

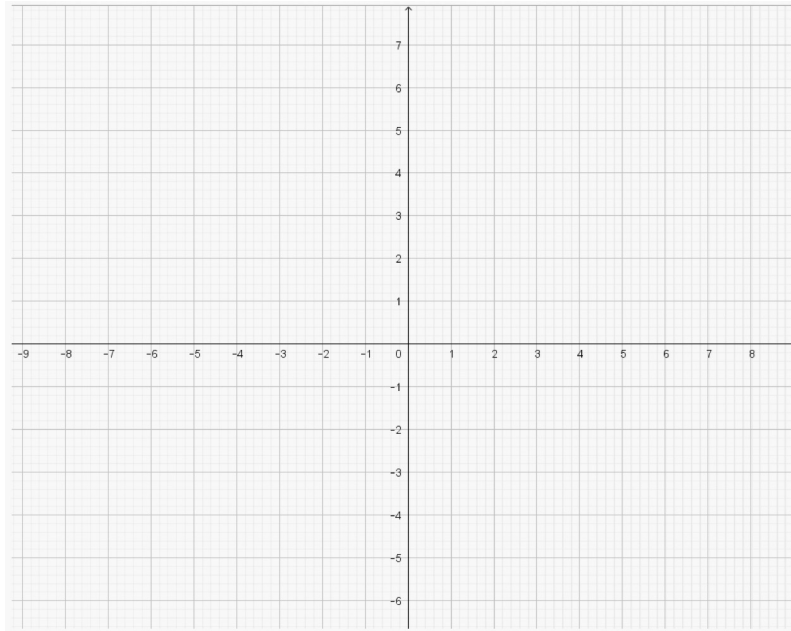
المتابعات بوصفها دوال



تهيئة المتابعات والمتسلسلات

مثّل كلّاً من الدوالّ الآتية بيانيّاً

$$\{(1, 3), (2, 5), (3, 7), (4, 9), (5, 11)\}$$



حلّ كلّاً من المعادلات الآتية:

$$-6 = 7x + 78$$

$$768 = 3x^4$$

أوجد قيمة كلّ من العبارات الآتية عند قيم المتغيّرات

$$x = -2, y = \frac{1}{3}, z = 5 \text{ إذا كان } x \cdot y^z + 1$$

$$a = 9, b = -2, c = -8 \text{ إذا كان } \frac{a}{3}(b + c)$$

قدرات

إذا كان مجموع ثلاث أعداد متساوية $\frac{7}{9}$ فإن
أحد هذه الأعداد يساوي

$$\frac{9}{6} / \text{د}$$

$$\frac{6}{3} / \text{ج}$$

$$\frac{3}{9} / \text{ب}$$

$$\frac{2}{9} / \text{أ}$$



المفردات:

المتتابعة

sequence

الحدّ

term

المتتابعة المنتهية

finite sequence

المتتابعة غير المنتهية

infinite sequence

المتتابعة الحسابية

arithmetic sequence

أساس المتتابعة الحسابية

(الفرق المشترك)

common difference

المتتابعة الهندسية

geometric sequence

أساس المتتابعة الهندسية

(النسبة المشتركة)

common ratio

فيما سبق:

درست الدوال الخطية

والدوال الأسية.

(مهاراة سابقة)

والآن:

■ أتعرف المتتابعة

الحسابية باعتبارها دالة

خطية.

■ أتعرف المتتابعة

الهندسية باعتبارها دالة

أسية.

لماذا



خلال أحد المهرجانات الكشفية، دخل المشاركون إلى الملعب في صفوف، بحيث كان عدد الأفراد في كل صفٍّ كما يأتي: مشارك واحد في الصف الأول، وثلاثة في الصف الثاني، وخمسة في الصف الثالث، وهكذا تستمر أعداد المشاركون على هذا النمط.



المتتابعات الحسابية : المتتابعة مجموعة من الأعداد مرتبة في نمطٍ محدّدٍ أو ترتيب معين، ويُسمّى كلُّ عدد في المتتابعة حدًّا.

ويمكن للمتتابعة أن تكون **منتهية** أي لها عدد محدّد من الحدود مثل: $6, 4, 2, 0, -2$ ، أو **غير منتهية**، حيث تستمر إلى ما لا نهاية مثل $0, 1, 2, 3, \dots$. ويُرمز للحدّ الأول في المتتابعة بالرمز a_1 ، وللحدّ الثاني بالرمز a_2 ، وهكذا.

مفهوم أساسي

المتتابعات بوصفها دوالّ

أضف إلى

مطويتك

التعبير اللفظي: المتتابعة دالة مجالها مجموعة الأعداد الطبيعية أو مجموعة جزئية منها، ومداهها مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.

الرموز: عناصر المجال: $1 \ 2 \ 3 \ \dots \ n$ ترتيب الحدّ

عناصر المدى: $a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_n$ حدود المتتابعة

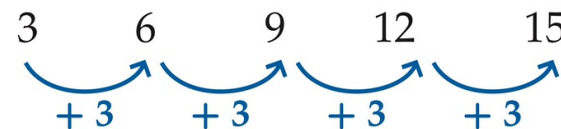
أمثلة: متتابعة منتهية متتابعة غير منتهية

$3, 6, 9, 12, 15$ $3, 6, 9, 12, 15, \dots$

المجال: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ المجال: مجموعة الأعداد الطبيعية جميعها

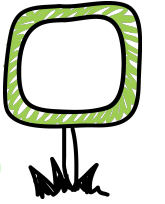
المدى: $\{3, 6, 9, 12, 15\}$ المدى: مجموعة المضاعفات الطبيعية للعدد 3

يُحدّد كلُّ حدّ في **المتتابعة الحسابية**، بإضافة قيمة ثابتة إلى الحدّ الذي يسبقه مباشرة. وتُسمّى القيمة الثابتة **الفرق المشترك** أو **الأساس**. فالمتتابعة: $3, 6, 9, 12, 15$ هي متتابعة حسابية؛ لأنّ لحدودها فرقاً مشتركاً (ثابتاً) حيث يزيد كلُّ حدّ على الحدّ الذي يسبقه بمقدار 3.



تحديد المتتابعة الحسابية

مثال

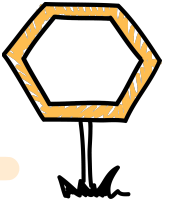


بيّن ما إذا كانت كلّ من المتابعتين الآتيتين حسابية أم لا:

$$5, -6, -17, -28, \dots \quad (a)$$

$$-4, 12, 28, 42, \dots \quad (b)$$

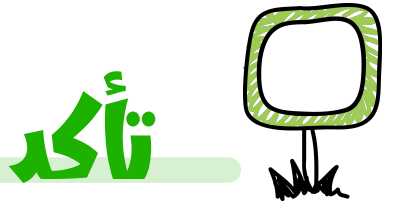
تحقق من فهمك



بيّن ما إذا كانت كلّ من المتابعتين الآتيتين حسابية أم لا:

$$7, 12, 16, 20, \dots \quad (1A)$$

$$-6, 3, 12, 21, \dots \quad (1B)$$



بين ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي متتابعة حسابية أم لا.

(1) $8, -2, -12, -22, \dots$

(2) $-19, -12, -5, 2, 9$

يمكنك استعمال أساس المتتابعة الحسابية لإيجاد حدودها.

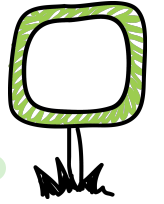
إرشادات للدراسة

أساس المتتابعة
الحسابية

هو الفرق بين كل حدين
متتاليين (الحد - سابقه)
ابتداءً من الحد الثاني .

تمثيل المتتابعة الحسابية بيانياً

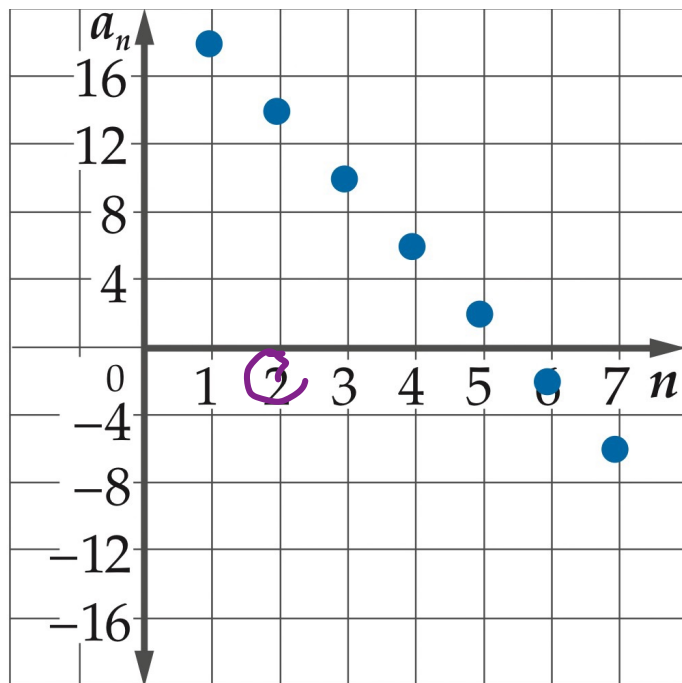
مثال



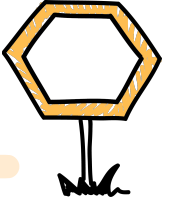
في المتتابعة الحسابية: $18, 14, 10, \dots$

(a) أوجد الحدود الأربعة التالية في هذه المتتابعة.

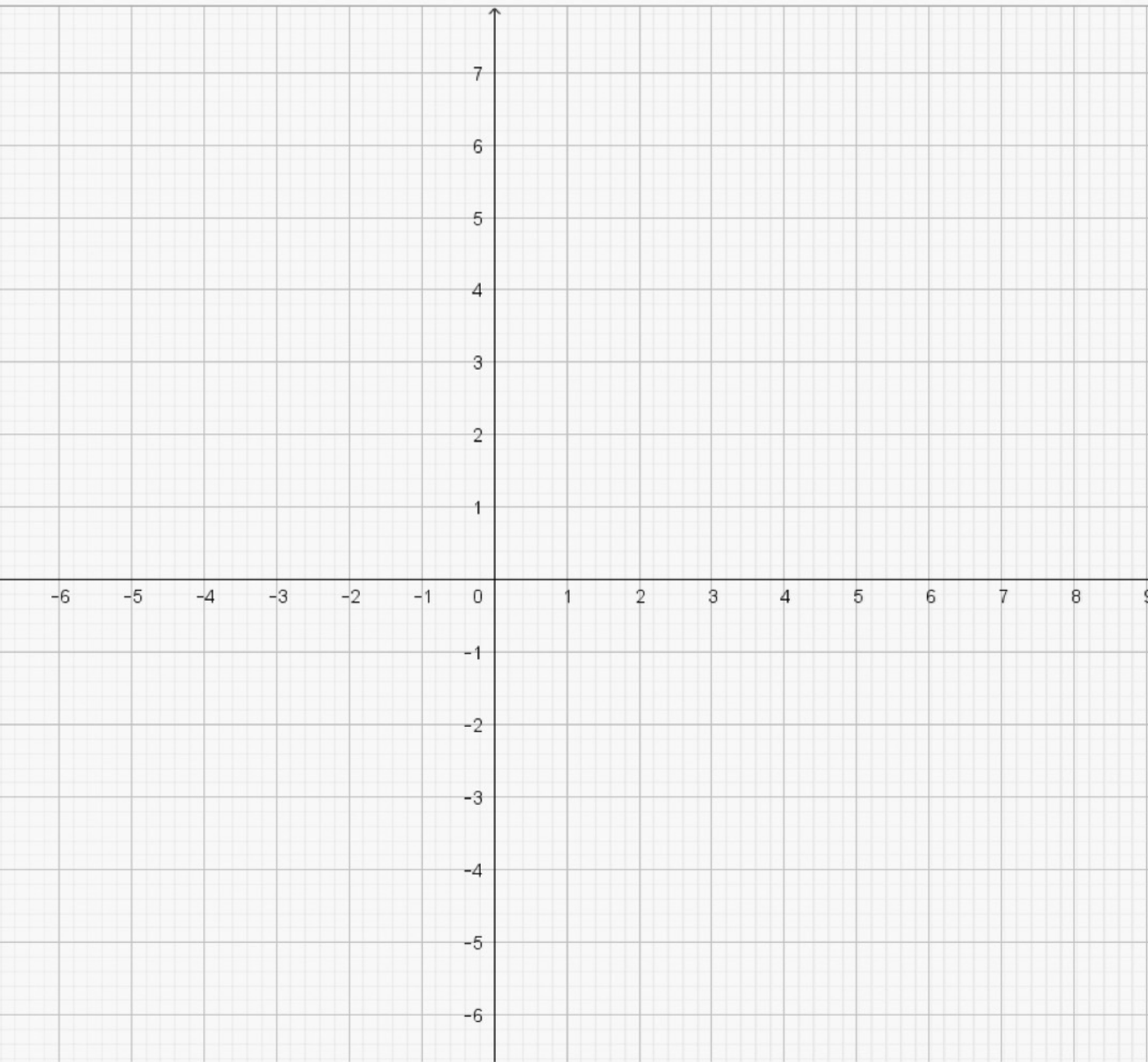
(b) مثل الحدود السبعة الأولى من المتتابعة بيانياً.

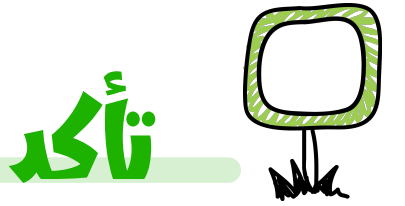


تحقق من فهمك



(2) أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة الحسابية $18, 11, 4, \dots$
ثم مثل الحدود السبعة الأولى بيانياً.





أوجد الحدود الأربعة التالية في كلٍّ من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين، ثمّ مثل الحدود السبعة الأولى بيانيّاً:

(3) $6, 18, 30, \dots$

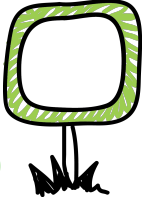
(4) $15, 6, -3, \dots$



لاحظ أن النقاط التي تُمثّل حدود المتابعة الحسابية تقع على مستقيم واحد، ممّا يعني أن المتابعة الحسابية هي دالة خطية مجالها أو متغيّرها المستقل هو رقم الحدّ n ، ومداها أو متغيّرها التابع هو الحدّ a_n ، والميل هو أساسها الذي هو الفرق الثابت.

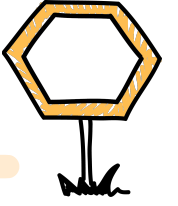
إيجاد حدود المتتابة الحسابية

مثال



المهرجانات الكشفية: بالعودة إلى بداية الدرس. أوجد عدد المشاركين الموجودين في الصف الرابع عشر.

تحقق من فهمك



(**نقود:** ادّخر عامل في يوم ما 20 ريالاً من أجره اليومي، فإذا علمت أنه يدّخر في كل يوم 5 ريالات زيادة
Ministry of Education
2021 - 1443
على اليوم السابق، فكم ريالاً يدّخر في اليوم الثاني عشر؟



المتتابة الهندسية : المتتابة الهندسية نوع آخر من المتتابعات، ويمكن الحصول على أي حد من حدودها بضرب الحد السابق له مباشرة في عدد ثابت يُسمى **أساس المتتابة الهندسية** أو **النسبة المشتركة** للمتتابة.

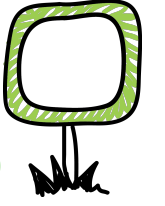
$$\frac{1}{16} \quad \frac{1}{4} \quad 1 \quad 4 \quad 16$$

$\times 4 \quad \times 4 \quad \times 4 \quad \times 4$

لاحظ أن المتتابة $\frac{1}{16}, \frac{1}{4}, 1, 4, 16$ متتابة هندسية؛ لأن النسبة بين كل حد والحد السابق له مباشرة هي نسبة ثابتة، أي أن كل حد في المتتابة هو 4 أمثال الحد السابق له مباشرة.

تحديد المتتابعة الهندسية

مثال



بيّن ما إذا كانت كلّ من المتابعتين الآتيتين هندسية أم لا:

$$(a) \quad -2, 6, -18, 54, \dots$$

$$(b) \quad 8, 16, 24, 32, \dots$$

تنبيه!

النسب

إذا وجدت نسبة أحد الحدود إلى الحدّ السابق له، فأوجد بقية النسب بالطريقة نفسها.

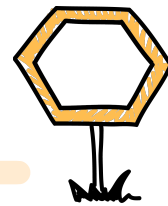
إرشادات للدراسة

أساس المتتابعة

الهندسية

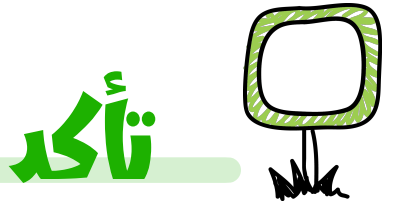
هو النسبة بين كل حدّين متتاليين، الحدّ ÷ سابقه ابتداءً من الحدّ الثاني.

تحقق من فهمك



$-8, 2, -0.5, 0.125, \dots$ (4A)

$1, 3, 7, 15, \dots$ (4B)



بين ما إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي متتابعة هندسية أم لا:

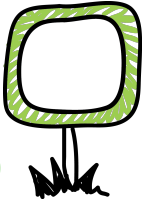
(6) $4, 12, 36, 108, \dots$

(7) $7, 14, 21, 28, \dots$

يمكنك استعمال أساس المتتابعة الهندسية (النسبة المشتركة) لإيجاد حدود أخرى من حدود المتتابعة.

تمثيل المتتابعة الهندسية بيانياً

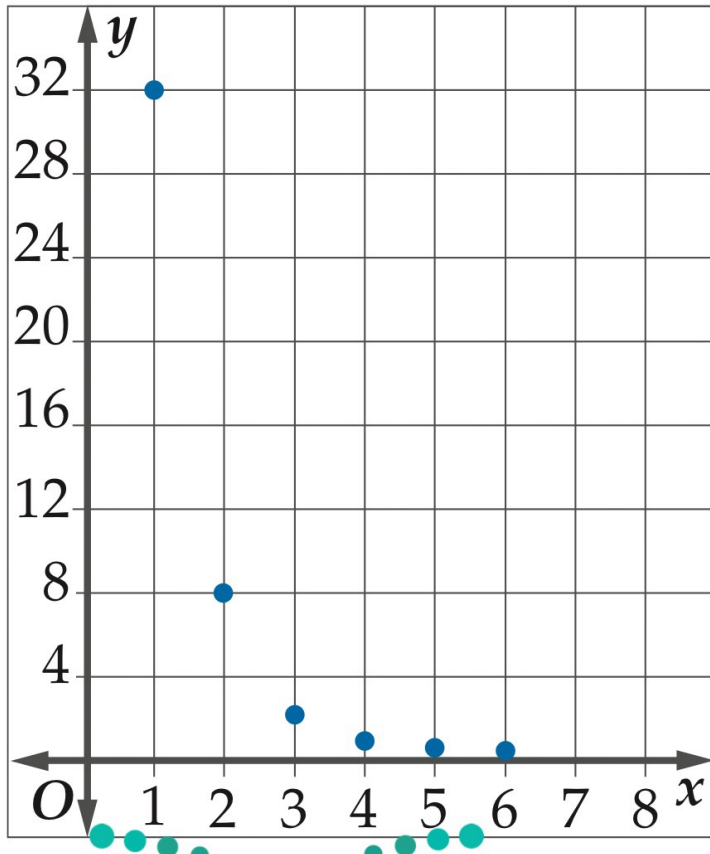
مثال



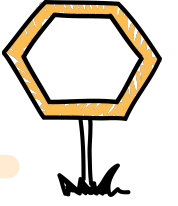
المتتابعة: $32, 8, 2, \dots$ متتابعة هندسية.

(a) أوجد الحدود الثلاثة التالية في هذه المتتابعة.

(b) مثل الحدود الستة الأولى في المتتابعة بيانياً.

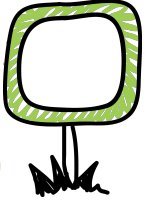


تحقق من فهمك



(5) أوجد الحدّين التاليين في المتتابة الهندسية: ... , 63, 21, 7 ، ثم مثل الحدود الخمسة الأولى بيانياً.

تأكد



أوجد الحدود الثلاثة التالية في كلٍّ من المتتابعات الهندسية الآتية، ثمّ مثل الحدود السبعة الأولى بيانياً:

$$250, 50, 10, 2, \dots \quad (8)$$

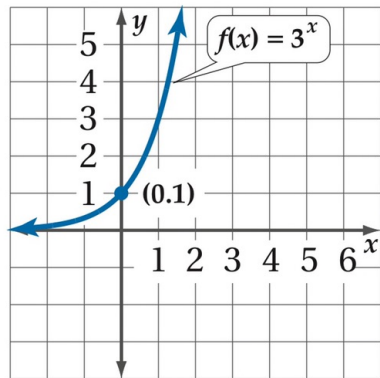
$$9, -3, 1, -\frac{1}{3}, \dots \quad (9)$$



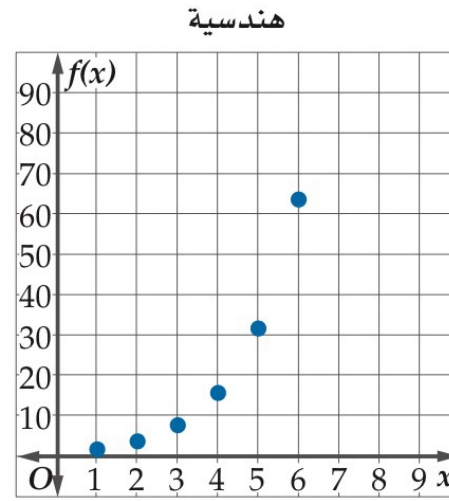
إرشادات للدراسة

الدالة الأسية

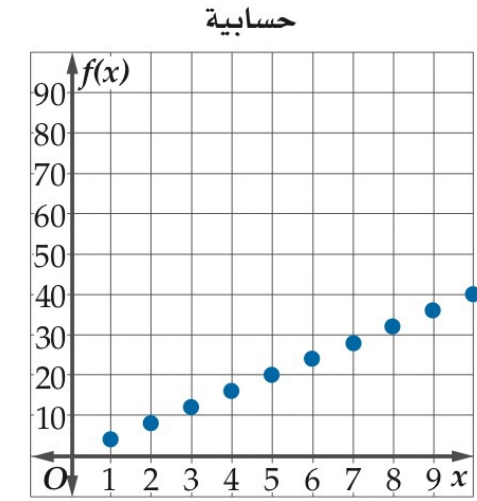
هي الدالة التي تكون على الصورة $f(x) = b^x$ ، حيث $b > 0$ ، $b \neq 1$ ، وهي متصلة ومتباينة، ومجالها مجموعة الأعداد الحقيقية، ومداها مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة، ولها خط تقارب أفقي هو المحور x ، ويمر منحنها بالنقطة $(0, 1)$ دائماً، فمثلاً $f(x) = 3^x$ دالة أسية تمثيلها البياني هو



تفحص الشكل في المثال 5. تلاحظ أن التمثيل البياني للمتتابعة الهندسية أسّي وليس خطياً كما في المتتابعة الحسابية، وبالتالي فإنه يمكن تمثيل المتتابعة الهندسية بوصفها دالة أسية في الصورة $f(x) = r^x$ ، حيث r أساس المتتابعة الهندسية، و $r > 0$ و $r \neq 1$



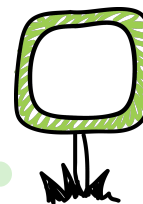
x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	2	4	8	16	32	64



x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

ويمكنك استعمال خصائص المتتابعات الحسابية والمتتابعات الهندسية في تصنيف المتتابعات.

تصنيف المتتابعات



مثال

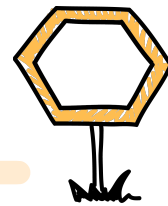
حدّد نوع المتتابعة في كلّ مما يأتي، هل هي حسابية، أم هندسية، أم غير ذلك. ووضّح إجابتك:

(a) $16, 24, 36, 54, \dots$

(b) $1, 4, 9, 16, \dots$

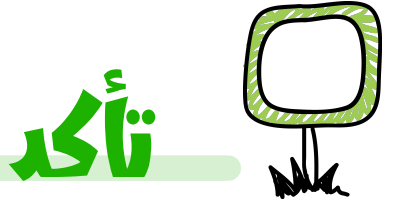
(c) $23, 17, 11, 5, \dots$

تحقق من فهمك



$$\frac{5}{3}, 2, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \dots \quad (6A)$$

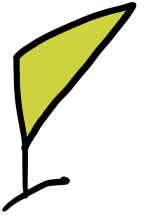
$$2, -\frac{3}{2}, \frac{9}{8}, -\frac{27}{32}, \dots \quad (6B)$$



حدد نوع المتتابعة في كل مما يأتي، هل هي حسابية، أم هندسية، أم غير ذلك. ووضح إجابتك:

$$(10) \quad 5, 1, 7, 3, 9, \dots$$

$$(11) \quad 200, -100, 50, -25, \dots$$



(35) **تحدّ:** إذا كان مجموع ثلاثة حدود متتالية في متتابعة حسابية يساوي 6، وحاصل ضربها يساوي -42، فما هذه الحدود؟

تدريب على اختبار

(39) **إجابة قصيرة:** صالة مستطيلة الشكل بُعْدَاها 13 مترًا، و11 مترًا. أردنا وضع سجادة تغطّيها كاملة، فأوجد سعر السجادة إذا كان سعر المتر المربع الواحد منها 60 ريالًا.

(40) ما الحدّ التالي في المتتابعة الهندسية التالية:

$$8, 6, \frac{9}{2}, \frac{27}{8}, \dots$$

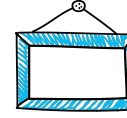
C $\frac{9}{4}$

D $\frac{81}{32}$

A $\frac{11}{8}$

B $\frac{27}{16}$

تخصيبي



إذا كانت قيمة السهم عند الاكتتاب لإحدى الشركات 90 ريالاً، وبعد ثلاثة أشهر من تاريخ الاكتتاب أصبحت قيمة السهم 96 ريالاً، فإذا افترضنا أن قيمة السهم على شكل متابعة حسابية شهرية؛ فإن القيمة المتوقعة للسهم بالريال بعد سبعة أشهر من تاريخ الاكتتاب ..

100 (A)

102 (B)

104 (C)

106 (D)