

العلاقات والدوال الخطية

فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية جبرياً.

والآن

- أمثل العلاقات والدوال.
- أميز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعها السيني والصادي.
- أمثل المعادلات الخطية بيانياً وأكتبها.
- أستعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أتعرف المتتابعات الحسابية كدوال خطية.

لماذا؟

متنزهات: يعد متنزه الحبل في منطقة عسير من أهم مناطق الجذب السياحي في بلادنا. إذا كان عدد زواره يزداد سنوياً بصورة ثابتة تقريباً، فيمكن تمثيل ذلك بدالة خطية تصف معدل تغير عدد الزوار بالنسبة للزمن.

المفردات:

- النظام الإحداثي ص (٥٠)
- المخطط السهمي ص (٥٠)
- المتغير المستقل ص (٥٢)
- المتغير التابع ص (٥٢)
- الدالة ص (٥٦)
- المعادلة الخطية ص (٦٣)
- الميل ص (٧٨)

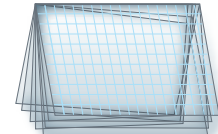
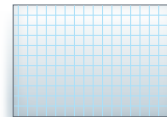
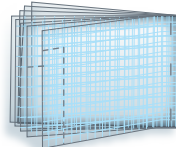


العلاقات والدوال الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول العلاقات والدوال الخطية، مبتدئاً بأربع أوراق مربعات.

منظم أفكار

المطويات

- ١ اطو كل ورقة إلى نصفين من أعلى إلى أسفل.
- ٢ قص عند خط الطي وثبّت الأنصاف الثمانية معاً لتشكّل كتيباً.
- ٣ قص هامشاً طويلاً من الطرف الحر للأوراق بعرض سطرين، مبتدئاً بالورقة الأخيرة، ثم التي تسبقها وهكذا.
- ٤ سمّ غلاف المطوية بعنوان الفصل، ثم رقم الصفحات بتسلسل الدروس: وخصص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة.





التهيئة للفصل ٢

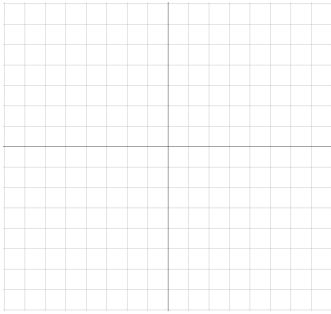
تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

مثال ١

مثل النقطة (٣، -٢) في المستوى الإحداثي:

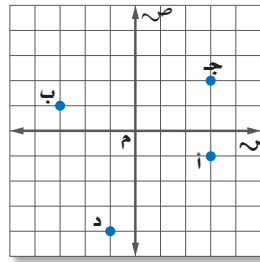


اختبار سريع

مثل كل زوج مرتب مما يأتي في المستوى الإحداثي:

(مهارة سابقة)

(١، -٢) (٢، ٠) (٣، ٠) (٦، ٠)



اكتب الزوج المرتب الذي
يمثل كل نقطة فيما يأتي:

(٤) أ (٥) ب
(٦) ج (٧) د

مثال ٢

حل المعادلة: $3x = 9$.

حل كلاً من المعادلات الآتية: (الدروس ١-٢، ١-٣، ١-٤)

$$(٨) ٨ = ٢س \quad (٩) ٦ = ١ + س$$

$$(١٠) ٥ = ١ - س \quad (١١) ١ = \frac{١}{٣}س$$

$$(١٢) ٠ = ٤ + ٢س \quad (١٣) ٢ = ٢ + س$$

مثال ٣

احسب $\frac{أ-ب}{ج-د}$ إذا كانت $أ = ٣$ ، $ب = ٥$ ، $ج = -٢$ ، $د = -٦$.

أوجد قيمة $\frac{أ-ب}{ج-د}$ لكل مجموعة من القيم الآتية:

(الدرس ١-١)

$$(١٤) ٧ = أ، ٦ = ب، ٩ = ج، ٥ = د$$

$$(١٥) ٣ = أ، ٠ = ب، ٣ = ج، ١ = د$$

$$(١٦) ٥ = أ، ٥ = ب، ٥ = ج، ٨ = د$$

$$(١٧) ٦ = أ، ٣ = ب، ٨ = ج، ٢ = د$$



العلاقات

لماذا؟



كلما تعمقت في المحيط زاد الضغط على الجسم لكثرة الماء من فوقك. فجاذبية الأرض تجذب الماء إلى الأسفل مما يسبب ضغطاً أكبر. والمعادلة $ض = ث \cdot ع$ تربط ضغط الماء الكلي بالعمق. حيث إن:

ض = الضغط ث = كثافة الماء

ت = تسارع الجاذبية الأرضية ع = عمق الماء

(علمًا بأن ث، ت ثابت)

فيما سبق

درس حل المعادلات
بمتغير أو بمتغيرين.

والآن

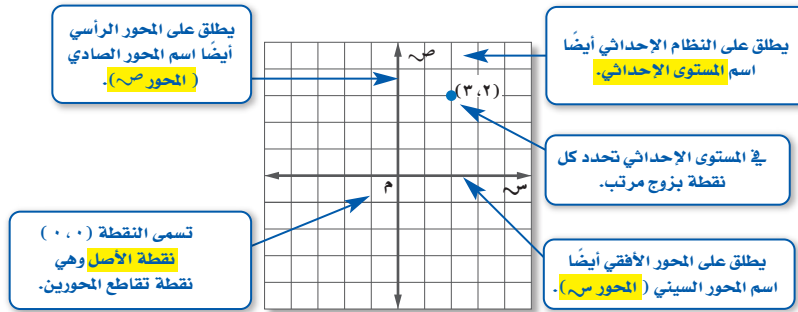
- أمثل العلاقات.
- أفسر التمثيل البياني للعلاقات.

المفردات

- النظام الإحداثي
- المستوى الإحداثي
- المحور س
- المحور ص
- نقطة الأصل
- الزوج المرتب
- الإحداثي السيني
- الإحداثي الصادي
- العلاقة
- المخطط السهمي
- المجال
- المدى
- المتغير المستقل
- المتغير التابع

تمثيل العلاقة: يمكن تمثيل العلاقة التي تربط بين العمق والضغط الناتج بخط مستقيم في مستوى إحداثي.

النظام الإحداثي يتكون من تقاطع خطي أعداد، هما: المحور الأفقي والمحور الرأسي.



تُمثل النقط على المستوى الإحداثي باستعمال الأزواج المرتبة.

- **الزوج المرتب** عدنان يكتبان على الصورة (س، ص).
- تُسمى قيمة س **بالإحداثي السيني**، وتمثل البعد الأفقي للنقطة عن المحور س.
- تسمى قيمة ص **بالإحداثي الصادي**، وتمثل البعد الرأسي للنقطة عن المحور ص.

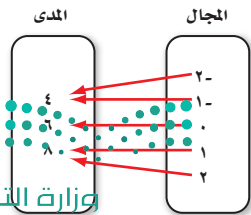
تُسمى مجموعة الأزواج المرتبة **علاقة**، ويمكن وصف هذه العلاقة بعدة طرائق: أزواج مرتبة، تمثيل بياني، جدول، مخطط سهمي.

ويوضح **المخطط السهمي** كيف ترتبط عناصر المجال بالمدى.

ويطلق على مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة **المجال**، وعلى مجموعة الأعداد الثانية **المدى**.

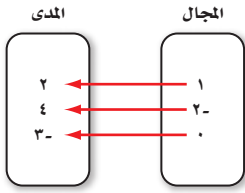
والمخطط السهمي المجاور يمثل الأزواج المرتبة:

(٤، ٢)، (٤، ١)، (٦، ٠)، (٨، ١)، (٨، ٢)

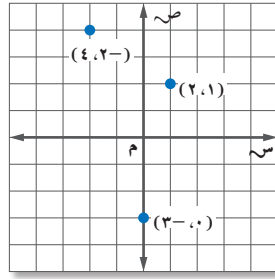


ادرس التمثيلات الآتية التي تمثل العلاقة نفسها:

مخطط سهمي



تمثيل بياني



جدول

ص	س
2	1
4	2
3	0

أزواج مرتبة

(2, 1)

(3, 0)

(4, 2)

إرشادات للدراسة

التمثيلات المتعددة:

يخدم كل تمثيل للعلاقة الواحدة غرضًا مختلفًا. فالتمثيل البياني يبين النمط بين النقاط. ونستدل من المخطط السهمي على ارتباط عدة عناصر بالعنصر نفسه.

بما أن قيم س في العلاقة هي عناصر المجال، وقيم ص هي عناصر المدى، فإن المجال في العلاقة أعلاه هو: {1, 0, 2}، والمدى هو: {4, 2, 3}.

تمثيلات العلاقة

مثال ١

أ) مثل العلاقة { (2, 1), (3, 2), (5, 2), (2, 5), (1, 2) } بجدول، وبيانيًا، ومخطط سهمي.

الجدول:

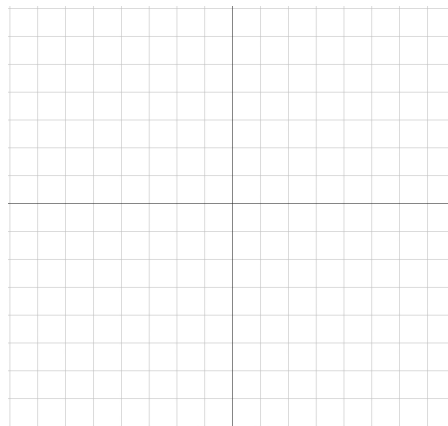
اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

المخطط السهمي

صنع قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم أسهمًا من قيم س في المجال إلى قيم ص في المدى.

التمثيل البياني

مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.



ب) حدد كلاً من مجال العلاقة ومداهما.

تحقق من فهمك

١ أ) مثل العلاقة { (3, 4), (2, 3), (1, 2), (4, 1), (3, 0) } بجدول، وبيانيًا، ومخطط سهمي.

١ ب) حدد كلاً من: المجال والمدى.

وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

يسمى المتغير الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة **المتغير المستقل**، أما المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل فيسمى **المتغير التابع**.

مثال ٢ من واقع الحياة المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة

حدّد كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

(أ) **مبيعات:** في مهرجان الجنادرية، يبيع أحد الأجنحة صوراً تذكارية. وكلما زادت المبيعات، زاد الدخل.

(ب) **أكلات شعبية:** في مهرجان الجنادرية، يبيع أحد الأجنحة أكلات شعبية من المناطق السعودية المختلفة. وكلما زاد عدد زوّار الجناح زادت أرباحه.

تحقق من فهمك

حدّد كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

(أ٢) يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة مع ازدياد درجة الحرارة.

(ب٢) كلما قلت كمية المطر انخفض مستوى سطح الماء في النهر.



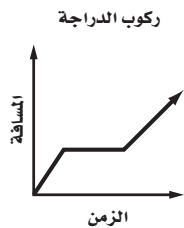
الربط مع الحياة

مهرجان الجنادرية:

مهرجان الجنادرية مهرجان تراثي وثقافي كبير يقام في المملكة العربية السعودية سنوياً منذ عام ١٤٠٥ هـ، ويجمع بين الماضي والحاضر، ويجذب العديد من الزوار.

التمثيل البياني للعلاقات: يمكن تمثيل العلاقة دون تدريج المحورين. وتفسر هذه التمثيلات من خلال تحليل أشكالها.

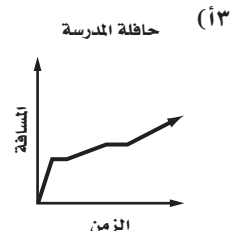
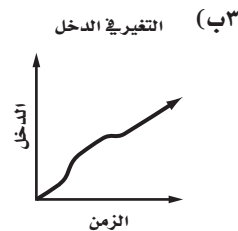
مثال ٣ تحليل التمثيلات البيانية



يوضح التمثيل البياني المجاور المسافة التي قطعها سعد بدراجته الهوائية، صف هذا التمثيل.

تحقق من فهمك

صف التمثيل البياني في كل مما يأتي:



مثال ١

مثّل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانيًا، وبمخططٍ سهمي، ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداهما:

$$(١) \{(٣، ٤)، (٢، ٢-)، (٥، ٦-)\} \quad (٢) \{(٧، ٥-)، (٤، ١-)، (٥، ٠)، (٣، ٢-)\}$$

مثال ٢

حدّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلّ علاقة فيما يأتي:

(٣) زيادة درجة حرارة مُركَّب داخل وعاء محكم الإغلاق تزيد من الضغط داخل الوعاء.

(٤) يشتري جمال بطاقات له ولأصدقائه لدخول حديقة الحيوان، وكلما اشترى بطاقات أكثر كان المبلغ المدفوع أكبر.

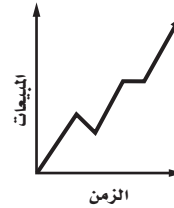
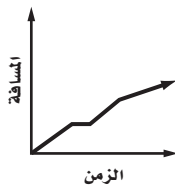
(٥) يجري محل تجاري تخفيضات على سلعة. وكلما ازدادت المبيعات كان ربحه أكثر.

مثال ٣

صف كلًّا من التمثيلين البيانيين الآتيين:

(٧) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها ياسر في أثناء الجري.

(٦) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات شركة عبر الإنترنت.



تدرب وحل المسائل

مثال ١

مثّل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانيًا، وبمخططٍ سهمي، ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداهما:

$$(٨) \{(٠، ٠)، (٢، ٣-)، (٤، ٦)، (١، ١-)\} \quad (٩) \{(٢، ٥)، (٦، ٥)، (٢، ٣)، (٢، ٠)\}$$

$$(١٠) \{(٣، ١-)، (٦، ٣)، (٨، ١-)، (٧، ٣-)\} \quad (١١) \{(٥، ١)، (٢، ٢)، (٢، ٧)، (٣، ١)، (٣، ٤-)\}$$

مثال ٢

حدّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلّ علاقة فيما يأتي:

(١٢) أقام النادي المدرسي غداءً مشتركًا، إذ يحضر كل عضو طبق طعام أو حلوى. وكلما ازداد عدد المشاركين، زادت كمية الطعام.

(١٣) إذا قاد محمد سيارته بصورةٍ أسرع، فإنه يستغرق وقتًا أطول للوقوف التام.

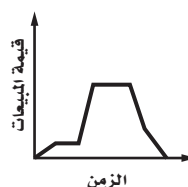
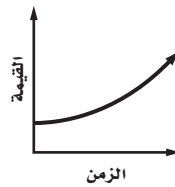
مثال ٣

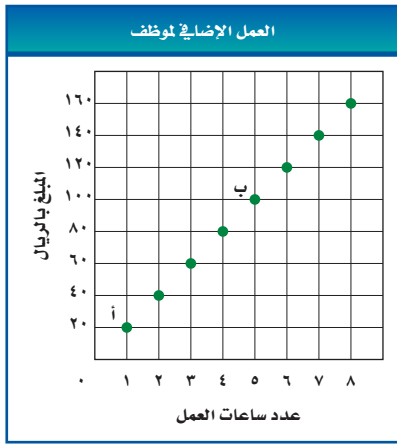
صف كل تمثيل بياني فيما يأتي:

(١٤) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات محل للأدوات الرياضية.

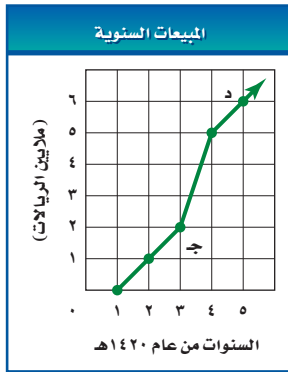
(١٥) يوضح التمثيل البياني أدناه قيمة لوحة فنية نادرة.

(١٦) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها سيارة.



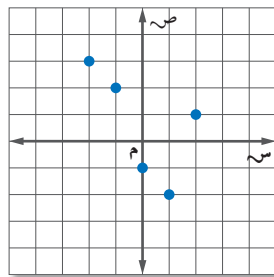


- استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ١٧ - ١٩:
- ١٧) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ، وبيّن ماذا يمثل.
- ١٨) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب، وبيّن ماذا يمثل.
- ١٩) عيّن كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.



- استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ٢٠ - ٢٢:
- ٢٠) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ج، وبيّن ماذا يمثل.
- ٢١) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة د، وبيّن ماذا يمثل.
- ٢٢) عيّن كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

مثّل كل علاقة فيما يأتي في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة، وحدّد كلاً من مجالها ومداها:



(٢٣)

أسعار السمك	
الكتلة (كجم)	السعر (ريال)
١	٢٥
٢	٥٠
٥	١٢٥
٨	١٥٠

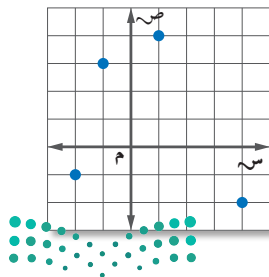


الرابط مع الحياة

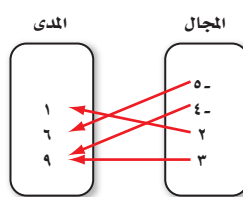
تعدّ الأسماك طعامًا مغذيًا ومفيدًا، فهي تحوي كثيرًا من العناصر الغذائية، مثل: الحديد والأملاح المعدنية والفوسفور والزنك والنحاس والكالسيوم.

المصدر: الموقع الرسمي للهيئة العامة لتنمية الثروة السمكية.

مثّل كل علاقة فيما يأتي بمجموعة أزواج مرتبة:



(٢٧)



(٢٦)

(٢٥)

ص	س
١ -	٤
٩	٨
٦ -	٢ -
٣ -	٧

(٢٨) **رياضة تنافسية:** بناءً على المعلومات المكتوبة إلى اليمين، أي التمثيلات الآتية هي أفضل تمثيل للسباق التنافسي الثلاثي؟ ولماذا؟



مثّل كل موقف فيما يأتي بيانياً :

(٢٩) **سيارة:** تنخفض قيمة سيارة بصورة كبيرة في السنوات القليلة الأولى لإنتاجها.

(٣٠) **رياضة:** يتنقل رياضي بين الجري والمشي خلال التدريب.

(٣١) **علم الأحياء:** يحتوي جسم الشخص البالغ على ٢ كيلو جرام ماء تقريباً لكل ٣ كيلو جرامات من كتلة جسمه.

ويمكن تمثيل ذلك بالمعادلة $2 = \left(\frac{ج}{٣}\right)$ ، حيث تمثل (و) كتلة الماء في الجسم، وتمثل (ج) كتلة الجسم.

(أ) كوّن جدولاً يوضح العلاقة بين كتلة الجسم وكتلة الماء لأشخاص كتلتهم: ٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥ كيلوجراماً، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضرورياً.

(ب) حدّد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

(ج) حدّد كلاً من المجال والمدى، ثم مثّل العلاقة بيانياً.



الرابط مع الحياة

ترياثلون سباق ثلاثي، وهو أشبه بالماراثون، يبدأ بالسباحة، ثم ركوب الدراجات، وينتهي بالجري، بحيث يفصل بين كل مرحلة وأخرى فترة تبديل الملابس والأحذية بحسب المرحلة التالية

المصدر: الموقع الرسمي للاتحاد الدولي للترياثلون.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣٢) **مسألة مفتوحة:** صف موقفاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بعلاقة، وبيّن كيف تعتمد إحدى الكميتين في العلاقة على الأخرى، ثم مثّل هذه العلاقة بثلاث طرائق مختلفة.

(٣٣) **تحّد:** صف موقفاً من واقع الحياة يحتوي على عدد سالب في المجال أو في المدى.

(٣٤) **اكتب:** استعمل البيانات حول ضغط الماء الواردة في بداية الدرس لتوضيح الفرق بين المتغيرات المستقلة والتابعة.

تدريب على اختبار

(٣٥) أي العبارات الآتية تكافئ العبارة $٦(٣ - ج) + ٢(١١ - ج)$ ؟

- (أ) $٢(٢٠ - ج)$ (ب) $٨(١٤ - ج)$ (ج) $٨(٥ - ج)$ (د) $٤٠ - ج$

مراجعة تراكمية

حلّ كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض $\{١، ٢، ٣، ٤، ٥\}$: (الدرس ١-١)

(٣٨) $٢ + \frac{٤٥}{٩} = ١٧$

(٣٧) $١١ + س = ١٥$

(٣٦) $٤٢ = (٥ + س)٦$

(٣٩) حل المعادلة: $|س - ٣| = ٣$. (الدرس ١-٥)

(٤٠) حل المعادلة $٣س = ٦س - ٦$. (الدرس ١-٤)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج كلاً مما يأتي:

(٤١) $٤ + ٣(٢)٢$

(٤٢) $٣ \times ٥ + ٢$

(٤٣) $٢[(١-٢) \times ٥]$

وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443



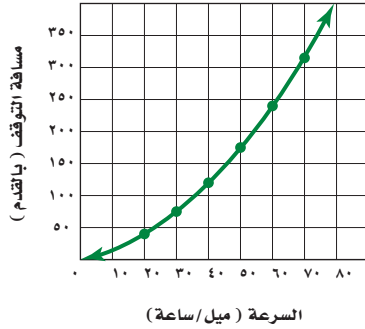
الدوال

لماذا؟

يطلق على المسافة التي تقطعها سيارة للوقوف التام عند استعمال المكابح مسافة التوقف. وكلما كانت السيارة أسرع كانت مسافة التوقف أطول. وتمثل مسافة التوقف دالة لسرعة السيارة.

تحديد الدوال: الدالة علاقة تربط المدخلات بالمخرجات، على أن يكون هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة.

مسافة التوقف



فيما سبق

درست العلاقات وتمثيلها وتفسيرها.

والآن

- أحد ما إذا كانت العلاقة دالة أم لا.
- أجد قيم دالة.

المضردات

الدالة

الدالة المنفصلة

الدالة المتصلة

اختبار الخط الرأسي

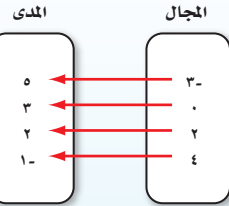
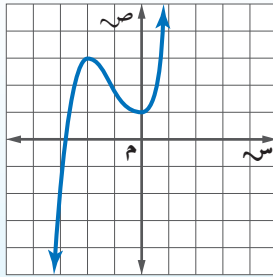
الدالة غير الخطية

مطوياتك

الدالة

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: الدالة هي علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط من المدى.

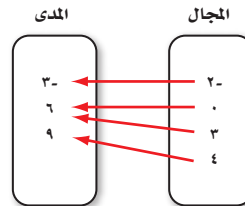


تحديد الدوال

مثال ١

هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسّر ذلك.

(أ)



(ب)

المجال	١	٣	٥	١
المدى	٤	٢	٤	٤-

تحقق من فهمك

(١) هل تشكل العلاقة الآتية دالة؟ فسّر ذلك.

$$\{(٢، ١)، (٣، ٢)، (٣، ١)، (٢، ١)\}$$



تُسمى الدالة التي تُمثل بياناً بنقاط غير متصلة **دالة منفصلة**.
أما الدالة التي تُمثل بخط أو منحنى دون انقطاع فتُسمى **دالة متصلة**.

التمثيل البياني

مثال ٢

البناء فوق الرمال: في مسابقة لبناء القلاع فوق رمال الشاطئ بلغ عدد القلاع التي بناها كل فريق على النحو الآتي: الفريق الأول: ٤ قلاع؛ الفريق الثاني: ٥ قلاع؛ الفريق الثالث: ٣ قلاع؛ الفريق الرابع: ٦ قلاع؛ الفريق الخامس: ٤ قلاع.

(أ) كوّن جدولاً للقيم التي تظهر العلاقة بين رقم الفريق وعدد قلاعه.



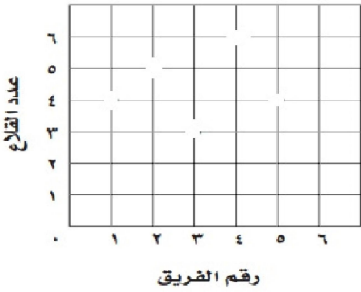
الربط مع الحياة

تنظم مسابقات في بناء القلاع فوق رمال الشاطئ يشارك فيها الكبار والصغار. وتتكون هذه القلاع عادة من أشكال هندسية مختلفة.

(ب) حدّد كلاً من مجال الدالة ومداهما:

(ج) اكتب البيانات في صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانياً.

القلاع فوق الرمال



(د) بيّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر إجابتك.

تحقق من فهمك

(٢) يتسع وعاء لـ ٣ كجم من الحبوب، وكتلته وهو فارغ ٣, ١ كجم، وكتلته وهو ممتلئ ٣, ٤ كجم.

(أ) كوّن جدولاً يبين كتلة الوعاء عندما يحتوي على: ٠, ١, ٢, ٣ كيلوجرامات من الحبوب، على الترتيب.

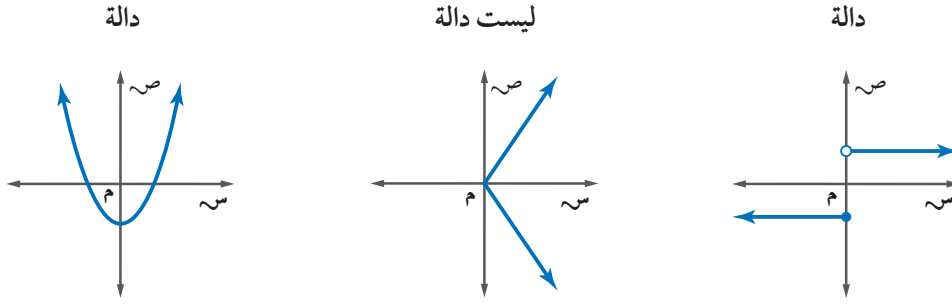
(ب) حدّد كلاً من: مجال الدالة ومداهما.

(ج) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانياً.

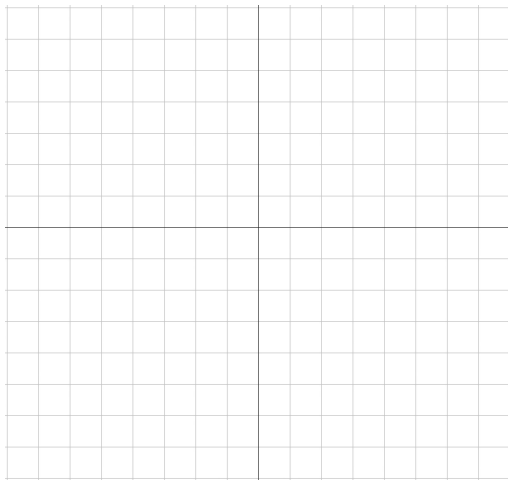
(د) بيّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر ذلك.



يمكنك استعمال اختبار الخط الرأسي للتحقق مما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة أم لا، فإذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإن العلاقة لا تمثل دالة. وإلا فالعلاقة دالة.



تذكر أن المعادلة هي تمثيل للعلاقة، فإذا كانت العلاقة دالة فإن المعادلة تمثل دالة.



المعادلات كدوال

مثال ٣

هل تمثل المعادلة: $-3س + ص = ٨$ دالة؟

تحقق من فهمك

هل تمثل كل معادلة فيما يأتي دالة؟

٣ب) $٤س = ص + ٨$

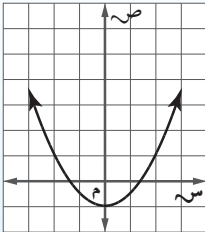
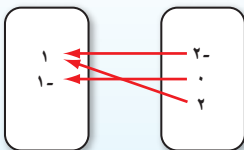
١أ) $٤س = ٨$

إرشادات للدراسة

اختبار الخط الرأسي

- إحدى طرائق إجراء اختبار الخط الرأسي هي استعمال قلم الرصاص.
- ضع قلمك رأسياً على الرسم وتحرك لأعلى ولأسفل. فإذا قطع القلم التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط، فالتمثيل البياني يمثل دالة.

يمكن تمثيل الدالة بطرائق مختلفة.

ملخص المفهوم											
طرائق تمثيل الدالة											
التمثيل البياني	المعادلة	المخطط السهمي	الجدول								
	$د(س) = \frac{1}{3}س - ٢$	المدى المجال 	<table><tr><th>ص</th><th>س</th></tr><tr><td>١</td><td>-٢</td></tr><tr><td>٠</td><td>٠</td></tr><tr><td>٢</td><td>٢</td></tr></table>	ص	س	١	-٢	٠	٠	٢	٢
ص	س										
١	-٢										
٠	٠										
٢	٢										



إيجاد قيم دالة: يمكن كتابة المعادلات التي تمثل دوال باستعمال رمز الدالة. فمثلاً: $ص = ٣س - ٨$.

رمز الدالة	المعادلة
$د(س) = ٣س - ٨$	$ص = ٣س - ٨$

تمثل قيم $س$ في الدالة عناصر المجال، وتمثل قيم $د(س)$ عناصر المدى. فمثلاً $د(٥)$ وتقرأ "دال ٥" تمثل قيمة الدالة عندما $س = ٥$. ويتم إيجادها بتعويض ٥ بدلاً من $س$ في الدالة.

إرشادات للدراسة

رمز الدالة

يشار إلى الدالة بالرمز $د(س)$ ويقرأ دال سين. ويمكن استعمال حروف أخرى غير حرف الدال مثل جـ أو هـ للتعبير عن الدالة جـ $(س)$ أو هـ $(س)$ وهكذا.

قيم الدالة

مثال ٤

أوجد القيم الآتية للدالة: $د(س) = -٤س + ٧$.

(أ) $د(٢)$

(ب) $د(٣) + ١$

تحقق من فهمك

أوجد القيم الآتية للدالة: $د(س) = ٢س - ٣$.

(أ) $د(١)$ (ب) $٤د(٥)$ (ج) $٤د(١) + د(٢)$

الدالة التي يختلف أس متغيرها عن العدد ١ تُسمى **دالة غير خطية**، وتمثيلها البياني ليس خطاً مستقيماً.

قيم الدالة غير الخطية

مثال ٥

إذا كان: $د(ت) = -١٦ت + ٦٨ت + ٢$ ، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

(أ) $د(٤)$

(ب) $٢د(ج) + [د(ج)]$

تحقق من فهمك

إذا كان $د(ت) = ٢ت + ٣$ ، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

(أ) $د(٤)$ (ب) $٣ [د(ت) + ٢]$ (ج) $٥د(٣) - د(١)$



وزارة التعليم

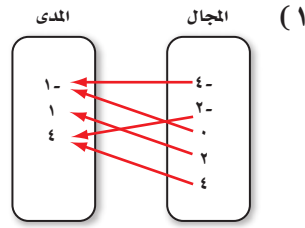
Ministry of Education

2021 - 1443

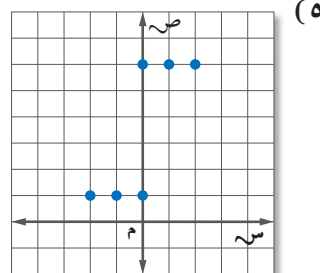
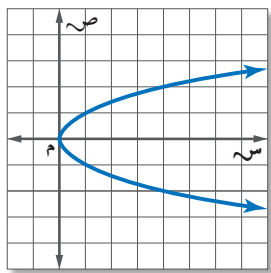
المثالان ١، ٣ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا ؟ فسّر إجابتك.

المجال	المدى
٢	٦
٥	٧
٦	٩
٦	١٠

(٢)



(٣) $\{(٤, ٢), (٢, ٥), (٥, ١), (٢, ٢)\}$ (٤) ص $\frac{١}{٢} = ٦ -$



مثال ٢ (٧) حج: بيّن الجدول الآتي عدد حجاج الداخل مقرباً إلى أقرب ألف:

العام	١٤٣٥ هـ	١٤٣٦ هـ	١٤٣٧ هـ	١٤٣٨ هـ
عدد حجاج الداخل بالآلاف	٣٤٠	٢٠٨	٢٠٧	٦٠٠

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء stats.gov.sa

(أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة بدءاً من العام ١٤٣٥ هـ.

(ب) مثل العلاقة التي تربط السنوات بعدد حجاج الداخل بيانياً.

(ج) ما مجال هذه العلاقة؟ وما مداها؟

المثالان ٤، ٥ إذا كان د (س) = ٦س + ٧، هـ (س) = ٤ - ٢س، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

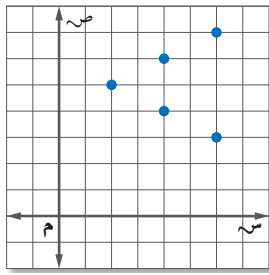
(٨) د (٣-) (٩) د (م) (١٠) د (٢-ر)

(١١) هـ (٥) (١٢) هـ (أ) (١٣) هـ (٤-ت)

(١٤) د (ك+١) (١٥) د (٢)+ هـ (٢-) (١٦) هـ (ب-)



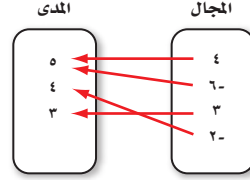
مثال ١ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسّر إجابتك.



(١٩)

المجال	المدى
٤	٦
٥-	٣
٦	٣-
٥-	٥

(١٨)



(١٧)

السنة	السعر بالريال
١٤٣٦ هـ	١٦٩٩٠٠
١٤٣٧ هـ	١٩٤٩٠٠
١٤٣٨ هـ	٢٠٧٧٠٠

مثال ٢ (٢٠) **عقار:** يبيّن الجدول المجاور متوسط سعر شقة في أحد

أحياء مدينة الرياض من عام ١٤٣٦ هـ إلى ١٤٣٨ هـ.

(أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة.

(ب) مثل العلاقة بين السنة والسعر بيانيًا.

(ج) ما مجال هذه البيانات؟ وما مداها؟

مثال ٣ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة؟

(٢١) $\{(٧, ٥), (٧, ٦), (٧, ٨), (١, ٠), (١, ٨), (٢, ٣), (٢, ٥), (٥, ٤), (٥, ٦)\}$ (٢٢) $\{(٧, ٤), (٥, ٢), (٢, ٣), (٥, ٤), (٥, ٦)\}$

(٢٤) $١٥ = س$

(٢٣) $٨ = ص$

(٢٦) $ص = ٣س + ٢$

(٢٥) $ص = ٣س - ٢$

المثالان ٤، ٥ إذا كان $د(س) = ٢س - ٣$ ، $هـ(س) = ٥س + ٢$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

(٢٩) $هـ(٢)$

(٢٨) $د(٦)$

(٢٧) $د(١)$

(٣٢) $٣ [هـ(ن)]$

(٣١) $د(٢ + ر)$

(٣٠) $هـ(٦ - م)$

(٣٣) تعليم: مثل معلم معدل درجات طلابه في اختبار الرياضيات $د(ت)$ ، بدلالة درجاتهم في اختبار العلوم

$ت$ بالدالة: $د(ت) = ٩ + ٠ت + ١٠$.

(أ) مثل هذه الدالة بيانيًا.

(ب) ما درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠؟

(ج) ما مجال هذه الدالة؟ وما مداها؟



(٣٤) **أمن:** يتقاضى حارس أمن مبلغ ١٢,٥ ريالاً عن كل ساعة عمل.

(أ) اكتب عبارة جبرية تبين ما يتقاضاه الحارس لقاء س ساعة عمل.

(ب) اختر خمس قيم لعدد الساعات التي يمكن أن يعملها الحارس. وكوّن جدولاً بالساعات س، والمبلغ الذي يتقاضاه مقابلها.

(ج) مثل قيم الجدول بيانياً.

(د) هل يعد توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط مستقيم مقبولاً؟ برّر إجابتك.



مسائل مهارات التفكير العليا

(٣٥) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. ثم مثلها بطريقة أخرى.

(٣٦) **تبرير:** تمثل مجموعة الأزواج المرتبة $\{(٤, ٥), (٥, ٣), (٢, ٣), (١, ٠)\}$ علاقة بين المتغيرين س، ص. مثل هذه الأزواج المرتبة بيانياً، وحدّد ما إذا كانت هذه العلاقة تمثل دالة أم لا، وفّر إجابتك.

(٣٧) **تحّد:** إذا كان $د (١ - ٣) = ٩ - ١$ ، فاكتب عبارة تمثل د(س).

(٣٨) **اكتب:** استعمل المعلومات الواردة في بداية الدرس حول مسافة التوقف التام لتفسر كيف يمكن استعمال التمثيلات البيانية والدوال في المواقف الحياتية.

الربط مع الحياة

إن المهمة الأساسية لحارس الأمن هي الحفاظ على أمن الأفراد وممتلكاتهم ومنشآتهم، ويتم اختياره وفق معايير خاصة.

تدريب على اختبار

(٣٩) ما النقطة على خط الأعداد الآتي التي تمثل عددًا مربعه أقل منه؟



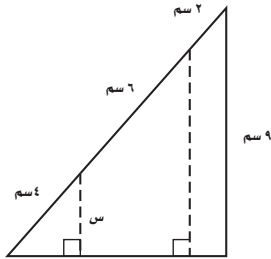
(ج) ج

(د) د

(أ) أ

(ب) ب

(٤٠) **هندسة:** ما قيمة س؟



(أ) ٣ سم

(ب) ٤ سم

(ج) ٥ سم

(د) ٦ سم

مراجعة تراكمية

(٤١) مثل العلاقة: $\{(٥, ٣), (٢, ٤), (٧, ٩), (٥, ٣), (٢, ٤), (٥, ٣)\}$ بمخطط سهمي. (الدرس ١-٢)

(٤٢) حل المعادلة $٧ = ٨ - ٣$. (الدرس ١-٤)

حل كل معادلة مما يأتي: (الدرس ١-١)

$$(٤٥) ٣٢ + ٤ = (٣-)$$

$$(٤٤) م = \frac{٤ + ٢٣}{٥ - ٧}$$

$$(٤٣) س = \frac{٣ + ٢٧}{١٠}$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة مما يأتي:

$$(٤٦) ١٥ = ٨ - س$$

$$(٤٩) ٦١ = ٨ - ٥$$

$$(٤٧) ٢٩ - = ١١ - ٩ س$$

$$(٥٠) ٣ + \frac{س}{٢} = ٧$$

$$(٤٨) ٢٤ = ٢ - ١٨ س$$

$$(٥١) ٥ = ١ + \frac{س}{٦}$$





تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

٣-٢

لماذا؟

تشير دراسة إلى أن إعادة تدوير طن واحد من نفايات الأوراق توفر حوالي ١٧ شجرة، و ٧٠٠٠ جالون ماء، و ٣ براميل بترول.

ويمكن التعبير عن العلاقة بين كمية الورق المعاد تدويره وعدد الأشجار الموفرة بالمعادلة: $ص = ١٧ س$ ؛ حيث تمثل $ص$ عدد الأشجار، و $س$ كتلة الورق بالطن.



فيما سبق

درست تمثيل العلاقة بين الكميات بالمعادلات.

والآن

- أميز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعيها السيني والصادي.
- أمثل المعادلات الخطية بيانياً.

المفردات

- المعادلة الخطية
- الصورة القياسية
- الحد الثابت
- المقطع السيني
- المقطع الصادي

مفهوم أساسي

الصورة القياسية للمعادلة الخطية

أضف إلى

مطويتك

التعبير اللفظي: الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: $ص = ب س + أ$ ، $أ \leq ٠$ ولا تكون قيمتا $أ$ و $ب$ معاً صفراً. $أ$ ، $ب$ ، $ج$ أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر لها ١.

الأمثلة: في المعادلة: $٣ س + ٢ ص = ٥$ ، $أ = ٥$ ، $ب = ٣$ ، $ج = ٢$ ، ٥ وفي المعادلة: $٧ - ص = ١$ ، $أ = ١$ ، $ب = ٧$ ، $ج = -١$

تمييز المعادلات الخطية

مثال ١

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

(أ) $ص = ٤ - ٣ س$

(ب) $٦ س - س ص = ٤$

تحقق من فهمك



(أ) $١ - ص = \frac{١}{٣} س$

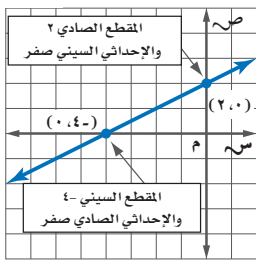
(ب) $ص = س - ٢$



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

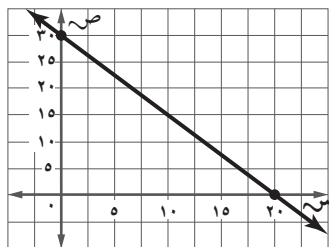


يمكن تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي، ويُسمى الإحداثي السيني للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات **المقطع السيني**، ويُسمى الإحداثي الصادي للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات **المقطع الصادي**.

والتمثيل البياني للمعادلة الخطية له على الأكثر مقطع سيني واحد، ومقطع صادي واحد، ما لم تكن المعادلة على النحو $s = 0$ ، أو $v = 0$.

وفي تلك الحالة كل عدد حقيقي هو مقطع صادي أو مقطع سيني على الترتيب.

مثال ٢ من الاختبار



أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانباً.

- المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣٠.
- المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي ٣٠.
- المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي صفر.
- المقطع السيني ٣٠، والمقطع الصادي ٢٠.

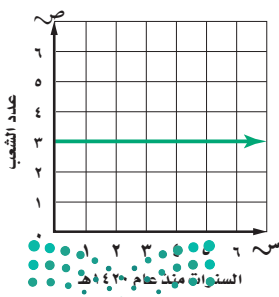
قراءة الرياضيات

المقطعان السيني والصادي

المقطع السيني ٣ يقع على النقطة (٣، صفر). والمقطع الصادي ٦ يقع على النقطة (صفر، ٦).

تحقق من فهمك

عدد شعب الصف الثالث المتوسط في مدرسة



٢ أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانباً:

- المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣.
- المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي صفر.
- المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي غير موجود.
- لا يوجد مقطع سيني، والمقطع الصادي ٣.

إيجاد المقطعين السيني والصادي

مثال ٣ من واقع الحياة

إرشادات للدراسة

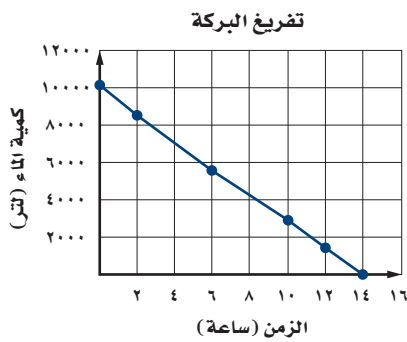
تمييز المتغيرات

الزمن في المثال ٣ هو المتغير المستقل، وكمية الماء هو المتغير التابع.

بركة سباحة: فُرغت بركة سباحة بمعدّل ٧٢٠ لترًا في الساعة. ويبيّن الجدول المجاور الدالة التي تربط كمية الماء في البركة، والزمن اللازم لتفريغها.

(أ) أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني للدالة.

تفريغ البركة	
الزمن (ساعة)	كمية الماء (لتر)
(س)	(ص)
٠	١٠٠٨٠
٢	٨٦٤٠
٦	٥٧٦٠
١٠	٢٨٨٠
١٢	١٤٤٠
١٤	٠



(ب) صف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

تحقق من فهمك

(٣) **قيادة السيارة:** تريد عائلة أحمد الذهاب إلى مزرعتهم، والجدول المجاور يبين المسافة المتبقية للوصول إلى المزرعة بوصفها دالة للزمن. أوجد المقطعين السيني والصادي، وصِفْ معنى كل منهما.

الزمن (ساعة)	المسافة المتبقية (كلم)
(س)	(ص)
٠	٢٤٨
١	١٨٦
٢	١٢٤
٣	٦٢
٤	٠

تمثيل المعادلة الخطية بيانيًا: أوجد المقطعين السيني والصادي. فتكون لديك نقطتان يمر بهما التمثيل البياني للدالة، ثم استعملهما لتمثيل المستقيم؛ لأنك بحاجة إلى نقطتين فقط لتمثيله.

تمثيل المعادلة بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي

مثال ٤

مثّل المعادلة $٢س + ٤ص = ١٦$ بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

إرشادات للدراسة

المعادلات المتكافئة

إعادة كتابة المعادلة بدلالة ص يسهّل عملية إيجاد قيم ص. فمثلاً إذا كان:

$$٤س + ٣ص = ١٦$$

فإن: $٤س = ١٦ - ٣ص$

إرشادات للدراسة

المقطع السيني والصادي

المقطع السيني هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور السينات، وقيمة ص فيه صفر دائماً. والمقطع الصادي هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات، وقيمة س فيه صفر دائماً.

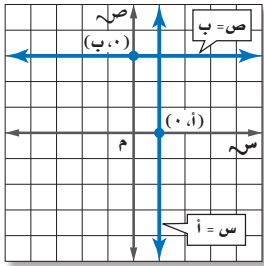
تحقق من فهمك

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي:

٤ (ب) $ص - س = ٥$

١٤ (أ) $ص + ٢س = ٣$

لاحظ أن المعادلة في المثال ٤ لها مقطع سيني ومقطع صادي. إلا أن بعض المستقيمات قد يكون لها مقطع سيني ولا يوجد لها مقطع صادي أو بالعكس. فمثلاً التمثيل البياني لـ $ص = ب$ هو مستقيم أفقي له مقطع صادي فقط (ما لم تكن $ب = ٠$ صفر)، ويكون موقع المقطع على النقطة $(٠, ب)$. والتمثيل البياني لـ $س = أ$ هو مستقيم رأسي له مقطع سيني فقط (ما لم تكن $أ = ٠$)، ويكون موقع المقطع على النقطة $(أ, ٠)$.



وكل زوج مرتب يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة على المستقيم، لذا فالتمثيل البياني للمعادلة يمثل جميع حلولها. وأي زوج مرتب لا يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة لا تقع على المستقيم.

مثال ٥ التمثيل البياني بتكوين جدول

مثّل المعادلة $ص = \frac{1}{3}س + ٢$ بيانياً.



تحقق من فهمك

مثّل بيانياً كل معادلة فيما يأتي بتكوين جدول:

٥ (ج) $ص = ٢ -$

٥ (ب) $س = ٣$

١٥ (أ) $ص - ٢س = ٢$



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

مثال ١

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

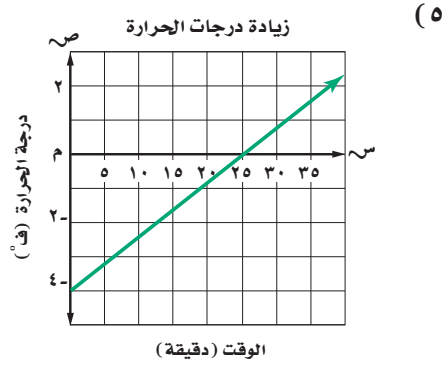
(١) $س - ص = ٥$ (٢) $٢س - ٣ = ص$ (٣) $٤ص + ٦ = ٢$ (٤) $٢س - \frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}ص$

المثالان ٢، ٣

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منهما:

(٦)

موقع غطاس	
الزمن (ثانية)	العمق (متر)
(س)	(ص)
٠	٢٤-
٣	١٨-
٦	١٢-
٩	٦-
١٢	٠



مثال ٤

(٧) مثل المعادلة: $٢س - ٥ص = ١$ بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي.

مثال ٥

(٨) مثل المعادلة: $س + ٢ص = ٤$ بيانياً بإنشاء جدول.

تدرب وحل المسائل

مثال ١

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

(٩) $٥س + ٢ص = ٢٥$ (١٠) $٨ + ص = ٤س$ (١١) $٩س - ٦ص = ٧$

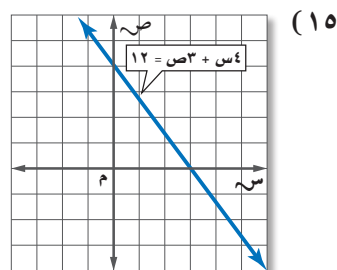
(١٢) $٤ص + ٩ = -٤$ (١٣) $١٢س = ٧ص - ١٠$ (١٤) $٤س + ٤ص = ٧$

المثالان ٢، ٣

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي:

(١٦)

س	ص
٣-	١-
٢-	٠
١-	١
٠	٢
١	٣



مثال ٤

مثّل كلاً من المعادلتين الآتيتين بياناً باستعمال المقطعين السيني والصادي:

$$(١٧) \text{ ص} = ٤ + ٢س \quad (١٨) \text{ ص} - ٥ = ٣س$$

مثال ٥

مثّل كل معادلة فيما يأتي بياناً بإنشاء جدول:

$$(١٩) \text{ ص} = ٢ - \quad (٢٠) \text{ ص} = -٤ \quad (٢١) \text{ ص} = ٣س$$

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

$$(٢٢) ٧ن - ٨م = ٤ - ٢م \quad (٢٣) ٣ + ب = ٢ - ب$$

$$(٢٤) ٢س - ٣س = ٥ + ٥ص = ١ \quad (٢٥) ٥ - \frac{٢٢}{٣} = \frac{٣}{٤}$$

(٢٦) **مبيعات:** راتب أيمن الشهري ٦٠٠٠ ريال، ويتقاضى عمولة قدرها ٥٠٠ ريال عن كل سيارة يبيعها.

(أ) اكتب المعادلة التي تمثّل دخل أيمن الشهري إذا باع س سيارة، ثم مثّلها بياناً.

(ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير عدد السيارات التي ينبغي عليه بيعها ليكون دخله الشهري ٢١٠٠٠ ريال.

مثّل كلاً من المعادلتين الآتيتين بياناً:

$$(٢٧) \text{ ص} + \frac{١}{٥}س = ٣ \quad (٢٨) ٣ص - ٧ = ٤س + ١$$

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل من المعادلتين الآتيتين:

$$(٢٩) ٥س + ٣ص = ١٥ \quad (٣٠) \text{ ص} = \frac{٢}{٣}س + ١$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣١) **تحذّر:** انسخ كل جدول مما يأتي وأكمله، ثم حدّد أيّ الجداول استعملت فيه معادلة خطية:

حجم المكعب	
الحجم	طول الضلع
١	
٢	
٣	

مساحة المربع	
المساحة	طول الضلع
١	
٢	
٣	

محيط المربع	
المحيط	طول الضلع
١	
٢	
٣	

(٣٢) **تبرير:** بيّن نقاط الاختلاف في التمثيل البياني للمعادلة $٢س + ١ =$ التي مجالها $\{١, ٢, ٣, ٤\}$ والمعادلة $٢س + ١ =$ ص التي مجالها جميع الأعداد الحقيقية.

مسألة مفتوحة: أعط مثلاً لمعادلة خطية على الصورة $أس + ب = ج$ لكل حالة مما يأتي:

$$(٣٣) ٠ = أ \quad (٣٤) ٠ = ب \quad (٣٥) ٠ = ج$$

(٣٦) **اكتب:** اشرح كيف تجد المقطعين السيني والصادي من معادلة خطية، ولخص طريقة تمثيل معادلة خطية بياناً.



تدريب على اختبار

(٣٨) إذا كان لدى هند ٢٠٠٠٠ ريال مضى عليها عام هجري كامل، فما مقدار الزكاة المستحقة على هذا المبلغ، علماً بأن نسبة الزكاة هي ٥, ٢ % ؟

- (أ) ٢٥ ريالاً. (ب) ٥٠٠ ريالاً.
(ج) ٥٠ ريالاً. (د) ٥٠٠٠ ريالاً.

(٣٧) يقطع مهند ٨ كيلومترات على دراجته الهوائية في ٣٠ دقيقة. ما الوقت الذي سيحتاج إليه لقطع ٣٠ كيلومتراً بهذا المعدل تقريباً؟

- (أ) ٨ ساعات. (ب) ساعتان.
(ج) ٦ ساعات و ٣٢ دقيقة. (د) ساعة واحدة و ٥٣ دقيقة.

مراجعة تراكمية

(٣٩) إذا كان: د(س) = $3س^2 + ٨س - ١$ فأوجد د(-١). (الدرس ٢-٢)

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٥)

$$(٤٠) \quad |٥ + س| = ٨ \quad (٤١) \quad |٥س - ٨| = ١٢$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل:

$$(٤٢) \quad ١٥ = ٤ - أ \quad (٤٣) \quad ٦ = \frac{ص}{٥} + ٩$$

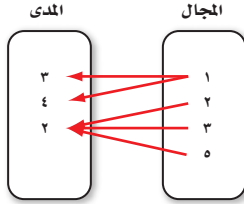
إذا كانت س = ٢، ص = ٥، ع = ٧، فأوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$(٤٤) \quad ٣س - ٢ - ٤ص \quad (٤٥) \quad \frac{س - ص^٢}{ع^٢} \quad (٤٦) \quad \left(\frac{ص}{ع} \right)^٢ + \frac{س ص}{٢} \quad (٤٧) \quad ٢ع - ٣ص + ٥س$$



(٤) هل تمثل العلاقة الآتية دالة أم لا؟ فسّر ذلك.

(الدرس ٢-٢)



(٥) إذا كان هـ = (س) = ٣س + ٢، ٥س - ١، فأوجد

هـ - (١ -) + هـ (٢) (الدرس ٢-٢)

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك

فاكتبها بالصورة القياسية. (الدرس ٣-٢)

$$(٦) \text{ ص } -٤ = ٣ + \text{ س }$$

$$(٧) \text{ س } ٢ + ٣ = \text{ ص } ٨$$

$$(٨) \text{ س } \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٤} - \text{ ص } ١$$

مثّل كلّاً من المعادلتين الآتيتين بيانياً باستعمال المقطعين السيني

والصادي: (الدرس ٣-٢)

$$(٩) \text{ ص } ٦ = ٣ - \text{ س }$$

$$(١٠) ١٠ = ٥ + ٢ \text{ ص }$$

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانياً بإنشاء جدول: (الدرس ٣-٢)

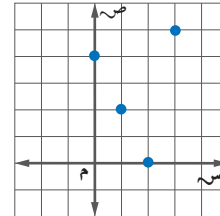
$$(١١) \text{ ص } -٢ = \text{ س }$$

$$(١٢) \text{ س } ٨ = - \text{ ص }$$

(١) مثّل العلاقة { (٥، ٦)، (٥، ١)، (٤، ٢)، (١، ٣) } بمخطط

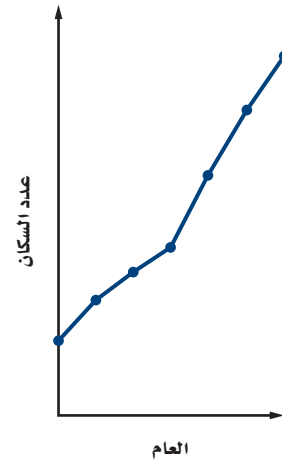
سهمي. (الدرس ١-٢)

(٢) حدّد كلّاً من مجال العلاقة التالية ومدaha. (الدرس ١-٢)



(٣) اختيار من متعدد: التمثيل البياني أدناه يوضح عدد السكان

خلال عدة أعوام في مدينة.



صف التمثيل البياني. (الدرس ١-٢)

(أ) عدد السكان يزداد خلال جميع الأعوام الممثلة.

(ب) عدد السكان يتناقص خلال جميع الأعوام الممثلة.

(ج) عدد السكان ثابت خلال جميع الأعوام.

(د) عدد السكان يتناقص في بعض الأعوام ويزيد في أعوام أخرى.





حل المعادلات الخطية بيانياً

٢-٤

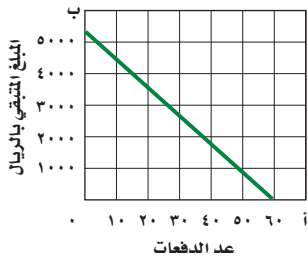
لماذا؟

يبين الشكل المجاور المبلغ المتبقي بعد أن يدفع أحمد عددًا من أقساط تكلفة تقويم أسنانه، الذي تمثله الدالة:

$$5100 + 85 - ب$$

حيث تمثل أ عدد الدفعات التي قيمة كل منها ٨٥ ريالاً، و ب المبلغ المتبقي.

تكلفة تقويم الأسنان



فيما سبق

درست تمثيل المعادلات الخطية بيانياً باستعمال الجداول أو المقطعين.

والآن

- أحل المعادلات الخطية بيانياً.
- أقدّر حل المعادلة الخطية بيانياً.

المفردات

الدالة الخطية

الدالة المولدة (الأم)

الجذر

الأصفار

الحل بيانياً: الدالة الخطية هي دالة تمثل بيانياً بمستقيم.

وأبسط دالة خطية هي د (س) = س، وتسمى **الدالة المولدة (الأم)** لمجموعة الدوال الخطية.

مفهوم أساسي

الدالة الخطية

د (س) = س

خط مستقيم

جميع الأعداد الحقيقية

جميع الأعداد الحقيقية

الدالة المولدة (الأم)

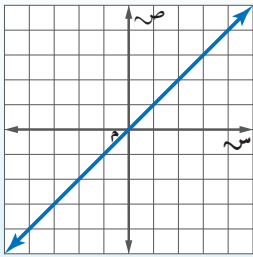
نوع التمثيل البياني

المجال

المدى

أضف إلى

مطوياتك



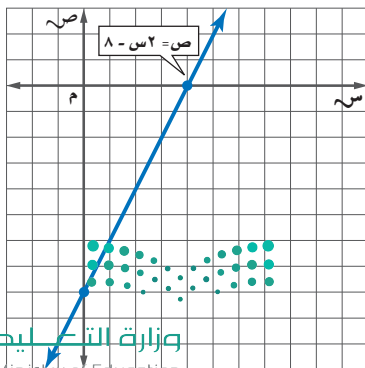
حل المعادلة أو **الجذر** هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة. وللمعادلة الخطية جذر واحد على الأكثر، ويمكنك إيجاد جذر المعادلة بتمثيل الدالة المرتبطة بها، وكتابة هذه الدالة بمعادلة، عوض صفراً بدلاً من د (س).

المعادلة الخطية	الدالة المرتبطة
$٢ - ٨ = س$	د (س) = $٢ - ٨$ أو $٢ - س = ٨$

تسمى قيم س التي تجعل د (س) = **أصفار** الدالة.

ويقع صفر الدالة عند المقطع السيني لها، وجذر المعادلة هو قيمة المقطع السيني؛ ولذا فإن:

- ٤ هو المقطع السيني للمعادلة: $٢ - س = ٨$
- ٤ هو حل المعادلة: $٢ - س = ٨$
- ٤ هو جذر المعادلة: $٢ - س = ٨$
- ٤ هو صفر الدالة: د (س) = $٢ - س = ٨$



حل المعادلة التي لها جذر واحد

مثال ١

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(أ) \frac{1}{3}س - ٢ = ٠$$

$$(ب) ٣س + ١ = -٢$$

إرشادات للدراسة

الأصفر من الجدول:
صفر الدالة هو المقطع
السيني الذي قيمة ص
عنده تساوي صفراً.

تحقق من فهمك



$$(أ) ٢٥ - ١س + ٣ = ٠$$

$$(أ) \frac{٢}{٥}س + ٦ = ٠$$

إذا تضمنت المعادلة المتغير نفسه في كلا طرفيها، فضع المتغير في طرف واحد باستعمال الجمع أو الطرح، ثم أوجد الحل.

معادلات ليس لها حل

مثال ٢

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(أ) ٣س + ٧ = ٣س + ١$$

(ب) $2س - 4 = 2س - 6$

تحقق من فهمك

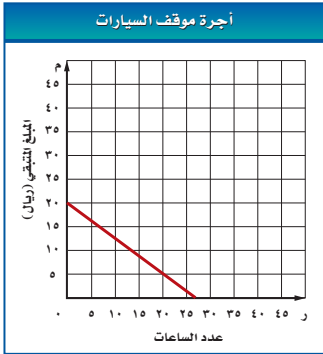
(ب) $2س - 4 = 2س - 6$

(أ) $4س + 3 = 5س - 5$

تقدير الحل باستعمال التمثيل البياني: قد يزودك التمثيل البياني بحل تقديري. وفي هذه الحالة، استعمل الطريقة الجبرية لإيجاد الحل الدقيق.

مثال ٣ من واقع الحياة

التقدير باستعمال التمثيل البياني



مواقف سيارات: تمثّل الدالة $م = ٠,٧٥ - ٢٠$ ر المبلغ (م) المتبقي مع أحمد بعد توقف سيارته (ر) ساعة في موقف للسيارات. أوجد صفر الدالة، وبيّن ما يعنيه في هذا السياق.

ر	م	ر	م
٠	٢٠	٠	٢٠
٥	١٦,٢٥	٥	١٦,٢٥

بيّن التمثيل البياني أن المستقيم يقطع محور السينات عند $ر \approx ٢٧$. وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري.

المعادلة الأصلية

$$٠,٧٥ - ٢٠ = م$$

عوض القيمة صفراً بدلاً من م

$$٠,٧٥ - ٢٠ = ٠$$

أضف ٠,٧٥ إلى الطرفين

$$٠,٧٥ + ٠,٧٥ - ٢٠ = ٠,٧٥ + ٠$$

بسط

$$٢٠ = ٠,٧٥$$

اقسم على ٠,٧٥

$$\frac{٢٠}{٠,٧٥} = \frac{٠,٧٥}{٠,٧٥}$$

بسط

$$٢٦,٦٧ \approx ر$$

فيكون صفر هذه الدالة هو ٢٦,٦٧ تقريباً؛ لذا فأقصى عدد من الساعات الكاملة التي يمكن لأحمد إيقاف سيارته خلالها هو ٢٦ ساعة.



الربط مع الحياة

تظهر أهمية مواقف انتظار السيارات في استيعابها عدداً كبيراً من السيارات بما يقضي على معاناة المواطنين وإعاقة سير المركبات والمشاة بسبب توقف السيارات على جوانب الطرق.

تحقق من فهمك

(٣) **مقصف مدرسة:** اشترى مقصف مدرسة علبة حلوى بمبلغ ٤٥ ريالاً. فإذا باع القطعة الواحدة بـ ١,٥ ريال، وكانت الدالة ص = ١,٥ س - ٤٥ تمثل الربح الذي يحققه عند بيع س قطعة من الحلوى، فأوجد صفر الدالة، وصِف ماذا يعني ذلك في سياق هذه المسألة.

تأكد

المثالان ١، ٢

حلّ كل معادلة فيما يأتي:

$$\begin{array}{ll} (١) \quad ٠ = ٦ + س & (٢) \quad ٠ = ٢ - س \\ (٣) \quad ٠ = ٣ + س & (٤) \quad ٠ = - س - ٨ \\ (٥) \quad ٠ = ٤ + س & (٦) \quad ٠ = ٢ - س \end{array}$$

(٧) **خضار:** تمثّل الدالة $و = ٦٠ - ٢ن$ كتلة الجزر المتبقي بالكيلوجرام في محل أحمد بعد بيعه (ن) كيساً. أوجد صفر الدالة، ووضّح ما يعنيه في هذا السياق.

تدرب وحل المسائل

المثالان ١، ٢

حلّ كل معادلة فيما يأتي:

$$\begin{array}{lll} (٨) \quad ٠ = س + ٣ & (٩) \quad ٠ = ٨ - س & (١٠) \quad ٠ = ٣ - س \\ (١١) \quad ٠ = ٣٦ - س & (١٢) \quad ٠ = ٧ + س & (١٣) \quad ٠ = ٧ - س \end{array}$$

(١٤) **مثال ٣:** أراد محمد شراء أقلام لأصدقائه بمبلغ ٧٥ ريالاً، والمعادلة $م = ٣ - د + ٧٥$ تمثّل المبلغ (م) بالريال المتبقي معه بعد شراء (د) قلماً. أوجد صفر الدالة، ووضّح ما يعنيه في هذا السياق.

حلّ كل معادلة فيما يأتي:

$$\begin{array}{ll} (١٥) \quad ٠ = ٦ + س & (١٦) \quad ٠ = ١٣ + س \\ (١٧) \quad ٠ = ٢٢ - س & (١٨) \quad ٠ = \frac{٣}{٤} - \frac{٢}{٥} س \end{array}$$

(١٩) **قالب ثلجي:** كانت درجة حرارة قالب ثلجي عند إخراجه من حافظة الثلج -١٠°س. وتمثّل المعادلة: $ت = ١,٢٥ هـ - ١٠$ درجة حرارة الثلج بعد هـ ساعة من إخراجه. فما الوقت الذي يبدأ فيه القالب بالذوبان إذا تم إخراجه عند الساعة ٨:٠٠ صباحاً؟
حلّ كل معادلة فيما يأتي بيانياً، وتحقق من إجابتك جبرياً:

$$\begin{array}{ll} (٢٠) \quad ٠ = ٣ - ٧ س & (٢١) \quad ٠ = ١٩ + ٣ س \\ (٢٢) \quad ٠ = ١٥ - ٣٠ س & (٢٣) \quad ٠ = ٥ - ٣ س \end{array}$$



(٢٤) **منتجات الشعر:** تستعمل بعض المستحضرات الطبية المواد الكيماوية لجعل الشعر أكثر لمعاناً. وتُمثل النسبة المئوية المتبقية لإكمال العملية بالمعادلة: ص = ١٢,٥ - س + ١٠٠؛ حيث س الزمن بالدقائق الذي يبقى فيه المستحضر على الشعر، ص النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

(أ) أوجد صفر الدالة.

(ب) مثل الدالة بيانياً.

(ج) بين ما يعنيه الصفر في هذه الحالة.

(د) اذكر كلاً من مجال الدالة ومداها.

إرشادات للدراسة

صفر الدالة:

يُسمى صفر الدالة أيضاً جذر المعادلة أو المقطع السيني.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٥) **تبرير:** وضح متى يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل المعادلة، ومتى يفضل حلها بالتمثيل البياني؟

(٢٦) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة خطية جذرها $-\frac{3}{4}$. واكتب الدالة المرتبطة بها.

(٢٧) **اكتب:** لخص كيف تحل معادلة خطية جبرياً وبيانياً.

تدريب على اختبار

(٢٩) بيّن الجدول أدناه التكلفة جـ لاستئجار زورق مدة هـ ساعة.

الساعات (هـ)	١	٢	٣
التكلفة بالريال (جـ)	٢٥	٥٠	٧٥

أي المعادلات الآتية تمثل بيانات الجدول؟

(أ) جـ = ٢٥ هـ (جـ) جـ = ٢٥ + هـ

(ب) جـ = ٢٥ - ٧٥ هـ (د) جـ = ٢٥ + ٧٥ هـ

(٢٨) ما التقدير الأفضل للمقطع السيني للتمثيل البياني للدالة الخطية الممثلة في الجدول؟

س	ص
٠	٥
١	٣
٢	١
٣	١-
٤	٣-

(أ) بين ١،٠ (جـ) بين ٢،١

(ب) بين ٣،٢ (د) بين ٤،٣

مراجعة تراكمية

أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني لكل دالة خطية فيما يأتي: (الدرس ٢-٢)

(٣١) $٣ص = ٦س - ٩$

(٣٠) $١٠ + ٢س = ص$

(٣٢) حل المعادلة: $|١ - س| = ٧$. (الدرس ٥-١)

(٣٣) مثل العلاقة: $\{(٦، ٤)، (٥، ٣)، (٤، ٢)، (٣، ١)\}$ بجدول، وبيانياً، وبالمخطط السهمي، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها. (الدرس ١-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلاً مما يأتي:

(٣٧) $\frac{٣٦}{١٢}$

(٣٦) $\frac{٦}{١٢}$

(٣٥) $\frac{٤-}{١٢-}$

(٣٤) $\frac{٢٥}{١٠}$

احسب قيمة $\frac{ب-}{د-}$ في كل مما يأتي:

(٣٨) أ = ٦، ب = ٢، جـ = ٩، د = ٣

(٣٩) أ = ٤، ب = ٧، جـ = ١، د = ٢

وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

معدل التغير والميل

لماذا؟

تسمح لك إحدى الألعاب المائية بالانحدار لمسافة ٢٠ مترًا، ويصف معدل التغير في هذه اللعبة نسبة تغير المسافة التي يقطعها الشخص بالنسبة للتغير في الزمن. **معدل التغير:** معدل التغير هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى.

فيما سبق

درست تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي.

والآن

- أستعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أجد ميل مستقيم.

المضردات

معدل التغير

رابط الدرس الرقمي



www.ien.edu.sa



أضف إلى

مطوياتك

معدل التغير

مفهوم أساسي

إذا كانت s هي المتغير المستقل، و v المتغير التابع فإن:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } v}{\text{التغير في } s}$$

إيجاد معدل التغير

مثال ١ من واقع الحياة

ألعاب مسلية: استعمل الجدول المجاور لإيجاد معدل التغير، ثم فسّر معناه.

عدد ألعاب الحاسوب (س)	التكلفة (ريال) (ص)
٢	٧٨
٤	١٥٦
٦	٢٣٤

تحقق من فهمك



(١) **تبليط:** يبين الجدول المجاور كيف تتغير مساحة السطح المبلط مع التغير في عدد البلاطات.

(أ) أوجد معدل التغير.

(ب) فسّر معنى معدل التغير.

عدد البلاطات (س)	المساحة المبلطة (سم ^٢) (ص)
٣	١٢٠
٦	٢٤٠
٩	٣٦٠

وزارة التعليم

Ministry of Education

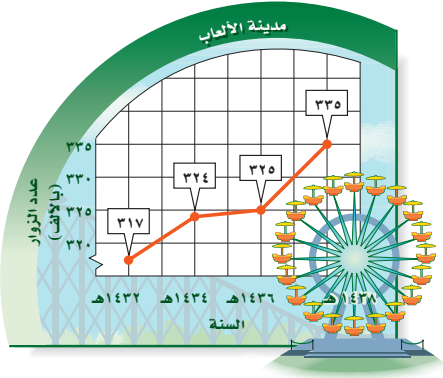
2021 - 1443

تعرفت من الأمثلة السابقة على معدلات التغير الثابتة، إلا أن كثيرًا من المواقف من واقع الحياة تتضمن معدلات تغير ليست ثابتة.

مثال ٢ من واقع الحياة معدل التغير غير الثابت

مدينة ألعاب: يبين التمثيل البياني المجاور عدد زوار إحدى مدن الألعاب.

(أ) أوجد معدل التغير في الفترة من ١٤٣٢هـ - ١٤٣٤هـ، وفي الفترة من ١٤٣٤هـ - ١٤٣٦هـ.



إرشادات للدراسة

المعدل: يشير معدل التغير الموجب إلى الزيادة مع تغير الزمن. أما معدل التغير السالب فيشير إلى نقصان الكمية.

(ب) فسّر معنى معدل التغير في كل حالة.

(ج) كيف تظهر معدلات التغير المختلفة على التمثيل البياني؟

تحقق من فهمك



(٢) عد إلى التمثيل البياني أعلاه، وأوجد - دون إجراء عمليات حسابية - فترة المسببين ذات معدل التغير الأكبر، ثم احسب للتحقق من إجابتك.

وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

يكون معدل التغير للدالة ثابتاً إذا لم تتغير قيمته بين أي نقطتين على التمثيل البياني لتلك الدالة. والدوال الخطية لها معدل تغير ثابت.

إرشادات للدراسة

دالة خطية أم غير خطية؟

حتى تكون الدالة خطية يجب أن يكون معدل التغير ثابتاً؛ أي يجب أن يكون التغير في كل من قيم س، ص ثابتاً.

مثال ٣

معدلات التغير الثابتة

حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

س	ص
٣-	١٠
١-	١٢
١	١٦
٣	١٨
٥	٢٢

(ب)

س	ص
١	٦-
٤	٨-
٧	١٠-
١٠	١٢-
١٣	١٤-

(أ)

تحقق من فهمك

س	ص
١٢	٤-
٩	١
٦	٦
٣	١١
٠	١٦

(ب٣)

س	ص
٣-	١١
٢-	١٥
١-	١٩
١	٢٣
٢	٢٧

(١٣)

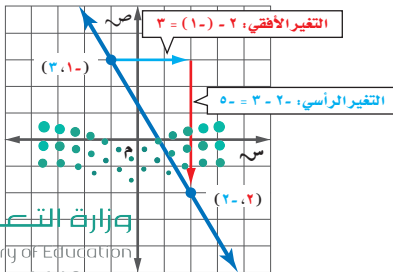
إيجاد الميل: ميل المستقيم غير الرأسّي هو نسبة التغير في الإحداثي الصادي إلى التغير في الإحداثي السيني كلما انتقلت من نقطة إلى أخرى. وبالتالي يمكن استعماله لوصف معدل التغير. إن ميل المستقيم يصف درجة انحداره، وكلما زادت القيمة المطلقة للميل كان المستقيم أشد انحداراً. يُظهر الرسم البياني المجاور مستقيماً ماراً بالنقطتين (٢، ٢)، (٣، ١-).

الميل = $\frac{\text{التغير الرأسّي}}{\text{التغير الأفقي}}$

= $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

$$= \frac{٣ - ٢-}{(١-) - ٢} = \frac{٥}{٣}$$

لذا، فميل المستقيم هو $\frac{٥}{٣}$.



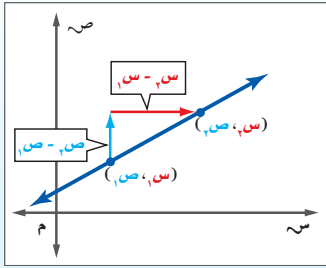
وبما أن معدل تغير الدالة الخطية ثابت، فيمكنك استعمال أي نقطتين على المستقيم غير الرأسي لتحديد ميله.

مفهوم أساسي

الميل

مطويتك

الرسم



التعبير اللفظي: ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

الرموز: يمكن إيجاد الميل (م) للمستقيم غير الرأسي المار بالنقطتين $(س1, ص1)$ ، $(س2, ص2)$ على النحو الآتي:

$$م = \frac{ص2 - ص1}{س2 - س1}$$

قراءة الرياضيات

تقرأ ص1 على الصورة صاد واحد. وتقرأ س1 على الصورة سين اثنين. ويشير الرقمان 1، 2 إلى النقطتين الأولى والثانية اللتين ترتبط بهما قيم س، ص.

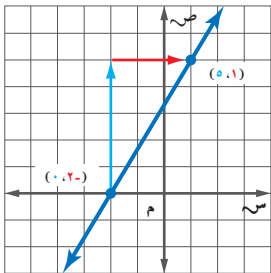
يمكن أن يكون ميل مستقيم موجباً أو سالباً أو صفراً أو غير مُعرّف. فإذا لم يكن المستقيم أفقياً ولا رأسياً، فميله إما موجب وإما سالب.

الميل الموجب أو السالب أو الصفر

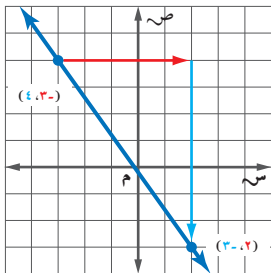
مثال ٤

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

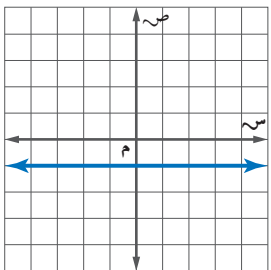
(أ) $(0, 2)$ ، $(5, 1)$



(ب) $(3, -2)$ ، $(4, 3)$



(ج) $(1, -2)$ ، $(1, 3)$



تنبيه

ترتيب: كن حريصاً على عدم تبديل قيم س أو قيم ص.

تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(أ) $(2, -2)$ ، $(4, 6)$

(ب) $(2, 0)$ ، $(2, 4)$

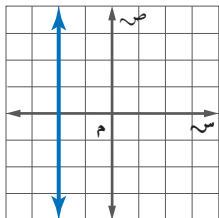
وزارة التعليم

Ministry of Education
2021 - 1443

مثال ٥

الميل غير المعرف

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-2, 3)$ ، $(4, -2)$:



تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوجين من النقاط الآتية:

٥ب) $(-3, 1)$ ، $(3, 2)$

١٥) $(6, 3)$ ، $(6, 7)$

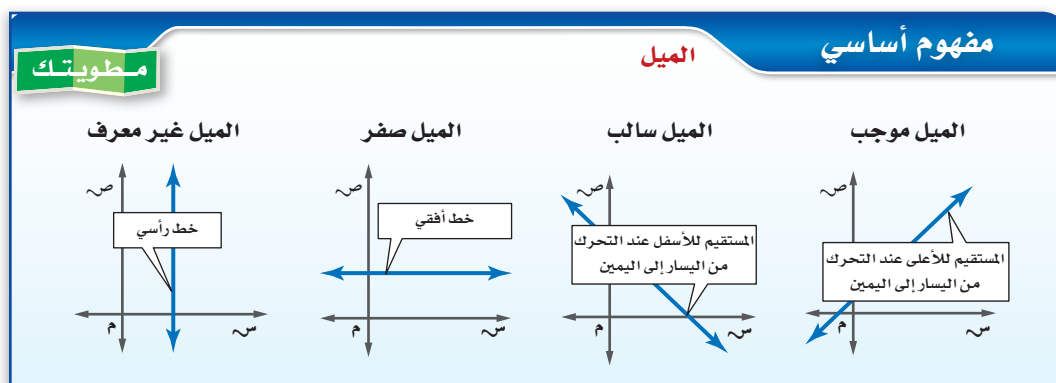
إرشادات للدراسة

الميل الذي قيمته صفر

والميل غير المعرف:

إذا كان الفرق في قيم ص
صفرًا، فسيكون الخط
أفقيًا. وإذا كان الفرق في
قيم س صفرًا، فسيكون
الميل غير معرف،
وسيكون الخط رأسيًا.

وفيما يلي ملخص الرسوم البيانية للمستقيمات المختلفة الميل:



أحيانًا قد تعطى قيمة الميل ويطلب إليك إيجاد الإحداثي المجهول.

مثال ٦

إيجاد الإحداثي إذا علم الميل

أوجد قيمة r التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(1, 4)$ ، $(-5, r)$ يساوي $\frac{1}{3}$.



تحقق من فهمك

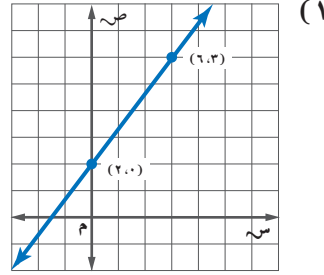
٦) أوجد قيمة r التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-2, 6)$ ، $(r, 4)$ يساوي $\frac{1}{3}$.

أوجد معدل التغير الممثل في كل من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:

مثال ١

(٢)

س	ص
٣	٦
٥	٢
٧	١٠
٩	١٨
١١	٢٦

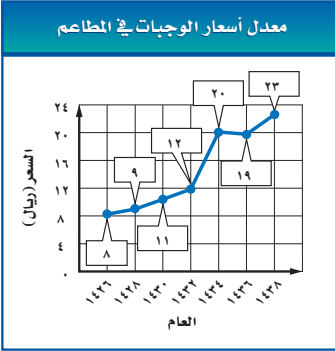


(٣) مطاعم: استعمل الشكل المجاور في الإجابة عما يأتي:

مثال ٢

(أ) أوجد معدل التغير في الأسعار من ١٤٣٦ هـ - ١٤٣٨ هـ، وفسّر معناه.

(ب) دون إجراء الحسابات، أوجد فترة العامين التي كان معدل تغيرها أكبر من معدل التغير في الفترة من ١٤٣٦ هـ - ١٤٣٨ هـ، وفسّر إجابتك.



حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

مثال ٣

(٥)

س	٢٤	٢٠	١٦	١٢	٨
ص	٢	٠	٣	٥	٧

(٤)

س	٥	٢	١	٤	٧
ص	١	٢	٣	٤	٥

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

المثالان ٤ ، ٥

(٧) $(٧, ٣)$ ، $(٤, ٣)$

(٦) $(٣, ٤)$ ، $(١, ٢)$

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

مثال ٦

(٩) $(٢, ٥)$ ، $(٧, ٧)$ ، $٥ = م$

(٨) $(٣, ٨)$ ، $(٤, ٤)$ ، $٥ = م$

تدرب وحل المسائل

أوجد معدل التغير لكل من الدالتين الممثلتين بالجدولين الآتيين:

مثال ١

(١١)

س	٤	٣	٢	١
ص	٣	٣	٩	١٥

(١٠)

س	٢٠	١٥	١٠	٥
ص	٥	٤	٣	٢

عدد سكان المملكة العربية السعودية	السنة
٢٧١٣٦٩٧٧	١٤٣١ هـ
٣٢٥٥٢٣٣٦	١٤٣٨ هـ

(١٢) سكان: أوجد المعدّل السنوي للتغير في عدد سكان المملكة العربية السعودية من عام ١٤٣١ هـ إلى ١٤٣٨ هـ؟ وفسّر معناه.

مثال ٢

حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

مثال ٣

(١٤)

س	٠,٢	٠	٠,٢	٠,٢
ص	٠,١	٠,٤	٠,٧	٠,٧

(١٣)

س	٠	١	٣	٥	٧
ص	٢٣	٢٠	١٧	١٤	١١

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

وزارة التعليم
Ministry of Education

2021 - 1443

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(١٥) (١، ٨)، (٢، -٨) (١٦) (٢، ٢)، (٢، -٢) (١٧) (٦، ١٠)، (٦، ١٤)

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

(١٨) (١٠، ١٢)، (٢، -٢)، (ر، م) = -٤ (١٩) (٣، ١٣)، (٥، -٢)، (ر، م) = ٨

(٢٠) **معدل نمو الشعر:** طول شعر فاطمة ٢٥ سنتيمتراً. وفي غضون ثلاثة أشهر نما شعرها ثلاثة سنتيمترات أخرى. أجب عما يأتي مفترضاً أن شعرها ينمو بالمعدل نفسه:

الزمن (شهر)	٠	٣	٦
طول شعر فاطمة (سم)			

(أ) أكمل الجدول المجاور.

(ب) مثل العلاقة بين نمو شعر فاطمة والزمن بالأشهر بيانياً.

(ج) ما ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين نمو الشعر والزمن؟ وماذا يمثل؟

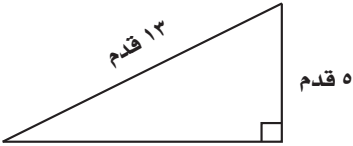


مسائل مهارات التفكير العليا

(٢١) **تبرير:** لماذا لا تستعمل معادلة الميل في المستقيمات الرأسية؟ فسّر ذلك.

(٢٢) **تحّد:** إذا كنت ترتفع ٥ أقدام لكل ١٣ قدماً تتحركها إلى الأمام عند قيادة سيارتك في طريق جبلي، فما ميل الطريق؟

(٢٣) **تحّد:** أوجد قيمة د التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (أ، ب)، (ج، د) يساوي $\frac{1}{3}$.



(٢٤) **اكتب:** بين العلاقة بين معدل التغير والميل، وكيف يمكن إيجاد ميل مستقيم.

الربط مع الحياة

تتميز سيارات الدفع الرباعي بنظام حركي يوفر لها الأمان وسهولة الحركة على الطرق الرملية والجبليّة والوعرة.

تدريب على اختبار

(٢٦) **احتمال:** ما احتمال ظهور العدد ٥ عند إلقاء مكعب أرقام (١-٦) مرة واحدة؟

(أ) $\frac{5}{6}$ (ب) $\frac{1}{5}$
(ج) $\frac{1}{6}$ (د) $\frac{1}{5}$

(٢٥) اشترت روان حاسوباً بقيمة ٤٠٠٠ ريال، فإذا علمت أن سعره ينخفض بصورة ثابتة، وكانت قيمته بعد سنتين ٢٥٠٠ ريال، فما مقدار الانخفاض السنوي في سعره؟

(أ) ١٥٠٠ ريال. (ب) ٧٥٠ ريالاً.
(ج) ٢٥٠٠ ريال. (د) ١٢٥٠ ريالاً

مراجعة تراكمية

حلّ كل معادلة فيما يأتي بيانياً: **الدرس (٢-٤)**

(٢٩) $١٢ - س = ٤٨$

(٢٨) $٨ - س = ٣٢$

(٢٧) $٣ + س = ١٨$

(٣٠) حلّ المعادلة $س - ٣ = ٨$. **الدرس (١-٥)**

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج الطرح في كل مما يأتي:



المتابعات الحسابية كدوال خطية

٦-٢

لماذا؟

في تدريب لسباق ٢٠٠٠ متر، سجل مدرب أوقات فريقه على النحو الآتي:

- ٤٠٠ متر في دقيقة و ٣٢ ثانية.
- ٨٠٠ متر في ٣ دقائق و ٤ ثوانٍ.
- ١٢٠٠ متر في ٤ دقائق و ٣٦ ثانية.
- ١٦٠٠ متر في ٦ دقائق و ٨ ثوانٍ.

وأنهى الفريق السباق كاملاً في زمن قدره ٧ دقائق و ٤٠ ثانية.



فيما سبق

درست الدوال الخطية

والآن

- أتعرف المتابعات الحسابية.
- أمثل المتابعات الحسابية بدوال خطية.

المضردات

المتابعة

الحد

المتابعة الحسابية

الأساس

تعرف المتابعات الحسابية: يمكنك ربط نمط زمن الفريق بدوال خطية. والمتابعة هي مجموعة مرتبة من الأعداد، ويسمى كل عدد فيها **حدًا**. انظر إلى النمط في سباق الجري أعلاه وكون جدولاً، ثم حلل البيانات.

المسافة (متر)	٤٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٦٠٠	٢٠٠٠
الزمن (ثواني:دقائق)	١:٣٢	٣:٠٤	٤:٣٦	٦:٠٨	٧:٤٠

$1:32 +$ $1:32 +$ $1:32 +$ $1:32 +$

وكلما ازدادت المسافة في فترات منتظمة، زاد الزمن بمقدار دقيقة واحدة و ٣٢ ثانية. وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت، فهي **متابعة حسابية**. ويسمى الفرق بين الحدين المتتاليين **الأساس**، ويرمز إليه بالرمز «د».

مفهوم أساسي

المتابعة الحسابية

المتابعة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى أساس المتابعة.

أمثلة

$3, 5, 7, 9, 11, \dots$ $2+$

$33, 29, 25, 21, 17, \dots$ $4-$

$2 = د$ $4 = د$

التعبير اللفظي:

المتابعة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى أساس المتابعة.

وتدل النقاط الثلاث المستعملة في المتابعة على استمرارها على هذا النمط، وتشير إلى وجود المزيد من حدود المتابعة التي لم تكتب.



مثال ١

تمييز المتتابعة الحسابية

حدّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

(أ) $... - 4, -2, 0, 2, ...$ (ب) $... , \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{13}{16}, ...$

تحقق من فهمك

(أ) $... - 26, -22, -18, -14, ...$ (ب) $... 1, 4, 9, 25, ...$

يمكن استعمال أساس المتتابعة الحسابية لإيجاد الحد التالي فيها.

مثال ٢

إيجاد الحد التالي

أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة الحسابية: $... 3, 9, 15, ...$

تحقق من فهمك

(٢) أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة الحسابية: $... 5, 9, 11, 12, 14, ...$

يمكن التعبير عن أي حد من حدود المتتابعة الحسابية بدلالة الحد الأول a_1 والأساس d كما يأتي:

الحد	الرمز	بدلالة a_1 ، d	العدد (على فرض أن $a_1 = 8$ ، $d = 3$)
الحد الأول	a_1	a_1	8
الحد الثاني	a_2	$a_1 + d$	$11 = 8 + 3$
الحد الثالث	a_3	$a_1 + 2d$	$14 = 8 + 2(3)$
الحد الرابع	a_4	$a_1 + 3d$	$17 = 8 + 3(3)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
الحد النوني	a_n	$a_1 + (n-1)d$	$(3)(n-1) + 8$

مفهوم أساسي

الحد النوني في متتابعة حسابية

يُعبر عن الحد النوني لمتتابعة حسابية حدها الأول a_1 ، وأساسها d بالصيغة: $a_n = a_1 + (n-1)d$ ، حيث n عدد صحيح موجب.

إرشادات للدراسة

أساس المتتابعة

إذا كانت حدود المتتابعة الحسابية متزايدة فالأساس موجب، وإذا كانت متناقصة فالأساس سالب.



تاريخ الرياضيات

ابن حمزة المغربي:

عالم مسلم عاش في القرن ١٠هـ، درس المتتابعات الحسابية والهندسية، والربط بينها، ليضع أسس علم اللوغاريتمات في كتابه "تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد".

إيجاد الحد النوني

مثال ٣

إرشادات للدراسة

الحد النوني:

بما أن ن تمثل ترتيب
الحد، فإن قيمها هي
الأعداد الصحيحة
الموجبة .

(أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: $-12, -8, -4, 0, \dots$

(ب) أوجد الحد التاسع في المتتابعة السابقة.

(ج) مثل الحدود الخمسة الأولى من المتتابعة بيانياً.

(د) ما الحد الذي قيمته ٣٢؟

تحقق من فهمك

بناءً على المتتابعة الحسابية: $3, -10, -23, -36, \dots$ أجب عما يأتي:

(أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة.

(ب) أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.

(ج) مثل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانياً.

(د) ما الحد الذي قيمته (-114) ؟



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

المتتابعات الحسابية والدوال: كما رأيت في المثال ٣ التمثيل البياني للحدود الأولى للمتتابعة الحسابية يظهر أنها تقع على خط مستقيم. فالمتتابعة الحسابية هي دالة خطية يكون فيها (ن) متغيراً مستقلاً، أن متغيراً تابعاً، (د) هو الميل؛ لذا يمكن إعادة كتابة معادلة الحد النوني على صورة الدالة: $ق(ن) = (ن-١)د + أ$ ، حيث ن عدد صحيح موجب.

وعلى الرغم من أن مجال معظم الدوال الخطية هو الأعداد الحقيقية، فإن مجال الدالة في المثال ٣ هو مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة، ومداها هو مجموعة الأعداد الصحيحة.

🌐 **مثال ٤ من واقع الحياة**

دعوة: المتتابعة الحسابية ٢٥، ٢٥، ٥٠، ٧٥، ١٠٠ ريال، ... تمثل تكلفة الرسائل النصية التي أرسلها منصور لأصدقائه لحضور حفل زفافه مقابل إرساله رسالة واحدة، رسالتين، ٣ رسائل، ٤ رسائل، ...

(أ) اكتب دالة تعبر عن هذه المتتابعة.

(ب) مثل الدالة بيانياً، وحدّد مجالها.



🌐 **الربط مع الحياة**

يُعدُّ الرياضي السعودي حسين السبع أول واثب عربي يتخطى حاجز ٨ أمتار، وذلك بعد أن سجّل ٨،٠٤ أمتار في تصفيات دورة الألعاب الأولمبية بالعاصمة الصينية عام ٢٠٠٨م.

المصدر: وكالة الأنباء السعودية

✓ **تحقق من فهمك**

(٤) **الوثب الطويل:** يبيّن الجدول الآتي أطوال وثبات محمد في أثناء تدريبه على الوثب الطويل بالمدرسة:

الوثبة	١	٢	٣	٤
طول الوثبة (متر)	٢	٢،١	٢،٢	٢،٣

(أ) اكتب دالة تمثّل المتتابعة الحسابية.

(ب) مثل الدالة بيانياً.

مثال ١

حدّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

(١) $1, 13, 15, 16, 18, \dots$ (٢) $4, 9, 14, 19, \dots$

مثال ٢

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

(٣) $3, 6, 9, 12, \dots$ (٤) $2, 2, 6, 10, \dots$

مثال ٣

اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثل حدودها الخمسة الأولى بيانياً:

(٥) $9, 11, 13, 15, \dots$ (٦) $1, -1, 5, 0, 0, 5, \dots$

مثال ٤

(٧) **توفير:** يملك يوسف ٥٢٥ ريالاً في حساب توفيره. وبعد شهر أصبح لديه ٥٨٠ ريالاً، وفي الشهر التالي بلغ رصيده ٦٣٥ ريالاً. وبعد الشهر الثالث كان رصيده ٦٩٠ ريالاً. اكتب دالة تعبر عن المتتابعة الحسابية، ثم مثلها بيانياً.

تدرب وحل المسائل

مثال ١

حدّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

(٨) $3, 1, 5, 9, \dots$ (٩) $\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{5}{16}, \frac{7}{32}, \dots$

مثال ٢

أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتابعة حسابية فيما يأتي:

(١٠) $2, 0, 8, 1, 14, 2, 3, 0, \dots$ (١١) $21, 19, 17, 15, 0, \dots$

(١٢) $\frac{1}{3}, 2, \frac{2}{3}, 3, \frac{1}{3}, 3, \dots$ (١٣) $\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, 1, \dots$

مثال ٣

اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثل حدودها الخمسة الأولى بيانياً:

(١٤) $3, -8, -13, -18, \dots$ (١٥) $2, -3, 8, 13, \dots$

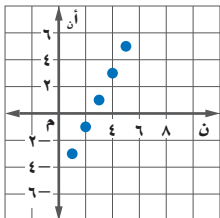
(١٦) $75, 0, 5, 25, 0, 0, \dots$ (١٧) $11, -15, -19, -23, \dots$

مثال ٤

(١٨) **حداثك ترفيهية:** لعب حمد وأصدقائه في مدينة الألعاب لعبتين خلال الساعة الأولى، وبعد ساعتين كانوا قد لعبوا ٤ ألعاب، وبعد ثلاث ساعات ٦ ألعاب.

(أ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

(ب) مثل الدالة بيانياً، وحدد المجال.



(١٩) مستعملاً التمثيل البياني المجاور لمتتابعة حسابية:

(أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى.

(ب) اكتب معادلة الحد النوني.

(ج) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

(٢٠) **إعلانات:** تتقاضى إحدى الصحف أجور الإعلانات بحسب عدد كلمات الإعلان. اكتب دالة تعبر عن تكاليف الإعلان.

(٢١) ما الحد الأول في متتابعة حسابية حدها الرابع يساوي ٨

وأساسها ٢؟



- (٢٢) متتابعة حسابية أساسها -٥. إذا كان ١٢ يساوي ٢٢ فما قيمة ١؟
- (٢٣) ما الحد الذي قيمته -٣٦ في المتتابعة الحسابية ٢٨، ٢٠، ١٢، ٤، ...؟
- (٢٤) **تمثيلات متعددة:** في متتابعة فيبوناشي قيمة أي حد (بعد أول حدين)، تساوي مجموع الحدين السابقين له.
والحدود الستة الأولى لها هي: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...
- (أ) جبرياً: اكتب معادلة الحد النوني إذا كانت $n \leq 3$.
- (ب) جبرياً: أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.
- (ج) تحليلياً: بين ما إذا كانت متتابعة فيبوناشي حسابية أم لا؟

مسائل مهارات التفكير العليا

- (٢٥) **مسألة مفتوحة:** كَوّن متتابعة حسابية أساسها -١٠.
- (٢٦) **تحّد:** أوجد قيمة s التي تجعل $s+8$ ، $s+4$ ، $s+3$ الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية.
- (٢٧) بين إذا كانت المتتابعة: $s-1$ ، $s+3$ ، $s+5$ ، $s+5$ ، ... حسابية أم لا، وفسّر إجابتك.
- (٢٨) **تحّد:** بين هل المتتابعة في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسّر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.
- (أ) $s+1$ ، $s+3$ ، $s+4$ ، $s+1$ ، ...
- (ب) $s+2$ ، $s+4$ ، $s+8$ ، ...
- (٢٩) **اكتب:** وضح كيف تجد حداً معيناً في متتابعة حسابية، وكيف تكتب المتتابعة الحسابية كدالة خطية.

تدريب على اختبار

- (٣٠) أي العلاقات الآتية تمثل دالة؟
- (أ) $\{(2, 4), (1, 2), (3, 4), (6, 5)\}$
- (ب) $\{(6, 3), (4, 3), (5, 3), (1, 3)\}$
- (ج) $\{(2, 1), (1, 2), (3, 0), (3, 2)\}$
- (د) $\{(2, 0), (1, 2), (3, 4), (6, 5)\}$
- (٣١) أوجد معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: -٧، -٤، -١، ٢، ...
- (أ) $أ_n = 3n - 4$
- (ب) $أ_n = 7n + 1$
- (ج) $أ_n = 3n - 10$
- (د) $أ_n = 7n + 4$

مراجعة تراكمية

- (٣٢) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٩، ٢)، (-٣، ١). (الدرس ٥-٢)
- حلّ كلّاً من المعادلتين الآتيتين بيانياً: (الدرس ٤-٢)
- (٣٣) $3s + 1 = 3$
- (٣٤) $0 = 1 - \frac{2}{3}s$
- (٣٥) حلّ المعادلة $5s + 7 = 8$ ، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٣-١)
- (٣٦) حلّ المعادلة $3s = 12$. (الدرس ٢-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

مثّل كلّاً من المعادلات الآتية بيانياً:

(٣٩) $8 = 2s + 4$

(٣٨) $4 = s - 3$

(٣٧) $8 = s - 3$

اختبار الفصل

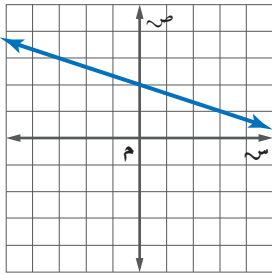
أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(١٢) $(٧, ٣), (٨, ٥)$

(١٣) $(٢, ٣), (٢, ٥)$

(١٤) $(٤, ٦), (٣, ٦)$

(١٥) **اختيار من متعدد:** أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل؟



(أ) $٣ -$

(ب) $\frac{1}{3} -$

(ج) ٣

(د) $\frac{1}{3}$

(١٦) **اختيار من متعدد:** ما قيمة r التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(٠, ١)$ ، $(٣, r)$ يساوي ٢ ؟

(أ) $\frac{2}{5}$ (ج) ٣

(ب) $\frac{5}{2}$ (د) $٣ -$

(١٧) أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة:

$٥, ٦, ٨, ١١, ١٥, \dots$

بين ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت حسابية فما أساسها؟

(١٨) $٤٠ - , ٣٢ - , ٢٤ - , ١٦ - , \dots$

(١٩) $٧٥, ٠, ٥, ١, ٣, ٦, ١٢, \dots$

(١) مثل العلاقة الآتية بجدول، وبمخطط سهمي، وبيانيًا،

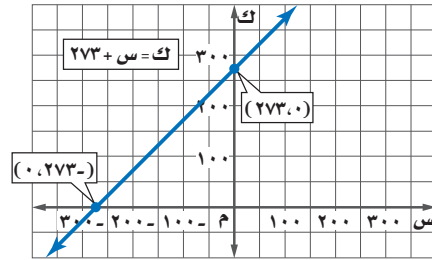
ثم حدّد كلاً من مجالها ومداهما:

$\{(٣, ٠), (٢, ١), (٠, ١), (٣, ٤), (٢, ٣)\}$

إذا كان $د(س) = ٢ - ٥$ ، $هـ(س) = ٢ + ٧$ س فأوجد قيمة كل من:

(٢) هـ (٣) د (٣) (٦-ص)

(٤) **درجة الحرارة:** يبين الشكل أدناه معادلة تحويل درجات الحرارة السيليزية (س) إلى درجات الحرارة على مقياس كلفن (ك).



(أ) حدّد كلاً من المتغير المستقل، والمتغير التابع، وفسر ذلك.

(ب) أوجد المقطع س والمقطع ك، وماذا يعني كل منهما في هذه الحالة؟

مثل كلاً من المعادلات الآتية بيانيًا:

(٥) $ص + س = ٢$

(٦) $ص = ٤س$

(٧) $ص + ٢ = ١ -$

(٨) $٣س - ٥ = ص$

حلّ كل معادلة مما يأتي بيانيًا:

(٩) $٠ = ٢ + س$

(١٠) $٣س - ٦ = ٠$

(١١) $١٢س = ٤ + ١٦$



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

اختيار من متعدد

٤) الجدول الآتي يبين تكلفة شراء عدد من الوجبات (ن) وخدمة التوصيل.

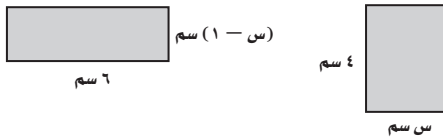
عدد الوجبات	التكلفة (ريال)
١	٦٠
٢	٨٥
٣	١١٠
٤	١٣٥

أيُّ المعادلات الآتية تعبر عن الموقف؟

أ) $٢٥ + ٣٥ = ٥٠$ (ن) $٣٥ + ٢٥ = ٦٠$ (ج) $٢٥ + ٣٥ = ٦٠$ (د) $٣٥ + ٢٥ = ٦٠$ (ب)

ب) $٢٥ + ٣٥ = ٦٠$ (ن) $٣٥ + ٢٥ = ٦٠$ (ج) $٢٥ + ٣٥ = ٦٠$ (د) $٣٥ + ٢٥ = ٦٠$ (ب)

٥) إذا كان للشكلين الآتيين المساحة نفسها، فأوجد قيمة س.



أ) $٣ = ٥$ (ج) $٥ = ٣$ (ب) $٣ = ٥$ (د) $٥ = ٣$ (أ)

ب) $٣ = ٥$ (ن) $٥ = ٣$ (ج) $٣ = ٥$ (د) $٥ = ٣$ (أ)

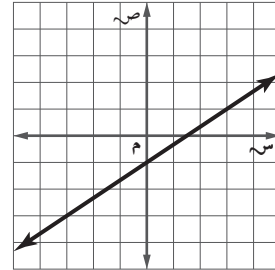
٦) الجدول أدناه يبين كميات الأمطار بعد عدد معين من الساعات.

الساعة (س)	١	٢	٣	٤
الكمية (ص)	٠,٤٥	٠,٩	١,٣٥	١,٨

ما الدالة الخطية التي تعبر عن الموقف؟

أ) $٠,٤٥ = ٠,٩$ (ج) $٠,٩ = ٠,٤٥$ (ب) $٠,٩ = ٠,٤٥$ (د) $٠,٤٥ = ٠,٩$ (أ)

١) أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل أدناه؟



أ) $١ - ٣$ (ج) $٢ - ٣$ (ب) $٣ - ٢$ (د) $٣ - ٢$ (أ)

٢) أوجد معدل التغير للدالة الخطية بناءً على الجدول أدناه.

ساعات العمل	١	٢	٣	٤
الأجر (ريال)	٥٥	١١٠	١٦٥	٢٢٠

أ) زيادة ٦٥ ريالاً في الساعة.

ب) زيادة ٥٥ ريالاً في الساعة.

ج) نقصان ٥٥ ريالاً في الساعة.

د) نقصان ٦٥ ريالاً في الساعة.

٣) ما معادلة الحد النوني للمتتابعة:

$٢, ١, ٤, ٧, ١٠, ١٣, \dots$

أ) $١ - ٢ = ٣$ (ج) $٢ + ٣ = ٥$ (ب) $١ - ٢ = ٣$ (د) $٢ + ٣ = ٥$ (أ)

ب) $١ - ٢ = ٣$ (ن) $٢ + ٣ = ٥$ (ج) $١ - ٢ = ٣$ (د) $٢ + ٣ = ٥$ (أ)

ب) $٠,٤٥ = ٠,٩$ (ج) $٠,٩ = ٠,٤٥$ (ب) $٠,٩ = ٠,٤٥$ (د) $٠,٤٥ = ٠,٩$ (أ)

وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

إجابة مطولة

٩) أطلق بالون من ارتفاع ٦٠ قدماً فوق سطح الأرض لأعلى، إذا كان معدل ارتفاع البالون ١٥ قدماً/ الدقيقة.

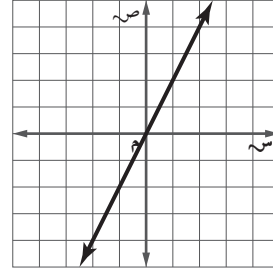
أ) فأوجد ارتفاع البالون بعد: دقيقة، دقيقتين، ٣ دقائق، ٤ دقائق من إطلاقه.

ب) إذا كانت ز تعبر عن الزمن الذي أطلق بعده البالون، ع تمثّل ارتفاع البالون، فعبر عن الموقف بمتابعة حسابية.

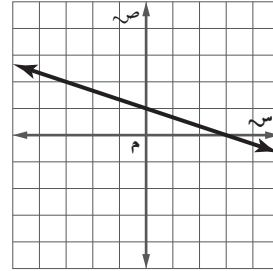
ج) استعمل المعادلة في الفرع ب لإيجاد ارتفاع البالون بعد ٨ دقائق من إطلاقه.

إجابة قصيرة

٧) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل أدناه.



٨) استعمل التمثيل البياني أدناه لحل المعادلة: $\frac{1}{3}س + ١ = ٠$



للمساعدة ..

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	إذا لم تجب عن السؤال
٣-٢	٣-٢	٦-٢	٤-١	١-١	٦-٢	٥-٢	٥-٢	٥-٢	فراجع الدرس ..