مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

باتَ الحلُمُ قريباً

تحديد أنواع القطوع المخروطية

رياضيات ٥

إعداد : شيخة المرزوقي shikhah_math

تحديد أنواع القطوع المخروطية

فيما سبق:

- أحدد نوع القطوع المخروطية من معادلاتها.

والآن:

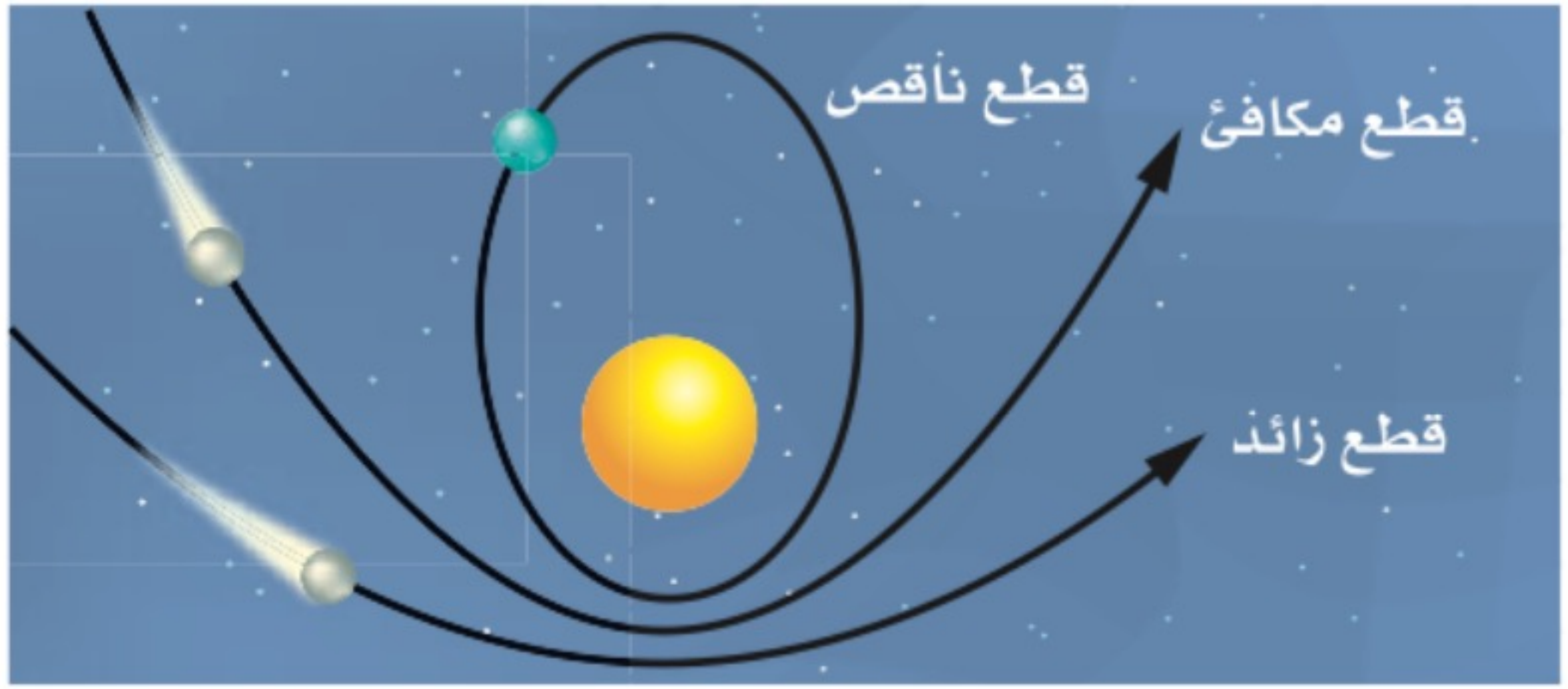
درستُ كتابة معادلات القطوع المخروطية على الصورة القياسية.

(الدروس من 1 – 4 إلى 3 – 4)

تحديد أنواع القطوع المخروطية

لمــاذا

تدور كواكب مجموعتنا الشمسية حول الشمس في مدارات على شكل قطع ناقص، في حين تنطلق المذنبات في مسارات قد تكون على شكل قطع مكافئ أو قطع ناقص أو قطع زائد، بحيث يمثِّل مركز الشمس بؤرة للقطع.



الصورة العامة لمعادلات القطوع المخروطية: يمكن كتابة معادلة أي قطع مخروطي على الصورة العامة: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$، على أن لا تساوي A, B, C جميعها أصفارًا. ويمكن تحويل هذه الصورة إلى الصور القياسية باستعمال طريقة إكمال المربع إذا كانت $B = 0$.

مثال١: كتابة المعادلة العامة للقطع المخروطي على الصورة القياسية

اكتب كلًّا من المعادلتين الآتيتين على الصورة القياسية، ثم حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله:

a) $16x^2 - 25y^2 - 128x - 144 = 0$

$16x^2 - 25y^2 - 128x - 144 = 0$	المعادلة الأصلية
$16(x^2 - 8x + 16) - 25y^2 = 144 + 16(16)$	حلّل وبسّط
$16(x-4)^2 - 25y^2 = 400$	مربع كامل
$\dfrac{(x-4)^2}{25} - \dfrac{y^2}{16} = 1$	اقسم كل حدّ على 400

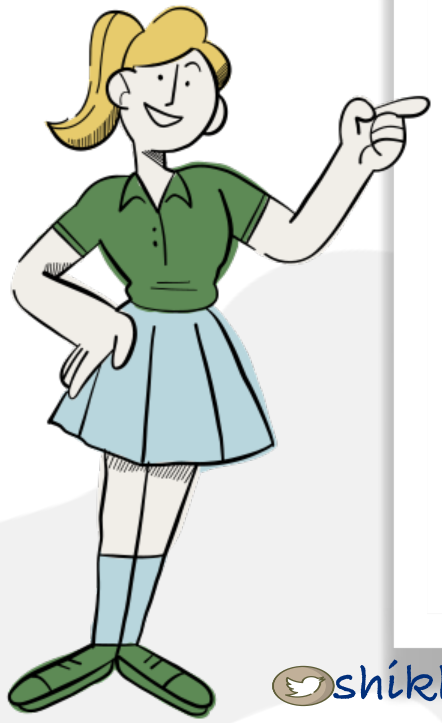
بما أن المعادلة على الصورة $\dfrac{(x-h)^2}{a^2} - \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ فإنها معادلة قطع زائد مركزه $(4, 0)$.

مثال١: كتابة المعادلة العامة للقطع المخروطي على الصورة القياسية

$x^2 + 4y^2 - 6x - 7 = 0$ (b

المعادلة الأصلية	$x^2 + 4y^2 - 6x - 7 = 0$
جمِّع الحدود المتشابهة	$(x^2 - 6x) + 4y^2 = 7$
أكمل المربع	$(x^2 - 6x + 9) + 4y^2 = 7 + 9$
حلِّل وبسِّط	$(x-3)^2 + 4y^2 = 16$
اقسم كلا الطرفين على 16	$\dfrac{(x-3)^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$

بما أنّ المعادلة على الصورة $\dfrac{(y-k)^2}{b^2} + \dfrac{(x-h)^2}{a^2} = 1$ فإنها معادلة قطع ناقص مركزه $(3, 0)$.



تحقق من فهمك

1) اكتب المعادلة $4x^2 + y^2 - 16x + 8y - 4 = 0$ على الصورة القياسية، ثم حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثله.

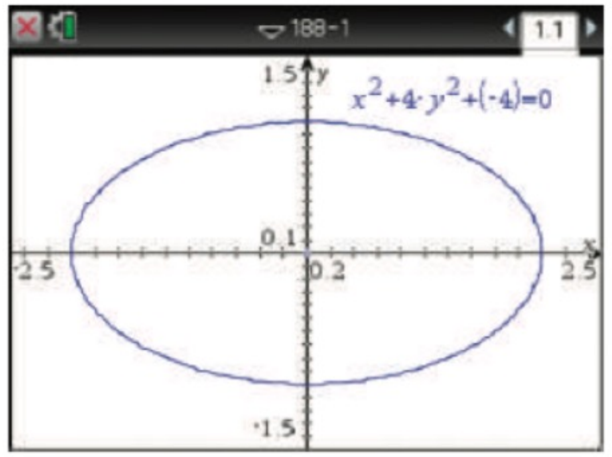
تحديد أنواع القطوع المخروطية يمكنك تحديد نوع القطع المخروطي دون أن تكتب المعادلة: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ على الصورة القياسية، وذلك باستعمال المميز $B^2 - 4AC$.

مفهوم أساسي **تصنيف القطوع المخروطية باستعمال المميز**

نوع القطع المخروطي	المميز
قطع مكافئ	$B^2 - 4AC = 0$
قطع ناقص	$B^2 - 4AC < 0, A \neq C$ أو $B \neq 0$
دائرة	$B^2 - 4AC < 0, B = 0, A = C$
قطع زائد	$B^2 - 4AC > 0$

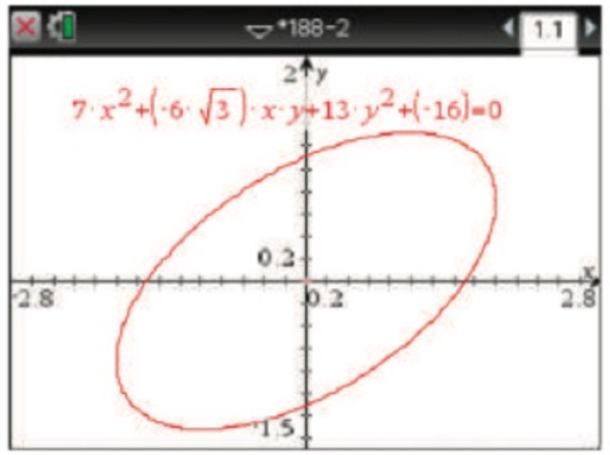
يكون القطع أفقيًا أو رأسيًا عندما $B = 0$، أما إذا كانت $B \neq 0$، فلا يكون القطع أفقيًا ولا رأسيًا.

قطع ناقص أفقي: $B = 0$



$x^2 + 4y^2 - 4 = 0$

قطع ناقص ليس رأسيًا ولا أفقيًا: $B \neq 0$



$7x^2 - 6\sqrt{3}xy + 13y^2 - 16 = 0$

إعداد : شيخة المرزوقي shikhah_math

مثال٢: تحديد نوع القطع المخروطي من معادلته

حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

a) $y^2 + 4x^2 - 3xy + 4x - 5y - 8 = 0$

$A = 4, B = -3, C = 1$

المميز يساوي $-7 = (-3)^2 - 4(4)(1)$.

ولأن المميز أصغر من الصفر، $B \neq 0$، فإن المعادلة تمثِّل قطعًا ناقصًا.

مثال٢: تحديد نوع القطع المخروطي من معادلته

حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

b) $3x^2 - 6x + 4y - 5y^2 + 2xy - 4 = 0$

$A = 3, B = 2, C = -5$

المميز يساوي $2^2 - 4(3)(-5) = 64$.

ولأن المميز أكبر من الصفر، فإن القطع زائد.

مثال٢: تحديد نوع القطع المخروطي من معادلته

حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

c) $4y^2 - 8x + 6y - 14 = 0$

$A = 0, B = 0, C = 4$

المميز يساوي $0^2 - 4(0)(4) = 0$.

ولأن المميز يساوي صفرًا ، فإن المعادلة تمثِّل قطع مكافئ.

تحقق من فهمك

حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

2A) $8y^2 - 6x^2 + 4xy - 6x + 2y - 4 = 0$

تحقق من فهمك

حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

2B) $3xy + 4x^2 - 2y + 9x - 3 = 0$

إعداد : شيخة المرزوقي shikhah_math

تحقق من فهمك

حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

2C) $3x^2 + 16x - 12y + 2y^2 - 6 = 0$

مسائل مهارات التفكير العليا

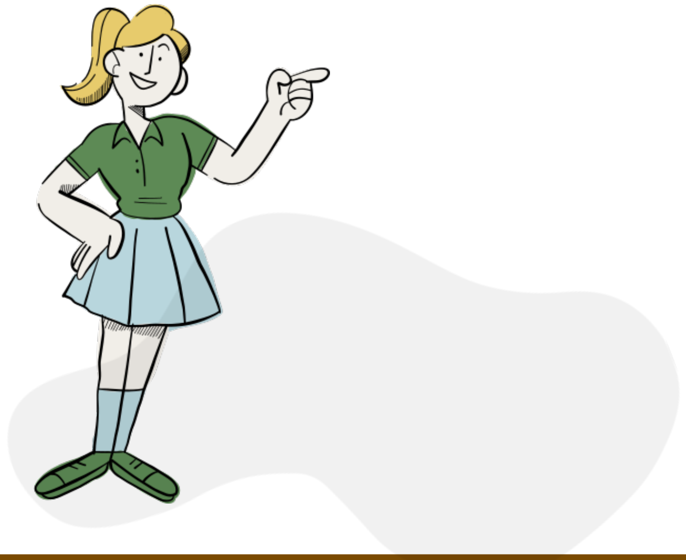
21) تبرير: حدِّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائمًا، أو صحيحةأحيانًا، أو غير صحيحة أبدًا .

"عندما يكون القطع رأسيًّا، وتكون $A = C$ ، فإن القطع دائرة".

إعداد : شيخة المرزوقي shikhah_math

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



إعداد : شيخة المرزوقي shikhah_math@