مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - تأليف

الفصل ٣

التناسب والتشابه

الفكرة العامة

- أُعيّن العلاقات الخطية المتناسبة وغير المتناسبة.
- أتعرّف التناسب باعتباره معادلة خطية.

المفردات الرئيسة:

التناسب ص(١١٨)

ثابت التناسب ص(١٢٠)

عامل المقياس ص(١٢٧)

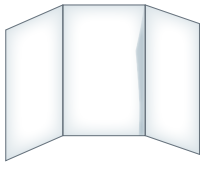
الربط بالحياة:

البرق: خلال عاصفة رعدية شديدة لمع ضوء البرق بمعدل ٨ مرات في الدقيقة. يمكنك استعمال هذا المعدل لإيجاد عدد مرات لمعان البرق في ١٥ دقيقة.

المَطْوِيّاتُ مُنَظِّمُ أَفْكار

التناسب والتشابه: اعمل المطويّة الآتية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بورقة قياس A3 من الورق المقوى كما يأتي:

١ **اطوِ** الورقة، وقسمها إلى ثلاثة أجزاء عرضية متطابقة.



٢ **افتح** الورقة، واطو أسفلها إلى أعلى لتشكِّل جيبًا. ثم ثبت الأطراف بالصمغ.

٣ **سمِّ** كل جيب كما يظهر في الشكل، وضع بطاقات صغيرة داخله.

التهيئة

اختبارات تهيئة إضافية على الموقع:

www.obeikaneducation.com

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

اكتب كل نسبة مما يأتي على صورة كسر اعتيادي في أبسط صورة: (مهارة سابقة)

١) ٦ أقلام مقابل ٨ دفاتر.

٢) ٢٠ سنتمترًا إلى متر واحد.

٣) **نقود:** أنفق أحمد ١٨ ريالًا من ٤٥ ريالًا كانت معه. اكتب كسرًا اعتياديًّا في أبسط صورة يمثل نسبة ما أنفقه أحمد إلى ما كان معه. (مهارة سابقة)

عبّر عن كل معدّل مما يأتي في صورة معدَّل وحدة: (مهارة سابقة)

٤) ٢٥٠ ريالًا لـ ٤ ساعات عمل.

٥) ٣٥٠ كيلومترًا في ١٥ لترًا.

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي: (مهارة سابقة)

٦) $\frac{٦-٢}{٥+٥}$

٧) $\frac{٧-٤}{٨-٤}$

٨) $\frac{٣-١}{١+٩}$

٩) $\frac{٥+٧}{٨-٦}$

حل كل معادلة مما يأتي: (مهارة سابقة)

١٠) ٥ × ٦ = س × ٢

١١) جـ × ٥,١ = ٣ × ٧

١٢) ١٢ × ز = ٩ × ٤

١٣) ٧ × ٢ = ٨ × ل

١٤) **الحس العددي:** أوجد العدد الذي ناتج ضربه في أربعة يساوي ناتج ضرب ثمانية في اثني عشر. (مهارة سابقة)

مراجعة سريعة

مثال ١:

اكتب النسبة الآتية على صورة كسر في أبسط صورة:

٥٤ طالبًا ثم اختيارهم من بين ٨١ طالبًا.

$\frac{٥٤}{٨١} = \frac{٢}{٣}$ (÷٢٧ ، ÷٢٧)

اقسم كلًّا من البسط والمقام على (ق . م . أ) وهو (٢٧).

مثال ٢:

عبّر عن المعدَّل الآتي في صورة معدَّل وحدة:

٤٠٠ ريال مقابل ٦ ساعات عمل.

$\frac{٤٠٠ \text{ ريال}}{٦ \text{ ساعات}} = \frac{٦٦,٧ \text{ ريالا}}{١ \text{ ساعة}}$ (÷٦ ، ÷٦)

اقسم كلًّا من البسط والمقام على (٦) لجعل المقام مساويًا (١).

مثال ٣:

أوجد قيمة $\frac{٤+١١}{٤-٩}$

$\frac{٤+١١}{٤-٩} = \frac{١٥}{٥} = ٣$

بسِّط.

مثال ٤:

حل المعادلة: ٤ × ٦ = ٨ × ك .

٤ × ٦ = ٨ × ك — اكتب المعادلة.

٢٤ = ٨ك — اضرب ٤ × ٦ ، ٨ × ك.

$\frac{٢٤}{٨} = \frac{٨ك}{٨}$ — اقسم على ٨.

٣ = ك — بسط.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣ - ١ ت المتناسبة وغير المتناسبة

إستعدّ

هدايا: يرغب فهد في شراء عدد من الهدايا لزملائه. وقد شاهد عرضًا في أحد المحلات يقدم الهدية الواحدة بمبلغ ٨ ريالات.

الثمن (ريال)	٨			
عدد الهدايا	١	٢	٣	٤

١ انسخ الجدول أعلاه، وأكمله لإيجاد ثمن أعداد مختلفة من الهدايا.

٢ اكتب العلاقة بين ثمن الهدايا وعددها في صورة نسبة ثمَّ بسِّطها. ماذا تلاحظ؟

فكرة الدرس

أعين العلاقات المتناسبة وغير المتناسبة.

المفردات

متناسب

غير متناسب

www.obeikaneducation.com

لاحظ من المثال أعلاه أنه رغم تغيّر عدد الهدايا وثمنها إلا أن النسبة بينها بقيت ثابتة، وهي ٨ ريالات لكل هدية.

$$\frac{\text{ثمن الهدايا}}{\text{عدد الهدايا}} = \frac{٨}{١} = \frac{١٦}{٢} = \frac{٢٤}{٣} = \frac{٣٢}{٤} = ٨ \text{ ريالات لكل هدية.}$$

يعبر عن العلاقة السابقة بالقول: إن ثمن الهدايا متناسب مع عددها.

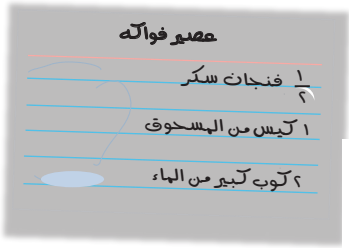
إذا كانت الكميتان **متناسبتين** فإن النسبة بينهما ثابتة. أما في العلاقات التي تكون فيها النسبة غير ثابتة فيقال: إن الكميتين **غير متناسبتين**.

مثالان

تحديد العلاقات المتناسبة وغير المتناسبة

١ **مطاعم:** يبيع احد المطاعم الوجبة الواحدة بمبلغ ١٤ ريالًا، ويتقاضى ريالين عن توصيل كل طلب. هل تتناسب التكلفة مع عدد الوجبات المطلوبة؟

٢ **عصير:** يمكن استعمال الوصفة المجاورة لإعداد عصير الفواكه. هل كمية المسحوق متناسبة مع كمية السكر المستعملة؟



تحقّق من فهمك:

أ) **عصير:** في المثال (٢) هل كمية السكر متناسبة مع كمية الماء؟

ب) **نقود:** مع راشد في بداية العام الدراسي ٤٢٠ ريالًا، إذا ادّخر ٢٠ ريالا كل أسبوع، فهل يتناسب المبلغ الإجمالي لكل أسبوع مع عدد الأسابيع؟ وضّح إجابتك.

تأكّد

المثالان ١، ٢

١ **فيلة:** يشرب الفيل البالغ ٢٢٥ لترًا من الماء كل يوم تقريبًا. هل يتناسب عدد الأيام مع عدد لترات الماء التي يشربها الفيل؟ وضِّح إجابتك.

٢ **توصيل:** تقوم إحدى شركات الشحن البري بتقاضي ١٥,٢٥ ريالًا لإيصال الطرد، وتتقاضى أيضًا ٠,٧٥ ريال عن كل كيلوجرام يزيد على الكيلوجرام الأول. هل ما تتقاضاه الشركة يتناسب مع كتلة الطرد؟ وضِّح إجابتك.

٣ **لياقة:** في أحد المراكز الرياضية، يشرف كل مدرب على ٢٨ متدربًا، إذا كان هناك ٣ مدربين احتياطيين، فهل يتناسب عدد المتدربين مع عدد المدربين؟ وضِّح إجابتك.

٤ **أعمال:** يعمل صالح بائعًا في أحد المحال التجارية، ويتقاضى مبلغ ٦٥ ريالًا عن كل يوم عمل. هل يتناسب المبلغ الذي يتقاضاه صالح مع عدد أيام العمل؟ وضِّح إجابتك.

تـدرَّب وحلَّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٥ – ٨	١، ٢

٥ **نباتات:** ينمو أحد نبات الكرمة ـ وهو نبات متسلق ـ بمعدل ٥ , ٧ أقدام كل ٥ أيام. هل يتناسب عدد الأيام مع طول النبات عند قياسه في اليوم الأخير؟ وضِّح إجابتك.

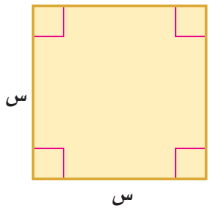
٦ **درجة الحرارة:** للتحويل من درجة حرارة السيليزية إلى درجة فهرنهايت تضرب الدرجة السيليزية في $\frac{٩}{٥}$ ، ويضاف إليها ٣٢°. هل تتناسب درجة الحرارة السيليزية مع درجة الحرارة الفهرنهايتية المكافئة لها؟ وضِّح إجابتك.

إعلان: بمناسبة الافتتاح وزَّع أحد المطاعم ٤١٦ بطاقة لتناول وجبة مجانية يوم الاثنين. وفي اليوم التالي وزَّع ٥٢ بطاقة في الساعة. استعمل المعلومات السابقة لحل السؤالين ٧، ٨:

٧ هل يتناسب عدد البطاقات الموزَّعة يوم الثلاثاء مع عدد ساعات العمل في ذلك اليوم؟

٨ هل يتناسب العدد الكلي للبطاقات الموزَّعة يومي الاثنين والثلاثاء مع عدد ساعات العمل يوم الثلاثاء؟

قياس: للسؤالين ٩، ١٠ بيّن ما إذا كانت القياسات الآتية للشكل المجاور متناسبة أم لا.



٩ طول الضلع وطول المحيط.

١٠ طول الضلع والمساحة.

بريد: للسؤالين ١١ ، ١٢ استعمل الجدول المجاور الذي يبين أجور البريد على رسائل ذات كتل مختلفة:

الأجرة (ريال)	١,٤	٢,٥	٣,٢	٤,٥	
الكتلة (جم)	٣٠	٦٠	٩٠	١٢٠	١٥٠

١١ هل تتناسب أجرة البريد مع كتلة الرسالة؟ وضّح إجابتك.

١٢ هل يمكنك إيجاد أجرة إرسال رسالة كتلتها ١٥٠ جرامًا؟ اشرح.

مسائل
مهارات التفكير العليا

١٣ **مسألة مفتوحة :** أعطِ مثالًا واحدًا لعلاقة متناسبة، ومثالًا آخر لعلاقة غير متناسبة، وتحقق من المثالين.

١٤ **تحدٍّ :** بلغ عمر خالد خلال هذا الشهر ١٠ سنوات، وعمر أخيه أنس ٥ سنوات. وقد لاحظ خالد أن عمره يعادل مثلَيْ عمر أخيه. فهل العلاقة بين عمريهما متناسبة؟ وضّح إجابتك مستعينًا بجدول للقيم.

١٥ **اكتب** مع مهند ٢٠٠ ريال، ويريد شراء ألعاب إلكترونية بسعر ٢٠ ريالًا للعبة الواحدة، ويدعي أن المبلغ الذي يتبقى معه بعد شراء الألعاب يتناسب مع عدد الألعاب التي يشتريها؛ لأن سعر اللعبة ثابت. هل ادعاؤه صحيح؟ إذا كان ما يقوله خطأً، فاذكر كميتين متناسبتين في هذا الموقف.

تدريب على اختبار

١٦ قارن سعيد أسعار قطع الحلوى التي يشتريها من أربعة متاجر مختلفة . أيّ المتاجر كان سعر القطعة الواحدة فيها ثابتًا، مهما كان عدد القطع المشتراة؟

أ)

المتجر الأول	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣,٥
٦	٦
٩	٨,٥

ب)

المتجر الثاني	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣,٥
٦	٦,٥
٩	٩,٥

جـ)

المتجر الثالث	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣
٦	٦
٩	٩

د)

المتجر الرابع	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣
٦	٥
٩	٧

مراجعة تراكمية

١٧ **هندسة :** أوجد محيط المثلث أ ب جـ الذي رؤوسه هي أ (– ٢ ، – ٥) ، ب (– ٢ ، ٨) ، جـ (١ ، ٤).

(الدرس ٢ – ٧)

١٨ **قياس :** صالة مربعة الشكل طول كل ضلع من أضلاعها ٤٠ مترًا. أوجد طول قطر الصالة مقرّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٢ – ٦)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : احسب قيمة كل عبارة مما يأتي :

١٩ $\frac{٤٥ - ٣٣}{١٠ - ٨}$

٢٠ $\frac{٨٥ - ٦٧}{١٤٣١ - ١٤٢٥}$

٢١ $\frac{٢٩ - ٤٤}{٥٥ - ٥٠}$

٢٢ $\frac{١٨ - ١٩}{٢٥ - ٣٠}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣ - ٢ معدل التغيّر

فكرة الدرس
أجد معدلات التغيّر.

المفردات
معدل التغيّر.

www.obeikaneducation.com

إستعدّ

عدد الرسائل الإلكترونية الواردة		
عدد الرسائل	٢١٠	٢٣٨
السَنة	١٤٣١هـ	١٤٣٣هـ

بريد إلكتروني: يبين الجدول المجاور عدد الرسائل الواردة إلى بريد أحمد الإلكتروني بين عامي ١٤٣١هـ و ١٤٣٣هـ.

١ ما مقدار التغيّر في عدد الرسائل الواردة بين عامي ١٤٣١هـ وَ١٤٣٣هـ؟

٢ ما مقدار التغيّر في عدد السنوات؟

٣ اكتب معدلًا يقارن بين التغيّر في عدد الرسائل الإلكترونية والتغيّر في عدد السنوات. عبّر عن الإجابة في صورة معدل وحدة، ووضّح معناه.

معدل التغيّر هو معدل يصف كيف تتغيّر كمية ما في علاقتها بكمية أخرى.

مثال

إيجاد معدل التغيّر الموجب

١ **بريد إلكتروني:** إذا كان عدد الرسائل الواردة إلى بريد أحمد الإلكتروني في عام ١٤٣٤هـ ٢٦٢ رسالة، فاستعمل المعلومات السابقة لإيجاد معدل التغيّر في عدد الرسائل الإلكترونية بين عامي ١٤٣١هـ وَ ١٤٣٤هـ.

تحقّق من فهمك:

أ) **أطوال:** يبين الجدول الآتي طول ثامر عندما كان عمره ٨ سنوات و١١ سنة. أوجد معدل التغيّر في طوله خلال هذين العمرين.

الطول (سم)	١٣٠	١٤٥
العمر (سنة)	٨	١١

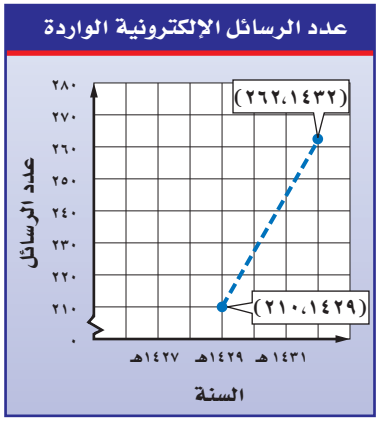
إرشادات للدراسة

الخط المتقطع

يستعمل الخط المتقطع عندما لا توجد بيانات بين النقاط الواردة في التمثيل.

يبين الشكل المجاور التمثيل البياني للبيانات الواردة في المثال الأول. وقد تم وصل النقاط بخط متقطع لتوضيح معدل التغيّر.

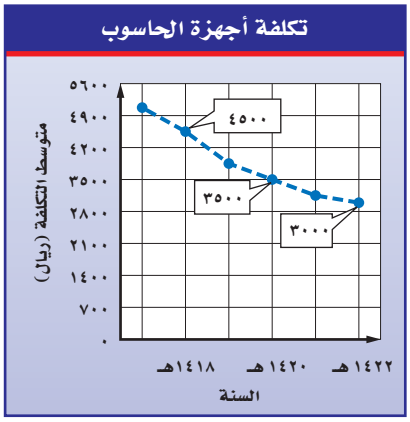
يظهر معدل التغيّر الموجب من خلال ميل الخط إلى أعلى من اليسار إلى اليمين. أما معدل التغيّر السالب فيظهر عندما يميل الخط إلى أسفل من اليسار إلى اليمين.



مثـــال

إيجاد معدل التغيّر السالب

٢ أجهزة الحاسوب: يبيّن الشكل المجاور متوسط تكلفة أجهزة حاسوب خلال الأعوام ١٤١٨ - ١٤٢٢هـ. أوجد معدل التغيّر في التكلفة بين عامي ١٤١٨هـ وَ ١٤٢٠هـ، ثم صف كيف يظهر هذا المعدل في الشكل؟



تحقق من فهمك:

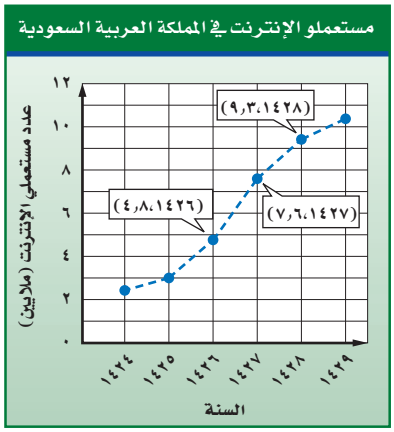
ب) من الشكل أعلاه، أوجد معدل التغيّر بين عامي ١٤٢٠هـ وَ ١٤٢٢هـ.

جـ) صف كيف يظهر معدل التغيّر في الشكل؟

يمكن مقارنة معدلات التغيّر الممثلة بأشكال بيانية، من خلال ملاحظة شدة الارتفاع أو الانخفاض للقطع المستقيمة عند قراءة الشكل من اليسار إلى اليمين.

مثـــال مقارنة معدلات التغير

٣ إنترنت: يبيّن الشكل المجاور عدد مستعملي الإنترنت في المملكة العربية السعودية. قارن بين معدل التغيّر بين عامي ١٤٢٦هـ وَ ١٤٢٧هـ ومعدل التغيّر بين عامي ١٤٢٧هـ وَ١٤٢٨هـ.



المصدر: إنترنت السعودية Internet.gov.sa

الربط بالحياة:

كيف يستعمل مصممو مواقع الإنترنت الرياضيات؟

يستعملون في تصميم تلك المواقع وتنظيمها لغة حاسوبية محددة تحتاج إلى مهارات تبرير منطقي عالية المستوى.

تحقّق من فهمك:

د) **أمواج البحر:** مثّل البيانات الواردة في الجدول أدناه بيانيًّا. ثم اذكر بين أيّ يومين كان معدل التغيّر في ارتفاع موج البحر أكبر؟ وضّح إجابتك.

ارتفاع موج البحر						
ارتفاع الموج (بالمتر)	٣,٧٨	٣,٤٠	٢,٤٨	٢,٢٩	٢,٩٨	٢,٩٥
اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس

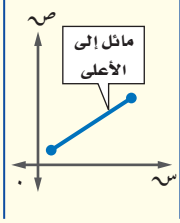
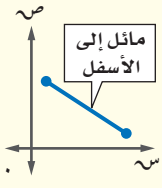
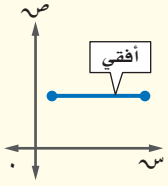
إرشادات للدراسة

القيم المطلقة

عند مقارنة المعدلات السالبة للتغيّر، قارن القيم المطلقة للأعداد.

معدلات التغيّر

ملخص المفهوم

معدل التغيّر	الموجب	السالب	الصفري
الدلالة (المعنى)	يتزايد	يتناقص	لا يتغيّر
التمثيل			

تأكّـد

درجات اختبار: للأسئلة ١ – ٣، استعمل المعلومات الواردة في الجدول المجاور الذي يبين درجات حسام في ٦ اختبارات للغة الإنجليزية.

الاختبار	الدرجة
١	٦٧
٢	٧٥
٣	٧٧
٤	٨٣
٥	٨٣
٦	٧٩

المثال ١ ١ أوجد معدل التغيّر في الدرجات من الاختبار الثاني إلى الرابع.

المثال ٢ ٢ أوجد معدل التغيّر في الدرجات من الاختبار الخامس إلى السادس.

المثال ٣ ٣ مثّل المعلومات الواردة في الجدول بيانيًّا. وحدد الاختبارين اللذين كان معدل التغيّر بينهما أكبر. وضّح إجابتك.

تـدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٤، ٥، ١٠، ١١	١
٧، ٨	٢
٦، ٩، ١٢	٣

أجهزة: للأسئلة ٤ – ٦ استعمل المعلومات الواردة في الجدول المجاور الذي يبين عدد الأجهزة المبيعة في أحد المتاجر خلال أوقات مختلفة.

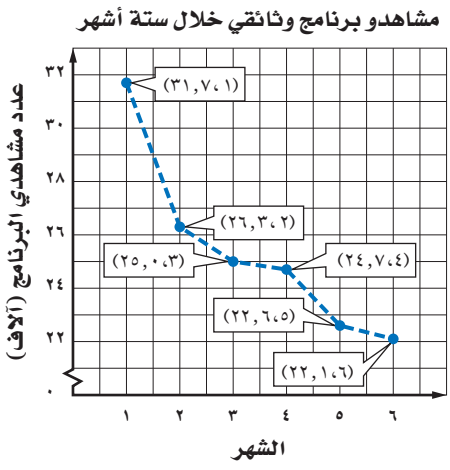
الوقت	عدد الأجهزة المبيعة
١٠:٠٠	٤
١٠:٣٠	٢
١١:٠٠	١٠
١١:٣٠	١٠
١٢:٠٠	١٥
١٢:٣٠	١٠

٤ أوجد معدل التغيّر في عدد الأجهزة المبيعة لكل نصف ساعة بين الوقتين ١٠:٣٠ ، ١١:٠٠.

٥ أوجد معدل التغيّر في عدد الأجهزة المبيعة لكل نصف ساعة بين الوقتين ١١:٠٠ ، ١١:٣٠ .

٦ مثّل المعلومات الواردة في الجدول بيانيًّا. ثم اذكر بيْنَ أيِّ وقتين كان معدل التغيّر أكبر؟ وضّح إجابتك.

تلفاز: للأسئلة ٧ – ٩ استعمل المعلومات الواردة في التمثيل البياني، والذي يمثل عدد مشاهدي أحد البرامج الوثائقية خلال ستة أشهر.

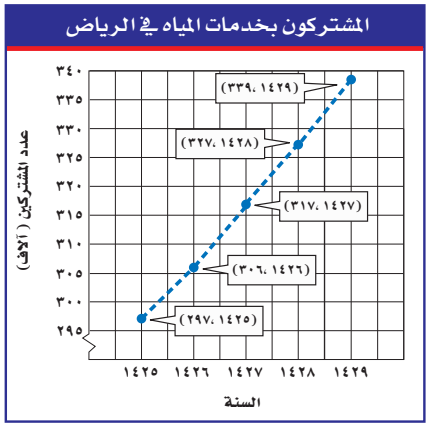


٧ أوجد معدل التغيّر في عدد المشاهدين بين الشهرين ١ وَ ٣.

٨ أوجد معدل التغيّر في عدد المشاهدين بين الشهرين ٢ وَ ٦.

٩ اذكر بيْنَ أي شهرين كان معدل التغيّر في عدد المشاهدين أكبر؟

مياه: للأسئلة ١٠ – ١٢، استعمل التمثيل البياني المجاور.



المصدر: وزارة المياه والكهرباء

١٠ أوجد معدل التغيّر في عدد المشتركين بين عامي ١٤٢٥هـ و١٤٢٧هـ.

١١ أوجد معدل التغيّر في عدد المشتركين بين عامي ١٤٢٦هـ و١٤٢٨هـ.

١٢ بين أي عامين كان معدل التغيّر في عدد المشتركين أكبر؟

الربط بالحياة:

بلغ معدَّل استهلاك الفرد اليومي من الماء في المملكة ٢٤٢ لترًا، وهذا يتجاوز المعدل العالمي.

ويُعدُّ ترشيد استهلاك المياه من الأمور التي يجب أن نجعلها من أولوياتنا للأهمية القصوى للمياه وللحفاظ على الموارد الطبيعية، وهي مسؤولية تضامنية للجميع، وبخاصة وقد أوصانا ديننا الحنيف بالاعتدال وعدم الإسراف في الأمور كافة.

١٣ **درجات حرارة:** في أحد أيام الصيف، بلغت درجة الحرارة الساعة الثامنة صباحًا ٢٥°س، وفي الساعة العاشرة صباحًا بلغت ٣٧°س. أوجد معدّل تغير درجة الحرارة بالدرجات لكل ساعة.

مبيعات: للسؤالين ١٤، ١٥ استعمل المعلومات الآتية:

أنتج مصنع للبلاستيك ٩٣٨,٩ مليون عبوة عام ١٤٢٣هـ، وفي عام ١٤٢٨هـ كان إنتاجه ٧٦٧ مليون عبوة.

١٤ ما معدل التغيّر بين عامي ١٤٢٣هـ وَ ١٤٢٨هـ؟

١٥ مستعملًا معدل التغيّر نفسه، كم عبوة ينتجها المصنع عام ١٤٣٦هـ؟ وضِّح إجابتك

مسائل مهارات التفكير العليا

١٦ **مسألة مفتوحة:** أنشئ مجموعة من البيانات حول أسعار بعض أنواع الأدوات الكهربائية، بحيث يكون معدل التغيّر فيها بمقدار ٥ ريالات لكل جهاز خلال ٤ أيام.

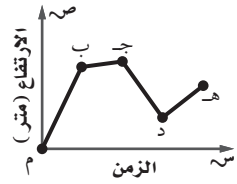
١٧ **الحس العددي:** هل معدل التغيّر في طول الشمعة التي تحترق بمرور الزمن موجب أم سالب؟ وضّح إجابتك.

١٨ **تحدٍّ:** سُكِبت كمية من السائل بمعدل ثابت في دورق مخبري مشابه للشكل المجاور. مثّل بيانيًّا العلاقة بين مستوى السائل في الدورق والزمن.

١٩ **اكتب** وضّح الفرق بين معدل التغيّر لمجموعة من القيم، ومقدار التغيّر بين هذه القيم.

تدريب على اختبار

٢٠ يبيّن التمثيل البياني التالي الارتفاع الذي يصله طائر الصقر خلال مدة زمنيّة .



بين أيّ نقطتين على التمثيل كان معدّل التغيّر في ارتفاع الصقر سالبًا؟

أ) م وَ ب

ب) ب وَ جـ

جـ) جـ وَ د

د) د وَ هـ

٢١ يكسب عامل ٥٢ ريالًا إذا عمل ٤ ساعات في اليوم، إذا استمر بهذا المعدّل من الكسب ، فكم ساعة يحتاج لكسب ٩٧٥ ريالًا ؟

أ) ٢٤٣,٧٥ ساعة جـ) ١٨,٧٥ ساعة

ب) ٧٥ ساعة د) ١٣ ساعة

٢٢ قاد نايف دراجته بسرعة متوسطة ١٦ كلم/ ساعة لمدة ساعتين، ثم قادها بسرعة متوسطة ١٣ كلم/ ساعة لمدة ثلاث ساعات. ما إجمالي المسافة التي قطعها نايف؟

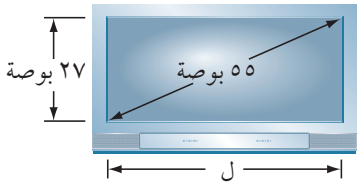
أ) ٢٩ كلم جـ) ٥٨ كلم

ب) ٣٤ كلم د) ٧١ كلم

مراجعة تراكمية

٢٣ **بستنة :** يتقاضى عامل تنسيق حدائق ٤٥ ريالاً عن الساعة الأولى التي يعملها، ويتقاضى ٣٠ ريالًا في الساعة عن كل ساعة عمل بعد الساعة الأولى ، فهل يتناسب الأجر مع عدد الساعات ؟ كوّن جدولًا لتوضيح إجابتك. (الدرس ٣ - ١)

٢٤ أوجد طول شاشة التلفاز المجاورة. (الدرس ٢ - ٦)



قدّر كلًّا مما يأتي إلى أقرب عدد كلي : (الدرس ٢ - ٢)

٢٥ $\sqrt{٣١}$ ٢٦ $\sqrt{٩٥}$ ٢٧ $\sqrt{١٥١}$

٢٨ $\sqrt{١٨,٢٥}$ ٢٩ $\sqrt{٥٠,٢}$ ٣٠ $\sqrt{٨}$

الاستعداد للدرس اللاحق

٣١ **مهارة سابقة :** يمارس عبد العزيز السباحة لمدة ١,٥ ساعة أسبوعيًّا، هل مجموع الساعات التي استغرقها في السباحة يتناسب مع عدد الأسابيع؟ اشرح تبريرك.

٣ - ٣ المعدل الثابت للتغيّر

فكرة الدرس

أعين العلاقات الخطية المتناسبة وغير المتناسبة من خلال إيجاد معدل ثابت للتغيّر.

المفردات

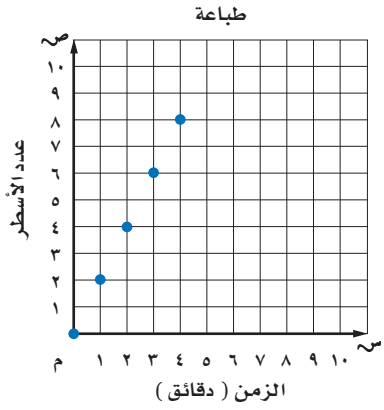
العلاقة الخطية.

المعدل الثابت للتغيّر.

www.obeikaneducation.com

إستعدّ

طباعة : تقوم هند بطباعة مجموعة من الأسطر كل دقيقة، كما هو موضح في الجدول والتمثيل البياني.



عدد الأسطر	٠	٢	٤	٦	٨
الزمن (دقائق)	٠	١	٢	٣	٤

١ أوجد معدل التغيّر بين أزواج النقاط. ماذا تلاحظ على هذه المعدلات؟

تُسمى العلاقة التي تُمثل بيانيًّا بخط مستقيم – كما في الشكل أعلاه – **علاقة خطية**. لاحظ أنه بزيادة الزمن دقيقة في كل مرة يزداد عدد الأسطر بمقدار ٢.

عدد الأسطر	٠	٢	٤	٦	٨
الزمن (دقائق)	٠	١	٢	٣	٤

+٢ +٢ +٢ +٢

+١ +١ +١ +١

معدل التغيّر

$\frac{٢}{١}$ = ٢ سطر لكل دقيقة.

بما أن معدل التغيّر بين أيِّ نقطتين ثابت، لذا فالعلاقة الخطية لها **معدل ثابت للتغيّر** .

مثال

تحديد العلاقات الخطية

١ **نقود :** يبين الجدول المجاور المبالغ المتبقية (بالريال) بعد شراء عدد من المشتريات. هل العلاقة خطية بين المبلغ المتبقي وعدد المشتريات؟ إذا كانت كذلك فأوجد المعدل الثابت للتغيّر. وإذا لم تكن كذلك، فوضّح إجابتك.

عدد المشتريات	المتبقي (ريال)
٣	١٧٠
٦	١٤٠
٩	١١٠
١٢	٨٠

تحقّق من فهمك:

بيّن ما إذا كانت العلاقة بين كل كميتين في الجداول الآتية خطية أم لا. وإذا كانت خطية فأوجد المعدل الثابت للتغيّر. وإذا لم تكن كذلك، فوضّح السبب.

أ)

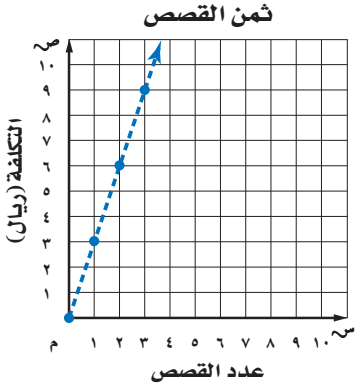
تبريد الماء	
الزمن (دقيقة)	درجة الحرارة (س°)
٥	٣٥
١٠	٣٢
١٥	٣٠
٢٠	٢٨

ب)

هدايا	
عدد الهدايا	الثمن (ريال)
٢	٨,٥
٤	١٧
٦	٢٥,٥
٨	٣٤

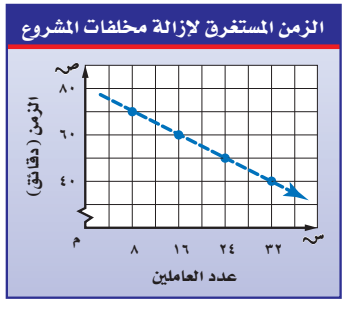
مثـــال إيجاد المعدل الثابت للتغيّر

٢ **قصص:** أوجد المعدل الثابت للتغيّر في ثمن كل قصة قصيرة، وفسّر معناه.



تحقّق من فهمك:

جـ) **أنقاض:** أوجد المعدل الثابت للتغيّر في الزمن الذي يستغرقه كل عامل من العاملين لإزالة مخلفات أحد المشاريع، كما هو مبين في التمثيل البياني المجاور، وفسّر معناه.



بعض – وليس كل – العلاقات الخطية متناسبة.

مثـــال

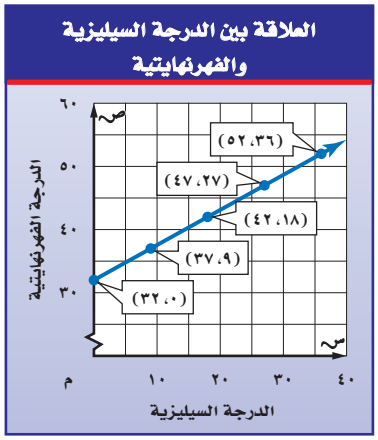
تحديد العلاقات المتناسبة

إرشادات للدراسة

مراجعة

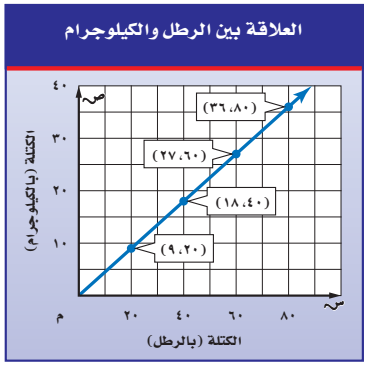
لمراجعة **تحديد العلاقات المتناسبة** انظر الدرس (٣ – ١).

٣ **درجة الحرارة :** استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان هناك علاقة خطية متناسبة بين درجة الحرارة الفهرنهايتية (ف°)، ودرجة الحرارة السيليزية (س°). فسّر إجابتك.



تحقّق من فهمك :

د) **قياس :** استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان هنالك علاقة خطية متناسبة بين كتلة الجسم بوحدة الرطل، وكتلته بوحدة الكيلوجرام أم لا. وضّح إجابتك.



ملخص المفهوم

العلاقة الخطيّة المتناسبة

التعبير اللفظي : إذا كان أ ، ب كميتين فإن العلاقة بينهما تكون خطية متناسبة إذا كانت النسبة بينهما ثابتة، ومعدل التغيّر ثابتًا.

الرموز: $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ = ثابت ، $\frac{\text{التغيّر في أ}}{\text{التغيّر في ب}}$ = ثابت .

تأكّد

المثال ١ بين ما إذا كانت العلاقة بين كل كميتين في الجداول الآتية خطية أم لا. وإذا كانت خطية فأوجد المعدل الثابت للتغيّر. وإذا لم تكن كذلك فوضّح السبب.

١

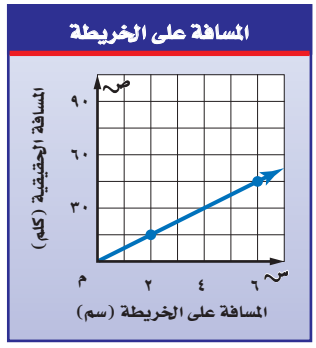
حجم المكعب	
طول الضلع (سم)	الحجم (سم^٣)
٢	٨
٣	٢٧
٤	٦٤
٥	١٢٥

٢

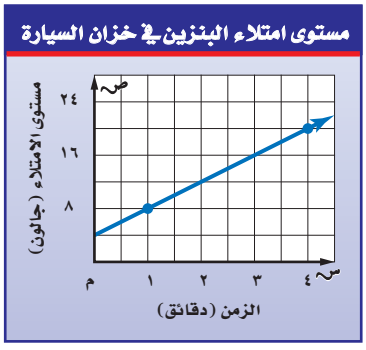
كمية الدهان اللازمة لطلاء الغرف	
عدد الغرف	عدد علب الدهان
٥	٦
١٠	١٢
١٥	١٨
٢٠	٢٤

المثال ٢ أوجد المعدل الثابت للتغيّر في كل شكل من الأشكال الآتية، وفسر معناه:

٣



٤



المثال ٣ بيّن ما إذا كان هناك علاقة خطية متناسبة بين الكميتين المشار إليهما في السؤالين ٣ ، ٤، ووضّح السبب:

٥ سؤال ٣

٦ سؤال ٤

تدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٧ – ١٠	١
١١ – ١٤	٢
١٥ – ١٨	٣

بيّن ما إذا كانت العلاقة بين كل كميتين في الجداول الآتية خطية أم لا. وإذا كانت خطية، فأوجد المعدل الثابت للتغيّر. وإذا لم تكن كذلك، فوضّح السبب:

٧

عدد الأجهزة المبيعة	
الزمن (ساعة)	العدد
٥	١٥
٨	٢٤
١٢	٣٦
٢٤	٧٢

٨

عدد الزبائن في أحد المحلات	
الزمن (ساعة)	عدد الزبائن
١	١٢
٢	٢٤
٣	٣٦
٤	٦٠

٩

المسافة التي يقطعها الجسم الساقط				
المسافة (م)	٤,٩	١٩,٦	٤٤,١	٧٨,٤
الزمن (ثانية)	١	٢	٣	٤

١٠

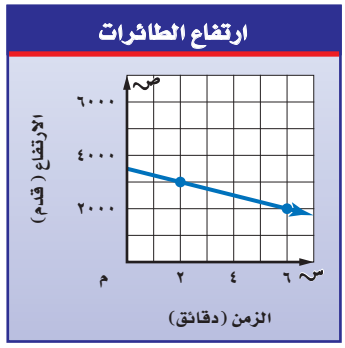
المقادير اللازمة للخليط				
زيت (فنجان)	٢	٤	٦	٨
خل (فنجان)	$\frac{٣}{٤}$	$١\frac{١}{٢}$	$٢\frac{١}{٤}$	٣

أوجد المعدل الثابت للتغيّر في كل شكل من الأشكال الآتية، وفسّر معناه:

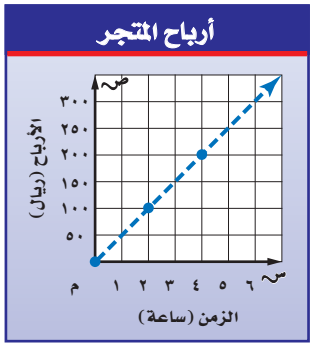
١١

١٢

١٣



١٤



بيّن ما إذا كان هناك علاقة خطية متناسبة بين كل كميتين من الكميات الموضحة في الأشكال السابقة.

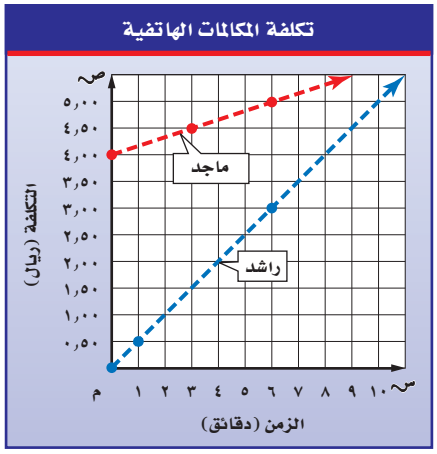
١٥ سؤال ١١

١٦ سؤال ١٢

١٧ سؤال ١٣

١٨ سؤال ١٤

مكالمات هاتفية : يبين الشكل المجاور تكاليف المكالمات الهاتفية التي أجراها كل من راشد وماجد. استعمل هذه المعلومات لحل السؤالين ١٩، ٢٠:



١٩ أيّهما ينفق نقودًا أكثر في الدقيقة: راشد أم ماجد؟ وضّح إجابتك.

٢٠ أيّ العلاقتين الممثلتين بيانيًّا تتضمن تناسبًا بين الزمن بالدقائق والتكلفة بالريال؟ وضّح إجابتك.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢١ **مسألة مفتوحة :** مثّل بيانيًّا كميتين بينهما علاقة خطية متناسبة، وتحقق من حلك.

٢٢ **اكتب** مسألة من الواقع يتطلب حلها إيجاد المعدل الثابت للتغيّر، ثم حلها. هل العلاقة الموضحة في هذه المسألة علاقة متناسبة؟ وضّح إجابتك.

تدريب على اختبار

٢٣ إذا كان ثمن ربطة الشعر الواحدة ٣,٥ ريالات، فأيّ الجداول التالية يعبر عن القيم المناسبة للموقف؟

أ)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	١	٢	٣	٤
التكلفة بالريالات	٣,٥	٤,٢٥	٥	٥,٧٥

ب)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	١	٢	٣	٤
التكلفة بالريالات	٤,٥	٨	١١,٥	١٥

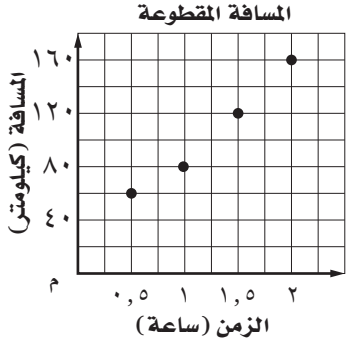
جـ)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	١	٢	٣	٤
التكلفة بالريالات	٤,٥	٥	٥,٥	٦

د)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	١	٢	٣	٤
التكلفة بالريالات	٣,٥	٧	١٠,٥	١٤

٢٤ يبين الشكل التالي المسافة التي قطعها زيد بسيارته خلال رحلة. أيّ العبارات التالية صحيحة؟



أ) قاد زيد سيارته الرحلة كاملة بسرعة ثابتة قدرها ١٢٠ كيلومترًا في الساعة.

ب) قاد زيد سيارته في آخر ساعة بسرعة ثابتة قدرها ٨٠ كيلومترًا في الساعة.

جـ) قاد زيد سيارته في آخر ساعة بسرعة ثابتة قدرها ٤٠ كيلومترًا في الساعة.

د) قاد زيد سيارته الرحلة كاملة بسرعة ثابتة قدرها ٨٠ كيلومترًا في الساعة.

مراجعة تراكمية

٢٥ **درجات حرارة :** بلغت درجة الحرارة الساعة السادسة صباحًا من أحد الأيام ١٧° س، وفي الساعة الحادية عشرة صباحا بلغت ٢٧° س. أوجد معدل تغير درجة الحرارة بالدرجات لكل ساعة . (الدرس ٣ - ٢)

٢٦ **نقود :** وفَّر عامل ٢٠ ريالًا يوميًّا. هل يتناسب مقدار النقود التي يوفرها العامل مع عدد الأيام؟ وفسّر إجابتك. (الدرس ٣ - ١)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : حل كل معادلة مما يأتي ، وتحقق من حلك:

٢٧ ٥س = ٦ × ١٠

٢٨ ٨ × ٣ = ٤ص

٢٩ ٢د = ٣ × ٥

٣٠ ١,٢ × ٧ = ٣أ

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

٣ - ٤ حلّ التناسب

فكرة الدرس

أستعمل التناسب في حل المسائل.

المفردات

النسب المتكافئة.

التناسب.

الضرب التبادلي.

ثابت التناسب.

www.obeikaneducation.com

إستعدَّ

تسوق: يبين الشكل المجاور عرضًا للبيع قدَّمَه أحد المتاجر.

١ اكتب نسبة في أبسط صورة تقارن فيها بين ثمن علب طلاء الأظافر وعددها.

٢ ترغب سميّة وصديقاتها في شراء ٦ علب طلاء أظافر. اكتب نسبة تقارن فيها بين ثمن العلب وعددها.

٣ هل يتناسب ثمن العلب مع عددها؟ وضّح إجابتك.

يلاحظ في المثال السابق أن النسب بين ثمن العلب وعددها متساوية عندما يكون عدد العلب ٢ أو ٦ ، وتُسمّى **نسبًا متكافئة** ؛ لأن أبسط صورة لها متساوية، وتساوي $\frac{٥}{٢}$.

$$\frac{\text{٥ ريالات}}{\text{٢ علبة}} = \frac{\text{١٥ ريالا}}{\text{٦ علب}}$$

التناسب — مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي : **التناسب** معادلة تبين أن نسبتين أو معدلين متكافئان.

الأمثلة :

أعداد: $\frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

جبر: $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$، حيث ب ≠ ٠، د ≠ ٠

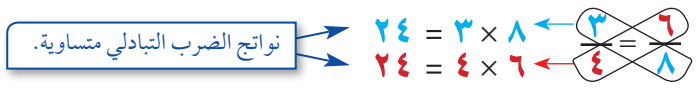
ليكن لدينا التناسب الآتي:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$$

$$\frac{أ}{ب} \times ب د = \frac{جـ}{د} \times ب د$$ اضرب كل طرف في (ب د) ثم اختصر.

$$أ د = ب جـ$$ بسِّط.

تسمى نواتج الضرب أ د ، ب جـ بنواتج **الضرب التبادلي** للتناسب، وهي متساوية في أيّ تناسب. ويمكن استعمال الضرب التبادلي في حل تناسبٍ أحد أطرافه غير معروف.



مثـــال كتابة التناسب وحله

١ درجة حرارة: ارتفعت درجة حرارة الجو خلال ساعتين بمقدار ٧° س. اكتب تناسبًا وحله لإيجاد عدد الساعات اللازمة حتى ترتفع درجة الحرارة بمقدار ١٣° س وفق المعدل نفسه.

تحقّق من فهمك:

حل كل تناسب مما يأتي:

أ) $\frac{س}{٤} = \frac{٩}{١٠}$ ب) $\frac{٢}{٣٤} = \frac{٥}{ص}$ جـ) $\frac{٧}{٣} = \frac{ن}{٢,١}$

مثـالٌ من واقع الحيـاة عمل تنبؤات

٢ دم: خلال حملة للتبرع بالدم، كانت نسبة المتبرعين من فئة الدم O إلى جميع المتبرعين من الفئات الأخرى ٣٧ : ٤٣ . ماذا تتوقع أن يكون عدد المتبرعين بالدم من الفئة O في مجموعة مكونة من ٣٠٠ متبرع؟

الربط بالحياة:

هناك أربعة أنواع مختلفة من فئات الدم هي: A ، B ، AB ، O. يسمى الفرد من فئة الدم O بالمانح العام؛ لأن دمه يناسب جميع الأفراد من فئات الدم المختلفة.

تحقّق من فهمك:

د) **إعادة تدوير:** إذا كانت عملية إعادة تدوير ٩٠٠ كجم من الورق تحمي ١٧ شجرة تقريبًا، فاكتب تناسبًا وحله لإيجاد عدد الأشجار المتوقع حمايتها، إذا تم تدوير ٢٢٥٠ كجم من الورق.

ويمكن أيضًا استعمال نسبة ثابتة لكتابة معادلة تعبر عن العلاقة بين كميتين متناسبتين. وتسمى النسبة الثابتة في هذه الحالة **ثابت التناسب**.

مثـــال كتابة معادلة وحلها

٣ **بنزين:** اشترى عادل ٣٠ لترًا من البنزين بمبلغ ١٨ ريالًا. اكتب معادلة تربط بين عدد اللترات وثمنها. وكم يدفع عادل ثمنًا لـ ٤٢ لترًا من البنزين وفق المعدل نفسه؟

إرشادات للدراسة

التحقق من صحة المعادلة:
يمكنك التحقق من صحة المعادلة بتعويض الكميتين المعلومتين في المسألة:

ك = ٠,٦ ل

٤٢ × ٠,٦ = ٢٥,٢

٢٥,٢ = ٢٥,٢

تحقق من فهمك:

هـ) **طباعة:** يطبع رامي صفحتين في ١٥ دقيقة. اكتب معادلة تعبر عن العلاقة بين عدد الدقائق ن، وعدد الصفحات المطبوعة ص. وإذا استمرت الطباعة وفق المعدل نفسه، فما عدد الدقائق اللازمة لطباعة ١٠ صفحات، ولطباعة ٢٥ صفحة؟

تأكـــد

المثال ١ حل كل تناسب مما يأتي:

١) $\frac{١,٥}{٦} = \frac{١٠}{ب}$ ٢) $\frac{٣,٢}{٩} = \frac{ن}{٣٦}$ ٣) $\frac{٥}{٢} = \frac{٤١}{س}$

للسؤالين ٤، ٥ افترض أن جميع المواقف متناسبة.

المثال ٢

٤ **أسنان:** لكل ٧ أشخاص لا ينظفون أسنانهم يوميًّا هناك ١٨ شخصًا يفعلون ذلك. اكتب تناسبًا وحله لإيجاد عدد الأشخاص الذين ينظفون أسنانهم من بين ٦٥ شخصًا.

المثال ٣

٥ **عمل:** يتقاضى عبد الله مبلغ ٨٤ ريالًا عن كل ٣ ساعات عمل. اكتب معادلة تعبر عن العلاقة بين المبلغ م وعدد الساعات س. ثم أوجد عدد الريالات التي يتقاضاها عبد الله إذا عمل ساعتين؟ وإذا عمل ٤,٥ ساعات؟

تدرَّب وحلَّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٦ – ١١	١
١٢ – ١٥	٢
١٦ – ٢٠	٣

حل كل تناسب مما يأتي:

٦ $\frac{ك}{٧} = \frac{٣٢}{٥٦}$ ٧ $\frac{س}{١٣} = \frac{١٨}{٣٩}$ ٨ $\frac{٤٤}{ب} = \frac{١١}{٥}$

٩ $\frac{٦}{٢٥} = \frac{د}{٣٠}$ ١٠ $\frac{٢,٥}{٦} = \frac{هـ}{٩}$ ١١ $\frac{٢}{و} = \frac{٠,٤}{٠,٧}$

للأسئلة ١٢ – ١٧ افترض أن جميع المواقف فيها متناسبة.

١٢ **أقلام:** دفع حازم ١٠,٩٥ ريالات ثمنًا لدرزن أقلام. اكتب تناسبًا وحُلَّه لإيجاد ثمن ٤ أقلام. (الدرزن = ١٢)

١٣ **مرض:** مقابل كل شخص مصاب فعليًّا بالأنفلونزا هناك ٦ أشخاص مصابون بأعراض تشبه الأنفلونزا ناتجة عن البرد. إذا قام الطبيب بفحص ٤٠ مريضًا، فاكتب تناسبًا وحُلَّه لإيجاد عدد الأفراد الذين يعانون أعراضًا ناتجة عن البرد من بين هؤلاء المرضى.

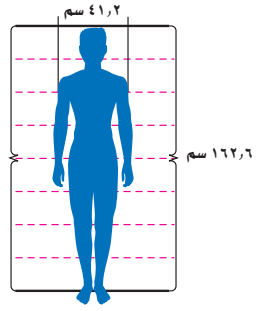
سفر: إذا كانت سرعة ١٠٠ كلم/ س تساوي تقريبًا ٦٢ ميلًا / س، فاكتب تناسبًا وحُلَّه للتنبؤ بالقياسات المطلوبة في السؤالين ١٤، ١٥ مقربًا الناتج إلى أقرب عدد صحيح:

١٤ سرعة بالميل/ س تكافئ ٧٥ كلم/ س.

١٥ سرعة بـ كلم/ س تكافئ ٢٠ ميل/ س.

١٦ **تصوير:** يحتاج التقاط ٣ صور إلى دقيقتين. اكتب معادلة تمثل العلاقة بين عدد الصور ص وعدد الدقائق د . وكم يستغرق التقاط ١٠ صور وفق المعدل نفسه؟

١٧ **قياس:** يتناسب عرض كتفي الفرد مع طوله، فإذا كان طول أحد الأشخاص ١٦٢,٦ سم، وعرض كتفيه ٤١,٢ سم، فأوجد طول شخص آخر عرض كتفيه ٤٦,٣ سم .



الربط بالحياة:
يختلف الأشخاص في أشكالهم وكتلهم إلا أنهم يتساوون في نسبة الطول إلى عرض الكتفين.

مسائل
مهارات التفكير العليا

١٨ **مسألة مفتوحة:** لعمل طبق حلوى نحتاج إلى $\frac{١}{٢}$ ١ ملعقة سكر لكل ٣ ملاعق حليب. اكتب كميتين أخريين متناسبتين من السكر والحليب، إحداهما أكبر، والأخرى أصغر. فسِّر إجابتك.

تحدٍّ: حل كل معادلة مما يأتي:

١٩ $\frac{٢}{٣} = \frac{١٨}{س+٥}$ ٢٠ $\frac{٧}{٥} = \frac{س-٤}{١٠}$ ٢١ $\frac{٣}{٨} = \frac{٤,٥}{١٧-س}$

٢٢ **اكتب** لماذا يكون من الأسهل كتابة معادلة لتمثيل علاقة تناسب بدلًا من كتابة تناسب.

تدريب على اختبار

٢٣ إذا علمت أن العضلات في جسم الإنسان توجد بمعدل ٢ كجم لكل ٥ كجم من كتلة الجسم تقريبًا، فأي المعادلات التالية تستعمل لإيجاد كتلة العضلات (ك) في جسم شخص كتلته ٨٥ كجم؟

أ) ك = ٥ × ٨٥ جـ) $\frac{٢}{٥} \times ٨٥$

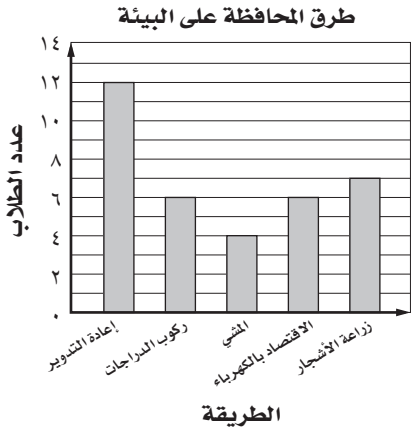
ب) ك = ٥ × ٢ د) ك = $\frac{٥}{٢} \times ٨٥$

٢٤ يجري عدّاء بمعدّل ٢١٦ م في ١٨ ثانية، إذا استمر العدّاء بالمعدّل نفسه، فكم دقيقة تقريبًا يحتاج لقطع مسافة ٧٨٠ م ؟

أ) دقيقة واحدة جـ) ٣ دقائق

ب) دقيقتان د) ٥ دقائق

٢٥ **إجابة قصيرة:** يبين التمثيل بالأعمدة أدناه نتائج دراسة مسحية أجريت على طلاب أحد صفوف مدرسة متوسطة، حول أفضل طريقة للمحافظة على البيئة، إذا كان عدد طلاب المدرسة ٥١٥ طالبًا، فاكتب تناسبًا لتوقُّع عدد طلاب المدرسة الذين يعتقدون أن إعادة التدوير هي أفضل طريقة للمحافظة على البيئة .



مراجعة تراكمية

٢٦ **رعاية أطفال:** تدفع مها ١٥ ، ٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ريالًا لمربية أطفال مقابل عملها : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ساعات على الترتيب . هل العلاقة خطية بين المبلغ المدفوع وعدد الساعات؟ إذا كانت كذلك، فأوجد المعدل الثابت للتغير . وإذا لم تكن كذلك، فوضح إجابتك. (الدرس ٣ - ٣)

٢٧ **وقود:** تستهلك سيارة نايف ٨ , ٤ لترات من الوقود لتقطع مسافة ٤٠ كيلومترًا . إذا استمر استهلاك السيارة بهذا المعدل ، فكم ريالًا سيدفع سعيد إذا قطع مسافة ٢٥٠ كيلو مترًا ، إذا علمت أن سعر لتر الوقود ٦ , ٠ ريالًا؟ (الدرس ٣ - ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

٢٨ **مهارة سابقة:** إذا كان ثمن تذكرة الدخول إلى مدينة ألعاب ١٢ ريالًا ، وتكلفة كل لعبة فيها ٥ , ٧ ريالات، فما مجموع المبلغ الذي يدفعه عبد الرحمن إذا لعب ٦ ألعاب ؟

١ اختيار من متعدد: تتضمن تعليمات الرحلات في إحدى المدارس أن يرافق ٣ معلمين كل ٤٠ طالبًا. إذا ذهب في رحلةٍ ١٢٠ طالبًا، فكم معلمًا رافق الطلاب في الرحلة ؟ (الدرس ٣ - ٤)

أ) ٣ جـ) ٩

ب) ٦ د) ١٢

٢ آيسكريم: يبيع محل مثلجات ٧٢ علبة آيسكريم بمذاق الشوكولاتة في يوم العمل المكون من ٨ ساعات إذا باع المحل ٩ علب في ساعة واحدة، فهل يتناسب عدد العلب المبيعة بالساعة الواحدة مع عدد العلب المبيعة في يوم العمل كاملًا؟ (الدرس ٣ - ١)

٣ غسيل الأطباق: غسلت مريم ٦٠ طبقًا في ٣٠ دقيقة ، إذا كانت تحتاج إلى ٣ دقائق لغسل ٦ أطباق، فهل تتناسب عدد الأطباق المغسولة في ٣ دقائق مع العدد الكلي للأطباق التي غسلتها مريم في ٣٠ دقيقة؟ (الدرس ٣ - ١)

٤ درجات حرارة: في أحد أيام الصيف ، بلغت درجة الحرارة الساعة الثامنة صباحًا ٢٧°س، وفي الساعة الثانية عشرة ظهرًا بلغت ٤١°س. أوجد معدل تغير درجة الحرارة بالدرجات لكل ساعة. (الدرس ٣ - ٢)

٥ مدارس: استعمل المعلومات في الجدول التالي لإيجاد معدّل التغيّر في عدد المدارس بين عامي ١٤٢٥ و ١٤٢٩. (الدرس ٣ - ٢)

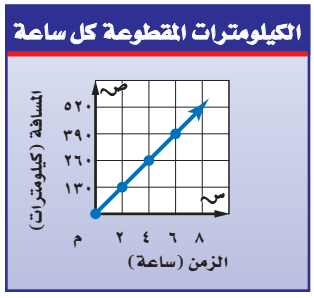
المدارس المتوسطة في المملكة	
العام	عدد المدارس
١٤٢٥	٧٠٦٨
١٤٢٩	٧٨٠٦

المصدر: الكتاب الإحصائي السنوي (١٤٣١هـ)

٦ سيارات: يبين الجدول التالي سعر سيارة نوع ما بآلاف الريالات، وعمر السيارة المقابل بالسنوات. هل العلاقة خطية بين سعر السيارة وعمرها؟ إذا كانت كذلك، فأوجد المعدل الثابت للتغير. وإذا لم يكن كذلك، فوضّح إجابتك. (الدرس ٣ - ٣)

سعر السيارة (بآلاف الريالات)	١٠٠	٨٥	٧٠	٥٥
عمر السيارة (بالسنوات)	١	٢	٣	٤

٧ سفر: أوجد المعدل الثابت للتغير في عدد الساعات وعدد الكيلومترات اعتمادا على التمثيل البياني أدناه، وفسِّر معناه. (الدرس ٣ - ٣)



حُلَّ كل تناسب مما يلي: (الدرس ٣-٤)

٨ $\frac{٣٣}{ر} = \frac{١١}{٢}$ **٩** $\frac{س}{٣٦} = \frac{١٥}{٢٤}$

١٠ اختيار من متعدد: يصنع خباز طبقًا من الحلوى بخلط ٤ أكواب من الطحين لكل ٢,٥ كوب من الماء. إذا كان لدى الخباز ٢٤ كوبًا من الطحين، فكم كوبًا من الماء يحتاج الخباز لعمل الخليط؟ (الدرس ٣ - ٤)

أ) ١٥ جـ) ٨

ب) ١٢ د) ٦

١١ قياس: ينتشر الضوء مسافة ١٨٦٠٠٠٠ ميلٍ تقريبًا في ١٠ ثوانٍ. كم ثانية يحتاج الضوء لقطع مسافة ٩٣٠٠٠٠٠٠ ميلاً من الشمس إلى الأرض؟ (الدرس ٣ - ٤)

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣ - ٥ استراتيجية حل المسألة

فكرة الدرس : أحل المسائل باستعمال استراتيجية «الرسم».

الرسم

زيد: يتكوّن مسرح مدرستي من أقسام، في كل قسم عدد من الصفوف مقاعدها متساوية، وأنا أجلس في الصف الخامس من الأمام، وفي الصف الثالث من الخلف. ومقعدي هو المقعد السادس من اليسار، والمقعد الثاني من اليمين.

مهمتك : ارسم شكلا لإيجاد عدد المقاعد في القسم الذي يجلس فيه زيد في المسرح.

افْهَم	
خَطِّط	
حُلّ	
تحقَّق	

حلّ الاستراتيجية

١ صف طريقة أخرى لإيجاد عدد المقاعد في هذا القسم من المسرح دون أن ترسم شكلًا.

٢ **اكتب** مسألة يمكن حلها برسم شكل، ثم ارسم الشكل وحلها.

مسائل متنوعة

استعمل استراتيجية "الرسم" لحل المسائل ٣-٥:

٣ **مسرح:** عُدْ إلى المسألة السابقة المعروضة في بداية الدرس. إذا كان حمزة يجلس في الصف الرابع من الأمام وفي الصف السادس من الخلف في قسم آخر من المسرح. وكان مقعده الثاني من جهة اليسار والسادس من جهة اليمين، فما عدد المقاعد في هذا القسم من المسرح ؟

٤ **مياه:** حوض سعته ٥٠٠ لتر، يصب فيه الماء بمقدار ٨٠ لترًا كل ٦ دقائق. ما عدد الدقائق اللازمة لملء الحوض ؟

٥ **هندسة:** تم تشكيل هرم رباعي القاعدة باستعمال كرات صغيرة كما في الشكل. إذا كان الهرم مكونًا من خمس طبقات، فما عدد الكرات؟

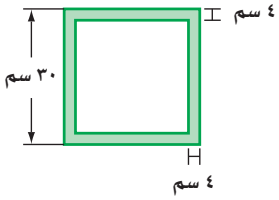
استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦-١١:

من استراتيجيات حل المسألة:
- الحل عكسيًا
- البحث عن نمط
- استعمال أشكال فن
- رسم شكل

٦ **أعمار:** أحمد وعبدالرحمن وعلي وبدر وأنس أصدقاء. إذا لم يكن أحمد الأصغر، وبدر أصغر من أحمد، لكنه أكبر من علي، وعلي أكبر من عبدالرحمن وأنس، وعبدالرحمن ليس الأصغر، فاكتب أسماء هؤلاء الأصدقاء مرتبين بحسب أعمارهم من الأصغر إلى الأكبر.

٧ **خرائط:** يقع منزل سلطان عند النقطة (٩، ٧) على المستوى الإحداثي. وتقع مدرسته عند النقطة (٦، ٢). إذا كان هناك طريق يربط بين المنزل والمدرسة، وطول كل وحدة على المستوى الإحداثي هو ٠,١ كيلومتر، فما المسافة بين المنزل والمدرسة؟

٨ **ألبوم صور:** إذا كانت صفحة الألبوم مربعة الشكل، طول ضلعها ٣٠ سم، فما عدد الصور التي يمكن تثبيتها في الصفحة الواحدة، إذا علمت أن بُعدي كل منها ٦ سم ، ١٠ سم؟ علمًا بأنه يُترك فراغ بين كل صورتين بمقدار ١ سم، وفراغ آخر من جميع الجوانب بمقدار ٤ سم على الأقل.



٩ **عصائر:** في إحدى المناسبات السعيدة شرب ١٢ شخصًا عصير الفراولة، بينما شرب ٨ أشخاص عصير البرتقال. إذا شرب ٥ أشخاص كلًّا من الفراولة والبرتقال، فما عدد الأشخاص المشاركين في المناسبة؟

١٠ **مدرسة:** من بين ٣٠ طالبًا في حصة العلوم هناك ١٩ طالبًا يفضلون موضوعات الكيمياء، و١٥ طالبًا يفضلون موضوعات الفيزياء، و٧ طلاب يفضلون كليهما. ما عدد الطلاب الذين يفضلون الكيمياء ولا يفضلون الفيزياء؟

١١ **قياس:** يستغرق قص قطعة من الخشب إلى خمس قطع متساوية ٢٠ دقيقة. ما الزمن اللازم لقص قطعة أخرى مشابهة إلى ٣ قطع متساوية؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

٣ - ٦ تشابه المضلعات

فكرة الدرس

أعين المضلعات المتشابهة، وأجد القياسات الناقصة فيها.

المفردات

- المضلع.
- المضلعات المتشابهة.
- الأجزاء المتناظرة.
- التطابق.
- عامل المقياس.

www.obeikaneducation.com

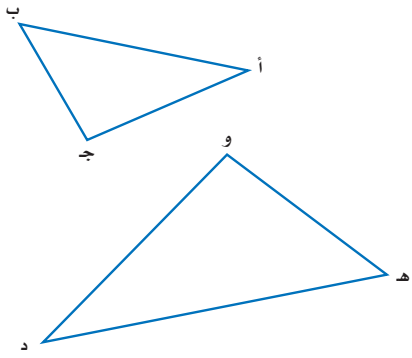
نَشاطٌ

نفِّذ الخطوات الآتية لاكتشاف العلاقة بين المثلثات:

الخطوة ١ انسخ كِلا المثلثين على ورق شفاف.

الخطوة ٢ قس أطوال أضلاع كل مثلث وسجّلها.

الخطوة ٣ قص كِلا المثلثين.

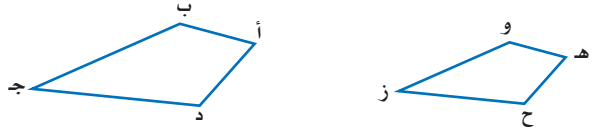


١ قارن بين زوايا المثلثين بالمقابلة.
وعيّن أزواج الزوايا التي لها القياس نفسه.

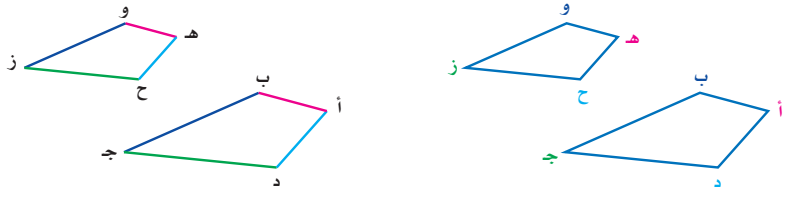
٢ عبّر عن النسب الآتية: $\frac{\text{أب}}{\text{دهـ}}$ ، $\frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}}$ ، $\frac{\text{جـ أ}}{\text{ود}}$
في صورة كسور عشرية إلى أقرب جزء من عشرة.

٣ ماذا تلاحظ على النسب بين الأضلاع المتناظرة في المثلثين؟

يتكون **المضلع** من مجموعة من القطع المستقيمة في مستوى، متقاطعة في نهاياتها، بحيث تُكوِّن شكلًا مغلقًا. وتسمى المضلعات التي لها الشكل نفسه **مضلعات متشابهة**. ففي الشكل أدناه يشبه المضلع أب جـ د المضلع هـ و ز ح ، ويعبّر عن ذلك بالرموز كما يأتي: المضلع أب جـ د ∽ المضلع هـ و ز ح.



تسمى الأجزاء المتقابلة في الأشكال المتشابهة **أجزاءً متناظرة**.



الزوايا المتناظرة

$\angle$أ ↔ $\angle$هـ ، $\angle$ب ↔ $\angle$و
$\angle$جـ ↔ $\angle$ز ، $\angle$د ↔ $\angle$ح

الأضلاع المتناظرة

$\overline{\text{أب}}$ ↔ $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ↔ $\overline{\text{و ز}}$
$\overline{\text{جـ د}}$ ↔ $\overline{\text{ز ح}}$ ، $\overline{\text{أد}}$ ↔ $\overline{\text{هـ ح}}$

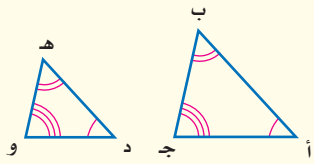
المضلعات المتشابهة

مفهومٌ أساسيٌ

التعبير اللفظي : إذا تشابه مضلعان فإن :

- زواياهما المتناظرة **متطابقة**، أي أن لها القياس نفسه.
- أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

النموذج :



△ أ ب جـ ~ △ د هـ و

الرموز : ∠ أ ≅ ∠ د ، ∠ ب ≅ ∠ هـ ، ∠ جـ ≅ ∠ و

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{و د}}$$

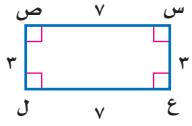
لغة الرياضيات:

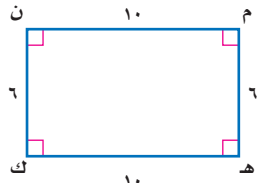
التطابق: يقرأ الرمز ≅ يطابق. ويستخدم لتوضيح تطابق الزوايا.

مثـــال

تحديد المضلعات المتشابهة

١ حدِّد ما إذا كان المستطيلان س ص ل ع ، م ن ك هـ متشابهين. وضّح إجابتك.





إرشادات للدراسة

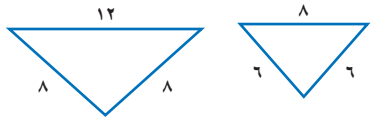
خطأ شائع

لا يكفي أن تكون الزوايا المتناظرة للمضلعين متطابقة حتى يكونا متشابهين، بل عليك التأكد أيضًا من أنّ أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

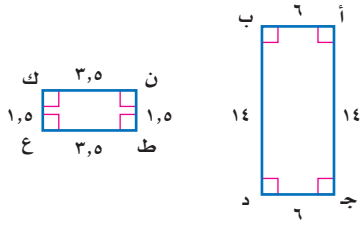
تحقّق من فهمك:

حدِّد ما إذا كان كل مضلعين مما يأتي متشابهين أم لا. وضّح إجابتك.

أ)



ب)

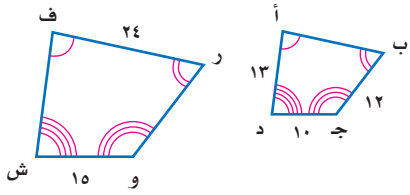


تسمى النسبة بين طولي الضلعين المتناظرين في المضلعين المتشابهين **عامل المقياس**، ويمكن استعمالها في إيجاد القياسات الناقصة في أشكال متشابهة.

مثـــال

إيجاد القياسات الناقصة

٢ **هندسة :** إذا كان المضلع ف ر و ش ∽ أ ب جـ د ، فأوجد ر و.



الطريقة الأولى كتابة تناسب

الطريقة الثانية استعمال عامل المقياس في كتابة معادلة

لغة الرياضيات:

طول القطعة المستقيمة:

يكتب طول $\overline{دأ}$ على النحو د أ، والذي يعبر عن قيمة عددية.

إرشادات للدراسة

عامل المقياس

في المثال ؟ عامل المقياس من المضلع أ ب جـ د إلى المضلع ف ر و ش هو $\frac{٢}{٣}$ ، وهذا يعني أن الطول على المضلع أ ب جـ د يساوي $\frac{٢}{٣}$ من الطول على المضلع ف ر و ش.

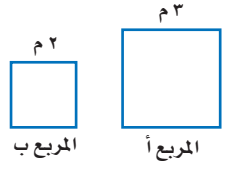
اختر طريقتك

أوجد القياسات الناقصة في المثال (٢) أعلاه:

جـ) ف ش　　د) أ ب

إذا كان المربع أ ∽ المربع ب، وعامل المقياس بينهما يساوي ٣ : ٢، فإن النسبة بين طولي محيطي المربعين تساوي ١٢ : ٨ = ٣ : ٢ .

المربع	المحيط
أ	١٢ م
ب	٨ م



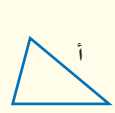
يؤدي هذا المثال إلى النتيجة الآتية:

النسب بين الأشكال المتشابهة

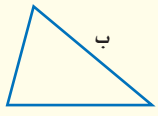
مفهومٌ أساسيّ

التعبير اللفظي : إذا تشابه شكلان وكان عامل المقياس بينهما يساوي $\frac{أ}{ب}$ ، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي $\frac{أ}{ب}$.

النموذج:

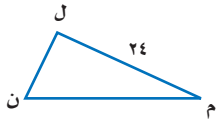


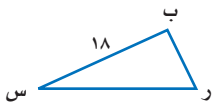
الشكل ١



الشكل ٢

مثـــال





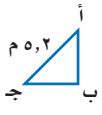
٣ △ ل م ن ~ △ ب س ر،
إذا كان محيط △ ل م ن يساوي ٦٤ وحدة، فما محيط △ ب س ر؟

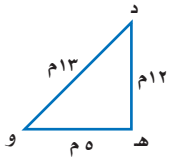
إرشادات للدراسة

عبارات التشابه

في تسمية المثلثات المتشابهة يراعي ترتيب الرؤوس للدلالة على العناصر المتناظرة. اقرأ **عبارات التشابه** جيدًا؛ للتأكد من أنك تقارن بين العناصر المتناظرة.

تحقّق من فهمك:



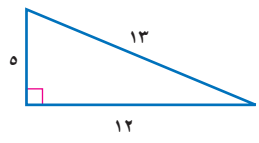


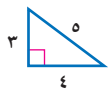
هـ) إذا كان △ أ ب جـ ~ △ د هـ و، فما محيط △ أ ب جـ؟

تأكّـد

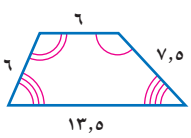
المثال ١ حدِّد ما إذا كان كل زوج من أزواج المضلعات الآتية متشابهًا، ووضّح إجابتك.

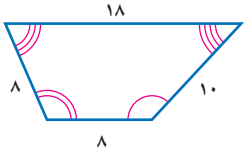
١





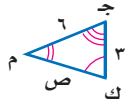
٢

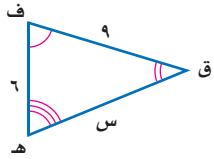




المثال ٢

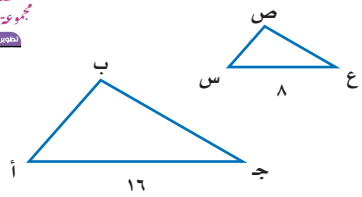
٣ في الشكل المجاور،
△ ف ق هـ ~ △ ك م جـ، اكتب تناسبًا وحُلَّه لإيجاد القياسات الناقصة.





المثال ٣

٤ إذا كان △ أ ب جـ ∽ △ س ص ع، ومحيط △ أ ب جـ يساوي ٤٠ وحدة، فما محيط △ س ص ع؟

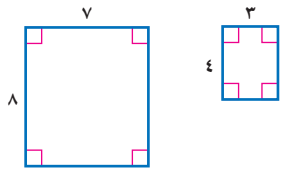


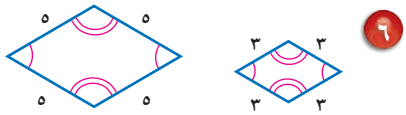
تـدرَّب وحلّ المسائل

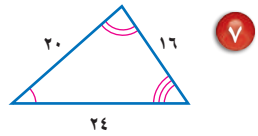
إرشادات للأسئلة

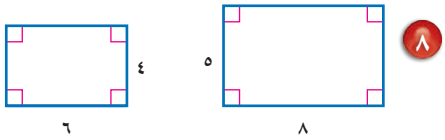
للأسئلة	انظر الأمثلة
٥ – ٨	١
٩ – ١٢	٢
١٣	٣

حدِّد ما إذا كان كل زوج من أزواج المضلعات الآتية متشابهًا، ووضّح إجابتك.

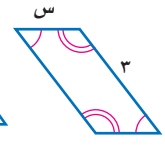
٥


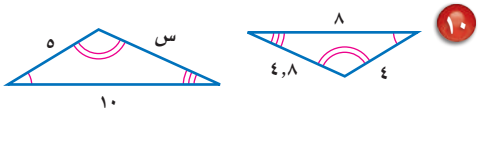
٦


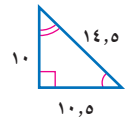
٧


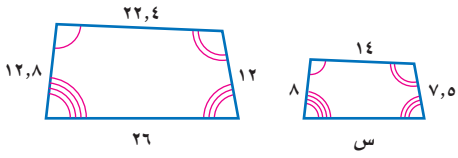
٨


إذا كان كل زوج من المضلعات الآتية متشابهًا، فاكتب تناسبًا وحله لإيجاد القياس الناقص.

٩


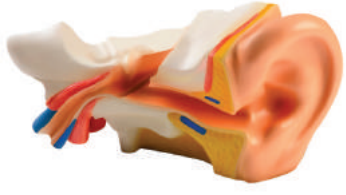
١٠


١١


١٢


١٣ **قياس:** إذا كان محيط المربع أ يساوي ٢٨ وحدة، ومحيط المربع ب يساوي ٤٢ وحدة، فما عامل المقياس بين المربعين؟

١٤ **علم الحياة:** إذا كان عامل المقياس من نموذج الأذن الداخلية للإنسان إلى الأذن الحقيقية يساوي ٥٥ : ٢، وكان طول إحدى العظام في النموذج ٨,٢٥سم، فما طول العظمة المقابلة لها في أذن الإنسان؟



مسائل
مهارات التفكير العليا

١٥ **تحدٍّ:** افترض أن مستطيلين متشابهان بعامل مقياس مقداره ٢ ، فما النسبة بين مساحتيهما؟ وضّح إجابتك.

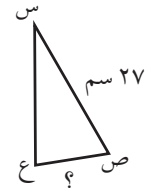
اكتب حدِّد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائمًا أم أحيانًا أم غير صحيحة أبدًا. ووضّح إجابتك.

١٦ كل مستطيلين متشابهان.

١٧ كل مربعين متشابهان.

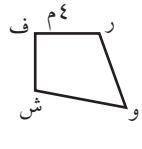
تدريب على اختبار

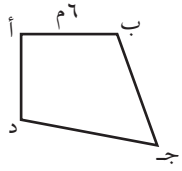
١٨ إذا كان Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع فما طول ص ع؟



أ) $13\frac{1}{2}$ سم
ب) $22\frac{2}{3}$ سم
جـ) ٢٤ سم
د) ٥,٢٥ سم

١٩ إذا كان المضلع أ ب جـ د يشابه المضلع ف ر و ش، وكان محيط المضلع أ ب جـ د يساوي ٥٤ م، فما محيط المضلع ف ر و ش؟





أ) ١٣,٥ م
ب) ٢٤ م
جـ) ٢٧ م
د) ٣٦ م

مراجعة تراكمية

٢٠ **تسلق جبال:** يهوى أحمد تسلق الجبال، ولكي يصل إلى قمة الجبل يتبقى له ٣٠ قدمًا، إذا كان يصعد ٦ أقدام في كل ٥ دقائق، ولكنه يتعثر فينزل قدمًا واحدة، ويستغرق دقيقة واحدة لاستعادة توازنه واستئناف الصعود، فكم دقيقة يستغرق أحمد حتى يبلغ قمة الجبل؟ (استعمل استراتيجية الرسم) (الدرس ٣ - ٥)

حل كل تناسب مما يأتي: (الدرس ٣ - ٤)

٢١ $\frac{٥}{٤} = \frac{ص}{١٢}$

٢٢ $\frac{٢٤}{٦٠} = \frac{١٢٠}{ب}$

٢٣ $\frac{١,٥}{ن} = \frac{٠,٦}{٥}$

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: مثِّل كل زوج من الأزواج المرتبة الآتية، ثم احسب المسافة بين كل نقطتين إلى أقرب عشر إذا لزم ذلك: (الدرس ٣ - ٦)

٢٤ (٥,٢ ، ١,٥) ، (٥,١ ، ٣,٥-)

٢٥ (٢- ، $\frac{١}{٢}$-١) ، (٤ ، $٣\frac{١}{٢}$)

٢٦ ($١\frac{١}{٣}$- ، ٢ ، ١) ، (٢ ، $٣\frac{٢}{٣}$)

مجموعة رقعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣ - ٧ التكبير والتصغير

فكرة الدرس

أرسم صورة ناتجة عن تكبير شكل أو تصغيره.

المفردات

التمدد.

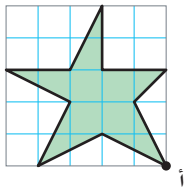
مركز التمدد.

التكبير.

التصغير.

www.obeikaneducation.com

نَشاطٌ



يبين الشكل المجاور ورقة مربعات مقسمة إلى وحداتٍ، طول ضلع كل وحدة منها ٠,٥ سم، وبذلك تكون مساحة كل مربع تساوي (٠,٥ × ٠,٥) سم^{٢}. أعد رسم الشكل على ورقة مربعات باستعمال مربعات أبعادها ١ سم × ١ سم، استعمل النقطة أ نقطة بداية.

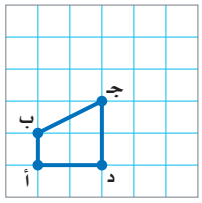
١ قس الأطوال المتناظرة في الشكل الأصلي والشكل الجديد وقارن بينهما. صف العلاقة بين القياسين. كيف ترتبط هذه العلاقة بالتغيّر في أبعاد ورقة المربعات؟

٢ **خمّن :** ما أبعاد ورقة المربعات التي يجب استعمالها لإنشاء نسخة جديدة من الشكل بحيث تكون أبعادها مساوية أربعة أمثال الأبعاد المناظرة لها في الشكل الأصلي؟

تسمى الصورة الناتجة عن تكبير شكل معطى أو تصغيره **تمددًا**. والصورة الناتجة عن التمدد تشبه الصورة الأصلية. وهذا يعني أن الأبعاد المتناظرة فيهما متناسبة. ويشير **مركز التمدد** إلى النقطة الثابتة التي تستعمل في القياس عند تعديل قياسات الشكل. وتسمى النسبة بين طول الصورة إلى طول الشكل الأصلي عامل مقياس التمدد.

مثـــال

رسم التمدد



١ **انسخ المضلع المرسوم جانبًا على ورقة مربعات، ثم ارسم صورة له باستعمال تمدد مركزه (أ) وعامل مقياسه ٢.**

تحقّق من فهمك:

أ) ارسم مثلثًا كبيرًا ع ل ز على ورقة مربعات، ثم ارسم صورة له بعد إجراء تمدد مركزه ع وعامل مقياسه $\frac{١}{٤}$.

في المثال (١)، إذا كانت إحداثيات النقطة أ هي (٠،٠) فإن الجدول أدناه يبين إحداثيات النقاط المتناظرة في الشكل الأصلي والصورة. لاحظ أن إحداثيات الصورة هي (م س، م ص)، حيث م هي عامل المقياس.

الإحداثيات الأصلية	العلاقة	إحداثيات الصورة
د (٢،٠)	(٢ × ٢، ٠ × ٢)	دَ (٤،٠)
جـ (٢،٢)	(٢ × ٢، ٢ × ٢)	جَـ (٤،٤)
ب (١،٠)	(٠ × ٢، ١ × ٢)	بَ (٢،٠)
أ (٠،٠)	(٠ × ٢، ٠ × ٢)	أَ (٠،٠)

إرشادات للدراسة

التمدد في المستوى الإحداثي

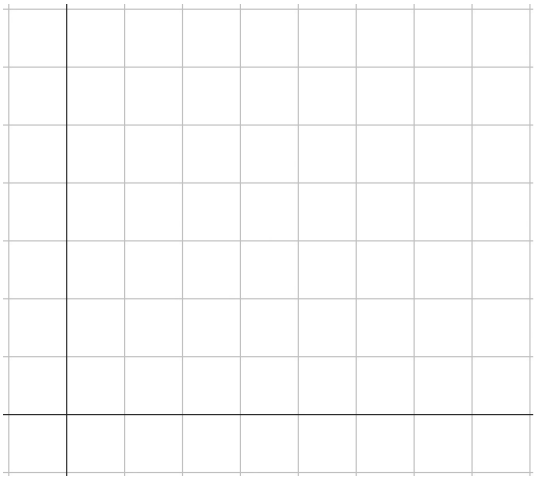
النسبة بين الإحداثيات السينية والصادية لرؤوس الصورة إلى القيم المناظرة لها في الشكل الأصلي تساوي عامل مقياس التمدد.

لإيجاد إحداثيات رؤوس الصورة بعد إجراء تمدد مركزه (٠،٠)، اضرب الإحداثيات السينية والصادية للنقاط في عامل المقياس.

مثـــال

التمثيل البياني للتمدد

٢ **مثّل بيانيًّا △ جـ ك ل الذي رؤوسه جـ(٣،٨) ، ك(١٠،٦) ، ل (٨،٢) ، ثم مثِّل بيانيًّا الصورة التي تمثِّل △ جَـ كَ لَ الناتج عن تمدد عامل مقياسه يساوي $\frac{١}{٢}$.**



تحقّق من فهمك:

أوجد إحداثيات الصورة الممثِّلة للمثلث جـ ك ل بعد إجراء كل تمدد فيما يأتي، ثم مثّل كلًّا من △ جـ ك ل ، △ جَـ كَ لَ بيانيًّا.

ب) تمدد عامل مقياسه = ٣ **جـ)** تمدد عامل مقياسه = $\frac{١}{٣}$

إذا تفحصت عامل المقياس والصور الناتجة عن التمدد في المثالين ١، ٢، يمكنك التوصل إلى ما يأتي:

- التمدد الذي عامل مقياسه أكبر من ١ يؤدي إلى **تكبير**، حيث تكون الصورة أكبر من الشكل الأصلي.
- التمدد الذي يتراوح عامل مقياسه بين ٠ وَ ١ يؤدي إلى **تصغير**؛ حيث تكون الصورة أصغر من الشكل الأصلي.

مثـــال

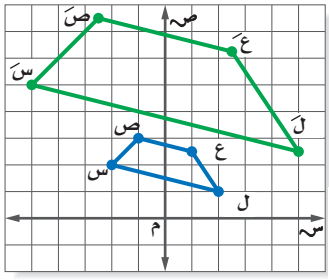
إيجاد عامل المقياس وتصنيفه

إرشادات للدراسة

صيغة بديلة

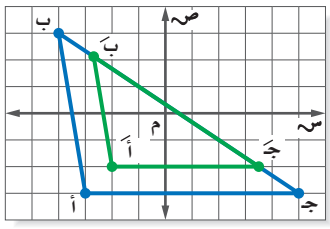
يمكن كتابة عامل المقياس على صورة كسر عشري .

٣ يمثل الشكل الرباعي سَ صَ عَ لَ تمددًا للشكل الرباعي س ص ع ل. أوجد عامل مقياس التمدد، وصنّفه فيما إذا كان تكبيرًا أم تصغيرًا.



تحقّق من فهمك:

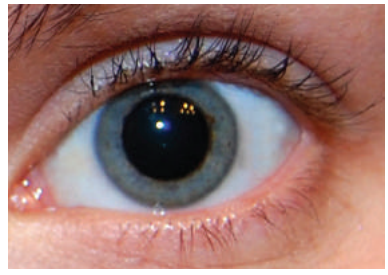
د) المثلث أَ بَ جَـ هو تمدد للمثلث أب جـ، أوجد عامل مقياس التمدد، وصنفه فيما إذا كان تكبيرًا أم تصغيرًا.



مثـالٌ من واقعِ الحَيـاةِ

٤ **عيون:** في فحص طبي لأحد المرضى ، أُجري تمدد لبؤبؤ العين بعامل مقياس مقداره $\frac{٥}{٣}$ ، إذا كان قطر البؤبؤ قبل التمدد يساوي ٥ ملم، فأوجد طول القطر بعد التمدد.

قبل التمدد



بعد التمدد

الربط بالحياة:

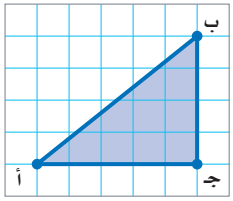
يعمل أطباء العيون غالبًا على توسعة بؤبؤ العين (تمدده) لفحص شبكية عين المريض التي تعمل على استقبال الصور وإيصالها إلى الدماغ.

تحقّق من فهمك:

هـ) **أجهزة حاسوب:** ثبّت عبد الرحيم صورة شقيقه خلفية لشاشة جهاز الحاسوب، فإذا كان بعدا الصورة الأصلية ٢٠ سم و٣٠ سم، وكان عامل مقياس الصورة على الجهاز $\frac{٥}{٤}$ ، فما بعدا الصورة على الجهاز؟

تأكّـد

المثال ١ انسخ △ أ ب جـ على ورقة مربعات، ثم ارسم صورة تمدده مستعملًا المعلومات الآتية:



١ المركز: أ، وعامل المقياس $\frac{١}{٢}$.

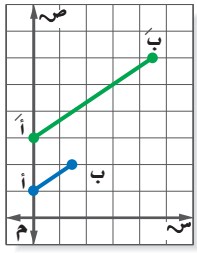
٢ المركز: جـ، وعامل المقياس $\frac{٣}{٢}$.

المثال ٢ إذا كانت إحداثيات رؤوس △ جـ ك ل هي: جـ(-٤،٤) ، ك(-٢،-٤) ، ل(٦،٣)، فأوجد إحداثيات رؤوس △ جَ كَ لَ بعد إجراء كل تمدد فيما يأتي، ثم مثّل بيانيًّا كلًّا من △ جـ ك ل، وَ △ جَ كَ لَ :

٣ عامل مقياس التمدد = ٣

٤ عامل مقياس التمدد = $\frac{١}{٤}$

المثال ٣



٥ في الشكل المجاور إذا كان $\overline{أَ\ بَ}$ تمددًا لـ $\overline{أ\ ب}$، فأوجد عامل مقياس التمدد، وصنّفه فيما إذا كان تكبيرًا أو تصغيرًا.

المثال ٤

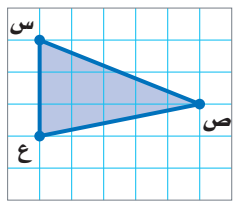
٦ **تصميم جرافيك:** صمم عبد الرحمن مخططًا لمدرسته بقياسات ١٥ سم في ١٩,٥ سم. إذا رغب عبد الرحمن في تصغير المخطط باستعمال عامل مقياس $\frac{١}{٣}$، فما أبعاد المخطط الجديد؟

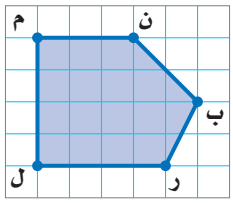
تـدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٧ - ١٠	١
١١ - ١٢	٢
١٣ - ١٦	٣
١٧	٤

انسخ كل شكل مما يأتي على ورقة مربعات، ثم ارسم صورة تمدده مستعملًا المعلومات الآتية:





٧ المركز: س، وعامل المقياس $\frac{٧}{٣}$.

٨ المركز: ع، وعامل المقياس $\frac{٢}{٣}$.

٩ المركز: ل، وعامل المقياس $\frac{٣}{٤}$.

١٠ المركز: ن، وعامل المقياس ٢ .

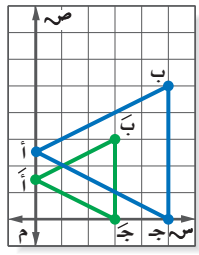
أوجد إحداثيات رؤوس المضلع هـَ جَـ كَ لَ الناتج عن تمدد المضلع هـ جـ ك ل باستعمال كل عامل مقياس فيما يأتي، ثم مثّل بيانيًّا المضلعين هـ جـ ك ل ، هَـ جَـ كَ لَ .

١١ هـ(٢،٠) ، جـ(١،٣) ، ك(٠،-٤)، ل(-٢،-٣)، وعامل المقياس = ٣.

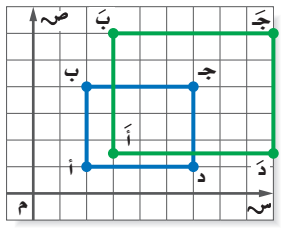
١٢ هـ(-٢،٦) ، جـ(٤،٤) ، ك(٧،-٢) ، ل(-٢،-٤) ، وعامل المقياس = $\frac{١}{٢}$.

إذا علمت أن أحد المضلعين في كل رسم مما يأتي هو تمدد للمضلع الآخر، فأوجد عامل مقياس كل تمدد، وصنفه فيما إذا كان تكبيرًا أو تصغيرًا.

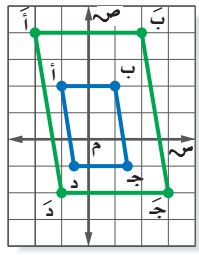
١٣



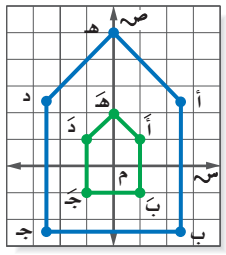
١٤



١٥



١٦

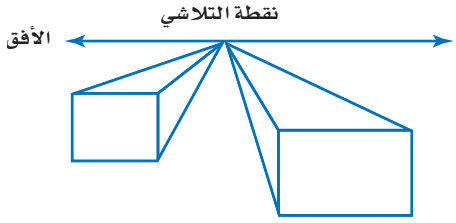


١٧ **تصميم:** لوضع صورة في مجلة، يقوم المصمم بتصغير الصورة وفق عامل مقياس $\frac{٣}{١٠}$، فما أبعاد صورة وضعها المصمم إذا كان طولها الأصلي ١٥ سم، وعرضها الأصلي ١٠ سم؟

١٨ **جهاز العرض:** يستعمل جهاز العرض في عرض الصور المرسومة على شفافيات على شاشة، بحيث تكون مكبرة وفق عامل مقياس يساوي ٥ , ٣. إذا كان طول الصورة الأصلية ٤ سم، وعرضها ٣ سم، فما بعدا الصورة المعروضة على الشاشة؟

رسم: للسؤالين ١٩، ٢٠ استعمل المعلومات الآتية:

يستعمل الرسامون التمدد في إنشاء مسافات أو أعماق وهمية. فمثلًا عندما تقف على الرصيف وتنظر إلى نهاية الشارع فإن جانبي الشارع المتوازيين يظهران كأنهما يتقاربان تدريجيًّا حتى يلتقيا في نقطة تسمى نقطة التلاشي.



١٩ أيّ الشكلين في الرسم يبدو أقرب؟ وضّح إجابتك.

٢٠ ارسم شكلًا مشابهًا للشكل المجاور. قس طول المستطيل الأكبر، ثم ارسم شكلًا آخر مشابهًا له، بحيث تكون قياساته تساوي $\frac{٧}{٥}$ الشكل الأصلي.

مسائل
مهارات التفكير العليا

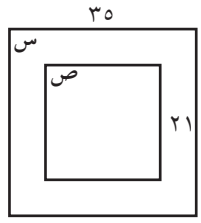
٢١ **مسألة مفتوحة:** مثِّل بيانيًّا مثلثًا وصورة له بعد إجراء تمدد عامل مقياسه أكبر من ١، ثم مثِّل الصورة بيانيًّا بعد إجراء تمدد عامل مقياسه أصغر من ١. توقّع قيمة عامل المقياس للتمدد من الشكل الأصلي إلى الشكل الأخير. وضّح السبب، ثم تحقق من صحة توقعك.

٢٢ **تحدّ:** صف الصورة الناتجة عن تمدد شكل ما بعامل مقياس قيمته (-٢).

٢٣ **اكتب** قاعدة عامة لإيجاد الإحداثيات الجديدة للزوج المرتب (س، ص) بعد إجراء تمدد عامل مقياسه يساوي ك.

تدريب على اختبار

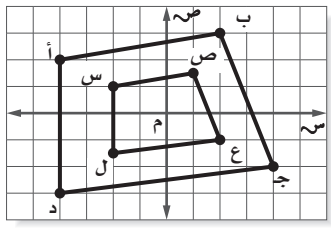
٢٤ في الشكل أدناه، **إذا كان** المربع س يشابه المربع ص:



فأوجد عامل المقياس المستعمل لتمدد المربع س إلى المربع ص.

أ) $\frac{١}{٧}$ ب) $\frac{٣}{٥}$ جـ) $\frac{٥}{٣}$ د) ٧

٢٥ يمثل الشكل الرباعي أ ب جـ د تمددًا للشكل الرباعي س ص ع ل:



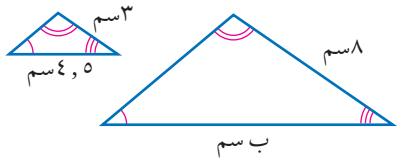
أيّ الأعداد التالية يمثّل أفضل عامل مقياس تمدد استُعمِل لتحويل الشكل الرباعي أ ب جـ د إلى الشكل الرباعي س ص ع ل؟

أ) $\frac{١}{٢}$ جـ) ٢

ب) $\frac{١}{٣}$ د) ٣

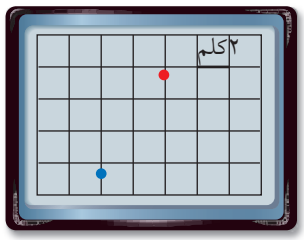
مراجعة تراكمية

٢٦ المثلثان في الشكل المجاور متشابهان. اكتب تناسبًا وحُلَّه لإيجاد القياس الناقص؟ (الدرس ٣ - ٦)



٢٧ **هندسة:** مستطيل طوله ١٢م، وعرضه ٧م. ما طول قطره مقرّبًا إلى أقرب جزء من عشرة؟ (الدرس ٢ - ٦)

٢٨ **تكنولوجيا:** تستعمل شهد جهاز GPS (نظام تحديد المواقع العالمي)؛ لتحديد المسافة المتبقية للوصول إلى المجمع التجاري. إذا كان موقعها الحالي على شاشة الجهاز المجاورة عند النقطة الحمراء، والمجمع التجاري عند النقطة الزرقاء، فكم المسافة المتبقية حتى تصل شهد إلى المجمع التجاري؟ (الدرس ٢ - ٦)



الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: اكتب تناسبًا وحلّه بإيجاد قيمة س في كل مما يأتي: (الدرس ٣ - ٤)

٢٩ ٣سم إلى ٥ أقدام مثل س سم إلى ٩ أقدام.

٣٠ ٤ بوصات إلى ٥ أميال مثل ٥ بوصات إلى س ميلًا.

توسع
٣ - ٧

معمل الجداول الإلكترونية

التكبير والتصغير

يمكن استعمال برنامج الجداول الإلكترونية لتكبير أو تصغير المضلعات.

فكرة الدرس

أستعمل البرمجيات لتكبير أو تصغير المضلعات.

www.obeikaneducation.com

نشـــاط

رسمت هدى شكلًا خماسيًّا على ورقة مربعات، وكانت إحداثيات رؤوسه كما يأتي : (٢،٢)، (٤،٢) ، (٥،٤) ، (٣،٦) ، (١،٤). وأرادت تكبير الشكل من خلال ضرب كل إحداثي في ٣ ، فقامت بإدخال الإحداثيات في برنامج للجداول الإلكترونية كما في الشكل الآتي.

جهِّز شاشة البرنامج كما في الشكل أدناه:

تمدد الخماسي

	A	B	C	D
1	الأصلية		التمدد	
2	الإحداثي السيني	الإحداثي الصادي	الإحداثي السيني	الإحداثي الصادي
3	2	2	= A3*3	= B3*3
4	4	2	= A4*3	= B4*3
5	5	4		
6	3	6		
7	1	4		

ورقة ١ ورقة٢ ورقة٣

أدخل الصيغ المشار إليها في العمودين C ، D لإكمال إجراءات التمدد.

حلّل النتائج

١ كيف تستعمل الصيغة الواردة في العمودين C ، D لتغيير المضلع الخماسي الأصلي؟ وضّح إجابتك.

٢ مثِّل بيانيًّا المضلع الخماسي الأصلي وتمدده على ورقة مربعات.

٣ ما النسبة المئوية لمقدار الزيادة في الشكل الناتج عن التمدد مقارنةً بالشكل الأصلي؟

٤ أوجد إحداثيات رؤوس المضلع الخماسي بعد تكبيره خمس مرات.

٥ أوجد إحداثيات رؤوس المضلع الخماسي بعد تصغيره نصف مرة.

٦ **خمّن:** ما نوع التمدد إذا كانت إحداثيات رؤوس المضلع الخماسي الجديدة كما يلي: (٥،٥)، (١٠،٥) ، (١٢،٥) ، (٧،١٥) ، (٢،١٠) ؟ وما قيمة عامل المقياس؟

٧ اختر شكلًا هندسيًّا آخر، وعيِّن نقاطه على ورقة مربعات. استعمل برنامج الجداول الإلكترونية لإيجاد تمددين له، أحدهما تكبير، والآخر تصغير.

مجموعة رفعة الرياضيات
بطور - إتقان - تواليف

٣ - ٨ القياس غير المباشر

فكرة الدرس

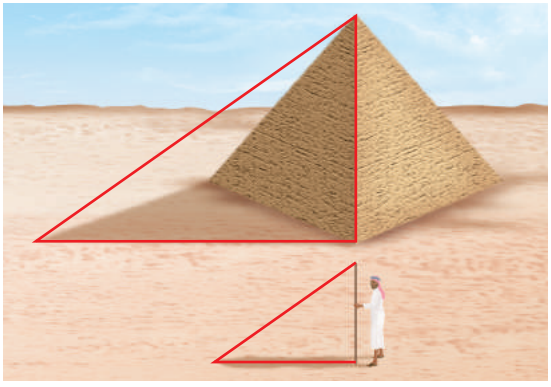
أحل مسائل باستعمال المثلثات المتشابهة .

المفردات

القياس غير المباشر

www.obeikaneducation.com

إستعدَّ



تاريخ : يقال: إن الفيلسوف الإغريقي طاليس كان أول من عيَّن ارتفاع الأهرامات في مصر من خلال فحص ظلها على الأرض. فقد أخذ بعين الاعتبار ثلاث نقاط : قمة الهرم، وطول الظل والقاعدة.

١ ماذا تلاحظ على الزوايا المتناظرة في المثلثين الموضحين في الشكل؟

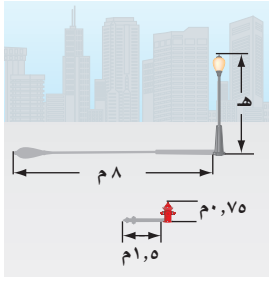
٢ إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة، فماذا يمكنك أن تستنتج عن المثلثين؟

يساعدنا **القياس غير المباشر** على استعمال التناسب في المضلعات المتشابهة لإيجاد الأطوال أو المسافات التي يصعب قياسها بصورة مباشرة. ويسمى هذا النمط من القياس القياس غير المباشر، والذي سماه طاليس تقدير الظل. فقد قاس طوله وطول ظله وقارنه بطول ظل الهرم.

$$\frac{\text{طول ظل طاليس}}{\text{طول ظل الهرم}} = \frac{\text{طول طاليس}}{\text{طول الهرم}}$$

مثـــال

استعمال تقدير الظل



١ **إضاءة :** يبلغ ارتفاع مضخة مياه ٠,٧٥ م، وكان طول ظلها في وقت ما ١,٥ م. فإذا كان طول ظل مصباح الطريق في الوقت نفسه ٨ م، فما ارتفاع المصباح عن الأرض؟

تحقّق من فهمك:

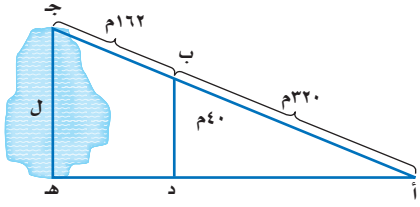
أ) **شوارع:** إذا كان طول ظل إشارة مرور ٣م، وطول ظل برج الهاتف النقّال في الوقت نفسه ٣,٢١م، فما طول برج الهاتف النقّال إذا كان طول إشارة المرور مترين؟

يمكنك أيضًا استعمال المثلثات المتشابهة دون الحاجة إلى ظل في إيجاد القياسات الناقصة.

مثـــال

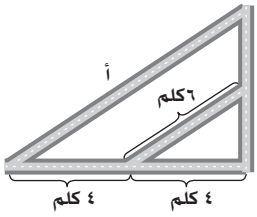
استعمال القياس غير المباشر

٢ **بحيرات:** في الشكل المجاور، المثلث د ب أ يشابه المثلث هـ جـ أ . أوجد طول البحيرة .



تحقّق من فهمك:

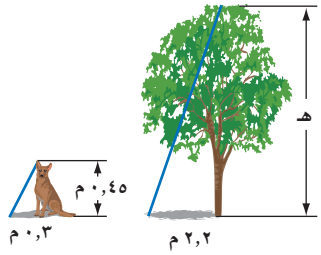
ب) **شوارع:** الشكل المجاور يمثِّل تقاطعات أربعة شوارع، أوجد طول الشارع أ .



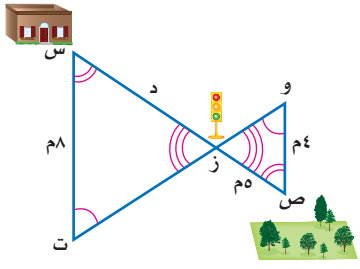
تأكّـــد

المثالان ١، ٢ حل السؤالين ١ ، ٢ حيث المثلثان في كل شكل متشابهان:

١ **أشجار:** ما طول هذه الشجرة ؟



٢ **مشي:** أوجد المسافة بين المتنزه والبيت.



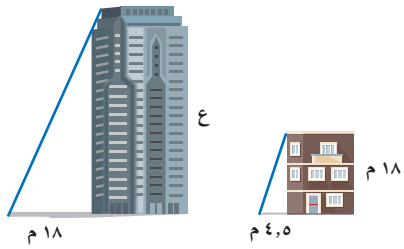
تدرَّب وحلَّ المسائل

إرشادات للأسئلة

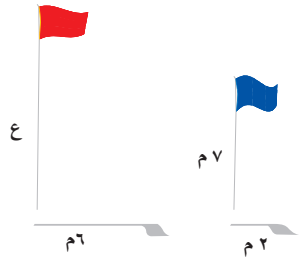
للأسئلة	انظر الأمثلة
٣ – ٤	١
٥ – ٦	٢

في الأسئلة ٣ – ٨ ، افترض أن المثلثات متشابهة. اكتب تناسبًا، واستعمله لحل كل مسألة منها:

٣ بنايات: ما ارتفاع هذه البناية؟

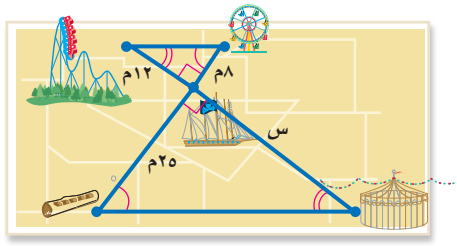


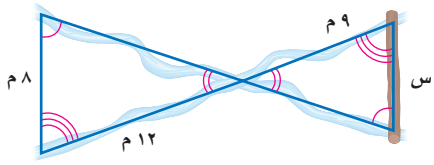
٤ أعلام: ما ارتفاع العلم الأحمر؟



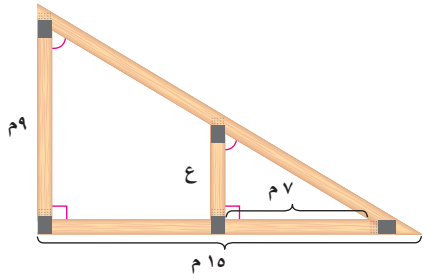
٥ متنزه: ما المسافة بين الخيمة والسفينة؟

٦ أنهار: ما طول المسافة بين الجدولين؟

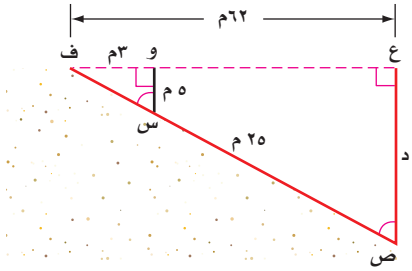




٧ بناء: أوجد ارتفاع العمود ع.



٨ مياه: ما عمق المياه التي تبعد ٦٢م عن الشاطئ؟



٩ مدينة ألعاب: يبلغ ارتفاع لعبة العجلة في مدينة الألعاب ٣٠م، وطول ظلها في وقت ما ١٠م. استعمل استراتيجية "الرسم" لحل المسألة، واكتب تناسبًا وحله لإيجاد طول رجل بلغ طول ظله في الوقت نفسه $\frac{٢}{٣}$ م.

مسائل
مهارات التفكير العليا

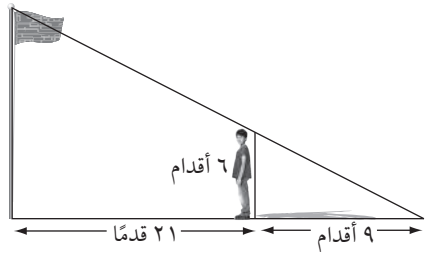
١٠ مسألة مفتوحة: صف موقفًا يتطلب إجراء قياس غير مباشر، ووضّح كيفية حله.

١١ تحدٍّ: إذا عملت ثقبًا مربع الشكل طول ضلعه ٠,٦ سم في قطعة من الكرتون المقوى، ونظرت من الثقب إلى القمر، وتمكنت من مشاهدته كاملًا عندما كانت المسافة بين عينك وبين الثقب ٧٥ سم ، فقدّر طول قطر القمر إذا علمت أنه يبعد عن الأرض مسافة ٣٨٦٠٠٠ كلم. ارسم شكلًا لتمثيل الموقف، ثم اكتب تناسبًا وحله.

١٢ اكتب ما القياسات الواجب معرفتها لحساب ارتفاع جسم باستعمال تقدير الظل؟

تدريب على اختبار

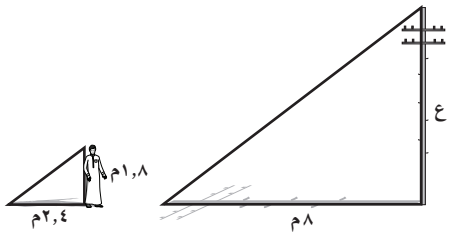
١٣ يقف رجل طوله ٦ أقدام بعيدًا عن قاعدة سارية علم مسافة ٢١ قدمًا كما في الشكل أدناه:



إذا كان طول ظل الرجل ٩ أقدام، فما ارتفاع سارية العلم؟

أ) ١٤ قدمًا
ب) ٢٠ قدمًا
جـ) ٣٠ قدمًا
د) ٣١,٥ قدمًا

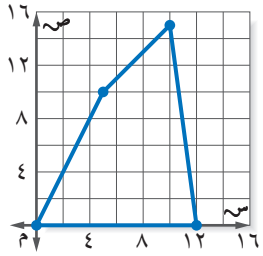
١٤ يبلغ طول محمد ١,٨ م، وكان طول ظله في وقت ما ٢,٤ م. فإذا كان طول ظل عمود كهرباء في الوقت نفسه ٨م، فما ارتفاع العمود عن الأرض؟



أ) ١٢م
ب) ١٠,٧م
جـ) ٨م
د) ٦م

مراجعة تراكمية

١٥ خفر السواحل: يقوم قارب خفر السواحل بدورية في منطقة من البحر كما هو موضح في المخطط على ورقة المربعات المجاورة. إذا تم تخفيض منطقة الدورية ٦٠٪ من المنطقة الأصلية، فما إحداثيات رؤوس منطقة الدورية (الجديدة) (الدرس ٣ - ٧)



١٦ خرائط: رسم سامي خريطة تبيّن موقع منزله؛ ليتمكن أصدقاؤه من زيارته في المنزل على بطاقة أبعادها ٦سم × ١٥ سم، كم سيكون طول الخريطة التي رسمها سامي إذا كبّرها، بحيث أصبح عرضها ٢٠ سم؟ (الدرس ٣ - ٧)

قدِّر كلًّا مما يأتي إلى أقرب عدد كلي: (الدرس ٢ - ٢)

١٧ $\sqrt{١١٧}$

١٨ $\sqrt{٤٨٧}$

١٩ $-\sqrt{١١٨٧}$

١ **قياس:** يقود رائد دراجته مسافة ٢٠ كلم كل يومين. هل تتناسب المسافة التي يقطعها رائد مع عدد الأيام؟

حل كل تناسب مما يأتي:

٢ $\frac{٣}{أ} = \frac{٩}{١٢}$

٣ $\frac{٢٠}{ص} = \frac{٥}{٣}$

٤ **تغذية:** إذا كان كل ٢٢٨ جم من الحليب تزود الجسم بـ ٣٠٪ من احتياجاته اليومية من الكالسيوم، فما كمية الحليب اللازمة لتزويد الجسم بـ ٥٠٪ من احتياجاته اليومية من الكالسيوم؟

٥ **طعام:** في حصة التدبير المنزلي، تفضل ١٩ طالبة طهي الأطباق الرئيسة، و تفضل ١٥ طالبة خبز الحلويات، و٧ طالبات يفضلن طهي الأطباق الرئيسة وخبز الحلويات معًا. فما عدد الطالبات اللاتي يفضلن طهي الأطباق الرئيسة ولا يفضلن خبز الحلويات؟ استعمل استراتيجية أشكال ڤن.

إذا كان كل زوجين من المضلعات الآتية متشابهين، فاكتب تناسبًا وحُلَّه لإيجاد كل قياس ناقص:

٦

٧

٨ **هندسة:** في △ أ ب جـ، أ (١،١)، ب (-٤،٢)، جـ (-٣،-٢). أوجد رؤوس صورته بعد إجراء تمدد عامل مقياسه ٢، ثم مثّل كلًّا من △ أ ب جـ وتمدده بيانيًّا.

٩ مستطيلان متشابهان طول الأول ١٠ سم، وعرضه ٤ سم، وطول الثاني ٥ سم. ما محيط المستطيل الثاني؟

مكتبات: للسؤالين ١٠، ١١ استعمل الجدول التالي الذي يبين عدد رواد مكتبة المدرسة خلال أسبوع.

اليوم	عدد الطلاب
الأحد	١١٠
الاثنين	١٢٣
الثلاثاء	١٥٥
الأربعاء	١٥٠
الخميس	٧٥

١٠ أوجد معدل التغيّر في عدد الطلاب في اليوم الواحد من الأحد إلى الاثنين.

١١ أوجد معدل التغيّر في عدد الطلاب في اليوم الواحد من الثلاثاء إلى الخميس، وفسّر معناه.

١٢ **اختيار من متعدد:** طفل طوله $\frac{١}{٤}$ ١م، وطول ظله ٢م، وبجانبه شجرة طول ظلها ٤ م. ما طول الشجرة؟

أ) $\frac{١}{٤}$ ٦ م
ب) $\frac{١}{٢}$ ٢ م
جـ) $\frac{١}{٢}$ ٤ م
د) $\frac{١}{٤}$ ٤ م

١٣ **قياس:** هل العلاقة بين الكتلة وعدد الأشهر خطية؟ إذا كانت كذلك، فأوجد المعدل الثابت للتغيّر. وإذا لم تكن كذلك، فوضّح السبب.

عدد الأشهر	الكتلة (كجم)
٤	٧
٦	٩
٨	١٠
١٠	١١

الاختبار التراكمي (٣)

القسم ١ اختيار من متعدد

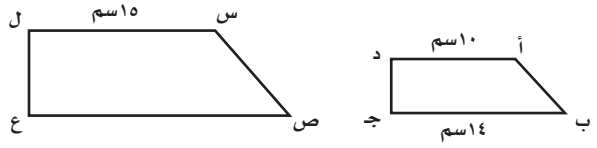
اختر الإجابة الصحيحة:

١ يحتوي صندوق على ٢٥ ٪ كرات خضراء، ٣٢٪ صفراء، ٢٠ ٪ بنية، ٢٣ ٪ بيضاء. فإذا كان عدد الكرات كلها ٣٠٠ كرة، فأيّ التناسبات الآتية يمكن استعمالها لإيجاد عدد الكرات البيضاء في الصندوق؟

أ) $\frac{٢٣}{١٠٠} = \frac{٣٠٠}{و}$ جـ) $\frac{و}{٣٠٠} = \frac{٢٣}{١٠٠}$

ب) $\frac{٢٣}{و} = \frac{٣٠٠}{١٠٠}$ د) $\frac{و}{١٠٠} = \frac{٢٣}{٣٠٠}$

٢ إذا كان شبه المنحرف أ ب جـ د يشبه شبه المنحرف س ص ع ل، فأوجد طول $\overline{ص ع}$.



أ) ٢٠ سم جـ) ٢٤ سم

ب) ٢١ سم د) ٢٧ سم

إرشادات للاختبار

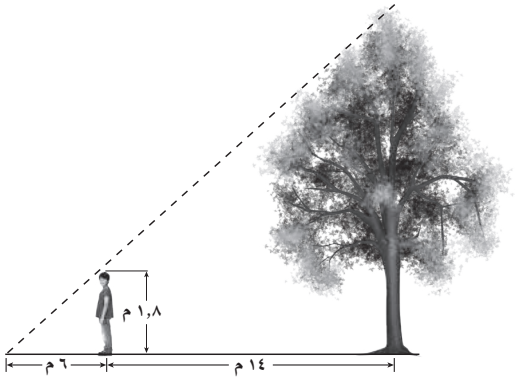
السؤال ٢ : يتضمن هذا السؤال مضلعين متشابهين، وعندما يكون المضلعان متشابهين، فيمكنك استعمال عامل المقياس؛ أو كتابة تناسب وحلّه لإيجاد القياس أو القياسات الناقصة.

٣ ما عدد الثواني في $\frac{١}{٢}$ ١ ساعة؟

أ) ٩٠ جـ) ٣٦٠٠

ب) ٥٤٠ د) ٥٤٠٠

٤ أراد أحمد إيجاد ارتفاع الشجرة التي خلفه، فسار فوق ظل الشجرة بدءًا من جذعها ١٤ مترًا، وكان طرف ظله يلتقي مع طرف ظل الشجرة، حيث بلغ طول ظله ٦ م.



ما ارتفاع الشجرة، علمًا بأن طول أحمد ١,٨ متر؟

أ) ٥ جـ) ٦

ب) ١٢ د) ١٤

٥ بيْنَ أيّ عددين صحيحين على خط الأعداد يقع العدد $\sqrt{٦٦}$؟

أ) ٦، ٧

ب) ٧، ٨

جـ) ٨، ٩

د) ٩، ١٠

٦ إذا كان طول عليّ $\frac{١}{٢}$ ١ متر، فما طوله بالأقدام والبوصات تقريبًا؟

(المتر ≈ ٣٩ بوصة ، ١ قدم = ١٢ بوصة)

أ) ٥٨,٥ بوصة؛ ٤,٩ أقدام

ب) ٥٨,٥ بوصة؛ ١٨ قدمًا

جـ) ٢٦ بوصة؛ ٢,٧ قدم

د) ٢٦ بوصة؛ ١٨ قدمًا.

٧ بلغ عدد الأشخاص الذين زاروا المتنزه خلال ٣ ساعات ٢٢٩٢ شخصًا. أيّ التناسبات الآتية تستعمل لإيجاد س التي تمثل عدد الأشخاص الذين زاروا المتنزه خلال ١٢ ساعة بالمعدل نفسه؟

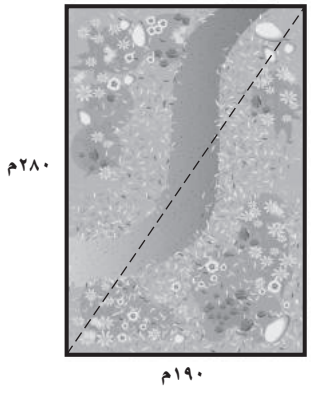
أ) $\frac{٣}{٢٢٩٢} = \frac{س}{١٢}$

ب) $\frac{٣}{٢٢٩٢} = \frac{١٢}{س}$

جـ) $\frac{١٢}{٢٢٩٢} = \frac{٣}{س}$

د) $\frac{س}{٣} = \frac{١٢}{٢٢٩٢}$

٨ يمثّل الشكل الآتي متنزهًا مستطيل الشكل. أيٌّ مما يلي يمثل الطول التقريبي لقطره؟

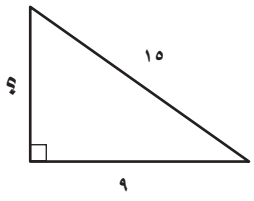


أ) ١٦٥ م
ب) ٣٤٠ م
جـ) ٢٩٠ م
د) ٤٠٥ م

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤالين الآتيين:

٩ ما طول الضلع المجهول للمثلث المرسوم جانبًا؟



١٠ اكتب كسرًا اعتياديًّا يقع بين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٩}{١٠}$.

القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل.

١١ يبين الجدول أدناه قيمة عدد من تذاكر الدخول لأحد مدن الألعاب.

عدد التذاكر	القيمة (ريال)
٢	١٥
٤	٣٠
٦	٤٥
٨	٦٠

أ) مثّل بيانات الجدول، وصل بخطّ بين النقاط.

ب) أوجد المعدل الثابت للتغيّر.

جـ) ما قيمة التذكرة الواحدة؟

د) ما قيمة ١٠ تذاكر؟

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟										
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
فراجع الدرس	٤-٣	٦-٣	٤-٣	٨-٣	٢-٢	٤-٣	٤-٣	٦-٢	٥-٢	٢-١	٣-٣