

امتحانات و امتسلاات الهندسية



المفردات:

الأوساط الهندسية

geometric means

المتسلسلة الهندسية

geometric series

فيما سبق:

درست تمييز المتتابعة
الهندسية. (الدرس 1-2)

والآن:

- أجد حدود متتابعة هندسية، وحدّها النوني.
- أجد أوساطاً هندسية.
- أجد مجموع حدود متسلسلة هندسية منتهية.

● قدرات

أوجد حجم مكعب طول قطره أحد أوجهه ٤ سم

$$16 / \text{أ} \quad 22 / \text{ب} \quad 8 / \text{ج} \quad 16 / \text{د} \quad \sqrt{2}$$

ماذا



خلال بحثه في الإنترنت، وجد "أحمد" موضوعًا عن العلاج بالأعشاب، فقام بإرساله إلى خمسة من أصدقائه عن طريق البريد الإلكتروني، ومن ثم قام كل واحد منهم بإرسال الموضوع إلى خمسة أصدقاء آخرين، وهكذا قام كل من استلم البريد بإرساله إلى خمسة أصدقاء جدد. إذا استمر إرسال الموضوع بهذا النمط، فما عدد الأشخاص الذين سيصلهم هذا الموضوع في المرحلة الثامنة؟

المتتابعات الهندسية: كما هو الحال في المتتابعات الحسابية، فإن للمتتابعات الهندسية صيغة للحدّ النوني تُستعمل لإيجاد قيمة أيّ حدّ من حدودها.

أضف إلى

مطوّبتك

مفهوم أساسي

الحدّ النوني في المتتابعة الهندسية

تُستعمل الصيغة الآتية للتعبير عن الحدّ النوني في متتابعة هندسية حدّها الأول a_1 ،
وأساسها r ، حيث n عدد طبيعي:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

إيجاد الحدّ النوني في متتابعة هندسية

مثال

بريد إلكتروني: في المسألة الواردة في فقرة "لماذا؟"، ما عدد رسائل البريد الإلكتروني المرسلة في المرحلة الثامنة؟

تحقق من فهمك

(1) **أمطار:** في أثناء هطول الأمطار ونزولها من أعلى تلةٍ إلى أحد الوديان، صنعت الأمطار مجرى لها في الوادي طوله 40 in ، إذا كان هذا المجرى يتسع كل يوم ثلاثة أمثال اليوم السابق له، فكم سيبلغ اتساع المجرى في اليوم الخامس في حالة استمرار هطول الأمطار بهذا المنوال؟

وزارة التعليم
Ministry of Education

1 1 / 1 2

كتابة صيغة الحد النوني لمتتابة الهندسية

اكتب صيغة الحدّ النوني لكل من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين:

مثال



$0.5, 2, 8, 32, \dots$ (a

كتابة صيغة الحد النوني لمتتابة الهندسية

اكتب صيغة الحدّ النوني لكل من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين:

مثال



$$a_4 = 5, r = 6 \text{ (b)}$$

تحقق من فهمك 

$-0.25, 2, -16, 128, \dots$ (2A

تحقق من فهمك ☒

$$a_3 = 16, r = 4 \quad \mathbf{(2B)}$$

وكما في الأوساط الحسابية، فإن **الأوساط الهندسية** هي الحدود الواقعة بين حدّين غير متتاليين في متتابعة هندسية، ويمكنك استعمال أساس المتتابعة الهندسية لإيجاد الأوساط الهندسية.

إرشادات للدراسة

أساس المتتابعة الهندسية

يمكن بسهولة استنتاج
قاعدة تساعد على إيجاد
أساس المتتابعة الهندسية
(r) إذا عُلم حدّان من

حدودها a_n , a_m

$$r^{n-m} = \frac{a_n}{a_m}$$

إيجاد الأوساط الهندسية

مثال



أوجد ثلاثة أوساط هندسية بين العددين 2, 1250

تحقق من فهمك

3) أوجد أربعة أوساط هندسية بين العددين 0.5, 512

المتسلسلات الهندسية: يمكنك الحصول على **المتسلسلة الهندسية** بوضع إشارة الجمع (+) بين حدود المتتابعة الهندسية. ويُرمز لمجموع أول n حدًا في المتسلسلة بالرمز S_n . ويمكنك إيجادها باستعمال أيٍّ من الصيغتين الآتيتين:

أضف إلى مطوبتك	المجموع الجزئي في متسلسلة هندسية		مفهوم أساسي
مجموع أول n حدًا من المتسلسلة S_n		المعطيات	القانون (المعادلة)
$S_n = \frac{a_1 (1 - r^n)}{1 - r}, r \neq 1$		a_1, n, r	بالصيغة العامة
$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, r \neq 1$		a_1, a_n, r	بالصيغة البديلة

إيجاد مجموع متسلسلة هندسية

مثال

بريد إلكتروني: بالعودة إلى المسألة الواردة في فقرة "لماذا؟"، إذا استمر النمط، فما مجموع رسائل البريد الإلكتروني المُرسلة حتى نهاية المرحلة الثامنة؟

تحقق من فهمك



(4) **بكتيريا:** ينمو أحد أنواع البكتيريا في وسط غذائي، بحيث ينقسم إلى جزأين ثم إلى أربعة، ثم إلى ثمانية وهكذا. إذا بدأ مجتمع هذا النوع من البكتيريا بعدد 10، فما مجموع البكتيريا فيه بعد 8 انقسامات؟

المجموع باستعمال رمز المجموع

مثال

أوجد مجموع حدود المتسلسلة $\sum_{k=3}^{10} 4(2)^k - 1$

تحقق من فهمك

$$\sum_{k=2}^9 \frac{2}{3} \cdot 4^k - 1 \quad \textbf{(5B)}$$

$$\sum_{k=4}^{12} \frac{1}{4} \cdot 3^{k-1} \quad \textbf{(5A)}$$

إيجاد الحدّ الأول في المتسلسلة الهندسية

مثال



أوجد a_1 في المتسلسلة الهندسية التي فيها $S_n = 13116$, $n = 7$, $r = 3$

تحقق من فهمك

(6) أوجد a_1 في المتسلسلة الهندسية التي فيها $r = -3$, $n = 8$, $S_n = -26240$



(1) **فيروسات:** اخترق فيروس حاسوبًا، فأُتلف أحد ملفاته، فإذا كانت الملفات التي يُتلفها الفيروس تتضاعف كلَّ دقيقة، فما مجموع الملفات التي سيُتلفها الفيروس بعد 15 دقيقة، إذا لم تتم السيطرة عليه؟

ମା

0.25, ?, ?, ?, 64 (5

$$S_n = 85\frac{5}{16}, r = 4, n = 6 \quad \textbf{(10)}$$



$$\sum_{k=1}^6 3(4)^k - 1 \quad \textbf{(8)}$$

تدريب على اختبار

(43) إذا كان الحد الأول في متسلسلة هندسية 5، وأساسها 2، ومجموعها 1275، فما عدد حدودها؟

- | | |
|---|---|
| 5 | A |
| 6 | B |
| 7 | C |
| 8 | D |

(44) إجابة قصيرة: عند أحمد مبلغ من المال، يصرف نصفه في الشهر الأول، ونصف المبلغ الباقي في الشهر الثاني وهكذا. إذا كان المبلغ الباقي بعد 4 أشهر هو 2000 ريال، فما المبلغ الأصلي؟

تَحْصِيلِي

أي التالي متتابعة هندسية حيث $a > 1$ ؟

① $2a, \frac{a}{2}, \frac{a}{4}, \dots$

② $a, a^2, a^3, a^4, \dots$

③ $a + 1, a^2 - 1, a - 1, a^2 + 1, \dots$

④ $a - 1, a + 1, a - 2, a + 2, \dots$