الفصل 1

الدوال والمتباينات
Functions and Inequalities

فيما سبق:
درستُ حل المعادلات والمتباينات الخطية.

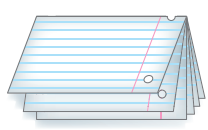
والآن:
- أستعمل معادلات العلاقات والدوال.
- أحل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًا.
- أحل مسائل من واقع الحياة مستعملًا البرمجة الخطية.

لماذا؟
مصانع: تسعى المصانع عادة لتحقيق أعلى ربح ممكن، ويتطلب ذلك من إداراتها إتقان مهارات رياضية معينة لتخفيض التكلفة، وفي هذا الفصل ستتعلم كيفية زيادة الربح أو تقليل التكلفة لتحقيق أكبر ربح ممكن من خلال استعمال البرمجة الخطية.

المطويات منظم أفكار

الدوال والمتباينات: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول الدوال والمتباينات. مبتدئًا بثلاث أوراق من دفتر الملاحظات.

1. **اطو** كل ورقة من المنتصف.
2. **قُصَّ** الأوراق مع خط الطي، ثم ثبت أنصاف الأوراق الست الناتجة لتحصل على كُتيبٍ صغير.
3. **قُصَّ** أطراف الأوراق، بحيث تترك سطرين من طرف الورقة الأولى و4 أسطر من طرف الورقة الثانية وهكذا.
4. **سمِّ** طرف كل ورقة برقم درس من دروس الفصل، واكتب عنوان الفصل.



التهيئة للفصل 1

تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من فهمك للمهارات السابقة الضرورية.

البديل 1

اجب عن الاختبار الاتي، وارجع إلى "المراجعة السريعة" لمساعدتك على ذلك.

اختبار سريع

أوجد الناتج في كلٍّ مما يأتي: (تستعمل مع الدروس 1-1 إلى 1-6)

1) $15.7 + (-3.45)$
2) $-18.54 - (-32.05)$
3) $(-9.8)(6.75)$
4) $4 \div (-0.5)$
5) $3\frac{2}{3} + \left(-1\frac{4}{5}\right)$
6) $\frac{54}{7} - \frac{26}{6}$
7) $\left(\frac{6}{5}\right)\left(-\frac{10}{9}\right)$
8) $-3 \div \frac{7}{8}$
9) **صناعات يدوية:** تحتاج فاطمة إلى $\frac{7}{8}$ m من الخيوط لصنع رباط شعر، فكم مترًا من الخيوط يلزمها لصنع 12 رباطًا؟

أوجد قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت: $a = -3, b = 4, c = -2$ (تستعمل مع الدروس 1-1 إلى 1-6)

10) $4a - 3$
11) $2b - 5c$
12) $b^2 - 3b + 6$
13) $\frac{2a + 4b}{c}$
14) **اتصالات:** تستعمل إحدى شركات الاتصالات العبارة $0.25m + 20$ لإيجاد التكلفة بالريال لـ m من دقائق الاتصال. أوجد تكلفة 80 دقيقة اتصال.

مثّل في المستوي كل مستقيم مما يأتي بيانيًّا: (يستعمل مع الدروس 1-3 إلى 1-6)

15) $y = 3$
16) $x + y = 1$
17) $3x - y = 6$
18) $x + 2y = 5$
19) $y = 4x - 1$
20) $5x - 4y = 12$
21) **مشتريات:** اشترى صلاح ثلاجة بالتقسيط، على أن يدفع 900 ريال دفعة أولى، ويدفع 400 ريال كل شهر. اكتب معادلة للمبلغ الكلي الذي سيدفعه بعد x شهرًا، ثم مثّلها بيانيًّا.

مراجعة سريعة

مثال 1

أوجد ناتج: $\left(\frac{3}{16}\right)\left(-\frac{4}{5}\right)$.

$\left(\frac{3}{16}\right)\left(-\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{3}{\cancel{16}_{4}}\right)\left(-\frac{\cancel{4}^{1}}{5}\right)$ — اقسم العددين 16 , 4 على قاسمهما المشترك الأكبر (4)

$= \left(\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)$ — اضرب البسطين ← اضرب المقامين

$= \frac{-3}{20}$ — بسّط

مثال 2

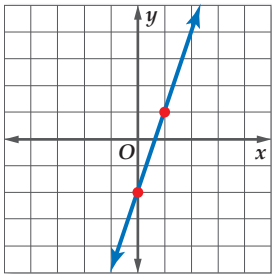
أوجد قيمة العبارة $3a^2 - 2ab + b^2$ إذا كانت: $a = 4$، $b = -3$

$$\begin{aligned} 3a^2 - 2ab + b^2 &= 3(4^2) - 2(4)(-3) + (-3)^2 \\ &= 3(16) - 2(4)(-3) + 9 \\ &= 48 - (-24) + 9 \\ &= 48 + 24 + 9 \\ &= 81 \end{aligned}$$

مثال 3

مثّل في المستوي المستقيم $y = 3x - 2$ بيانيًّا.

كوّن جدولًا يتضمن قيمتين على الأقل للإحداثي x، وأوجد الإحداثي y لكل منهما، ثم كوّن أزواجًا مرتبة ومثّلها بيانيًّا.



x	y	(x, y)
0	−2	(0, −2)
1	1	(1, 1)

البديل 2

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com

1-1

خصائص الأعداد الحقيقية
Properties of Real Numbers

فيما سبق:
درست الأعداد الحقيقية، والعمليات عليها.
(مهارة سابقة)

والآن:
- أصنّف الأعداد الحقيقية.
- أستعمل خصائص الأعداد الحقيقية لتبسيط قيم العبارات الجبرية.

المفردات

الأعداد الحقيقية
real numbers
الأعداد النسبية
rational numbers
الأعداد غير النسبية
irrational numbers
الأعداد الصحيحة
integers
الأعداد الكلية
whole numbers
الأعداد الطبيعية
natural numbers

www.obeikaneducation.com

لماذا؟

يبيع محل للأدوات الرياضية 3 أنواع من الكرات بالسعر نفسه. إن شراء عدة أنواع لكل منها السعر نفسه يسهل عليك إيجاد المبلغ الإجمالي للشراء، وذلك باستعمال خاصية توزيع الضرب على الجمع.

الأعداد الحقيقية: تتضمن **الأعداد الحقيقية** مجموعات مختلفة من الأعداد منها:

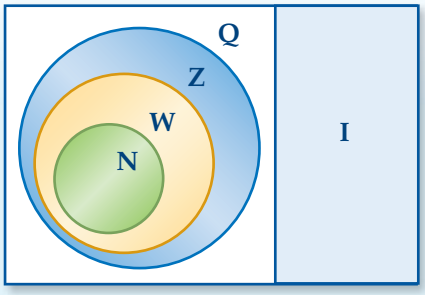
- **الأعداد النسبية** هي الأعداد التي يمكن كتابتها على الصورة $\frac{a}{b}$، حيث a وَ b عددان صحيحان، والعدد b لا يساوي صفرًا. وتكون الصورة العشرية للعدد النسبي إما عددًا عشريًّا منتهيًا أو دوريًّا.
- **الأعداد غير النسبية** وتكون الصورة العشرية للعدد غير النسبي ليست منتهية وليست دورية. لذا فإنّ الجذور التربيعية للأعداد التي ليست مربعات كاملة هي أعداد غير نسبية.
- مجموعة **الأعداد الصحيحة** هي : $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$، ومجموعة **الأعداد الكلية** هي: $\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$. ومجموعة **الأعداد الطبيعية** هي: $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$، وكل منها مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد النسبية؛ وذلك لأن كل عدد صحيح n يمكن كتابته على الصورة $\frac{n}{1}$.

مفهوم أساسي
الأعداد الحقيقية (R)

أضف إلى مطويتك

الرمز	المجموعة	أمثلة
Q	الأعداد النسبية	$0.125, -\frac{7}{8}, \frac{2}{3} = 0.66\ldots$
I	الأعداد غير النسبية	$\pi = 3.14159\ldots$ $\sqrt{3} = 1.73205\ldots$
Z	الأعداد الصحيحة	$-5, 17, -23, 8$
W	الأعداد الكلية	$2, 96, 0, \sqrt{36}$
N	الأعداد الطبيعية	$3, 17, 6, 86$

الأعداد الحقيقيّة R



مثال 1
تصنيف الأعداد

حدِّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي:

a) -23

b) $\sqrt{50}$

c) $-\frac{4}{9}$

تحقق من فهمك

1A) -185 1B) $-\sqrt{49}$ 1C) $\sqrt{95}$ 1D) $-\frac{7}{8}$

إرشادات للدراسة

تصنيف الأعداد
يمكن أن ينتمي العدد إلى أكثر من مجموعة أعداد، فمثلًا يُعدّ أي عدد طبيعي عددًا كليًّا وصحيحًا، ونسبيًّا، وحقيقيًّا.

خصائص الأعداد الحقيقية : يلخص الجدول الآتي بعض خصائص الأعداد الحقيقية:

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

خصائص الأعداد الحقيقية

لأي أعداد حقيقية a, b, c فإن:

الخاصية	الجمع	الضرب
التبديلية	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميعية	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = a = 0 + a$	$a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$
النظير	$a + (-a) = 0 = (-a) + a$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1 = \frac{1}{a} \cdot a, a \neq 0$
الانغلاق	$(a + b)$ عدد حقيقي	$(a \cdot b)$ عدد حقيقي
التوزيع	$a(b + c) = ab + ac, (b + c)a = ba + ca$	

مثال 2 تمييز خصائص الأعداد الحقيقية

ما الخاصية الموضّحة في: $13 \cdot (4 \cdot 5) = (13 \cdot 4) \cdot 5$ ؟

تحقق من فهمك

2) $2(x + 3) = 2x + 6$ ؟

يمكنك إيجاد كلٍّ من النظير الجمعي والضربي لأي عدد حقيقي لا يساوي الصفر.

مثال 3 النظير الجمعي و النظير الضربي

أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي للعدد $-\frac{5}{8}$

تحقق من فهمك

3A) 1.25

3B) $2\frac{1}{2}$

إرشادات للدراسة

النظير الجمعي والنظير الضربي

إشارة النظير الجمعي لعدد هي عكس إشارة ذلك العدد، أمّا إشارة النظير الضربي لعدد فهي ذاتها إشارة ذلك العدد.

تتطلب الكثير من التطبيقات الحياتية التعامل مع الأعداد الحقيقية.

مثال 4 من واقع الحياة — خاصية التوزيع

مبيعات: يبين الجدول المجاور أسعار جهاز حاسوب وملحقاته في أحد العروض. فإذا زاد السعر الأصلي للجهاز وملحقاته، بنسبة 6% فأوجد قيمة هذه الزيادة.

الجهاز أو الملحق	السعر (بالريال)
حاسوب	1000
شاشة	600
آله طابعة	500
كاميرا رقمية	150
برمجيات ملحقة	300

الربط مع الحياة

زادت ملحقات أجهزة الحاسوب على نحو مطرد في السنوات الأخيرة، حتى أصبح الحاسوب يقوم مقام الكثير من الأجهزة الإلكترونية كآلات التصوير والتسجيل وغيرها.

تحقق من فهمك

4) أعمال: يتقاضى كمال 20 ريالًا عن كل ساعة عمل في محل تجاري. فإذا كانت ساعات عمله في أحد الأسابيع هي 4, 3, 2.5, 3, 4 ، فما المبلغ الذي حصل عليه كمال في ذلك الأسبوع؟

يمكنك استعمال خصائص الأعداد الحقيقية لتبسيط العبارات الجبرية.

مثال 5 تبسيط العبارات الجبرية

بسّط العبارة: $3(2q + r) + 5(4q - 7r)$

تحقق من فهمك

5) $3(4x - 2y) - 2(3x + y)$.

تأكد

مثال 1 حدِّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي:

1) 62 **2)** $\frac{5}{4}$ **3)** $\sqrt{11}$ **4)** -12

مثال 2 ما الخاصية الموضّحة في كلٍّ ممَّا يأتي؟

5) $(6 \cdot 8) \cdot 5 = 6 \cdot (8 \cdot 5)$ **6)** $7(9 - 5) = 7 \cdot 9 - 7 \cdot 5$

7) $84 + 16 = 16 + 84$ **8)** $(12 + 5)6 = 12 \cdot 6 + 5 \cdot 6$

مثال 3 أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي لكل عدد مما يأتي:

9) -7 **10)** $\frac{4}{9}$ **11)** 3.8 **12)** $\sqrt{5}$

مثال 4 **13) تخفيضات:** يبين الجدول المجاور أسعار أربعة أصناف من الملابس في أحد العروض. فإذا زاد السعر الأصلي لكلٍّ منها بنسبة 8% فأوجد قيمة هذه الزيادة.

الصنف	السعر (بالريال)
قميص	40
بنطال	60
ثوب	100
معطف	200

مثال 5 بسّط كل عبارة مما يأتي:

14) $5(3x + 6y) + 4(2x - 9y)$ **15)** $6(6a + 5b) - 3(4a + 7b)$

16) $-4(6c - 3d) - 5(-2c - 4d)$ **17)** $-5(8x - 2y) - 4(-6x - 3y)$

تدرب وحل المسائل

مثال 1 حدِّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي:

18) $-\frac{4}{3}$ **19)** -8.13 **20)** $\sqrt{25}$ **21)** $0.\overline{61}$

22) $\frac{9}{3}$ **23)** $-\sqrt{144}$ **24)** $\frac{21}{7}$ **25)** $\sqrt{17}$

مثال 2 ما الخاصية الموضّحة في كلٍّ ممَّا يأتي؟

26) $-7y + 7y = 0$ **27)** $8\sqrt{11} + 5\sqrt{11} = (8 + 5)\sqrt{11}$

28) $(16 + 7) + 23 = 16 + (7 + 23)$ **29)** $\left(\frac{22}{7}\right)\left(\frac{7}{22}\right) = 1$

مثال 3 أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي لكل عدد مما يأتي:

30) -8 **31)** 12.1 **32)** -0.25

33) $\frac{6}{13}$ **34)** $-\frac{3}{8}$ **35)** $\sqrt{15}$

مثال 4 **36) ترشيد:** يبين الجدول المجاور أوجه إنفاق إحدى الأسر خلال شهر. إذا قررت الأسرة ترشيد إنفاقها بنسبة 15% من كل وجه لشراء سيارة جديدة، فما مقدار ما توفره في الشهر؟

وجه الإنفاق	المبلغ (بالريال)
الطعام والشراب	3000
المواصلات	1000
الفواتير	500
أخرى	750

مثال 5 بسّط كل عبارة مما يأتي:

37 $8b - 3c + 4b + 9c$

38 $-2a + 9d - 5a - 6d$

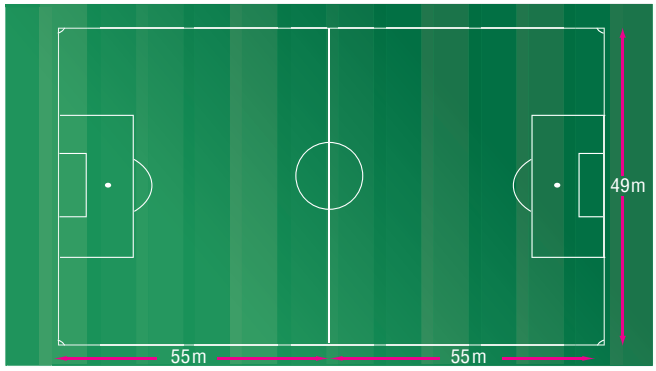
39 $4(4x - 9y) + 8(3x + 2y)$

40 $6(9a - 3b) - 8(2a + 4b)$

41 $-2(-5g + 6k) - 9(-2g + 4k)$

42 $-5(10x + 8z) - 6(4x - 7z)$

43 **كرة قدم :** وضِّح خاصية التوزيع من خلال كتابة عبارتين تمثلان مساحة الملعب في الشكل أدناه. ثم أوجد مساحته.



44 **تخفيضات:** يبين الجدول المجاور أسعار بعض الأجهزة الكهربائية في محل. فإذا انخفض سعرُ كلٍّ منها بنسبة 30%، وأراد أحمد أن يشتري من ذلك المحل جهاز تسجيل ومكنسة ومروحة.

نوع السلعة	السعر (بالريال)
جهاز تسجيل	170
مكنسة	350
مروحة	110

a) وضِّح خاصية التوزيع من خلال كتابة عبارتين تمثل كل منهما المبلغ الذي سيدفعه أحمد.

b) احسب المبلغ الذي سيدفعه أحمد بطريقتين مختلفتين مستعملًا خصائص العمليات على الأعداد.

بسّط كل عبارة مما يأتي:

45 $\frac{1}{3}(5x + 8y) + \frac{1}{4}(6x - 2y)$

46 $\frac{2}{5}(6c - 8d) + \frac{3}{4}(4c - 9d)$

47 $-6(3a + 5b) - 3(6a - 8c)$

48 $-9(3x + 8y) - 3(5x + 10z)$

49 **ديكور:** يريد محمد شراء 5 ستائر لنوافذ منزله: نافذتان كبيرتان، و 3 نوافذ صغيرة . فإذا كانت النافذة الكبيرة تحتاج إلى ستارة طولها $3\frac{3}{4}$ m من القماش، في حين تحتاج النافذة الصغيرة إلى ستارة طولها $2\frac{1}{3}$ m من القماش.

a) كم مترًا من القماش يحتاج إليه محمد ؟

b) استعمل خصائص الأعداد الحقيقية لتبين كيف يمكن لمحمد حساب كمية القماش التي يحتاج إليها ذهنيًّا.

50 **تمثيلات متعددة:** مستعملًا الأعداد: $-\sqrt{6}, 3, \frac{-15}{3}, 4.1, \pi, 0, \frac{3}{8}, \sqrt{36}$.
أجب عما يأتي:

a) **جدوليًّا:** نظِّم هذه الأعداد في جدول وفقًا لمجموعة الأعداد التي تنتمي إليها.

b) **جبريًّا:** اكتب كل عدد من الأعداد أعلاه على الصورة العشرية، ثم رتبها تصاعديًّا.

c) **بيانيًّا:** مثِّل هذه الأعداد على خط الأعداد.

d) **لفظيًّا:** اكتب تخمينًا حول ترتيب الأعداد الحقيقية باستعمال الصورة العشرية لها.

مسائل مهارات التفكير العليا

51) ما العدد المختلف عن باقي الأعداد؟ وضِّح إجابتك.

$\sqrt{21}$	$\sqrt{35}$	$\sqrt{67}$	$\sqrt{81}$

52) تحدَّ: أوجد قيمة العبارة $48(30r + 36t)$ بدلالة w، علمًا بأن $w = 12(5r + 6t)$.

53) اكتشف الخطأ: بسّطت كلٌّ من فاطمة وخديجة العبارة: $4(14a - 10b) - 6(b + 4a)$. فهل أيٌّ منهما تبسيطها صحيح؟ وضِّح إجابتك.

فاطمة

$4(14a - 10b) - 6(b + 4a)$

$56a - 40b - 6b + 24a$

$80a - 46b$

خديجة

$4(14a - 10b) - 6(b + 4a)$

$56a - 40b - 6a - 24b$

$50a - 64b$

54) تبرير: هل العبارة الآتية صحيحة أحيانًا، أو صحيحة دائمًا، أو غير صحيحة أبدًا. وضِّح إجابتك.

"العدد غير النسبي يتضمن رمز الجذر".

55) مسألة مفتوحة: حدِّد إذا كانت خاصية الانغلاق للضرب تنطبق على الأعداد غير النسبية. وإذا لم تكن كذلك، فأعط مثالًا مضادًا.

56) اكتب: اشرح وأعطِ أمثلة توضّح أن عمليتي الطرح والقسمة لا تحققان الخاصية التبديلية.

تدريب على اختبار

57) ما الحد العاشر في المتتابعة ... 2, 4, 7, 11, 16, ؟

A 46 **B** 56 **C** 67 **D** 72

58) ما أبسط صورة للعبارة: $2(x - y) - 3(y - 2x)$؟

A $5x - 8y$ **B** $8x - 5y$ **C** $-4y$ **D** $-4x - 5y$

مراجعة تراكمية

59) أوجد قيمة: $8(4 - 2)^3$. (مهارة سابقة)

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ ممَّا يأتي: (مهارة سابقة)

60) $(x + 2)(x - 3)$

61) $(b - 7)(b - 3)$

أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي؛ علمًا بأن $a = 3, b = \frac{2}{3}, c = -1.7$. (مهارة سابقة)

62) $\frac{1}{6}b + 1$

63) $\frac{a \cdot b}{c}$

العلاقات والدوال
Relations and Functions

فيما سبق:
درستُ تحديد كل من مجال ومدى علاقة معطاة. (مهارة سابقة)

والآن:
- أحلّل العلاقات والدوال.
- أستعمل معادلات العلاقات والدوال.

المفردات

الدالة المتباينة
one-to-one function

العلاقة المنفصلة
discrete relation

العلاقة المتصلة
continuous relation

اختبار الخط الرأسي
vertical line test

المتغير المستقل
independent variable

المتغير التابع
dependent variable

رمز الدالة
function notation

www.obeikaneducation.com

لماذا؟

يبين الجدول أدناه المعدل الشهري التقريبي لأعلى درجة حرارة وأدناها في مدينة الرياض، لاحظ أن معدل كلٍّ من درجتي الحرارة الدنيا والعليا لكل شهر يمكن تمثيله بزوج مرتب. فعلى سبيل المثال، يمكن تمثيل معدلي درجات الحرارة لشهر يناير بالزوج المرتب (9, 20).

معدل درجات الحرارة الشهرية (°C) في مدينة الرياض

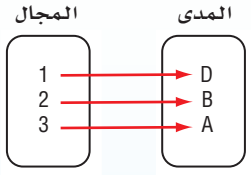
الشهر	يناير	فبراير	مارس	إبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
الدنيا	9	11	15	20	26	28	29	29	26	21	15	11
العليا	20	23	27	33	39	42	43	43	40	35	27	22

العلاقات والدوال: تذكر أن الدالة هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

مفهوم أساسي — الدالة المتباينة

أضف إلى مطويتك

الدالة المتباينة: هي دالة يرتبط فيها كل عنصر من المجال بعنصر مختلف من المدى، وهذا يعني أنه لايمكن أن يرتبط عنصران من المجال بالعنصر نفسه من المدى.

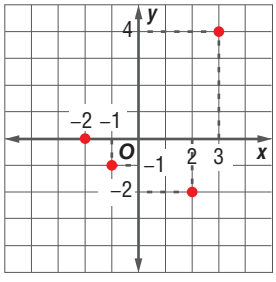


مثال 1 — المجال والمدى

حدِّد مجال كلِّ علاقة فيما يأتي ومداها، وبيِّن ما إذا كانت دالةً أم لا ، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

a) $\{(-6, -1), (-5, -9), (-3, -7), (-1, 7), (-6, -9)\}$

b)



إرشادات للدراسة

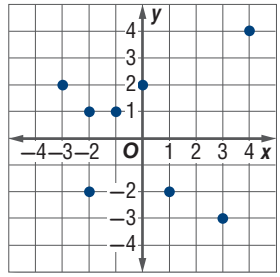
العلاقة: تمثل العلاقة عادة على شكل أزواج مرتبة (x, y)، كما يمكن وصفها بعدة طرق أخرى، منها المخطط السهمي، والجدول، والتمثيل البياني.

المجال: مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

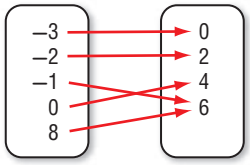
المدى: مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

تحقق من فهمك

(1A



(1B



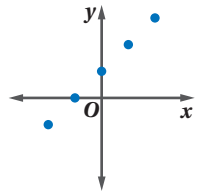
العلاقة التي يكون فيها المجال مجموعة من العناصر المنفردة، وتمثل بيانيًّا بنقاطٍ منفصلةٍ، مثل العلاقة A أدناه تسمى **علاقة منفصلة**. لاحظ أن تمثيلها البياني يتكون من نقاط غير متصلة، والعلاقة التي يكون مجالها فترة جزئية من الأعداد الحقيقية وأمكن تمثيلها بيانيًّا بمستقيم أو بمنحنى متصل مثل العلاقة B أدناه، فإنها تكون **علاقة متصلة**.

إرشادات للدراسة

العلاقة المتصلة

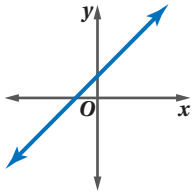
يمكنك تمثيل العلاقة المتصلة بيانيًّا دون رفع القلم عن الورقة.

العلاقة A



علاقة منفصلة

العلاقة B



علاقة متصلة

يمكنك استعمال **اختبار الخط الرأسي** مع كل من العلاقات المتصلة والمنفصلة لمعرفة إذا كانت العلاقة دالة أم لا.

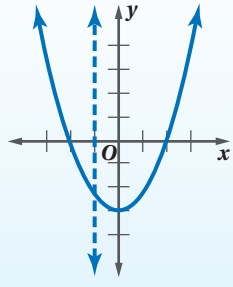
مفهوم أساسي

اختبار الخط الرأسي

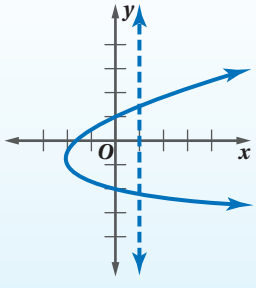
أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة، فالعلاقة دالة.

النموذج:



التعبير اللفظي: إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.



مثال 2 من واقع الحياة — تمييز العلاقة

حوادث المرور: يبين التمثيل البياني المجاور أعداد الوفيات في مدينة الرياض نتيجة الحوادث المرورية من عام 1426 هـ إلى عام 1430 هـ ، هل العلاقة التي يمثلها منفصلة أم متصلة؟ وهل تمثل دالة؟

الربط مع الحياة

هل تعلم أن لكل 8 حوادث مرورية في المملكة العربية السعودية يحدث 6 إصابات، بينما النسبة العالمية إصابة واحدة لكل 8 حوادث؟!
المصدر: www.rt.gov.sa

تحقق من فهمك

2) عمال: إذا كان عدد العاملين في إحدى المؤسسات في الأعوام من 1424هـ إلى 1429هـ على الترتيب هو: 29, 27, 31, 34, 28, 25. مثّل هذه البيانات بيانيًّا، وهل العلاقة التي تمثلها هذه البيانات منفصلة أم متصلة. وهل تمثل دالة؟

معادلات العلاقات والدوال: يمكنك تمثيل العلاقات والدوال بمعادلات، وقيم المتغيرين x , y في المعادلة هي مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) التي تحقق المعادلة. ومن السهل في أغلب الأحيان تحديد إذا كانت المعادلة تمثل دالة من خلال تمثيلها البياني.

إرشادات للدراسة

تمثيل الدالة بيانيًّا

لتمثل دالة ما بيانيًّا، أولًا يجب أن تحدِّد مجالها (جميع قيم x التي تكون عندها الدالة معرفة أي قيم x التي تكون عندها $f(x) \in \mathbb{R}$، وهذا يمكّنك من معرفة بعض الأزواج المرتبة التي تسهّل عليك تمثيل الدالة بيانيًّا. ثم تحدِّد مداها (جميع قيم y التي تقابل قيم x) ويكون من السهل إيجاد المدى من التمثيل البياني، ومن الجدير بالذكر أن المجال والمدى لجميع الدوال الخطية هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

مثال 3 تمثيل العلاقة بيانيًّا

مثِّل المعادلة $y = \frac{1}{2}x - 3$ بيانيًّا، ثم حدِّد مجالها ومداها، وحدِّد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدِّد ما إذا كانت منفصلة أم متصلة.

تحقق من فهمك

3) $y = x^2 + 1$

إذا كانت المعادلة تمثل دالة، فإن المتغير من المجال (غالبًا ما يكون x)، يسمى **المتغير المستقل**. والمتغير الثاني (غالبًا ما يكون y)، يسمى **المتغير التابع** لأن قيمه تعتمد على قيم المتغير x.

المعادلات التي تمثل دوالّ تكتب عادة باستعمال **رمز الدالة**. فالمعادلة $y = 5x - 1$ يمكن كتابتها على الصورة $f(x) = 5x - 1$. وإذا أردنا إيجاد قيمة في المدى ترتبط بالعنصر -6 في مجال الدالة f، فإن هذه القيمة هي $f(-6)$ ويمكن إيجادها بالتعويض عن كل x في المعادلة بالعدد -6؛ لذا فإن $f(-6) = 5(-6) - 1 = -31$.

قراءة الرياضيات

رمز الدالة

يستعمل الرمز $f(x)$ للدوال بدلاً من y، ويُقرأ f لـ x؛ حيث f هو اسم الدالة وليس متغيرًا مضروبًا في x.

مثال 4 إيجاد قيمة الدالة

لتكن $f(x) = 2x^2 - 8$، أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

a) $f(6)$ **b)** $f(2y)$

تحقق من فهمك

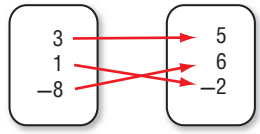
$g(x) = 0.5x^2 - 5x + 3.5$

4A) $g(2.8)$ **4B)** $g(4a)$

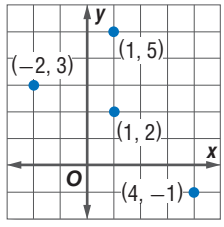
تأكد

مثال 1 حدِّد مجال كل دالة فيما يأتي ومداها، وبيِّن ما إذا كانت دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟

1)



2)



3)

x	y
−2	−4
1	−4
4	−2
8	6

مثال 2 **4) كرة قدم:** يبين الجدول المجاور متوسط عدد الأهداف التي أحرزها فريق كرة قدم في مبارياته خلال 4 مواسم ومتوسط أعمار الفريق في كل موسم.

الموسم	متوسط أعمار الفريق	متوسط عدد الأهداف في المباراة الواحدة
1423–1424	22	16.2
1424–1425	23	24.1
1425–1426	24	27.2
1426–1427	25	23.5

a) مثِّل البيانات الواردة في الجدول بيانيًّا، على أن يمثل المحور الأفقي متوسط أعمار الفريق، والمحور الرأسي متوسط عدد الأهداف في كل مباراة.

b) حدِّد كلًّا من المجال والمدى.

c) هل العلاقة التي تمثل البيانات منفصلة أم متصلة؟

d) هل تمثل العلاقة دالة أم لا؟ وضِّح إجابتك.

مثال 3 مثِّل كلَّ معادلة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد مجالها، ومداها، وحدِّد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدِّد إذا كانت منفصلة أم متصلة.

5) $y = 5x + 4$ **6)** $y = -4x - 2$ **7)** $y = 3x^2$ **8)** $x = 7$

مثال 4 أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

9) $f(-3)$ إذا كانت $f(x) = -4x - 8$

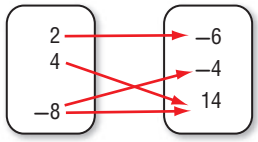
10) $g(5)$ إذا كانت $g(x) = -2x^2 - 4x + 1$

مثال 1 حدِّد مجال كل دالة فيما يأتي ومداها، وبيِّن ما إذا كانت دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟

11)

x	y
-0.3	-6
0.4	-3
1.2	-1

12)



13) $\{(3,-4),(-1,0),(3,0),(5,3)\}$

مثال 2

14) سكان: يبين الجدول المجاور عدد الذكور وعدد الإناث في 4 مناطق إدارية مختلفة في المملكة لعام 1431هـ.

المنطقة الإدارية	عدد الذكور	عدد الإناث
المدينة المنورة	635046	627466
حائل	242305	244899
تبوك	339450	321703
الجوف	177379	171733

a) مثّل البيانات الواردة في الجدول بيانيًّا على أن يمثل المحور الأفقي عدد الذكور والمحور الرأسي عدد الإناث.

b) حدِّد كلًّا من المجال والمدى.

c) هل العلاقة التي تمثل البيانات منفصلة أم متصلة؟

d) هل تمثل العلاقة دالة أم لا؟ وضِّح إجابتك.

مثال 3 مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد مجالها ومداها، وحدِّد إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدِّد إن كانت منفصلة أم متصلة.

15) $y=-5x^2$ **16)** $y=4x^2-8$

مثال 4 أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

17) $f(-8)$ إذا كانت $f(x)=5x^3+1$ **18)** $f(2.5)$ إذا كانت $f(x)=16x^2$

19) غوص: يبين الجدول المجاور مقدار الضغط الواقع على الغواص عند أعماق معينة تحت سطح الماء:

العمق (ft)	0	20	40	60	80	100
الضغط	1	1.6	2.2	2.8	3.4	4

a) مثّل العلاقة بيانيًّا.

b) حدِّد كلًّا من مجال العلاقة ومداها، وهل هي منفصلة أم متصلة؟

c) هل هذه العلاقة دالة أم لا؟ وضِّح إجابتك.

إذا كانت $f(x)=3x+2, g(x)=-2x^2, h(x)=-4x^2-2x+5$ ، فأوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

20) $g(-6)$ **21)** $h(3)$ **22)** $h(8)$

23) $f\left(\frac{2}{3}\right)$ **24)** $g\left(\frac{3}{2}\right)$ **25)** $h\left(\frac{1}{5}\right)$

26) تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذا السؤال الدوال المتباينة.

a) بيانيًّا: مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا:

$j(x)=x^2+2$ $\quad h(x)=-x^2$ $\quad g(x)=2^x$ $\quad f(x)=x^2$

b) جدوليًّا: استعمل التمثيلات البيانية في الفرع **a** لعمل جدول يبين عدد المرات الممكن أن يقطع فيها أي خط أفقي، التمثيل البياني لكل دالة مما سبق.

c) تحليليًّا: حتى تكون الدالة متباينة يجب ألا يقطع أي خط أفقي تمثيلها البياني في أكثر من نقطة واحدة. أي الدوال السابقة تحقق هذا الشرط وأيها لا تحققه؟

d) جدوليًّا: كوّن جدولًا، وصنّف فيه الدوال السابقة إلى متباينة أو غير متباينة.

الربط مع الحياة

الضغط الواقع على الغواص عندما يكون على عمق 10 أمتار تحت الماء يعادل ضعف الضغط الجوي على السطح تقريبًا.

المصدر: كتاب الفيزياء المقرر للصف الثاني الثانوي/ الفصل الدراسي الأول/ الطبعة المعدلة/ 1435 هـ.

27) يملك فهد 800 ريال، فإذا قرر أن يضيف إلى هذا المبلغ 200 ريال شهريًّا، فإن الدالة $p(t) = 800 + 200t$ ؛ تمثل مقدار ما معه من نقود $p(t)$ بعد t شهرًا. فكم يكون معه بعد 8 أشهر؟

مسائل مهارات التفكير العليا

28) **اكتشف الخطأ:** أوجد كل من أحمد وخالد قيمة $f(3d)$ حيث $f(x) = -4x^2 - 2x + 1$. فهل أيٌّ منهما حله صحيح؟ وضِّح إجابتك.

أحمد	خالد
$f(3d) = -4(3d)^2 - 2(3d) + 1$ $= -4(9d^2) - 6d + 1$ $= -36d^2 - 6d + 1$	$f(3d) = -4(3d)^2 - 2(3d) + 1$ $= 12d^2 - 6d + 1$

29) **مسألة مفتوحة:** مثِّل كلًّا من العلاقات الآتية بيانيًّا:

a) سرعة سيارة متجهة نحو نقطة معينة وزمنها إذا علمت أنها توقفت عند إشارتين ضوئيتين.

b) طول شخص وعمره في الفترة من 5 سنوات إلى 60 سنة.

c) درجة الحرارة في أحد الأيام خلال الفترة من الساعة 6 صباحًا إلى الساعة 11 مساءً.

30) **تحدَّ:** إذا كانت $g(x), f(x)$ دالتين بحيث $g(b) = 51, f(b) = 31, g(a) = 33, f(a) = 19$. وكانت $a = 5, b = 8$ فأوجد دالتين $g(x), f(x)$ تحقِّقان المعطيات السابقة.

31) **اكتب:** وضِّح كيف يحدِّد اختبار الخط الرأسي إذا كانت العلاقة دالة أم لا.

تدريب على اختبار

32) تحتوي بركة سباحة على 19500 جالون من الماء إذا تم تفريغها بمعدل 6 جالونات لكل دقيقة. فأي المعادلات الآتية تمثل عدد جالونات الماء g المتبقية في البركة بعد m دقيقة؟

A $g = 19500 - 6m$

B $g = 19500 + 6m$

C $g = \frac{19500}{6m}$

D $g = \frac{6m}{19500}$

33) إذا كان $g(x) = x^2$، فأي عبارة مما يأتي تساوي $g(x + 1)$؟

A 1

B $x^2 + 1$

C $x^2 + 2x + 1$

D $x^2 - x$

مراجعة تراكمية

بسّط كل عبارة فيما يأتي: (الدرس 1-1)

34) $6(3a - 2b) + 3(5a + 4b)$

35) $-4(5x - 3y) + 2(y + 3x)$

36) $-7(2c - 4d) + 8(3c + d)$

حل كل معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس 1-1)

37) $4(2y - 3) + 5(3y + 1) = -99$

38) $8d - 4 + 3d = 2d - 100 - 7d$

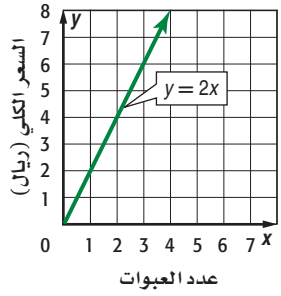
39) $10y - 5 - 3y = 4(2y + 3) - 20$

الدوال المنفصلة والدوال المتصلة

الهدف
أستعمل الدوال المنفصلة والدوال المتصلة لحل مسائل حياتية.

تُباع عبوة العصير الواحدة من أحد الأنواع بسعر 2 ريال، ويمكن إيجاد سعر x عبوة عصير باستعمال الدالة المتصلة $y = 2x$ حيث y السعر الكلي بالريال. ويمكن تمثيل هذه الدالة بيانيًّا كما هو موضّح في التمثيل المجاور.

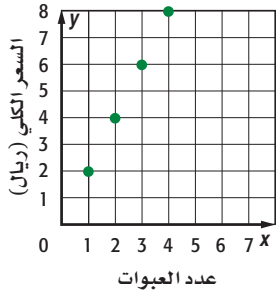
سعر عبوات العصير



بالنظر إلى التمثيل البياني، يمكن أن ترى أن سعر عبوتي عصير يساوي 4 ريالات، وسعر 3 عبوات يساوي 6 ريالات وهكذا. يبين التمثيل البياني أن سعر 1.5 عبوة هو 2(1.5) ويساوي 3 ريالات. إلا أن عبوات العصير لا تُباع مملوءة جزئيًّا. فهذه الدالة تُمثل بدقة أكثر بدالة منفصلة.

التمثيل البياني المجاور هو تمثيل الدالة المنفصلة التي تمثل سعر عبوات العصير. والمجال في هذا التمثيل البياني مقبول ومنطقي في هذا الموقف.

سعر عبوات العصير

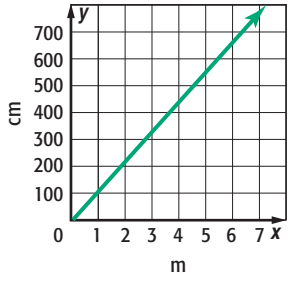


عند اختيار دالة منفصلة أو متصلة لتمثيل موقف من واقع الحياة يجب الأخذ بعين الاعتبار إذا كانت كل الأعداد الحقيقية تعد منطقية ومقبولة كعناصر في المجال أم لا.

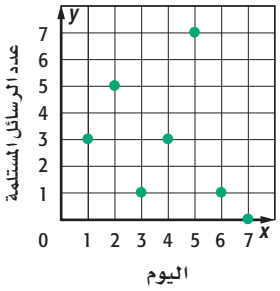
تمارين

بيِّن إذا كانت كل علاقة فيما يأتي متصلة أو منفصلة، وفسر إجابتك.

1) تحويل الوحدات



2) البريد الإلكتروني



3) y تمثل المسافة التي تقطعها سيارة في زمن مقداره x ساعة.

4) y تمثل العدد الكلي لراكبي لعبة العجلة الدوارة بعد x دورة من تشغيل اللعبة.

5) **اكتب:** مثالًا من واقع الحياة على دالة منفصلة وآخر على دالة متصلة، وفسر إجابتك.

مجموعة رقمية الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

1-3

دوال خاصة
Special Functions

فيما سبق:
درستُ حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.
(مهارة سابقة)

والآن:
- أكتب الدوال المتعددة التعريف وأمثّلها بيانيًا.
- أكتب الدوال الدرجية ودوال القيمة المطلقة وأمثّلها بيانيًا.

المفردات:
الدالة المتعددة التعريف
piecewise-defined function
الدالة المتعددة التعريف الخطية
piecewise-linear function
الدالة الدرجية
step function
دالة أكبر عدد صحيح
greatest integer function
دالة القيمة المطلقة
absolute value function

www.obeikaneducation.com

لماذا؟

السمنة حالة مرضية يمكن تعريفها طبيًا أنها زيادة الدهون في الجسم، وتنتج السمنة عن أخذ مقدار طاقة أكبر من حاجة الجسم دون استهلاكها. ويبين الجدول المجاور نسب المصابات بالسمنة لفئات عمرية مختلفة في المملكة.

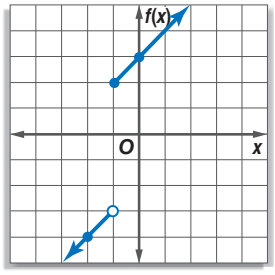
نسب المصابات بالسمنة في المملكة حسب الفئة العمرية		
من	إلى	النسبة
15	24	19%
25	34	38%
35	44	53%
45	54	58%
55	64	49%

المصدر: مسح المعلومات الصحية في المملكة، وزارة الصحة، 1435 هـ

الدالة المتعددة التعريف: الدالة التي تربط بين العمر ونسبة المصابات بالسمنة ليست خطية؛ لأن كل فترة من مجال الدالة معرّفة بعبارة مختلفة، فالدالة التي تكتب باستعمال عبارتين أو أكثر تسمى **دالة متعددة التعريف**. وعند تمثيل الدالة المتعددة التعريف بيانيًا توضع دائرة صغيرة مظلّلة عند الطرف لتشير إلى أن النقطة تنتمي إلى التمثيل البياني، وتوضع دائرة غير مظلّلة لتشير إلى أن النقطة لا تنتمي إلى التمثيل البياني.

مثال 1 تمثيل الدالة متعددة التعريف

مثّل الدالة $f(x) = \begin{cases} x - 2 & , \ x < -1 \\ x + 3 & , \ x \geq -1 \end{cases}$ بيانيًا.
ثم حدّد كلًا من مجالها ومداها.



تحقق من فهمك

1) $f(x) = \begin{cases} x + 2 & , \ x < 0 \\ x & , \ x \geq 0 \end{cases}$.

تمثِّل الدوال المتعددة التعريف غالبًا بعدة دوال خطية. وتسمى حينئذٍ **الدالة المتعددة التعريف الخطية** .

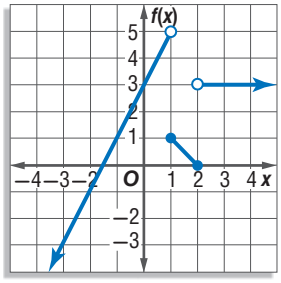
إرشادات للدراسة

تمثيل الدوال المتعددة التعريف بيانيًّا

قد تكون الدوال المتعددة التعريف متصلة أو غير متصلة.

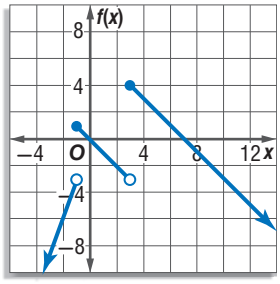
مثال 2 كتابة الدالة المتعددة التعريف

اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور.



تحقق من فهمك

2) اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور.



الدالة الدرجية : من الدوال المتعددة التعريف الخطية الشهيرة **الدالة الدرجية** التي تتكون من قطع مستقيمة أفقية، وقد سُميت بهذا الاسم لأن تمثيلها البياني يشبه الدرج، كما أن **دالة أكبر عدد صحيح** التي تكتب على الصورة $f(x) = [x]$، هي مثال على الدالة الدرجية؛ حيث يعني الرمز $[x]$ أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي x. فعلى سبيل المثال: $[3.25] = 3$ وكذلك $[-4.6] = -5$.

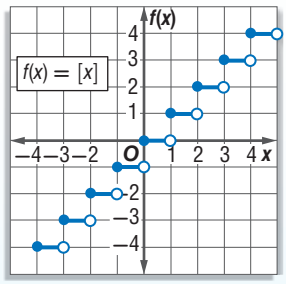
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

دالة أكبر عدد صحيح

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = [x]$، وتُعرّف على النحو التالي:

$$f(x) = \begin{cases} \vdots & \\ -1 & -1 \le x < 0 \\ 0 & 0 \le x < 1 \\ 1 & 1 \le x < 2 \\ 2 & 2 \le x < 3 \\ \vdots & \end{cases}$$



شكل التمثيل البياني: قطع مستقيمة أفقية.

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الصحيحة

المقطعان: $f(x) = 0$ حيث $0 \le x < 1$, $x = 0$

مثال 3 من واقع الحياة

استعمال الدالة الدرجية

عقار: يتقاضى مجمع للشقق المفروشة 300 ريال مقابل تأجير الشقة ليوم واحد أو جزء منه، و250 ريالًا مقابل تأجير الشقة ذاتها لأي يوم إضافي أو جزء منه. اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف ومثلها بيانيًّا.

تحقق من فهمك

3) إعادة تدوير الورق: تدفع شركة لإعادة تدوير الورق 25 ريالًا عن كل صندوق من الورق يتم إحضاره للشركة ولا تدفع أي شيء مقابل أي صندوق غير ممتلئ بالكامل. اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف ومثِّلها بيانيًّا.

الربط مع الحياة

تقدر المخلفات الورقية في السعودية بـ 1.5 مليون طن سنويًا، يستغل منها في عمليات التدوير 700 ألف طن فقط.

المصدر: جريدة الاقتصادية/ العدد 6081، عام 1431 هـ

وهناك نوع آخر من الدوال المتعددة التعريف يسمى **دالة القيمة المطلقة** وهي الدالة التي تحتوي على عبارة جبرية يستعمل فيها رمز القيمة المطلقة.

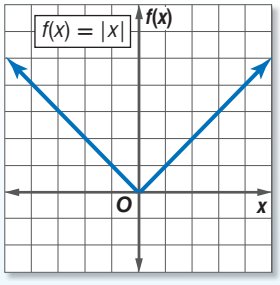
مفهوم أساسي

دالة القيمة المطلقة

أضف إلى مطويتك

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = |x|$، وتُعرّف على النحو الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} x & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \\ -x & , \quad x < 0 \end{cases}$$



شكل التمثيل البياني: على شكل حرف V

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة

المقطعان: $x = 0, f(x) = 0$

ولايمكن أن تكون: $f(x) < 0$

مثال 4 دالة القيمة المطلقة

مثّل الدالة $f(x) = |2x| - 4$ بيانيًّا، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها.

تحقق من فهمك

4A $f(x) = |x - 2|$

4B $f(x) = -|x| + 1$

تأكد

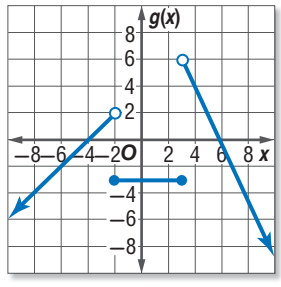
مثال 1 مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها:

1) $f(x) = \begin{cases} -3 , & x \le -4 \\ x , & -4 < x < 2 \\ -x+6 , & x \ge 2 \end{cases}$

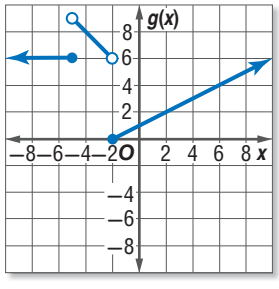
2) $f(x) = \begin{cases} 8 , & x \le -1 \\ 2x , & -1 < x < 4 \\ -4-x , & x \ge 4 \end{cases}$

مثال 2 اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في كلٍّ ممَّا يأتي:

3)



4)



مثال 3

5) محاضرات طبية: يريد أحد الأطباء إلقاء محاضرة حول العدوى في قاعة تتسع لِـ 250 شخصًا فقط، وكان عدد راغبي حضور المحاضرة أكثر من ذلك بكثير. مثّل بيانيًّا دالة متعددة التعريف تبين العلاقة بين عدد المحاضرات y التي يمكن أن يلقيها الطبيب، وعدد الحضور x.

المثالان 3, 4 مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها:

6) $g(x) = -2[x]$

7) $h(x) = [x - 5]$

8) $g(x) = |-3x|$

9) $f(x) = 2|x|$

10) $h(x) = |x + 4|$

11) $s(x) = |-2x| + 6$

تدرب وحل المسائل

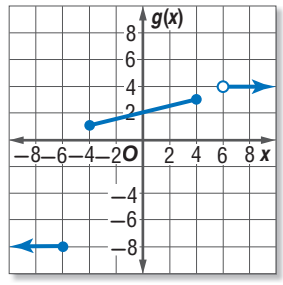
مثال 1 مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداها:

12) $f(x) = \begin{cases} -3x, & x \le -4 \\ x, & 0 < x \le 3 \\ 8, & x > 3 \end{cases}$

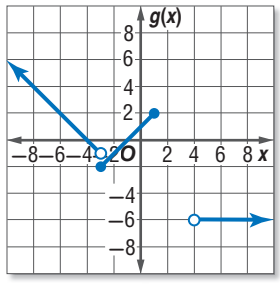
13) $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \le -6 \\ 5, & -6 < x \le 2 \\ -2x + 1, & x > 4 \end{cases}$

مثال 2 اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في كلٍّ ممَّا يأتي:

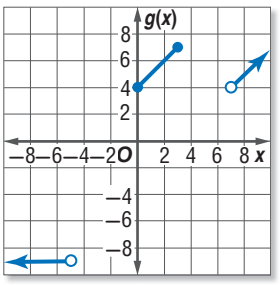
14)



15)



16)



مثال 3

17) جمعية خيرية: تقوم جمعية خيرية بجمع الصدقات لإيصالها إلى مستحقيها، وتتبرع الجمعية أيضًا بمبلغ مساوٍ لأي صدقة دون 100 ريال أو تساويها، كما تضيف الجمعية 100 ريال إلى أي صدقة تزيد على 100 ريال.

a) حدّد نوع الدالة التي تمثّل هذا الموقف.

b) اكتب الدالة التي تصف هذا الموقف، ثم مثّلها بيانيًّا.

المثالان 3, 4 مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداها:

18) $f(x) = [x] - 6$

19) $h(x) = 3[x] - 8$

20) $f(x) = |x - 5|$

21) $g(x) = |x + 2|$

22) $h(x) = |2x| - 8$

23) $k(x) = |-3x| + 3$

24) $f(x) = 2|x - 4| + 6$

25) $h(x) = -3|0.5x + 1| - 2$

26) ترفيه: يوضّح الجدول المجاور: تكلفة استئجار دباب شاطئ.

a) حدِّد نوع الدالة التي تمثّل هذا الموقف.

b) اكتب الدالة التي تمثّل هذا الموقف، ثم مثّلها بيانيًّا.

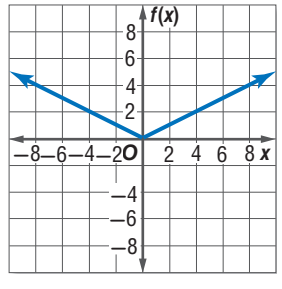
الزمن t (ساعة)	السعر (بالريال)
$0 < t \le \frac{1}{2}$	60
$\frac{1}{2} < t \le 1$	100
$1 < t \le 2$	160
$2 < t \le 3$	240

الربط مع الحياة

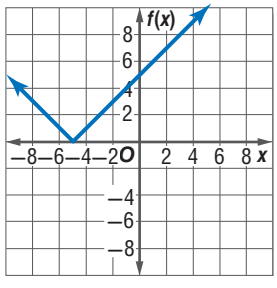
تهدف جمعيات البرّ بالمملكة إلى ترسيخ مبدأ التكافل الاجتماعي بين أفراد المجتمع وتحويله إلى واقع عملي من خلال رعاية المحتاجين وتخفيف معاناتهم بتوفير الغذاء والدواء واللباس والأثاث.

اكتب دالة القيمة المطلقة الممثلة بيانيًّا في كلٍّ ممَّا يأتي:

27)



28)



مثّل كُل دالة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداها:

29) $g(x)=\begin{cases}[x], & x<-4\\ x+1, & -4\le x\le 3\\ -|x|, & x>3\end{cases}$ **30)** $h(x)=\begin{cases}-|x|, & x<-6\\ |x|, & -6\le x\le 2\\ |-x|, & x>2\end{cases}$

31) تمثيلات متعددة: لتكن $f(x)=|x|-4, g(x)=|3x|$

a) جدوليًّا: كوّن جدولًا لبعض قيم كلٍّ من $f(x)$ و $g(x)$ ما بين $x=4, x=-4$.

b) بيانيًّا: مثّل كلًّا من الدالتين بيانيًّا على مستوى إحداثي مختلف.

c) عدديًّا: احسب الميل بين كل نقطتين متتاليتين في الجدول.

d) لفظيًّا: صف العلاقة بين ميل كل من جزأي دالة القيمة المطلقة.

مسائل مهارات التفكير العليا

32) مسألة مفتوحة: اكتب علاقة باستعمال القيمة المطلقة بحيث يكون المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة والمدى هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

33) تحد: مثّل المعادلة $|y|=2|x+3|-5$ بيانيًّا.

34) تبرير: أعط مثالًا مضادًّا للجملة الآتية، وفسّر إجابتك.

"حتى تجد أكبر عدد صحيح لعدد غير صحيح x، فإنك تقرّب x إلى أقرب عدد صحيح"

35) مسألة مفتوحة: اكتب دالة قيمة مطلقة $f(x)$، تحقق $f(5)=-3$.

36) اكتب: اشرح من خلال مثال كيف تستعمل الدوال المتعددة التعريف لتمثيل مسائل من واقع الحياة.

تدريب على اختبار

37) إجابة قصيرة: ما العبارة التي تعطي الحد النوني للنمط في الجدول التالي؟

2	4	6	8	n
7	13	19	25	?

38) أيّ دالة مما يأتي يكون فيها $f\left(-\frac{1}{2}\right)\neq -1$؟

A $f(x)=2x$ **B** $f(x)=|-2x|$ **C** $f(x)=[x]$ **D** $f(x)=[2x]$

مراجعة تراكمية

إذا كان $f(x)=-4x+6, g(x)=-x^2, h(x)=-2x^2-6x+9$، فأوجد كل قيمة مما يأتي: (الدرس 2-1)

39) $f(2c)$ **40)** $g(a+1)$ **41)** $h(6)$

حدّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي: (الدرس 1-1)

42) $\sqrt{36}$ **43)** -3 **44)** $\frac{2}{5}$ **45)** $\sqrt{11}$

اختبار منتصف الفصل

الدروس 1-1 إلى 3-1

حدّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي:

1) $\frac{25}{11}$

2) $-\frac{128}{32}$

3) $\sqrt{50}$

4) -32.4

5) اذكر الخاصية الموضحة في المعادلة الآتية:
$(4 + 15)7 = 4\ (7) + 15\ (7)$؟

6) بسّط العبارة $-3(7a - 4b) + 2(-3a + b)$

7) **ملابس:** يريد سعد شراء 3 قمصان و3 بناطيل. فإذا كان سعر القميص الواحد 35 ريالًا. وسعر البنطال الواحد 55 ريالًا. فأوجد المبلغ الذي يدفعه سعد بطريقتين مستعملًا خاصية التوزيع.

8) **اختيار من متعدد:** أي العبارات التالية تكافئ $\frac{2}{3}(4m - 5n) + \frac{1}{5}(2m + n)$؟

A $\frac{46}{15}m - \frac{47}{15}n$

B $46m - 47n$

C $-\frac{mn}{15}$

D $\frac{5}{4}m - \frac{9}{8}n$

9) أوجد كلًّا من النظير الجمعي والنظير الضربي للعدد $\frac{7}{6}$.

10) حدِّد كلًّا من مجال العلاقة الآتية ومداها، ثم بين هل تمثل دالة أم لا: $\{(3, 2), (4, 1), (0, 3), (5, -2), (3, 7)\}$

11) مثّل المعادلة $y = 2x - 3$ بيانيًّا، ثم بين إذا كانت تمثل دالة أم لا. وهل هي متباينة أم لا؟ وهل هي منفصلة أم متصلة؟

إذا كان $f(x) = 3x^3 - 2x + 7$، فأوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

12) $f(-2)$

13) $f(2y)$

14) $f(1.4)$

15) **اختيار من متعدد:** يقدر الدخل بالريال لسيارة أجرة بالدالة $f(x) = 0.35x + 49$، حيث x عدد الكيلومترات التي تقطعها السيارة. قدّر دخل السيارة إذا قطعت 250 km .

A 84 ريالًا

B 112.50 ريالًا

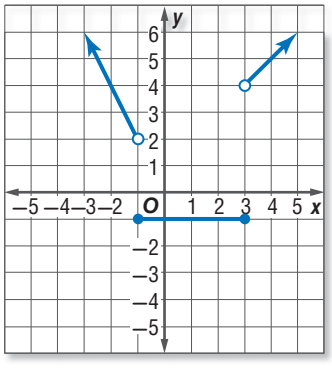
C 136.50 ريالًا

D 215 ريالًا

16) مثّل بيانيًّا الدالة:

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x < -2 \\ x + 2, & -2 \le x \le 2 \\ 5, & x > 2 \end{cases}$$

17) اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا فيما يأتي:



18) حدّد كلًّا من المجال والمدى للدالة: $y = [x] + 2$.

19) مثّل الدالة $f(x) = |2x|$، ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداها.

1-4

تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانيًّا
Graphing Linear and Absolute Value Inequalities

فيما سبق

درست تمثيل الدوال الخطية. (مهارة سابقة)

والآن

- أمثّل المتباينات الخطية بيانيًا .
- أمثّل متباينات القيمة المطلقة بيانيًا .

المفردات

المتباينة الخطية
linear inequality

منطقة الحل
feasible region

الحد
boundary

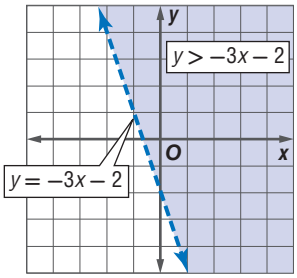
www.obeikaneducation.com

لماذا؟

دعا تركي زملاءه إلى وجبة من الفطائر والعصير الطبيعي، ورصد لتلك الدعوة مبلغ 150 ريالًا فقط.

ويمكنه أن يستعمل المتباينة الخطية: $6p + 5d \le 150$ حيث p عدد الفطائر و d عدد أكواب العصير؛ للتأكد من أن سعر عدد معين من الفطائر وأكواب العصير سيكون ضمن ميزانيته.

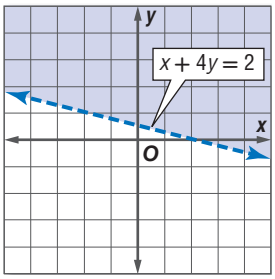
تمثيل المتباينات الخطية بيانيًّا: تشبه **المتباينة الخطية** المعادلة الخطية، فالفرق بينهما فقط هو وضع رمز المتباينة بدلًا من رمز المساواة. فمثلًا، $y > -3x - 2$ هي متباينة خطية، و $y = -3x - 2$ هي المعادلة الخطية المرتبطة بها.



التمثيل البياني للمتباينة $y > -3x - 2$ مبين في الشكل المجاور على صورة منطقة مظلّلة تسمى **منطقة الحل**، فكل نقطة في المنطقة المظلّلة تحقق المتباينة، والتمثيل البياني للمستقيم $y = -3x - 2$ هو **حد** منطقة الحل وقد رسم المستقيم بشكل متقطع ليدل على أنه لا يحقق المتباينة. أما إذا احتوت المتباينة على الرمز $\le$ أو $\ge$ فإن النقاط الواقعة على الحد ستحقق المتباينة وعندئذٍ يكون تمثيل المستقيم خطًّا متصلًا.

مثال 1 الحد المتقطع

مثّل المتباينة $x + 4y > 2$ بيانيًّا.



تحقق من فهمك

(1A) $3x + \frac{1}{2}y < 2$

(1B) $-x + 2y > 4$

مثال 2 من واقع الحياة
الحد المتصل

رسم: يقدم مركز تدريب نوعين من دروس تعلم اللغة الإنجليزية، الأول: دروس مدتها 30 دقيقة للدرس الواحد، والثاني: دروس مدتها 60 دقيقة للدرس الواحد. وقرر مدير المركز ألا يزيد زمن دروس تعلم اللغة الإنجليزية على 20 ساعة أسبوعيًّا.

a) اكتب متباينة تمثّل عدد دروس تعلم اللغة الإنجليزية التي يمكن تقديمها أسبوعيًّا، ثم مثّلها بيانيًّا.

b) هل يمكن أن يقدم المركز 25 درسًا من الدروس التي مدتها 30 دقيقة، و 15 درسًا من الدروس التي مدتها 60 دقيقة خلال أسبوعٍ ما؟ فسّر إجابتك.

الربط مع الحياة

تزوّد معامل اللغات المتخصصة بأحدث الأجهزة التقنية والتجهيزات الإلكترونية والصوتية المتطورة التي تنمي مهارَتَي المحادثة والاستماع لدى الدارسين، وتؤهلهم لاكتساب اللفظ الصحيح.

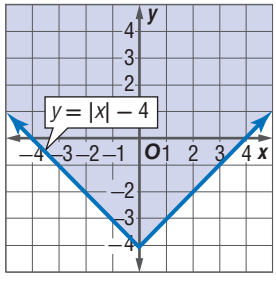
تحقق من فهمك

2) ألعاب: مع صالح 60 ريالًا يستطيع إنفاقها في مدينة الألعاب. فإذا كان ثمن تذكرة الألعاب الإلكترونية 5 ريالات، وثمن تذكرة كل لعبةٍ عاديةٍ 6 ريالات. فاكتب متباينة تصف هذا الموقف، ثم مثّلها بيانيًّا .

تمثيل متباينة القيمة المطلقة بيانيًّا: تمثيل متباينة القيمة المطلقة مشابه لتمثيل المتباينات الخطية، مثّل بيانيًّا معادلة القيمة المطلقة المرتبطة، وبعد ذلك حدِّد إذا كان حد المتباينة متقطعًا أو متصلًا، ثم حدِّد المنطقة التي يجب تظليلها باختبار نقطة ما.

مثال 3
تمثيل متباينة القيمة المطلقة بيانيًّا

مثّل المتباينة $y \geq |x| - 4$ بيانيًّا.



تحقق من فهمك

3A) $y \leq 2|x| + 3$

3B) $y \geq 3|x + 1|$

تأكـــد

مثال 1 مثّل كل متباينة فيما يأتي بيانيًّا:

1) $y \leq 4$

2) $x > -6$

3) $x + 4y \leq 2$

4) $3x + y > -8$

مثال 2 **5)** **وقود:** مع عامر 76 ريالًا ، ويريد تزويد سيارته بالوقود، وشراء علب زيت للمحرك بالمبلغ المتبقي. فإذا كان سعر لتر الوقود 0.45 ريال، وسعر عبوة زيت المحرك 13 ريالًا.

a) اكتب متباينة تمثّل هذا الموقف، ثم مثلها بيانيًّا.

b) هل يستطيع عامر تزويد سيارته بـ 20 لترًا من الوقود وشراء 4 عبوات زيت محرك؟ فسر إجابتك.

مثال 3 مثّل المتباينتين الآتيتين بيانيًّا.

6) $y \geq |x + 3|$

7) $y - 6 < |x|$

تدرب وحل المسائل

مثال 1 مثّل كل متباينة فيما يأتي بيانيًّا:

8) $x + 2y > 6$

9) $y \geq -3x - 2$

10) $2y + 3 \leq 11$

11) $4x - 3y > 12$

12) $6x + 4y \leq -24$

13) $y \geq \frac{3}{4}x + 6$

مثال 2 **14)** **مشتريات:** مع سعاد 200 ريالٍ. وتريد أن تشتري عددًا من الأطباق. وعددًا من الكؤوس؛ لتجهز لمناسبة اجتماعية، فإذا كان سعر الطبق 15 ريالًا وسعر الكأس 5 ريالات، فأجب عمَّا يأتي:

a) اكتب متباينة تمثّل العدد الممكن شراؤه من الأطباق والكؤوس، ثم مثّلها بيانيًّا.

b) هل تستطيع سعاد شراء 10 أطباق وَ 10 كؤوس؟

مثال 3 مثّل كل متباينة فيما يأتي بيانيًّا:

15) $y > |3x|$ **16)** $y + 4 \le |x - 2|$ **17)** $y - 6 < |-2x|$

18) $y + 8 < 2\left|\frac{2}{3}x + 6\right|$ **19)** $2y > |4x - 5|$ **20)** $-y \le |3x - 4|$

21) أعمال: يؤدي سعيد عملين ليحقق دخلًا أسبوعيًّا لا يقل عن 1500 ريالٍ، إذا كان الأجر الذي يتقاضاه عن كل ساعة موضّحا في الجدول المجاور، فأجب عمَّا يأتي:

العمل	الأجر في الساعة
بائع في محل تجاري/صباحًا	20 ريالاً
سائق خاص/ مساءً	25 ريالاً

a) اكتب متباينة تمثّل هذا الموقف.

b) مثّل المتباينة بيانيًّا.

c) هل سيحصل سعيد على المبلغ المطلوب إذا عمل 30 ساعة أسبوعيًّا في كل عمل؟

مثّل كل متباينة فيما يأتي بيانيًّا:

22) $y \ge |-2x - 6|$ **23)** $y \le |x - 3| + 4$ **24)** $y - 3 > -2|x + 4|$

25) زينة: تصنع ميساء عقودًا وأساور من الخرز، لتشارك بها في المعرض الفني للمدرسة، ولديها من الخرز ما يكفي لصنع 50 قطعة. لتكن x عدد الأساور، y عدد العقود.

a) اكتب متباينة تبين عدد العقود والأساور التي يمكن أن تصنعها ميساء.

b) مثّل المتباينة بيانيًّا.

c) أعط ثلاثة حلول لعدد العقود والأساور التي يمكن لميساء صنعها.

الربط مع الحياة

يصنع الخرز من طين ليِّن، حيث يجفف في فرن حرارته عالية، ويمكن تشكيله إلى أشكال عديدة.

مثّل كل متباينة فيما يأتي بيانيًّا.

26) $y \ge [x]$ **27)** $y < [x + 2]$ **28)** $y \ge |[x]|$

مسائل مهارات التفكير العليا

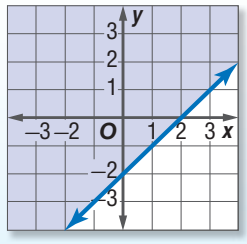
29) مسألة مفتوحة: استعمل القيمة المطلقة لتكوين متباينة على أن لا يقع حلها في الربعين الثاني أو الثالث.

30) تحد: مثّل المتباينة الآتية بيانيًّا:

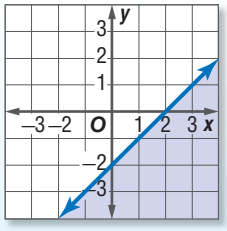
$$g(x) > \begin{cases} |x + 1|, & x \le -4 \\ -|x|, & -4 < x < 2 \\ |x - 4|, & x \ge 2 \end{cases}$$

31) **اكتشف الخطأ:** مثّل كل من زيد ومصعب المتباينة $x - y \geq 2$ بيانيًّا. فأيهما تمثيله صحيح؟ فسّر إجابتك.

زيد



مصعب



32) **تبرير:** متى يكون من الممكن تظليل منطقتين مختلفتين عند تمثيل متباينة القيمة المطلقة؟ فسر إجابتك.

33) **اكتب:** اذكر حالة لمتباينة قيمة مطلقة ليس لها حل. فسّر إجابتك.

تدريب على اختبار

34) أي النقاط الآتية تقع في منطقة حل المتباينة $y + 3x > -2$؟

A $(-3, 1)$

B $(1, -7)$

C $(0, 0)$

D $(-4, 0)$

35) أي الدوال الآتية مداها هو $\{f(x) \mid f(x) \leq 0\}$؟

A $f(x) = -x$

B $f(x) = [x]$

C $f(x) = |x|$

D $f(x) = -|x|$

مراجعة تراكمية

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا: (الدرس 3-1)

36) $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ 3, & 1 \leq x \leq 3 \\ -2x, & x > 3 \end{cases}$

37) $f(x) = \begin{cases} x + 3, & x < -2 \\ 2x, & -2 \leq x \leq 2 \\ -3x, & x > 2 \end{cases}$

38) $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq -2 \\ x + 1, & 0 < x \leq 6 \\ x - 5, & x > 6 \end{cases}$

إذا كان:

$h(x) = 4x^2 - 10x$

$g(x) = -3x^2 + 2$

$f(x) = -7x + 8$

فأوجد كل قيمة مما يأتي: (الدرس 2-1)

39) $f(-9)$

40) $g(-4)$

41) $h(12)$

1-5

حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًّا
Solving Systems of Linear Inequalities by Graphing

فيما سبق:
درست حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًّا. (مهارة سابقة)

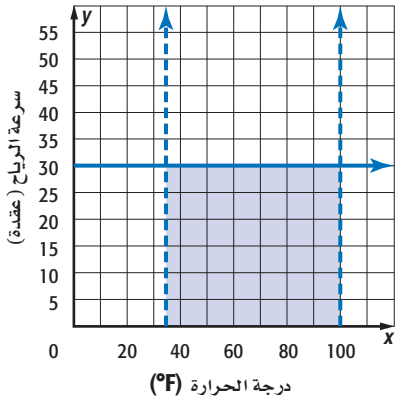
والآن:
- أحل نظام متباينات خطية بيانيًّا.
- أحدِّد إحداثيات النقاط التي تمثل رؤوس منطقة الحل.

المفردات:
نظام المتباينات الخطية
system of linear inequalities

www.obeikaneducation.com

لماذا؟

تؤخذ الحالة الجوية بالاعتبار عند إطلاق المركبات الفضائية، فيجب أن تكون درجة الحرارة بين 35°F و 100°F، وأن لا تزيد سرعة الرياح على 30 عقدة. ويمكن تمثيل هذه الشروط بنظام من المتباينات الخطية كما في الشكل المجاور.



نظام المتباينات الخطية: حل نظام المتباينات الخطية يعني إيجاد أزواج مرتبة تحقق جميع المتباينات في النظام.

مفهوم أساسي
حل أنظمة المتباينات الخطية

أضف إلى مطويتك

الخطوة 1 مثّل كل متباينة في النظام بيانيًّا.

الخطوة 2 حدِّد المنطقة المظللة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام والتي تمثل منطقة حل النظام.

إرشادات للدراسة

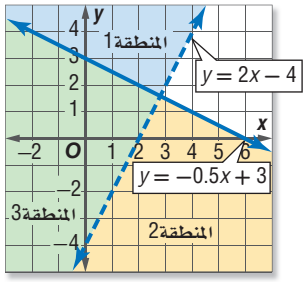
حد المتباينة
إذا احتوت المتباينة على رمز < أو >، فإن الحد لا يدخل ضمن منطقة الحل، ويمثّل بخط متقطع.

مثال 1
مناطق الحل المتقاطعة

حل النظام الآتي بيانيًّا:

$y > 2x - 4$

$y \leq -0.5x + 3$



تحقق من فهمك

1A) $y \leq -2x + 5$ $y > -\frac{1}{4}x - 6$

1B) $y \geq |x|$ $y < \frac{4}{3}x + 5$

قراءة الرياضيات

المجموعة الخالية

هي المجموعة التي لا تحتوي على عناصر، ويرمز إليها بأحد الرمزين Ø أو { }.

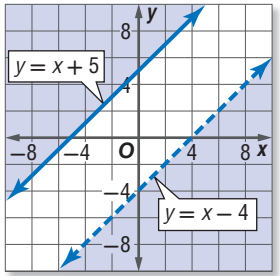
يمكن أن لا تتقاطع منطقتا حل متباينتين، وعليه فلا يوجد حل للنظام في هذه الحالة، وتكون مجموعة الحل هي المجموعة الخالية.

مثال 2 مناطق الحل غير المتقاطعة

حل النظام الآتي بيانيًّا:

$y \geq x + 5$

$y < x - 4$



بتمثيل المتباينتين بيانيًّا، نجد أن منطقتي الحل لا تتقاطعان، وبالتالي لا توجد نقاط مشتركة بينهما، ولذا فليس للنظام حل. ومجموعة الحل هي Φ.

تحقق من فهمك

2A $y \geq -4x + 8$
$y < -4x + 4$

2B $y \geq |x|$
$y < x - 6$

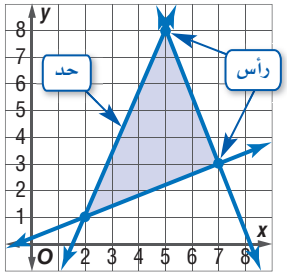
تستعمل أنظمة المتباينات الخطية في حل مسائل من واقع الحياة.

مثال 3 من واقع الحياة كتابة نظام من المتباينات

إدارة الوقت: لدى فاطمة 25 ساعة على الأكثر للاستعداد لأداء 3 اختبارات في الرياضيات والفيزياء والتاريخ، فوضعت جدولًا زمنيًّا استعدادًا لذلك، فخصصت ساعتين لدراسة التاريخ، وخصصت من 7 إلى 14 ساعة لدراسة الرياضيات، أما الفيزياء فخصصت لدراستها من 8 إلى 12 ساعة. اكتب نظام متباينات خطية يمثل هذا الموقف ومثّله بيانيًّا.

تحقق من فهمك

3) سفر: خرج مشاري وبدر في رحلة لزيارة بعض محافظات المملكة برًّا فتناوبا قيادة السيارة. فإذا كانت فترات قيادة مشاري للسيارة على نحوٍ متواصل في اليوم لا تقل عن 4 ساعات، ولا تزيد على 8 ساعات، وكانت فترات قيادة بدر للسيارة على نحوٍ متواصل في اليوم لا تقل عن ساعتين ولا تزيد على 5 ساعات، وكان إجمالي زمن قيادة كليهما يوميًّا لا يزيد على 10 ساعات، فاكتب نظام متباينات خطية يمثل هذا الموقف، ثم مثّله بيانيًّا.

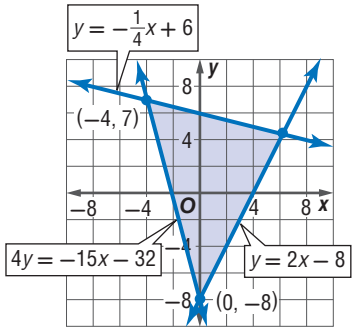


إيجاد رؤوس منطقة الحل: ينتج أحيانًا عن التمثيل البياني لنظام متباينات خطية منطقة مغلقة على شكل مضلع، ويمكن إيجاد إحداثيات رؤوس تلك المنطقة بإيجاد إحداثيات نقاط تقاطع المستقيمات المحدِّدة للمنطقة (الحدود).

مثال 4 إيجاد رؤوس منطقة الحل

أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الآتي:

$y \geq 2x - 8, y \leq -\frac{1}{4}x + 6, 4y \geq -15x - 32$.



تحقق من فهمك

(4A) $y \geq -3x - 6$ $2y \geq x - 16$ $11y + 7x \leq 12$

(4B) $5y \leq 2x + 9$ $y \leq -x + 6$ $9y \geq -2x + 5$

تأكد

المثالان 2 , 1 حل كل نظام مما يأتي بيانيًّا:

1) $y \le 6$
$y > -3 + x$

2) $y \le -3x + 4$
$y \ge 2x - 1$

3) $y > -2x + 10$
$y \le -3x - 3$

مثال 3

4) مشتريات: خصصت ليلى مبلغًا لايتجاوز 350 ريالًا لشراء نوعين من الأقلام، يباع الأول في رزم تضم الواحدة منها 10 أقلام وثمنها 35 ريالًا، ويباع الثاني في رزم تضم الواحدة منها 8 أقلام وثمنها 25 ريالًا. فإذا أرادت ليلى شراء 40 قلمًا على الأقل من كلا النوعين. فاكتب نظام متباينات خطية يمثل هذا الموقف، ومثّله بيانيًّا

مثال 4 أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني لكل نظام مما يأتي:

5) $y \ge 2x + 1$
$y \le 8$
$4x + 3y \ge 8$

6) $y \ge -2x - 4$
$6y \le x + 28$
$y \ge 13x - 34$

تدرب وحل المسائل

المثالان 2 , 1 حل كل نظام مما يأتي بيانيًّا:

7) $x < 3$
$y \ge -4$

8) $y > 3x - 5$
$y \le 4$

9) $y < -3x + 4$
$3y + x > -6$

10) $y \ge 0$
$y < x$

11) $6x - 2y \ge 12$
$3x + 4y > 12$

12) $-8x > -2y - 1$
$-4y \ge 2x - 5$

13) $5y < 2x + 10$
$y - 4x > 8$

14) $3y - 2x \le -24$
$y \ge \frac{2}{3}x - 1$

15) $y > -\frac{2}{5}x + 2$
$5y \le -2x - 15$

مثال 3

16) عمل جزئي: يعمل سعيد عملين جزئيين ويتقاضى على كل منهما أجرًا؛ فيتقاضى 20 ريالًا عن كل ساعة في العمل الأول، و 24 ريالًا عن كل ساعة في العمل الثاني، فإذا علمت أنه يعمل مدة لا تزيد على 25 ساعة في كلا العملين أسبوعيًّا. فاكتب نظامًا من متباينتين يبين عدد الساعات التي يعملها في كل من العملين؛ ليجمع مبلغًا لايقل عن 1850 ريالًا في 8 أسابيع، ثم مثّله بيانيًّا.

مثال 4 أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني لكل نظام مما يأتي:

17) $x \ge 0$
$y \ge 0$
$x + 2y < 4$

18) $y \ge 3x - 7$
$y \le 8$
$x + y > 1$

19) $x \le 4$
$y > -3x + 12$
$y \le 9$

20) $-3x + 4y \le 15$
$2y + 5x > -12$
$10y + 60 \ge 27x$

21) $8y - 19x < 74$
$38y + 26x \le 119$
$54y - 12x \ge -198$

22) $6y - 24x \ge -168$
$8y + 7x > 10$
$20y - 2x \le 64$

23) **اتصالات:** يجري فهد مكالمات هاتفية من هاتفه المحمول مدتها لا تزيد على 800 دقيقة، بشرط أن لا يقل عدد دقائق الاتصال نهارًا عن ضعف عددها ليلًا، ولا يقل عدد دقائق الاتصال ليلًا عن 200 دقيقة. اكتب نظام متباينات يمثل الموقف، ومثّله بيانيًا.

24) **أشجار:** تصنف الأشجار في الغابات تبعًا للارتفاع ومحيط الساق إلى أربع مجموعات، ويبين الجدول الآتي ارتفاع ومحيط ساق أشجار كل مجموعة من هذه المجموعات في إحدى الغابات:

المجموعة	الأشجار المسيطرة	الأشجار شبه المسيطرة	الأشجار المتوسطة السيطرة	الأشجار غير المسيطرة
الارتفاع (ft)	أكثر من 72	56–72	40–55	أقل من 39
محيط الساق (in)	أكثر من 60	48–60	34–48	أقل من 33

a) اكتب نظام متباينات خطية يمثّل مدى كلٍّ من: الارتفاع h ومحيط الساق c للأشجار شبه المسيطرة ومثّله بيانيًا.

b) ما المجموعة التي تنتمي إليها شجرة زيزفون ارتفاعها 48ft؟ وما المدى الذي يقع فيه محيط ساقها؟

الربط مع الحياة

تصنّف الأشجار في الغابات وفقًا لوصول الضوء أوراقها إلى أربعة أصناف:
المسيطرة: أشجار يصل ضوء الشمس إلى أوراقها من أعلى فقط.
شبه المسيطرة: أشجار يصل ضوء الشمس إلى أوراقها من أعلى ومن الجوانب.
المتوسطة السيطرة: أشجار ارتفاعها بسيط ويصل ضوء الشمس إلى أوراقها من أعلى فقط.
غير المسيطرة: أشجار تنمو أسفل مستوى الأشجار الأخرى، وتكون تحت ظل الأشجار الأخرى.

حل كل نظام مما يأتي بيانيًا:

25) $y \geq |2x + 4| - 2$
$3y + x \leq 15$

26) $y \geq |6 - x|$
$|y| \leq 4$

27) $|y| \geq x$
$y < 2x$

28) $y > -3x + 1$
$4y \leq x - 8$
$3x - 5y < 20$

29) $6y + 2x \leq 9$
$2y + 18 \geq 5x$
$y > -4x - 9$

30) $|x| > y$
$y \leq 6$
$y \geq -2$

31) $2x + 3y \geq 6$
$y \leq |x - 6|$

32) $8x + 4y < 10$
$y > |2x - 1|$

33) $y \geq |x - 2| + 4$
$y \leq [x] - 3$

جد إحداثيات رؤوس الشكل الناتج عن التمثيل البياني لكل نظام مما يأتي:

34) $y \geq 2x - 12$
$y \leq -4x + 20$
$4y - x \leq 8$
$y \geq -3x + 2$

35) $y \geq -x - 8$
$2y \geq 3x - 20$
$4y + x \leq 24$
$y \leq 4x + 22$

36) $2y - x \geq -20$
$y \geq -3x - 6$
$y \leq -2x + 2$
$y \leq 2x + 14$

37) **رياضة:** يريد معلم التربية البدنية أن يختار من 10 إلى 15 لاعبًا ليشكل فريق كرة سلة على أن يكون اللاعبون من طلاب الصفين الثاني والثالث، ويكون عدد اللاعبين من الصف الثالث أكثر من لاعبي الصف الثاني. اكتب نظام متباينات يمثّل ذلك الموقف، ومثّله بيانيًا.

38) إدارة الوقت: يستثمر رامي وقت فراغه في ممارسة الرياضة وتلاوة القرآن. فإذا كان مجمل وقت فراغه لا يتجاوز 20 ساعة أسبوعيًّا، ويقضي من 4 إلى 10 ساعات منها في ممارسة الرياضة، ولا يقل زمن تلاوته للقرآن عن 10 ساعات ولا يزيد على 14 ساعة. فاكتب نظام متباينات خطية يمثّل ذلك الموقف، ومثّله بيانيًّا.

الربط مع الحياة

حثَّ الإسلام على استثمار الوقت والحرص عليه، فقال صلى الله عليه وسلم: "لا تزول قدما عبد حتى يُسأل عن أربع: عن عمره فيما أفناه، وعن شبابه فيما أبلاه، وعن ماله من أين اكتسبه؟ وفيم أنفقه؟ وعن علمه ماذا عمل به؟".

مسائل مهارات التفكير العليا

39) مسألة مفتوحة: اكتب نظامًا من متباينتين على أن يكون الحل:

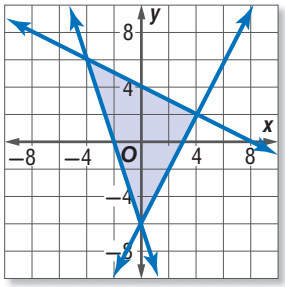
a) في الربع الثالث فقط.

b) غير موجود.

c) واقعًا على مستقيم.

d) نقطة واحدة فقط.

40) تحدٍّ: في الشكل المجاور، اكتب نظام المتباينات التي تمثل المنطقة المظللة حلًّا له.



41) تبرير: هل الجملة الآتية صحيحة أم غير صحيحة، وإذا كانت غير صحيحة فأعط مثالًا مضادًّا.

"النظام المكون من متباينتين خطيتين إما أن يكون ليس له حل أو أن يكون له عدد لا نهائي من الحلول".

42) اكتب: وضِّح بخطوات مكتوبة طريقة تحديد منطقة التظليل عند حل نظام متباينات خطية بيانيًّا.

تدريب على اختبار

43) يبين الجدول المجاور العلاقة بين x و y. فأيُّ المعادلات الآتية تمثل هذه العلاقة؟

A $y = 3x - 2$

B $y = 3x + 2$

C $y = 4x + 1$

D $y = 4x - 1$

x	y
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17
6	20

44) إجابة قصيرة: إذا كانت $5y = 6z$ ، $3x = 2y$، فما قيمة x بدلالة z؟

مراجعة تراكمية

مثِّل كل متباينة مما يأتي بيانيًّا: (الدرس 4-1)

45) $x + y \le 6$

46) $4x - 3y < 10$

47) $5x + 7y \ge -20$

مثِّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، وحدِّد كلًّا من مجالها ومداها: (الدرس 3-1)

48) $f(x) = |x - 3|$

49) $h(x) = [x] - 5$

إذا كان $g(x) = 3x - 4$ ، $f(x) = 2x + 5$، فأوجد قيمة كلٍّ مما يأتي: (الدرس 2-1)

50) $g(-2)$

51) $f(-0.25)$

52) $g(-0.75)$

الهدف
أستعمل الحاسبة البيانية لحل أنظمة متباينات خطية.

يمكنك استعمال الحاسبة البيانية TI-nspire لحل أنظمة متباينات خطية بيانيًّا.

مثال حل نظام من متباينتين خطيتين

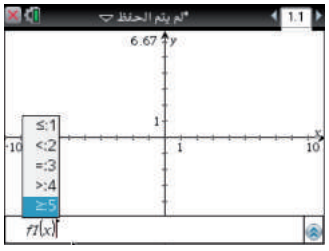
استعمل الحاسبة البيانية لحل النظام المكوَّن من المتباينتين الآتيتين:

$y \geq -3x + 4$

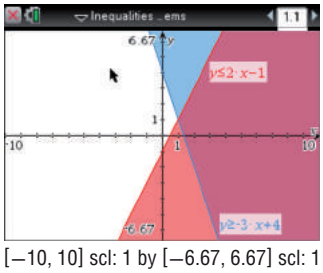
$y \leq 2x - 1$

الخطوات:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on .
- من الشاشة الظاهرة اختر 1 مستند جديد (مستعملًا الأسهم).
- من الشاشة الظاهرة اختر 2:إضافة تطبيق الرسوم البيانية (مستعملًا).



- اكتب المتباينة الأولى $y \geq -3x + 4$ ، وذلك بالضغط على مفتاح del ، ثم اختر الإشارة ≥ مستعملًا الأسهم فتظهر $y \geq$ ، ثم أكمل كتابة المتباينة ثم اضغط enter .
- اكتب المتباينة الثانية $y \leq 2x - 1$ بالضغط على المفتاح tab ثم المفتاح del ، ثم اختر الإشارة ≤ مستعملًا الأسهم فتظهر $y \leq$ ، أكمل كتابة المتباينة ثم اضغط enter ، فتكون منطقة الحل هي منطقة التظليل المشترك.



[−10, 10] scl: 1 by [−6.67, 6.67] scl: 1

لاحظ نمط التظليل فوق المستقيم $y = -3x + 4$ ، وتحت المستقيم $y = 2x - 1$.

إن منطقة الحل هي المنطقة الناتجة عن تقاطع نمطَي التظليل، وهي المنطقة التي تحوي جميع النقاط التي تحقق النظام $y \geq -3x + 4$, $y \leq 2x - 1$.

تمارين:

استعمل الحاسبة البيانية لحل كل نظام من متباينتين مما يأتي:

1) $y \geq 3$
$y \leq -x + 1$

2) $y \geq -4x$
$y \leq -5$

3) $y \geq 2 - x$
$y \leq x + 3$

4) $y \geq 2x + 1$
$y \leq -x - 1$

5) $2y \geq 3x - 1$
$3y \leq -x + 7$

6) $y + 5x \geq 12$
$y - 3 \leq 10$

7) $5y + 3x \geq 11$
$3y - x \leq -8$

8) $10y - 7x \geq -19$
$7y - 5x \leq 11$

9) $\frac{1}{6}y - x \geq -3$
$\frac{1}{5}y + x \leq 7$

1-6

البرمجة الخطية والحل الأمثل
Optimization with Linear Programming

فيما سبق:
درست حل أنظمة متباينات خطية بيانيًا.
(مهارة سابقة)

والآن:
- أجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى لدالة ضمن منطقة الحل.
- أستعمل البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل لمسائل حياتية.

المفردات:
القيود
constraints
البرمجة الخطية
linear programming
محدودة
bounded
غير محدودة
unbounded
الحل الأمثل
optimize

www.obeikaneducation.com

لماذا؟
يبين الجدول أدناه أكبر وأقل عدد للأثواب المنتجة في اليوم الواحد من المقاسين الكبير والصغير، وتكلفة إنتاج كل ثوب منها في أحد المصانع الوطنية.

عدد الأثواب المنتجة في اليوم الواحد			
المقاس	أقل عدد	أكبر عدد	تكلفة إنتاج الثوب
صغير	600	1500	55 ريالًا
كبير	800	1700	70 ريالًا

إذا كان عدد الأثواب المطلوب إنتاجها من المقاسين في اليوم الواحد لا يقل عن 2000 ثوب، فكم ثوبًا من كل مقاس يجب إنتاجه لتكون التكلفة أقل ما يمكن ؟

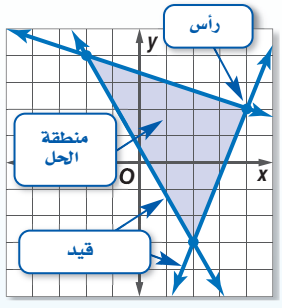
هناك **قيود** إضافية على إنتاج المصنع ناجمة عن الطلب والشحن وكفاءة المصنع. وللتعبير عن هذه القيود يمكن استعمال أنظمة المتباينات الخطية.

القيمة العظمى والقيمة الصغرى: تواجه المصانع في كثير من الأحيان أوضاعًا ضمن قيود مختلفة وتسعى للوصول إلى أقل تكلفة أو إلى أعلى ربح. مثل هذه الأوضاع يمكن التعامل معها عادة باستعمال البرمجة الخطية.

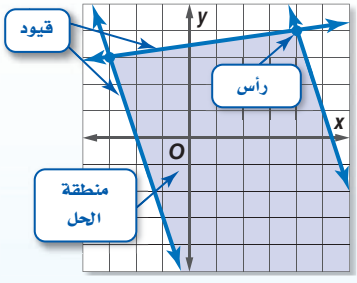
البرمجة الخطية: هي طريقة لإيجاد القيمة العظمى أو الصغرى لدالة ما تحت قيود معينة كل منها عبارة عن متباينة خطية، وذلك بعد تمثيل نظام المتباينات بيانيًا، وتقع القيمة العظمى أو الصغرى – إن وجدت – للدالة ذات الصلة دائمًا عند أحد رؤوس منطقة الحل.

مفهوم أساسي — **منطقة الحل**

أضف إلى مطويتك



إذا كانت منطقة الحل **محدودة** (مغلقة) أو محصورة بقيود كما في الشكل أعلاه، فإن القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة تظهر دائمًا عند رؤوس منطقة الحل.



إذا كانت منطقة الحل مفتوحة وممتدة، فهي بذلك **غير محدودة**، ويمكن أن تحتوي على قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

مثال 1 منطقة الحل المحدودة

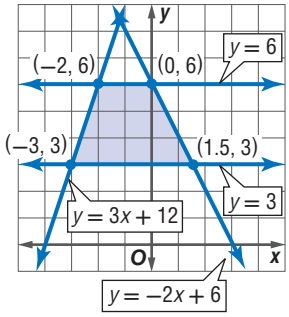
مثّل نظام المتباينات الآتي بيانيًّا، ثم حدِّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

$3 \le y \le 6$

$y \le 3x + 12$

$y \le -2x + 6$

$f(x, y) = 4x - 2y$



تحقق من فهمك

(1A $-2 \le x \le 6$

$1 \le y \le 5$

$y \le x + 3$

$f(x, y) = -5x + 2y$

(1B $-6 \le y \le -2$

$y \le -x + 2$

$y \le 2x + 2$

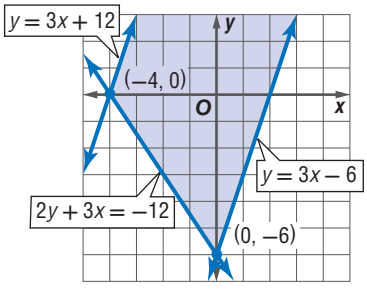
$f(x, y) = 6x + 4y$

إذا نتج عن التمثيل البياني لنظام متباينات منطقةٌ مفتوحة وممتدة، فإنها تكون غير محدودة.

مثال 2 منطقة الحل غير المحدودة

مثّل نظام المتباينات الآتي بيانيًّا، ثم حدّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

$2y + 3x \ge -12$, $y \le 3x + 12$, $y \ge 3x - 6$, $f(x, y) = 9x - 6y$



تحقق من فهمك

(2A $y \le 8$

$y \ge -x + 4$

$y \le -x + 10$

$f(x, y) = -6x + 8y$

(2B $y \ge x - 9$

$y \le -4x + 16$

$y \ge -4x - 4$

$f(x, y) = 10x + 7y$

قراءة الرياضيات

رمز الدالة

يستعمل الرمز $f(x, y)$ للتعبير عن الدالة في المتغيرين x , y. وتُقرأ f لـ x وَ y.

تنبيه

القيمة العظمى

لا تفترض عدم وجود قيم عظمى إذا كانت منطقة الحل غير محدودة، بل اختبر قيمة الدالة عند كل رأس؛ لتحدِّد إذا كان هناك قيمة عظمى أو صغرى.

إيجاد الحل الأمثل: يُسمّى البحث عن السعر أو الكمية الأفضل أو الأنسب لتقليل التكلفة أو زيادة الربح **الحل الأمثل**، ويمكنك الحصول على ذلك الحل باستعمال البرمجة الخطية.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

استعمال البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل

الخطوة 1 حدّد المتغيرات.

الخطوة 2 اكتب نظام متباينات خطية يمثّل المسألة.

الخطوة 3 مثل نظام المتباينات بيانيًا.

الخطوة 4 جد إحداثيات رؤوس منطقة الحل.

الخطوة 5 اكتب الدالة الخطية التي تريد إيجاد قيمتها العظمى أو الصغرى.

الخطوة 6 عوض إحداثيات الرؤوس في الدالة.

الخطوة 7 اختر القيمة العظمى أو الصغرى وفقًا لما هو مطلوب في المسألة.

الربط مع الحياة

جاوز عدد مصانع الألبسة الجاهزة بالمملكة 300 مصنع، تغطي بإنتاجها المتميز نحو ثلث احتياجات السوق المحلية.

المصدر: جريدة الرياض/ العدد 14103، عام 1428 هـ

مثال 3 من واقع الحياة

استعمال البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل

أعمال: عد إلى الموقف الوارد في بداية هذا الدرس، واستعمل البرمجة الخطية لإيجاد عدد القطع التي يتطلب إنتاجها من المقاسين، لتكون التكلفة أقل ما يمكن.

إرشادات للدراسة

منطقية الحل

اختبر منطقية حلك بالتأمل في سياق المسألة.

تحقق من فهمك

3) مجوهرات: تصوغ أسماء من 10 إلى 25 عقدًا، ومن 15 إلى 40 سوارًا شهريًّا. فإذا كانت أجرة صياغة العقد 50 ريالًا. وأجرة صياغة السوار 30 ريالًا، وصاغت في أحد الأشهر 30 قطعة من العقود والأساور على الأقل، فكم قطعة من كلا النوعين عليها صياغتها لتحصل على أكبر أجر؟

تأكد

المثالان 2 , 1 مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، ثم حدّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

1)
$y \le 5$
$x \le 4$
$y \ge -x$
$f(x, y) = 5x - 2y$

2)
$y \le -3x + 6$
$-y \le x$
$y \le 3$
$f(x, y) = 8x + 4y$

3)
$y \ge -3x + 2$
$9x + 3y \le 24$
$y \ge -4$
$f(x, y) = 2x + 14y$

4)
$-2 \le y \le 6$
$3y \le 4x + 26$
$y \le -2x + 2$
$f(x, y) = -3x - 6y$

5)
$-3 \le y \le 7$
$4y \ge 4x - 8$
$6y + 3x \le 24$
$f(x, y) = -12x + 9y$

6)
$y \le 2x + 6$
$y \ge 2x - 8$
$y \ge -2x - 18$
$f(x, y) = 5x - 4y$

مثال 3

7) ثقافة مالية: يبلغ مجموع ساعات العمل اليومي لعمال قسم الإنتاج في مصنع للغسالات 200 ساعة على الأكثر، ولعمال قسم ضبط الجودة 90 ساعة على الأكثر، ويبين الجدول الآتي عدد الساعات التي يتطلبها إنتاج وضبط جودة نوعين من الغسالات.

الزمن اللازم لتصنيع الغسالة

	قسم الإنتاج	قسم ضبط الجودة
النوع الأول	5 ساعات	ساعتان
النوع الثاني	4 ساعات	ساعتان

a) اكتب نظام متباينات يمثّل هذا الموقف.

b) مثّل نظام المتباينات بيانيًّا، وحدّد منطقة الحل.

c) حدِّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل.

d) إذا كان ربح الغسالة من النوع الأول 80 ريالًا، ومن النوع الثاني 50 ريالًا، فاكتب دالة تمثل الربح الكلي لكلا النوعين.

e) ما عدد الغسالات التي يجب تصنيعها من كل نوع للحصول على أكبر ربح ممكن؟ وما هو هذا الربح؟

تدرب وحل المسائل

المثالان 2 , 1 مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

8)
$-8 \le y \le -2$
$y \le x$
$y \le -3x + 10$
$f(x, y) = 5x + 14y$

9)
$2 \ge x \ge -3$
$y \ge -2x - 6$
$4y \le 2x + 32$
$f(x, y) = -4x - 9y$

10)
$x + 4y \ge 2$
$2x + 4y \le 24$
$2 \le x \le 6$
$f(x, y) = 6x + 7y$

11)
$x \ge -6$
$y + x \le -1$
$2x + 3y \ge -9$
$f(x, y) = -10x - 12y$

12)
$x \ge -8$
$3x + 6y \le 36$
$2y + 12 \ge 3x$
$f(x, y) = 10x - 6y$

13)
$y \ge |x - 2|$
$y \le 8$
$8y + 5x \le 49$
$f(x, y) = -5x - 15y$

14) $y \le x + 4$
$y \ge x - 4$
$y \le -x + 10$
$y \ge -x - 10$
$f(x, y) = -10x + 9y$

15) $-4 \le x \le 8$
$-8 \le y \le 6$
$y \ge x - 6$
$4y + 7x \le 31$
$f(x, y) = 12x + 8y$

16) $y \ge |x + 1| - 2$
$0 \le y \le 6$
$-6 \le x \le 2$
$x + 3y \le 14$
$f(x, y) = 5x + 4y$

مثال 3

17) صناعة: ينتج مصنع نوعين من وحدات الإنارة؛ يباع النوع الأول بسعر 25 ريالًا، أما النوع الثاني فيباع بسعر 35 ريالًا. فإذا كانت الطاقة الإنتاجية للمصنع لا تزيد على 450 وحدة إنارة يوميًّا، وكان على المصنع أن ينتج ما لا يقل عن 100 وحدة إنارة من النوع الأول وما لا يزيد على 200 وحدة إنارة من النوع الثاني، فما عدد وحدات الإنارة اللازم إنتاجها من كل نوع ليكون دخل المصنع اليومي أكبر ما يمكن؟

18) طلاء: إذا كان الوقت المتاح لمعاذ لطلاء ما يمكنه من 45 جدارًا وسقفًا متساوون في المساحة لكلا النوعين في أحد المباني هو 20 يومًا، ويستطيع معاذ طلاء 2.5 جدار، أو سقفين في اليوم الواحد.

a) اكتب نظام متباينات خطية يمثّل هذا الموقف.

b) مثّل نظام المتباينات بيانيًّا، وحدِّد منطقة الحل وإحداثيات رؤوسها.

c) إذا كان معاذ يتقاضى 26 ريالًا عن طلاء الجدار، و 30 ريالًا عن طلاء السقف، فاكتب دالة تمثل المبلغ الكلي الذي سيتقاضاه.

d) ما عدد الجدران والأسقف التي عليه طلاؤها ليتقاضى أكبر مبلغ؟ وما هو هذا المبلغ؟

19) شحن: يشحن مزارع منتجاته بالتعاون مع شركة شحن مختصة، وذلك في حاويات مبردة تبلغ حمولة الواحـــدة منها 4200 kg، وحجم الحيّز الذي توضع فيه البضائع بداخلها 480 ft^3، وتوضع المنتجات في أثناء الشحن في صناديق بمقاسين؛ صغيرة حجمها 3 ft^3 وتزن 25 kg، وكبيرة حجمها 5 ft^3، وتزن 50 kg، وأجرة شركة الشحن هي 5 ريالات عن كل صندوق من المقاس الصغير، و 8 ريالات عن كل صندوق من المقاس الكبير.

a) جد عدد الصناديق المشحونة من كلا النوعين لتكون الأجرة أكبر ما يمكن.

b) ما أكبر أجرة ممكنة لحاوية الشحن؟

الربط مع الحياة

تدوير المواد يحمي الإنسان، ويقلل الاستهلاك، ويرشد الطاقة، ويقي البيئة من المخلفات والانبعاثات الضارة.

20) إعادة التدوير: يقوم مصنع بإعادة تدوير ما لايزيد على 1200 طن من البلاستيك شهريًّا لصنع حاويات بمقاسين صغير وكبير، وعلى المصنع أن يستعمل ما لايقل عن 300 طن في صنع الحاويات الصغيرة وما لايقل عن 450 طنًّا في صنع الحاويات الكبيرة. إذا كان المصنع يحقق ربحًا قدره 175 ريالًا لكل طن بلاستيك تم استعماله لصنع الحاويات الصغيرة، و 200 ريال لكل طن تم استعماله لصنع الحاويات الكبيرة. فما أكبر ربح يمكن تحقيقه؟ وما عدد الأطنان المستعملة لكل نوع من الحاويات لتحقيق ذلك الربح؟

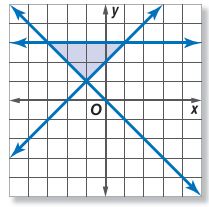
مسائل مهارات التفكير العليا

21) **مسألة مفتوحة:** اكتب نظام متباينات خطية على أن تكون منطقة الحل محدودة وتقع في الربع الرابع فقط ومساحتها 20 وحدة مربعة.

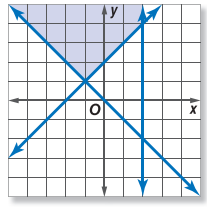
22) **تحد:** جد مساحة المنطقة المحدودة بالمتباينات : $y \geq |x| - 3, y \leq -|x| + 3, x \geq |y|$.

23) حدِّد نظام المتباينات المختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى فيما يأتي، وضِّح إجابتك.

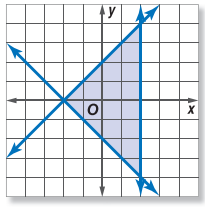
(a



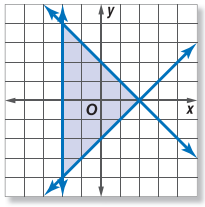
(b



(c



(d



24) **تبرير:** حدِّد إذا كانت الجملة الآتية صحيحة أحيانًا أو صحيحة دائمًا أو غير صحيحة أبدًا. وضِّح إجابتك.

"في المنطقة غير المحدودة لا يكون للدالة قيمة عظمى وقيمة صغرى في الوقت نفسه"

تدريب على اختبار

25) حصل عامل على مبلغ 1950 ريالًا أجرة تبليط مساحة من الأرضيات والجدران في أحد البيوت، فإذا كانت أجرة تبليط المتر المربع من الأرضيات 12 ريالًا، وأجرة تبليط المتر المربع من الجدران 15 ريالًا وكان عدد أمتار بلاط الأرضيات يقل عن 3 أمثال عدد أمتار بلاط الجدران بـ $16m^2$، فأي أنظمة المعادلات الآتية تمثّل هذا الموقف؟

A $x + y = 1950$
$3x = y$

B $12x + 15y = 1950$
$x + 16 = 3y$

C $2x + 3y = 15$
$x + y = 12$

D $x - y = 1950$
$12x + 15y = 3$

26) **هندسة:** أيٌّ مما يأتي يُعد وصفًا مناسبًا للتمثيل البياني للمعادلتين $4y = 12x + 16$, $y = 3x - 5$؟

A مستقيمان لهما المقطع y نفسه .

B مستقيمان متعامدان.

C مستقيمان لهما المقطع x نفسه .

D مستقيمان متوازيان.

مراجعة تراكمية

حل كل نظام من متباينتين مما يأتي بيانيًّا: (الدرس 5-1)

27) $3x + 2y \geq 6$
$4x - y \geq 2$

28) $4x - 3y < 7$
$2y - x < -6$

29) $3y \leq 2x - 8$
$y \geq \frac{2}{3}x - 1$

حدّد مجموعة الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد فيما يأتي: (الدرس 1-1)

30) -7

31) $-\frac{1}{3}$

32) $\sqrt{3}$

ملخص الفصل

مفاهيم أساسية

خصائص الأعداد الحقيقية (الدرس 1-1)

- تُقسم مجموعة الأعداد الحقيقية إلى مجموعتين، هما: مجموعة الأعداد النسبية (Q)، ومجموعة الأعداد غير النسبية (I). أما مجموعة الأعداد النسبية فتحوي: مجموعة الأعداد الصحيحة (Z)، ومجموعة الأعداد الكلية (W)، ومجموعة الأعداد الطبيعية (N).

العلاقات والدوال (الدرس 1-2)

- الدالة هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

دوال خاصة (الدرس 1-3)

- الدالة المتعددة التعريف: هي الدالة التي تكتب باستعمال أكثر من عبارة.

تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانيًّا (الدرس 1-4)

- يمكنك تمثيل المتباينة باتباع الخطوات الآتية:

الخطوة 1: مثّل المعادلة الخطية المرتبطة بها، وحدد إذا كان حد المتباينة متقطعًا أو متصلًا.

الخطوة 2: اختر نقطة لا تقع على حد المتباينة واختبرها إن كانت تحقق المتباينة أم لا.

الخطوة 3: إذا كانت النقطة تحقق المتباينة، فظلّل المنطقة التي تحتوي على النقطة. وإلّا فظلّل المنطقة الأخرى.

حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًّا (الدرس 1-5)

- يمكن إيجاد حل نظام متباينات خطية عن طريق تمثيل المتباينات بيانيًّا وإيجاد منطقة الحل، وهي المنطقة المشتركة بين حلول متباينات النظام، وإذا لم يكن هناك منطقة مشتركة فإن مجموعة الحل هي ∅.

البرمجة الخطية والحل الأمثل (الدرس 1-6)

- إيجاد القيمة الصغرى أو العظمى لدالة في منطقة على المستوى الإحداثي يحددها نظام متباينات يمثل قيودًا على الدالة.
- إيجاد الحل الأمثل يعني إيجاد السعر أو الكمية التي تجعل الربح أكبر ما يمكن، أو التكلفة أقل ما يمكن.

المطويات منظم أفكار

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

المفردات

الأعداد الحقيقية (12)
الأعداد النسبية (12)
الأعداد غير النسبية (12)
الأعداد الصحيحة (12)
الأعداد الكلية (12)
الأعداد الطبيعية (12)
الدالة المتباينة (18)
العلاقة المنفصلة (19)
العلاقة المتصلة (19)
اختبار الخط الرأسي (17)
المتغير المستقل (21)
المتغير التابع (21)
رمز الدالة (21)
الدالة المتعددة التعريف (25)
الدالة المتعددة التعريف
الخطية (26)
الدالة الدرجية (24)
دالة أكبر عدد صحيح (26)
دالة القيمة المطلقة (27)
المتباينة الخطية (32)
الحد (32)
منطقة الحل (32)
نظام المتباينات الخطية (37)
القيود (44)
البرمجة الخطية (44)
محدودة (44)
غير محدودة (44)
الحل الأمثل (46)

اختبار المفردات

حدد إذا كانت كل من العبارتين صحيحة أم خاطئة ؟

1) $\sqrt{12}$ ينتمي إلى مجموعة الأعداد النسبية.

2) تحتوي مجموعة الأعداد النسبية على الكسور العشرية المنتهية والدورية.

اختر المصطلح المناسب لإكمال كل جملة فيما يأتي:

3) تكون الدالة (منفصلة، متباينة) إذا كان كل عنصر في المجال مرتبطًا بعنصر مختلف في المدى، على أن لا يكون لأكثر من عنصر في المجال الصورة نفسها.

4) (مجال، مدى) العلاقة هو مجموعة إحداثيات x للأزواج المرتبة التي تكوّن العلاقة.

5) تُسمى الدالة التي تكتب باستعمال تعبيرين أو أكثر دالة (خطية، متعددة التعريف).

أكمل كل جملة فيما يأتي بالمصطلح المناسب:

6) _____ هي طريقة لإيجاد القيمة الصغرى أو العظمى لدالة تحت شروط معينة يُعبّر عنها بنظام من المتباينات.

7) إيجاد _____ يعني إيجاد السعر الأفضل أو التكلفة الأنسب باستعمال البرمجة الخطية.

8) تُسمى منطقة الحل المفتوحة _____.

1-1 خصائص الأعداد الحقيقية (الصفحات: 12-17)

حدّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد ممّا يأتي :

9) $1.\overline{3}$ **10)** $\sqrt{4}$ **11)** $-\frac{3}{4}$

بسّط كل عبارة مما يأتي :

12) $4x - 3y + 7x + 5y$

13) $2(a + 3) - 4a + 8b$

14) $4(2m + 5n) - 3(m - 7n)$

15) مال: اشترى سعد 3 شطائر بسعر 3.5 ريالات للشطيرة الواحدة، و 3 علب عصير بسعر 2.5 ريال للعلبة الواحدة.

a) استعمل خاصية التوزيع لتكتب عبارتين تمثل كل منهما المبلغ الذي دفعه سعد.

b) أوجد المبلغ الذي دفعه سعد باستعمال خاصية التوزيع.

مثال 1

حدّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها العدد $\sqrt{50}$

$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ مجموعة الأعداد غير النسبية (I)، ومجموعة الأعداد الحقيقية (R)

مثال 2

بسّط العبارة : $-4(a + 3b) + 5b$

$-4(a + 3b) + 5b = -4(a) + -4(3b) + 5b$ خاصية التوزيع

$= -4a - 12b + 5b$ اضرب

$= -4a - 7b$ بسّط

1-2 العلاقات والدوال (الصفحات: 18-23)

حدد مجال كلّ دالة مما يأتي ومداها، وبيّن ما إذا كانت دالة أم لا، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا؟

16) $\{(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8)\}$

17) $\{(-3, 0), (0, 2), (2, 4), (4, 5), (5, 2)\}$

18) $\{(-4, 1), (3, 3), (1, 1), (-2, 5), (3, -4)\}$

19) $\{(7, -4), (5, -2), (3, 0), (1, 2), (-1, 4)\}$

إذا كانت $f(x) = -3x + 2$، أوجد قيمة كل مما يأتي:

20) $f(4)$ **21)** $f(-3)$

22) $f(0)$ **23)** $f(y)$

24) $f(-a)$ **25)** $f(2w)$

26) مناسبات: تتقاضى مؤسسة لتجهيز المناسبات 100 ريالٍ عن توصيل اللوازم لمكان المناسبة، و 4 ريالات أجرة يومية عن كل كرسي. ويمكن تمثيل ما تتقاضاه هذه المؤسسة عند استئجار x كرسيًّا بالمعادلة: $y = 100 + 4x$. أوجد مجال هذه المعادلة ومداها، ثم حدد إذا كانت المعادلة دالة أم لا، وهل هي متصلة أم منفصلة؟

مثال 3

حدد مجال العلاقة

$\{(-4, 3), (-1, 0), (-2, 4), (3, -1), (2, 6)\}$ ومداها. ثم حدد إن كانت تمثّل دالة أم لا. وهل هي متباينة أم لا؟

المجال: $\{-4, -2, -1, 2, 3\}$

المدى: $\{-1, 0, 3, 4, 6\}$

كل عنصر في المجال مرتبط بعنصر واحد فقط في المدى، مما يعني أن العلاقة تمثل دالة. العناصر المختلفة في المجال لها صور مختلفة في المدى، إذًا الدالة متباينة.

مثال 4

إذا كانت $f(x) = 4x - 3$، فأوجد $f(-2)$.

$f(-2) = 4(-2) - 3$ عوض عن x بـ -2

$= -8 - 3$ اضرب

$= -11$ بسّط

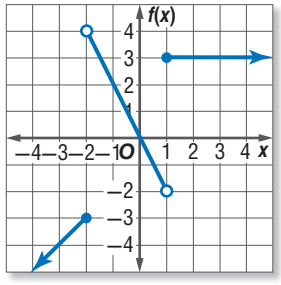
1-3 دوال خاصة (الصفحات: 30-25)

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدد مجالها ومداها:

(27) $f(x) = \begin{cases} -2x\,, x \le -1 \\ x + 1\,, -1 < x < 3 \\ x\,, x \ge 3 \end{cases}$

(28) $f(x) = \begin{cases} -3\,, x < -1 \\ 4x - 3\,, -1 \le x \le 3 \\ x\,, x > 3 \end{cases}$

(29) اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في الشكل أدناه:



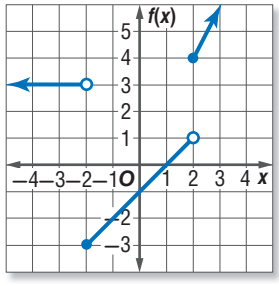
مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدد كلًّا من مجالها ومداها:

(30) $f(x) = [x] + 2$

(31) $f(x) = [x + 3]$

مثال 5

اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في الشكل أدناه:



دالة الجزء الأيسر من التمثيل البياني هي $f(x) = 3$. الدائرة غير المظلّلة عند النقطة $(-2, 3)$، تعني أن الدالة الخطية معرّفة عندما $x < -2$.

دالة الجزء الأوسط من التمثيل البياني هي $f(x) = x - 1$. وتعني كل من الدائرة المظلّلة عند النقطة $(-2, -3)$ والدائرة غير المظلّلة عند النقطة $(2, 1)$، أن الدالة معرّفة عندما $-2 \le x < 2$.

دالة الجزء الأيمن من التمثيل البياني هي $f(x) = 2x$. والدائرة المظلّلة عند النقطة $(2, 4)$، تعني أن الدالة معرّفة عندما $x \ge 2$.

$$f(x) = \begin{cases} 3\,, x < -2 \\ x - 1\,, -2 \le x < 2 \\ 2x\,, x \ge 2 \end{cases}$$

1-4 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانيًّا (الصفحات: 32-36)

مثّل كل متباينة فيما يأتي بيانيًّا:

32) $x - 3y < 6$

33) $y \geq 2x + 1$

34) $2x + 4y \leq 12$

35) $y > -3x - 5$

36) $y > |2x|$

37) $y \geq |2x - 2|$

38) $y + 3 < |x + 1|$

39) $2y \leq |x - 3|$

40) شراء: وفّر بندر 46 ريالًا لشراء مجموعة من الدفاتر، والأقراص المدمجة، فإذا كان سعر الدفتر الواحد 4 ريالات، وسعر القرص المدمج 3 ريالات، اكتب متباينة تمثّل عدد الدفاتر والأقراص المدمجة التي يمكن شراؤها، ثم مثّلها بيانيًّا.

مثال 6

مثّل المتباينة $x - 2y > 6$ بيانيًّا.

بما أن المتباينة تحتوي على إشارة $>$ ، فإن حد المتباينة يكون متقطعًا، مثّل بيانيًّا المعادلة المرتبطة $x - 2y = 6$.

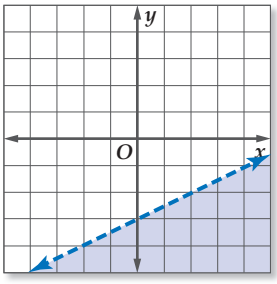
اختبر النقطة $(0, 0)$ التي لا تقع على حد المتباينة

$x - 2y > 6$

$0 - 2(0) \stackrel{?}{>} 6$

$0 > 6$ ✗

ظلِّل المنطقة التي لا تحوي $(0, 0)$



1-5 مة المتباينات الخطية بيانيًّا (الصفحات: 37-42)

حل كل نظام مما يأتي بيانيًّا :

41) $y < 2x - 3$
$y \geq 4$

42) $|y| > 2$
$x > 3$

43) $y \geq x + 3$
$2y \leq x - 5$

44) $y > x + 1$
$x < -2$

45) مجوهرات: أمضى صائغ مجوهرات ما لا يزيد على 3 ساعات في صياغة الخواتم. فإذا كان الزمن الذي يتطلبه تجهيز المعدات 15 دقيقة، والزمن الذي تتطلبه صياغة الخاتم الواحد 25 دقيقة، فاكتب نظام متباينات يصف الموقف، ومثّله بيانيًّا.

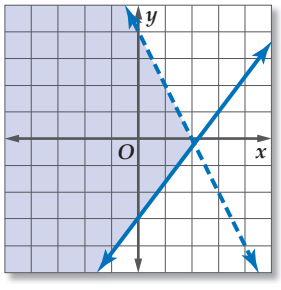
مثال 7

حل نظام المتباينات الآتي بيانيًّا:

$y \geq \frac{3}{2}x - 3$

$y < 4 - 2x$

منطقة الحل هي المنطقة التي كل نقطة من نقاطها تحقق كلتا المتباينتين، وهي المنطقة المظلّلة في الشكل أدناه.



1-6 البرمجة الخطية والحل الأمثل (الصفحات: 49–44)

46) تنسيق أزهار: يعمل جميل منسقًا للأزهار، ويقوم بتنسيق نوعين من باقات الأزهار. يحتاج النوع الأول منها إلى 18 دقيقة، والنوع الثاني إلى 10 دقائق. ولا يزيد عدد الباقات التي ينتجها أسبوعيًّا من النوع الثاني عن ضعف عدد باقات النوع الأول. فإذا كان جميل يعمل مدة لا تزيد على 40 ساعة أسبوعيًّا وكان ربحه في تنسيق الباقة من النوع الأول 10 ريالات، ومن النوع الثاني 25 ريالًا. فحدد عدد الباقات التي يجب عليه تنسيقها من كل نوع أسبوعيًّا ليحصل على أكبر ربح.

47) صناعة: ينتج مصنع نوعين من الأحذية على مرحلتين، ويحتاج الحذاء من النوع الأول إلى ساعتين في المرحلة الأولى وساعة واحدة في المرحلة الثانية، ويحقق ربحًا قدره 20 ريالًا. أما الحذاء من النوع الثاني فيحتاج إلى ساعة واحدة في المرحلة الأولى و 3 ساعات في المرحلة الثانية ويحقق ربحًا قدره 15ريالًا. فإذا كان مجموع ساعات العمل اليومي لموظفي المرحلة الأولى لا يزيد على 40 ساعة ولا يزيد على 60 ساعة لموظفي المرحلة الثانية، فما أكبر ربح يمكن أن تحققه الشركة يوميًّا؟ وما عدد الأحذية من كل نوع الذي يحقق هذا الربح؟

مثال 8

زراعة: **يزرع فيصل ما لا يزيد على 300 شتلة من نوعين من الأشجار في مزرعته التي مساحتها $5184\ m^2$، حيث تحتاج الشجرة الواحدة من النوع (A) إلى مساحة $6\ m^2$، ومن النوع (B) إلى $24\ m^2$، وذلك لتوفير مسافة كافية بين الأشجار. إذا كان سعر الشتلة الواحدة من النوع (A) 8 ريالات، وسعر الشتلة الواحدة من النوع (B) 12 ريالًا. فما عدد الشتلات من كل نوع الذي يجعل التكلفة أكبر ما يمكن؟**

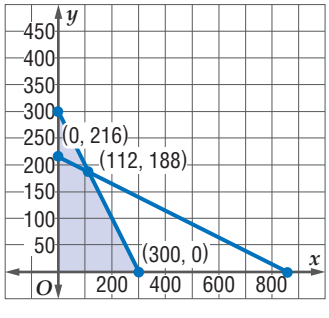
افرض أن x هي عدد الشتلات من النوع (A)، و y هي عدد الشتلات من النوع (B).

$$x \geq 0, y \geq 0$$
$$6x + 24y \leq 5184$$
$$x + y \leq 300$$

مثّل المتباينات بيانيًّا، ولاحظ أن النقاط (0, 0), (300, 0), (0, 216), (112, 188) تمثل رؤوس منطقة الحل .

دالة التكلفة هي : $f(x, y) = 8x + 12y$.

القيمة 3152 ريالًا هي القيمة العظمى للتكلفة وتحصل عند النقطة (112, 188). ولذلك إذا زرع فيصل 112 شتلة من النوع (A)، و 188 شتلة من النوع (B) فإن التكلفة تكون أكبر ما يمكن.



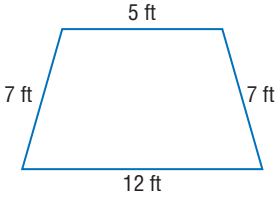
1) بسّط العبارة: $-4(3a + b) - 2(a - 5b)$.

2) **اختيار من متعدد:** إذا كان $3m + 5 = 23$ ، فما قيمة $2m - 3$؟

A 105 **C** 9

B $\frac{47}{3}$ **D** 6

3) **بستنة:** يريد عبد الله تصميم 3 أحواض للورود في حديقة منزله، فأحاط كلًّا منها بسياج. فإذا كانت الأحواض الثلاثة متطابقة ولها الشكل المجاور، فكم قدمًا من السياج يحتاج إليه لإحاطة الأحواض الثلاثة؟



4) إذا كان $x = \frac{2}{3}$ ، $y = -2$ فأوجد قيمة $\frac{3(x+y)}{4xy^2}$.

5) حدد مجال العلاقة المبينة في الجدول الآتي ومداها، ثم حدد إذا كانت تمثّل دالة أم لا، وهل هي متباينة أم لا؟

x	y
-2	3
4	-1
3	2
6	3

إذا كانت $f(x) = -2x + 3$، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

6) $f(-4)$ **7)** $f(3y)$

8) **اختيار من متعدد:** إذا كانت تكلفة إنتاج x فطيرة جبن في أحد المخابز يُعبر عنها بالدالة $C(x) = 6 + 0.75x$، فأوجد تكلفة إنتاج 20 فطيرة.

A 13.5 ريالًا **C** 21 ريالًا

B 28.61 ريالًا **D** 38.4 ريالًا

9) مثّل الدالة $f(x)$ بيانيًّا.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x < -2 \\ x + 2, & -2 \le x \le 2 \\ 5, & x > 2 \end{cases}$$

مثّل كل متباينة فيما يأتي بيانيًّا:

10) $y \ge 4x - 1$ **11)** $2x + 6y < -12$

حلّ كل نظام مما يأتي بيانيًّا:

12) $x + y \le 4$ ، $y \ge x$

13) $2x + 3y > 12$ ، $3x - y < 21$

14) $x - y > 0$ ، $4 + y \le 2x$

15) $2y - 5x \le 6$ ، $4x + y < -4$

16) **اختيار من متعدد:** استأجر خالد سيارة ليوم واحد من إحدى الشركات، فدفع 100 ريال أجرة يومية وريالًا واحدًا عن كل كيلومتر تقطعه السيارة بعد قطعها مسافة 200 كيلومتر، أما سعيد فاستأجر سيارة من شركة أخرى، ليوم واحد أيضًا فدفع 50 ريالًا أجرة يومية وريالين عن كل كيلومتر تقطعه السيارة بعد قطعها مسافة 200 كيلومتر. فما عدد الكيلومترات التي تجعل قيمة الاستئجار من الشركتين متساوية؟

A 292 **C** 304

B 250 **D** 275

17) **نجارة:** تصنع ورشة نجارة طاولات ومقاعد ثم تقوم بطلائها. ويبين الجدول الآتي الزمن الذي تتطلبه صناعة وطلاء كل من الطاولة والمقعد:

المنتج	زمن الصناعة بالساعات	زمن الطلاء بالساعات
مقعد	3	0.5
طاولة	2	1

إذا كان مجموع ساعات عمل فنيي صناعة المنتجات 108 ساعات يوميًّا، ومجموع ساعات عمل فنيي دهان المنتجات 20 ساعة يوميًّا، وكان ربح الورشة من الطاولة الواحدة 35 ريالًا، ومن المقعد الواحد 25 ريالًا فكم طاولة ومقعدًا يجب صنعهما يوميًّا ليكون الربح أكبر ما يمكن؟

a) بفرض أن عدد الطاولات t ، وعدد الكراسي c ، اكتب نظام متباينات يمثل الموقف.

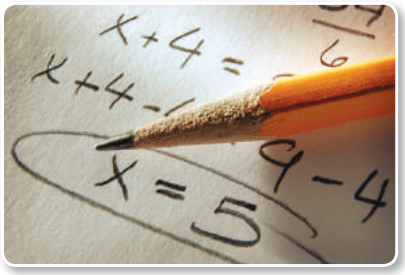
b) مثّل منطقة الحل بيانيًّا.

c) جد عدد الطاولات وعدد المقاعد التي يجب صنعها ليكون الربح أكبر ما يمكن. وما أكبر ربح؟

مثّل نظام المتباينات الآتي بيانيًّا، وحدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، ثم أوجد القيمة العظمى والصغرى للدالة المعطاة في منطقة الحل:

18) $-3 \le y \le 5$ ، $4x + y \le 5$ ، $-2x + y \le 5$
$f(x, y) = 4x - 3y$

الأسئلة ذات الإجابات القصيرة



تتطلب منك الأسئلة ذات الإجابات القصيرة أن تقدم لها حلًّا، متضمنًا الطريقة والتبريرات والتفسيرات التي استعملتها. وفي العادة يتم تصحيح هذه الأسئلة وتُحدَّد درجاتها باستعمال سلالم التقدير.

وهذا مثال على تصحيح هذا النوع من الأسئلة.

سلالم التقدير		
	المعايير	الدرجة
درجة كاملة	الإجابة صحيحة مدعمة بتفسيرات كاملة توضح كل خطوة.	2
درجة جزئية	• الإجابة صحيحة، لكن التفسيرات ليست كاملة. • الإجابة غير صحيحة، لكن التفسيرات صحيحة.	1 1
لا يستحق درجة	لم يُقدم أي إجابة، أو أن الإجابة ليس لها معنى.	0

استراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابة القصيرة

خطوة 1

اقرأ المسألة جيدًا؛ كي تفهم الشيء الذي تحاول حلَّه.

- حدد الحقائق ذات العلاقة.
- ابحث عن الكلمات المفتاحية والمصطلحات الرياضية.

خطوة 2

ضع خطّة وحل المسألة.

- فسّر تبريرك أو اعرض الطريقة التي ستتبعها لحل المسألة.
- اكتب الحل كاملًا مبيّنًا الخطوات جميعها.
- تحقق من إجابتك إذا سمح الوقت بذلك.

مثال

اقرأ المسألة الآتية جيدًا، وحدد المطلوب. ثم استعمل المعلومات الواردة في حل السؤال، واكتب خطوات الحل.

قدّمت شركتا اتصالات عروضًا للجمهور على النحو التالي: قيمة الاشتراك الشهري للشركة A هي 14.5 ريالًا مضافًا إليه 0.05 ريال عن كل دقيقة اتصال، وقيمة الاشتراك الشهري للشركة B هو 20.00 ريالًا مضافًا إليه 0.04 ريال عن كل دقيقة اتصال. أوجد عدد الدقائق التي يمكن أن يستخدمها المشترك، بحيث يدفع المبلغ نفسه شهريًّا لكلا الشركتين.

اقرأ السؤال بعناية؛ لديك معلومات عن شركتين مختلفتين للاتصالات، والعروض للاشتراكات الشهرية المقدمة من كلٍّ منها. حيث إن قيمة الفاتورة تعتمد على قيمةٍ ثابتةٍ للاشتراك الشهري، بالإضافة إلى مبلغ متغير يعتمد على عدد دقائق الاتصال، والمطلوب منك تحديد عدد الدقائق التي يمكن استخدامها من قبل المشترك لكلٍّ من الشركتين بحيث يدفع المبلغ نفسه، ويمكنك تكوين نظام معادلتين آنيتين وحله.

إجابة تستحق الدرجة الكاملة (2).

كوّن نظامًا من معادلتين، وحُلّه.

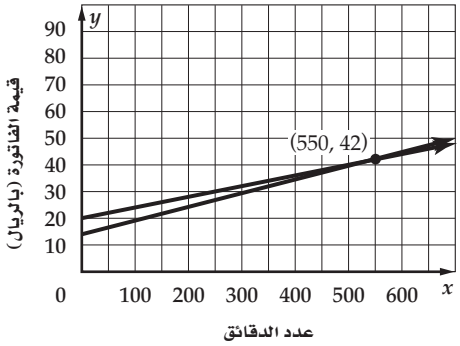
قيمة الفاتورة الشهرية = قيمة الاشتراك الشهري + تكلفة الدقيقة × عدد الدقائق.

افترض أن y = قيمة الفاتورة الشهرية، و x = عدد الدقائق المستعملة شهريًّا.

(الشركة A) $y = 14.5 + 0.05x$

(الشركة B) $y = 20 + 0.04x$

حل النظام بيانيًّا.



حَل النظام هو (550, 42) ، أي أن المشترك سيدفع 42 ريالًا إذا اتصل 550 دقيقة شهريًّا، سواءٌ أكان مشتركًا في الشركة A أو B .

خطوات الحل والحسابات والتبريرات واضحة، وتوصل الطالب إلى الإجابة الصحيحة، إذن تستحق هذه الإجابة درجتين.

تمارين ومسائل

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، وحدد المطلوب، ثم استعمل المعلومات الواردة في السؤال، واكتب خطوات الحل:

1) اقترض عليٌّ ومحمود مبلغ 11000 ريال لشراء آلة زراعية لبدء مشروعهم التجاري لقص الحشائش في الحدائق، فإذا كانوا يتقاضون مبلغ 245 ريالًا أجرة من كل زبون لقص حشائش الحديقة الواحدة، ويدفعون 20.5 ريالًا بدل صيانة وثمنًا للمحروقات، فبعد كم حديقة سيبدؤون في تحقيق الربح.

2) يرغب خالد في شراء بعض الأدوات المدرسية بحيث لا يدفع أكثر من 50 ريالًا، فإذا كان ثمن المسطرة الواحدة 4.75 ريالات، وثمن القلم الواحد 6.5 ريالات، وأراد شراء قطعتين من كل نوع على الأقل، اكتب نظام المتباينات، ومثل منطقة الحل على المستوى الإحداثي. ثم أعط ثلاثة حلول مختلفة.

اختبار تراكمي
للفصل 1

أسئلة الاختيار من متعدد

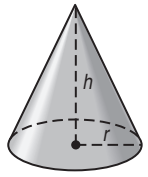
اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1) إذا كانت $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x$ ، فما قيمة $f(-3)$؟

A -7 **C** -6

B -1 **D** 4

2) يمكن حساب حجم المخروط الدائري القائم الذي ارتفاعه h وطول نصف قطر قاعدته r بضرب ثلث π في الارتفاع في مربع نصف قطر القاعدة. فأي المعادلات الآتية تمثل حجم المخروط المجاور؟



A $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ **C** $V = \frac{1}{3}\pi r h$

B $V = 3\pi r^2 h$ **D** $V = \frac{1}{3}\pi r h^2$

3) أي مجموعات الأعداد الآتية لا ينتمي إليها العدد -25؟

A الأعداد الصحيحة

B الأعداد النسبية

C الأعداد الحقيقية

D الأعداد الكلية

4) مجال العلاقة الموضحة في الجدول الآتي هو:

x	y
-3	4
1	-1
2	0
6	-3

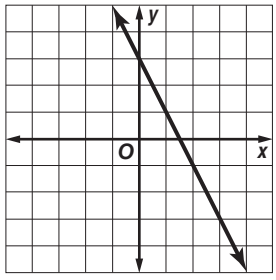
A $\{0, 1, 2, 4, 6\}$

B $\{-3, -1, 0, 4\}$

C $\{-3, 1, 2, 6\}$

D $\{-3, -1\}$

5) ميل المستقيم الممثل بيانيًّا على المستوى الإحداثي الآتي هو:



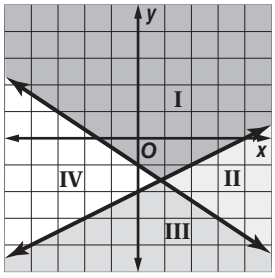
A -2 **C** $-\frac{1}{2}$

B $\frac{1}{2}$ **D** 2

6) على الشكل أدناه منطقة حل النظام:

$y \le \frac{1}{2}x - 2$

$y \le -\frac{2}{3}x - 1$



A المنطقة I

B المنطقة II

C المنطقة III

D المنطقة IV

7) النقطة التي لا تمثل رأسًا لمنطقة حل النظام: $x \ge 0, y \ge 0, y \le -2x + 6$ هي:

A $(0, 0)$ **C** $(0, 6)$

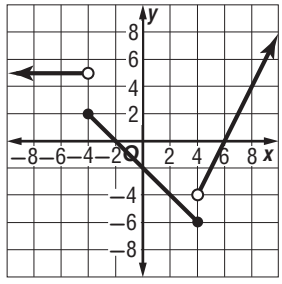
B $(0, 3)$ **D** $(3, 0)$

أسئلة ذات إجابات قصيرة

أجب عن كلٍّ مما يأتي:

8) بسّط العبارة أدناه:
$-4(3a - b) + 3(-2a + 5b)$

9) اكتب معادلة الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في الشكل أدناه:



10) جد قيمة الدالة المتعددة التعريف في التمرين (9) عند $x = -3$.

أسئلة ذات إجابات مطولة

أجب عن كلٍّ مما يأتي موضحًا خطوات الحلِّ:

11) مثّل المتباينة $y \geq |x| - 2$ بيانيًّا

12) قدّر مدير مخبز الربح في كل قطعة كعك يبيعها بـ 0.45 ريال، ولكل فطيرة 0.5 ريال.

a) يأمل مدير المخبز أن يحصل على ربح لايقل عن 150 ريالًا من بيع الكعك والفطائر يوميًّا. افترض أن x عدد قطع الكعك المبيعة، و y عدد الفطائر المبيعة، اكتب متباينة تمثل هذا الموقف.

b) مثّل المتباينة بيانيًّا.

c) إذا باع المخبز 180 قطعة كعك و 160 فطيرة في يوم ما، فهل سيحصل على الربح المطلوب؟ فسر إجابتك.

13) تُعد فاطمة نوعين من أطباق الحلوى؛ ويحتاج النوع الأول إلى 5 أكواب من الدقيق، وكوبين من السكر، أما النوع الثاني فيحتاج إلى 5 أكواب من الدقيق، وكوب واحد من السكر. فإذا كان لديها 40 كوبًا من الدقيق، و 15 كوبًا من السكر، وتكلفة إعداد طبق من النوع الأول 12 ريالًا، وطبق من النوع الثاني 8 ريالات.

a) اكتب نظام متباينات خطية يمثل عدد الأطباق التي يمكن لفاطمة إعدادها باستعمال الكميات المتوافرة.

b) مثّل نظام المتباينات الخطية الذي حصلت عليه في (a) بيانيًّا، واكتب إحداثيات نقاط رؤوس منطقة الحل.

c) اكتب دالة تمثل التكلفة .

d) ما عدد الأطباق من كل نوع الذي يجعل التكلفة أكبر ما يمكن؟ وما التكلفة في هذه الحالة؟

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟													
إذا لم تستطع حل سؤال ...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
فعد إلى ...	1-2	1-2	1-1	1-2	مهارة سابقة	1-5	1-6	1-1	1-3	1-3	1-4	1-6	1-6