الفصل

6 التشابه
Similarity

فيما سبق:

درستُ النسبة والتناسب وتطبيقاتهما الحياتية.

والآن:

- أتعرّف المضلعات المتشابهة، وأستعمل النسبة والتناسب لحل المسائل.

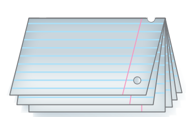
لماذا؟

تصميم: يتم تصميم بعض المجسمات والمباني لتشابه أشياء مشهورة بحيث يكون هناك تناسب بين الأطوال في تلك المجسمات ونظيراتها في الشكل الأصلي.

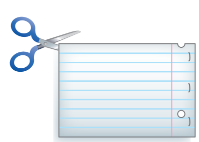
المطويات منظم أفكار

التشابه: اعمل هذه المطوية؛ لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول الفصل 6، مبتدئًا بثلاث أوراق من دفتر الملاحظات.

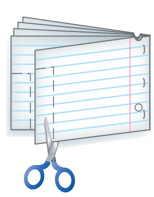
1. اطوِ كلًّا من الأوراق الثلاث من المنتصف.



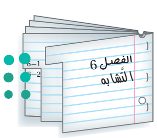
2. قُصّ الأوراق على طول خط الطيّ.



3. قُصّ الجانب الأيسر لكل ورقة؛ لعمل شرائط فهرسة، ثم ثبّت الحافة اليمنى؛ بحيث تشكل الأوراق دفترًا.



4. اكتب عنوان الفصل على الصفحة الأولى، وأرقام الدروس على الأشرطة، وخصص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة.



التهيئة للفصل 6

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

حل كلًّا من المعادلات الآتية:

1) $\frac{3x}{8} = \frac{6}{x}$

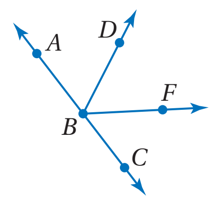
2) $\frac{7}{3} = \frac{x-4}{6}$

3) $\frac{x+9}{2} = \frac{3x-1}{8}$

4) $\frac{3}{2x} = \frac{3x}{8}$

5) **تعليم:** نسبة عدد الطلاب إلى عدد المعلمين في مدرسة هي 17 إلى 1. إذا كان عدد طلاب المدرسة 1088 طالبًا، فما عدد المعلمين؟

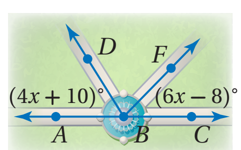
جبر: في الشكل أدناه، $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ نصفا مستقيمٍ متعاكسان، و $\overrightarrow{BD}$ ينصّف $\angle ABF$. **(مهارة سابقة)**



6) إذا كان: $m\angle ABF = (3x-8)^\circ, m\angle ABD = (x+14)^\circ$، فأوجد $m\angle ABD$.

7) إذا كان: $m\angle FBC = (2x+25)^\circ, m\angle ABF = (10x-1)^\circ$، فأوجد $m\angle DBF$.

8) **حدائق:** يخطط مهندس لإضافة ممرات تصل إلى نافورةٍ كما هو مبيّن أدناه، إذا كان $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ نصفي مستقيم متعاكسين و $\overrightarrow{BD}$ ينصّف $\angle ABF$، فأوجد $m\angle FBC$.



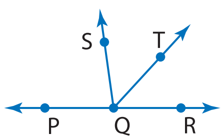
مراجعة سريعة

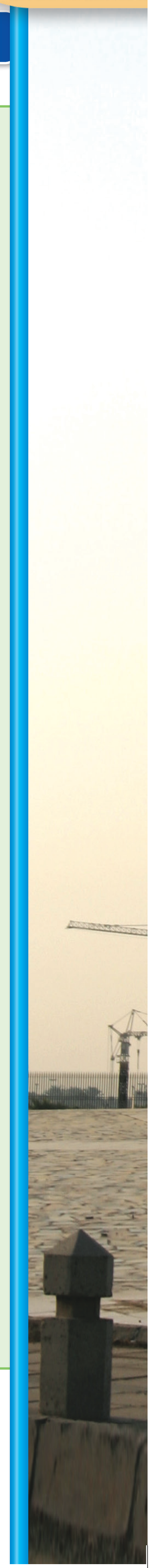
مثال 1

حل المعادلة: $\frac{4x-3}{5} = \frac{2x+11}{3}$.

مثال 2

في الشكل أدناه، $\overrightarrow{QP}, \overrightarrow{QR}$ نصفا مستقيم متعاكسان، و $\overrightarrow{QT}$ ينصّف $\angle SQR$، إذا كان: $m\angle SQR = (6x+8)^\circ$، $m\angle TQR = (4x-14)^\circ$، فأوجد $m\angle SQT$.





6-1 المضلعات المتشابهة
Similar Polygons

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

فيما سبق:

درستُ استعمال التناسب لحل المسائل.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أستعمل التناسب لتَحديد المضلعات المتشابهة.
- أحل مسائل باستعمال خصائص المضلعات المتشابهة.

المفردات:

المضلعات المتشابهة
similar polygons

معامل التشابه
scale factor

نسبة التشابه
similarity ratio

لماذا؟


يزيّن بعض الأشخاص شاشات حواسيبهم باستعمال صور شخصية لهم، وذلك بوضع صورة بحجمها الأصلي في وسط الشاشة، أو بتكبيرها لتملأ الشاشة، إلَّا أن الطريقة الثانية تُظهر الصورة مشوّهةً؛ لأن الصورة الأصلية والصورة الجديدة لا تكونان متشابهتين هندسيًّا.

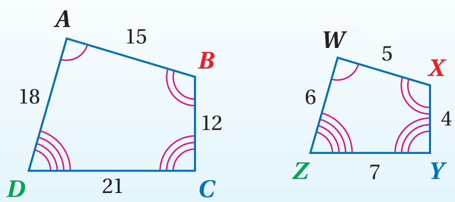
تحديد المضلعات المتشابهة: **المضلعات المتشابهة** لها الشكل نفسه، ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها القياسات نفسها.

مفهوم أساسي — المضلعات المتشابهة

أضف إلى مطويتك

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

مثال: في الشكل أدناه، $ABCD$ يشابه $WXYZ$.



الزوايا المتطابقة:

$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$

التناسب:

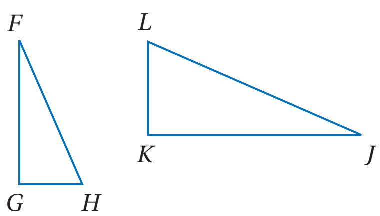
$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$

الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

وكما هو الحال في عبارة التطابق، فإن ترتيب الرؤوس في عبارة التشابه مثل $ABCD \sim WXYZ$ مهمٌّ جدًّا؛ لأنّه يحدّد الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة.

مثال 1 استعمال عبارة التشابه

إذا كان $\triangle FGH \sim \triangle JKL$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.



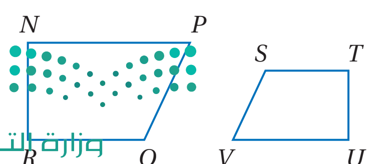
استعمل عبارة التشابه.

قراءة الرياضيات

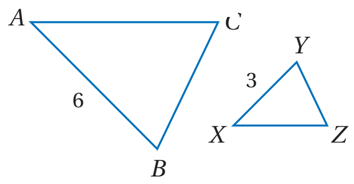
الرموز $\not\sim$ و $\sim$: يُقرأ الرمز $\sim$ يشابه، ويقرأ الرمز $\not\sim$ لايشابه، أو ليس مشابهًا لِـ.

تحقق من فهمك

1) إذا كان $NPQR \sim UVST$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.



النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين تُسمىّ **معامل التشابه** أو (عامل المقياس). ويعتمد معامل التشابه على ترتيب المقارنة.



ففي الشكل المجاور $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

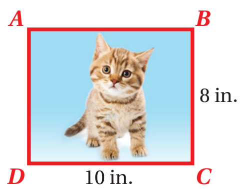
ومعامل تشابه $\triangle ABC$ إلى $\triangle XYZ$ يساوي $\frac{6}{3}$ أو 2

بينما معامل تشابه $\triangle XYZ$ إلى $\triangle ABC$ يساوي $\frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$

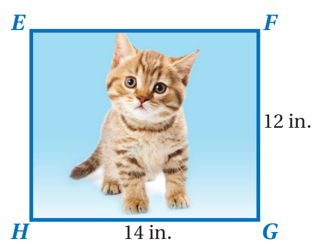
معامل التشابه بين مضلَّعَين متشابهين يسمى **نسبة التشابه** أحيانًا

مثال 2 من واقع الحياة — تحديد المضلعات المتشابهة

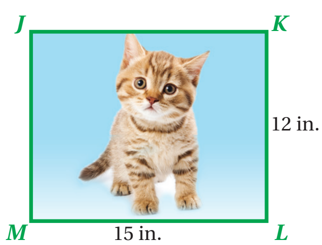
صور: يريد كمال أن يستعمل الصورة المستطيلة الشكل المجاورة خلفيّة لشاشة الحاسوب، ولكنه يحتاج لتغيير أبعادها، حدّد ما إذا كانت كلٌّ من الصورتين المستطيلتين الآتيتين مشابهةً لها أم لا؟ وإذا كانت كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وضِّح إجابتك.



a)



b)

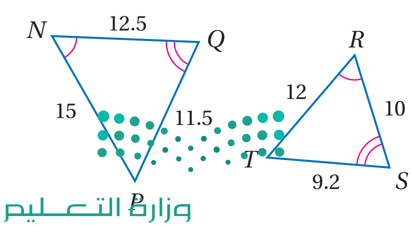


إرشادات للدراسة

تناسب المستطيلات: لاختبار تناسب أضلاع مستطيلين، يكفي اختبار تناسب ضلعين متتالين من المستطيل الأول مع الضلعين المناظرين لهما في المستطيل الثاني؛ لأن المستطيل فيه كلُّ ضلعين متقابلين متطابقان.

تحقق من فهمك

2) حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضّح إجابتك.



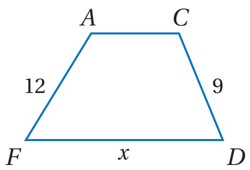
إرشادات للدراسة

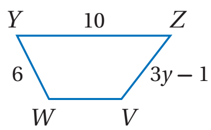
التحقق من صحة الحل: للتحقق من معامل التشابه، أوجد النسبة بين طولي ضلعين متناظرين آخرين.

استعمال الأشكال المتشابهة: يمكنك استعمال معاملات التشابه والتناسبات، لحل مسائل تتضمن أشكالًا متشابهة.

مثال 3 استعمال الأشكال المتشابهة لإيجاد القيم المجهولة

في الشكل المجاور، $ACDF \sim VWYZ$.





a) أوجد قيمة x.

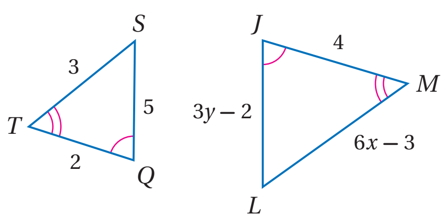
b) أوجد قيمة y.

تحقق من فهمك

إذا كان $\triangle JLM \sim \triangle QST$، فأوجد قيمة المتغير في كلٍّ مما يأتي:

3A) x

3B) y



إرشادات للدراسة

التشابه والتطابق: إذا كان المضلعان متطابقين فإنهما متشابهان أيضًا. وتكون جميع الزوايا المتناظرة متطابقة، وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة، والنسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين هي 1:1 .

إرشادات للدراسة

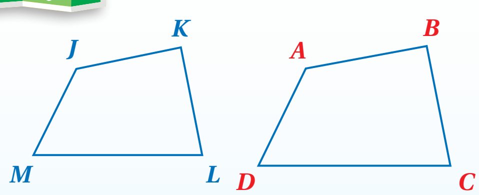
تحديد المثلثات المتشابهة: عندما تُعطى زوجين من الزوايا المتناظرة المتطابقة في مثلثين، تذكر أنّه يمكنك استعمال نظرية الزاوية الثالثة؛ لإثبات أن الزاويتين المتناظرتين الباقيتين متطابقتان أيضًا.

النسبة بين أيِّ طولين متناظرين في المضلعين المتشابهين تساوي معامل التشابه بينهما. ويؤدي هذا إلى النظرية الآتية حول محيطي المضلعين المتشابهين.

نظرية 6.1 محيطا المضلعين المتشابهين

أضف إلى مطويتك

إذا تشابه مضلعان، فإنّ النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما.



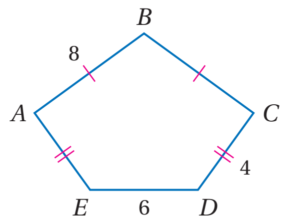
مثال: إذا كان $ABCD \sim JKLM$ ، فإنّ:

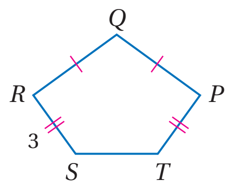
$$\frac{AB}{JK}=\frac{BC}{KL}=\frac{CD}{LM}=\frac{DA}{MJ}=\frac{AB+BC+CD+DA}{JK+KL+LM+MJ}$$

ستبرهن النظريّة 6.1 الخاصة بحالة المثلثات في السؤال 34

مثال 4 استعمال معامل التشابه لإيجاد المحيط

إذا كان $ABCDE \sim PQRST$، فأوجد معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ ومحيط كل مضلّع.





معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ يساوي $\frac{CD}{RS}$ أي $\frac{4}{3}$.

وبما أنّ: $\overline{BC} \cong \overline{AB}, \overline{AE} \cong \overline{CD}$،
فإنّ محيط $ABCDE$ يساوي $8 + 8 + 4 + 6 + 4$ أي 30.

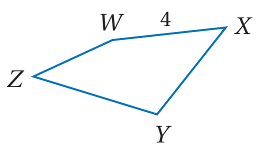
استعمل محيط $ABCDE$، ومعامل التشابه لكتابة تناسب.
افترض أن محيط $PQRST$ يساوي x.

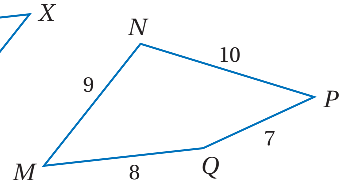
$\frac{4}{3} = \frac{\text{محيط } ABCDE}{\text{محيط } PQRST}$	النظرية 6.1
$\frac{4}{3} = \frac{30}{x}$	بالتعويض
$(3)(30) = 4x$	خاصية الضرب التبادلي
$22.5 = x$	بقسمة كلا الطرفين على 4

إذن محيط $PQRST$ يساوي 22.5.

تحقق من فهمك

4) إذا كان $MNPQ \sim XYZW$، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$، ومحيط كل مضلع.





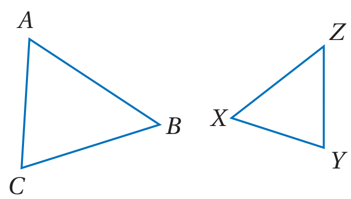
تنبيه !

المحيط: تذكّر أن المحيط هو المسافة حول الشكل، وعندما تُريد إيجاد محيط مضلع، احرص على أن تجد مجموع أطوال جميع أضلاعه، وقد تستعمل قوانين هندسيّة؛ لإيجاد أطوال الأضلاع غير المعطاة.

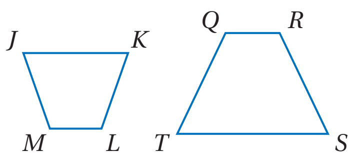
تأكد

المثال 1 اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة في كلٍّ ممّا يأتي:

1) $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$

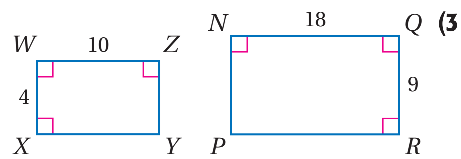


2) $JKLM \sim TSRQ$

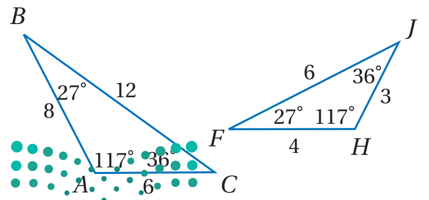


المثال 2 حدّد ما إذا كان المضلعان في كلٍّ من السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وضِّح إجابتك.

3)

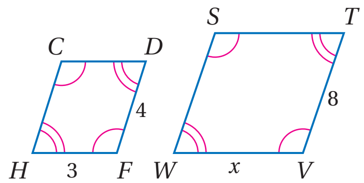


4)

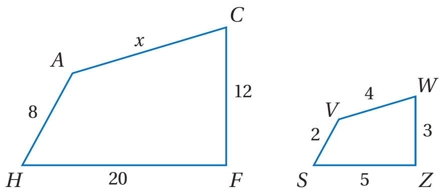


المثال 3 في كلٍّ ممَّا يأتي، إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة x.

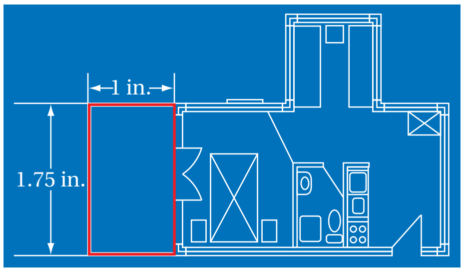
(5



(6



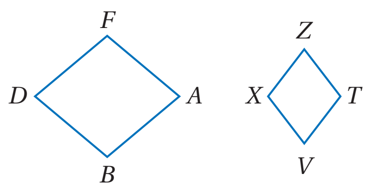
المثال 4 **(7** **تصميم:** في مخطط الشقّة المجاور، عرض الشّرفة $1\,\text{in}$ وطولها $1.75\,\text{in}$. إذا كان طول الشّرفة الحقيقي $15\,\text{ft}$، فما محيطها؟



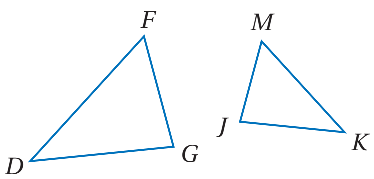
تدرب وحل المسائل

المثال 1 اكتب جميع الزوايا المتطابقة، ثم اكتب تناسبًا يربط الأضلاع المتناظرة للمضلعين في كلٍّ ممَّا يأتي:

(8 $ABDF \sim VXZT$

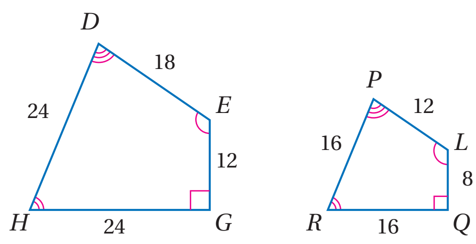


(9 $\triangle DFG \sim \triangle KMJ$

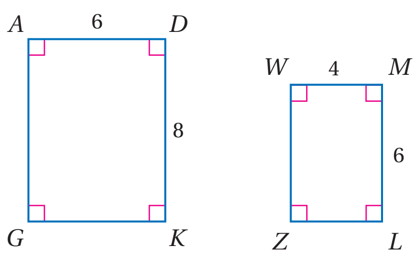


المثال 2 حدّد ما إذا كان المضلعان في كلٍّ ممَّا يأتي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وإلّا فوضح السبب.

(10

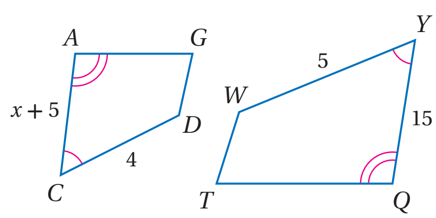


(11

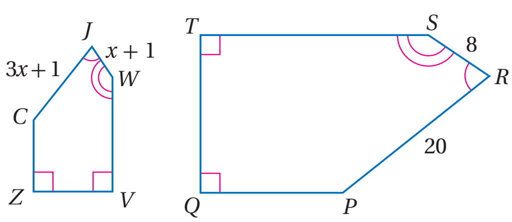


المثال 3 في كل مما يأتي، إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة x.

(12



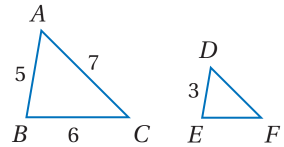
(13



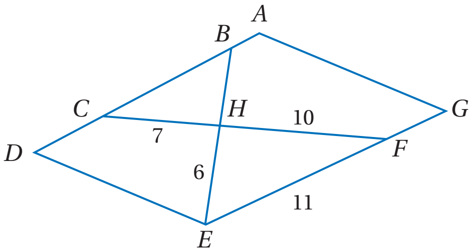
المثال 4 **(14** طول المستطيل $ABCD$ يساوي $20\,\text{m}$، وعرضه $8\,\text{m}$. وطول المستطيل $QRST$ المشابه له يساوي $40\,\text{m}$. أوجد معامل تشابه المستطيل $QRST$ إلى المستطيل $ABCD$، ومحيط كل منهما.

أوجد محيط المثلث المحدّد في كلٍّ مما يأتي:

15) $\triangle DEF$ ، إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.



16) $\triangle CBH$ ، إذا كان $\triangle FEH \sim \triangle CBH$.

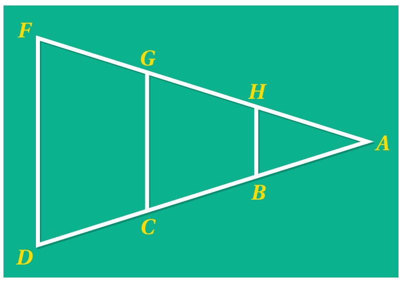


17) إذا كان معامل التشابه بين مستطيلين متشابهين 1:2، ومحيط المستطيل الكبير 80 m، فأوجد محيط المستطيل الصغير.

18) إذا كان معامل التشابه بين مربّعين متشابهين 3:2، ومحيط المربع الصغير 50 ft، فأوجد محيط المربع الكبير.

مثلثات متشابهة : في الشكل المجاور، المثلثات: AHB, AGC, AFD متشابهة وفيها: $\angle AHB \cong \angle AGC \cong \angle AFD$.

أوجد الأضلاع التي تناظر الضلع المُعطى أو الزوايا التي تطابق الزاوية المُعطاة في كلٍّ من الأسئلة الآتية.



19) $\overline{AB}$

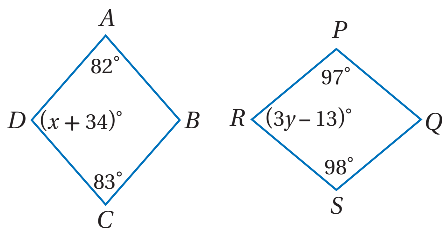
20) $\overline{FD}$

21) $\angle ACG$

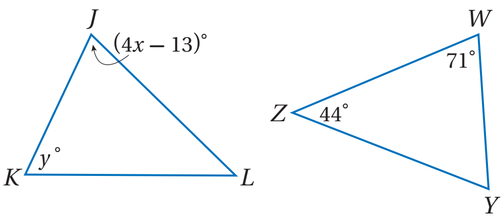
22) $\angle A$

أوجد قيمة كل متغيّر فيما يأتي:

23) $ABCD \sim QSRP$



24) $\triangle JKL \sim \triangle WYZ$



25) **عرض الشرائح:** إذا كانت أبعاد صورة على شريحة 13 in في $9\frac{1}{4}$ in، ومعامل تشابه صور الشريحة إلى الصور المعروضة بواسطة جهاز العرض 1:4؛ فما أبعاد الصورة المعروضة؟

الربط مع الحياة

يرى بعض التربويين أن نسبة 75% إلى 90% من معارف الشخص يتم الحصول عليها عن طريق الوسائل البصرية، ومن هنا جاءَت أهمية استعمال جهاز عرض الشرائح في العملية التعليمية.

هندسة إحداثية : حدّد ما إذا كان المستطيلان **$ABCD, WXYZ$** المعطاة إحداثيات رؤوسهما في السؤالين الآتيين متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه؛ وضّح إجابتك.

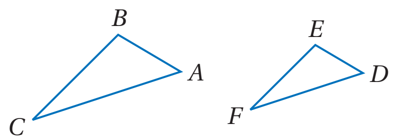
26) $A(-1, 5), B(7, 5), C(7, -1), D(-1, -1); W(-2, 10), X(14, 10), Y(14, -2), Z(-2, -2)$

27) $A(5, 5), B(0, 0), C(5, -5), D(10, 0); W(1, 6), X(-3, 2), Y(2, -3), Z(6, 1)$

حدّد ما إذا كان المضلعان في كلٍّ مما يأتي متشابهين دائمًا أو أحيانًا أو غير متشابهين أبدًا، وضح إجابتك.

28) مثلثان منفرجا الزاوية
29) شبه منحرف ومتوازي أضلاع
30) مثلثان قائما الزاوية
31) مثلثان متطابقا الضلعين
32) مثلث مختلف الأضلاع، ومثلث متطابق الضلعين
33) مثلثان متطابقا الأضلاع

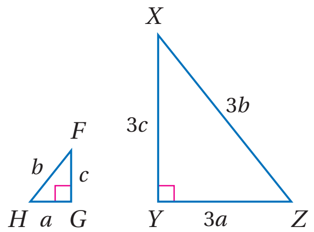
34) **برهان:** اكتب برهانًا حرًّا للنظرية 6.1 (في حالة المثلثات)



المعطيات: $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \frac{AB}{DE} = \frac{m}{n}$

المطلوب: إثبات أن: $\frac{\text{محيط } \triangle ABC}{\text{محيط } \triangle DEF} = \frac{m}{n}$

35) **تغيير الأبعاد:** في الشكل المجاور، $\triangle FGH \sim \triangle XYZ$



a) بيِّن أن النسبة بين محيطي المثلثين هي النسبة نفسها بين أضلاعهما المتناظرة.

b) إذا أضيف لطول كل ضلع 6 وحداتٍ، فهل المثلثان الجديدان متشابهان؟

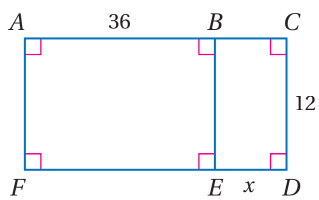
36) **تمثيلات متعدّدة:** في هذه المسألة ستكتشف تشابه المربّعات.

a) **هندسيًّا:** ارسم ثلاثة مربّعات مختلفة الأبعاد، وسمِّها $ABCD, PQRS, WXYZ$، وقس طول ضلع كل مربّع وسجل الأطوال على المربعات.

b) **جدوليًّا:** احسب النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة لكل زوج مربعات فيما يأتي ودوّنها في جدول: $ABCD, PQRS; PQRS, WXYZ; WXYZ, ABCD$. هل كل مربعين من المربعات متشابهان؟

c) **لفظيًّا:** ضع تخمينًا حول تشابه جميع المربّعات.

مسائل مهارات التفكير العليا



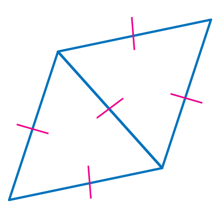
37) **تحدّ:** في الشكل المجاور، ما قيمة (قيم) x التي تجعل $EDCB \sim BEFA$؟

38) **إجابة مفتوحة:** أوجد مثالًا مضادًّا للعبارة الآتية:

"جميع المستطيلات متشابهة"

39) **برهان:** إذا كان المستطيل $BCEG$ فيه: $BC : CE = 2:3$ ، وكان المستطيل $LJAW$ فيه: $LJ : JA = 2:3$ فأثبت أن: $BCEG \sim LJAW$

40) **تبرير:** يمكن دمج مثلثين متساويَي الأضلاع متطابقين؛ لتكوين شكل رباعي كما في الشكل المجاور. إذا كوّنت شكلًا رباعيًّا آخر من مثلثين متساويَي الأضلاع متطابقين آخرين، فأيُّ العبارات التالية صحيحة حول الشكل المجاور، والشكل الذي كوّنته: يجب أن يكونا متشابهين، المجاور قد يكونا متشابهين، أو غير متشابهين. فسّر إجابتك.



41) **تبرير:** ارسم مضلعين خماسيَّين منتظمين أطوال أضلاعهما مختلفة. هل المضلعان متشابهان؟ وهل كل مضلعين منتظمين ومتساويَين في عدد الأضلاع متشابهان؟ وضح إجابتك.

42) **اكتب:** بيّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين المضلعات المتطابقة والمضلعات المتشابهة.

تدريب على اختبار

43) إذا كان: $PQRS \cong JKLM$ ومعامل تشابه $PQRS$ إلى $JKLM$ يساوي 4:3، وكان $QR = 8\,cm$ فما طول KL؟

A $24\,cm$
B $10\frac{2}{3}\,cm$
C $8\,cm$
D $6\,cm$

44) مستطيلان متشابهان. إذا كان معامل التشابه بينهما 3:5، ومحيط المستطيل الكبير $65\,m$، فما محيط المستطيل الصغير؟

A $29\,m$
B $39\,m$
C $49\,m$
D $59\,m$

مراجعة تراكمية

حل كل تناسب ممَّا يأتي: (مهارة سابقة)

45) $\frac{5}{4} = \frac{c-2}{c+3}$

46) $\frac{-4}{y} = \frac{2}{4y+5}$

47) $\frac{-4}{5} = \frac{2x+3}{x-1}$

48) **هندسة إحداثية** أوجد إحداثيات نقطة تقاطع قطري $\square JKLM$ الذي رؤوسه: $J(2, 5), K(6, 6), L(4, 0), M(0, -1)$. (مهارة سابقة)

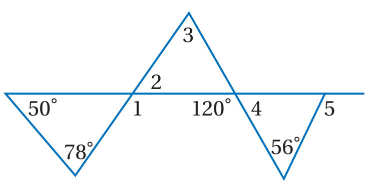
اكتب الفرض الذي تبدأ به برهانًا غير مباشرٍ لكل عبارةٍ ممَّا يأتي: (مهارة سابقة)

49) إذا كان $3x > 12$، فإن $x > 4$.

50) $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$

51) منصّف زاوية الرأس لمثلث متطابق الضلعين هو ارتفاع للمثلث أيضًا.

في الشكل المجاور، أوجد قياس كلٍّ من الزوايا الآتية. (مهارة سابقة)



52) $m\angle 1$

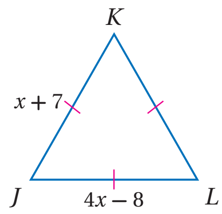
53) $m\angle 2$

54) $m\angle 3$

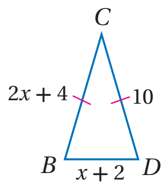
استعد للدرس اللاحق

جبر أوجد قيمة x وطول كل ضلع في كلٍّ من المثلثين الآتيين: (مهارة سابقة)

55)



56)



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

6-2 المثلثات المتشابهة
Similar Triangles

فيما سبق:

درستُ استعمال المسلَّمتين SSS, SAS والنظرية AAS لإثبات تطابق مثلثين.

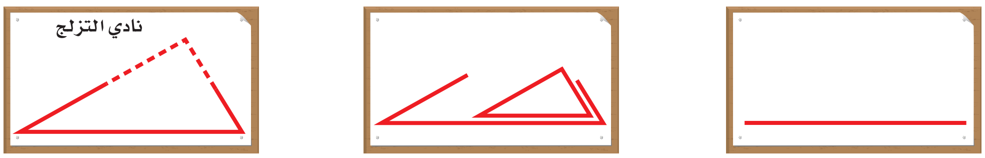
(مهارة سابقة)

والآن:

- أُحدّد المثلثات المتشابهة باستعمال مسلمة التشابه AA ونظريتَي التشابه SSS, SAS .
- أستعمل المثلثات المتشابهة لحل المسائل.

لماذا؟

أراد خالد أن يرسم نسخة مشابهة لشعار نادي التزلُّج المجاور على مُلصقٍ كبيرٍ، فبدأ أولًا برسم قطعة مستقيمة أسفل المُلصق، ثم استعمل نسخةً من المثلث الأصلي لينسخ زاويتَي القاعدة، ثم مدّ الضلعين غير المشتركين للزاويتين.



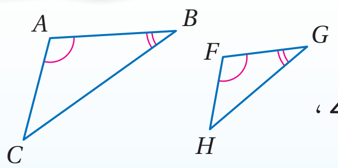
تحديد المثلثات المتشابهة: في الفصل الثالث تعلمت اختبارات تحديد ما إذا كان مثلثان متطابقين أم لا، ولتشابه المثلثات اختبارات أيضًا. والرسم السابق يبيّن أنه إذا طابقت زاويتان في مثلثٍ زاويتين في مثلثٍ آخر، فإن المثلثين متشابهان.

مسلمة 6.1 التشابه بزاويتين (AA)

أضف إلى مطويتك

إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.

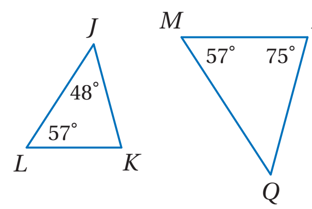
مثال: في المثلثين ABC, FGH، إذا كانت: $\angle A \cong \angle F$, $\angle B \cong \angle G$، فإن: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.



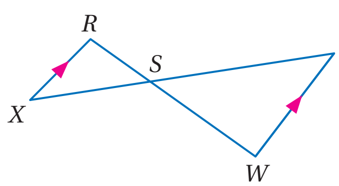
مثال 1 استعمال مسلمة التشابه AA

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. ووضّح إجابتك.

a)



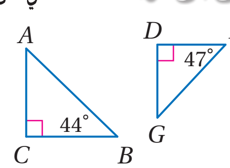
b)



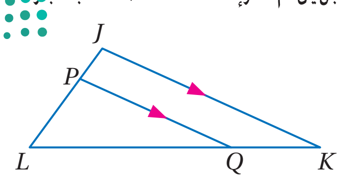
✓ تحقق من فهمك

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك ، فاكتب عبارة التشابه ووضّح إجابتك.

1A)



1B)

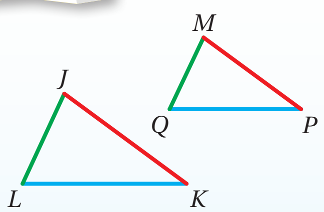


يمكنك استعمال مسلمة التشابه AA لإثبات النظريتين الآتيتين:

نظريتان

أضف إلى مطويتك

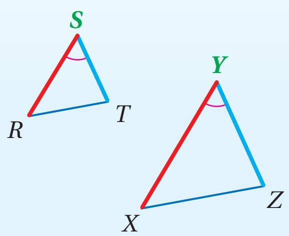
6.2 **التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)**



إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كان: $\frac{JK}{MP} = \frac{KL}{PQ} = \frac{LJ}{QM}$ ، فإن $\triangle JKL \sim \triangle MPQ$.

6.3 **التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)**



إذا كان طولا ضلعين في مثلث ما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإنّ المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كان $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}, \angle S \cong \angle Y$. فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.

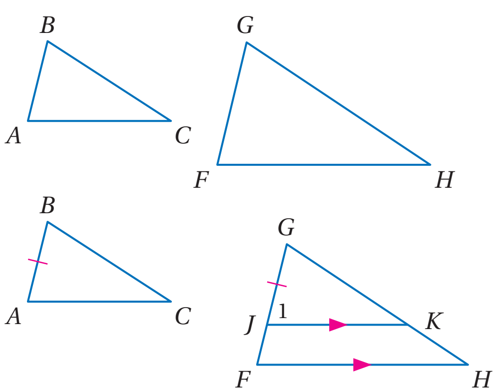
ستبرهن النظرية 6.3 في السؤال 17

إرشادات للدراسة

رسم الأشكال: قد تساعدك إعادة رسم المثلثين المتشابهين، بحيث تظهر الأضلاع المتناظرة في الاتجاه نفسه.

برهان النظرية 6.2

اكتب برهانًا حرًّا للنظرية 6.2



المعطيات: $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$

المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$

البرهان:

عيّن النقطة J على $\overline{FG}$، بحيث يكون $JG = AB$.

ارسم $\overline{JK}$، بحيث يكون $\overline{JK} \parallel \overline{FH}$.

سمِّ $\angle GJK$ بالرمز $\angle 1$.

بما أنّ $\angle G \cong \angle G$ وفق خاصية الانعكاس،

و $\angle F \cong \angle 1$ وفق مسلمة الزاويتين المتناظرتين،

فإنّ $\triangle GJK \sim \triangle GFH$ وفق مسلمة التشابه AA .

ومن تعريف المضلعات المتشابهة يكون: $\frac{JK}{FH} = \frac{GK}{GH} = \frac{JG}{FG}$.

وبالتعويض ينتج أن: $\frac{JK}{FH} = \frac{GK}{GH} = \frac{AB}{FG}$.

وبما أن: $\frac{AC}{FH} = \frac{BC}{GH} = \frac{AB}{FG}$ ، إذن يمكننا استنتاج أنّ: $\frac{AC}{FH} = \frac{JK}{FH}, \frac{BC}{GH} = \frac{GK}{GH}$ ، وهذا يعني أن: $GK = BC, JK = AC$ ، لذلك $\overline{GK} \cong \overline{BC}, \overline{JK} \cong \overline{AC}$.

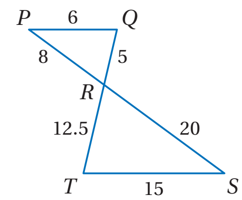
ومن مسلّمة التطابق SSS ، يكون $\triangle ABC \cong \triangle JGK$.

ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة فإن: $\angle A \cong \angle 1$, $\angle B \cong \angle G$ ، وبما أن: $\angle 1 \cong \angle F$ ؛ إذن $\angle A \cong \angle F$ وفق خاصيّة التعدّي؛ إذن ومن مسلمة التشابه AA ، يكون $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

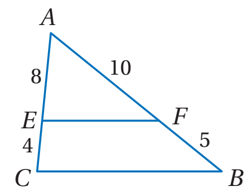
مثال 2 استعمال نظريتَي التشابه SSS , SAS

حدّد في كلٍّ مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، و وضّح إجابتك.

(a



(b

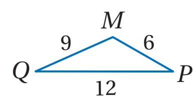


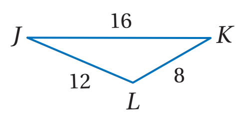
إرشادات للدراسة

الأضلاع المتناظرة: لتحديد الأضلاع المتناظرة لمثلثين، ابدأ بمقارنة أطول ضلعين ثم الضلعين التاليين لهما طولًا وأخيرًا أقصر ضلعين.

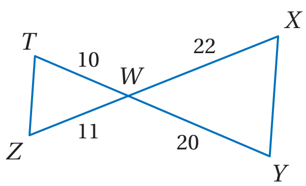
تحقق من فهمك

(2A





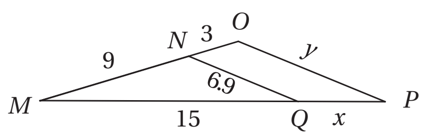
(2B



يمكنك أن تُقرّر أي الشروط كافية لإثبات تشابه مثلثين.

مثال 3 من اختبار

المثلثان *MNQ, MOP* في الشكل المجاور متشابهان، ماقيمة *x*؟



A 12 **C** 5

B 10 **D** 4

تحقق من فهمك

3) في المثال السابق، ماقيمة y ؟

A 5.2 **B** 8.4 **C** 9.2 **D** 20.7

استعمال المثلثات المتشابهة: تشابه المثلثات مثل تطابق المثلثات، يحقق خصائص الانعكاس والتماثل والتعدّي.

نظرية 6.4 خصائص المثلثات المتشابهة

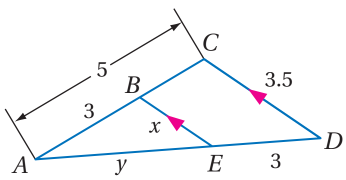
أضف إلى مطويتك

خاصيّة الانعكاس للتشابه:	$\triangle ABC \sim \triangle ABC$
خاصيّة التماثل للتشابه:	إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، فإنّ $\triangle DEF \sim \triangle ABC$.
خاصيّة التعدي للتشابه:	إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF,\ \triangle DEF \sim \triangle XYZ$ فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

ستبرهن النظرية 6.4 في السؤال 18

مثال 4 أجزاء المثلثات المتشابهة

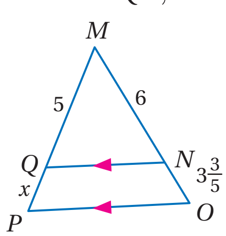
أوجد طول BE, AD في الشكل المجاور.



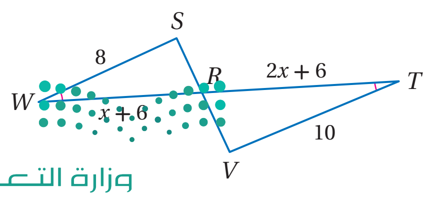
بما أنّ $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن: $\angle ABE \cong \angle ACD,\ \angle AEB \cong \angle ADC$ ؛ لأنّها زوايا متناظرة، ومن مسلمة التشابه AA ، يكون $\triangle ABE \sim \triangle ACD$.

تحقق من فهمك أوجد كل طولٍ فيما يأتي.

4A) QP, MP

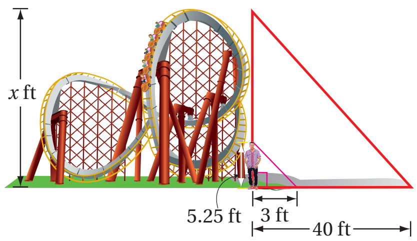


4B) WR, RT



مثال 5 من واقع الحياة — القياس غير المباشر

أفعوانية: يريد تركي أن يقدّر ارتفاع الأفعوانية في مدينة الألعاب، فلاحظ أنه عندما كان طول ظله 3 ft ، كان طول ظل الأفعوانية 40 ft . إذا كان طول تركي 5 ft و 3 in ، فكم قدمًا ارتفاع الأفعوانية؟



إرشادات للدراسة

تحويل الوحدات:

$12\text{ in} = 1\text{ ft}$

$3\text{ in} = \frac{3}{12}\text{ ft}$

$= 0.25\text{ ft}$

أي أن 5 ft وَ 3 in تساوي

5.25 ft

إرشادات لحل المسألة

حدّد الإجابات المعقولة:
عندما تحل مسألة، تحقق من معقوليّة إجابتك. في هذا المثال، طول ظل تركي أكبر بقليل من نصف طوله، وكذلك طول ظل الأفعوانية أكبر من نصف ارتفاعها بقليل؛ لذا فالإجابة معقولة.

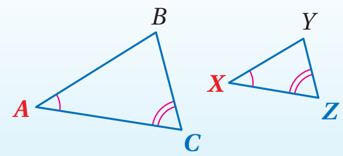
تحقق من فهمك

5) **بنايات:** يقف منصور بجوار بناية، وعندما كان طول ظلّه 9 ft ، كان طول ظل البناية 322.5 ft . إذا كان طول منصور 6 ft ، فكم قدمًا ارتفاع البناية؟

ملخص المفهوم — تشابه المثلثات

أضف إلى مطويتك

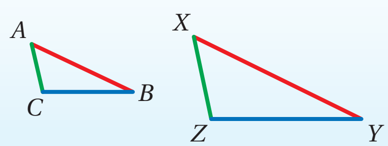
مسلمة التشابه AA



إذا كانت: $\angle A \cong \angle X, \angle C \cong \angle Z$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

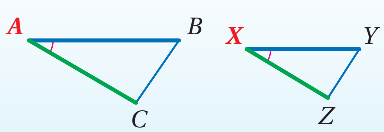
نظرية التشابه SSS



إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

نظرية التشابه SAS



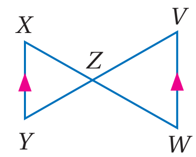
إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX}, \angle A \cong \angle X$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

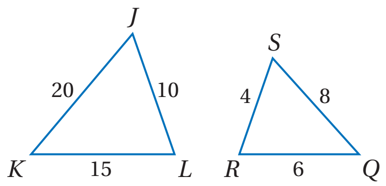
تأكد

المثالان 1, 2 في كلٍّ ممّا يأتي حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

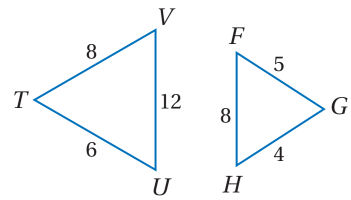
(1



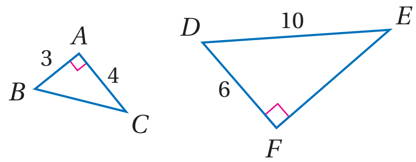
(2



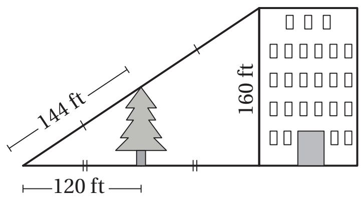
(3



(4



المثال 3 **(5 اختيار من متعدّد:** استعمل الشكل أدناه في إيجاد ارتفاع الشجرة؟



A 264 ft

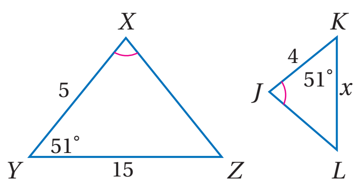
B 60 ft

C 72 ft

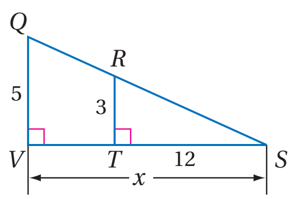
D 80 ft

المثال 4 **جبر:** أوجد الطول المطلوب في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(6 KL



(7 VS

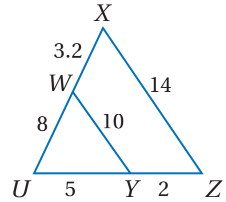


المثال 5 **(8 اتّصالات:** طول ظلّ برج اتصالاتٍ في لحظةٍ معينةٍ 100 ft ، وبجواره لوحة تحذيرية مثبّتة على عمودٍ طول ظله في اللحظة ذاتها 3 ft و 4 in ، إذا كان ارتفاع عمود اللوحة 4 ft و 6 in ، فما ارتفاع البرج؟

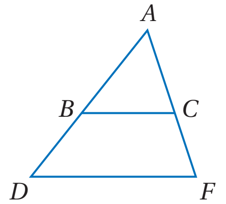
تدرب وحل المسائل

الأمثلة 3–1 في كلٍّ ممّا يأتي، حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، وإلّا فحدّد المعلومات الإضافية الكافية لإثبات أنهما متشابهان؟ ووضّح إجابتك.

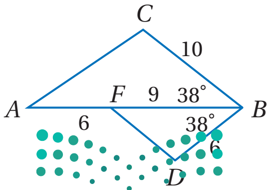
(9



(10

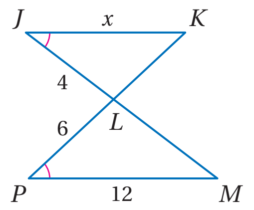


(11

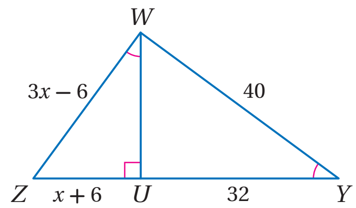


المثال 4 **جبر:** أوجد الطول المطلوب في كلٍّ مما يأتي:

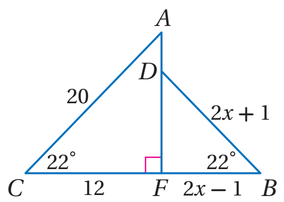
(12 JK



(13 WZ, UZ



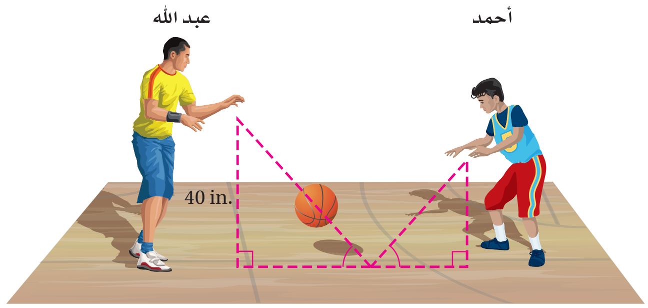
(14 DB, CB



المثال 5

(15 **رياضة:** يقف أيمن بجوار مرمى كرة السلّة. إذا كان طول أيمن 5 ft و 11 in، وطول ظلّه 2 ft، وكان طول ظل مرمى كرة السلّة في اللحظة ذاتها 4 ft و 4 in، فما ارتفاع المرمى تقريبًا؟

(16 **رياضة:** رمى عبد الله الكرة لترتَّد نحو أحمد، فارتطمت بسطح الأرض على بُعد $\frac{2}{3}$ المسافة بينهما، وكانت الزاويتان الناتجتان عن مسار الكرة وسطح الأرض متطابقتين. إذا رمى عبدالله الكرة من ارتفاع 40 in عن سطح الأرض، فعلى أيّ ارتفاعٍ سيلتقطها أحمد؟



برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين في كلٍّ ممّا يأتي:

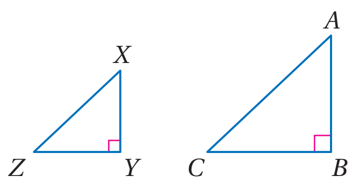
(17 النظريّة 6.3

(18 النظريّة 6.4

(19 **المعطيات:** $\triangle XYZ$ و $\triangle ABC$ قائما الزاوية

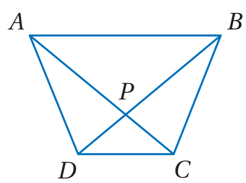
$\frac{XY}{AB} = \frac{YZ}{BC}$

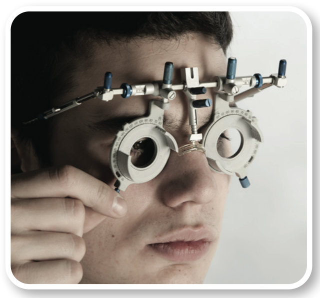
المطلوب: إثبات أنّ $\triangle YXZ \sim \triangle BAC$



(20 **المعطيات:** $ABCD$ شبه منحرف.

المطلوب: إثبات أنّ $\frac{DP}{PB} = \frac{CP}{PA}$

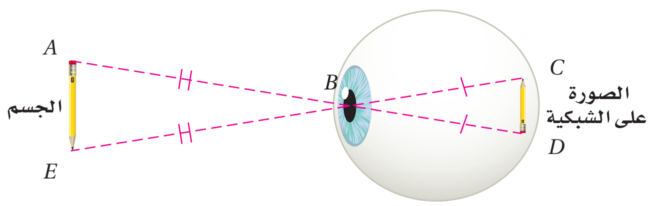




الربط مع الحياة

يحدث قصر النظر عندما تجمّع عدسة العين أشعة الضوء أمام الشبكية، ويحدث طول النظر عندما تجمّع عدسة العين أشعة الضوء خلف الشبكية.

(21 **رؤية:** عندما ننظر إلى جسمٍ، فإن صورته تُسْقَطُ على الشبكيّة عبر البؤبؤ، وتكون المسافتان من البؤبؤ إلى أعلى الجسم وأسفله متساويتين، والمسافتان من البؤبؤ إلى أعلى الصورة وأسفلها على الشبكية متساويتين أيضًا. هل المثلثان المتكوّنان بين الجسم والبؤبؤ وبين البؤبؤ والصورة متشابهان؟ وضّح إجابتك.



هندسة إحداثيّة: إحداثيات رؤوس المثلثين $\triangle XYZ, \triangle WYV$ هي:
$X(-1,-9), Y(5,3), Z(-1,6), W(1,-5), V(1,5)$.

22) مثّل المثلثين بيانيًّا، وأثبت أنّ $\triangle XYZ \sim \triangle WYV$.

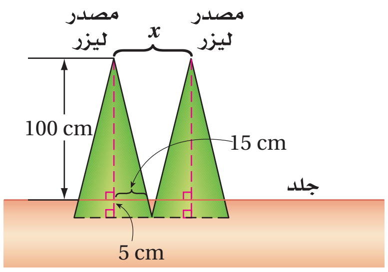
23) أوجد النسبة بين محيطي المثلثين.

الربط مع الحياة

في بعض العلاجات الطبيّة تستعمل أشعة الليزر التي تلامس الجلد وتخترقه مكوّنة مثلثات متشابهة.

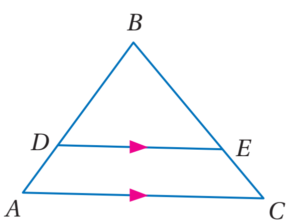
24) **قياس:** إذا كان $\triangle JKL \sim \triangle ABC$. وطول كل ضلع في $\triangle JKL$ يساوي نصف طول الضلع المناظر له في $\triangle ABC$، ومساحة $\triangle ABC$ تساوي $40\,\text{in}^2$، فما مساحة $\triangle JKL$؟ ما العلاقة بين مساحتي $\triangle ABC$، $\triangle JKL$، ومعامل التشابه بينهما؟

25) **علاج:** استعمل معلومات الربط بالحياة والشكل المجاور لإيجاد المسافة التي يجب أن تفصل بين مصدري أشعة الليزر حتى تكون المنطقتان المعالجتان المتطابقتان بكلٍّ من المصدرين غير متداخلتين.



26) **تمثيلات متعدّدة:** في هذه المسألة ستستقصي الأجزاء المتناسبة في مثلث.

a) **هندسيًّا:** ارسم $\triangle ABC$ وارسم $\overline{DE}$، بحيث تكون موازيةً لـ $\overline{AC}$ كما في الشكل المجاور.



b) **جدوليًّا:** قس الأطوال AD, DB, CE, EB وسجِّلها في جدول، وأوجد النسبتين $\frac{CE}{EB}$, $\frac{AD}{DB}$ وسجّلهما في الجدول نفسه.

c) **لفظيًّا:** اكتب تخمينًا حول القطع المستقيمة الناتجة عن مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين.

مسائل مهارات التفكير العليا

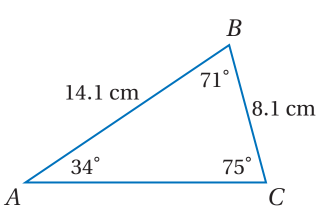
27) **اكتب:** بيّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين مسلمة التشابه AA، ونظرية التشابه SSS، ونظرية التشابه SAS.

تحدٍّ: إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع مثلث هي: 2:3:4 ومحيطه 54 in، فأجب عما يأتي:

28) إذا كان طول أصغر أضلاع مثلثٍ آخر مشابه هو: 16 in، فما طول كلٍّ من الضلعين الآخرين فيه؟

29) قارن النسبة بين محيطَي المثلثين ومعامل التشابه بينهما. ماذا تلاحظ؟

30) **تبرير:** قياسات زوايا مثلثين متشابهين هي: $50°, 85°, 45°$. وأطوال أضلاع أحدهما $3, 4, 5.2$ وحدات، وأطوال أضلاع المثلث الآخر $x, x-1.5, x+1.8$ وحدة، أوجد قيمة x.

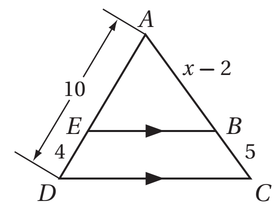


31) **مسألة مفتوحة:** ارسم مثلثًا مشابهًا لـ $\triangle ABC$ المجاور، ووضّح كيف تعرف أنّهما متشابهان.

32) **اكتب:** اشرح طريقة يمكنك استعمالها لرسم مثلث يشابه مثلثًا معلومًا، وأطوال أضلاعه ضعف أطوال أضلاع المثلث المعلوم.

تدريب على الاختبار المعياري

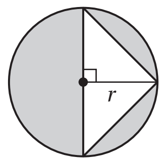
33) إجابة مطولة: في الشكل أدناه $\overline{DC} \parallel \overline{EB}$.



a) اكتب تناسبًا يمكن استعماله لإيجاد قيمة x.

b) أوجد قيمة x وطول $\overline{AB}$.

34) جبر: أيٌّ مما يأتي يُمثل مساحة المنطقة المظلّلة؟



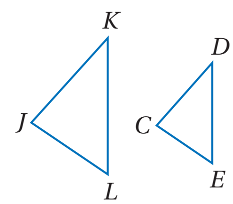
A πr^2 **C** $\pi r^2 + r$

B $\pi r^2 + r^2$ **D** $\pi r^2 - r^2$

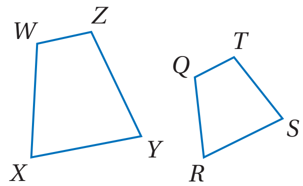
مراجعة تراكمية

اكتب جميع الزوايا المتطابقة ثم اكتب تناسبًا يربط الأضلاع المتناظرة للمضلعين في كلٍّ ممّا يأتي: **(الدرس 1-6)**

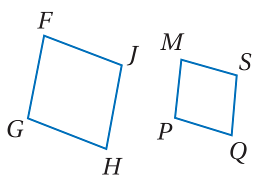
35) $\triangle JKL \sim \triangle CDE$



36) $WXYZ \sim QRST$



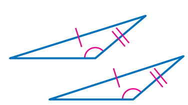
37) $FGHJ \sim MPQS$



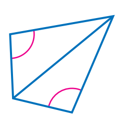
38) القطع الهندسية السبع: تتكون مجموعة القطع الهندسية السبع (Tangram) في الشكل المجاور من سبع قطع: مربع صغير، مثلثين صغيرين قائِمَي الزاوية ومتطابقين، مثلثين كبيرين قائِمَي الزاوية ومتطابقين، مثلث قائم الزاوية متوسط المقاس، وشكل رباعي. كيف يمكنك أن تتحقق من أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع؟ وضّح إجابتك. **(مهارة سابقة)**

حدّد المسلمة التي يمكن استعمالها؛ لإثبات تطابق المثلثين في كلٍّ ممّا يأتي، واكتب "غير ممكن" في الحالة التي لا يمكنك فيها إثبات التطابق. **(مهارة سابقة)**

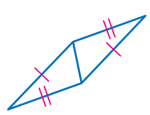
39)



40)



41)



استعد للدرس اللاحق

حل كل تناسبٍ ممّا يأتي:

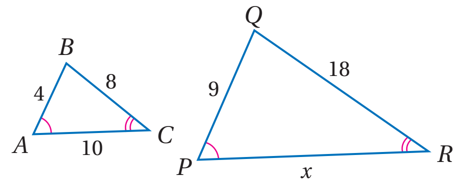
42) $\frac{3}{4} = \frac{x}{16}$ **43)** $\frac{x}{10} = \frac{22}{50}$ **44)** $\frac{20.2}{88} = \frac{12}{x}$ **45)** $\frac{x-2}{2} = \frac{3}{8}$

اختبار منتصف الفصل

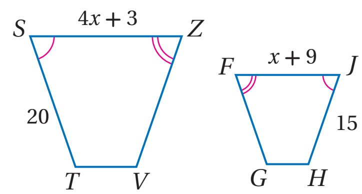
الدرسان 1-6 و 2-6

إذا كان المضلعان في كلٍّ من السؤالين الآتيين متشابهين، فأوجد قيمة x. (الدرس 1-6)

1)



2)



3) **اختيار من متعدّد:** إذا كانت المسافة بين الطائف والدمام على خريطة تساوي $98\,cm$، وكان مقياس رسم الخريطة $2.5\,cm : 30\,km$، فما المسافة الحقيقية بينهما؟ (الدرس 1-6)

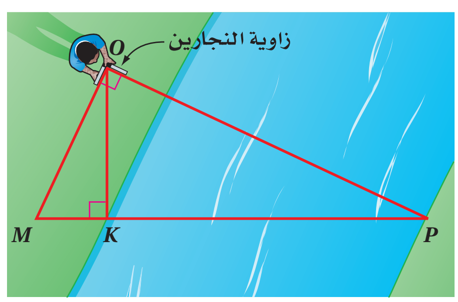
A $1211\,km$

B $964\,km$

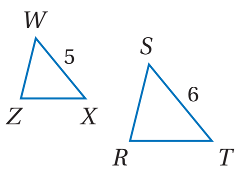
C $1176\,km$

D $1031\,km$

4) **قياس:** يستعمل عبدالله زاوية النجارين لحساب KP عبر النهركما في الشكل أدناه، إذا كان: $OK = 4.5\,ft$, $MK = 1.5\,ft$، فأوجد المسافة KP عبر النهر. (الدرس 2-6)

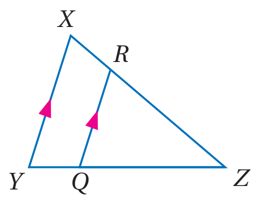


5) إذا كان: $\triangle WZX \sim \triangle SRT$، $ST = 6$, $WX = 5$، فأوجد محيط $\triangle WZX$ إذا كان محيط $\triangle SRT$ يساوي 18 وحدة. (الدرس 1-6)

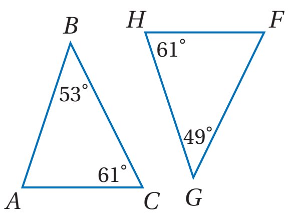


حدّد ما إذا كان المثلثان في السؤالين 6, 7 متشابهين أم لا، وإذا كانا متشابهين، فاكتب عبارة التشابه. وإلّا فحدد المعلومات الإضافية الكافية لإثبات أنهما متشابهان، وضح إجابتك. (الدرس 2-6)

6)

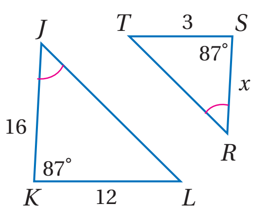


7)

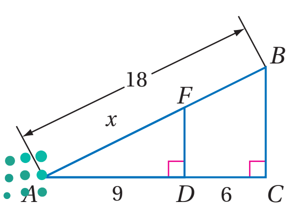


جبر أوجد الطول المطلوب في كلٍّ من السؤالين الآتيين: (الدرس 2-6)

8) SR



9) AF



6-3

المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة
Parallel Lines and Proportional Parts

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

فيما سبق:

درستُ استعمال التناسب لحل مسائل تتضمن مثلثات متشابهة.

(الدرس 6-2)

والآن:

- أستعمل الأجزاء المتناسبة في المثلث.
- أستعمل الأجزاء المتناسبة في المستقيمات المتوازية.

المفردات:

القطعة المنصفة في المثلث
midsegment of a triangle

لماذا؟

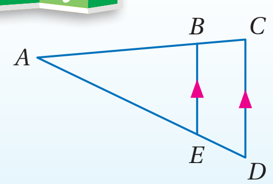
يستعمل رسّامو الصور المتحركة طرائق عدّة؛ لإضفاء خداع بصري على أعمالهم. كما يستعملون في الرسومات الثلاثية الأبعاد حقيقة كون الأجسام البعيدة تبدو أصغر من الأجسام القريبة إلى المشاهد. ولتحقيق هذا الخداع، يستعمل الرسّامون نظرية التناسب في المثلث.

الأجزاء المتناسبة في المثلث: عند رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث، فإنّه يمكن إثبات أن المثلثين الناتجين متشابهان، وذلك باستعمال مسلمة التشابه AA، وبما أن المثلثين متشابهان، فإنّ أطوال أضلاعهما متناسبة.

نظريّة 6.5 نظريّة التناسب في المثلث

أضف إلى مطويتك

إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنّه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة.

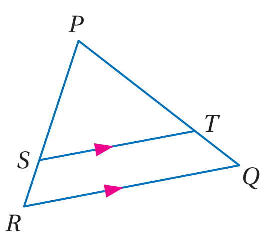


مثال: إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

ستبرهن النظريّة 6.5 في السؤال 21

مثال 1 إيجاد طول ضلع

في $\triangle PQR$ ، إذا كان: $SR = 2.5$, $TQ = 3$, $PT = 7.5$, $\overline{ST} \parallel \overline{RQ}$ ، فأوجد PS .



إرشادات للدراسة

التوازي:
إذا كان المستقيمان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازيين، فإن القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}, \overline{CD}$ متوازيتان؛ لأنهما جزء من المستقيمين $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ على الترتيب.
أي أنه إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

تحقق من فهمك

1) في الشكل أعلاه، إذا كان: $PT = 15$, $SR = 5$, $PS = 12.5$ ، فأوجد TQ .

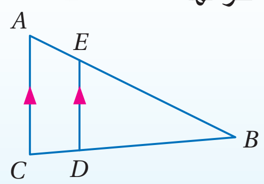
وعكس النظرّية 6.5 صحيح أيضًا، ويمكن إثباته باستعمال الأجزاء المتناسبة في المثلث ونظرية التشابه SAS .

نظريّة 6.6 عكس نظريّة التناسب في المثلث

أضف إلى مطويتك

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة، فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث.

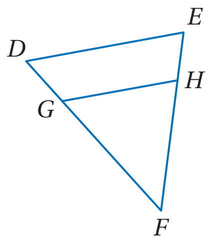
مثال: إذا كان $\frac{CD}{DB}=\frac{AE}{EB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$.



ستبرهن النظرية 6.6 في السؤال 22

مثال 2 تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين

في $\triangle DEF$ إذا كان: $DG=\frac{1}{3}GF, EH=3, HF=9$ ، فهل $\overline{GH} \parallel \overline{DE}$ ؟وضح إجابتك.

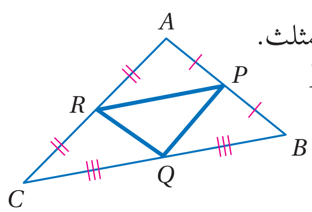


تحقق من فهمك

2) في الشكل أعلاه، إذا كان: $DG=\frac{1}{2}GF, EH=6, HF=10$ ، فهل $\overline{GH} \parallel \overline{DE}$ ؟

القطعة المنصّفة في المثلث هي قطعة مستقيمة طرفاها نقطتا منتصف ضلعين في المثلث. وفي كل مثلث ثلاث قطع منصّفة. فالقطع المنصّفة في $\triangle ABC$ هي $\overline{RP}, \overline{PQ}, \overline{RQ}$

ونظرية القطعة المنصّفة في المثلث هي حالة خاصّة من عكس نظرية التناسب في المثلث.



إرشادات للدراسة

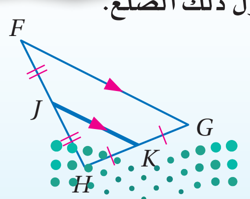
مثلث القطع المنصفة: القطع المنصفة الثلاث في المثلث تشكل مثلثًا يُسمى مثلث القطع المنصّفة.

نظرية 6.7 نظريّة القطعة المنصّفة في المثلث

أضف إلى مطويتك

القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.

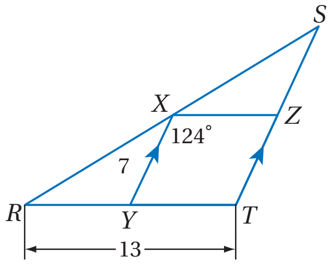
مثال: إذا كانت J, K نقطتَي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$ على الترتيب، فإن: $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK=\frac{1}{2}FG$.



ستبرهن النظرية 6.7 في السؤال 23

مثال 3 استعمال نظريّة القطعة المنصّفة في المثلث

في $\triangle RST$ ، إذا كانت $\overline{XZ}$, $\overline{XY}$ قطعتين منصّفتين، فأوجد كل قياس مما يأتي:



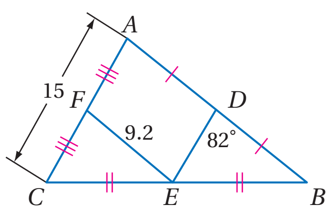
a) XZ

b) ST

c) $m\angle RYX$

تحقق من فهمك

أوجد كل قياس مما يأتي معتمدًا على الشكل المجاور:



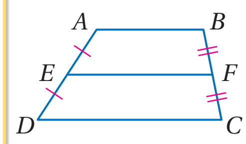
3A) DE

3B) DB

3C) $m\angle FED$

إرشادات للدراسة

القطعة المنصّفة: نظريّةُ القطعة المنصّفة في المثلث، تشبه نظريّة القطعة المنصّفة في شبه المنحرف، والتي تنصّ على أن القطعة المنصّفة في شبه المنحرف توازي القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طولَي القاعدتين.

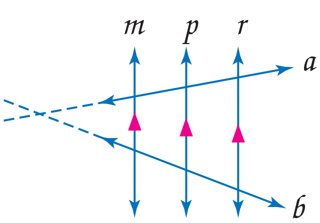


$\overline{EF} \parallel \overline{AB} \parallel \overline{DC}$

$EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

هناك حالة خاصّة أخرى لنظرية التناسب في المثلث تتضمن ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، يقطعها قاطعان. لاحظ أنّه إذا مُدَّ القاطعان a , b ، فإنّهما يصنعان ثلاثة مثلثاتٍ لها ثلاثة أضلاع متوازية.

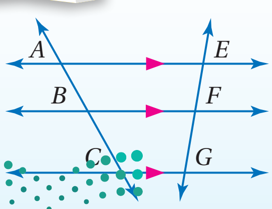


نتيجة 6.1 الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

أضف إلى مطويتك

إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة.

مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.



إرشادات للدراسة

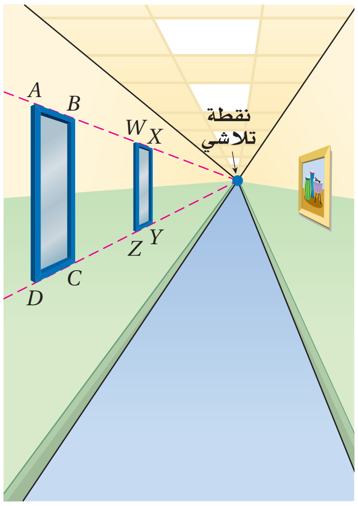
تناسبات أخرى: في النتيجة 6.1 ، يمكن كتابة تناسبين آخرين للمثال:

$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG}, \frac{AC}{BC} = \frac{EG}{FG}$

ستبرهن النتيجة 6.1 في السؤال 19

مثال 4 من واقع الحياة
استعمال القطع المتناسبة من قاطعين

رسم: ترسم مريم ممرًّا في منظورٍ ذي نقطة تلاشٍ واحدة، فاستعملت مريم الخطوط الإرشادية المبيّنة؛ لرسم نافذتين على الجدار الأيسر. إذا كانت القطع المستقيمة: $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{WZ}, \overline{XY}$ متوازية، وكان: $AB = 8\text{ cm}, DC = 9\text{ cm}, ZY = 5\text{ cm}$، فأوجد WX .



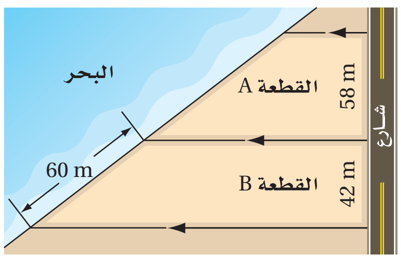
الربط مع الحياة

يستعمل الرسامون إيحاءات إدراكيّة متنوعة، تجعل الرسم الثنائي الأبعاد يبدو ثلاثي الأبعاد منها:

- الحجم: تبدو الأشياء البعيدة أصغر حجمًا.
- الوضوح: تبدو الأجسام القريبة أكثر وضوحًا.
- التفاصيل: تتضمن الأجسام القريبة تفاصيل دقيقة، في حين تتضمن الأجسام البعيدة معالم عامّة.

تحقق من فهمك

4) **عقارات:** واجهة قطعة الأرض هي طول حدّها المحاذي لمعْلَم ما مثل شارع أو بحر أو نهر، أوجد طول الواجهة البحريّة للقطعة A إلى أقرب عُشر المتر.



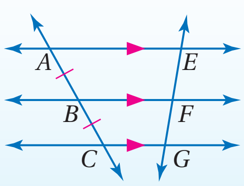
إذا كانت النسبة بين أطوال أجزاء القاطعين تساوي 1، فإن المستقيمات المتوازية تقطع أجزاءً متطابقة من القاطعين.

نتيجة 6.2 الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

أضف إلى مطويتك

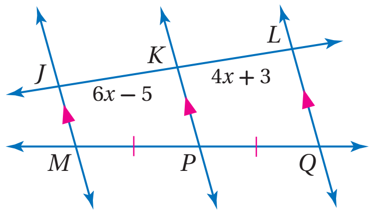
إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاؤه متطابقة،فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة.

مثال: إذا كان: $\overleftrightarrow{AE} \parallel \overleftrightarrow{BF} \parallel \overleftrightarrow{CG}$ ، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعين لها، بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.



ستبرهن النتيجة 6.2 في السؤال 20

مثال 5 استعمال القطع المتطابقة من قاطعين



جبر: أوجد قيمة x .

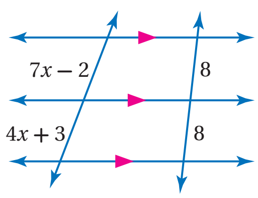
بما أنّ: $\overleftrightarrow{JM} \parallel \overleftrightarrow{KP} \parallel \overleftrightarrow{LQ}$ ، $\overline{MP} \cong \overline{PQ}$ ،

فإنّ $\overline{JK} \cong \overline{KL}$ وفق النتيجة 6.2 .

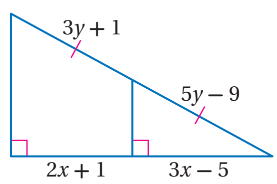
✓ تحقق من فهمك

أوجد قيمة كلٍّ من x, y .

5A)



5B)



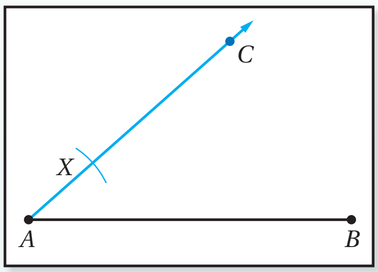
يمكن تقسيم قطعة مستقيمة إلى جزأين متطابقين، برسم العمود المنصّف للقطعة المستقيمة، ولكن لا يمكن تقسيم قطعة مستقيمة إلى ثلاثة أجزاء متطابقة برسم أعمدة منصّفة، ولعمل ذلك تستعمل المستقيمات المتوازية والنتيجة 6.2 .

إنشاءات هندسية: تقسيم قطعة مستقيمة إلى ثلاثة أجزاء متطابقة

ارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$، ثمّ استعمل النتيجة **6.2** ؛ لتقسيمها إلى **3** أجزاء متطابقة.

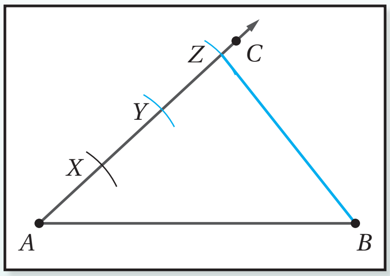
A B

الخطوة 1:



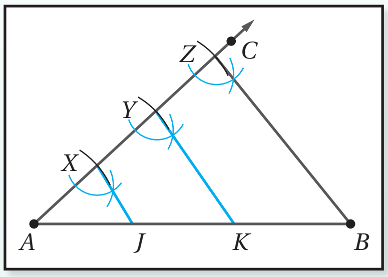
ارسم $\overrightarrow{AC}$، ثم ثبّت الفرجار عند A، وارسم قوسًا يقطع $\overrightarrow{AC}$ عند X .

الخطوة 2:



استعمل الفرجار بالفتحة نفسها؛ لتعيين النقطتين Y, Z بحيث $\overline{AX} \cong \overline{XY} \cong \overline{YZ}$.
ثم ارسم $\overline{ZB}$.

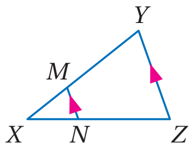
الخطوة 3:



أنشئ من X و Y مستقيمين يوازيان $\overline{ZB}$ كما درست سابقًا، وسمِّ نقطتي تقاطعهما مع $\overline{AB}$ بالحرفين J, K.

تأكـد

المثال 1 في $\triangle XYZ$ ، إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{YZ}$، فأجب عن السؤالين الآتيين:

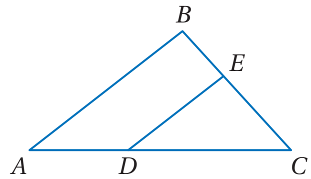


1) إذا كان: $XM = 4\,, XN = 6\,, NZ = 9$ ، فأوجد XY .

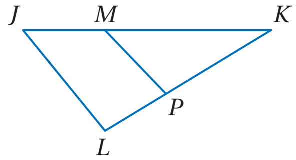
2) إذا كان: $XN = 6\,, XM = 2\,, XY = 10$ ، فأوجد NZ .

المثال 2

3) في $\triangle ABC$ ، إذا كان: $BC = 15, BE = 6$ ، $DC = 12\,, AD = 8$ ، فهل $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ؟ برّر إجابتك.

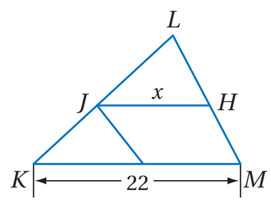


4) في $\triangle JKL$ ، إذا كان: $JK = 15, JM = 5$ ، $LK = 13, PK = 9$ ، فهل $\overline{MP} \parallel \overline{JL}$ ؟ برّر إجابتك.

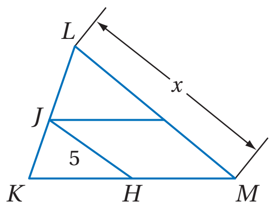


المثال 3 إذا كانت $\overline{JH}$ قطعة منصِّفة في $\triangle KLM$ ، فأوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:

5)

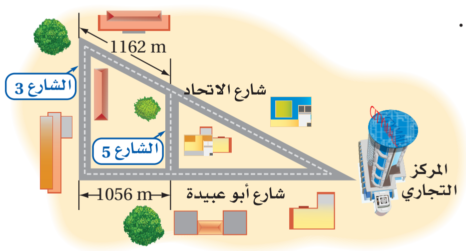


6)



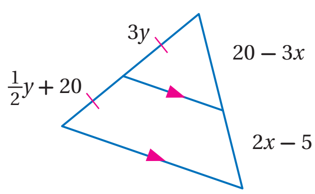
المثال 4

7) **خرائط:** الشارعان 5 , 3 في الخريطة المجاورة متوازيان. إذا كانت المسافة بين الشارع 3 والمركز التجاري على امتداد شارع أبو عبيدة 3201 m ، فأوجد المسافة بين الشارع 5 والمركز التجاري على امتداد شارع الاتحاد، مقربًا إجابتك إلى أقرب عُشر من المتر.

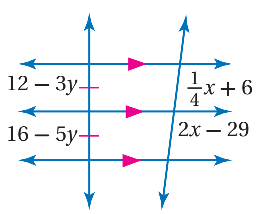


المثال 5 **جبر:** أوجد قيمتَي x, y في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

8)

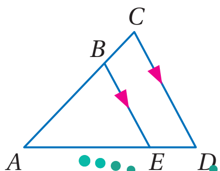


9)



تدرب وحل المسائل

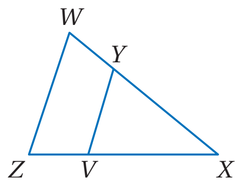
المثال 1 في $\triangle ACD$ ، إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$، فأجب عن السؤالين الآتيين:



10) إذا كان: $AE = 9\,, BC = 4\,, AB = 6$ ، فأوجد ED .

11) إذا كان: $ED = 5\,, AC = 16\,, AB = 12$ ، فأوجد AE .

المثال 2 حدّد ما إذا كان $\overline{VY} \parallel \overline{ZW}$ أم لا، وبرّر إجابتك في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



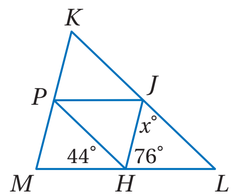
12) $ZX = 18, ZV = 6, WX = 24, YX = 16$

13) $WX = 31, YX = 21, ZX = 4ZV$

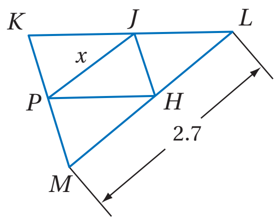
في $\triangle KLM$ ، إذا كانت $\overline{JH}, \overline{JP}, \overline{PH}$ قطعًا منصّفة ، فأوجد قيمة x في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

المثال 3

14)

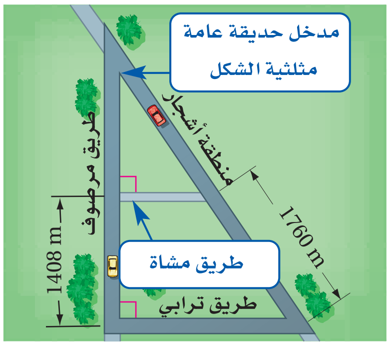


15)



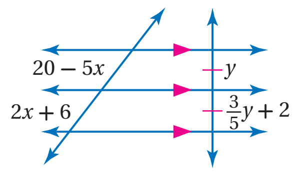
المثال 4

16) **خرائط:** المسافة من مدخل الحديقة إلى طريق المشاة على امتداد الطريق المرصوف 880 m. إذا كان طريق المشاة يوازي الطريق الترابي، فأوجد المسافة من مدخل الحديقة إلى طريق المشاة على امتداد منطقة الأشجار.

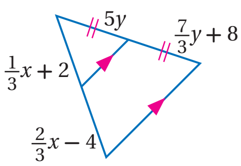


المثال 5 **جبر:** أوجد قيمة كل من x, y في السؤالين الآتيين:

17)



18)



برهان: اكتب برهانًا حرًّا لكلٍّ مما يأتي:

19) النتيجة 6.1

20) النتيجة 6.2

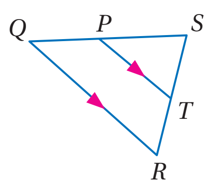
21) النظرية 6.5

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين للنظريتين الآتيتين:

22) النظرية 6.6

23) النظرية 6.7

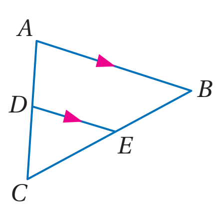
استعمل $\triangle QRS$ للإجابة عن السؤالين الآتيين:



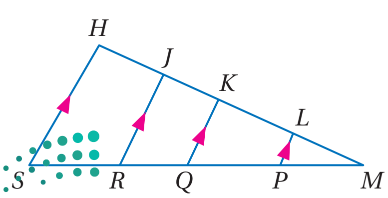
24) إذا كان: $ST = 8, TR = 4, PT = 6$ ، فأوجد QR .

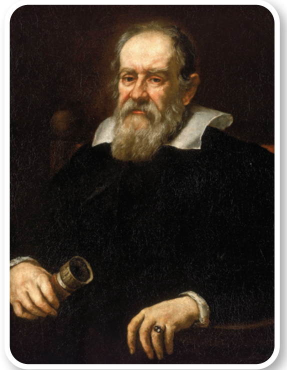
25) إذا كان: $SP = 4, PT = 6, QR = 12$ ، فأوجد SQ .

26) إذا كان: $CE = t - 2, EB = t + 1$ ، $CD = 2, CA = 10$ ، فأوجد قيمة كلٍّ من t, CE .



27) إذا كان: $LK = 4, MP = 3, PQ = 6, KJ = 2$ ، $RS = 6, LP = 2$ ، فأوجد قيمة كلٍّ من ML, QR, QK, JH



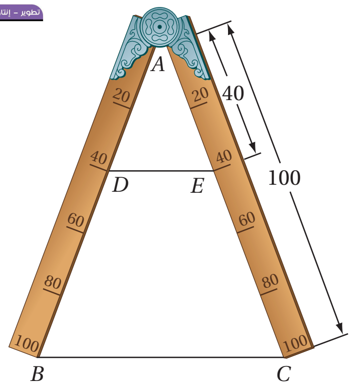


تاريخ الرياضيات

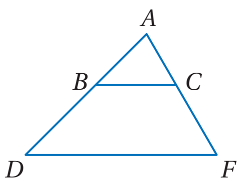
جاليلو جاليلي

(1564 م إلى 1642 م)
ولد جاليلو جاليلي في إيطاليا، ودرس الفلسفة والفلك والرياضيات، وله إسهامات جوهرية في كلٍّ منها.

28) تاريخ الرياضيات: في القرن السادس عشر الميلادي، ابتكر جاليلو الفرجار لاستعماله في القياس كما في الشكل المجاور. ولرسم قطعةٍ مستقيمةٍ طولها يساوي خُمسَي طول قطعةٍ معلومةٍ. اجعل نهايتَي ساقَي الفرجار عند طرفَي القطعة المعلومة، ثم ارسم قطعةً مستقيمةً بين علامتَي 40 على ساقَي الفرجار. بيِّن أن طول $\overline{DE}$ يساوي خُمسَي طول $\overline{BC}$.



أوجد قيمة x، بحيث يكون $\overline{BC} \parallel \overline{DF}$.



29) $AB = x + 5,\ BD = 12,\ AC = 3x + 1,\ CF = 15$

30) $AC = 15,\ BD = 3x - 2,\ CF = 3x + 2,\ AB = 12$

إنشاءات هندسية: أنشئ كل قطعة مستقيمة فيما يأتي وفق التعليمات التالية:

31) قطعة مستقيمة مقسّمة إلى خمس قطع متطابقة.

32) قطعة مستقيمة مقسّمة إلى قطعتين النسبة بين طولَيهما 1 إلى 3.

33) قطعة مستقيمة طولها 11 cm، ومقسمة إلى أربع قطع متطابقة.

إرشادات للدراسة

إنشاءات هندسية: تذكّر أن الفرجار والمسطرة غير المدرجة هما الأداتان الوحيدتان المستعملتان في الإنشاءات الهندسية.

34) تمثيلات متعددة: في هذه المسألة ستستكشف تناسباتٍ مرتبطةً بمنصفات زوايا المثلث.

a) **هندسيًّا:** ارسم ثلاثة مثلثات: الأول حادّ الزوايا، وسمِّه ABC وارسم $\overrightarrow{BD}$ منصّفًا لـ$\angle B$. والثاني منفرج الزاوية وسمِّه MNP، وارسم $\overrightarrow{NQ}$ منصّفًا لـ$\angle N$، والثالث قائم الزاوية وسمِّه WXY، وارسم $\overrightarrow{XZ}$ منصّفًا لـ$\angle X$.

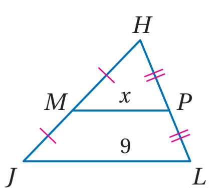
b) **جدوليًّا:** أكمل الجدول المجاور بالقيم المناسبة.

c) **لفظيًّا:** اكتب تخمينًا حول القطعتين المستقيمتين اللتين ينقسم إليهما ضلع مثلث عند رسم منصّفٍ للزاوية المقابلة لذلك الضلع.

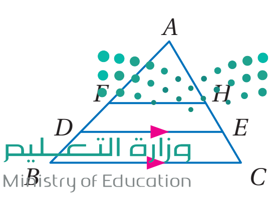
المثلث	الطول		النسبة	
ABC	AD		$\frac{AD}{CD}$	
	CD			
	AB		$\frac{AB}{CB}$	
	CB			
MNP	MQ		$\frac{MQ}{PQ}$	
	PQ			
	MN		$\frac{MN}{PN}$	
	PN			
WXY	WZ		$\frac{WZ}{YZ}$	
	YZ			
	WX		$\frac{WX}{YX}$	
	YX			

مسائل مهارات التفكير العليا

35) اكتشف الخطأ: يجد كلٌّ من أسامة وسلطان قيمة x في $\triangle JHL$، يقول أسامة: إنّ MP يساوي نصف JL؛ إذن x تساوي 4.5، ويقول سلطان: إن JL يساوي نصف MP؛ إذن x تساوي 18. فهل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ وضّح إجابتك.



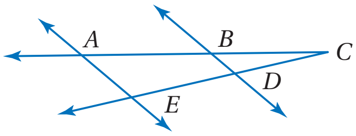
36) تبرير: في $\triangle ABC$، إذا كان: $AF = FB,\ AH = HC$، $DA = \frac{3}{4}AB,\ EA = \frac{3}{4}AC$ فهل $DE = \frac{3}{4}BC$ دائمًا أو أحيانًا أو لا يساويه أبدًا؟



37) **تحدٍّ:** اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $AB = 4\,,\ BC = 4\,,\ CD = DE$

المطلوب: إثبات أن $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$

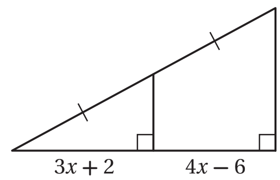


38) **مسألة مفتوحة:** ارسم ثلاث قطع مستقيمة أطوالها مختلفة a, b, c، ثم ارسم قطعةً رابعةً طولها d، بحيث يكون $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

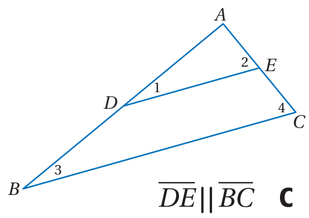
39) **اكتب:** قارن بين نظرية التناسب في المثلث ونظرية القطعة المنصّفة في المثلث.

تدريب على اختبار

40) إجابة قصيرة: ما قيمة x؟



41) في $\triangle ABC$، إذا كانت $\overline{DE}$ قطعة منصّفة، فأي العبارات التالية غير صحيحة؟



A $\angle 1 \cong \angle 4$

B $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

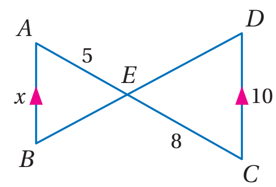
C $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

D $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

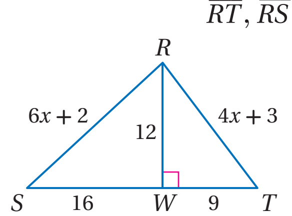
مراجعة تراكمية

جبر: اذكر النظرية أو المسلمة التي تبرر تشابه المثلثين، واكتب عبارة التشابه، ثم أوجد أطوال القطع المذكورة في كلٍّ ممَّا يأتي: **(الدرس 2-6)**

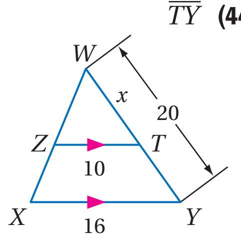
42) $\overline{AB}$



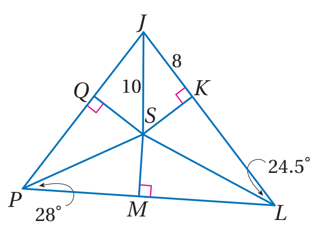
43) $\overline{RT}, \overline{RS}$



44) $\overline{TY}$



إذا كانت النقطة S مركز الدائرة الداخليةِ لـ $\triangle JPL$، فأوجد كل قياسٍ ممَّا يأتي: **(مهارة سابقة)**



45) SQ

46) QJ

47) $m\angle MPQ$

48) $m\angle SJP$

استعد للدرس اللاحق

حُل كل تناسب مما يأتي:

49) $\frac{1}{3} = \frac{x}{2}$

50) $\frac{3}{4} = \frac{5}{x}$

51) $\frac{2.3}{4} = \frac{x}{3.7}$

52) $\frac{x-2}{2} = \frac{4}{5}$

53) $\frac{x}{12-x} = \frac{8}{3}$

6-4 عناصر المثلثات المتشابهة
Parts of Similar Triangles

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

فيما سبق:

درستُ أن أطوال الأضلاع المتناظرة لمضلعين متشابهين تكون متناسبة.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أتعرف علاقات التناسب الخاصة بكلٍّ من منصفات الزوايا والارتفاعات والقطع المتوسطة المتناظرة في المثلثات المتشابهة وأستعملها.
- أستعمل نظرية منصف زاوية في مثلث.

لماذا؟

في كاميرات التصوير الاحترافي تُستعمل أفلام بمعايير خاصة؛ للحصول على صور واضحة، وعند التقاط الصورة المجاورة، كانت المسافة بين النخلة وعدسة الكاميرا 6.16 m، وكان طول النخلة على الفيلم 35 mm، يمكن استعمال المثلثات المتشابهة لإيجاد طول النخلة الحقيقي.

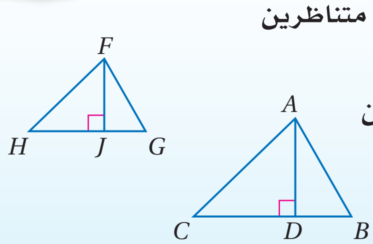
قطع مستقيمة خاصّة في المثلثين المتشابهين: تعلمت في الدرس **6-1**، أنّ أطوال الأضلاع المتناظرة في المضلعات المتشابهة، ومنها المثلثات، تكون متناسبة، ويمكن توسيع الفكرة إلى قطع مستقيمة أخرى في المثلثات.

نظريات — قطع مستقيمة خاصّة في المثلثين المتشابهين

أضف إلى مطويتك

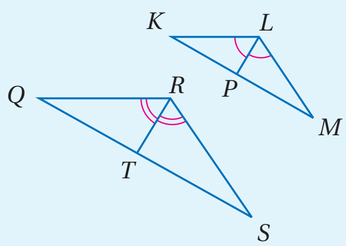
6.8 إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين طولَي كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين طولَي كلٍّ ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$، $\overline{AD}, \overline{FJ}$ ارتفاعين فإنّ $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$.



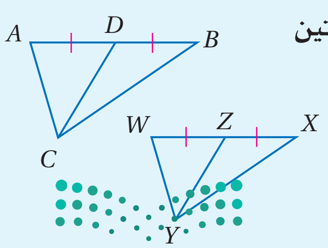
6.9 إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولَي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$، $\overline{RT}, \overline{LP}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$.



6.10 إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين طولَي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$، $\overline{YZ}, \overline{CD}$ قطعتين متوسطتين فإنّ $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$.

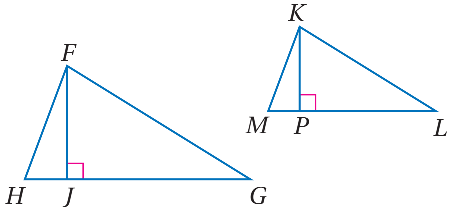


ستبرهن النظريتين 6.9, 6.10 في السؤالين 15, 14 على الترتيب

برهان النظرية 6.8

المعطيات: $\triangle FGH \sim \triangle KLM$ ، $\overline{FJ}$, $\overline{KP}$ و ارتفاعان.

المطلوب: $\frac{FJ}{KP} = \frac{HF}{MK}$



برهان حر:

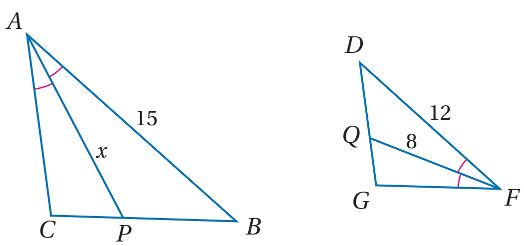
بما أن: $\triangle FGH \sim \triangle KLM$ ، إذن $\angle H \cong \angle M$ ، كما أن $\angle FJH \cong \angle KPM$ ؛ لأنهما زاويتان قائمتان ناتجتان عن ارتفاعين، وجميع الزوايا القوائم متطابقة؛ لذلك فإن

$\triangle HFJ \sim \triangle MKP$ بحسب مسلمة التشابه AA ؛ إذن $\frac{FJ}{KP} = \frac{HF}{MK}$ وفق تعريف المضلعين المتشابهين.

ويمكنك استعمال القطع المستقيمة الخاصة في المثلثات المتشابهة لإيجاد الأطوال المجهولة.

مثال 1 استعمال القطع الخاصّة في المثلثات المتشابهة

إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FDG$ في الشكل أدناه، فأوجد قيمة x .



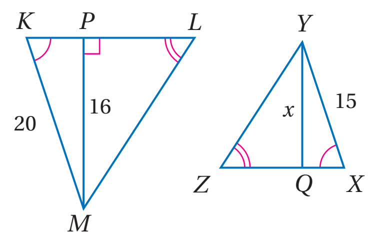
إرشادات للدراسة

استعمال معامل التشابه:
يمكن حل المثال 1 أيضًا بإيجاد معامل التشابه بين $\triangle ABC, \triangle FDG$ أولًا ، وتكون النسبة بين طول القطعة المستقيمة المنصّفة لزاوية في $\triangle ABC$ إلى طول القطعة المستقيمة المنصّفة للزاوية المناظرة لها في $\triangle FDG$ تساوي معامل التشابه هذا.

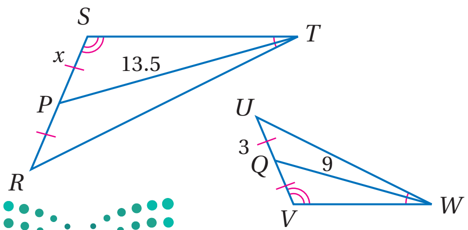
✓ تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين، في كل من السؤالين الآتيين:

(1A



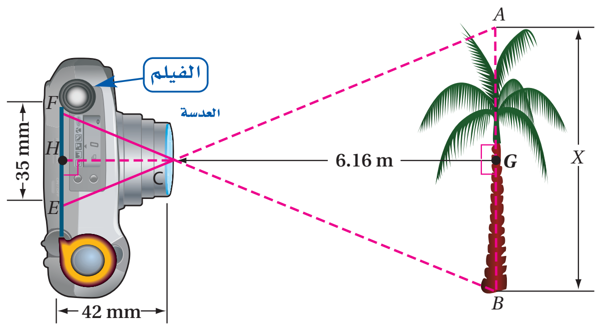
(1B



يمكنك استعمال القطع المستقيمة الخاصّة في المثلثات المتشابهة لحل مسائل **من واقع الحياة**.

مثال 2 من واقع الحياة — استعمال المثلثات المتشابهة لحل المسائل

تصوير: بالرجوع إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، يبين الرسم التوضيحي أدناه (الرسم ليس على القياس) موقع الكاميرا وطول الصورة والمسافة من عدسة الكاميرا إلى الفيلم. أوجد الارتفاع الحقيقي للنخلة.

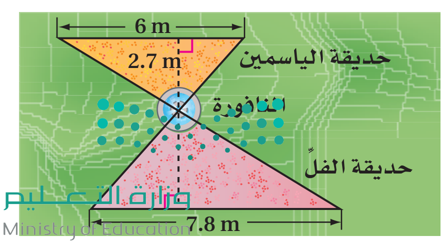


الربط مع الحياة

طُرحت الكاميرات الرقمية في الأسواق لأول مرة عام 1994م، وكانت درجة وضوح الصورة 640×480 بكسل، وفي عام 2005 أمكن أخذ صورة بدرجة وضوح بلغت 4368×2912 بكسل بواسطة كاميرا أكثر وضوحًا لدرجة 12.8 مليون بكسل، وهي صورة أوضح كثيرًا مما تعرضه معظم الحواسيب، فظهرت شاشات حواسيب عالية الوضوح تسمى $4K$.

تحقق من فهمك

2) **حدائق:** في الشكل المجاور حديقتان بجوارهما نافورة، إذا كانت الحديقتان تشكلان مثلثين متشابهين، فأوجد المسافة من مركز النافورة إلى الضلع الأطول في حديقة الفُلِّ.



نظريّة منصّف زاوية في مثلث: تعلمت أن منصّف زاوية هو نصف مستقيم يقسمها إلى زاويتين متجاورتين متطابقتين، وإضافة لذلك يقسم منصف الزاوية في مثلث الضلع المقابل وفق تناسبٍ مع الضلعين الآخرين.

إرشادات للدراسة

التناسب: يمكن كتابة تناسب آخر باستعمال نظريةُ منصّف زاوية في مثلث هو $\frac{KM}{KJ} = \frac{LM}{LJ}$

نظرية 6.11 منصّف زاوية في مثلث

أضف إلى مطويتك

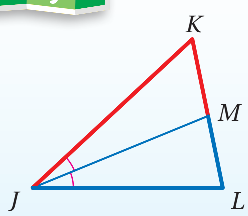
منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طولَيهما تساوي النسبة بين طولَي الضلعين الآخرين.

مثال: إذا كانت $\overline{JM}$ منصّف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

فإنّ $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$

KM, KJ ⟵ القطعتان المشتركتان بالرأس K

LM, LJ ⟵ القطعتان المشتركتان بالرأس L

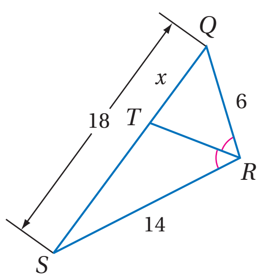


ستبرهن النظرية 6.11 في السؤال 19

مثال 3 استعمال نظرية منصّف زاوية في مثلث

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

بما أنّ $\overline{RT}$ منصف زاوية في $\triangle QRS$ ، فيمكنك استعمال نظرية منصّف زاوية في مثلث لكتابة تناسب.

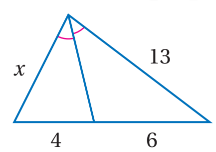


إرشادات للدراسة

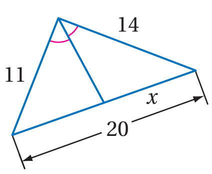
المثلثات الناتجة عن منصّف زاوية في مثلث: لا يرتبط التناسب في نظرية منصف زاوية في مثلث بتشابه مثلثين؛ إذ إن المثلثين الناشئين عن منصف زاويةٍ في مثلث ليسا متشابهين في الحالة العامة، على الرغم من التناسب بين زوجين من أضلاعهما، ووجود زاوية في أحدهما مطابقة لزاوية في الآخر. لكن المثلثين يتشابهان في حالة قسمة المثلث إلى مثلثين متطابقين.

تحقق من فهمك أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين :

(3A



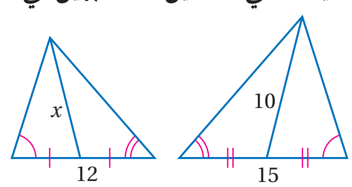
(3B



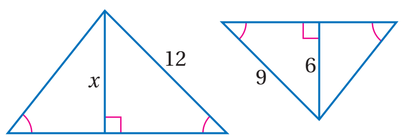
تأكد

المثال 1 أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

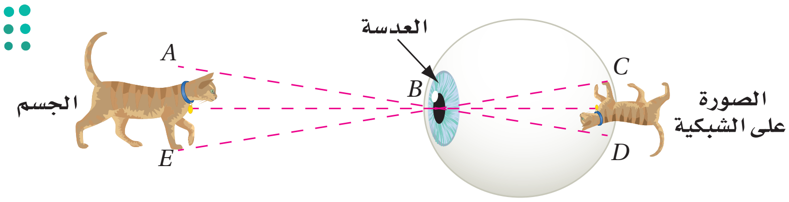
(1



(2



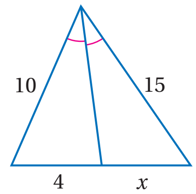
المثال 2 (3 **صورة:** ارتفاع قطّة 10 in ، وارتفاع صورتها على شبكيّة العين 7 mm، إذا كان $\triangle ABE \sim \triangle DBC$ ، وكانت المسافة من بؤبؤ العين إلى الشبكيّة 25 mm، فكم تبعد القطة عن بؤبؤ العين مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟



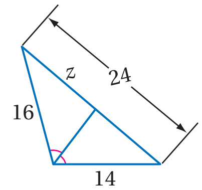
وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

المثال 3 أوجد قيمة المتغيّر في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(4



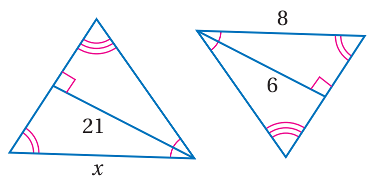
(5



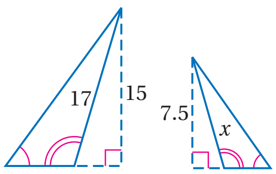
تدرب وحل المسائل

المثال 1 أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين في كلٍّ ممَّا يأتي:

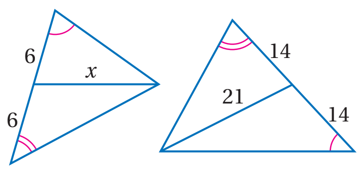
(6



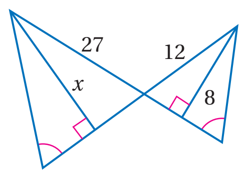
(7



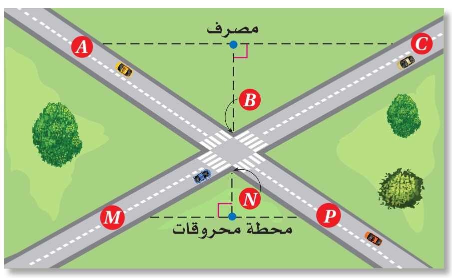
(8



(9

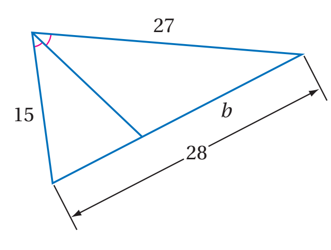


المثال 2 **(10** **طرق:** يشكِّل الطريقان المتقاطعان في الشكل أدناه مثلثين متشابهين، إذا كان $AC = 382\,\text{ft}$، $MP = 248\,\text{ft}$، وتبعد محطة المحروقات 50 ft عن التقاطع، فكم يبعد المصرف عن التقاطع مقرّبًا إجابتك إلى أقرب عدد صحيح؟

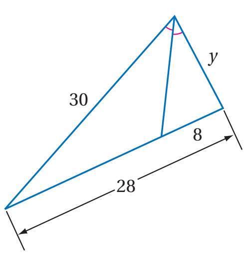


المثال 3 أوجد قيمة المتغيّر في كلٍّ من السؤالين الآتيين.

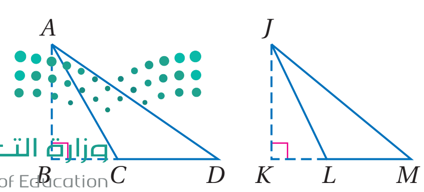
(11



(12



(13 **جبر** إذا كانت $\overline{AB}, \overline{JK}$ ارتفاعين، وكان:
$\triangle DAC \sim \triangle MJL, AB = 9$
$AD = 4x - 8, JK = 21, JM = 5x + 3$،
فأوجد قيمة x.

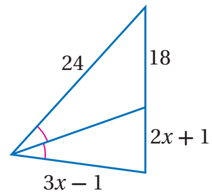


14) برهان: اكتب برهانًا حرًّا للنظريّة 6.9 .

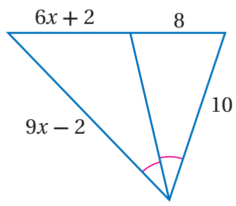
15) برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 6.10 .

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

16)



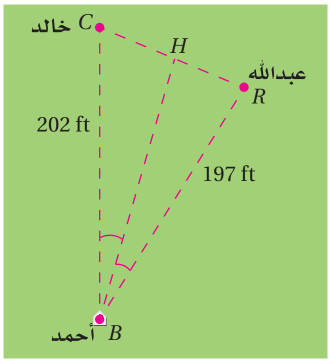
17)



إرشادات للدراسة

التناسب: في التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$، إذا كان $a>c$، فإن $b>d$. والعكس صحيح أيضًا، إذا كـان $b>d$، فإن $a>c$.

18) رياضة: تأمَّل المثلث المتشكل من المسارات بين أحمد وعبدالله وخالد في أثناء مباراة كرة قدم كما في الشكل المجاور. إذا ركل أحمد الكرة بمسار ينصف $\angle B$ في $\triangle CBR$ ، فأيهما أقرب إلى الكرة؛ عبد الله أم خالد؟ وضح إجابتك.

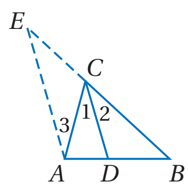


برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين في كلٍّ من السؤالين الآتيين.

19) النظريّة 6.11

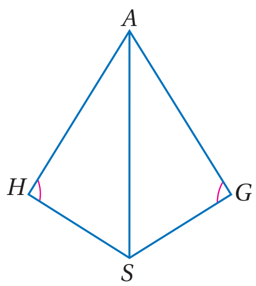
المعطيات: $\overline{CD}$ تنصف $\angle ACB$.
وبالرسم $\overline{AE} \parallel \overline{CD}$.

المطلوب: إثبات أن: $\frac{AD}{DB}=\frac{AC}{BC}$

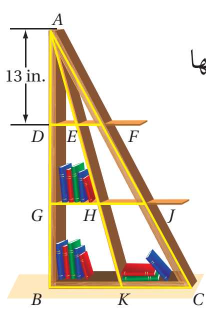


20) المعطيات: $\overline{AS}$ تنصف $\angle HAG$
$\angle H \cong \angle G$

المطلوب: إثبات أن: $\frac{HS}{GS}=\frac{AH}{AG}$

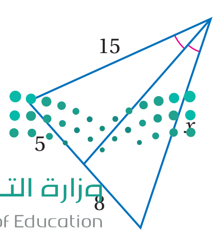


21) أثاث: يمثل الشكل المجاور خزانة كتب مثلثة الشكل، المسافة بين كل رفّين فيها تساوي 13 in، و $\overline{AK}$ قطعة متوسطة لِـ $\triangle ABC$. إذا كان $EF=3\frac{1}{3}$ in ، فكم يكون BK؟



مسائل مهارات التفكير العليا

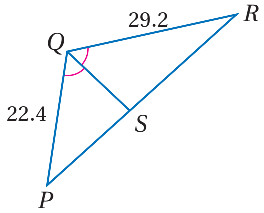
22) اكتشف الخطأ: يحاول كلٌّ من عبد الله وفيصل أن يجد قيمة x في الشكل المجاور. فيقول عبد الله: لإيجاد قيمة x أحل التناسب $\frac{15}{x}=\frac{5}{8}$، ويقول فيصل: لإيجاد قيمة x ، أحل التناسب $\frac{8}{15}=\frac{5}{x}$ ، أيٌّ منهما على صواب؟ وضح إجابتك.



23) تبرير: أوجد مثالًا مضادًّا للعبارة الآتية. وضِّح إجابتك.

"إذا كانت النسبة بين ارتفاع مثلث وطول أحد أضلاعه تساوي النسبة بين الارتفاع وطول الضلع المناظرين لهما في مثلث آخر. فإنّ المثلثين متشابهان".

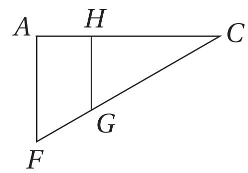
24) تحدٍّ: إذا كان محيط $\triangle PQR$ يساوي 94 وحدةً، و $\overline{QS}$ منصّف لِـ $\angle PQR$ ، فأوجد PS, RS .



25) اكتب: بيِّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين النظريّة 6.9 والنظرية 6.11 .

تدريب على اختبار

26) أيُّ الحقائق الآتية ليست كافيةً لإثبات أن المثلثين ACF و HCG متشابهان؟



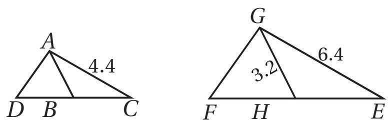
A $\overline{AF} \parallel \overline{HG}$

B $\frac{AC}{HC} = \frac{FC}{GC}$

C $\frac{CG}{CF} = \frac{1}{2}$

D $\angle FAH$ و $\angle CHG$ قائمتان.

27) إجابة قصيرة: في الشكلين أدناه:
$\overline{DB} \cong \overline{BC}\ ,\ \overline{FH} \cong \overline{HE}$

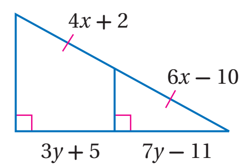


إذا كان: $\triangle ACD \sim \triangle GEF$ ، فأوجد AB .

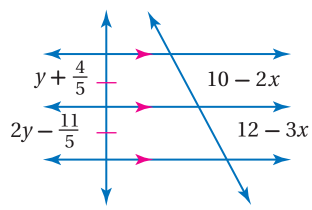
مراجعة تراكمية

جبر: أوجد قيمتَي x, y في كلٍّ ممّا يأتي. (الدرس 3-6)

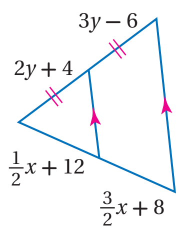
28)



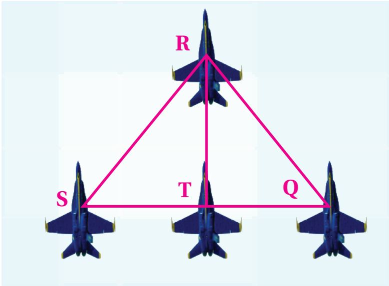
29)



30)



31) طائرات: في عرض للطائرات النفاثة، شكَّلت الطائرات تشكيلًا يبدو كمثلثين بينهما ضلع مشترك. اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أن $\triangle SRT \cong \triangle QRT$ ، علمًا بأن T منتصف $\overline{SQ}$ ، و $\overline{SR} \cong \overline{QR}$. (مهارة سابقة)



استعد للدرس اللاحق

أوجد المسافة بين كل نقطتين في كلٍّ ممّا يأتي:

32) $E(-3, -2), F(5, 8)$ **33)** $A(2, 3), B(5, 7)$ **34)** $C(-2, 0), D(6, 4)$

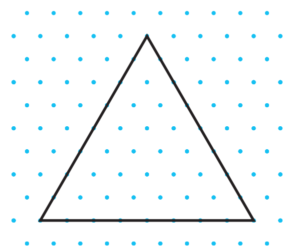
35) $W(7, 3), Z(-4, -1)$ **36)** $J(-4, -5), K(2, 9)$ **37)** $R(-6, 10), S(8, -2)$

معمل الهندسة: الكسريّات Fractals

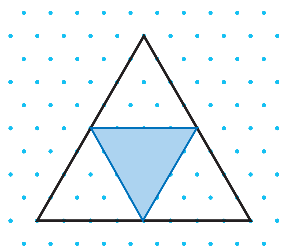
الكسريات أشكال هندسية تنتج باستعمال تكرار الأجزاء (iteration)، **وتكرار الأجزاء** هو عمليّة تكرار النمط نفسه مرّةً تِلْوَ الأخرى، وتكون الكسريات **ذاتيّة التشابه**؛ أي أن الأجزاء الصغيرة للشكل لها الخصائص الهندسية نفسها للشكل الأصلي.

نشاط 1

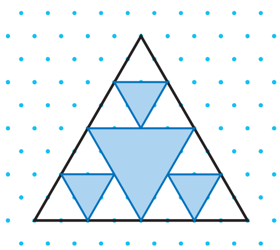
البداية: ارسم مثلثًا متطابق الأضلاع طول ضلعه 8 وحداتٍ في ورقة منقّطة.



المرحلة 1: صِلْ نقاط منتصفات أضلاع المثلث لتشكل مثلثًا آخر، وظلّل المثلث الداخلي.



المرحلة 2: كرّر العمليّة مع المثلثات الثلاثة غير المظلّلة، وصل نقاط منتصفات أضلاعها لتشكل ثلاثة مثلثات أخرى.



إذا كرّرت هذه العملية إلى مالانهاية، فإن الشكل الناتج يسمّى مثلث سيربنسكي.

تحليل النتائج:

1) إذا استمررت في هذه العمليّة، فكم يكون عدد المثلثات غير المظلّلة في المرحلة 3؟

2) ما محيط المثلث غير المظلّل في المرحلة 4؟

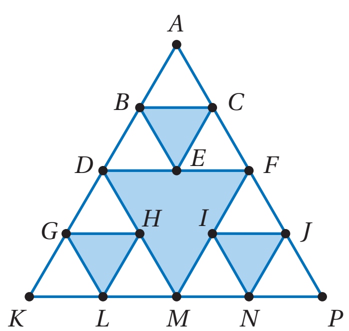
3) إذا استمررت في هذه العملية إلى مالانهاية، فماذا سيحصل لمحيط كل مثلثٍ غير مظلّل؟

4) **تحدٍّ:** استنادًا إلى الشكل المجاور، أكمل الآتي باستعمال برهان ذي عمودين:

المعطيات: $\triangle KAP$ متطابق الأضلاع.

D, F, M, B, C, E منتصفات: $\overline{KA}, \overline{AP}, \overline{PK}, \overline{DA}, \overline{AF}, \overline{FD}$ على الترتيب.

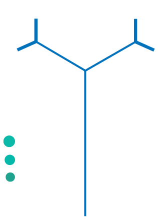
المطلوب: $\triangle BAC \sim \triangle KAP$.

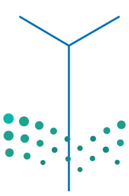


5) يمكن رسم شجرة كسريّة، برسم غصنين جديدين من نهاية كل غصن أصلي، بحيث يكون طول كل غصنٍ منها مساويًا ثلث طول الغصن السابق له .

a) ارسم المرحلة 3 والمرحلة 4 للشجرة الكسريّة. ما العدد الكلّي للأغصان في المراحل الأربع جميعها؟ (لا تعدّ الساق)

b) اكتب عبارةً جبريةً يمكن استعمالها للتنبؤ بالعدد الكلّي للأغصان في نهاية كل مرحلة.


المرحلة 2


المرحلة 1

جميع العمليات المكرّرة لا تتضمن رسوماتٍ لأشكال هندسيّة، فبعض العمليات المكرّرة، يمكن أن تترجَم إلى صيغٍ أو معادلات مشابهة للعبارة الجبرية التي كتبتها في السؤال 5 في الصفحة السابقة، وتسّمى هذه العبارات **صيغًا ترددية**.

نشاط 2

مثلث باسكال هو نمط عددي يبدأ كل صفٍّ فيه بالعدد 1، وينتهي بالعدد 1 أيضًا، وينتج كل حدٍّ من حدود الصفوف الأخرى عن جمع الحدّين الواقعين فوقه. أوجد صيغةً لمجموع حدود كل صف في مثلث باسكال بدلالة رقم هذا الصف.

الخطوة 1: اكتب الصفوف الخمسة الأولى من مثلث باسكال.

الخطوة 2: أوجد مجموع حدود كل صفٍّ.

الخطوة 3: أوجد نمطًا يعتمد على **رقم الصف**، ويمكن استعماله لإيجاد مجموع حدود كل صفٍّ.

الصف	مثلث باسكال	المجموع	النمط
1	1	1	$2^0 = 2^{1-1}$
2	1 1	2	$2^1 = 2^{2-1}$
3	1 2 1	4	$2^2 = 2^{3-1}$
4	1 3 3 1	8	$2^3 = 2^{4-1}$
5	1 4 6 4 1	16	$2^4 = 2^{5-1}$

تحليل النتائج:

6) اكتب صيغة للمجموع S لحدود الصف n لمثلث باسكال.

7) ما مجموع حدود الصف الثامن في مثلث باسكال؟

تمارين:

اكتب صيغةً ترددية لـ $F(x)$.

8)

x	2	4	6	8	10
$F(x)$	3	7	11	15	19

9)

x	0	5	10	15	20
$F(x)$	0	20	90	210	380

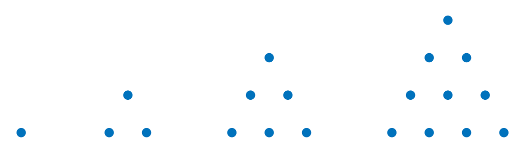
10)

x	1	2	4	8	10
$F(x)$	1	0.5	0.25	0.125	0.1

11)

x	4	9	16	25	36
$F(x)$	5	6	7	8	9

12) **تحدٍّ** يمثّل النمط أدناه متتابعة أعداد مثلثيّة. ما عدد النقاط في الحد الثامن في هذه المتتابعة؟ هل من الممكن كتابة صيغة ترددية يمكن استعمالها لتحديد عدد النقاط في العدد المثلَّثي ذي الرقم n في هذه المتتابعة؟ وإذا كان ذلك ممكنًا فاكتب الصيغة، وإلّا فوضّح السبب.



1 2 3 4

دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

المضلعات المتشابهة والمثلثات المتشابهة
(الدرسان 6-1, 6-2)

- يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.
- يكون المثلثان متشابهين إذا كانت:

AA : زاويتان في أحدهما مطابقتين لزاويتين في المثلث الآخر.

SSS : أطوال الأضلاع المتناظرة للمثلثين متناسبة.

SAS : طولا ضلعين في أحدهما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في المثلث الآخر، والزاويتان المحصورتان متطابقتين.

الأجزاء المتناسبة (الدرس 6-3)

- إذا وازَى مستقيم أحد أضلاع مثلث، وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين محددتين، فإنّه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.
- القطعة المنصّفة في المثلث توازي ضلعًا فيه، وطولها يساوي نصف طوله.

عناصر المثلثين المتشابهين (الدرس 6-4)

- إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين كلٍّ من طولَي ارتفاعيهما المتناظرين، وطولي منصِّفَي الزاويتين المتناظرتين، وطولي القطعتين المتوسطتين المتناظرتين تساوي النسبة بين طولَي ضلعين متناظرين.

المطويات منظم أفكار

تأكّد من أن **المفاهيم الأساسية** مدوَّنة في مطويتك.

مفردات أساسيّة

المضلعات المتشابهة (ص. 12)

معامل التشابه (ص. 13)

نسبة التشابه (ص. 13)

القطعة المنصّفة في المثلث (ص. 31)

الكسريات (ص. 46)

تكرار الأجزاء (ص. 46)

ذاتية التشابه (ص. 46)

صيغة ترددية (ص. 47)

اختبار المفردات

a) نسبة التشابه
b) معامل التشابه
c) مسلمة التشابه AA
d) نظرية التشابه SSS
e) نظرية التشابه SAS
f) القطعة المنصّفة

اختر مما سبق رمز الجملة التي تكمل كلًّا مما يأتي:

1) طرفا ____؟____ في المثلث هما منتصفا ضلعين فيه.

2) إذا كانت: $\angle A \cong \angle X, \angle C \cong \angle Z$ فإنّ $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ وفق ____؟____ .

3) النسبة بين طولَي ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين هي ____؟____ .

4) إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة في مثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان وفق ____؟____ .

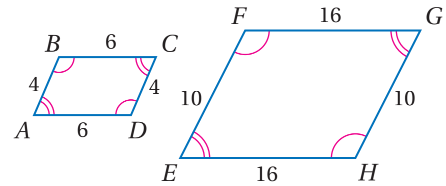
5) أحيانًا يطلق على معامل التشابه بين مضلعين اسم ____؟____ .

6) إذا كانت $\angle A \cong \angle F$ ، وكان $\frac{AC}{FD} = \frac{BA}{EF}$ ، فإن $\triangle BAC \sim \triangle EFD$ وفق ____؟____ .

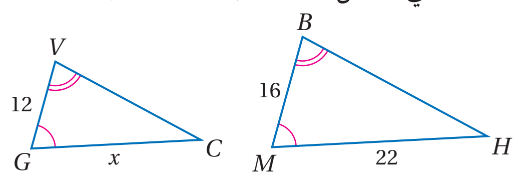
مراجعة الدروس

6-1 المضلعات المتشابهة (ص 19–12)

1) حدد ما إذا كان المضلعان أدناه متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضِّح إجابتك.



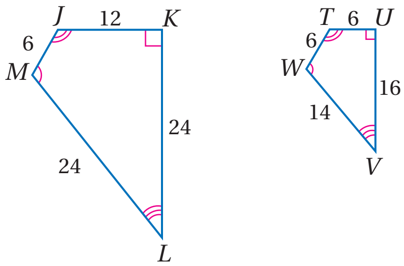
2) المثلثان في الشكل أدناه متشابهان، أوجد قيمة x .



3) **النظام الشمسي:** في نموذج دقيق لنظامنا الشمسي، وضعت سميرة الأرض على بعد 1 ft من الشمس، علمًا بأن المسافة الحقيقية بين الأرض والشمس 93000000 mi، إذا كانت المسافة من بلوتو إلى الشمس 3695950000 mi، فعلى أي بُعدٍ من الشمس ستضع سميرة بلوتو في نموذجها؟

مثال 1

حدّد ما إذا كان المضلعان أدناه متشابهين أم لا. برّر إجابتك. وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضّح إجابتك.



الخطوة 1: حدِّد الزوايا المتناظرة المتطابقة

$\angle J \cong \angle T, \angle K \cong \angle U, \angle L \cong \angle V, \angle M \cong \angle W$

الخطوة 2: اختبر النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$\frac{JK}{TU} = \frac{12}{6} = \frac{2}{1}$ ، $\frac{KL}{UV} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$

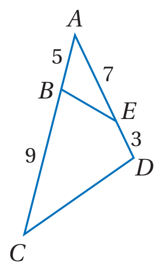
$\frac{LM}{VW} = \frac{24}{14} = \frac{12}{7}$ ، $\frac{JM}{TW} = \frac{6}{6} = \frac{1}{1}$

بما أن الأضلاع المتناظرة غير متناسبة، فإن المضلعين $TUVW, JKLM$ غير متشابهين.

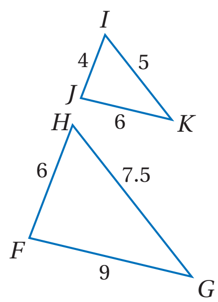
6-2 المثلثات المتشابهة (ص 28–20)

حدّد ما إذا كان المثلثان في كلٍّ من السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

4)



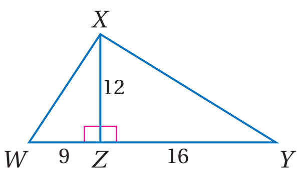
5)



6) **أشجار:** يريد عبد الله أن يقدّر ارتفاع شجرة، فوقف على مسافة 66 ft منها، فكانت نهاية ظلّه ونهاية ظل الشجرة عند النقطة نفسها، إذا كان طول عبد الله 6 ft و 4 in وطول ظلّه 15 ft، فما ارتفاع الشجرة؟

مثال 2

حدّد ما إذا كان المثلثان الآتيان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.



$\angle WZX \cong \angle XZY$ لأنهما زاويتان قائمتان، والآن اختبر تناسب طولَي ساقَي المثلثين القائمين.

$\frac{WZ}{XZ} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ $\quad \frac{XZ}{YZ} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

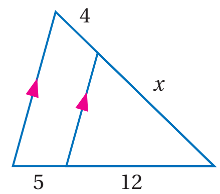
وبما أنه يوجد ضلعان في المثلث الأول، طولاهما متناسبان مع طولَي نظيرَيهما في الثاني، وأن الزاويتين المحصورتين بينهما متطابقتان، فإنّ $\triangle WZX \sim \triangle XZY$ ، وفق نظرية التشابه SAS.

دليل الدراسة والمراجعة

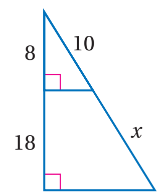
6-3 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة (ص 38–30)

أوجد قيمة x في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

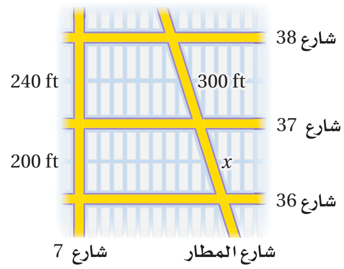
7)



8)

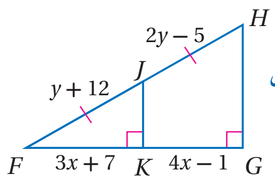


9) **شوارع:** أوجد المسافة على امتداد شارع المطار بين الشارعين 37 , 36، بفرض أن الشوارع 38 , 37 , 36 متوازية



مثال 3

جبر: أوجد قيمة كلٍّ من x, y.

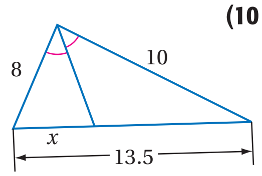


$FK = KG$	تعريف التطابق
$3x + 7 = 4x - 1$	بالتعويض
$-x = -8$	بالطرح
$x = 8$	بقسمة كلا الطرفين على (-1)
$FJ = JH$	تعريف التطابق
$y + 12 = 2y - 5$	بالتعويض
$-y = -17$	بالطرح
$y = 17$	بقسمة كلا الطرفين على (-1)

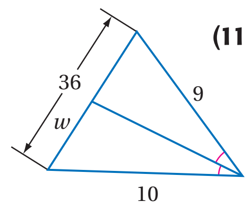
6-4 عناصر المثلثات المتشابهة (ص 45–39)

أوجد قيمة المتغيّر في كلٍّ من السؤالين الآتيين مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة:

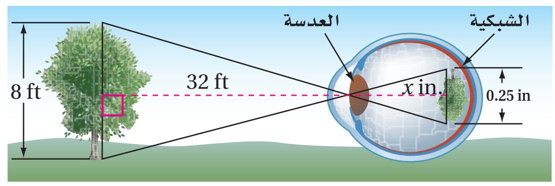
10)



11)

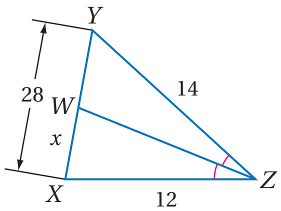


12) **عين الإنسان:** تستعمل عين الإنسان المثلثات المتشابهة لقلب الشيء وتصغيره، عندما يمر خلال العدسة إلى الشبكية، فما المسافة بين عدسة العين والشبكية؟



مثال 4

أوجد قيمة x.



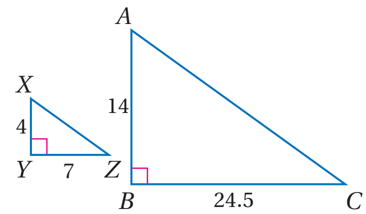
استعمل نظرية منصِّف زاوية في مثلثٍ لكتابة تناسب.

$\frac{WX}{YW} = \frac{XZ}{YZ}$	نظرية منصّف زاوية في مثلث.
$\frac{x}{28 - x} = \frac{12}{14}$	بالتعويض
$(28 - x)(12) = x \cdot 14$	خاصية الضرب التبادلي
$336 - 12x = 14x$	بالتبسيط
$336 = 26x$	بإضافة $12x$ لكلا الطرفين
$12.9 \approx x$	بقسمة كلا الطرفين على 26

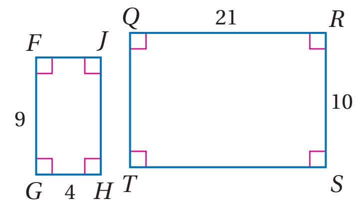
اختبار الفصل

حدّد ما إذا كان المضلعان متشابهين أم لا في كلٍّ من السؤالين الآتيين، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وضِّح إجابتك.

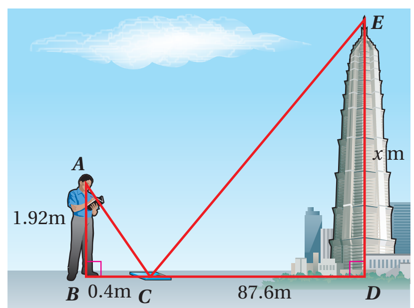
(1



(2



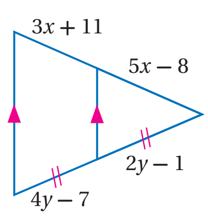
(3 **أبراج:** استعمل المعلومات الآتية لحل السؤالين الآتيين:
لتقدير ارتفاع برج Jin Mao في شنغهاي في الصين، شاهد سائح قمة البرج في مرآة موضوعة على الأرض ووجهها إلى أعلى.



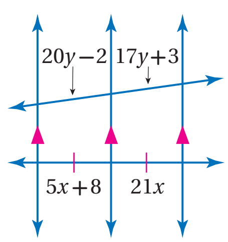
a) كم مترًا ارتفاع البرج تقريبًا؟
b) لماذا تكون طريقة الانعكاس في المرآة في هذه الحالة أفضل للقياس غير المباشر لارتفاع البرج من استعمال الظل؟

جبر: أوجد قيمتَي x, y في كلٍّ من السؤالين الآتيين، مقربًا إجابتك إلى أقرب عُشرٍ إذا كان ذلك ضروريًّا.

(4



(5



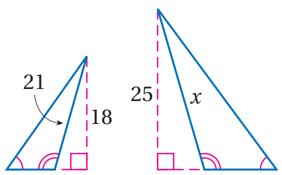
6) **جبر:** $\triangle MNP$ متطابق الأضلاع، محيطه $12a + 18b$ ، إذا كانت $\overline{QR}$ قطعة منصّفة فيه، فما قيمة QR؟

7) **جبر:** $\triangle ABC$ قائم الزاوية ومتطابق الضلعين، وطول وتره h ، إذا كانت $\overline{DE}$ قطعة منصّفة للوتر وأحد ضلعَي القائمة فيه وطولها $4x$ ، فما محيط $\triangle ABC$؟

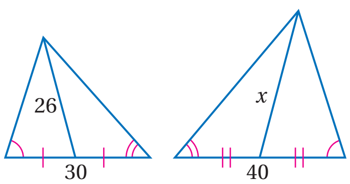
8) **نماذج:** لدى سالم نموذج لسيارة سباق حقيقيّة، إذا كان طول السيارة الحقيقيّة 10 ft و 6 in ، وطول النموذج 7 in، فما معامل تشابه النموذج إلى السيارة الحقيقيّة؟

أوجد قيمة x في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(9

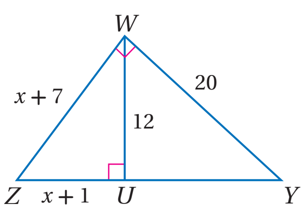


(10

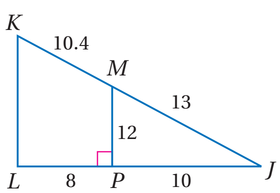


جبر: أوجد كل طول مشار إليه في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

11) WZ, UZ



12) KL



وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

تعيين اللامثال

أحيانًا تتطلب أسئلة الاختيار من متعدّد، تحديد أيّ البدائل المعطاة تعدّ لا مثالًا صحيحًا، وتتطلب هذه الأسئلة أسلوبًا مختلفًا لحلّها.

استراتيجيات تعيين اللامثال

الخطوة 1

اقرأ المسألة وافهمها.

- **اللامثال:** اللامثال هو بديل من بدائل الإجابة لا يحقق شروط المسألة.
- **كلمات أساسيّة:** ابحث عن كلمة لا، أو أي كلمة تدلّ على النفي (تكتب عادة بخط غامق، أو يوضع تحتها خط)؛ لتفهم منها أن المطلوب منك أن تجد لامثالًا.

الخطوة 2

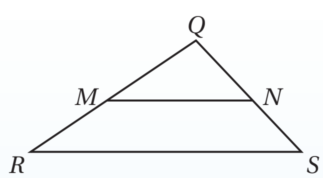
اتبع الإرشادات والخطوات الآتية؛ لمساعدتك على تعيين اللامثال:

- عيّن بدائل الإجابة الواضح عدم صحتها واحذفها.
- احذف البدائل التي تبدو بعيدة عن محتوى السؤال.
- احذف البدائل ذات الوحدات غير الصحيحة.
- اختبر بدائل الإجابة المتبقية.

مثال

اقرأ المسألة جيدًا، حدِّد المطلوب فيها، ثم استعمل المعطيات لحلها.

أيٌّ مما يأتي لا يكفي لإثبات أنّ: $\triangle QMN \sim \triangle QRS$؟



A $\angle QMN \cong \angle QRS$

B $\overline{MN} \parallel \overline{RS}$

C $\overline{QN} \cong \overline{NS}$

D $\frac{QM}{QR} = \frac{QN}{QS}$

الحرف "لا" المكتوب بالخط الغامق، يُشير إلى أنه يتعين عليك أن تجد لامثالًا، اختبر كلًّا من بدائل الإجابة باستعمال مبادئ تشابه المثلثات؛ لترى ما إذا كان أيٌّ منها لا يثبت أن $\triangle QRS \sim \triangle QMN$.

البديل A: $\angle QRS \cong \angle QMN$

إذا كانت $\angle QRS \cong \angle QMN$ ، فإنّ $\triangle QRS \sim \triangle QMN$ وفق مسلمة التشابه AA .

البديل B: $\overline{RS} \parallel \overline{MN}$

إذا كان $\overline{RS} \parallel \overline{MN}$ ، فإن $\angle QRS \cong \angle QMN$ ؛ لأنهما زاويتان متناظرتان بالنسبة لمستقيمين متوازيين قطعهما القاطع $\overline{QR}$ ، لذلك $\triangle QRS \sim \triangle QMN$ وفق مسلمة التشابه AA .

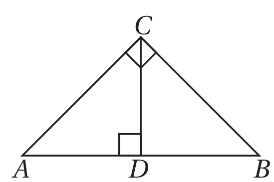
البديل C: $\overline{NS} \cong \overline{QN}$

إذا كانت $\overline{NS} \cong \overline{QN}$ ، فإننا لا نستطيع أن نستنتج أن $\triangle QRS \sim \triangle QMN$ ؛ لأننا لا نعرف أيّ شيء عن $\overline{MR}$, $\overline{QM}$ ، لذلك فالبديل C يُعدّ لامثالًا، والإجابة الصحيحة هي C. وإذا كان لديك وقت فاختبر البديل D للتأكد من أنّه مثال صحيح.

تمارين ومسائل

اقرأ كل سؤال ممّا يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة:

1) أيُّ التناسبات التالية غير صحيحة في الشكل أدناه؟



A $\frac{CD}{DB} = \frac{AD}{CD}$

B $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC}$

C $\frac{CB}{DB} = \frac{AB}{CB}$

D $\frac{CD}{AC} = \frac{AC}{AB}$

2) أي شكل يمكن أن يكون مثالًا ***مضادًّا*** للتخمين أدناه؟

"إذا كانت جميع زوايا شكل رباعي قوائم فإنه مربّع"

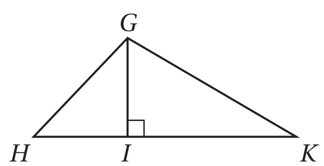
A متوازي الأضلاع

B المستطيل

C المعين

D شبه المنحرف

3) أيٌّ مما يأتي **لا** يكفي لإثبات أنّ $\triangle HIG \sim \triangle GIK$؟



A $\angle GKI \cong \angle HGI$

B $\frac{GI}{IK} = \frac{HI}{GI}$

C $\frac{GK}{IK} = \frac{GH}{GI}$

D $\angle IGK \cong \angle IHG$

4) أي مثلثين مما يأتي ***ليسا*** بالضرورة متشابهين؟

A مثلثان قائما الزاوية في كلٍّ منهما زاوية قياسها $30°$

B مثلثان قائما الزاوية في كلٍّ منهما زاوية قياسها $45°$

C مثلثان متطابقا الساقين

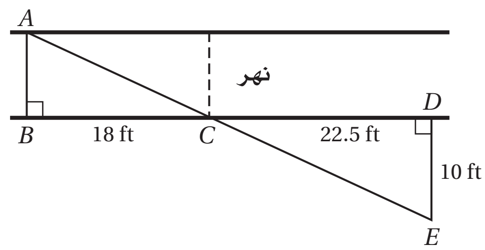
D مثلثان متطابقا الأضلاع

اختبار تراكمي

أسئلة الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثمَّ حدِّد رمز الإجابة الصحيحة:

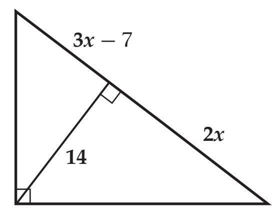
1) يُريد عادل أن يقيس عرض نهر صغير. فعيّن الأطوال المبيّنة في الشكل أدناه.



العرض التقريبي للنهر هو:

A 40.5 ft
B 6 ft
C 7 ft
D 8 ft

2) أوجد قيمة x في الشكل أدناه؟



A 5
B 7
C 8
D 10

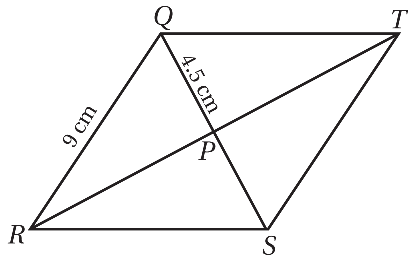
3) إذا كان $EG = 15\text{m}$ ، فما طول $\overline{EF}$؟

A 6 m
B 9 m
C 10 m
D 12 m

إرشادات للاختبار

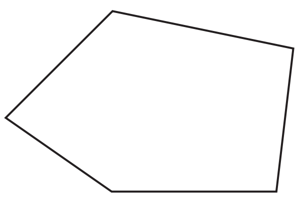
السؤال 2: عيّن مثلثين متشابهين، واكتب تناسبًا وحُلّه لإيجاد قيمة x .

4) أوجد $m\angle RST$ في المعين $QRST$ أدناه.



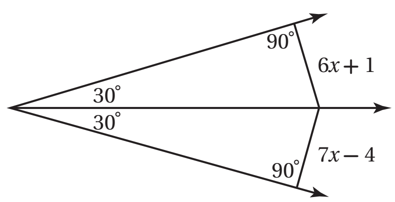
A 60°
B 90°
C 120°
D 150°

5) ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع أدناه؟



A 450°
B 540°
C 630°
D 720°

6) أوجد قيمة x .



A 3
B 4
C 5
D 6

7) شكلان رباعيَّان متشابهان بمعامل تشابه 3:2، إذا كان محيط الشكل الرباعي الأكبر 21 m ، فما محيط الشكل الرباعي الأصغر؟

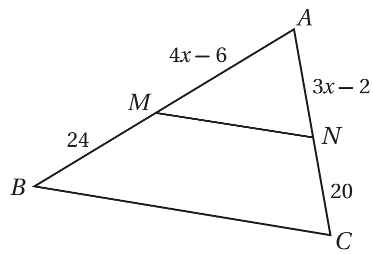
A 14 m
B 17.5 m
C 28 m
D 31.5 m

أسئلة ذات إجابات قصيرة

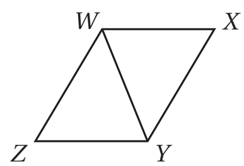
اكتب إجابتك في ورقة الإجابة.

8) **هندسة إحداثية:** مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي $ABCD$ الذي رؤوسه: $A(3, 3), B(8, 2), C(6, -1), D(1, 0)$، وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا.

9) إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ في المثلث أدناه، فأوجد قيمة x .



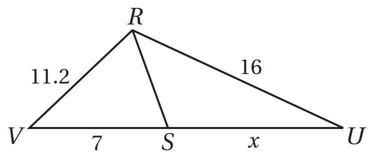
10) الشكل الرباعي $WXYZ$ معين، إذا كان $m\angle XYZ = 110°$، فأوجد $m\angle ZWY$.



11) ما المعاكس الإيجابي للعبارة أدناه؟

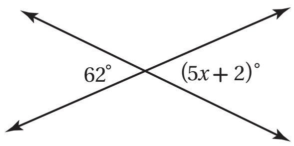
إذا كان صالح مولودًا في الرياض، فإنّه مولود في السعوديّة.

12) إذا كان $\overline{RS}$ تنصّف $\angle VRU$ في المثلث أدناه، فأوجد قيمة x .



13) يبيِّن مقياس رسم خريطة أنّ $1\,\text{cm} = 25\,\text{km}$، ما المسافة الحقيقية بين مدينتين، إذا كانت المسافة بينهما على الخريطة $4.5\,\text{cm}$؟

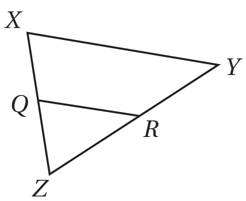
14) ما قيمة x في الشكل أدناه؟



أسئلة ذات إجابات مطولة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة مبينًا خطوات الحل.

15) استعمل الشكل أدناه للإجابة عن كلٍّ من الأسئلة الآتية:



a) إذا كان $\overline{QR} \parallel \overline{XY}$، فما العلاقة بين الأطوال: RZ, YR, QZ, XQ ؟

b) إذا كان: $\overline{QR} \parallel \overline{XY}, XQ = 15, QZ = 12, YR = 20$، فما طول $\overline{RZ}$ ؟

c) إذا كان: $\overline{QR} \parallel \overline{XY}, XQ = QZ, QR = 9.5$، فما طول $\overline{XY}$؟

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟															
إذا لم تستطع الإجابة عن السؤال..	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
فعد إلى الدرس..	6-2	6-2	مهارة سابقة	مهارة سابقة	مهارة سابقة	مهارة سابقة	6-1	مهارة سابقة	6-3	مهارة سابقة	مهارة سابقة	6-4	6-1	مهارة سابقة	6-3