2-٤

خصائص اللوغاريتمات

أ. غادة الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات
@Math_Ghadah

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قدرات

قارن بين

إذا كانت س > ص

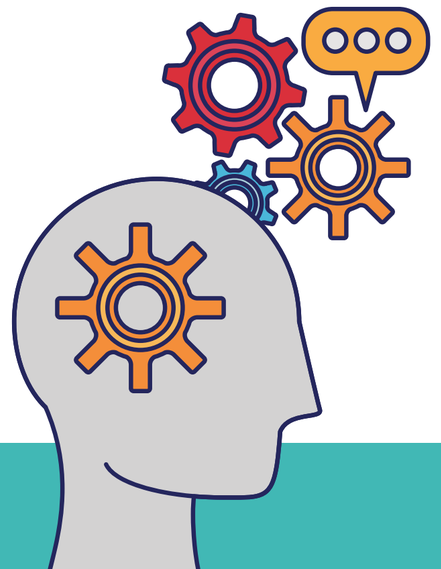
القيمة الأولى	القيمة الثانية
$س^{٢}$	$ص^{٢}$

أ) القيمة الأولى أكبر

ب) القيمة الثانية أكبر

ج) القيمتان متساويتان

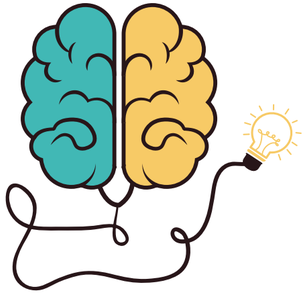
د) المعطيات غير كافية



المحاور الرئيسية للدرس :

أطبق خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية

أبسط عبارات و أجد قيمها باستعمال خصائص اللوغاريتمات



فيما سبق

درست إيجاد قيم عبارات لوغاريتمية

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا ؟

العصف الذهني

هل عصير الليمون حمض أم قاعدة ؟

هل البيض حمض أم قاعدة

كم مره يساوي درجة للبيض درجته pH للأس الهيدروجيني ؟

المادة	مستوى pH
عصير الليمون	2.1
المخلل	3.5
الطماطم	4.2
القهوة	5.0
الحليب	6.4
الماء النقي	7.0
البيض	7.8

يُعد الاحتفاظ بمستوى معين من الحموضة في الأطعمة أمرًا مهمًّا لبعض الأشخاص الذين يعانون حساسية في المعدة. إذ تحتوي بعض الأطعمة على أحماض أكثر مما تحتوي عليه من القواعد. ويستعمل تدريج pH لقياس درجة الحموضة أو القاعدية، فانخفاضه يدل على حمضية الوسط، وارتفاعه يدل على قاعديته. ويُعد هذا المقياس مثالًا آخر على المقاييس اللوغاريتمية التي تعتمد على قوة العدد 10. فقيمة pH للقهوة تساوي 5 بينما تساوي 7 للماء النقي؛ لذا فإن تركيز أيون القهوة الهيدروجيني (H^+) يعادل 100 مرة تركيزه في الماء النقي.

لأن $pH = -\log_{10}[H^+]$، فإنه يمكنك كتابة المعادلة الآتية:

$$\log_{10}[H^+]_{\text{للقهوة}} + \log_{10}[H^+]_{\text{للماء النقي}} = -pH_{\text{للقهوة}} - pH_{\text{للماء النقي}}$$ والتي تكتب بالشكل :

$$\log_{10}\frac{(H^+)_{\text{للقهوة}}}{(H^+)_{\text{للماء النقي}}} = pH_{\text{للقهوة}} - pH_{\text{للماء النقي}}$$، وذلك باستعمال خاصية القسمة في اللوغاريتمات التي ستتعلمها في هذا الدرس. وبتحويل هذه الصيغة اللوغاريتمية إلى الصيغة الأسية، ثم التعويض، تجد أن:

$$\frac{(H^+)_{\text{للقهوة}}}{(H^+)_{\text{للماء النقي}}} = 10^{7-5} = 10^2 = 100$$

خصائص اللوغاريتمات

خاصية المساواة

إذا كان b عددا موجبا، حيث $b \neq 1$

$$\log_b x = \log_b y$$

إذا وفقط إذا كان $x = y$

خاصية الضرب

إذا كان x, y, b أعدادا حقيقية موجبة، حيث $b \neq 1$ فإن

$$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$$

خاصية القسمة

إذا كان x, y, b أعدادا حقيقية موجبة، حيث $b \neq 1$ فإن

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$$

خاصية لوغاريتم القوة

لأي عدد حقيقي m وأي عددين موجبين x,y حيث $b \neq 1$ فإن

$$\log_b x^m = m \log_b x$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ١ استعمال خاصية الضرب في اللوغاريتمات

تحقق من فهمك

1) استعمل $\log_4 2 = 0.5$ لإيجاد قيمة $\log_4 32$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2 استعمال خاصية القسمة في اللوغاريتمات

تحقق من فهمك

1) استعمل $\log_3 2 \approx 0.63$؛ لتقريب قيمة $\log_3 4.5$.

تدرب و حل المسائل

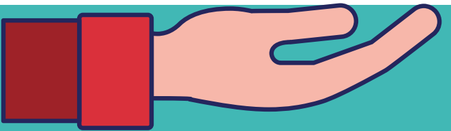
استعمل $\log_4 3 \approx 0.7925$، $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقريب قيمة كل مما يأتي: (المثالان 1, 2)

1) $\log_4 15$ ✓

2) $\log_4 \frac{5}{3}$ ✓

3) $\log_4 \frac{3}{4}$ ✓

4) $\log_4 0.6$ ✓



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 3 استعمال خاصية القسمة في اللوغاريتمات

تحقق من فهمك

3) استعمل الجدول الوارد في فقرة "لماذا؟" وأوجد تركيز أيون الهيدروجين في عصير الليمون .

المادة	مستوى pH
عصير الليمون	2.1
المخلل	3.5
الطماطم	4.2
القهوة	5.0
الحليب	6.4
الماء النقي	7.0
البيض	7.8

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٦ استعمال خاصية لوغاريتم القوة

تحقق من فهمك

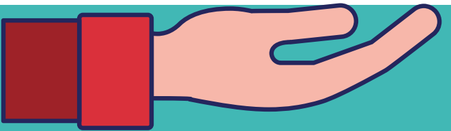
4) إذا كان $\log_3 7 \approx 1.7712$ ، فقرّب قيمة $\log_3 49$.

تدرب و حل المسائل

إذا كان , $\log_3 5 \approx 1.465, \log_5 7 \approx 1.2091, \log_6 8 \approx 1.1606$
$\log_7 9 \approx 1.1292$ ، فقرّب قيمة كل مما يأتي: (مثال 4)

12) $\log_3 25$ ✓

13) $\log_5 49$ ✓



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 5 تبسيط العبارات اللوغاريتمية

تحقق من فهمك

دون استعمال الآلة الحاسبة، احسب قيمة

(5A $\log_6 \sqrt[3]{36}$

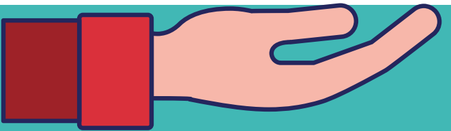
(5B $\log_7 \sqrt[6]{49}$

تدرب و حل المسائل

احسب قيمة كل عبارة مما يأتي: (مثال 5)

18) $\log_5 \sqrt[4]{25}$

19) $\log_2 \sqrt[5]{32}$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 6 كتابة العبارات اللوغاريتمية بالصورة المطورة

تحقق من فهمك

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المطولة:

6A) $\log_{13} 6a^3bc^4$

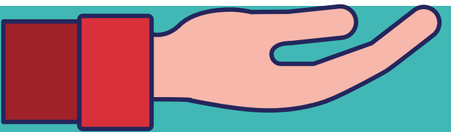
6B) $\log_6 5x^3y^7z^{0.5}$

تدرب و حل المسائل

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المطولة:

24) $\log_9 6x^3y^5z$ ✓

25) $\log_{11} ab^{-4}c^{12}d^7$ ✓



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 7 كتابة العبارات اللوغاريتمية بالصورة المختصرة

تحقق من فهمك

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المختصرة:

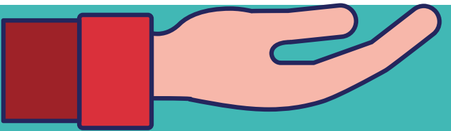
7A $-5 \log_2 (x + 1) + 3 \log_2 (6x)$

7B $\log_3 (2x - 1) - \frac{1}{4} \log_3 (x + 1)$

تدرب و حل المسائل

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المختصرة: (مثال 7)

30) $3\log_5 x - \frac{1}{2}\log_5 (6 - x)$



@Math_Ghadah

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مهارات التفكير العليا

50) اكتشف المختلف: حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى، وفسّر إجابتك:

$\log_b 24 = \log_b 20 + \log_b 4$

$\log_b 24 = \log_b 2 + \log_b 12$

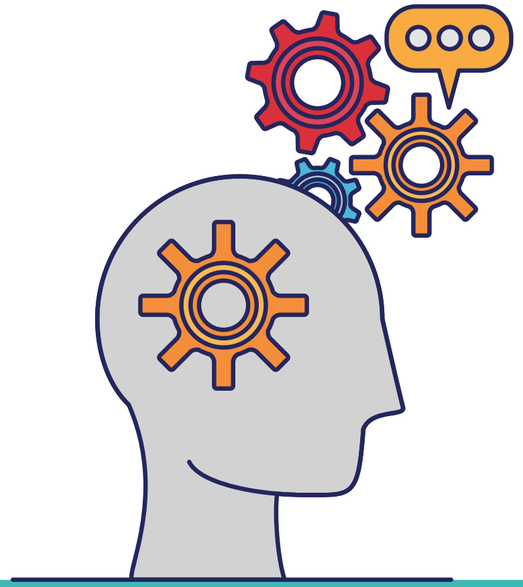
$\log_b 24 = \log_b 4 + \log_b 6$

$\log_b 24 = \log_b 8 + \log_b 3$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحصيلي

ما قيمة $2\log_5 3 - \log_5 8 - 2\log_5 12$ ؟



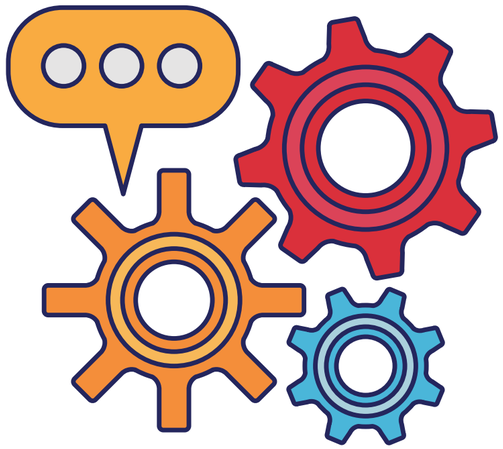
أ) $\log_5 2$

ب) $\log_5 0.5$

ج) $\log_5 0.5$

د) 1

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



الواجب

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

https://t.me/GhadahAlfadhly

https://t.me/RAFAH_Secondary5

Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter