

اول ثانوي



5

المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

3



<https://t.me/Lunaaaxr633>

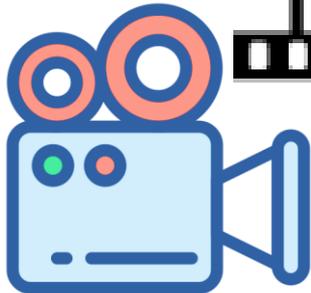


[@luna_xr36](https://twitter.com/luna_xr36)



المثلثات المتشابهة

تثريب الذكريات





المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة



المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

لماذا ؟

يستعمل رسامو الصور المتحركة طرائق عدة ؛ لإضفاء خداع بصري على أعمالهم. كما يستعملون في الرسومات الثلاثية الأبعاد حقيقة كون الأجسام البعيدة تبدو أصغر من الأجسام القريبة إلى المشاهد ولتحقيق هذا الخداع ، يستعمل الرسامون نظرية التناسب في المثلث.



١- صف المسافت بين مستقيمين متوازيين. ؟

٢- لماذا تظهر المسافت بين الحافت العليا والحافت السفلى للخرائن وكأنها تصغر ؟

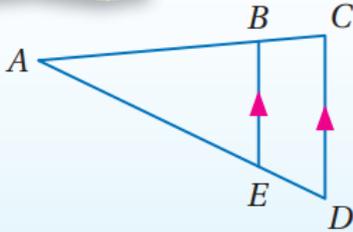
٣- هل المستقيمان المكونان من الحافت العليا والحافت السفلى للخرائن في الصورة متوازيان ؟

المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

نظرية التناسب في المثلث :

أضف إلى

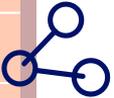
مطويتك



نظرية التناسب في المثلث

إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة.

مثال: إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

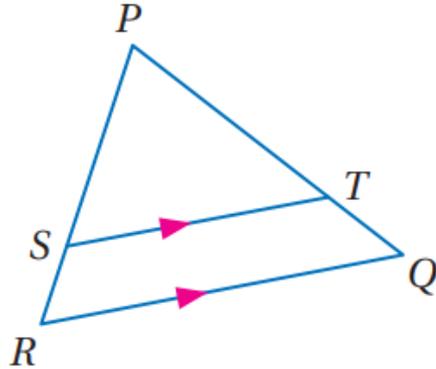


المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

مثال : إيجاد طول ضلع

في $\triangle PQR$ ، إذا كان : $SR = 2.5$ ، $TQ = 3$ ، $PT = 7.5$ ، $\overline{ST} \parallel \overline{RQ}$ ، فأوجد PS .

استعمل نظرية التناسب في المثلث .



نظرية التناسب في المثلث $\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$

بالتعويض $\frac{PS}{2.5} = \frac{7.5}{3}$

خاصية الضرب التبادلي $PS \cdot 3 = (2.5)(7.5)$

بالضرب $3PS = 18.75$

بقسمة كلا الطرفين على 3 $PS = 6.25$

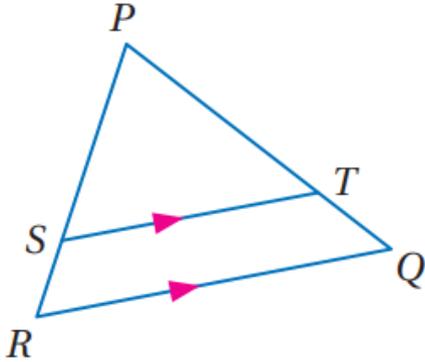


المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة



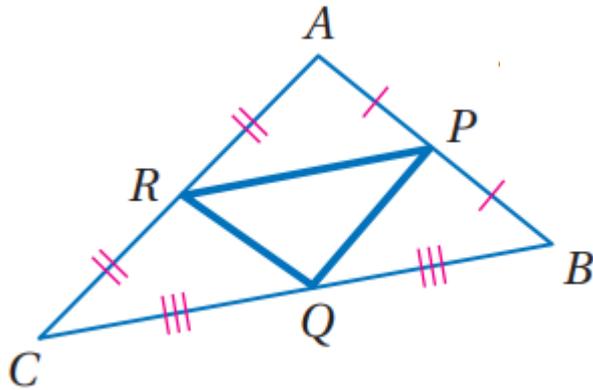
تحقق من فهمك :

1) في الشكل أعلاه، إذا كان: $PS = 12.5$, $SR = 5$, $PT = 15$ ، فأوجد TQ .





المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة



القطعت المنصفت في المثلث : هي قطعة مستقيمة طرفاها نقطتا منتصف ضلعين في المثلث وفي كل مثلث ثلاث قطع منصفة فالقطع المنصفة في ΔABC هي \overline{RP} \overline{PQ} \overline{RQ}

ونظرية القطعة المنصفة في المثلث هي حالة خاصة من عكس نظرية التناسب في المثلث.

المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة

عكس نظرية التناسب في المثلث :

أضف إلى

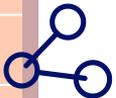
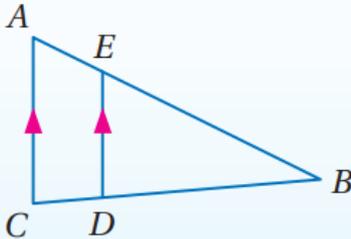
مطوبتك

نظرية 6.6

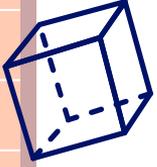
عكس نظرية التناسب في المثلث

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة، فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث.

مثال : إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{CD}{DB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$.



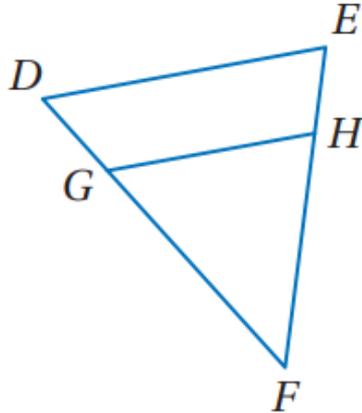
المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة



مثال ٣ : تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيان

في $\triangle DEF$ إذا كان: $DG = \frac{1}{3} GF$, $EH = 3$, $HF = 9$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟ وضح إجابتك.

يتعين عليك إثبات أن $\frac{DG}{GF} = \frac{EH}{HF}$ ، وذلك باستعمال عكس نظرية التناسب في المثلث.



معطى

$$DG = \frac{1}{3} GF$$

بقسمة كلا الطرفين على GF

$$\frac{DG}{GF} = \frac{1}{3}$$

بالتعويض $EH = 3$ ، $HF = 9$

$$\frac{EH}{HF} = \frac{3}{9}$$

بالتبسيط

$$= \frac{1}{3}$$

وبما أن:

بحسب عكس نظرية التناسب في المثلث، تكون $\overline{GH} \parallel \overline{DE}$

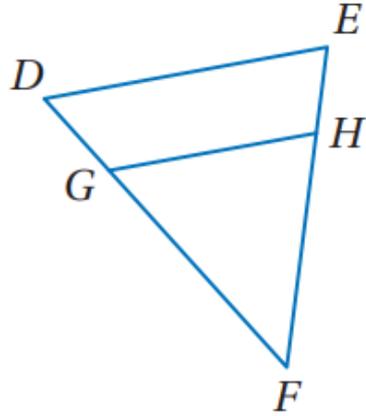
$$\frac{DG}{GF} = \frac{EH}{HF} = \frac{1}{3}$$

المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة



تحقق من فهمك ٢ :

2) في الشكل أعلاه، إذا كان: $DG = \frac{1}{2} GF$, $EH = 6$, $HF = 10$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟



6

المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

نظرية القطعة المنصفتة في المثلث :

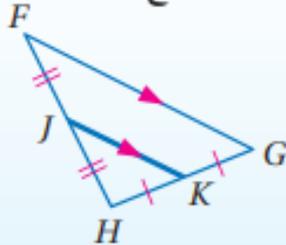
أضف إلى

مطويتك

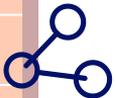
نظرية 6.7

نظرية القطعة المنصفتة في المثلث

القطعة المنصفتة في المثلث توازي أحد أضلاعه، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.



مثال : إذا كانت J, K نقطتي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$ فإن $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK = \frac{1}{2} FG$.

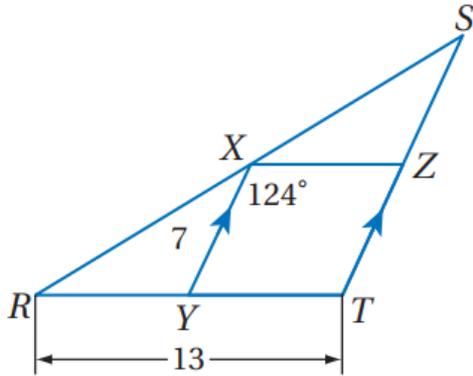


المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة



مثال ٣ : استعمال نظرية القطعة المنصفت في المثلث

في $\triangle RST$ ، إذا كانت \overline{XY} , \overline{XZ} قطعتين منصفتين ، فأوجد كل قياس مما يأتي:



XZ (a)

نظرية القطعة المنصفة في المثلث

$$XZ = \frac{1}{2}RT$$

بالتعويض

$$XZ = \frac{1}{2}(13)$$

بالتبسيط

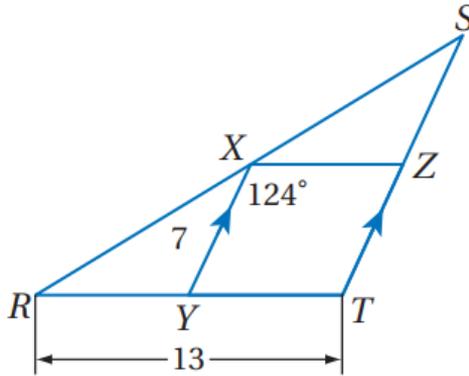
$$XZ = 6.5$$

المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة



مثال ٣ : استعمال نظرية القطعة المنصفت في المثلث

في $\triangle RST$ ، إذا كانت \overline{XY} ، \overline{XZ} قطعيتين منصفتين ، فأوجد كل قياس مما يأتي:



ST (b)

نظرية القطعة المنصفة في المثلث

$$XY = \frac{1}{2} ST$$

بالتعويض

$$7 = \frac{1}{2} ST$$

بضرب كلا الطرفين في 2

$$14 = ST$$

المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة



مثال ٣ : استعمال نظرية القطعة المنصفت في المثلث

في $\triangle RST$ ، إذا كانت \overline{XY} , \overline{XZ} قطعتين منصفتين ، فأوجد كل قياس مما يأتي:

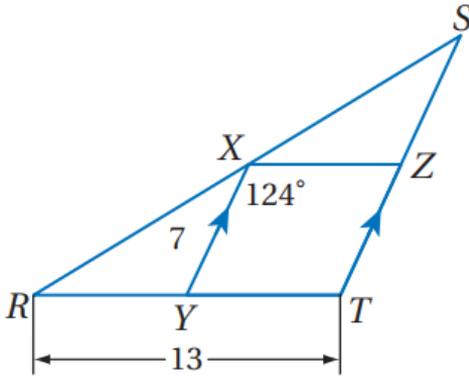
$$m\angle RYX \text{ (c)}$$

$\overline{XZ} \parallel \overline{RT}$ ، إذن \overline{XZ} قطعة منصفة في $\triangle RST$.

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً $\angle RYX \cong \angle YXZ$

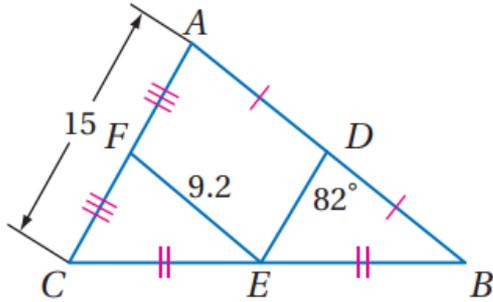
تعريف تطابق الزوايا $m\angle RYX = m\angle YXZ$

بالتعويض $m\angle RYX = 124^\circ$



المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة

تحقق من فهمك ٣ :



أوجد كل قياس مما يأتي معتمدًا على الشكل المجاور:

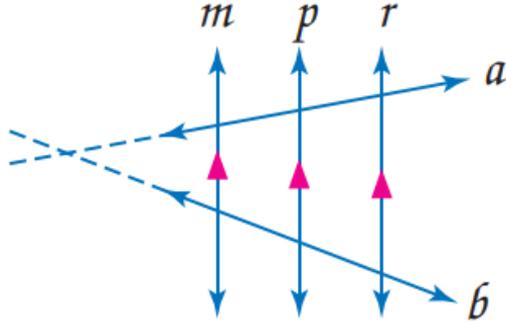
DE (3A)

DB (3B)

$m\angle FED$ (3C)

المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمت متوازيات :



هناك حالة خاصّة أخرى لنظرية التناسب في المثلث تتضمن ثلاثة مستقيمت متوازية أو أكثر، يقطعها قاطعان. لاحظ أنّه إذا مُدَّ القاطعان a, b ، فإنّهما يصنعان ثلاثة مثلثاتٍ لها ثلاثة أضلاع متوازية.

المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

نظرية الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية :

أضف إلى

مطوبتك

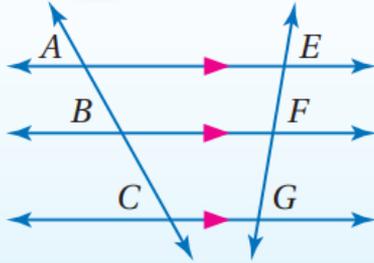
نتيجة 6.1

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة.

مثال : إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان \overrightarrow{AC} ، \overrightarrow{EG} قاطعان لها،

$$\text{فإن } \frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$$



المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

مثال ٤ : استعمال القطع المتناسبة من قاطعين

رسم: ترسم مريم ممراً في منظور ذي نقطة تلاش واحدة، فاستعملت مريم الخطوط الإرشادية المبيّنة؛ لرسم نافذتين على الجدار الأيسر. إذا كانت القطع المستقيمة: \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{WZ} , \overline{XY} متوازية، وكان:

$\overline{WX} = 8$ cm، $\overline{DC} = 9$ cm، $\overline{ZY} = 5$ cm
بما أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ ، إذن $\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$ وفق النتيجة 6.1.

النتيجة 6.1

$$\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$$

بالتعويض

$$\frac{8}{WX} = \frac{9}{5}$$

خاصية الضرب التبادلي

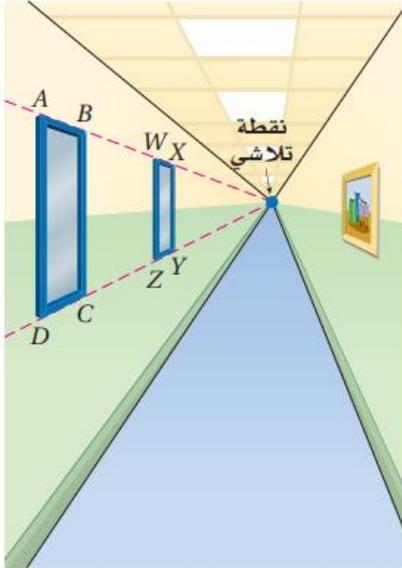
$$WX \cdot 9 = 8 \cdot 5$$

بالتبسيط

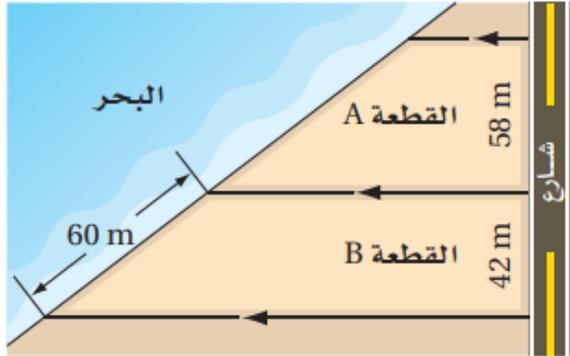
$$9WX = 40$$

بقسمة كلا الطرفين على 9

$$WX = \frac{40}{9} \approx 4.4 \text{ cm}$$



المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة



تحقق من فهمك ٤ :

(4) **عقارات:** واجهة قطعة الأرض هي طول حدها المحاذي لمعلم ما مثل شارع أو بحر أو نهر، أوجد طول الواجهة البحرية للقطعة A إلى أقرب عُشر المتر.

المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة

نظريته الأجزاء المتناسبت من قاطعين لمستقيمت متوازيته :

أضف إلى

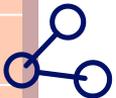
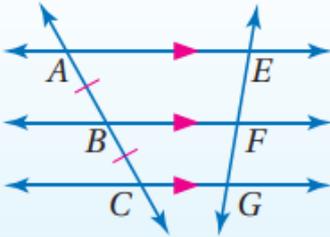
مطوبتك

نتيجة 6.2

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمت متوازية

إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمت متوازية أو أكثر، وكانت أجزاءه متطابقة، فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة.

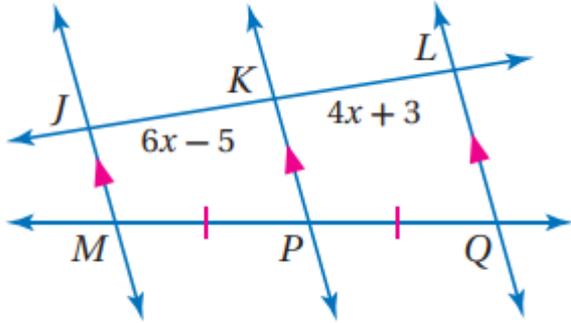
مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان قاطعين لها، \overline{AC} ، \overline{EG} قاطعين لها، بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.



المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة

مثال 0 : استعمال القطع المتطابقت من قاطعين

جبر: أوجد قيمة x .



بما أن: $\vec{JM} \parallel \vec{KP} \parallel \vec{LQ}$, $\overline{MP} \cong \overline{PQ}$
فإن $\overline{JK} \cong \overline{KL}$ وفق النتيجة 6.2.

تعريف التطابق $JK = KL$

بالتعويض $6x - 5 = 4x + 3$

بطرح $4x$ من كلا الطرفين $2x - 5 = 3$

بإضافة 5 للطرفين $2x = 8$

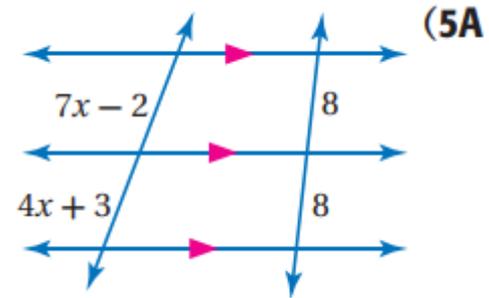
بقسمة كلا الطرفين على 2 $x = 4$



المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

تحقق من فهمك ٥:

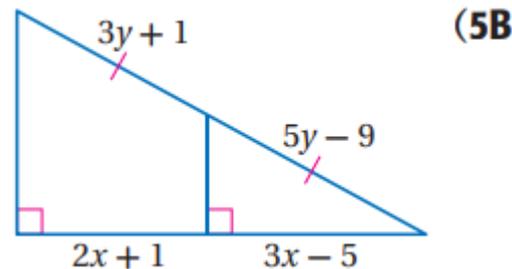
أوجد قيمة كل من x, y .



المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة

تحقق من فهمك ٥:

أوجد قيمة كل من x, y .

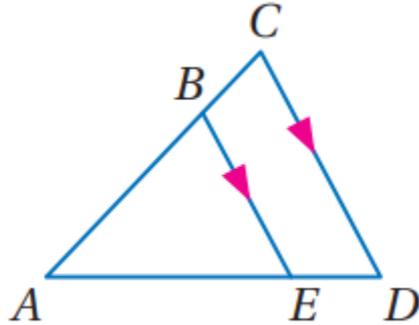


المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

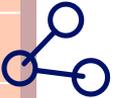
تدرج و حل المسائل :

في $\triangle ACD$ ، إذا كان $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ، فأجب عن السؤالين الآتيين:

(10) إذا كان: $AB = 6$, $BC = 4$, $AE = 9$ ، فأوجد ED .

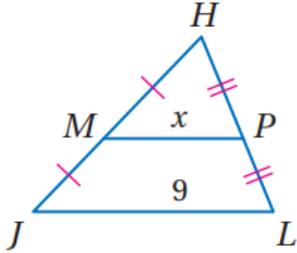


(11) إذا كان: $AB = 12$, $AC = 16$, $ED = 5$ ، فأوجد AE .



المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة

مهارات تفكير عليا :

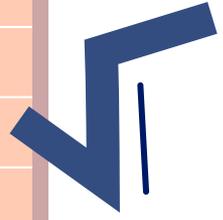
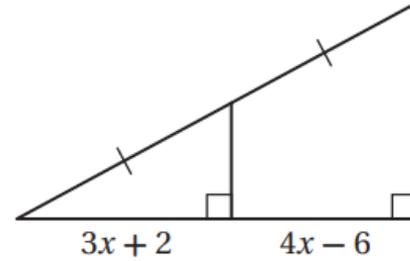


(35) **اكتشف الخطأ:** يجد كلٌّ من أسامة وسلطان قيمة x في $\triangle JHL$ ، يقول أسامة: إنَّ MP يساوي نصف JL ؛ إذن x تساوي 4.5، ويقول سلطان: إنَّ JL يساوي نصف MP ؛ إذن x تساوي 18. فهل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ وضح إجابتك.

المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

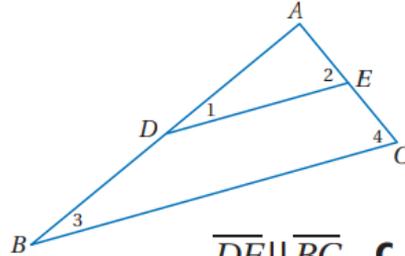
تدريب على الاختبار :

(40) إجابة قصيرة: ما قيمة x ؟



المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسبة

تدريب على الاختبار :



41) في $\triangle ABC$ ، إذا كانت \overline{DE} كانت
قطعة منصفة، فأأي العبارات
التالية غير صحيحة؟

C $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

A $\angle 1 \cong \angle 4$

D $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

B $\triangle ABC \sim \triangle ADE$