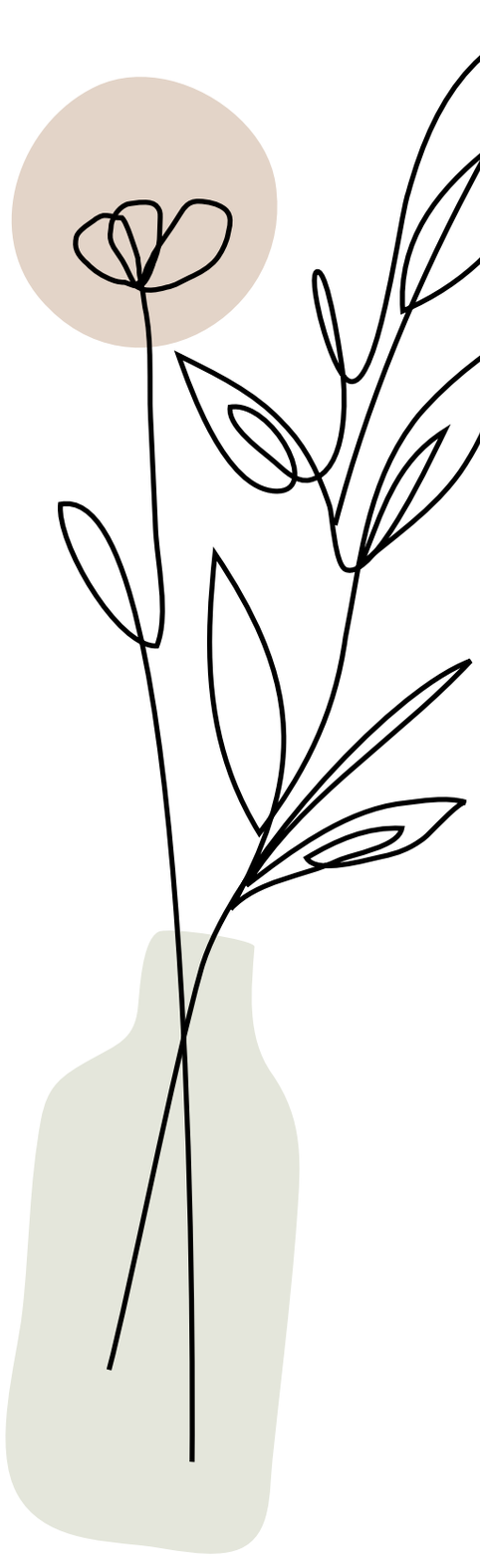


# ضرب العبارات النسبية و قسمتها

# قدرات

٣ مربعات النسب بين مساحتهم ٤ : ٣ : ٢ ,
لو كانت مساحة الأول ٢٤٠ , كم مجوع الاثنين الباقين

| | | | |
|---|---|---|---|
| ٣٠٠ | أ | ب | ١٥٠ |
| ١٨٠ | جـ | د | ١٢٠ |

## فيما سبق:

درست تحليل كثيرات الحدود. (مهارة سابقة)

## والآن:

- أتعرف العبارات النسبية.
- أبسّط عبارات نسبية.
- أبسّط كسورًا مركّبة.

## المفردات:

**العبارة النسبية**

rational expression

**الكسر المركّب**

complex fraction

## لماذا

يستطيع الغواصون الوصول إلى أعماق تزيد على 33 ft باستعمال أجهزة التنفس تحت الماء، وتعطي الدالّة النسبية $T(d) = \frac{1700}{d - 33}$ أكبر زمن يمكن للغواص قضاؤه في هذه الأعماق، بحيث يبقى قادرًا على الصعود إلى السطح بمعدل ثابت دون توقف، حيث $T(d)$ زمن الغوص بالدقائق، و $d$ العمق بالأقدام.

**تبسيط العبارات النسبية:** تُسمى النسبة بين كثيرتي حدود مثل: $\frac{1700}{d-33}$ **"عبارة نسبية"**.

**قراءة الرياضيات**

GCF

الرمز (GCF) يمثِّل اختصارًا لـ:

Greatest Common Factor

القاسم (العامل) المشترك الأكبر

بما أن المتغيِّرات في الجبر تمثِّل أعدادًا حقيقية في أغلب الأحيان، فإن العمليات على العبارات النسبية تشبه العمليات على الأعداد النسبية. وكما في تبسيط الكسور فإنه عند تبسيط العبارات النسبية يتم قسمة كلٍّ من البسط والمقام على القاسم المشترك الأكبر (GCF) لهما.

$$\frac{8}{12}=\frac{2\cdot\cancel{4}}{3\cdot\cancel{4}}=\frac{2}{3}$$

1 فوق $\cancel{4}$

1 تحت $\cancel{4}$

GCF = 4

$$\frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5}=\frac{(x-3)\cancel{(x-1)}}{(x-5)\cancel{(x-1)}}=\frac{x-3}{x-5}$$

1 فوق $\cancel{(x-1)}$

1 تحت $\cancel{(x-1)}$

GCF = $x-1$

مثال

## تبسيط عبارة نسبية

بسّط العبارة: $\frac{5x(x^2+4x+3)}{(x-6)(x^2-9)}$

# تحقق من فهمك

**(1A**

$$\frac{4y(y-3)(y+4)}{y(y^2-y-6)}$$

**(1B**

$$\frac{2z(z+5)(z^2+2z-8)}{(z-1)(z+5)(z-2)}$$

## تأکید

$$\frac{c+d}{3c^2-3d^2}$$ **(2**

# مثال

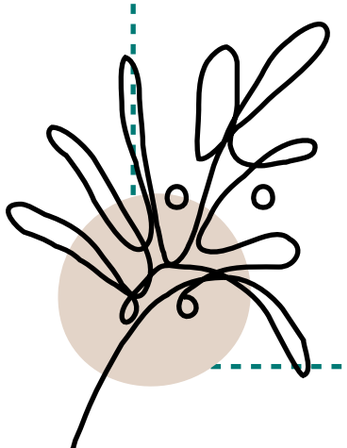
ما قيم $x$ التي تجعل العبارة $\frac{x^2(x^2-5x-14)}{4x(x^2+6x+8)}$ غير معرَّفة؟

**A** $-2, -4$ **B** $-2, 7$ **C** $0, -2, -4$ **D** $0, -4, 7$

**قراءة الرياضيات**

**قيم $x$ التي تجعل العبارة غير معرَّفة**

لإيجاد قيم $x$ التي تكون العبارة عندها غير معرَّفة، استعمل العبارة المعطاة قبل تبسيطها.



# تحقق من فهمك

**2)** ما قيم $x$ التي تجعل العبارة $\frac{x(x^2+8x+12)}{-6(x^2-3x-10)}$ غير معرَّفة؟

**A** $5, 0$ **B** $5, -2$ **C** $0, -2$ **D** $5, -6$

## تأكد

**3) اختيار من متعدد:** حدِّد قيم $x$ التي تجعل العبارة $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$ غير معرَّفة.

**A** $-7, 4$ **B** $4, 7$ **C** $-7, 4, 7$ **D** $-4, 7$

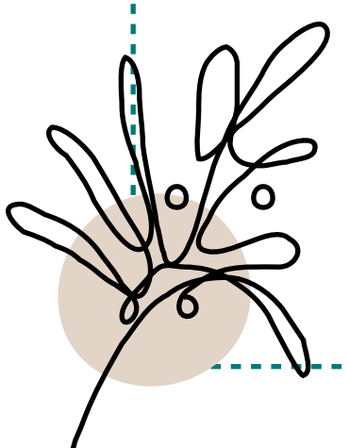
مثال

في بعض الأحيان، يمكنك إخراج العدد 1- كعامل مشترك من البسط أو المقام للمساعدة في تبسيط العبارة النسبية.

## تبسيط عبارة نسبية بإخراج 1– كعامل مشترك

بسِّط كلَّ عبارة ممَّا يأتي:

(a $\dfrac{(4w^2 - 3wy)(w + y)}{(3y - 4w)(5w + y)}$

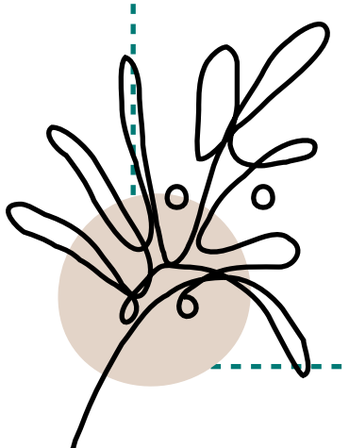


مثال

في بعض الأحيان، يمكنك إخراج العدد 1- كعامل مشترك من البسط أو المقام للمساعدة في تبسيط العبارة النسبية.

## تبسيط عبارة نسبية بإخراج 1– كعامل مشترك

(b $\dfrac{x^3 - y^3}{y - x}$

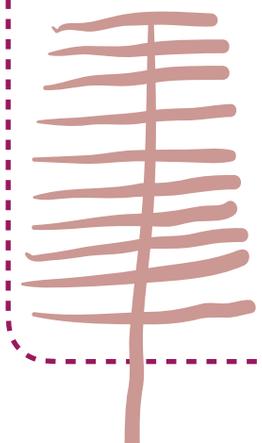


## تحقق من فهمك

**(3A** $\dfrac{(xz - 4z)}{z^2(4 - x)}$

## تحقق من فهمك

**(3B** $\dfrac{8a^3 - b^3}{b - 2a}$



تستعمل طريقة ضرب الكسور أو قسمتها في ضرب العبارات النسبية أو قسمتها؛ فعندما تضرب كسرين فإنك تضرب البسط في البسط والمقام في المقام. أما عند قسمة كسرين، فإنك تضرب المقسوم في مقلوب المقسوم عليه، أو تضرب المقسوم في النظير الضربي للمقسوم عليه.

والجدول الآتي يلخصُ قواعد ضرب العبارات النسبية وقسمتها:

## مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

### ضرب العبارات النسبية

**التعبير اللفظي:** لضرب عبارتين نسبيتين، اضرب البسط في البسط والمقام في المقام.

**الرموز:** إذا كانت $\frac{a}{b}$ , $\frac{c}{d}$ عبارتين نسبيتين، حيث $b \neq 0, d \neq 0$، فإنَّ $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

**مثال:**
$$\frac{2}{9} \cdot \frac{15}{4} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot 5}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot 3 \cdot \underset{1}{\cancel{2}} \cdot 2} = \frac{5}{3 \cdot 2} = \frac{5}{6}$$

### قسمة العبارات النسبية

**التعبير اللفظي:** لقسمة عبارة نسبية على أخرى، اضرب المقسوم في مقلوب المقسوم عليه.

**الرموز:** إذا كانت $\frac{a}{b}$ , $\frac{c}{d}$ عبارتين نسبيتين، حيث $b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$، فإنَّ

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

**مثال:**
$$\frac{3}{5} \div \frac{6}{35} = \frac{3}{5} \cdot \frac{35}{6} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{5}} \cdot 7}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot 2 \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{7}{2}$$

## مثال

# ضرب عبارات نسبية وقسمتها

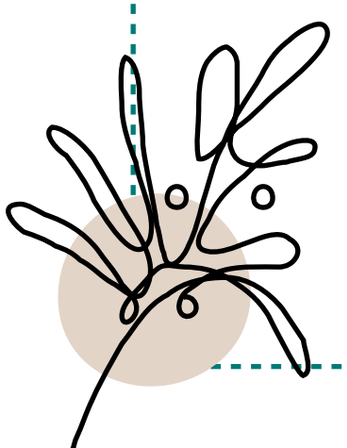
بسِّط كلَّ عبارة ممَّا يأتي:

a) $\frac{6c}{5d} \cdot \frac{15cd^2}{8a}$

**إرشادات للدراسة**

**العوامل المشتركة**

تأكد من اختصار العوامل المشتركة في كلٍّ من البسط والمقام.



# مثال

## ضرب عبارات نسبية وقسمتها

(b $\frac{18xy^3}{7a^2b^2} \div \frac{12x^2y}{35a^2b}$

**إرشادات للدراسة**

**العوامل المشتركة**

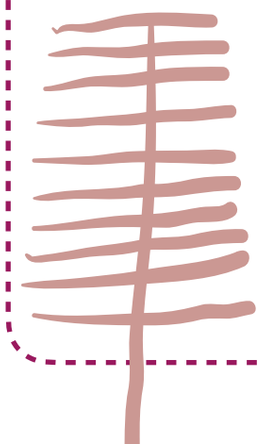
تأكد من اختصار العوامل المشتركة في كلٍّ من البسط والمقام.

## تحقق من فهمك

**(4A** $\frac{12c^3d^2}{21ab} \cdot \frac{14a^2b}{8c^2d}$

## تحقق من فهمك

$$\frac{12x^4y^2}{40a^4b^4} \div \frac{6x^2y^4}{16a^2x}$$ **(4D**



في بعض الأحيان عليك أن تحلّل البسط أو المقام أو كليهما قبل تبسيط ناتج ضرب عبارات نسبية أو قسمتها.

## مثال

### عبارات نسبية تتضمن كثيرات حدود في كلٍّ من بسطها ومقامها

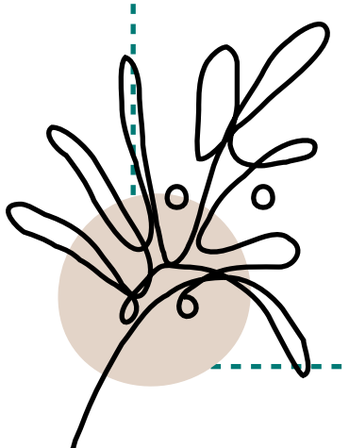
بسّط كلًّا من العبارتين الآتيتين:

(a $\dfrac{x^2-6x-16}{x^2-16x+64} \cdot \dfrac{x-8}{x^2+5x+6}$

**إرشادات للدراسة**

**تحليل كثيرات الحدود**

عند تبسيط عبارات نسبية قد تظهر عوامل إحدى كثيرتي الحدود في كثيرة الحدود الأخرى، ويتم اختصارها كما في المثال 5*a*.



في بعض الأحيان عليك أن تحلّل البسط أو المقام أو كليهما قبل تبسيط ناتج ضرب عبارات نسبية أو قسمتها.

## مثال

### عبارات نسبية تتضمن كثيرات حدود في كلٍّ من بسطها ومقامها

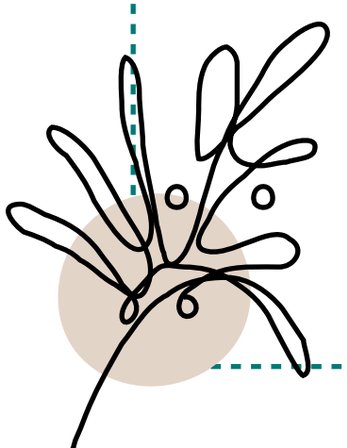
**(b**

$$\frac{x^2-16}{12y+36} \div \frac{x^2-12x+32}{y^2-3y-18}$$

**إرشادات للدراسة**

**تحليل كثيرات الحدود**

عند تبسيط عبارات نسبية قد تظهر عوامل إحدى كثيرتي الحدود في كثيرة الحدود الأخرى، ويتم اختصارها كما في المثال 5a.



## تحقق من فهمك

**(5A** $\dfrac{8x-20}{x^2+2x-35} \cdot \dfrac{x^2-7x+10}{4x^2-16}$

## تحقق من فهمك

**(5B** $\dfrac{x^2 - 9x + 20}{x^2 + 10x + 21} \div \dfrac{x^2 - x - 12}{6x + 42}$

**تبسيط الكسور المركّبة:** **الكسر المركّب** يحوي بسطه ومقامه أو أحدهما كسورًا، والعبارات الآتية كسور مركّبة:

$$\frac{\frac{8}{x}}{x-2} \qquad \frac{\frac{x-3}{8}}{\frac{x-2}{x+4}} \qquad \frac{\frac{4}{a}+6}{\frac{12}{a}-3}$$

ولتبسيط كسر مركّب، اكتبه أولًا على صورة قسمة عبارتين.

## مثال

## تبسيط الكسور المركبة

بسّط كلًّا من العبارتين الآتيتين:

(a $\dfrac{\dfrac{a+b}{4}}{\dfrac{a^2+b^2}{4}}$

مثال

## تبسيط الكسور المركبة

بسّط كلًّا من العبارتين الآتيتين:

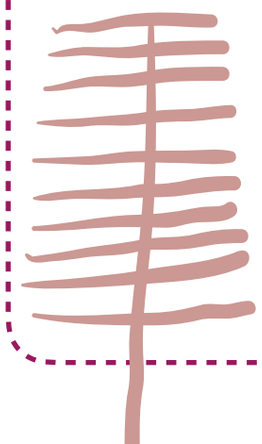
b) $\dfrac{\dfrac{x^2}{x^2-y^2}}{\dfrac{4x}{y-x}}$

## تحقق من فهمك

**(6A** $\dfrac{\dfrac{(x-2)^2}{2(x^2-5x+4)}}{\dfrac{x^2-4}{4x-10}}$

## تحقق من فهمك

$$\frac{\frac{x^2 - y^2}{y^2 - 49}}{\frac{y - x}{y + 7}}$$ **(6B**



**تأكد** بسِّط كلَّ عبارة ممَّا يأتي:

**(4** $\dfrac{y^2 + 3y - 40}{25 - y^2}$

## تأكد

بسِّط كلَّ عبارة ممَّا يأتي:

**7)** $\frac{27x^2y^4}{16yz^3} \cdot \frac{8z}{9xy^3}$

## تأكد

بسِّط كلَّ عبارة ممَّا يأتي:

**10)** $\dfrac{\dfrac{a^3b^3}{xy^4}}{\dfrac{a^2b}{x^2y}}$

# تدرب

**49) اكتشف الخطأ:** قام كلٌّ من علي ومحمد بتبسيط العبارة $\frac{x+y}{x-y} \div \frac{4}{y-x}$ . أيُّهما إجابته صحيحة؟ فسِّر إجابتك.

**علي**

$$\frac{x+y}{x-y} \div \frac{4}{y-x} = \frac{x-y}{x+y} \cdot \frac{4}{y-x}$$
$$= \frac{-4}{x+y}$$

**محمد**

$$\frac{x+y}{x-y} \div \frac{4}{y-x} = \frac{x+y}{x-y} \cdot \frac{y-x}{4}$$
$$= -\frac{x+y}{4}$$

# تحصيلي

العبارة $\frac{x}{(x-1)(x+2)}$ تكون غير معرّفة عندما $x$ تساوي ..

Ⓐ $1 ، 2$

Ⓑ $1 ، -2$

Ⓒ $-1 ، 2 ، 5$

Ⓓ $-1 ، 2$