3-2

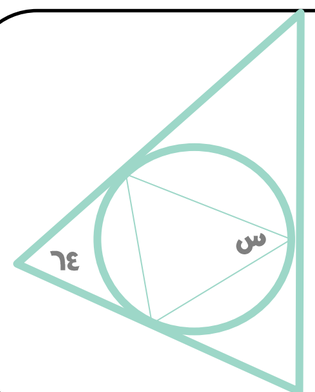
إثبات صحة المتطابقات المثلثية

أ. غادة الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
@Math_Ghadah

قدرات

من الشكل المقابل ، قياس الزاوية س ؟



أ) ٨٤

ب) ٧٤

ج) ٨٥

د) ٤٨

المحاور الرئيسية للدرس :

أثبت صحة المتطابقة المثلثية بتحويل أحد طرفيها إلى الأخر.

أثبت صحة المتطابقة المثلثية بتحويل كلا طرفيها إلى العبارة نفسها .

فيما سبق

درست كيفية استعمال المتطابقات لإيجاد قيم العبارات المثلثية

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا ؟

عندما ركض عبدالله في مسار دائري نصف قطره R، لاحظ أن جسمه لا يكون عموديًّا على الأرض، بل يميل عن الخط العمودي بزاوية حادّة غير سالبة هي θ تُسمى زاوية الميل، ويمكن وصفها بالمعادلة: $\tan\theta = \frac{v^2}{gR}$ ، حيث g تسارع الجاذبية الأرضية، و v سرعة العداء.

كما توجد معادلات أخرى يمكن أن تصف زاوية الميل بدلالة دوال مثلثية أخرى، كالمعادلة: $\sin\theta = \frac{v^2}{gR}\cos\theta$ ، حيث $0 \le \theta \le 90°$.

هل تختلف هاتان المعادلتان كليًّا عن بعضهما بعضًا، أم أنهما صيغتان للعلاقة نفسها؟

أي المتغيرات يظهر في بسط الطرف الأيمن من معادلة زاوية الميلان ؟ وأيها يظهر في المقام ؟

كيف تستطيع التعبير عن $\tan\theta$ بدلالة $\sin\theta$ و $\cos\theta$؟

العصف الذهني

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحويل أحد طرفي المتطابقة :

يمكن استعمال المتطابقات المثلثية الأساسية بالإضافة إلى تعريف الدوال المثلثية لإثبات صحة المتطابقات. وجدير بالذكر أن إثبات صحة المتطابقة المثلثية، يعني إثبات صحتها لقيم θ جميعها.

تحويل أحد طرفي المتطابقة :

مفهوم أساسي

إثبات صحة متطابقة من خلال تحويل أحد طرفيها

بسّط أحد طرفي المتطابقة حتى يصبح الطرفان متساويين. وفي العادة يكون من الأسهل البدء بالطرف الأكثر تعقيدًا.

مثال ١ إثبات صحة المتطابقة من خلال تحويل أحد طرفيها .

تحقق من فهمك

أثبت أن المعادلة تمثِّل متطابقة.

1) $\cot^2\theta - \cos^2\theta = \cot^2\theta\cos^2\theta$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ١ إثبات صحة المتطابقة من خلال تحويل أحد طرفيها .

تدرب و حل المسائل

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثِّل متطابقة: (مثال 1)

1) $\cos^2\theta + \tan^2\theta\cos^2\theta = 1$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

عند حل أسئلة الاختيار من متعدد في المتطابقات، يمكنك تعزيز إجابتك عدديًّا، وذلك باختيار قيمة لـ θ. وتعويضها في العبارة التي يمثلها البديل الذي اخترته، ثم مقارنتها بقيمة العبارة الواردة في نص السؤال ، ولكن ذلك لايمكن أن يكون بديلًا عن تحويل العبارة المعطاة حتى تطابق أحد البدائل.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2

إثبات صحة المتطابقة من خلال تحويل أحد طرفيها .

تحقق من فهمك

2) أي مما يأتي يكافئ العبارة $\tan^2\theta\,(\cot^2\theta - \cos^2\theta)$ ؟

A $\cot^2\theta$

B $\tan^2\theta$

C $\cos^2\theta$

D $\sin^2\theta$

إرشادات للاختبار

التأكد من الإجابات

كي تتحقق من صحة حلّك اختر قيمة لـ θ. وعوّض بها في البديل المختار، ثم قارنها بإجابتك عند تعويض قيمة θ في العبارة الأصلية.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2

إثبات صحة المتطابقة من خلال تحويل أحد طرفيها .

تدرب و حل المسائل

11) **اختيار من متعدد:** أي عبارة مما يأتي تكافئ العبارة $\frac{\tan^2\theta + 1}{\tan^2\theta}$ ؟

(مثال 2)

A $\sin^2\theta$ **C** $\cos^2\theta$

B $\tan^2\theta$ **D** $\csc^2\theta$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحويل طرفي المتطابقة: في بعض الأحيان يكون من الأسهل أن تُحوّل كل طرف في المتطابقة بصورة منفصلة إلى صورة مشتركة. والاقتراحات الآتية ربما تكون مفيدة في إثبات صحة المتطابقات المثلثية:

مفهوم أساسي

اقتراحات لإثبات صحة المتطابقات

- بسِّط العبارة بالإفادة من المتطابقات المثلثية الأساسية.
- حلّل أو اضرب كلًا من البسط والمقام بالعبارة المثلثية نفسها.
- اكتب كل طرف بدلالة كل من الجيب ، وجيب التمام فقط. ثم بسّط كل طرف قدر المستطاع.
- لا تنفذ أي عملية (جمع، طرح، ضرب، قسمة) على طرفي المعادلة التي يطلب إثبات أنها متطابقة؛ لأن خصائص المساواة لا تنطبق على المتطابقات كما تنطبق على المعادلات.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 3 إثبات صحة المتطابقات من خلال تحويل كلا طرفيها

تحقق من فهمك

أثبت صحة المتطابقة

3) $\csc^2\theta - \cot^2\theta = \cot\theta\tan\theta$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 3 إثبات صحة المتطابقات من خلال تحويل كلا طرفيها

تدرب و حل المسائل

أثبت صحة كلٍّ من المتطابقات الآتية: (مثال 3)

(12

$$\sec\theta - \tan\theta = \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

45) تبرير: بيّن لماذا تُعدّ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ متطابقة، ولكن $\sin\theta = \sqrt{1-\cos\theta}$ ليست متطابقة.

مهارات التفكير العليا

مهارات التفكير العليا

44) اكتشف المختلف: حدّد المعادلة المختلفة عن المعادلات الثلاث الأخرى. وضح إجابتك.

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$$

$$\sin^2\theta - \cos^2\theta = 2\sin^2\theta$$

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

تحصيلي

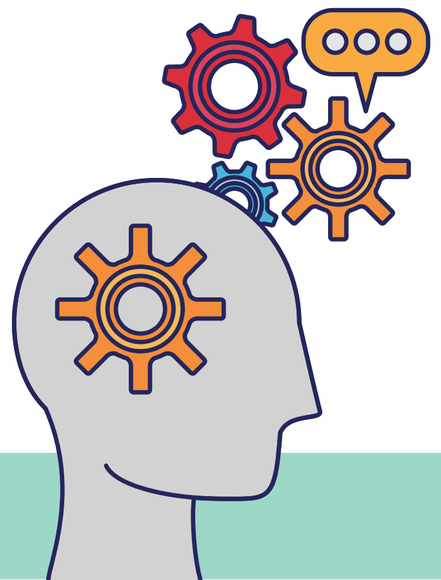
أي مما يأتي لا يكافئ $\cos\theta$ ، حيث $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ؟

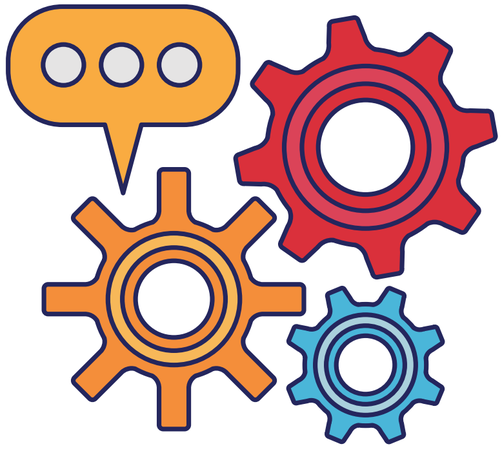
أ) $\frac{\cos\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$

ب) $\frac{1-\sin^2\theta}{\cos\theta}$

ج) $\cot\theta \sin\theta$

د) $\tan\theta \csc\theta$





الواجب

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

https://t.me/GhadahAlfadhly

https://t.me/RAFAH_Secondary5

Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter

لمزيد من العروض التقديمية