3-٤

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية و نصفها

أ. غادة الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
@Math_Ghadah

قدرات

الزاوية بين عقرب الدقائق و عقرب الساعات عند الساعة ٢٠ : ٨

أ) ١٣٠ درجة

ب) ١٢٠ درجة

ج) ١١٠ درجة

د) ٩٠ درجة

المحاور الرئيسية للدرس :

أجد قيم الجيب و جيب التمام باستعمال المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية .

أجد قيم الجيب و جيب التمام باستعمال المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية .

فيما سبق

درست إيجاد قيم الجيب و جيب التمام باستعمال متطابقات المثلثية لمجموع زاويتين و الفرق بينهما

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا ؟

تستعمل النوافير مضخات تضخ الماء بزوايا محددة فتصنع أقواسًا. ويعتمد مسار الماء على سرعة الضخ وزاويته. فعندما يتم ضخ الماء في الهواء بسرعة v ، وزاوية مع الخط الأفقي مقدارها θ، فإن المعادلتين الآتيتين تحددان المسافة الأفقية D ، وأقصى ارتفاع H :

$D = \frac{v^2}{g} \sin 2\theta, H = \frac{v^2}{2g} \sin^2 \theta$ ، حيث تمثل g تسارع الجاذبية الأرضية.

إذا علمت أن نسبة H إلى D تساعد في تحديد ارتفاع النافورة ، وعرضها. فعبّر عن النسبة $\frac{H}{D}$ كدالة في θ.

العصف الذهني

ما الفرق بين $\sin 2\theta$ و $\sin^2 \theta$؟

هل تتضمن العبارة $\frac{H}{D}$ المتغير g؟ فسّر إجابتك.

هل التعبير عن $\frac{H}{D}$ بصورة دالة بدلالة θ يتضمن المتغير v؟

مجموعة رقعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\tan^2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$
$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

متطابقات نصف الزاوية

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

$$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}, \cos\theta \neq -1$$

مثال ١ المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

تحقق من فهمك

1) أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\sin 2\theta$ ، إذا كان $\cos \theta = -\frac{1}{3}$، $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2 المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

تحقق من فهمك

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ مما يأتي علمًا بأن $90° < \theta < 180°$; $\cos\theta = -\frac{1}{3}$:

2A $\cos 2\theta$

2B $\tan 2\theta$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية

مثال 3

تدرب و حل المسائل

3) أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\sin\frac{\theta}{2}$ ، علمًا بأن $\sin\theta=\frac{2}{3}$ ، θ تقع في الربع الثاني.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب و حل المسائل

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من $\sin 2\theta, \cos 2\theta, \sin \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2}$.
إذا كان: (الأمثلة 1-3)

1 $\sin \theta = \frac{1}{4} ; 0° < \theta < 90°$

2 $\sin \theta = \frac{4}{5} ; 90° < \theta < 180°$

3 $\cos \theta = \frac{3}{5} ; 270° < \theta < 360°$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب و حل المسائل

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

8) $\sin \frac{\pi}{8}$

9) $\cos 15°$

10) $\sin 75°$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٦ التبسيط باستعمال المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية .

تحقق من فهمك

يعطى تسارع الجاذبية الأرضية عند مستوى سطح البحر (بالسنتمتر لكل ثانية تربيع) تقريبًا بالصيغة:
$g = 978 + 5.17 \sin^2 L - 0.014 \sin L \cos L$، حيث L تمثل زاوية دائرة العرض

4A) بسِّط هذه العلاقة مستعملًا المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية.

4B) استعمل الصيغة المبسطة التي أوجدتها في الفرع 4A، واحسب قيمة **g** عندما $L = 45°$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 5

إثبات صحة المتطابقات

تحقق من فهمك

أثبت أن المعادلة $4\cos^2 x - \sin^2 2x = 4\cos^4 x$ تمثِّل متطابقة.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب و حل المسائل

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثِّل متطابقة: (مثال 5)

(14 $\tan\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}$

(15 $\tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اكتشف الخطأ

مهارات التفكير العليا

27) اكتشف الخطأ: يحاول سعيد وسلمان حساب القيمة الدقيقة لِـ : $\sin 15°$. هل إجابة أيٍّ منهما صحيحة ؟ برِّر إجابتك.

لسعيد

$$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$\sin(45-30) = \sin 45 \cos 30 - \cos 45 \sin 30$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{4}}{4}$$

لسلمان

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}$$

$$\sin \frac{30}{2} = \sqrt{\frac{1-\frac{1}{2}}{2}}$$

$$= 0.5$$

تحصيلي

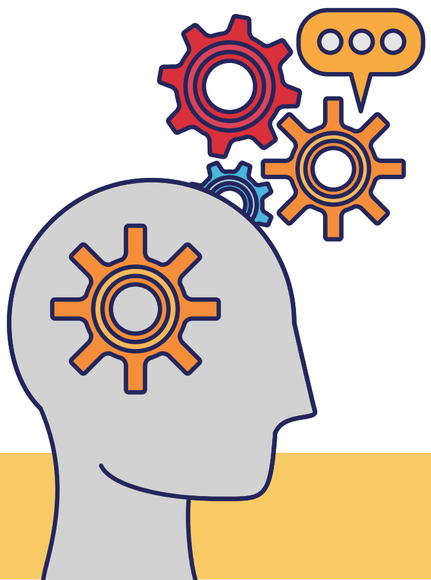
أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\tan\frac{\theta}{2}$ إذا كان $0<\theta<90°; \cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

أ) $2-\sqrt{3}$

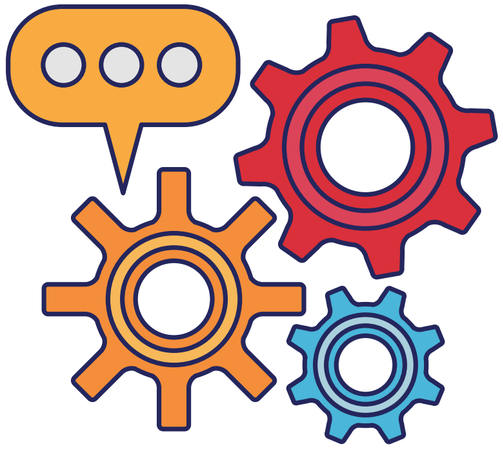
ب) $\sqrt{3}-2$

ج) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

د) $\sqrt{3}$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



الواجب

https://t.me/GhadahAlfadhly

https://t.me/RAFAH_Secondary5

Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter