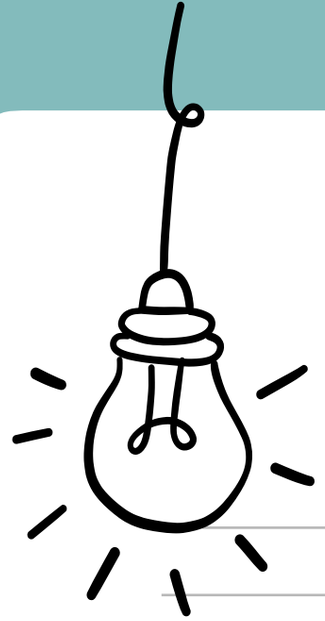
$$f(x) = \frac{x^2}{x+2}$$ **(2**



تأکید

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$$ **(4**





تدرب

تدريب على اختبار

30) يريد عليٌّ أن يختار كتابين معًا من بين 6 كتب مختلفة. بكم طريقة يمكنه القيام بذلك؟

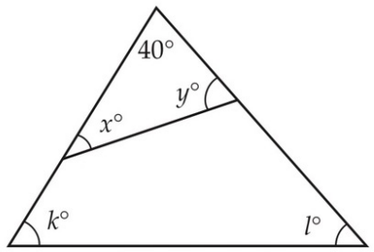
A 48

B 18

C 15

D 12

31) هندسة: في الشكل المجاور، ما قيمة $x + y + k + l$ ؟

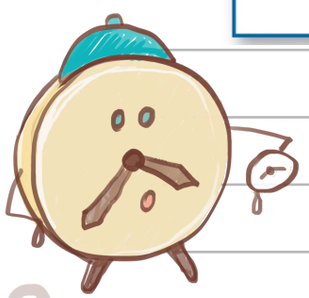


A 140

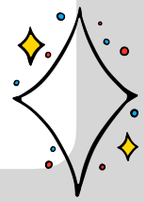
B 280

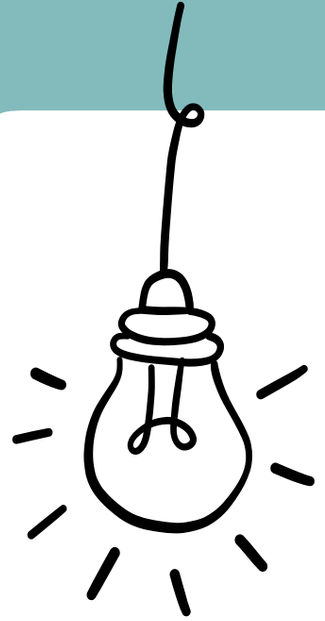
C 320

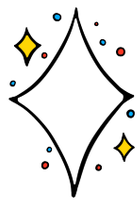
D 360



2+2=5







تحصيلي

للدالة $f(x)=\frac{2x^2}{3x^2-2}$ خط تقارب أفقي هو ..

Ⓐ $x=\frac{2}{3}$

Ⓑ $y=\frac{2}{3}$

Ⓒ $y=-1$

Ⓓ $y=0$